УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.172.5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ лл-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Г. А. Лексин

I. ПРЕДМЕТ ОБЗОРА

Обзор посвящен одной из актуальных задан физики элементарных частиц — экспериментальному исследованию взаимодействия между лмезонами. Знание величин, характеризующих пион-пионное взаимодействие, не менее важно, чем знание константы п*N*-взаимодействия.



Амплитуды лл-взаимодействия — величины фундаментальные в том смысле, что входят в описание большого круга самых разнообразных процессов. На рис. 1 приведены некоторые простейшие диаграммы, описывающие разные процессы рождения и распада частиц, в которые входит вершина рассеяния двух пионов. Число таких диаграмм можно легко умножить.

Мы еще вернемся к рассмотрению процессов, где существенно ллвзаимодействие, поскольку именно из их анализа косвенным путем получаются интересующие нас данные. Пока заметим, что еще 10 лет назад мы практически ничего не знали о пион-пионном взаимодействии, считая лишь, что это сильное взаимодействие. Нельзя сказать, что и сейчас наши знания даже в области низкоэнергетичного лл-рассеяния исчерпывающи. Но можно думать, что основные закономерности и характеристики — ясны и, главное, разработаны и опробованы пути экспериментального исследования.

Дело в том, что прямые опыты по рассеянию свободных пионов на свободных пионах до сих пор невозможны. п-мезон живет приблизительно 2.10⁻⁸ сек. Поэтому нет пионных мишеней, поэтому сегодня практически нереализуемы опыты по рассеянию друг на друге пучков пионов, накопление которых мыслимо лишь на ускорителях с энергией, существенно большей, чем у современных машин.



Рис. 2.

Итак, исследовать лл-взаимодействие можно только косвенным путем. Например, исследуя реакции рождения пионов пионами, распады *K*-мезонов и резонансов на два и более пионов, образование пар пионов при аннигиляции антипротонов или в столкновении электронов и позитронов во встречных пучках. Принципиальные трудности заключаются в том, что перечисленные процессы вовсе не всегда описываются диаграммами рис. 1, более того, соответствующие диаграммы далеко не всегда определяют эти процессы. На рис. 2 для примера показан ряд диаграмм, могущих дать, и в ряде случаев, как мы увидим, дающих, определяющий вклад в реакции рождения

$$\pi + N \longrightarrow \pi + \pi + N. \tag{1}$$

Таким образом, вопрос об экспериментальном исследовании лл-рассеяния — это вопрос о выделении определенного класса диаграмм. Именно поэтому в дальнейшем изложении нам придется довольно подробно остановиться на механизме протекания некоторых реакций, прежде всего реакции (1). Эти вопросы входят в методику исследования пион-пионного взаимодействия.

II. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ пп-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1. Механизм реакции $\pi + N \rightarrow \pi + \pi + N$

Характеристики частиц, вылетающих в реакции рождения пионов пионами на нуклонах, могут быть в первом приближении описаны фазовыми кривыми, при расчете которых специфика взаимодействия игнорируется, а учитываются лишь законы сохранения. Такой статистический подход отражал основные особенности спектров частиц в реакции (1), измеренных на первых порах с большими статистическими погрешностями, успешно применялся для описания реакций с рождением большего числа мезонов (и чем большего, тем успешнее), предсказывал множественность рождения частиц в зависимости от энергии и утвердился как исходный при анализе экспериментов по неупругому рассеянию. Однако уже ранние сопоставления уточненных спектров пионов из реакции (1) с расчетными указали на недостаточность такого подхода. Это не удивительно, поскольку а priori было ясно, что должно сказаться взаимодействие адронов в конечном состоянии. Скорее удивительным является успех статистического подхода. Удивительным и полезным, так как до сегодняшнего дня мы еще не умеем в любом случае корректно учесть взаимодействие в конечном состоянии.

Существенный прогресс был достигнут, когда стали рассматривать различные изобарные модели. Суть их в том, что реакция (1) представляется идущей в два этапа:

$$\pi + N \longrightarrow \pi + N^* \longrightarrow \pi + \pi + N \tag{2}$$

(см. диаграмму 2, *a*), где под N^* — возбужденным состоянием нуклона чаще всего фигурирует Δ_{33} — известная изобара с массой 1236 и с изотопическим спином $T = {}^{3}/_{2}$ и спином $J = {}^{3}/_{2}$. Наличие изобар было известно из прямых опытов по пион-нуклонному рассеянию, откуда также следовало, что они (по крайней мере, при низких относительных энергиях пиона и нуклона) определяют характер πN -рассеяния.

Первоначально изобарная модель протекания реакции (1) была сформулирована Линденбаумом и Штернхаймером (LS-модель)¹ в предположении об изотропном рождении и распаде изобары. Уточнение модели Берджа, Бонсиньоре и Стангеллини² (BBS-модель) связано с учетом интерференции амплитуд, отвечающих изобарным состояниям первого пиона с нуклоном и второго пиона с нуклоном.

Но более существенным представляется учет рождения изобары не только в S-состоянии, который предложил Анисович³, но и учет вклада других изобарных и даже неизобарных состояний (модель Йодха — Олссона 4) и распада изобары Δ_{33} в *P*-волне в соответствии с ее спином. Мы не будем здесь заниматься сравнением экспериментальных данных с расчетами в разных моделях — хороший обзор моделей и других вопросов, связанных с механизмом реакции (1), можно найти в 5; отметим лишь, что современные модели успешно претендуют на количественное описание спектров и угловых распределений пионов, зависимости числа случаев реакции от относительной энергии пиона и нуклона, отношения сечений реакции в разных зарядовых состояниях и т. д. Важно, однако, что и в этих пунктах они требуют уточнения с уменьшением экспериментальных ошибок и при попытках более точного описания опытных данных. Примером уточненной модели может быть модель, развиваемая в 6, где наряду с рождением изобары учитываются диаграммы с перерассеянием пионов (рис. 1, г). Но это уже вторжение в другую область, к рассмотрению которой мы и переходим.

Определенный успех изобарных моделей в описании данных опытов указал на правильность выбранного пути учета специфики взаимодействия. С другой стороны, все еще имеющиеся разногласия, наиболее заметные при сравнении низкоимпульсных частей спектров нуклонов и зависимости числа случаев реакции от относительной энергии пионов с расчетами, заставили попытаться учесть взаимодействие пионов в конечном состоянии. Здесь уместно сделать отступление и ввести некоторые удобные переменные для характеристики реакции (1), а именно, того случая, когда речь идет об учете ял-взаимодействия. Это: энергия пионов в их собственной системе центра масс ω , она же инвариантная масса дипионной системы, — p² — квадрат переданного нуклону четырехимпульса, который при малых p² совпадает с квадратом импульса нуклона в лабораторной системе координат.

Распределения числа случаев реакции (1) по ю, или спектры инвариантных масс, довольно быстро указали на существование особенностей в системе пп—резонансов, учет которых столь же необходим, как и изобар. Схема учета по аналогии с изобарными моделями такова:

$$\pi + N \longrightarrow N + \omega^* \longrightarrow N + \pi + \pi, \tag{3}$$

где ω^* — любой резонанс в лл-системе. В п. 7 этой главы мы рассмотрим способы изучения резонансов, а в п. 3 четвертой главы основные данные о лл-резонансах. Но пока ограничимся вопросом: можно ли учесть нерезонансное лл-взаимодействие, не проявляющееся столь явно, как резонансы. Точнее, обратив задачу, спросим, можно ли, изучая реакцию (1), получить сведения о нерезонансном лл-взаимодействии?

Принципиальная возможность — несомненна. Достаточно под оо* понимать нерезонансные состояния с определенными фазами. Но столь же несомненны и трудности. Мы уже подчеркивали успех изобарных моделей, когда протекание реакции (1) определяют сильные пион-нуклонные взаимодействия. Мы, правда, упомянули необходимость включения в модели пион-пионного рассеяния ⁶. В работе ⁶ авторы считали, что реакция (1) при энергии начального пиона 350—600 Мэв, когда наблюдается значительное рождение изобары Дзз, целиком определяется изобарными диаграммами 2, а, 2, в, 2, г и дополнительно изобарной диаграммой с пионпионной вершиной (см. рис. 1, в). В этой модели они достигли удовлетворительного согласия с результатами фазового анализа упругих и неупругих нарциальных сечений, неплохого согласия с экспериментом в полных сечениях всех пяти зарядовых каналов реакции (1), описания спектров пионов и нашли, что в предположении нулевой длины рассеяния пионов в состоянии с изоспином T=2 лучшее согласие с опытом в спектрах пионов получается при отрицательной и близкой к единице амплитуде лл-расседния в состоянии с T = 0. Однако эти выводы нельзя считать окончательными, так как не вполне ясно, как могут повлиять неучтенные каналы протекания реакции (1). Возвращаясь к общему анализу реакции (1), можно указать на современные попытки фазового анализа при относительно малых энергиях 7-10, где наряду с сильным пN-взаимодействием в конечном состоянии в тех или иных фазах приходится дополнительно рассматривать так называемый о-мезон, по-видимому, эффективно учитывающий лл-взаимодействие. Но такой глобальный подход не кажется перспективным для исследования пион-пионного рассеяния. В общем случае появляется слишком много свободных параметров, и с другой стороны, еще недостаточно точны экспериментальные данные. Неопределенность с тем же о-мезоном, проблему существования которого мы еще вынуждены будем обсуждать, есть, по-видимому, отражение возникающего произвола. Поэтому, помня о главной задаче получении сведений о лл-взаимодействии, будем дальше интересоваться более специальными случаями протекания реакции (1).

2. Рождение пионов пионами вблизи порога

Около десяти лет назад Грибов с сотрудниками начал развивать строгий метод рассмотрения реакций вблизи порога образования трех частиц в конечном состоянии ¹¹⁻¹⁴. Не вдаваясь в детали теории, которая подробно изложена в авторских обзорах и лекциях ¹⁵⁻¹⁷, отметим, что при малом энерговыделении, когда относительные импульсы частиц k_{ij} в конечном состоянии малы, амплитуда процесса A₀ может быть разложена в ряд по степеням малых относительных импульсов частиц:

 $A_0 = f_0 (1 + ia_{12}k_{12} + ia_{23}k_{23} + ia_{13}k_{13}) + \dots,$ (4) где f_0 — общий неизвестный комплексный множитель, одинаковый, однако, для всех линейных членов, а a_{ij} — амплитуды перерассеяния соответствующих частиц в конечных состояниях.

Для реакции

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^+ + n \tag{5}$$

в конечном состоянии возможны перезарядки

$$\pi^- + \pi^+ \longrightarrow \pi^0 + \pi^0, \tag{6}$$

$$\pi^+ + n \longrightarrow p + \pi^0, \tag{7}$$

и в выражении (4) для амплитуды появляются линейные члены вида *if*₁Ck₁₂ и *if*₂Dk₁₃.

Если комплексность f_0 , f_1 и f_2 не одинакова, то линейные члены сохранятся и в выражении для сечения реакции (5) вблизи порога, которое в пренебрежении квадратичными членами по k_{ij} равно

.

$$d\sigma/d\Gamma = \operatorname{const} \cdot [1 + Ak_{12} + Bk_{13}]. \tag{8}$$

Здесь $d\sigma/d\Gamma$ — дифференциальное сечение в единице фазового объема,

$$A = \frac{2}{3} (a_2 - a_0) \cdot \alpha_{12}, \quad B = (\sqrt{2/3}) (b_{3/2} - b_{1/2}) (-\sqrt{2}) \alpha_{12},$$
$$\alpha_{12} = \frac{3 \sin (\delta_{31} - \delta_{11})}{F_{11} \sqrt{10} F_{31} + F_{31} / \sqrt{10} F_{11} - 2 \cos (\delta_{31} - \delta_{11})},$$

где δ_{31} — фаза упругого πN -рассеяния с $T = {}^{3}/_{2}$, $J = {}^{3}/_{2}$ при энергии пиона ≈ 200 Мэв у порога реакции (1); δ_{11} — фаза упругого πN -рассеяния с $T = {}^{1}/_{2}$, $J = {}^{1}/_{2}$ при той же энергии; F_{11} и F_{31} — амплитуды переходов $\pi N \to \pi \pi N$ на пороге, когда все образовавшиеся частицы имеют нулевые кинетические энергии в системе центра масс. A/B = $= (a_2 - a_0)/(b_{1/2} - b_{3/2})$ — отношение коэффициентов при линейных членах — прямо выражается через отношение амплитуд перезарядки, равных разностям соответствующих длин рассеяния. $a_2 - a_0$ — разность интересующих нас длин пион-пионного рассеяния в состояниях с изоспинами T = 2 и T = 0; $b_{1/2} - b_{3/2}$ — разность длин рассеяния пионов нуклонами в изотопических состояниях с $T = {}^{1}/_{2}$ и $T = {}^{3}/_{2}$, которые известны из прямых независимых экспериментов.

Указанный метод получения сведений о пион-пионном взаимодействии, получивший в литературе название метода Ансельма — Грибова, представлялся весьма привлекательным, так как он точен при $k_{ij} \rightarrow 0$, в реальных случаях ($k_{ij} \neq 0$) допускает проверку справедливости путем изучения следования $d\sigma/d\Gamma$ зависимости (8); позволяет найти не только величину, но и знак разности длин ля-рассеяния, $a_2 - a_0$, относительно известного знака разности $b_{1/2} - b_{3/2}$. С другой стороны, метод Ансельма и Грибова в только что изложенном виде ограничен. Можно надеяться получить сведения лишь об амплитуде перезарядки (6) при нулевой относительной энергии пионов. Из (4) следует, что амплитуды перерассеяния частиц, в частности, интересующие нас амплитуды рассеяния $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в реакции (5), требуют для их извлечения знания квадратичных членов по k_{ij} в выражении для сечения реакции. Вообще говоря, благодаря случайной причине, малости α_{12} , формула (8) верна лишь при энергиях налетающего пиона, превышающих пороговую на величину порядка 1 $M_{2\theta}$. В других случаях (а значит, сегодня — всегда) для получения сведений о пион-пионной перезарядке также необходим учет как минимум квадратичных членов. В самом деле, α_{12} пропорциональна sin ($\delta_{31} - \delta_{11}$), а фазы δ_{31} и δ_{11} порядка 5°, так что sin ($\delta_{31} - \delta_{11}$) порядка $1/_5$. Отсюда *A* и *B* порядка 1/5 µ (µ — масса пиона). Опущенные члены в формуле (8) — порядка k^2/μ^2 . Пренебрежение ими оправдано, если $k/5\mu \gg k^2/\mu^2$. Пусть «много больше» означает «в три раза», тогда $k = 1/15\mu$, что соответствует кинетической энергии порядка 1 *Мэв* (в системе центра масс реакции).

Итак, изучение пион-пионного взаимодействия методом Ансельма — Грибова связано с учетом большого количества членов; требует существенно лучшей экспериментальной точности, в частности, в упругом пN-рассеянии для получения значений высших фаз при малых энергиях пионов; требует более точного измерения дифференциального сечения реакции (1) около порога, где оно, естественно, весьма мало́. Метод Ансельма — Грибова теряет свою привлекательность. В своем простейшем виде он упомянут потому, что, с одной стороны, стимулировал ряд первых экспериментов по исследованию пион-пионного взаимодействия, а с другой, не исключена возможность его успешного применения при исследовании реакций ¹⁷

$$\pi^{-} + p \longrightarrow N + 3\pi,$$

$$p + p \longrightarrow 2N + 2\pi,$$

$$d + d \longrightarrow \text{He}^{4} + \pi^{+} + \pi^{-}$$
(9)

и для получения сведений о *К*л-взаимодействии в реакциях рождения пиона *К*-мезоном.

