

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ ВО ВСЕЛЕННОЙ*В. Л. Гинзбург***I. ВВЕДЕНИЕ**

Сверхтекучесть и сверхпроводимость были открыты в лаборатории и до сих пор не наблюдались на Земле в природных условиях. Последнее вполне понятно, поскольку для всех известных веществ сверхтекучесть и сверхпроводимость имеют место только при весьма низких температурах.

Жидкий гелий (изотоп He^4) является сверхтекучим при $T \leq T_\lambda$, где $T_\lambda = 2,17^\circ \text{K}$ — температура λ -перехода из He I в He II . Помимо He^4 сверхтекучесть наблюдается для растворов He^3 в He^4 , но также лишь при низкой температуре (при прибавлении He^3 к He^4 температура λ -перехода понижается). Предполагаемая сверхтекучесть чистого He^3 может иметь место только еще значительно ближе к абсолютному нулю (при $T < 0,01^\circ \text{K}$).

При сравнительно высоких температурах наблюдать сверхтекучесть в земных условиях можно надеяться, насколько известно, только в случае «экситонной жидкости» в полупроводниках¹. Но такая «жидкость» весьма недолговечна, поскольку составляющие ее электроны и дырки аннигилируют, например, с излучением света. Поэтому о ее наблюдении вне пределов специальных установок говорить не приходится.

Сверхпроводимость обнаружена для весьма большого числа металлов и сплавов. Однако во всех известных случаях критическая температура T_c (при $T > T_c$ материал уже не сверхпроводящ) не превосходит 20°K . Создание высокотемпературных сверхпроводников представляется в принципе возможным или, во всяком случае, не исключено². Но это совсем другой вопрос, здесь же мы хотели лишь подчеркнуть, что сверхтекучесть и сверхпроводимость до сих пор обнаружены лишь в области низких температур, которые нужно создавать искусственно.

Возникает естественный вопрос: не могут ли сверхтекучесть и сверхпроводимость существовать вне Земли? В космосе, несомненно, имеются области, где температура весьма низка. Но обычно все же она выше десятка или по крайней мере нескольких градусов Кельвина. Главное же, нет оснований ожидать существования в космосе капелек жидкого гелия, а в большинстве случаев также каких-либо сверхпроводящих тел или частиц. Как по этой причине, так и совершенно независимо от нее, проблема обнаружения сверхтекучести и сверхпроводимости во Вселенной предстает совсем в другом плане: не могут ли в космических условиях существовать сверхтекучие или сверхпроводящие состояния новых или, точнее, «неземных» типов и для «неземных» веществ?

Этот вопрос уже несколько лет обсуждается, и постепенно стало ясно, что проблема сверхтекучести и сверхпроводимости во Вселенной не только любопытна в теоретическом плане, но и представляет реальный астрофизический интерес. Ниже мы попытаемся осветить современное состояние этого вопроса.

II. БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ, СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

«Вначале был идеальный бозе-газ» или «вначале была бозе-эйнштейновская конденсация» — такие эпиграфы были бы вполне уместными в книгах, посвященных теории сверхтекучести и сверхпроводимости. В самом деле, хотя это в прошлом и ставилось под сомнение, сейчас в достаточной мере ясно, что именно бозе-эйнштейновская (БЭ) конденсация лежит в основе явлений сверхтекучести и сверхпроводимости (во всяком случае, это можно сказать об известных и исследованных случаях).

Напомним, что полное число частиц N в идеальном бозе-газе, заполняющем объем V , равно (см., например, ³)

$$N = \frac{g V m^{3/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{V \bar{E} dE}{e^{(E-\mu)/kT} - 1}; \quad (1)$$

здесь $E = p^2/2m$ — энергия нерелятивистской частицы, g — статистический вес ($g = 2S + 1$, где S — спин) и μ — химический потенциал.

При соблюдении условия

$$\frac{N}{V} \left(\frac{\hbar^2}{mkT} \right)^{3/2} \ll 1 \quad (2)$$

поведение бозе-газа не отличается от классического, т. е. справедлива бoльцмановская статистика.

При нарушении неравенства (2) давление бозе-газа уменьшается по сравнению с давлением классического газа, что отвечает некоторому притяжению между частицами, обусловленному квантовомеханическим обменным эффектом. При еще большем понижении температуры и, следовательно, отступлении от условия (2) наступает БЭ конденсация.

При заданной концентрации частиц $n = N/V$ соотношение (1) определяет химический потенциал μ , и, как легко видеть, в силу положительности величины N/V потенциал μ для бозе-газа всегда отрицателен или равен нулю. При этом $\mu = 0$, если (см. (1) с заменой $E/kT = z$)

$$n \equiv N/V = \frac{g (mkT_0)^{3/2}}{2^{1/2} \pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{V z dz}{e^z - 1}. \quad (3)$$

Из этого равенства определяется температура БЭ конденсации

$$T_0 = \frac{3,31}{g^{2/3}} \frac{\hbar^2}{mk} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3}. \quad (4)$$

При $T < T_0$ соотношение (1) не имеет отрицательных решений для μ ; это связано с неприменимостью выражения (1) в условиях, когда частицы скапливаются на нижнем уровне с энергией $E = 0$. Между тем при $T \rightarrow 0$ все частицы в идеальном бозе-газе должны сконцентрироваться именно на нижнем уровне. Для температур $T > T_0$ нижний уровень не играет