3. Периферическое взаимодействие

Рассмотрим одну из моделей пион-нуклонного взаимодействия, приводящую к образованию пиона. В этой модели в явном виде выделено интересующее нас пион-пионное рассеяние. Речь идет о рассеянии налетающего пиона на виртуальном пионе из «шубы» нуклона. Кажется, что, выделив соответствующую часть реакции, можно получить сведения о $\sigma_{\pi\pi}$.

Здесь, по-видимому, будет полезна аналогия с методом определения сечения нуклон-нуклонного (или лN) взаимодействия из опытов по квазиупругому рассеянию нуклонов (пионов) ядрами. Довольно старые и хорошо известные опыты показали, что в первом приближении рассеяние частиц высокой энергии ядрами можно представить как рассеяние на отдельных движущихся нуклонах внутри ядра. При этом мы получаем тем более точные сведения о свободном нуклон-нуклонном рассеянии, чем меньше импульс нуклона в ядре и чем, следовательно, меньше импульс ядра отдачи.

Аналогично можно ожидать, что в случае рассеяния пионов на виртуальных мезонах «шубы» нуклона мы получим тем более точные сведения о свободном исон-пионном рассеянии, чем меньше будет импульс нуклона отдачи. Этому соответствуют периферические столкновения: рассеяние налетающего пиона мезоном на периферии нуклона.

. * Можно несколько по-другому оттенить роль периферических взаимодействий. Нас сейчас интересуют столкновения с одним пионом, но не с *К*-мезоном, не с тремя пионами и т. д. Характерный радиус удаления одного пиона от нуклона ¹/μ_π, *К*-мезона — ¹/μ_K, трех пионов — ¹/μ_{3π} и т. д. Пион — легчайшая частица из сильно взаимодействующих частиц и резонансов, так что шаровой пояс в мезонном облаке нуклона от радиуса ¹/μ_π до радиуса ¹/μ_{3π} заполнен в основном одиночными пионами. (Здесь и далее $\hbar = c = 1$; дальше будем все величины выражать в единицах пионной массы.) Периферические столкновения — это как раз взаимодействия с переданным импульсом ~1 на расстояниях тоже ~1.

Оставаясь в рамках несколько наивных геометрических представлений и предполагая дополнительно, что вероятность взаимодействия просто пропорциональна объему, занимаемому виртуальными частицами, некоторые авторы, особенно на первом этапе исследования пион-пионного взаимодействия, пытались извлечь его из полных сечений реакций (1), в частности, сравнивая сечения различных зарядовых состояний реакции. Периферическая модель, конечно, отражает какие-то общие черты реакции (1), но мы уже видели (см. п. 1), что для описания всех случаев реакции она недостаточна. Нужно специальное выделение случаев с малыми переданными импульсами.

Важность исследования периферических взаимодействий для получения сведений о рассеянии пионов пионами была подчеркнута в работе Окуня и Померанчука ¹⁸, которые предложили выделять при рассеянии фазы с большими орбитальными моментами. Удобный аппарат для определения сечения лл-рассеяния был впервые предложен Чу и Лоу ¹⁹.

4. Метод Чу и Лоу

Рассеяние налетающего пиона виртуальным пионом из шубы нуклона изображается диаграммой, приведенной на рис. 1, *а*. Это так называемая полюсная диаграмма. В самом деле, дифференциальное сечение реакции (1), описываемой диаграммой рис. 1, *а*, имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dp^2\,d\omega^2} = \alpha \,\frac{f^2}{2\pi} \,\frac{1}{q^2} \,\frac{p^2}{(p^2+1)^2} \,\omega \,\sqrt{\frac{\omega^2}{4}-1} \,\sigma_{\pi\pi}(\omega). \tag{10}$$

Здесь α — численный коэффициент, равный 1 или 2 в зависимости от того, к какому зарядовому состоянию реакции (1) относится формула (10); $f^2 = 0.08$ — константа πN -взаимодействия (нижняя вершина на рис. 1, *a*); q — импульс налетающего пиона в лабораторной системе координат; ω — полная энергия двух пионов в их системе ц.м., $\omega_{\min} = 2$; p^2 квадрат переданного четырехимпульса, $\sigma_{\pi\pi}$ — интересующее нас сечение $\pi\pi$ -взаимодействия при энергии ω (верхняя вершина на рис. 1, *a*). Наиболее характерным членом в (10) является пропагатор ($p^2 + 1$)⁻², который как раз и говорит о наличии полюса при $p^2 = -1$, отвечающего рассеянию на виртуальном пионе.

Строго говоря, формула (10) верна лишь в точке $p^2 = -1$, а функция $\sigma_{\pi\pi}(\omega)$ (или, точнее, $\sigma_{\pi\pi}(\omega, p^2)$) лишь в этой точке действительно представляет сечение рассеяния пиона на реальном пионе. Но точка $p^2 = -4$ лежит вне физической области, экспериментально она недостижима. Однако полюсный характер зависимости, а именно то, что $d^2\sigma/dp^2d\omega^2 \rightarrow \infty$ при $p^2 = -1$, позволяет надеяться на определяющий вклад диаграммы рис. 1, *а* и справедливость формулы (10) в ближайшей окрестности полюса, в том числе и при физических для реакции (1) значениях $p^2 \sim 1$. Точно так же можно думать, что $\sigma_{\pi\pi}(\omega, p^2)$ не будет при $p^2 \sim 1$ сильно отличаться от реального лл-сечения. Эти соображения лежат в основе применения формулы (10) для определения пион-пионного сечения в физической области. Чем при таком приближении пренебрегается? Какие возможны ошибки?

Мы пренебрегли всеми иными диаграммами, про которые в лучшем случае можно лишь сказать, что они не приводят к полюсу второго порядка в дифференциальном сечении при $p^2 = -1$. Можно, далее, предположить, что ближайшей полюсной особенностью будет обладать диаграмма

4 УФН, т. 102, вып. 3

рис. 2, е или с тремя виртуальными пионами (рис. 2, б), с характерным переданным импульсом $p^2 \sim 9$. Не исключено, что из-за интерференции с выписанным членом в (10) она может давать заметный вклад при $p^2 \sim 3$.

Так или иначе, это лишь грубые оценки, и вопрос о применимости формулы (10) в физической области, т. е. о вкладе диаграммы рис. 1, *a*, есть на сегодняшний день экспериментальный вопрос, и мы вынуждены будем к нему возвращаться.

Можно попытаться использовать формулу (10) по-другому, найдя $d^2\sigma/dp^2d\omega^2$ в точке $p^2 = -1$ (там, где (10) справедлива) экстраполяцией значений сечений реакции (1) из физической области. Это — так называемая экстраполяционная процедура. Ее удобно производить, воспользовавшись вспомогательной функцией:

$$F(p^2, \omega) = \frac{d^2\sigma}{dp^2 d\omega^2} \left[\alpha \frac{f^2}{2\pi} \frac{1}{q^2} \frac{1}{(p^2+1)^2} \omega \sqrt{\frac{\omega^2}{4}-1} \right]^{-1}.$$
 (11)

Ясно, что $F(p^2, \omega) \rightarrow \sigma_{\pi\pi}(\omega)$ при $p^2 \rightarrow -1$. Нетрудно видеть, что

$$F(p^2, \omega) = bp^2, \tag{12a}$$

если единственной диаграммой, дающей вклад в реакцию, является полюсная диаграмма. Мы еще воспользуемся этим обстоятельством. Во всех других (более реальных) случаях закон изменения $F(p^2, \omega)$ неизвестен. Более того, закон может меняться вместе с изменением вклада других диаграмм, зависеть от p^2 , ω и q. Тем не менее чаще всего пользуются линейной экстраполяцией вида

$$F\left(p^{2}, \omega\right) = a + bp^{2}, \tag{126}$$

где постоянный член a как-то учитывает неполюсный вклад. Формула (126) оправдана как первое приближение. Она была бы удовлетворительной при $p^2 \ll 1$. При $p^2 \ge 1$ ее применение, вообще говоря, лучше, но не кардинально лучше, чем применение формулы Чу и Лоу в физической области. Оно опять-таки оправдано лишь при условии определяющего вклада полюсной диаграммы рис. 1, a. Поиски условий применимости полюсного приближения, доказательство определяющего вклада полюса в определенных условиях — одна из важных задач экспериментов.

5. Необходимые критерии применимости полюсного приближения

Нам не известны достаточные критерии применимости полюсного приближения и справедливости формулы (10). Здесь мы сформулируем некоторые необходимые критерии. Далее мы остановимся на их применении и воспользуемся результатом анализа экспериментальных данных по необходимым критериям для выявления области определяющего вклада полюсной диаграммы.

Первым критерием может быть названа проверка соотношения (12а). Этот критерий непосредственно вытекает из формулы Чу и Лоу. Он может быть сформулирован так: $\sigma_{\pi\pi}$, полученные методом экстраполяции в точку $p^2 = -1$ и по формуле (10) в физической области, должны совпадать.

Второй критерий вытекает из рассмотрения диаграммы с обменом одним пионом и был впервые высказан в работе Янга и Треймана²⁰. Теперь в литературе он носит их имя. Авторы показали, что при однопионном обмене распределение числа случаев реакции (1) по углу между плоскостью вылета пионов и плоскостью разлета нуклонов должно быть изотропным. Это естественное следствие нулевого спина виртуального пиона, который не может передать информацию о моменте из вершины в вершину. Так как плоскость разлета нуклонов не может быть определена в лабораторной системе, критерий проверяется в антилабораторной системе, где налетающий мезон покоится.

Третий критерий естественно вытекает из самой постановки задачи: σ_{ππ} при данном ω, определенное из анализа реакции (1) методом Чу — Лоу, не должно зависеть от импульса налетающего пиона.

Точно так же, если $\sigma_{n\pi}$ — действительно пион-пионное сечение, его величина должна получаться одинаковой — четвертый критерий — из анализа разных реакций, например, из анализа реакции рождения нескольких пионов, описываемой диаграммой рис. 1, б, к которой мы вернемся чуть ниже. Сейчас важно, что сечение реакции

$$\pi + N \to \pi + \pi + N^* \to \pi + \pi + \pi + N \tag{13}$$

дается формулой, полученной в полюсном приближении и аналогичной (10).

Здесь уместно напомнить о попытке проверить применимость метода Чу и Лоу для определения сечения πN -рассеяния из опытных данных, полученных при рассеянии нуклонов нуклонами²¹. В этом случае имелась возможность сравнить полученное значение сечения πN с непосредственно измеренным в эксперименте по свободному пион-нуклонному рассеянию. Недостаточная статистика, бывшая в распоряжении авторов, заставила использовать для определения $\sigma_{\pi N}$ относительно широкий интервал переданных импульсов. Но все же имеется по крайней мере качественное согласие между величиной и поведением сечения, найденного по формуле, аналогичной (10), и в прямом опыте *).

Пятый необходимый критерий — совпадение значений сечений $\sigma_{\pi\pi}$, найденных разными методами, например, методом Чу и Лоу и из анализа т-распадов и т. д. (см. ниже).

Пион-пионное взаимодействие следует считать изотопически инвариантным. В противном случае изотопическая инвариантность нарушалась бы и, скажем, в п*N*-рассеянии. Отсюда следует, и это шестой критерий, что должны выполняться определенные известные соотношения между сечениями $\sigma_{n\pi}$ в разных зарядовых состояниях. В частности, должна иметь место зарядовая симметрия: $\sigma_{n+n+} = \sigma_{n-n-}$, $\sigma_{n-n0} = \sigma_{n+n0}$.

Могут быть еще сформулированы критерии, связанные с наличием резонансов в лл-системе. Именно, для резонансов, где неупругими каналами можно пренебречь, $\sigma_{n\pi}$ должно достигать унитарного предела. Особенности в лл-вершине должны отражаться в виде особенностей в поведении всей реакции.

Очевидно, что часть критериев относится не только к проверке справедливости метода Чу и Лоу и полюсного приближения, но и к корректности других методов, для которых в ряде случаев могут быть сформулированы и специфические критерии. Подчеркнем только еще раз, что перечисленные критерии лишь необходимые; можно только надеяться, что их совместное выполнение, особенно таких весьма общих, как 3—7, в существенной степени гарантирует выделение полюсной диаграммы и достоверность значений $\sigma_{n\pi}$.

^{*)} В 1969 г. была сделана более точная работа (Z. M. Ma et al., Phys. Rev. Lett. 23, 342 (1969)), в которой сечения рассеяния протонов на пионах были найдены методом экстраноляции по величинам модифицированного переданного импульса, эффективно учитывающего сход с массовой поверхности. Сравнение найденных сечений с измеренными в прямых опытах по свободному л*N*-рассеянию в области изобары Δ_{33} говорит об их совпадении в пределах ошибок $\ll 10\%$ и является убедительным аргументом в пользу применимости метода Чу и Лоу.

6. Другие методы определения о_{ля} в периферическом приближении

Прежде всего остановимся на уже упомянутом расширении метода Чу и Лоу применительно к анализу реакции (13). Формулы для сечения реакции, соответствующие диаграмме рис. 1, δ , были получены рядом авторов ²²⁻²⁶. Правда, они несколько по-разному учитывали нижнюю вершину, которая только и отличает диаграммы рис. 1, a и δ . Все нолученные формулы имеют, конечно, одинаковую структуру:

$$\frac{d^{3}\sigma}{dp^{2} d\omega^{2} dW} = \frac{1}{16\pi^{3}} \left[\frac{1}{q^{2}} \frac{\omega \sqrt{\frac{\omega^{2}}{4} - 1}}{(p^{2} + 1)^{2}} \sigma_{\pi\pi} (\omega) \right] \times \\ \times \left[W \sqrt{\left(\frac{W^{2} - 49}{2W}\right)^{2} - 1} \left(\frac{p_{off}}{p_{on}}\right)^{2} \left(1 + \frac{p^{2} + 1}{200}\right) \sigma_{\pi p} \right] [G(p^{2})]^{2}.$$
(14)

Здесь первая скобка содержит сомножители из формулы Чу и Лоу (10), вторая — члены, учитывающие кинематику рождения изобары и вероятности рождения. Разные формулы отличаются функцией $G(p^2)$. В формуле (14) W — масса изобары, p_{off} и p_{on} — импульсы виртуального и рассеянного мезона в с.ц.м. изобары. Можно принять, и так делают ²⁶, $G(p^2) = 1$. Возможно, это правильно, во всяком случае численное различие, скажем с формулой Селлери ²⁴, составляет при разных ω от 14 до 80%. Другая причина расхождений сечений, найденных разными авторами по формуле (14), — разная ширина изобарного интервала, принимаемая в разных работах при интегрировании по W. Тем не менее мы увидим, что формула (14) позволяет получить ценную информацию о $\sigma_{\pi\pi}$, особенно если иметь в виду проверку четвертого необходимого критерия применимости полюсного приближения.

Широко распространена модификация формулы Чу и Лоу для описания реакции (1), которую применяют тогда, когда авторы хотят использовать широкий диапазон ω и p^2 . Речь идет о введении в формулу (10) дополнительного сомножителя, имеющего вид эффективного формфактора, учитывающего как формфакторы вершин и пропагатора, так, возможно, и вклад некоторых неоднопионных диаграмм.

В ранних работах фигурировали наперед заданные формфакторы, чаще всего предложенные Феррари и Селлери²⁷:

$$\Phi(p^2) = \left[0,28+0,72 / 1+\frac{p^2+1}{4,73}\right]^2, \qquad (15)$$

или Амальди и Селлери²⁸:

$$\Phi(p^2) = \left[0.28 / 1 + \left(\frac{p^2 + 1}{32}\right)^2 + 0.72 / 1 + \frac{p^2 + 1}{4.73} \right]^2.$$
(16)

Эти формфакторы мало отличаются друг от друга, особенно при малых p^2 . Оба, как и должно быть, нормированы на единицу при $p^2 = -1$. Оба имеют падающий характер, оба особенно резко падают при малых p^2 . Формфакторы (15) и (16) вводятся как универсальные функции, не зависящие не только от начальной энергии, от ω , но и от зарядового канала реакции, и даже одинаковыми для реакций (1) и (13). Более того, формфактор Селлери (15) был первоначально применен для описания рождения ионов в нуклон-нуклонных столкновениях ²⁶, а сама форма зависимости восходит к электродинамике. Все это несколько подозрительно, но само по себе еще не плохо. Хуже то, что единственной существенной проверкой справедливости введения формфакторов (15), (16) явилось то обстоятельство, что сечение $\pi^{-}\pi^{0}$ -взаимодействия, найденное по формуле (10) с формфактором (15), где константы подобраны экспериментально, достигает при массе ρ -мезона унитарного предела. Кажется, что сравнение с унитарным пределом некорректно не только потому, что может быть не вполне корректным применение формулы (10) в физической области, но главным образом потому, что нельзя игнорировать большой в этой области *S*-волновой фазы, возможной примеси других фаз и просто фоновых событий. Правда, формула (10) с формфактором (15) или, еще лучше, с подогнанным для этой цели формфактором (16) хорошо описывает зависимость дифференциальных сечений реакции (1) от p^2 в области до $p^2 \sim 50$. Но при больших p^2 формфакторы (15), (16) мало меняются. Это же обстоятельство не позволяет серьезно относиться к указаниям авторов тех работ (см., например, ²⁹), которые на относительно малой статистике в этой же области p^2 приходят к выводу, что $\Phi(p^2) \approx 1$ (а при малых p^2 ирямо противоречат экспериментальным данным, например ³⁰, которые указывают на слабое изметора.

Из (15) и (16) следует, что если $\sigma_{\pi\pi}$ извлекать из дифференциальных сечений реакции (1) вплоть до $p^2 \sim 10 \div 20$, то введение подобных формфакторов меняет величины найденных сечений по сравнению с формулой (10) приблизительно в три раза. Это значит, что вопрос о виде формфактора весьма важен. Однако мы видели, что это — чисто экспериментальный вопрос. Поэтому мы будем к нему возвращаться. Пока упомянем работу ³¹, где проблему формфактора авторы пытаются решить следующим способом. Пусть формула

$$\frac{d^{2}\sigma}{dp^{2} d\omega^{2}} = \alpha \frac{f^{2}}{2\pi} \frac{p^{2}}{(p^{2}+1)^{2}} \omega \sqrt{\frac{\omega^{2}}{4}-1} \Phi(p^{2}) \sigma_{\pi\pi}(\omega)$$
(17)

верна (это самое слабое место рассмотрения), тогда о_{лл} может быть найдено двумя путями. Именно:

$$\sigma_{\pi\pi}(\omega) = \int_{p_{\min}^2}^{p_{\max}^2} \frac{d^2\sigma}{dp^2 \, d\omega^2} \, d\omega^2 \, dp^2 \, \Big/ \int_{p_{\min}^2}^{p_{\max}^2} \alpha \, \frac{f^2}{2\pi} \times \frac{1}{q^2} \frac{p^2}{(p^2+1)^2} \omega \, \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - 1} \, \Phi(p^2) \, d\omega \, dp^2, \quad (18)$$

$$\sigma_{\pi\pi}(\omega) = \int_{p_{\min}^2}^{p_{\max}^2} \frac{d^2\sigma}{dp^2 \, d\omega^2} \, \left/ \, \alpha \, \frac{f^2}{2\pi} \, \frac{1}{q^2} \, \frac{p^2}{(p^2+1)^2} \, \omega \, \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - 1} \, \Phi(p^2). \right.$$
(19)

Выражения (18) и (19) должны быть равны как отражающие одну и ту же величину. А это возможно, когда подынтегральные выражения в (18) или числитель и знаменатель в (19) отличаются при данном ω лишь множителем, т. е. когда выбранное Φ (p^2) истинно. Такое сравнение «двухинтегрального» и «одноинтегрального» способов определения из данных о дифференциальных сечениях реакции

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^0 + p \tag{20}$$

отвергает формфакторы (15), (16), не противоречит (с точностью до замечания об унитарном пределе) возможности $\Phi(p^2) = 1$ и не было проверено для других $\Phi(p^2)$.

Удобный способ экспериментального измерения $\Phi(p^2)$, точнее, $\Phi'(p^2, \omega) = \Phi(p^2)\sigma_{\pi\pi}(\omega)$, где $\Phi'(p^2, \omega) \to \sigma_{\pi\pi}(\omega)$ при $p^2 \to -1$, был предложен Батоном ³² и получил название псевдопериферического приближения. По существу, постулируется формула (17). Вообще говоря, это не такое уж плохое приближение, ведь $\Phi'(p^2, \omega)$ произвольна. Единственное, но, по-видимому, немаловажное допущение — отсутствие добавочных членов в (17), не содержащих множителем p^2 (в противном случае они могут быть включены в $\Phi'(p^2, \omega)$). Однако рождение пионов (например, через изобару) приведет к постоянному члену в (17) и выходит за рамки псевдопериферии. Не исключено, что упомянутые добавочные члены могут в ряде случаев приводить к эффективному возникновению функции $\Phi'(p^2, \omega)$, не имеющей тогда никакого отношения к формфактору.

Сами авторы ³² так формулировали псевдопериферическое приближение. Образуем вспомогательную функцию

$$F'(p^2) = F(p^2)/p^2,$$
(21)

где $F(p^2)$ дается выражением (11), и будем ее экстраполировать в точку $p^2 = -1$, где $F'(p^2, \omega) = \sigma_{\pi\pi}$. Закон экстраполяции в каждом диапазоне ω и есть $\Phi'(p^2, \omega)$. Очевидно, что экстраполяция возможна, если $F'(p^2)$ не имеет полюса при $p^2 = 0$, т. е. при условиях, обсужденных выше и требующих каждый раз проверки их выполнения.

Псевдопериферическое приближение совпадает с экстраполяционной процедурой Чу и Лоу, когда экстраполяционная кривая проходит через нуль. При этом линейная экстраполяция в псевдопериферическом приближении соответствует квадратичной экстраполяции Чу и Лоу, квадратичная — кубической и т. д. Полученные значения $\sigma_{\pi\pi}$ практически совпадают, но ошибки, найденные в псевдопериферическом приближении, конечно, меньше, поскольку постулируется $F(p^2) = 0$ в точке $p^2 = 0$, что повторяем, требует экспериментального доказательства.

В заключение параграфов, посвященных полюсному приближению, уместно сказать о принципиальных сомнениях в справедливости полюсного приближения, которые возникли в связи с развитием теории полюсов Редже и которые скрываются под термином конспирация. Суть сомнений в том, что наряду с л-полюсом в точке $p^2 = -1$ предполагалось существование особенности в точке $p^2 = 0$, которая, конечно, делает невозможной экстраполяцию в точку $p^2 = -1$ из физической области значений p^2 и тем более применение формулы (10) в физической области. Мы ограничимся здесь лишь этим кратким замечанием, поскольку особенности при $p^2 = 0$, по-видимому, нет. Краткий обзор экспериментальных работ с этой точки зрения можно найти в ³³. Факты, приводящие к предположению о конспирации, сегодня более естественно объясняются в рамках теории комплексных моментов учетом ветвлений.

Можно еще отметить такие результаты Редже рассмотрения реакции (1): асимптотическая формула переходит при низких энергиях в s-волновой области $\pi\pi$ -рассеяния в формулу (10); естественно возникает формфактор, стремящийся, однако, к единице при стремлении квадрата полной энергии реакции к нулю; в s-волновой области даже учет перерассеяний (ветвлений), т. е. диаграмм типа 1, г, не меняет зависимости дифференциального сечения реакции $\sim p^2$, что необходимо для справедливости псевдопериферического приближения.

7. Методы обнаружения дипионных резонансов

В предыдущем изложении мы уже неоднократно упоминали, как хорошо известные, резонансы в системе двух пионов. В самом деле, несколько лет назад сложилась своеобразная ситуация (которая в известной мере сохраняется и сегодня), когда мы мало знали о величинах сечений пл-рассеяния, но уже были уверены в его резонансном характере. При исследовании пN -рассеяния все было наоборот. Первые резонансы были обнаружены как нерегулярности в энергетической зависимости полных и упругих сечений. Такие методы в случае изучения лл-взаимодействия оказались существенными скорее в негативном плане, при закрытии некоторых резонансов, которые обнаруживаются по-другому.

Метод инвариантных масс состоит в поисках особенностей в зависимости числа случаев реакций (1), (13), (9),

$$\widetilde{p} + p \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + k\pi^0 \tag{22}$$

или любой другой реакции с несколькими пионами в конечном состоянии от инвариантной массы дипионной системы ω.

Метод недостающих масс состоит в измерении под определенным углом импульса нуклона отдачи и вычисления по этим данным инвариантной массы всех остающихся частиц. Если идет реакция (3), то на соответствующем распределении числа случаев реакции будет наблюдаться

максимум, отвечающий массе ω , с шириной, характеризующей время жизни резонанса. Метод недостающих масс в изложенном виде выделяет все бозонные резонансы. Установление схемы их распада, в частности, выделение интересующих нас сейчас дипионных резонансов, требует в этом случае дополнительных измерений.

Вовсе не всякий максимум на распределении числа случаев той или иной реакции может считаться резонансом, если он даже хорошо статистически обеспечен (выброс за 4—5 стандартных ошибок над фазовой кривой). Он может

оказаться «духом» — отражением известного резонанса. Это легко пояснить с помощью рис. 3, на котором изображен фазовый объем реакции (1) в координатах ω^2 и W^2 , где W — масса системы пион — нуклон. Полоса на рисунке заключает случаи рождения известной изобары, например, Δ_{33} . Видно, что в распределении числа случаев реакции по ω , т. е. при проектировании диаграммы рис. 3 на ось ординат, возникнет максимум, носкольку полоса на рисунке гуще заселена случаями, отвечающими рождению изобары (но не бозонного резонанса!). Бывает, что образуются и изобара, и бозонный резонанс. В реакции (13) они могут образовываться одновременно. Поэтому резонансы удобно искать по сгущениям точек на диаграммах, подобных рис. 3. Отметим, что положение фазового объема относительно полосы изобары меняется с изменением начальной энергии, что приводит к изменению положения и ширины «духа».

Максимум в распределении числа случаев реакции (1) по ω может иметь и более глубокую причину. В работах ^{34, 35}, к которым мы еще вернемся, было показано, что к максимуму приводит существенный вклад треугольной диаграммы типа рис. 1, *в*. И в этом случае положение максимума меняется рассчитываемым способом с изменением начальной энергии.

Максимум, отвечающий резонансу, должен иметь брейт-вигнеровскую форму. Резонанс должен обладать определенными квантовыми числами: массой и временем жизни (ширина и положение максимума не должны меняться с изменением начальной энергии), изоспином (числа случаев в максимумах, найденных в разных зарядовых каналах реакций (1), должны относиться как соответствующие коэффициенты Клебша — Гордана), спином и четностью (должны быть определенные угловые распределения пионов в их с.ц.м.). Если существует дипионный резонанс с доминирующим каналом распада на два пиона, то сечение лл-рассеяния при



резонансной *w* должно достигать в соответствующем состоянии унитарного предела, а фаза проходить через 90°. Если имеется несколько каналов распада, то их соотношение не должно меняться при изменении условий рождения резонанса. Найденный в одной реакции истинный резонанс, как правило, обнаруживается и в других.

Перечисленные признаки резонанса не всегда легко проверить. Дело в том, что, например, реакция (1) не идет как (3). Всегда имеются в том или ином количестве нерезонансные случаи (в том числе связанные и с пион-пионным взаимодействием в других состояниях), которые обычно не вполне корректно описываются фазовой кривой. Имеются случаи, когда реакция идет как (2). Успешному выделению резонансов способствует тем не менее сам резонансный, предельно сильный характер взаимодействия. Это подобно тому, как наличие изобар способствовало успеху различных изобарных моделей при описании реакций (1). Несомненно, лучшее выделение резонансов и определение их квантовых чисел получается в том случае, когда подчеркнуто пион-пионное взаимодействие, т. е. в периферических взаимодействиях. Недаром в большинстве работ утверждается периферический характер рождения дипионных резонансов.

Если хотя бы по части признаков мы уверены в существовании дипионного резонанса, известны его спин, четность и отношение каналов распада, то известны фазы пион-пионного рассеяния в определенном состоянии при определенной ω . А они, как это имеет место и в πN -рассеянии, в значительной степени определяют энергетический ход всего сечения в окрестностях резонанса. Частично по этой причине так важны исследования резонансов, так много работ посвящено выяснению вопросов о существовании тех или иных (часто «погибших» на сегодняшний день) резонансов. Можно даже сказать, что большинство работ, посвященных $\pi\pi$ -взаимодействию, стимулировано исследованиями резонансов.

8. Фазовый анализ угловых распределений пионов в их с. ц. м.

Исследование угловых распределений пионов производят прежде всего в области резонансов для установления их спинов. Если на первых порах можно ограничиться грубыми указаниями об угловых распределениях, вроде «изотропное, $\sim \cos^2 \theta$ » и т. д., то точные исследования требуют фазового анализа угловых распределений пионов в их системе центра масс, аналогичного анализу частиц в системе центра масс упругой реакции. Соотношения, связывающие коэффициенты разложения B_i угловых распределений пионов по полиномам Лежандра с фазами рассеяния, например, для $\pi^+\pi^0$ -рассеяния в области, где существенны S- и P-волны, имеют вид

$$\sin^2 \delta_1^1 = (k^2/12\pi) B_2, \quad \sin \delta_1^1 \sin \delta_2^0 \cos \left(\delta_2^0 - \delta_1^1\right) = (k^2/12\pi) B_1, \\ \sin^2 \delta_2^0 = (k^2/12\pi) \left(B_0 - \frac{1}{2}B_2\right).$$
(23)

Здесь и далее δ_T^J — фаза; нижний индекс изотопический, верхний относится к угловому моменту. Угловые распределения пионов иногда описываются несколько иначе. Например, для $\pi^+\pi^-$ -системы, где играют роль все три изотопические состояния с T = 0,2 в S-волновом рассеянии и с T = 1 в P-волновом, дифференциальное сечение рассеяния пропорционально

$$[{}^{1}\!/_{3}\sin\delta_{2}^{0} - \delta_{1}^{1}\cos(\delta_{2}^{0} - \delta_{1}^{1}) + {}^{2}\!/_{3}\sin\delta_{0}^{0}\cos(\delta_{0}^{0} - \delta_{1}^{1}) + 3\cos\theta\sin\delta_{1}^{1}]^{2} + + [{}^{1}\!/_{3}\sin\delta_{0}^{0}\sin(\delta_{1}^{1} - \delta_{2}^{0}) + {}^{2}\!/_{3}\sin\delta_{0}^{0}\sin(\delta_{1}^{1} - \delta_{0}^{0})]^{2}.$$
(24)

Существенно, что (23) и (24) содержат интерференционные члены, чув-

ствительные к относительному знаку фаз и приводящие к асимметричным угловым распределениям.