выделенной роли, но при $T \leq T_0$ на нижнем уровне $E = 0$ находится макроскопически большое количество частиц

$$N(T) \equiv N(E=0) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \right]. \quad (5)$$

В то же время на всех остальных уровнях с $E > 0$ располагаются остальные частицы в количестве

$$N(E > 0) = N - N(E=0) = N \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} = \frac{gV(mkT)^{3/2}}{2^{1/2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{z} dz}{e^z - 1}. \quad (6)$$

Итак, при $T \leq T_0$ происходит БЭ конденсация — скопление конечной (не бесконечно малой) доли частиц в идеальном бозе-газе на нижнем уровне с энергией $E = 0$ и импульсом $p = 0$. Другими словами, можно сказать, что в идеальном бозе-газе при $T \leq T_0$ функция распределения частиц по импульсам имеет вид

$$N(p) = N(T) \delta(p) + f(p),$$

где $N(T)$ определяется выражением (5), δ — дельта-функция и $f(p)$ — некоторая плавная функция p или, точнее, величины $p = \sqrt{2mE}$.

Как влияет на БЭ конденсацию взаимодействие между частицами, т. е. переход к неидеальному бозе-газу или жидкости? Логически возможно, что при наличии взаимодействия уровень с $p = 0$ перестанет быть выделенным даже при $T = 0$. Оказывается, вообще говоря, что это не так: влияние взаимодействия, по крайней мере пока оно слабо, приводит к уменьшению числа частиц с нулевым импульсом, но по-прежнему при $T < T_0$ (T_0 — некоторая температура конденсации или перехода) функция распределения частиц имеет вид

$$N(p) = N(T) \delta(p) + f(p). \quad (7)$$

Однако если в идеальном газе $N(T=0) = N$, то при наличии взаимодействия $0 < N(T=0) < N$, где N — полное число частиц. При достаточно сильном взаимодействии, отвечающем притяжению на больших расстояниях, газ не может быть охлажден до температуры конденсации T_0 , ибо раньше превратится в жидкость или твердое тело. Однокомпонентное твердое тело типа твердого гелия или, скажем, твердого неона, конечно, не может быть сверхтекучим. Жидким при $T \rightarrow 0$ и при не слишком высоком давлении остается лишь гелий. При этом жидкий гелий, если речь идет об изотопе He^4 , подчиняющемся статистике Бозе, является сверхтекучим в области температур $T < T_0 = T_\lambda = 2,17^\circ \text{K}$. Гелий остается жидким даже при абсолютном нуле *) в результате больших нулевых колебаний легких атомов He при одновременно сравнительно слабом взаимодействии между атомами. Оба эти фактора в равной мере относятся и к He^4 , и к He^3 . Но жидкий гелий He^3 не сверхтекуч, по крайней мере при температурах выше $0,01^\circ \text{K}$. Уже отсюда естественно заключить, что сверхтекучесть жидкого He^4 связана с бозе-статистикой атомов He^4 , в то время как атомы He^3 подчиняются ферми-статистике. Далее теоретический анализ (правда, речь при этом идет лишь об оценках) свидетельствует о том, что в жидком He^4 при $T \rightarrow 0$ порядка 10% всех частиц имеют равный нулю импульс. Непосредственно на опыте, например

*) Разумеется, мы при этом экстраполируем данные, относящиеся к области очень низкой, но не равной нулю температуры. Сейчас неизвестны какие-либо основания, препятствующие такой экстраполяции.

в экспериментах по рассеянию нейтронов, это обстоятельство еще надежно не установлено. Но вся совокупность теоретических и экспериментальных данных о жидком гелии подтверждают сделанное заключение. Таким образом, в сверхтекучей жидкости, как и в бозе-газе, в формуле типа (7) $N(T) \neq 0$. В λ -точке, при $T = T_\lambda$, $N(T_\lambda) = 0$ и в несверхтекучем жидком He II, существующем в некоторой области температур $T > T_\lambda$, $N(T) = 0$.

Мы не имеем здесь возможности подробнее останавливаться на связи между БЭ конденсацией и явлением сверхтекучести. Считается обычно, что сверхтекучесть возможна лишь при $N(T) \neq 0$, т. е. при наличии макроскопического числа частиц в состоянии с импульсом $p = 0$ (БЭ конденсация или конденсация в импульсном пространстве). Вместе с тем автор должен отметить, что ему неизвестно о вполне строгом доказательстве приведенного утверждения, а также заключения о том, что в любой мыслимой жидкости из бозе-частиц всегда $N(0) \neq 0$, т. е. происходит БЭ конденсация. Более того, по-видимому, можно предложить модели, в которых картина сложнее^{2а}. Однако для интересующих нас случаев, видимо, нет оснований выходить за рамки указанных представлений, и в дальнейшем мы будем без специальных оговорок предполагать, что вещество является сверхтекучим, если оно остается жидким и в нем происходит БЭ конденсация *).