Итак, фазовый анализ позволяет определить относительные величины и знаки фаз. Если одна из фаз известна, например, в случае ρ -мезона $\delta_1^1 = 90^\circ$, то в области резонанса можно найти другие фазы. Такой способ определения фаз, а значит, и сечений $\sigma_{\pi\pi}$, именно относительно фазы ρ -мезона, применяли многие авторы ³², ³⁶⁻⁴¹. При этом некоторые считали, что и при удалении от области ρ -мезона δ_1^1 -фаза продолжает следовать формуле Брейта — Вигнера. Это, конечно, некорректно, что и было подчеркнуто недавно в работе ⁴². Однако в окрестностях резонанса этот способ хорош, и дальше мы воспользуемся соответствующими результатами. Надо лишь иметь в виду следующее.

Во-первых, мы с самого начала предполагаем определяющий вклад пион-пионного взаимодействия. Уже неоднократно подчеркивалось, что это далеко не всегда так, и требуется отбор специальных случаев реакции (1). Такой отбор по p^2 , меньше заданного значения p_0^2 , делается. Вопрос в том, достаточен ли он?.

Во-вторых, результаты фазового анализа, по-видимому, неустойчивы к введению небольших добавок высших волн ²⁴ и неоднозначны даже при S, P-анализе. Все это еще раз подчеркивает важность совокупного анализа данных разными методами.

9. Получение данных о пион-пионном взаимодействии из анализа распадных процессов

Здесь прежде всего речь пойдет о распадах $K \to 3\pi$ и $\eta \to 3\pi$. Пример диаграммы распада, где в явном виде выделена вершина $\pi\pi$ -взаимодействия, показан на рис. 1, ∂ .

Почему мы можем думать, что перерассеяние пионов существенно? Сильное качественное указание на это — подобие спектров пионов из т- и η-распадов — разных распадов, которые обусловлены один — слабым, а другой — электромагнитным взаимодействиями. Можно думать, что характерные особенности спектров связаны именно с перерассеяниями пионов в конечном состоянии.

Уже давно были попытки использовать т-распад, например, ^{43, 44}. В последнее время, по-видимому, наиболее корректное рассмотрение распадных процессов было выполнено Анисовичем с сотрудниками ^{45, 46}. В их работах получены и сопоставлены с экспериментальными данными довольно громоздкие выражения для спектров пионов распада, которые обычно представляются отнесенными к единице фазового объема в координатах

$$\varepsilon = 1 - k_{12}^2 / E$$
 u $Z = 2 (k_{13}^2 - k_{23}^2) / \sqrt{3}E.$ (25)

В (25) через k_{ij} обозначены относительные импульсы пионов, индексы 1 и 2 относятся к одинаковым пионам или $\pi^+\pi^-$ в распаде $K_i^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$, E кинетическая энергия, выделяющаяся при распаде. Основанием для вывода формул послужила уже рассмотренная в п. 2 теория рождения частиц вблизи порога, причем ввиду заметной выделяющейся при $K \to 3\pi$ -распаде энергии ~80 Мэе разложение велось до членов порядка $E^{3/2}$. По-видимому, учет и более высоких степеней не изменит главных результатов. Тем не менее и здесь желательно иметь какие-то критерии для проверки правильности применяемых формул. Такие критерии есть, и они удовлетворяются. Авторы правильно предсказывают разное поведение спектров пионов от распадов $K^+ \to \pi^+ + \pi^- + \pi^- - \mu K^+ \to \pi^+ + + \pi^0 + \pi^0, K^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. При этом в первом из указанных случаев спектры должны следовать законам

$$W^{++-}(\varepsilon) = 1 + \beta E(\varepsilon - 1/2), \quad W^{++-}(Z) = 1$$
 (26)

и не зависеть практически от k_{ij} , а спектры во втором и третьем распадах должны быть подобны и иметь характерный рост при больших є, как раз зависящий от величин амплитуд пион-пионного рассеяния в состояниях с T = 0 и T = 2. Мы существенно воспользуемся ниже полученными в ^{45, 46} результатами, а пока отметим лишь, что из анализа распадов мезонов не удается отдельно получить значения a_0 и a_2 , а находится лишь связь между их возможными значениями.

Мы не будем детально рассматривать K_{e4} -распад (см. рис. 1, e). Надо лишь подчеркнуть, что при изучении K_{e4} -распада ⁴⁷ сведения о лл-рассеянии при $\omega \sim m_h \sim 500~M$ эв в принципе могут быть получены наиболее «чистым» образом, так как в конце реакции остаются только две сильно взаимодействующие частицы, два пиона. Сегодня мы не располагаем достаточным статистическим материалом о $K \rightarrow e + v + \pi + \pi$.

Своеобразно фазы лл-рассеяния при $\omega = m_{K_0}$ входят в описание распада $K_2^0 \rightarrow 2\pi$, который привлек к себе в последние годы пристальное внимание многих физиков в связи с проблемой несохранения *CP*-четности и возбудил очередной всплеск интереса к величинам фаз. Амплитуда распадов на два заряженных пиона равна $\eta_{+-} = \varepsilon + \theta$ и на два нейтральных $\eta_{00} = \varepsilon - 2\theta$. При этом θ пропорциональна $e^{i(\delta_2 - \delta_0)}$, где δ — фазовый сдвиг лл-рассеяния в соответствующем изосостоянии. Не исключено, что интенсивно идущее подробное изучение $K_2^0 \rightarrow 2\pi$ не только потребует данных о фазах лл, а само позволит получить такие данные, если, конечно, $\theta \neq 0$.

И наконец, еще один распад другого класса, каскадный распад странного резонанса

$$\Lambda_{1526} \longrightarrow \Sigma_{1388} + \pi \longrightarrow \Lambda + \pi + \pi, \qquad (27)$$

диаграмма которого с выделенной вершиной лл-перерассеяния изображена на рис. 1, ж. Этот распад с точки зрения получения сведений о пионпионном взаимодействии был рассмотрен Анисовичем с сотрудниками ⁴⁸ так же, как они рассматривали треугольную особенность рис. 1, в в реакции (1) ⁶. Преимущество рассмотрения реакции (27) в том, что тут точно фиксированы квантовые числа всех барионов и нет неоднозначностей с неучетом нерезонансного фона. Существенно, что анализ случаев реакции (27) позволяет в принципе сделать заключение о знаке a_0 .

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СИТУАЦИЯ

1. Камерные работы

Познакомившись с используемыми методами извлечения сведений о пион-пионном взаимодействии, остановимся теперь на основных экспериментах, где был получен исходный материал. Это прежде всего многочисленные и плодотворные работы, выполненные с помощью жидководородных камер в магнитном поле. Возможность наблюдать все заряженные продукты реакций (кроме самых мягких протонов отдачи) и достаточно точно измерять их импульсы и углы разлета позволила иметь полную информацию о процессах рождения пионов

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^+ + n, \tag{5}$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^0 + p, \qquad (28)$$

$$\pi^+ + p \longrightarrow \pi^+ + \pi^0 + p, \qquad (29)$$

$$\pi^+ + p \longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + n, \tag{30}$$

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + \pi^- + p \tag{31}$$

и процессах распада τ , τ' , η , K_{e4} и (27). Существенные ограничения камерная метолика практически всегда накладывает на статистическую обеспеченность результатов. На первых порах это сказывалось даже на поисках резонансов. Что же касается измерения сечений, то надо постоянно пом-

нить, что оно требует знания не полных сечений перечисленных реакций, которые сами по себе невелики, а дифференциальных сечений порядка микробарнов в ограниченном диапазоне переменных.

Уже в 1960 г. в работе 49, использовавшей данные обработки снимков 50 с 72дюймовой жидководородной камеры, облученной пионами с энергией 960 Мэв, было по формуле (10) оценено сечение при $p^2 \leqslant 0.3 M^2$, где M — масса нуклона. Найденные величины в 20 мбарн для реакции (5) и 40 мбарн для реакции (28) согласуются с качественным фактом, найденным в той же работе ⁵⁰, что спектр нуклонов отдачи не может быть описан статистически или с помощью изобарной модели, но хорошо согласуется в области относительно малых p^2 с формулой Чу и Лоу.

Аналогичные результаты были получены вскоре и в ряде других работ ⁵¹, ⁵².

Следует выделить работу Андерсена р. ⁵³, где впервые было и др. ⁵³, где впервые была предпринята попытка применить экстраполяционную процедуру. Брались опять-таки фотографии с 72-дюймовой водородной камеры, облученной на этот раз пионами с начальным импульсом 1,03 Гэв/с. Использовалась статистика в 1275 случаях реакции (4) при переданных нуклону импульсах $p \leqslant 400 M \mathfrak{Bc/c}$ ($p^2 \leqslant 8$). Вся область исследуемых $\omega^2 = 5.0 \div 27.5$ была разбита на восемь интервалов. Все экстраполяционные кривые, кроме первой для $\omega^2 = 5,0 \div 8,2$, не проходили через 0, указывая на заметный вклад неполюсных диаграмм. Энергетическая зависимость сечения давала ясный максимум в районе о-мезона. В 1962 г. Кармони и Ван-дер-Валле 54 вполне аналогично, только при начальном импульсе 1,25 Гэв/с и на статистике 1584 событий реакции (29) и 411 событий реакции (28), получили близкие результаты, из которых дополнительно





Пунктирные кривые — фазовый объем.

было видно, что найденные сечения $\sigma_{\pi^+\pi^0}$ и $\sigma_{\pi^-\pi^0}$ плохо совпадают друг с другом.

Тогда же Кирц, Шварц и Трипп ⁵⁵ использовали жидководородную камеру для исследования реакции (30) при начальной энергии 357 Мэе. Экстраполяционная процедура, захватывающая как во всех камерных работах относительно широкий диапазон переданных нуклону импульсов, привела авторов к отрицательным значениям сечений $\sigma_{\pi^+\pi^+}$.

Важные результаты были получены в 1963 г. с помощью жидководородной камеры при исследовании реакции (5) в широком диапазоне начальных энергий от 360 до 800 $M_{\partial\theta}$ ⁵⁶. Авторы выявили наличие особенности в спектре дипионных масс (наблюдавшейся и ранее; см., например, ⁵⁷), которая оказалась движущейся особенностью (см. спектры дипионных масс на рис. 4) и была интерпретирована как результат вклада треугольной диаграммы, рассчитанной Анисовичем, Дахно ³⁴ и Валуевым ³⁵. Применение к результатам формулы (10) в физической области привело авторов при малой ω^2 к величине сечения $\sigma_{\pi^*\pi^-}$, меняющейся от 20 до 120 *мбарн*.

В 1965—1966 гг. были опубликованы работы ^{58, 29, 59}, в которых исследовалась реакция (30) при начальных импульсах л⁺-мезонов 2,75,



Рис. 5. Линейная экстраполяция $F(p^2, \omega^2)$ для разных интервалов квадратов эффективных масс системы $\pi^+\pi^+$. a) 0,07 $\leq \omega^2 \leq 0,39$ Гэв²; 6) 0,39 $\leq \omega^2 \leq 0,59$ Гэв²; 6) 0,59 $\leq \omega^2 \leq 0,83$ Гэв².

4,0 и 1,6 Гэв/с соответственно. В этих работах экстраполяции не проводилось и сечения были определены по формуле Чу и Лоу в физической области при ограничении по переданному импульсу до $p^2 < 15$. Авторы отмечают, что распределение по переданному импульсу соответствует зависимости по p^2 в (10), а распределение по углу Треймана — Янга, полученное, правда, с небольшой статистической точностью, остается изотропным вплоть до $p^2 \approx 15$. Следует отметить недавнюю работу, выполненную в ОИЯИ 60, где для получения $\sigma_{\pi^+\pi^+}$ из дифференциальных сечений реакции (30) при начальном импульсе 2,34 Гэв/с была относительно успешно применена экстраполяционная процедура. Она показана на рис. 5.

Сечение п⁻п⁻рассеяния неоднократно извлекалось из анализа реакции (31) по формулам (14) ^{24, 61, 62}. В работе ²⁴, выполненной в ИТЭФ при начальном импульсе 3,25 *Гэе/с*, проведен аккуратный фазовый анализ полученных данных.

Важно для дальнейшего упомянуть работу ⁶³ по исследованию реакции (5) при начальном импульсе л⁻-мезона 0,94 Гэв/с, в которой получены сечения σ_{л+л-}, резко отличающиеся от других работ, особенно при малых ю. Сами авторы отмечают при этом нарушение критерия Треймана — Янга

Что касается других относительно новых камерных работ по исследованию реакций (5) и (28), то они, как правило, выполняются при начальных импульсах в диапазоне 2—8 Гэв/с, со статистикой 2000—4000 случаев при p^2 до 6 \div 15. Данные этих работ неоднократно суммировались и использовались разными авторами ^{36, 39-41} для получения сведений о пион-пионном взаимодействии с помощью фазового анализа. Суммированные данные представлены на рис. 6 и 7. На рис. 6, *а* и *б* показаны



Рис. 6. Зависимость величин $k^2\sigma$ (k — волновой вектор налетающего пиона в дипионной системе центра масс) от величины эффективной массы системы $\pi^{-}\pi^{0}(a)$ н $\pi^{+}\pi^{-}(b)$. Данные суммированы из разных работ, выполненных при разных начальных энергиях пионов и при различных значениях переданных импульсов.

распределения числа случаев соответственно реакции (28) и (5), нормированные на унитарный предел в области о-мезона. На рис. 7 показаны угловые распределения л⁻л⁰- или л⁺л⁰- и л⁺л⁻-мезонов в их с.ц.м. Это главный экспериментальный материал для фазового анализа.

Среди последних камерных работ должна быть выделена работа Батона и др. ³², где результаты исследования реакции (28) при импульсе 2,77 Гэв/с были обработаны в псевдопериферическом приближении. Зависимости $F'(p^2)$ для разных диапазонов ω и их экстраполяции в точку $p^2 = -1$ можно видеть на рис. 8.

На рис. 9 представлен один из важных для нас результатов: суммарный спектр пионов из реакций $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^+$ и $K_2^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ 64-68, полученный с помощью пузырьковой камеры, в сопоставлении с теоретической кривой, вычисленной Анисовичем и сотрудниками ⁴⁶.

Приведенные здесь, а частично и неприведенные здесь данные, которые, кстати, подробнее обсуждались в ^{33, 69-71}. будут использованы дальше при анализе применимости критериев полюсного приближения (см. таблицу) и поведения сечений пион-пионного взаимодействия (см. рис. 20— 22 и 24).

Все упомянутые выше эксперименты сделаны на жидководородных пузырьковых камерах. Камеры, наполненные жидким дейтерием, позволяют исследовать реакции на нейтроне дейтрона. Это подчас весьма



Рис. 7. Угловые распределения пионов в дипионной системе центра масс при разных значениях w.

а) Система $\pi^{-}\pi^{0}$; данные получены при начальном импульсе $q \ge 2$ Гэв/с и переданных квадратах импульсов $p^{2} \le 5$; б) система $\pi^{+}\pi^{-}$; $q \ge 2$ Гэв/с, $p^{2} \le 4$.



Рис. 8. Линейная экстраполяция функции $F'(\omega, p^2) = F(\omega, p^2)/p^2$ для разных интервалов эффективной массы системы $\pi^-\pi^0$. В скобках указано число случаев.