Явление сверхпроводимости уже давно было охарактеризовано как сверхтекучесть электронной жидкости в металлах. Оставалась, однако, неясность в отношении характера родства между обоими эффектами «на молекулярном уровне». Более того, казалось, что электроны, подчиняющиеся ферми-статистике, никак не могут участвовать в БЭ конденсации. С созданием в 1957 г. микроскопической теории сверхпроводимости выяснилось тем не менее, что сверхпроводимость по сути дела весьма родственна БЭ конденсации бозе-газа. Дело в том, что при наличии притяжения между ними два электрона, находящиеся вблизи поверхности Ферми и обладающие противоположными импульсами и противоположными спинами, «слипаются» в пару с зарядом $2e$ и спином нуль (последнее в принципе не существенно, так как «спаривание» электронов с параллельными спинами также привело бы к образованию сложной частицы — пары с целым спином). Такие пары, аналогичные атомам позитрония или электронно-дырочным парам в полупроводниках **), в условиях, когда их можно считать отдельной частицей (подобной α -частице), подчиняются статистике Бозе и должны претерпевать БЭ конденсацию. Следовательно, сверхпроводимость связана с БЭ конденсацией электронных пар. Сверхтекучесть такой системы проявляется как ее сверхпроводимость в силу того, что пары заряжены и, значит, их течение связано не только с переносом массы, но и с переносом заряда, т. е. с электрическим током.

В применении к реальным металлам картина БЭ конденсации электронных пар является довольно условной, ибо размер пар значительно больше расстояния между ними. Но между БЭ конденсацией идеального бозе-газа и переходом в сверхтекучее состояние жидкого He⁴ также дистанция немалого размера. В основе же как сверхтекучести He II,

*) Идеальный бозе-газ хотя и претерпевает БЭ конденсацию, не был бы сверхтекучим, так как его течение неустойчиво относительно образования «возбуждений» (иными словами, в этом случае не выполнен известный критерий сверхтекучести Ландау; см. ³, § 67). Но уже в слабо неидеальном бозе-газе, как в свое время показал Боголюбов, критерий Ландау при достаточно малых скоростях движения выполняется и сверхтекучесть возможна.

**) Основное различие состоит в том, что пара из двух электронов заряжена, в то время как атом позитрония и электронно-дырочная пара нейтральны.

так и сверхпроводимости металлов лежит все же один и тот же феномен — БЭ конденсация.

Образование пар электрон — электрон в металле может на первый взгляд показаться явлением весьма странным и даже невероятным. С созданием микротехники сверхпроводимости (теория Бардина, Купера и Шриффера или, кратко, теория БКШ; см. ^{4, 5}) выяснилось, однако, что образование пар вблизи поверхности Ферми отнюдь не является чем-то экзотическим. Во-первых, две частицы, движущиеся вблизи поверхности Ферми вырожденного газа, образуют связанное состояние («слипаются») при любом сколь угодно слабом притяжении между ними. Этот результат аналогичен тому известному факту, что в двумерной потенциальной яме, сколь бы неглубокой она ни была, имеется связанный уровень (подробнее об этой аналогии см. в ²). Во-вторых, электроны в металле могут притягиваться друг к другу в известном интервале расстояний между ними, поскольку диэлектрическая проницаемость $\epsilon(\omega, \mathbf{q})$ в металле в некоторой области значений частоты ω и волнового вектора $\mathbf{q}$ является отрицательной. Конкретно, отрицательный вклад в ϵ может быть обусловлен влиянием кристаллической решетки или, на квантовом языке, связан с обменом фононами. Заметим, что, как недавно было отмечено ⁶, «спаривание» электронов возможно и для сил отталкивания, если на самой границе Ферми они равны нулю. Тогда нужно учитывать процессы второго порядка, приводящие к эффективному притяжению между электронами независимо от знака энергии взаимодействия. Именно так обстоит дело в известной модели «желе» ^{5, 6}, для которой

$$\epsilon(\omega, \mathbf{q}) = 1 - \frac{\omega_{0i}^2}{\omega^2} + \frac{\kappa^2}{q^2};$$

здесь

$$\omega_{0i} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 Z^2 n_i}{M}} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 Z n}{M}}$$

— плазменная частота для ионов с массой M , зарядом eZ и концентрацией $n_i = n/Z$, n — концентрация электронов и $\kappa^2 = 6\pi n e^2 / E_F$ (E_F — энергия Ферми, $1/\kappa$ — радиус экранирования).

Взаимодействие между электронами, если оно является эффектом первого порядка, определяется фурье-компонентами

$$V(\omega, \mathbf{q}) = \frac{4\pi e^2}{q^2 \epsilon(\omega, \mathbf{q})}.$$

где $\hbar\omega$ и $\hbar\mathbf{q}$ — изменения энергии и импульса электрона, возникающие при обмене фононами.

В первоначальном варианте теории БКШ используется простейшее приближение, а именно считается, что электроны притягиваются вблизи поверхности Ферми в слое толщиной $\hbar\omega_c \ll E_F$ с не зависящим от ω и $\mathbf{q}$ эффективным взаимодействием (подробнее см. ^{4, 5})

$$V(\omega, \mathbf{q}) = -V > 0, \omega \leq \omega_c; \quad V(\omega, \mathbf{q}) = 0, \omega > \omega_c. \quad (8)$$

Щель в спектре электронов $\Delta(T)$ зависит от температуры и «закрывается» (исчезает) при критической температуре

$$T_c = \frac{\Delta(0)}{1.76k} = \Theta e^{-\frac{1}{g}}, \quad g = N(0)V; \quad (9)$$

здесь $\Delta(0)$ — ширина щели при $T = 0$ (отметим, что для разрыва пары нужно затратить энергию 2Δ , поскольку энергия Δ относится к одному электрону), температура $\Theta \approx \hbar\omega_c/k$ и при фононном механизме притя-

жения $\Theta \approx \Theta_D$, где Θ_D — дебаевская температура для данного металла; далее, V — эффективное взаимодействие (8) и $N(0) \equiv N(E_F)$ — плотность уровней электронов с определенной проекцией спина вблизи поверхности Ферми, т. е. при энергии E_F . Речь идет о нормальном состоянии системы; для свободных электронов

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \quad n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}, \quad N(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{dn}{dE} \right)_{E_F} = \frac{mk_F}{2\pi^2 \hbar^2}.$$

В теории БКШ постоянная g не вычисляется (разумеется, формула (9) имеет смысл лишь при $g > 0$; если $g < 0$, металл не является сверхпроводящим вплоть до абсолютного нуля). Представляется весьма вероятным, что всегда $g \leq 1$, а для простых моделей $g \leq 1/2$ (см. ^{2, 5} и цитированную там литературу). При этом для значений $g \sim 1/2$, отвечающих сильной связи, формула (9) уже неточна — она относится к области слабой связи, когда $g \ll 1$. В большинстве случаев связь можно считать слабой, и, во всяком случае, этот вопрос не представляется важным для дальнейшего. Поэтому мы можем опираться на формулу БКШ (9), тем более, что параметры Θ и g должны уточняться в каждом конкретном случае.

Автор настоящей статьи хотел бы надеяться, что она может заинтересовать физиков и астрофизиков, далеких от проблем физики низких температур. Именно поэтому казалось уместным кратко остановиться выше на связи между БЭ конденсацией, сверхтекучестью и сверхпроводимостью. С точки зрения анализа вопроса об условиях появления сверхтекучести и сверхпроводимости в космосе особенно важно подчеркнуть, что эти явления могут проявляться как для совокупности бозонов, так и для вырожденной системы фермионов в условиях существования притяжения между ними.

III. ВОЗМОЖНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ И СВЕРХПРОВОДИМОСТИ В КОСМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Если не говорить о нестабильных частицах, то бозонами являются некоторые ядра, атомы и молекулы, а также фотоны и гравитоны (кванты гравитационного поля).

В отношении бозонов — атомов и молекул известно, что они образуют твердое тело раньше, чем наступает БЭ конденсация. Исключение составляет жидкий гелий. Другими словами, ничего нового по сравнению с условиями в земной лаборатории мы здесь не имеем. Более того, по всей вероятности, жидкий гелий в космосе нигде не встречается.

В случае бозонов — атомных ядер «космические возможности» несравненно шире земных. При достаточно высоких температурах ядра освобождаются от электронной оболочки и образуют тяжелую компоненту космической плазмы, например в недрах звезды. Наиболее интересны с этой точки зрения ядра гелия, т. е. α -частицы (имеем в виду He^4). Для газа α -частиц характерная температура конденсации T_0 такова (см. (4)):

$$T_0 = 3,31 \frac{\hbar^2}{M_{\text{He}}^{5/3} k} \rho^{2/3} \approx 11 \rho^{2/3} \text{ } ^\circ\text{K}, \quad (10)$$

где $M_{\text{He}} = 6,7 \cdot 10^{-24}$ г — масса α -частицы и $\rho = M_{\text{He}} N/V$ — плотность газа (в г·см⁻³).

Если α -частицы в недрах звезды образуют неидеальный газ или жидкость, то при $T < T_\lambda \sim T_0$ эта система будет сверхтекучей или, точнее, сверхпроводящей, поскольку при переносе α -частиц течет ток (о такой

возможности автор впервые услышал от М. Рудермана). Необходимо, однако, чтобы при рассматриваемых значениях ρ и $T < T_\lambda$ атомы гелия были практически полностью ионизованы и, с другой стороны, не образовалась кристаллическая решетка *).

Для холодного вещества его ионизация происходит при сильном сжатии и может считаться полной, если ³

$$\rho \gg \left(\frac{me^2}{\hbar^2} \right)^3 \mu_e M_p Z^2 \sim 20 Z^2 \text{ г/см}^3; \quad (11)$$

здесь Z — порядковый номер ядра, m — масса электрона и $\mu_e M_p$ — масса вещества, приходящаяся на один электрон, так что $\rho = n \mu_e M_p$ (n — концентрация электронов, M_p — масса протона). Для гелия отсюда $\rho \gg 80 \text{ г/см}^3$ и, согласно (10), $T_0 \gg 200^\circ \text{ K}$.