существенно, так как в результате реакций, например,

$$\pi^+ + d \longrightarrow p_s + p + \eta \longrightarrow p_s + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \qquad (32)$$

$$\pi^* + d \longrightarrow p_s + p + \pi^0 + \pi^0, \tag{33}$$

образуется помимо протона-«свидетеля» протон отдачи, который регистрируется и дает ценную информацию о переданном в реакции квадрате импульса p² и ω системы пионов. Реакция (33) изучалась в ⁷². Ценные сведения о взаимодействии нейтральных мезонов можно, по-видимому, получить, изучая реакцию



Рис. 9. Энергетический спектр пионов из распадов $K^+ \to \pi^0 \pi^0 \pi^+$ и $K_2^0 \to \pi^+ \pi^- \pi^0$. Сплошная кривая — теоретический расчет.

 $\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + \pi^0 + n \qquad (34)$

в пузырьковой камере, наполненной тяжелой жидкостью с большим коэффициентом конверсии, скажем, в ксеноновой камере.

2. Оцыты по исследованию лл-взаимодействия с помощью электроники

Очевидны принципиальные возможности исследований пионпионного взаимодействия с помощью методов ядерной электроники: существенное улучшение статистической обеспеченности

результатов и продвижение в область предельно малых переданных нуклону импульсов, в область максимального вклада полюсной диаграммы. Не менее очевидны и трудности, связанные прежде всего с необходимостью в общем случае исследовать многочастичную реакцию. Последнее обстоятельство требует построения сложных годоскопических систем или постановки опытов с узко поставленной задачей измерения квазидвухчастичных реакций типа (3), например, методом недостающих масс.

Именно таков был первый по времени эксперимент, выполненный Абошьяном, Боос и Кроу в 1960 г. ⁷³, когда они исследовали реакцию

$$p + d \to \pi^+ + \pi^- + \operatorname{He}^3 \tag{35}$$

и нашли особенность в измеряемом спектре He³, которую интерпретировали как резонанс в системе $\pi^+\pi^-$ с массой около 310 *Мэв*. Этот резонанс получил в литературе название *ABC* по первым буквам фамилий авторов. Попытки найти *ABC*-резонанс были предприняты в Дубне ⁷⁴ измерением спектра H³ от реакции

$$p + d \to \pi^+ + \pi^0 + \mathrm{H}^3. \tag{36}$$

Обнаружение ABC-резонанса в (36) представляло бы интерес, так как первоначально предполагалось, что пионы дают резонанс в состоянии с T = 1. В Дубне резонанс не был обнаружен. После этого Кроу и др. ⁷⁵ были проведены новые измерения, которые подтвердили как их прежние экспериментальные данные, так и данные ⁷⁴. Типичный спектр импульсов He³ приведен на рис. 10. Правый пик отвечает двухчастичной реакции с рождением одного пиона, а максимум на непрерывном спектре при импульсе ~1400 $M_{3\theta/c} - ABC$ -особенности. Надо сказать, что существование *ABC*-резонанса с самого начала представлялось не вполне убедительным, так как имелись противоречивые данные о спектре дипионных масс в реакциях (5), (22) и фоторождения двух пионов, в которых *ABC* то не появлялся, то появлялся, несколько меняя свое положение, однако весьма убедительный горб, видный на рис. 10, заставил не раз возвращаться к *ABC*-проблеме и заметно стимулировал эксперименты при малых значениях ω . В частности, тщательные



Рис. 10. Спектр импульсов Не³.

исследования 1964—1966 гг. группы ЦЕРН 76 были направлены специально на изучение области АВС-резонанса: ω от 280 до 350 Мэв. Начальная энергия п-мезонов — 285 Мэв. Экспериментальная установка состояла из двух тонкофольговых искровых камер, между которыми располагалась жидководородная мишень. Система сцинтилляционных счетчиков, которая в ⁷⁶ не была светосильной, выделяла случаи с двумя частицами в конечном состоянии, причем один из л-мезонов с энергией в интервале 50-80 Мэв тормозился, проходя водный черенковский счетчик, и останавливался в толстом сцинтилляционном счетчике. Анализируя амплитуду с этого счетчика, авторы могли измерять энергию одного из пионов (именно пионов), так как учитывался импульс от черенковского счетчика (с точностью ±5 Мэв). Ясно, что знание углов вылета пионов и энергии одного из них полностью определяет кинематику реакции (5), которая исследовалась. Применение формулы (10) дало $\sigma_{\pi^+\pi^-} \approx 25$ мбарн при $\omega^2 = 5.3$ и 1,5 < p² < 4. В более позднем сообщении на основании тех же экспериментальных данных авторы привели значение дифференциального сечения лл-рассеяния $d\sigma_{\pi^+\pi^-}/d\Omega|_{\theta=90^\circ} = 1,76$ мбарн/стер. Здесь и далее θ — угол рассеяния пионов в их собственной с.ц.м. Если принять, что рассеяние пионов в с.ц.м. изотропно при $\omega^2 = 5,3$, то $\sigma_{\pi^+\pi^-} = 21,2 \pm$ ± 4,5 мбарн. Энергетическая зависимость числа случаев реакции (5), найденная в ⁷⁶, определенно указывает на отсутствие резонанса (ABC) во всем диапазоне исследованных ω.

Вопросу существования другого мезона — S₀, или є, ситуация с которым до сих пор не ясна (мы ее обсудим в п. 3 гл. IV), посвящены электронные работы ^{77, 78}. S₀-мезон, впервые обнаруженный на спектре нейтронов из реакции (34), измеренном по времени пролета нейтронов, не был найден в более точных экспериментах, где помимо нейтрона регистрировались

5 УФН, т. 102, вып. 3



Рис. 11. Зависимость дифференциального сечения л⁺л⁻ рассеяния на угол 90° в дипионной системе центра масс от эффективной массы системы.



Рис. 12. Зависимость числа случаев реакции π⁻p → π⁻π⁺n от величины переданного импульса p для разных диапазонов эффективных масс π⁺π⁻-системы. Сплошные кривые вычислены по формуле Чу и Лоу; пунктирные — фазовый объем.



Рис. 13. Распределение случаев реакции π⁻p → π⁻π⁺n по углу Треймана — Янга для четырех интервалов эффективных масс системы.

Сплошные кривые рассчитаны в предположении изотропного распределения с учетом эффективности установки. в искровых камерах с высокой эффективностью у-кванты от распада π⁰⁷⁷. В 1965 г. группа Кронина искала ⁷⁸ скалярный S₀-мезон в дианазоне масс о-мезона, исследуя реакцию (5) при начальном импульсе л-мезона 1,5 Гэв/с. Идея эксперимента: измерение энергетической зависимости дифференциального сечения рассеяния $\pi^+\pi^-$ на угол $\theta = 90^\circ$, где вклад о-мезона со спином 1 не должен присутствовать. Такой идее и отвечала установка, хорошо всем известная, так как на ней вслед за описываемым экспериментом был проведен опыт, приведший к открытию несохранения CP-четности при распаде $K_2^0 \rightarrow 2\pi$. Это — спектрометр двух приблизительно равноимпульсных частиц, летящих по симметричным траскториям в одном магните. Найденные в работе 78 энергетическая зависимость дифференциального сечения $\pi^+\pi^-$ -рассеяния на угол 90°, зависимости числа случаев реакции (5) от p² и угла Треймана — Янга в нескольких диапазонах о² приведены на рисунках 11—13. Сплошные кривые на рис. 12 вычислены по формуле (10), пунктирные — фазовый объем. Сплошная кривая на рис. 13 соответствует изотропному распределению по углу Треймана — Янга, она рассчитана с учетом эффективности установки. Мы выделили работу Кронина и др., так как данные, полученные и приведенные на рисунках, позволяют не только судить об S_0 -мезоне, но и сделать ряд важных выводов о механизме реакции (5) в условиях эксперимента и определить сечение $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ при малых ω в предположении об изотропном рассеянии пионов.

Специально измерению $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ и $\sigma_{\pi^+\pi^+}$ была посвящена работа 1962 г. группы Ипсилантиса, Виганда и др. ⁷⁹. Исследовались реакции (5) и (30) при импульсах налетающих пионов 1,75 Гэв/с. Пучок отрицательных или положительных пионов от внутренней мишени бэватрона падал на 10-см водородную мишень, окруженную годоскопической системой сцинтилляционных счетчиков. Передняя система из 84 счетчиков со сцинтилляторами толщиной 15 см регистрировала как пионы, так и нейтроны. запаздывающие относительно пионов. Боковая система из 48 счетчиков, расположенных в непосредственной близости к мишени, регистрировала только пионы. Перед всеми счетчиками находились свинцовые конверторы, позволявшие зарегистрировать хотя бы один квант от распада л⁰. образовавшегося в мишени. Система счетчиков срабатывала каждый раз, когда в мишени происходило взаимодействие. Импульсы со всех счетчиков записывались на магнитную ленту, однако в дальнейшую обработку на ЭВМ они поступали тогда и только тогда, когда одновременно были зарегистрированы два импульса и один задержанный импульс. Дальнейший отбор нужных событий в машине и вычисление p^2 и ω^2 производились по семи величинам: трем парам углов — полярный и азимутальный для каждой частицы (углы измерялись с точностью до размеров сцинтиллятора годоскопа) — и импульсу нейтрона отдачи, найденному по времени пролета от мишени до системы передних счетчиков. Можно напомнить, что кинематика реакции (1) определяется пятью переменными; «запас» естественно улучшает точность определения p² и ω². Сечения, найденные в ⁷⁹ по формуле (10) в физической области, отличаются от полученных в других работах, хотя зависимость $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ от ω имеет характерный максимум в области ρ -мезона. На рис. 14 представлены величины $F(p^2, \omega^2)$ в зависимости от p^2 для разных диапазонов ω^2 , начиная от $\omega^2 = 16$. Нижние точки относятся к п⁺п⁺-рассеянию, верхние — к п⁺п⁻-рассеянию. Авторы не приводят экстраполяционных кривых, так как не могут, используя полиномы низкой степени, получить положительные значения для одя, которые только и имеют физический смысл. Авторы отмечают, что трудности с экстраполяцией могут быть связаны с сильным резонансным взаимодействием πN в конечных состояниях с $T = \frac{3}{2}$, $J = \frac{3}{2}$ и $T = \frac{1}{2}$, $J = -\frac{1}{2}$

 5^*

= 5/2, которые хорошо проявляются на кривых зависимости числа случаев реакций (5) и (30) от инвариантной массы пN-системы. Данные по проверке

100 δ 80 ł 6G =28 40 112 Ŧ ŧ 20 0 --20 $\underline{\omega}^{2}$ *=24* u2 80 σ 60 ł 40 ł ł 20 ł ŧ Į Ŧ 0 -20 ω^2 =20 (p', 0, μ^2 60 ł ø ₫ š 40 ø š Ī Y ł 20 Ŧ ł Ŧ Ŧ 0 -20 ω^{z} =18 м⁷ 80 I 60 ₫ 40 ş ł ₫ ₫ Ŧ δ 20 Ŧ Ŧ Ŧ ě Δ -20 ω^{2} $\frac{1}{u^2} = 16$ *80* ł 60 ł 40 D ł õ 20 1 5 -*20*L p²/u²

Рис. 14. Зависимость функции F (p², ω²) от квадрата переданного импульса для разных диапазонов эффективных масс диционной системы.

Точки: О --- я+я-система, •-- я+я+-система

критерия Треймана — Янга скорее свидетельствуют в пользу анизотропного распределения, по крайней мере для случаев с большими переданными импульсами p^2 .

Сечения пион-пионного рассеяния были наиболее подробно измерены в серии экспериментов, выполненной в ИТЭФ в 1962-1968 гг. ³⁰. ⁸⁰⁻⁸³. Исследовались реакция (5) при начальных энергиях л-мезонов 290 Мэв и 1,17 Гэв и реакция (30) при начальном импульсе п⁺-мезонов 720 Мэв/с. Эти работы отличаются тем, что в них отбирались для анализа случаи реакций (5) и (30) с p²~1 при мазначениях относительных лых энергий пионов 4 < ω²≪9, в указанных диапазонах p² и ω² набрана статистика, в несколько раз превышающая суммарную мировую, проведено тщательное обоснование применимости полюсного приближения в условиях экспериментов и проведены оценки погрешностей, связанных с методикой определения сечений. Принципиальная схема экспериментов, которые отличались друг от друга в деталях, была такой. Пучок пионов регистрировался пучковым телескопом сцинтилляционных счетчиков и попадал в жидководородную охватываемую c бомишень, ков счетчиками антисовпадений. Частицы, вылетающие вперед, пролетали через искровую камеру с малым количеством вещества и регистрировались в годоскопической системе из восьми телескопов сцинтилляционных счетчиков.

Каждый раз, когда при наличии взаимодействия в мишени годоскопическая система регистрировала две частицы, срабатывала искровая камера. Все необходимые измерения выполнялись по снимкам с искровой камеры. Величины p² и ω² определялись корреляционным методом по углам разлета частиц в предположении об изотропном распределении пионов в их с.ц.м. Дополнительная информация о пробегах частиц получалась со снимков тяжелой искровой камеры, расположенной за годоскопом. Достигнутую точность можно видеть на приводимых ниже результатах (см. также рис. 20). На рис. 15 показаны экстраполяционные процедуры: на рис. 15, а и бдля реакции (5) при 290 и 1170 Мэв, а на рис. 15, в — для реакции (30). Пять графиков на рис. 15, б относятся к различным диапазонам ω^2 , указанным на рисунках, а шестой — к суммарному диапазону. Видно, что на



всех графиках экспериментальные точки хорошо описываются прямыми, проходящими в пределах ошибок через начало координат. Отклонения от начала координат, указанные со своими ошибками на рис. 15, б, отне-



Рис. 15. Линейная экстраполяция F (p², ω²).

а) Для реакции $\pi^- p \to \pi^- \pi^+ n$ при начальной энергии $\pi^- 290$ Мес, б) для реакции $\pi^- p \to \pi^- \pi^+ n$ при начальной энергии $\pi^- 1170$ Мес; пять графиков относятся к различным диапазонам ω^2 , указанным на рисунках, шестой — к суммариому циапазону, с) для реакции $\pi^+ p \to \pi^+ \pi^+ n$ при начальной энергии $\pi^+ 590$ Мес. На рисунках указаны значения $F(p^2, \omega^2)$ при $p^2 = 0$ и полученные экстраполяцией значения $\sigma_{\pi\pi}$.

а также из сравнения сечений, найденных при разных *q*, методическую (а не статистическую) ошибку измерений в работах ^{30, 80-83} можно оценить приблизительно в 15%.

3. Фотоэмульсионные данные о лл-взаимодействии

Метод ядерных фотоэмульсий хорошо отработан и, так сказать, всегда готов к новым задачам. Не случайно он был применен для исследования пл-взаимодействия одним из первых. Это было сделано в Дубне в группе Сидорова ^{84, 85}. Авторы исследовали реакцию (5) при начальной энергии мезонов от 210 до 310 *Мэв.* Низкие начальные энергии вблизи порога реакции ⁵ были важны как методически, так как только в этом случае авторы могли целиком проследить трек вторичного пиона и найти его энергию, так и принципиально, поскольку главная цель состояла



4≤**ω**²≤5.5 4≤ω² ≤ 5.5 120 -20 -80 -19 -40 3 4 5 Ь 40 40 -24 $5,5 \le \omega^2 \le 7,0$ $5.5 \le \omega^2 \le 7.0$ -180 б_{жж}, мбарн 180 100 100 -40 Û -4/ 1 З 4 5 6 3 4 5 4 111 180 160 $4 \leq \omega^2 \leq 7.0$ $4 \leq \omega^2 \leq 7.0$ -140 -80 -100 -60 Щ ·40 -20 0 3 4 80 p² a) 6)

Рис. 16. Линейная экстраполяция $F(p^2, \omega^2)$ для разных диапазонов ω^2 . a) $p^2 \leq 5$; б) $p^2 \leq 7$.