С другой стороны, достаточно сильно сжатое вещество кристаллизуется ^{7, 8}, причем температура плавления T_m определяется из условия $kT_m = \Gamma_m^{-1} (eZ)^2 / r_i$, где $(4\pi r^3/3)^{-1} = n_i$ — концентрация ионов и Γ_m — численный параметр. (Таким образом, плавление наступает, когда кинетическая энергия на степень свободы осциллятора kT в Γ_m раз меньше энергии кулоновского взаимодействия ядер (eZ^2/r_i) .) По последним расчетам ⁹ для простой модели плазмы $\Gamma_m = 170 \pm 10$ и

$$T_m \approx 10^3 Z^{5/3} \rho^{1/3} \text{ } ^\circ\text{K}, \quad (12)$$

где положено $\rho = 2Z M_p n_i$, $M_p = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ — масса протона; при $Z = 2$, очевидно, $T_m \approx 3 \cdot 10^3 \rho^{1/3}$. Сравнивая значения T_0 и T_m для гелия мы видим, что $T_0 \leq T_m$ при $\rho \leq 3 \cdot 10^7 \text{ г/см}^3$. Следовательно, появления сверхтекучести можно ожидать только для плотностей $\rho \geq 3 \cdot 10^7 \text{ г/см}^3$ (при этом, согласно (10), $T_0 \geq 10^6$). Такие плотности возможны лишь в центральных частях белых карликов с массой, близкой к предельной массе $M_{\text{кр}} \approx 1,2 M_0$ (для масс $M > M_{\text{кр}}$ холодная звезда либо превращается в нейтронную звезду, либо коллапсирует; см., например, ¹⁰). Таким образом, появление в центральной области звезд сверхпроводимости ядер (конкретно, ядер He^4) представляется, видимо, возможным. Проведенный анализ, однако, не может считаться вполне убедительным, и вопрос нуждается в дальнейшем исследовании. Тем не менее можно думать, что область значений параметров ρ и T , при которых возможна сверхтекучесть (сверхпроводимость), во всяком случае, заметным образом не расширится. Если это действительно так, то ядерная сверхтекучесть He^4 , не говоря уже о других ядрах, может иметь место лишь в очень редких случаях.

Из числа бозонов остается обсудить возможность БЭ конденсации фотонов и гравитонов. На первый взгляд сама постановка такого вопроса представляется недоразумением. В самом деле, фотоны и гравитоны всегда являются предельно релятивистскими частицами (масса покоя равна нулю), в соответствии с чем число их не сохраняется даже в области низких температур. Поэтому в состоянии термодинамического равновесия химический потенциал μ фотонного газа (т. е. черного излучения) или газа гравитонов равен нулю. Собственно, из условия $\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T,V} = 0$ как раз и получается распределение Планка. Следовательно, ни о какой равновесной БЭ конденсации фотонов или гравитонов не может быть речи. Вполне законна, однако, постановка вопроса о БЭ конденсации в условиях неполного равновесия. Например, экситоны в твердом теле живут лишь конечное время, а затем исчезают в результате превращения в излу-

*) Кроме того, предполагается, что не образуется какое-то коллективное связанное состояние α -частиц с электронами (см. ¹).

чение или совокупность фононов (для определенности мы имеем в виду экситоны типа связанной системы электрон — дырка). Но если время установления равновесия и, конкретно, конденсации в системе экситонов существенно меньше времени жизни экситонов, имеет полный смысл говорить о конденсации и сверхтекучести газа экситонов¹. Точно так же, если рассеяние фотонов играет значительно большую роль, чем процессы их рождения и поглощения, можно было бы рассматривать БЭ конденсацию фотонов. Свободные электроны лишь рассеивают свет, но не могут поглощать и излучать его. Поэтому в разреженной электронной плазме рассеяние играет особенно большую роль. Тем не менее поглощение и излучение света, происходящие при соударениях электронов с ионами, также заметны, и, вообще говоря, о сколько-нибудь выраженной БЭ конденсации говорить не приходится. Взаимодействие гравитонов с веществом является очень слабым, и проблема установления равновесия в системе гравитонов, а также влияния на этот процесс бозе-статистики, представляет интерес, вероятно, лишь в моделях расширяющейся Вселенной при учете состояний с крайне высокой плотностью.

Итак, в случае бозонов сверхтекучесть или сверхпроводимость в космических условиях практически невозможны, за исключением сверхпроводимости ядер в недрах белых карликов. Тем самым с точки зрения темы настоящей статьи интерес представляет практически только сверхпроводимость или сверхтекучесть в ферми-системах, типа электронной сверхпроводимости в металлах. Такие возможности действительно имеются:

1. Сверхпроводящей может быть плотная вырожденная электронная плазма металлического типа, имеющаяся в звездах — белых карликах и больших планетах типа Юпитера и Сатурна, а также на периферии нейтронных звезд.

2. Нейтронная жидкость, являющаяся основной компонентой вещества в нейтронных звездах, должна быть сверхтекучей в некотором довольно широком интервале плотностей. Примешанная к нейтронной жидкости протонная жидкость может оказаться сверхпроводящей.

3. Не вполне исключена возможность сверхтекучести нейтринного «моря» — вырожденного газа нейтрино, который может существовать на ранних стадиях эволюции в некоторых космологических моделях.

Ниже мы остановимся на всех этих трех случаях.