при применении этого метода. Тем не менее, не приводя подробных данных, следует указать, что нашли (окончаавторы тельные данные 85), что $a_2 - a_0 = (0,25 \pm 0,05)$, указав в своей работе на необходимость учета квадратичных членов. Сегодня представляется более интересной обработка тех же данных экстраполяционной процедурой Чу и Лоу. Такая обработка, сделанная авторами ⁸⁶ для случаев с $p^2 < 5$ и $p^2 < 7$, показана в двух столбцах на рис. 16 соответственно для $4 < \omega^2 < 5.5; 5.5 <$ $<\omega^2<7$ и для суммарного диапазона по ω². Полученные значения о_{л+л-} в указанных диапазонах таковы: 25 ± 9 мбарн и 101 ± 58 мбарн. Ошибки статистические; статистика, как видно, не велика. Обращает на себя внимание то ,что экстраполяционная прямая не проходит через нуль, демонстрируя существенный вклад неполюсных диаграмм. Вместе с тем распределения по Треймана — Янга углу приблизительно изотроп-

ны, что, однако, в данном случае свидетельствует не в пользу однопионного обмена, а говорит об изотропном рассеянии пионов при их малой относительной энергии ⁷⁰.

Результаты проверки необходимых критериев применимости однопионного приближения

Используем теперь накопленные данные для выяснения вопроса о справедливости представления об однопионном обмене, которое лежит в основе большинства современных методов получения информации о пионпионном взаимодействии. Экономнее всего это сделать с помощью таблицы, где будут сопоставлены результаты применения разных критериев, подробно рассмотренных нами в п. 5 предыдущей главы, к результатам опытов, которые позволяют проверить хотя бы некоторые из необходимых критериев. В таблице в первой колонке указана реакция, изученная в работе, ссылка на которую дана в последней колонке. Во второй колонке — начальная энергия пиона, в третьей и четвертой — диапазоны по p^2 и ω², в остальных под условным обозначением того или иного необходимого критерия поставлены знаки «+», где результаты не противоречат полюсному характеру реакции, и «--» — в противном случае. Звездочки над значками пояснены в графе примечаний.

Реакция	q, Məs/c	Верхний предел для p ²	Диапазон ω ²	$F\left(p^{2} ight)=bp^{2}$	$\sigma_{\pi\pi}(\omega) \neq j$ (q)	Критерий Трейма- иа — Янга	<u>Изотопическая</u> инвариантность	Примечания	Ссылки
$ \begin{array}{c} \pi^{-}p \longrightarrow \pi^{-}\pi^{+}n \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ $	400 1300 1500	1,5 5 4	$4-5 \\ 4-9 \\ 4-40$	+++*	+-	+	+* +*	* См. рис. 24 * » Проверено с плохой точ-	80—82 30 78
»	320430	7	4—7	—		+*		ностью * В области <i>S-</i> рассеяния	86
»	470—930	6	422*		_			пионов * Верхний пре- дел меняется	63
»	900	6	4-19	-	_			с <i>q</i> * В области не	79
» »	$> 1750 \\ > 2000$	6 10	$16-28 \\ 4-60$		* _+ *	 +**		достигнут унитарный предел * См. рис. 6, б ** Проверено с плохой точ-	36
$ \begin{array}{c} \pi^{-}p \longrightarrow \pi^{-}\pi^{0}p \\ \pi^{+}p \longrightarrow \pi^{+}\pi^{0}p \end{array} $	}1250	8	4-34	*			*	ностью * Вне ошибок при больших	54
$\pi^- p \longrightarrow \pi^- \pi^0 p$	2770	13	4—60	+*	**			₩ *С учетом формфактора **В области достигнут	32
*	$\geqslant 2000$	10	4-60		+*	+**		унитарный предел * См. рис. 6, а ** Проверено с плохой точ-	36
$\pi^+ p \longrightarrow \pi^+ \pi^+ n$	720	2,6	4—6	+	+ *		+**	ностью * См. рис. 21 ** См. рис. 24	83
» »	460 1600	5 15	4—7 4—60	—	+*	+*		* Проверено с нлохой точ-	$\begin{smallmatrix}&55\\29,&58\\&59\end{smallmatrix}$
$ \begin{array}{c} {\pi^{-}p \longrightarrow \pi^{-}\pi^{-}\pi^{+}n} \\ \pi^{+}p \longrightarrow \pi^{+}\pi^{+}n \end{array} $	$\left.\begin{array}{c} 2340\\ \ast \ast\end{array}\right.$	10 15	4—60 4—60	+	+ * -,- *	-}	+*	ностью * См. рис. 21 * См. рис. 21 ** По многим работам	60

Из рассмотрения даже ограниченного материала таблицы можно сделать следующие выводы.

1. Перечисленные в таблице критерии не тривиальны. Есть случаи, когда они весьма заметно нарушаются, указывая на неприменимость однопионного приближения в определенных условиях.

2. Критерии достаточно «чувствительны». Они всегда, когда эксперимент допускает проверку, в согласии друг с другом указывают на определяющий вклад полюсной диаграммы или, наоборот, на существенную роль других диаграмм.

3. Отнюдь не все данные по исследованию рождения пионов пионами могут быть использованы для извлечения сведений о σ_{ππ} в рамках гипотезы о периферических столкновениях.

4. Наоборот, можно усмотреть некоторые правила, лучше сказать, сформулировать такие условия протекания реакции (1), чтобы можно было корректно с сегодняшней точки зрения получить данные о пионных сечениях.

Условия определяющего вклада полюсной диаграммы на основе анализа критериев применимости были подробно рассмотрены в работах ⁷⁰, ⁷¹, ³³. Прежде чем перейти к ним, отметим, что значки «+» и «-» в значительной степени условны, сравнение носит скорее качественный, чем количественный характер. Ошибки экспериментов, особенно при сопоставлении разных работ, еще столь велики, что рано пока количественно анализировать относительную степень нарушения критериев и судить об их «силе» и «степени» их достоверности, хотя подобный анализ, безусловно, скоро поможет не только отбраковать негодные для извлечения б_{лл}-данные, но оценить и заметно уменьшить абсолютные ошибки в определении сечений, связанные с методикой их получения.

5. Условия применимости однопионного приближения

Во-первых, и прежде всего, — это старое требование, оговоренное еще при рождении метода Чу и Лоу, чтобы переданный нуклону в реакции (1) импульс был по возможности минимальным, $p^2 \sim 1$. Это условие



важно не только при применении (10) в физической области, где выражает естественное желание приблизиться к полюсу, но и при экстраполяционных процедурах (так как в противном случае при прочих равных условиях необходимо применение полиномов более высокой степени), и при фазовом анализе угловых распределений, когда надо быть уверенным в физической реальности дипионной системы. Условие малости переданного нуклону импульса стараются выполнить во всех современных работах. Границы приемлемых p^2 каждый раз, по-видимому, свои. Они меняются в зависимости от других условий протекания реакций.



Рис. 18. Линейная экстраполяция F (p², ω²) для разных диапазонов ω². В скобках указано число случаев.

Во-вторых, реакция (1) должна исследоваться при таких начальных импульсах q, при которых треугольные диаграммы^{34, 35} не дают определяющего вклада, т. е. не на пороге рождения изобар. Важно подчеркнуть, что это условие было нарушено в работе ⁵⁶, откуда заимствован рис. 4.



Третье условие удобно пояснить на рис. 17, где в координатах квадратов масс л*N*-систем изображены фазовые объемы реакции (1) при разных q и отмечены полосы, соответствующие положению изобары Δ_{33} .

> Ось, проведенная через начало координат под углом 45° к оси абснисс. есть ось квадратов масс дипионной системы — ω^2 . Отсчет ω^2 каждый раз ведется от правой точки пересечения кривой фазового объема с осью. Надо, чтобы для анализа отбирались случаи реакции (1), лежащие вне креста изобар, что можно достичь выбором q, ω , θ или измерением для каждого случая реакции инвариантной массы $W_{\pi N}$.

> На рис. 17 показаны полуширины изобар. Если изобары рождаются с большими сечениями, то их влияние заметно и вне отмеченных зон. Тогда, и это четвертое условие, надо отбирать случаи при таких *а*, когда сечение рождения изобар минимально. Напомним, что сечение рождения изобар (например, Δ_{33}) меняется весьма сильно, проходя через максимум, что, возможно, соответствует каскадному распаду изобар.

> > для из-

В-пятых. бежания главнейшего различных диапа-«врага» полюсного механизма надо анализиро-

Рис. 19. Распределения случаев реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^+ n$ углу Треймана — Янга для no **3**0H0B ω².

вать реакции с изотопически подавленным изобарным состоянием в конце реакции. Неправильные данные о $\sigma_{\pi\pi}$ получаются при изучении реакций с Δ_{33}^{++} в конечном состоянии (см., например, черные точки на рис. 22). Отметим, что перечисленные в общем довольно очевидные условия появились здесь не как результат умозрительных, хотя и очень вероятных, заключений, а как следствие известных экспериментальных данных. Недавно они нашли хорошее подтверждение в работе ⁸⁷, выполненной в ФТИ после их формулировки. В 87 использовались оригинальные данные о реакции (5), полученные фотоэмульсионным методом и обмеренные случаи с жидководородной камеры, облученной при энергии л в интер-

вале 360 ÷ 780 Мэв, предоставленные авторам Фемино, Кирцем и Витти-

тое ^{88, 56, 89}. Частично это те самые данные, к которым мы уже обращались и которые приводили к меняющимся сечениям $\sigma_{\pi^+\pi^-}$, к нарушению необходимых критериев. В ФТИ для извлечения $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ были отобраны только случаи вне изобарных полос и с малыми $p^2 \leqslant 6 \div 10$ для разных диапазонов ω . Полученные сечения $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ находятся в хорошем согласии с найденными ранее, например, в ³⁰, ⁸² (см. рис. 22). Экстраполяционная процедура и ее результаты хорошо иллюстрируются рис. 18, где показаны те же величины, что и на рис. 15, б. Распределения по углу Треймана — Янга для отобранных случаев реакции (5) (сплошная кривая) и всех случаев (пунктирная кривая) показаны для разных диапазонов ω на рис. 19. Рис. 18 и 19 достаточно убедительны и, будем надеяться, после сказанного не требуют дополнительных комментариев.

IV. СВОЙСТВА ПИОН-ПИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

1. Сечения низкоэнергетичного пион-пионного рассеяния

Обсудив источники информации о пион-пионном взаимодействии, выявив условия, когда ими можно пользоваться, и в какой-то мере поняв достоверность имеющихся результатов, рассмотрим теперь данные о $\sigma_{\pi\pi}$, считая, что они действительно есть сечения рассеяния пионов на пионах. Естественно, мы приведем и будем обсуждать лишь те данные, которые представляются удовлетворительными с рассмотренных выше точек зрения. Полный, некритический обзор данных на период до 1966 г. есть в работе ⁹⁰. Сравнение соответствующих распределений с приводимыми здесь показывает, к каким противоречивым и необоснованным выводам можно прийти, пользуясь всеми опубликованными результатами.

На рис. 20—22 приведены измеренные энергетические зависимости сечений для разных зарядовых состояний дипионной системы. Использованные работы обсуждались выше и ссылки на них приведены на рисунках. Во всех случаях, где формфакторы не были определены в рамках эксперимента, они полагались при малых p^2 равными единице. Все показанные на рисунках ошибки — статистические. Кое-где, чтобы не загромождать рисунок, для точек разных авторов показаны горизонтальными ошибками характерные для работ интервалы ω , в которых определялись сечения. Светлые точки на рис. 21 относятся к исходной реакции (31), черные — (30). На черные точки на рис. 22 сейчас не следует обращать внимание, поскольку они обусловлены в значительной мере резонансным πN -взаимодействием в конечном состоянии, что мы уже обсуждали. Приведенные на рис. 20—22 данные позволяют сделать следующие заключения:

1. Результаты приведенных работ хорошо согласуются друг с другом, хотя данные из реакции (31) разбросаны, конечно, несколько сильнее. Взаимосогласованность будет очевидной, если учесть не отмеченные на рисунках систематические ошибки, которые в лучших работах ^{30, 32, 83, 87} масштаба 15%, а в иных ^{54, 61, 91, 92}, по-видимому, доходят до 30—40%.

2. Все сечения имеют, как и следовало ожидать, величины, характерные для сильного взаимодействия, но нигде в указанных на рисунках диапазонах ω не достигают резонансных значений.

3. Сечения плавно меняются, не обнаруживая в пределах разрешения но ω резонансных максимумов. $\sigma_{\pi^+\pi^-}$ и $\sigma_{\pi^-\pi^0}$ в пределах ошибок остаются постоянными до $\omega \sim 500$ Мэв, а $\sigma_{\pi^+\pi^+} \approx \sigma_{\pi^-\pi^-}$ плавно падает вплоть до $\omega \sim 900$ Мэв.

Угловые распределения пионов можно видеть на рис. 7, а для системы $\pi^{\pm}\pi^{\pm}$ и при малых о для $\pi^{\pm}\pi^{0}$ дополнительно по сумме всех известных



1









Рис. 22. Энергетическая зависимость сечения п[∓]п⁰-рассеяния.

нам данных, на рис. 23. Данные, особенно при малых о, явно недостаточны. Трудно судить о малых примесях фаз, хотя это, как мы увидим, может

быть очень важно. Видно лишь, что S-волна доминирует у порога. Это полтверждает и соотношение, верное S-волновой области, в $\sigma_{\pi \pm \pi \pm} =$ $= 2\sigma_{\pi-\pi^0}$, которое выполняется при малых ω. Рост сечения оп-ло относительно падающего сечения о_{п±п±} связан с возрастающей ролью Р-волны.

2. Амплитуды рассеяния у порога

У порога, при $\omega = 2$ сечения пион-пионного рассеяния и амплитуды связаны соотношениями:

$$\sigma_{\pi^+\pi^- \to \pi^+\pi^-} = \frac{4\pi}{9} |a_{+-}|^2 = \frac{4\pi}{9} |2a_0 + a_2|^2, \quad (37)$$

$$\sigma_{\pi^+\pi^+} = \sigma_{\pi^-\pi^-} = 8\pi |a_2|^2, \qquad (38)$$

$$\sigma_{\pi^+\pi^0} = \sigma_{\pi^-\pi^0} = 4\pi |a_2|^2, \quad (39)$$

$$\sigma_{\pi^+\pi^- \to \pi^0\pi^0} = \frac{8\pi}{9} |a_2 - a_0|^2. \quad (40)$$

Здесь $a_{+-} = 2a_0 + a_2$ — амплитуда **π**⁺**π**⁻-упругого рассеяния в смешанном изотопическом состоянии. Экстраполируя данные рис. $20-22 \kappa \omega = 2$



Рис. 23. Угловые распределения пионов в дипионной с. ц. м.





и воспользовавшись (37)-(39), найдем с учетом систематических ошибок $|a_{+-}| = 0.95 \pm 0.20$ и $|a_2| =$ =0,19±0,02. Затем найдем а. Это удобно сделать, воспользовавшись рис. 24. На нем по оси абсцисс отложена величина а₀, а по оси ординат — а2. Полосами, параллельными оси абсцисс, обозначены области вероятных значений а₂. Их две, так как мы знаем лишь $\sigma_{\pi^{\pm}\pi^{\pm}} \sim a_2^2$. Ширина полос, как и далее, отвечает одной стандартной ошибке. Параллельные наклонные полосы соответствуют вероятным значениям а_{+ -}, т. е. соотношению (37). Пересечение полос дает четыре области возможных решений для a_0 и a_2 . Для выбора одного из них

надо привлечь дополнительные данные. Областями, ограниченными кривыми во втором и четвертом квадрантах, показана связь между a_0 и a_2 из анализа т-распада 46. Прежде всего следует отметить хорошее согласие результатов анализа ⁴⁶ с парой (особенно с одним) из найденных решений. Важно, что пара выделяемых решений такова, что $|a_0|$ и $|a_2|$ определяются однозначно и знаки их различны. Выбор решения с $|a_0| \approx 0,6$ подтверждается результатами (к сожалению, недостаточно точными) работы ⁷² по исследованию реакции (33). Линии на рис. 24 изображают центр некоторой допустимой этими опытами области значений a_0 и a_2 , причем границы довольно не определенны. Можно бы ожидать полосы согласно уравнению (40), но авторы приводят свои данные в отношении к сечени-







ные в отношении к сечениям $\sigma_{\pi^+\pi^-}$, полученным в аналогичных условиях при том же q. Так они, по-видимому, надеются исключить неопределенности, связанные с неизвестными формфакторами $\Phi'(p^2, \omega)$. Такой метод заслуживает внимания.

Для выбора одного из решений или, что то же, для определения знака амплитуд нужны дополнительные данные. Кривые. связывающие a_2 и a_0 в ⁴⁶. асимметричны, так что есть надежда, что уточнение спектров пионов из т-распада может привести к выбору одного решения. На $a_0 < 0$ указывает анализ 6 (5) в области определяющего вклада треугольной диаграммы рис. 1, в и анализ 48 реакции (27) рис. 1, ж. Знаки а+ -

и a_2 можно также попытаться определить в приближении эффективного радиуса. Именно, при малых относительных импульсах пионов $k = \sqrt{\omega^2/4 - 1} < 1$, т. е. при малых ω , имеют место соотношения

$$\pm \sqrt{\frac{4\pi}{9\sigma_{\pi^+\pi^-}} - k^2} = \frac{1}{a_{+-}} + \frac{k^2 r'}{2}, \qquad (41)$$

$$\pm \sqrt{\frac{8\pi}{\sigma_{\pi^+\pi^-}} - k^2} = \frac{1}{a_2} + \frac{k^2 r''}{2} , \qquad (42)$$

где r — радиус взаимодействия, который будем считать положительным, т. е. рассеяние потенциальным. Тогда, если, конечно, (41) и (42) применимы, можно найти амплитуды рассеяния и их знаки относительно знака радиуса. Такая процедура для a_{+-} , впервые сделанная в ⁹³, показана на рис. 25. На рис. 26 показана наиболее корректная попытка ⁸³ определить знак a_2 (см. также ^{61, 32}, где аналогичным методом знак a_2 определен при k > 1). На рис. 25 и 26 по оси абсцисс отложены k^2 , а по осям ординат корни, соответствующие (41) и (42). Видно, что в этих координатах, как и должно быть по (41) и (42), экспериментальные точки ложатся на прямые. Два графика на рис. 25 соответствуют использованным $\sigma_{\pi+\pi-}$, полученным экстраполяцией и в физической области. Определенные на рис. 25 и 26 как свободные члены уравнения прямой, $|a_{+-}|$ и $|a_2|$ хорошо согласуются с приведенными выше. Знак наклона прямых дает знак амплитуды: $a_{+-} < 0$. Амплитуда $a_2 > 0$, но весьма вероятно, как видно из врезки на рис. 26, где показано поле χ^2 в зависимости от a_2 и r, и отрицательное значение $a_2 < 0$. Не исключено и $a_0 > 0$, но, суммируя все данные об амплитуде у порога, кажется, что решение во втором квадранте предпочтительнее. Сомнения возникают при сравнении знаков a_0 и a_2 и знаков фаз δ_0^0 и δ_2^0 , найденных при фазовом анализе в области ρ -мезона относительно знака резонансной фазы δ_1^1 : обычно принимают, что $\delta_0^0 >$ >0, $\delta_2^0 < 0$. Строго говоря, и приведенные выше данные окончательно не исключают возможности решения во втором, третьем и четвертом квадрантах.

3. О резонансах в лл-системе

Сначала остановимся на резонанснах в области низких энергий, где мы считаем известными сечения пион-пионного взаимодействия. Мы подчеркивали отсутствие видимых нерегулярностей в энергетической зависимости сечений и их величину, далекую от унитарного предела. Но в литературе появлялись и появляются упоминания о резонансах в этой области. И хотя некоторые из этих резонансов (например, § с массой около 500 *Мэв*) «умерли статистической смертью», как уже умер не один десяток резонансов, но другие все еще обсуждаются и заслуживают внимания.

Это прежде всего ABC-резонанс или, лучше сегодня сказать, ABCаномалия при энергии около 300 Мэв. Нет оснований сомневаться в экспериментальных результатах опытов Кроу и др., в наличии максимума на спектре ядер отдачи в реакции (35). Но дело здесь, по-видимому, не столько в лл-взаимодействии, сколько в типе реакции. Сегодня такое утверждение представляется достаточно обоснованным, так как ABC-аномалия объясняется определяющим вкладом неоднократно упоминаемой треугольной диаграммы ^{34, 35}. Но, приняв такое объяснение, надо признать, что, во-первых, в ряде работ, например, там, где исследовался спектр дипионов, возникающих при аннигиляции антипротонов, куда треугольная диаграмма не имеет отношения, выбросы, соответствующие ABC-аномалии, — статистические; во-вторых, ABC-аномалия есть косвенное указание на существование интересных объектов — изоядер ⁹⁴.

Онять-таки треугольная диаграмма рис. 1, в является объяснением особенностей, которые принимались за резонанс с изоспином 0 и нулевым спином с массой около 400 *Мэв*, за так называемый с-мезон. Достаточно, к примеру, посмотреть с этой точки зрения на рис. 4. Однако вопрос о с-мезоне, которому посвящена обширная литература, сложнее. Дело в том, что с-мезон появляется при теоретическом анализе πN - п NN-столкновений ⁹⁵⁻⁹⁷, его существованию не противоречат данные о η - и т-распадах ⁹⁸, ⁹⁹. Но, с одной стороны, нет уверенности в корректности и. главное, однозначности теоретических утверждений, а с другой, — в самих теоретических работах в последнее время с-мезон все более «расплывается». В ⁹⁶ его параметры: масса 430 \pm 70 *Мэв*, а ширина $\Gamma = \frac{+400}{-150}$, —таковы, что это странное для брейт-вигнеровского резонанса образование.

Теперь — об области 700—800 *Мэв*, области общепризнанного *р*-мезона, который и мы считали хорошо известным. *р*-мезон — резонанс, повидимому, брейт-вигнеровской формы, с изоспином и спином, равными единице, отрицательной четности, принятые масса и ширина порядка 760 и 120 *Мэв* соответственно. (Многочисленные ссылки на оригинальные работы по обнаружению *р*-мезона и нахождению его параметров, как и по другим резонансам, легко найти в известных таблицах Розенфельда.) Здесь приходится говорить о порядке, несмотря на то, что статистические точности достаточны. Дело в том, что в разных работах, в разных условиях масса о-мезона и особенно его ширина — весьма различны. В некоторых работах, быть может, в наиболее «чистых» условиях, ширина о-мезона доходит до 90 Мэв. Можно упомянуть о «расщеплении» о-мезона, которое в последнее время не обнаруживается. Резко различны угловые распределения пионов распада нейтрального и заряженных о-мезонов; при этом угловое распределение л⁺л⁻ резко асимметрично (см. рис. 7). Все это, безусловно, способствовало популярности поисков изоскалярного скалярного мезона, так называемого S₀- или е-мезона с массой, близкой к массе о-мезона, который естественно объяснил бы особенности о-мезона. В обзоре работ мы уже упоминали о некоторых оригинальных исследованиях (в частности, 78). Вывод последней работы (где, напомним, измерялось $d^3\sigma/dp^2d\omega^2d\theta$ при $\theta = 90^\circ$, где *P*-волновой вклад должен быть равен нулю) таков: экспериментальные данные не противоречат существованию So-мезона, но соответствующий пик на распределении дифференциального сечения в зависимости от со может быть объяснен как следствие деполяризации о-мезона. Если угловое распределение пионов имеет вид $a + b \cos^2\theta$, то достаточно a/b = 0.06, чтобы объяснить экспериментальные данные без S₀. Настораживает и близость параметров возможного S₀ и о. Авторы другой работы ¹⁰⁰ скорее настаивают на существовании So. Дополнительно к обычному анализу асимметрии углового распределения п'л- они экстраполяцией находят асимметрию при $p^2 = -1$ и утверждают, что при $\omega = M_{
m o}$ она близка к максимально возможной при интерференции резонансных значений S- и P-фаз. Об отсутствии So говорят результаты работы 77, где при начальном импульсе 1,72-2,46 Гэв/с авторы искали пик в спектре масс двух нейтральных пионов, образующихся в реакции (34), которая предпочтительнее (5), так как о не распадается на попо. Кстати, в 77 утверждается отсутствие любых резонансов в области до 900 Мэв, если их ширина больше 30 Мэв. Авторы, проводившие исследование спектра масс системы двух нейтральных пионов в жидкодейтериевой камере, где с помощью пластин конвертеров в рабочем объеме регистрировались и у-кванты ⁷², не отмечают присутствия S₀. Максимум распределения в районе 700-800 Мэв совпадает с максимумом фазового объема. Таким образом, ситуация остается неопределенной. Сейчас ряд групп заняты поисками особенности в системе $\pi^0\pi^0$. Во многих работах вопрос об S_0 -мезоне пытаются решить с помощью фазового анализа пл-данных, выделяя δ_0^0 . Фазовый анализ мы обсудим ниже, а пока перейдем к вопросу о более тяжелых дипионных резонансах.

Минуем обсуждаемые сегодня в литературе дипионные резонансы с T = 2 при 850 $M_{\partial \theta}$ ²⁴ и с T = 0 и J = 0 в районе 1050 $M_{\partial \theta}$ ¹⁰¹, про которые можно лишь высказать некоторые критические замечания и которые не следует пока считать твердо установленными. Обратимся к f_0 -мезону изоскалярному резонансу с квантовыми числами 2⁺, массой 1260 \pm 10 $M_{\partial \theta}$ и шириной ~ 140 $M_{\partial \theta}$. Это — надежная особенность. В дальнейшем не исключены лишь уточнения, связанные со структурой резонанса и с уточнением его квантовых чисел. Важно подчеркнуть, что это — резонанс в D-волне (где 90° достигает δ_0^2 -фаза) с подавляющим каналом распада на два пиона. Еще более тяжелые известные резонансы, факт наличия которых, по крайней мере как особенностей на спектрах недостающих масс, не вызывает сомнения, нам, с точки зрения пион-пионного взаимодействия, менее интересны, поскольку в них канал распада на два пиона сильно подавлен.

В заключение параграфа сделаем несколько неожиданный вывод: да, мы не сомневаемся в резонансном характере пион-пионного взаимодействия, но, в сущности, мы очень мало знаем о резонансах в дипионной системе. Нужны новые эксперименты, даже для детального изучения ри f₀-мезонов. Необходимо всестороннее доказательство наличия резонансов по всем пунктам, рассмотренным нами в п. 7 гл. II. Кажется весьма существенным обращать больше внимания на механизм образования резонансов, выделяя условия их чистого проявления.

4. Фазы лл-рассеяния

Если при малых энергиях считать существенными лишь S-волны, то δ_0^0 и δ_1^0 легко находятся из a_0 и a_2 , значения которых вблизи порога обсуждались нами в п. 2 этой главы. Напомним, что четным спинам могут соответствовать лишь четные значения T.

Фазовый анализ с учетом S- и P-волн (S, P-анализ) неоднократно делался ³⁶⁻⁴¹ на основе угловых распределений рис. 7. Не будем еще раз обсуждать (см. гл. II, п. 8) принципиальные вопросы применимости фазового анализа в данном случае, а обратимся к результатам. Сильная асимметрия в угловых распределениях $\pi^+\pi^-$ в области ρ -мезона, если ее объяснять интерференцией δ_0^0 - и δ_1^0 -фаз, сразу свидетельствует о большой δ_0^0 - фазе. В противном случае интерференционный член, пропорциональный $\sin\delta_1^1 \sin\delta_0^0 \cos(\delta_1^1 - \delta_0^0)$, при $\delta_1^1 \approx 90^\circ$ был бы близок к нулю. У разных авторов есть расхождения по поводу того, в этой ли области фаза δ_0^0 проходит через 90° или нет? Речь, как видно, опять идет об S_0 -мезоне. Кажется, что для решения этой проблемы прежде всего важен знак фазы δ_0^0 .

Обычно из факта положительной асимметрии делают вывод об одинаковых знаках δ_1^1 и δ_0^0 , считая, что $\delta_1^1 > 0$. Нетрудно видеть, однако, что знак интерференционного члена не изменится при изменении знака δ_0^a , так как в приведенном выражении меняют знак и $\sin \delta_0^0$, и $\cos (\delta_1^1 - \delta_0^0)$. Другими словами не исключено, что фаза 8° - большая по абсолютной величине и отрицательная. Эта возможность хорошо согласуется с наиболее вероятным знаком фазы δ_0^0 у порога. Есть еще альтернативная возможность — изменение знака δ_0^0 в интервале энергий от порога до о-мезона. Кстати, такую возможность необходимо допустить, если формально следовать всем наблюденным в лл-системе асимметриям в рамках S, Pанализа. Но вариант с изменением знака кажется мало привлекательным. Во-первых, потому, что требует аномально малого сечения о_{л+п}-рассеяния в области перемены знака фазы; во-вторых, тогда надо признать случайным совпадение фаз, найденных из угловых распределений и из энергетического хода полных сечений $\pi^+\pi^-$ рассеяния. Сопоставление фаз было сделано в ⁷¹. Конечно, может быть $\delta_0^0 > 0$ и $a_0 > 0$ у порога, но хочется подчеркнуть, что прохождение фазы δ_0^0 через—90° не только было бы любопытным фактом, но и объяснило бы ряд особенностей наблюдаемого о-мезона.

С фазой δ_1^1 есть относительная ясность и однозначность. Ее энергетическая зависимость изображена на рис. 27, взятом из ³². Хорошо видно прохождение фазы через 90° при массе ρ -мезона. Особенно нагляден пик на зависимости $\sin^2 \delta_1^1$ от ω на врезке.

Модули фаз δ_2^0 , найденные как из угловых распределений $\pi^-\pi^0$ -системы, так и из анализа угловых распределений пионов одинакового знака, хорошо согласуются с величинами сечений $\sigma_{\pi^{\pm}\pi^{\pm}}$, приведенными на рис. 21, и могут быть оттуда вычислены. Фазы δ_2^0 относительно малы вплоть до 1 Гэв. Это согласуется с поведением асимметрии в $\pi^{\pm}\pi^0$ -системе. Именно, в р-области асимметрия практически отсутствует, соз ($\delta_1^1 - \delta_2^0$) — мал при $\delta_1^1 = 90^\circ$. Асимметрия возникает при уменьшении и увеличении δ_1^1 и меняет знак после прохождения δ_1^1 через 90°. Знак асимметрии указывает на

6 УФН, т. 102, вып. 3

δ⁰₂ < 0. Недавно появилась принципиально важная работа ¹⁰², где авторы пытаются найти знак из наблюдения интерференции амплитуды лπ-рассеяния с кулоновской амплитудой. Они также указывают на отрицатель-



Рис. 27. Энергетическая зависимость фазы δ_1^1 ллрассеяния.