IV. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ ПЛОТНОЙ ВЫРОЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЫ (БЕЛЫЕ КАРЛИКИ, БОЛЬШИЕ ПЛАНЕТЫ)

При достаточно сильном сжатии вещества оно даже при равной нулю температуре (при $T \rightarrow 0$) переходит в металлическое (проводящее) состояние в результате коллективизации орбитальных (связанных) электронов. В частности, при условии (11) вещество уже заведомо металлизировано. Весьма важно при этом, что с повышением плотности электронный газ все ближе приближается к идеальному и, следовательно, модель слабо связанных электронов оказывается применимой лучше, чем в обычных металлах. Действительно, нулевая (кинетическая) энергия электронов в вырожденном идеальном ферми-газе

$$K \sim \frac{\hbar^2}{2m\bar{r}^2} \sim \frac{\hbar^2}{m} n^{2/3},$$

$n = N/V$ — электронная концентрация; очевидно, по порядку величины

$$K \sim E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{mv_F^2}{2} = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} n^{2/3}.$$

В то же время энергия кулоновского взаимодействия между электронами

$$U_{ee} \sim \frac{e^2}{r} \sim e^2 n^{1/3},$$

а энергия взаимодействия электрона с ядром (с зарядом eZ)

$$U_{ei} \sim \frac{Ze^2}{r_{ei}} \sim Z^{2/3} e^2 n^{1/3},$$

где $r_{ei} \sim n_i^{-1/3} = (Z/n)^{1/3}$.

Очевидно,

$$\frac{U_{ei}}{K} \sim Z^{2/3} \frac{U_{ee}}{K} \sim Z^{2/3} \frac{e^2 m}{\hbar^2} n^{-1/3} \sim Z^{2/3} \frac{e^2}{\hbar v_F}, \quad (13)$$

где скорость на поверхности Ферми

$$v_F = \sqrt{2mE_F} = (3\pi^2)^{1/3} \frac{\hbar n^{1/3}}{m}.$$

Из (13) ясно, что отношение энергии взаимодействия к кинетической энергии падает с ростом n по закону $n^{-1/3}$, т. е. по закону $\rho^{-1/3}$.

К сожалению, даже для сильно сжатого вещества, когда $U_{ei}/K \ll 1$ и подавно $U_{ee}/K \sim e^2/\hbar v_F \ll 1$, вопрос о его сверхпроводимости еще окончательно не решен. Дело в том, что в вырожденном ферми-газе трудно выяснить знак сил взаимодействия между электронами вблизи границы Ферми. Это относится также к сильно сжатому веществу, поскольку и при таких условиях существенную роль играет взаимодействие электронов с фононами с большими импульсами (т. е. с малыми длинами волн, сравнимыми с расстоянием между ядрами; для таких коротковолновых фононов количественная теория еще не развита). Если, однако, притяжение имеет место, то для оценок T_c пригодны, вообще говоря, формула БКШ (9) и полученные для простых моделей выражения для параметра $g = N(0)V$. Для сильно сжатого вещества лучше, чем в других случаях, пригодна ⁶ уже упоминавшаяся модель «желе», ибо при сильном сжатии подавлена роль поперечных фононов и процессов переброса. Для модели «желе», согласно ⁶,

$$T_c \sim \frac{e^2}{k v_F} \omega_{0i} \exp \left(-\frac{8\hbar v_F}{\pi e^2} \right) \approx 3 \cdot 10^3 \rho^{1/6} \exp(-2,8 \rho^{1/3})^\circ \text{K}, \quad (14)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0i} &= \sqrt{\frac{4\pi e^2 Z n}{M}} = \sqrt{\frac{2\pi e^2 n}{M_p}} = 9 \cdot 10^2 \sqrt{n} = 4,9 \cdot 10^{14} \rho^{1/2} \text{ сек}^{-1}, \\ v_F &= (3\pi^2)^{1/3} \frac{\hbar}{m} n^{1/3} = 3,6 n^{1/3} = 2,4 \cdot 10^8 \rho^{1/3} \text{ см/сек}, \\ \rho &= \frac{n}{Z} M = 3,35 \cdot 10^{-24} n \text{ г/см}^3, \quad \frac{e^2}{\hbar v_F} = 6,1 \cdot 10^7 n^{-1/3} = 0,915 \rho^{-1/3}; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

здесь при переходе к соответствующим выражениям положено $M = 2ZM_p$, M_p — масса протона. Для металлического водорода формула (14) имеет вид $T_c \sim 5 \cdot 10^3 \rho^{1/6} \exp(-3,5 \rho^{1/3})^\circ \text{K}$.

Предэкспоненциальный множитель в формуле (14) даже в рамках модели «желе» определен лишь по порядку величины. Что касается множителя $8/\pi$ в экспоненте в (14), то для модели «желе» он определяется точно *). Что же касается самой зависимости типа

$$kT_c \sim \hbar \omega_{0i} e^{-\hbar v_F/e^2},$$

*) Формула для $N(0)V$ в модели «желе», приведенная в ⁵ и использовавшаяся в ¹¹, неточна, и применять ее нельзя, особенно при $Z > 1$.

то она носит весьма общий характер *). Тем самым вряд ли приходится сомневаться в том, что при больших плотностях критическая температура T_c экспоненциально стремится к нулю как $\exp(-a\rho^{1/3})$, где a — некоторая постоянная. Таким образом, если сверхпроводимость плотной космической плазмы и может иметь место, то практически только в области не слишком высоких плотностей. Согласно (14) при $\rho = 1$, $\rho = 10$, $\rho = 100$ и $\rho = 1000$ г/см³ соответственно $T_c \sim 200^\circ \text{K}$, $T_c \sim 10^\circ \text{K}$, $T_c \sim 10^{-40} \text{K}$ и $T_c \sim 10^{-80} \text{K}$. Эти цифры достаточно красноречивы. Даже повышение предэкспоненциального фактора на один-два порядка (для чего мы не видим оснований) не может привести к появлению сверхпроводимости при $T_c > 1^\circ$ для плотностей $\rho \gtrsim 10^2$ г/см³. Изменение экспоненциального множителя, конечно, будет более существенно. Но, как сказано, для такого изменения при $\rho \gtrsim 1$ нет особых оснований и, главное, речь может, видимо, идти только об уточнении коэффициента при $\rho^{1/3}$. В результате, по всей вероятности, при $\rho \gtrsim 10^3$ всегда $T_c < 1^\circ$ **).

Итак, если говорить о температурах $T_c > 1^\circ$, сверхпроводимость возможна лишь в области плотностей $\rho \lesssim 30\text{--}100$ г/см³. В этой области формула (14) еще менее надежна, чем при больших плотностях. Область плотностей $\rho \lesssim 10$ отвечает уже обычным металлическим сверхпроводникам, и, как известно, здесь критическая температура зависит отнюдь не только от плотности, но от деталей строения решетки, валентности атомов и т. п. В этом плане космические условия отличаются от земных в первую очередь другим химическим составом вещества и значительно более широкой областью возможных плотностей. Ярким примером здесь может служить металлический водород.

При «низких» давлениях твердый водород остается в известном смысле молекулярным и является диэлектриком. Но при давлениях $p \gtrsim 10^6$ атм диэлектрическая фаза должна превращаться в металлическую в результате фазового перехода I рода. Согласно ¹³ равновесный переход при низкой температуре происходит при давлении $p_0 = 2,4 \cdot 10^6$ атм, причем плотность металлической фазы $\rho_0 = 1,1$ г/см³, а температура вырождения электронов $T_0 \sim 4 \cdot 10^{30}$ К. Метастабильная металлическая фаза будет обладать даже меньшей плотностью. В то же время при низких температурах превращение этой метастабильной фазы в устойчивую молекулярную фазу может при благоприятных условиях практически не происходить. По формуле типа (14) для металлического водорода при $\rho \approx 1$ г/см³ температура $T_c \approx 150^\circ \text{K}$; близкая оценка получена в ^{17, 17а}.

Является ли металлический водород сверхпроводящим или нет, остается неизвестным. Можно надеяться, что в недалеком будущем этот вопрос удастся с той или иной степенью надежности решить как путем расчетов, так и в результате экспериментов. Дело в том, что стационарные давления около $5 \cdot 10^5$ атм уже получены в лабораториях, и скоро, веро-

*) Как мы видели (см. формулы (8), (9) и пояснения к ним), $g = N(0) V$, причем $N(0) = mk_F/2\pi^2\hbar^2$ и V есть некоторое среднее значение матричного элемента $4\pi e^2/q^2 | \epsilon(\omega, \mathbf{q}) |$ в области приложения. Изменение импульса $\hbar \mathbf{q}$ по порядку величины равно $\hbar k_F = p_F = mv_F$, и, следовательно, $g \sim k_F^2 | \epsilon | \hbar^2/e^2 mk_F \sim \hbar v_F | \epsilon | /e^2$, где $| \epsilon |$ — безразмерная величина. Оценку T_c для сильно сжатого вещества см. также в ¹².

**) В статье ⁴⁰ утверждается, что для сильно сжатого вещества $T_c \sim 0,1 \Theta_D$, т. е. $e^{-1/g} \sim 1/10$; в результате при $n \sim 10^{30}$ ($\rho \gtrsim 10^6$ г/см³) $T_c \sim 10^6$ К. Такой вывод представляется нам ошибочным. Помимо ссылки на целый ряд работ ^{5, 6, 12}, где обосновано использование формулы типа (14), укажем на следующее. По самому смыслу задачи при стремлении заряда электрона e к нулю, т. е. при исчезновении взаимодействия, сверхпроводимость должна исчезать. Результат же, приведенный в ⁴⁰, не удовлетворяет этому очевидному требованию (даже, если отвлечься от зависимости дебаевской температуры Θ_D от e , ясно, что $g = N(0) V \rightarrow 0$ при $e \rightarrow 0$, поскольку g есть мера взаимодействия между электронами).

ятно, можно будет достичь и давлений порядка $(1-1,5) \cdot 10^6$ атм. Кроме того, с помощью ударных волн ¹⁴ достигнуты давления до 10^7 атм и даже выше. К сожалению, как в стационарных установках для сверхвысоких давлений, так и особенно при работе методом ударных волн, весьма трудно обнаружить сверхпроводимость с неслишком высокой критической температурой. Однако прогресс в этой области идет весьма быстро ¹⁵ и возможность исследования проводимости металлического водорода при средних и даже низких температурах, видимо, не является фантастической.