ный знак амплитуды *a*₂. К сожалению, статистика явно недостаточна.

Мы уже указывали на некоторые противоречия, возникающие в рамках S, P-анализа, если верить всем наблюденным асимметриям. Прямо на присутствие малой δ_2^2 -фазы начиная с 600 Мэв указывают авторы работы ²⁴, анализируя угловые распределения в реакции (31). Несомненно, при 700-800 Мэв, если не раньше, должна существенную роль играть и δ_0^2 фаза, проходящая через резонансное значение при 1260 Мэв, подобно тому как δ_1^1 влияет вплоть до 400 Мэв. Видно, что

S, P-анализ недостаточен. Но присутствие даже малой δ_T^2 -фазы может сильно повлиять на угловые распределения. Поэтому в рамках S, P, D-анализа особенно ясно, сколь необходимы новые точные данные об угловых распределениях пионов в их системе центра масс.

Мы из эксперимента мало знаем пока о высших фазах лл-рассеяния и о поведении δ_0^0 , δ_1^1 , δ_2^0 при высоких энергиях больше 1 *Гэв*.

5. Заключение

Число работ, посвященных пион-пионному взаимодействию, превышает несколько сотен и растет, отражая неизменный интерес к проблеме. В обзоре, который и так достиг границ допустимого объема, мы не смогли остановиться на всех работах. Мы совсем не касались теоретических работ, а их, конечно, большинство. В них разные авторы на основе дисперсионных соотношений, гипотезы частично сохраняющегося аксиального тока, кроссинг-симметрии и пр. пытаются делать предсказания о величинах амплитуд пл-рассеяния. Понятно, что строго вычислить амплитуды нельзя из-за отсутствия теореии сильных взаимодействий. Для характеристики имеющихся теоретических предсказаний можно заметить, что вероятные значения a_0 и a_2 в разных гипотезах довольно плотно заселили квадрат $|a_0| \leq 1$, $|a_2| \leq 1$. Это обстоятельство полезно помнить, чтобы не обольщаться совпадениями тех или иных экспериментальных данных с той или другой теорией, и совсем не надо толковать как призыв не интересоваться теоретическими работами. Безусловно, был бы полезен их детальный анализ.

Можно отметить, что очень многие работы опираются на соотношение Чу и Мандельстама ¹⁰³ 2a₀ = 5a₂, справедливое в нефизической области, в точке, где равны все три мандельстамовских инварианта s = u = t. Из этого соотношения видно, что знаки ао и аг хорошо бы иметь одинаковыми. Кстати, соотношению $2a_0 = 5a_2$ удовлетворяет решение в третьем квадранте. Ситуация, однако, может измениться в физической области, где, быть может, имеет место 104 $2a_0 - 5a_2 = 18a_1$. Это возвращает нас к детальному анализу экспериментальных данных о пион-пионном взаимодействии, к насущной задаче их накопления и улучшения.

обзоре рассматривались в основном работы, опубликованные до января 1969 г. Мы не стремились к тому, чтобы даже экспериментальные работы были упомянуты предельно полно. Остается надеяться, что удалось подчеркнуть основные тенденции исследования и главные свойства пл-взаимодействия.

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- S. I. Lindenbaum, R. M. Sternheimer, Phys. Rev. 110, 1723 (1958); 105, 1874 (1957), 106, 1107 (1957); 123, 333 (1961).
 S. Bergia, F. Bonsignori, A. Stanghellini, Nuovo Cim. 16, 1073

- S. Бегдга, Р. Болзгдлогг, А. Stangneritni, Nuovo Chil. 10, 1073 (1960).
 В. Анисович, ЖЭТФ 39, 97 (1960); 39, 1357 (1960).
 М. G. Olsson, G. B. Yodh, Phys. Rev. 145, 1309, 1327 (1966).
 М. М. Акаров, Материалы III зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий, ФТИ им. Иоффе, 1968, стр. 153—207.
 В. В. Анисович, Е. М. Левин, А. К. Лиходед, Ю. Г. Строганов, по 5 5 5 2 40000.
- ЯФ 8, 583 (1968).

- T. C. Lovelace, Proc. Roy. Soc. 289A, 547 (1966).
 R. H. Dalitz, R. G. Moorhouse, Phys. Lett. 14, 159 (1965).
 H. Goldberg, Phys. Rev. 154, 1558 (1967).
 I. M. Namyslowski, M. S. K. Razmi, R. G. Roberts, Phys. Rev. 157, 4000 (4000).
- 1328 (1967). 1328 (1967). 11. V. N. G г і b о v, Nucl. Phys. 5, 653 (1958). 12. А. А. Ансельм, В. Н. Грибов, ЖЭТФ 36, 1890 (1959); 37, 501 (1959). 13. В. Н. Грибов, ЖЭТФ 41, 1221 (1961).
- 14. В. В. Анисович, А. А. Ансельм, В. Н. Грибов, ЖЭТФ 42, 224 (1962).
- В. В. Анисович, Ланини воскиви, р. П. Грисов, Могу Ц., С. (100).
 В. В. Анисович, Вопросы физики элементарных частиц, Труды II весенней школы теоретической и экспериментальной физики, Изд. АН Арм. ССР, 1962, стр. 32-40.
- 16. В. В. Анисович, А. А. Ансельм, УФН 88, 287 (1966).
- 16. В. В. Анисович, А. А. Ансельм, УФН 88, 287 (1966).
 17. А. А. Ансельм, Материалы III зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий, ч. II, ФТИ им. Иоффе, 1968, стр. 78—91.
 18. Л. Б. Окунь, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ 36, 300 (1959).
 19. G. F. Chew, F. F. Low, Phys. Rev. 113, 1640 (1959).
 20. S. B. Treiman, C. N. Yang, Phys. Rev. Lett. 8, 140 (1962).
 21. G. A. Smith et al., Phys. Rev. lett. 5, 571 (1960).
 22. И. М. Дремин, ЖЭТФ 39, 130 (1960).
 23. F. Salzman, G. Salzman, Phys. Rev. 120, 599 (1960).
 24. Е. Ferrari, F. Selleri, Nuovo Cim. 27, 1450 (1963).
 25. И. А. Ветлицкий и др., ЯФ 8, 743 (1968).
 26. А. W. Key et al., Phys. Rev. 166, 1430 (1968).
 27. Е. Ferrari, G. Selleri, Phys. Rev. Lett. 7, 387 (1961); G. Selleri, Phys. Lett. 3, 76 (1962).

- 27. Е. Ferrari, G. Selleri, Phys. Rev. Lett. 7, 387 (1961); G. Selleri, Phys. Lett. 3, 76 (1962).
 28. U. Amaldi, G. Selleri, Nuovo Cim. 31, 360 (1964).
 29. ABBBHLM Coll., Phys. Rev. 138B, 897 (1965).
 30. A. B. Apedbe B u Ap., HD 5, 1239 (1967).
 31. D. D. Allen et al., Nuovo Cim. 52, 286 (1967).
 32. I. P. Baton, G. Laurens, I. Reignier, Phys. Lett. 25B 419 (1967); Nucl. Phys. 3B, 349 (1967).
 33. A. B. Apedbe B, T. A. Лексин. Материалы IV зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий, ч. 1, ФТИ им. Иоффе, 1961, стр. 138.
 34. B. B. Анисович, Л. Г. Дахно, ЖЭТФ 46, 1152 (1964).
 35. Б. H. Baлye B, ЖЭТФ 47, 649 (1964).
 36. W. D. Walker, Rev. Mod. Phys. 39, 695 (1967).

- 37. W. D. Walker et al., Phys. Rev. Lett. 18, 630 (1967).
 38. P. B. Johnson et al. Phys. Rev. 163, 1407 (1967).
 39. L. I. Gutay et al., Phys. Rev. Lett. 18, 142 (1967).
 40. S. Marateck et al., Phys. Rev. Lett. 21, 1613 (1968).
 41. E. Malamud, P. B. Schlein, Phys. Rev. Lett. 19, 1056 (1967).
 42. M. Bander, G. L. Shaw, I. R. Fulco, Phys. Rev. 168, 1679 (1968).
 43. N. N. Khuri, S. B. Treiman, Phys. Rev. 119, 1115 (1960).
 44. M. Ferro-Luzzi, D. H. Miller, I. I. Murrey, A. H. Rosenfeld, Nucco Cim 22, 1087 (1964). Nuovo Cim. 22, 1087 (1961).
- 45. В. В. Анисович, ЖЭТФ 44, 1593 (1964). 46. В. В. Анисович, Л. Г. Дахно, Письма ЖЭТФ 6, 907 (1967); ЯФ 6, 845 (1967).
- 47. F. A. Berends, A. Donnachie, Phys. Rev. 171, 1457 (1968). 48. В. В. Анисович, Е. М. Левин, А. К. Лиходед, Письма ЖЭТФ 7, 99 (1968).
- F. Bonsignore, F. Selleri, Nuovo Cim. 15, 465 (1960).
 V. Alles-Borelli, S. Bergia, E. Perez-Ferreira, I. Waloshek, Nuovo Cim. 14, 211 (1959).
- 51. I. Derado, Nuovo Cim. 15, 865 (1960).
- 52. I. G. Ruchbrooks, D. Radojičič, Phys. Rev. Lett. 5, 567 (1960).
- 53. I. A. Anderson et al., Rev. Mod. Phys. 33, 431 (1960); Phys. Rev. Lett. 6, 365 (1960).
- 505 (1900). 54. D. C. armony, R. T. Van de Walle, Phys. Rev. 127, 959 (1962). 55. I. Kirz, I. S. S. Schwartz, R. D. Tripp, Phys. Rev. 126, 763 (1962). 56. I. Kirz, I. Schwartz, R. D. Tripp, Phys. Rev. 130, 2481 (1963). 57. T. Д. Блохинцева и др., ЖЭТФ 44, 498 (1963). 58. SOBB Coll., Nuovo Cim. 37, 361 (1965). 59. D. Basai et al. Nuovo Cim. 44, 502 (4066).

- 59. Р. Daronian et al., Nuovo Cim. 41, 503 (1966). 60. Н. Ангелов и др., Препринт ОИЛИ 1-4125, Дубна, 1968. 61. N. Schmitz, Nuovo Cim. 31, 255 (1965).

- 61. N. Schmitz, Nuovo Cim. 31, 255 (1965).
 62. SOBB Coll., Nuovo Cim. 35, 1 (1965).
 63. L. Bertanza, A. Bigi, R. Carrasa, Nuovo Cim. 44A, 712 (1966).
 64. J. K. Boeggild, Nuovo Cim. 19, 621 (1961).
 65. G. G. Giacomelli et al., Phys. Lett. 3, 346 (1963).
 66. G. E. Kalmus et al., Phys. Rev. Lett. 13, 99 (1964).
 67. V. Bisi et al., Nuovo Cim. 35, 768 (1965).
 68. H. V. K. Hopkins, T. C. Bacon, F. R. Eisler, Proc. of the International Conf. on Weak Interaction, October, 1965, crp. 67.
 69. F. A. Laward, Boundow, Waght, January Bachy, MacTing, Thygh, Proport Recomposition of the Science and Proport Property and Property and Property and Property and Property and Property and Property Property and Property and Property of the Proper
- 69. Г. А. Л е к с и н. Вопросы физики элементарных частиц, Труды второй весенней школы теоретической и экспериментальной физики. Изд. АН Арм. ССР. 1962. стр. 41.
- 70. Г. А. Лексин, Вопросы физики элементарных частиц, т. III, Изд. АН Арм. ССР, 1963, стр. 11.
- 71. Г. А. Лексин, ЯФ 8, 165 (1968). 72. К. J. Braun, D. Clein, V. Scherer, Phys. Rev. Lett. 21, 1275 (1968).

- 73. А. А boshian, H. B. Booth, K. M. Crowe, Phys. Rev. Lett. 21, 1275 (1968).
 74. Ю. К. Акимовидр., ЖЭТФ 40, 1532 (1961).
 75. А. A boshian, H. B. Booth, K. M. Crowe, Phys. Rev. Lett. 7, 35 (1961).
 76. J. M. Blair et al., Phys. Lett. 11, 79 (1964); Nuovo Cim. 44A, 671 (1966).
 77. I. F. Corbett et al., Nuovo Cim. 39, 979 (1965).
 78. A. R. Clark, U. H. Christensen, I. W. Cronin, R. Turlay, Phys. Rev. 1308, 4196 (1965). Rev. 139B, 1556 (1965).
- 79. L. B. Auerbach et al., Phys. Rev. Lett. 9, 173 (1962).
- 80. A. V. Arefyev et al., Intern. Conf. on High-Energy Phys. at CERN, 112, 1962.

- 30. А. V. Агегуе V et al., Intern. Cont. on High-Energy Phys. at CERN, 112, 1962.
 81. А. V. Агеѓуе v et al., Phys. Lett. 6, 299 (1963).
 82. А. В. Арефьев идр., ЯФ 5, 1060 (1967).
 •83. А. В. Арефьев идр., ЯФ 10 (1969).
 •84. Ю. А. Батусов, С. А. Бунятов, В. М. Сидоров, В. А. Ярба, ЖЭТФ 39, 1850 (1961), 40, 460 (1961); 40, 1528 (1961).
 *5. Ю. А. Батусов, С. А. Бунятов, В. М. Сидоров, В. А. Ярба, ЖЭТФ
- 85. Ю. А. Батусов, С. А. Бунятов, В. М. Сидоров, В. А. Ярба, ЯФ 1 526 (1965); 1, 687 (1965).
- 86. Ю. А. Батусов идр., ЖЭТФ 45, 913 (1963). 87. М. М. Макаров, В. В. Нелюбин, В. В. Саранцев, Л. Н. Ткач, ЯФ 11, 461 (1970).
- 88. S. Femino, S. Zannelli, F. Mezzanares, Nuovo Cim. 52, 892 (1967). 89. C. Vittitol et al., Phys. Rev. 135, 232 (1964).
- 90. В. С. Барашенков, Сечения взаимодействия элементарных частиц, М., «Наука», 1966.
- 91. SOBB Coll., Nuovo Cim. 29, 515 (1963).

- 92. E. West, I. H. Boyd, A. R. Erwin, W. D. Walker, Phys. Rev. 149, 1089 (1966).
- 1059 (1900).
 93. А. В. Арефьев, Ю. Д. Баюков, Ю. М. Зайцев, В. А. Кулешов, Г. А. Лексин, НФ 8, 631 (1968).
 94. Г. А. Лексин, Материалы третьей зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий, ФТИ им. Иоффе, 1968, стр. 548.
 95. П. С. Исаев, В. А. Мещеряков, ЖЭТФ 43, 1339 (1962).
 96. С. Lovelace, R. M. Heinz, A. Donnachie, Phys. Lett. 22, 332 (4066)

- 96. C. Lovelace, K. M. Heinz, A. Donnachie, 195. 2000. 2010, (1966).
 97. V. V. Serebryakov, D. V. Shirkov, Phys. Lett. 25B, 138 (1967).
 98. S. Oneda, Y. S. Kim, L. M. Kaplan, Nuovo Cim. 34, 655 (1964).
 99. L. M. Brown, P. Singer, Phys. Rev. 133B, 812 (1964).
 100. L. W. Jonesetal., Phys. Lett 21, 590 (1966).
 101. D. H. Miller et al., Phys. Lett. 27B, 513 (1969).
 102. N. N. Biswas et al., Phys. Lett. 27B, 513 (1968).
 103. G. F. Chew, S. Mandelstam, Phys. Rev. 119, 467 (1960).
 104. E. Kazes, Phys. Rev. Lett. 6, 374 (1961).