Большие планеты солнечной системы Юпитер и Сатурн имеют массы, соответственно равные $1,9 \cdot 10^{30}$ и $0,57 \cdot 10^{30}$ г, что в 318 и в 95 раз больше массы Земли. Средняя плотность этих планет 1,33 и 0,71 г/см³, в то время как средняя плотность Земли составляет 5,5 г/см³. В центре Юпитера и Сатурна плотность, согласно ¹⁶, достигает соответственно 30 и 15 г/см³. В ¹⁷ в качестве плотности в центральной части Юпитера приводится значение 5 г/см³ при температуре $T \sim 100-200^\circ$ К (см., однако, ^{17b}). Что касается химического состава, то водород в Юпитере и Сатурне составляет ¹⁶ 0,78 и 0,63 части массы. Насколько точны все эти значения, нам неясно, но в данном случае это не имеет особого значения. Существенно то, что в недрах Юпитера и Сатурна должен присутствовать металлический водород (с заметной примесью других элементов) с плотностями в пределах от $\rho \approx 1$ до $\rho \approx 5-30$ г/см³ и при не слишком высокой температуре. Следовательно, для планет такого типа (трудно сомневаться в их существовании и в некоторых других планетных системах) вопрос о сверхпроводимости является совершенно реальным, хотя и может решиться отрицательным образом. В частности, даже если металлический водород является сверхпроводником, температура Юпитера и Сатурна может оказаться выше критической температуры T_c , при которой сверхпроводимость уже исчезает.

Температура вырождения ферми-газа $T_0 \approx E_F/\hbar k$ связана с его концентрацией $n = N/V$ и плотностью $\rho = n\mu_e M_p$ следующим образом:

$$T_0 \approx \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{2mk} n^{2/3} \approx 3 \cdot 10^5 \frac{\rho_0^{2/3}}{\mu_e^{2/3}} \text{ } ^\circ\text{K}, \quad \rho_0 \approx 6 \cdot 10^{-3} \mu_e T_0^{3/2} \text{ г/см}^3. \quad (16)$$

Для водорода, гелия и смеси более тяжелых стабильных элементов соответственно $\mu_e = 1$, $\mu_e = 2$ и $\mu_e = 2,2$. При $\rho > \rho_0$ и $T < T_0$ (или, строго говоря, при $\rho \gg \rho_0$ и $T \ll T_0$) газ является вырожденным. Для Солнца, например, в его центре $T_{c\odot} \approx 10^7$, $\rho_{c\odot} \approx 120$ г·см⁻³, в то время как при $T_0 = 10^7$ и $\mu_e = 2$ плотность $\rho_0 \approx 400$ г·см⁻³ (см. ¹⁸, где используется формула (16) с несколько другим коэффициентом, что совершенно несущественно); следовательно, о сколько-нибудь полном вырождении электронного газа для Солнца говорить не приходится. Для более холодных звезд главной последовательности эффекты вырождения сильнее. Однако, как мы видели, ожидать появления сверхпроводимости с $T_c \gtrsim 10^2-10^{30}$ К для сжатого вещества не приходится. Поэтому для всех звезд, кроме белых карликов, нет никаких оснований ожидать появления сверхпроводимости. Дело в том, что белые карлики представляют собой последний этап эволюции звезд с массой $M < M_{\text{кр}} \approx 1,2 M_\odot$ (см. выше и ¹⁹, ²⁰) и в этой связи могут быть холодными. Правда, в большинстве случаев белые карлики остаются горячими, ибо не успевают остыть (Галактика и звезды в ней существуют около 10 млрд. лет, а белые карлики образуются в процессе эволюции звезд в Галактике и, следовательно, моложе самой Галактики). Разумеется, белые карлики, которых мы видим,

не являются остывшими; более того, температура их поверхности составляет около 10^4 градусов, т. е. выше, чем для Солнца и большинства других звезд (поэтому белые карлики и были названы «белыми», т. е. испускающими свет, более богатый синими и фиолетовыми лучами по сравнению с желтыми и красными звездами). Но время охлаждения белых карликов зависит от их массы. При приближении массы M звезды к критической массе $M_{кр}$ плотность карлика возрастает и в центре звезды достигает значений $\rho_c \sim 10^9 - 10^{10} \text{ г/см}^3$ (максимальная плотность до наступления неустойчивости зависит от состава звезды и некоторых других предположений, используемых при выборе уравнения состояния вещества; см. ¹⁸⁻²¹ и цитированную там литературу). Для плотного вещества дебаевская температура Θ_D повышается; она определяется соотношением ^{8, 18}

$$\Theta_D = 1,7 \cdot 10^8 \frac{2Z}{A} \left(\frac{\rho}{10^6} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

Для гелия и более тяжелых элементов $2Z/A \approx 1$ (A — атомный вес) и при $\rho = 10^{10}$ температура $\Theta_D \approx 2 \cdot 10^8$, в то время как для «обычных» белых карликов с $\rho \approx 10^6 \text{ г/см}^3$ температура $\Theta_D \approx 10^6$. При температурах T , существенно меньших Θ_D , теплоемкость вещества пропорциональна T^3 (закон Дебая) и значительно меньше не зависящей от температуры классической теплоемкости, наблюдаемой при $T \gg \Theta_D$. Отсюда очевидно, что очень плотные белые карлики при $T \ll \Theta_D$ обладают относительно небольшой свободной энергией, пропорциональной T^4 . Следовательно, такие карлики быстрее остывают. В результате вполне возможно, что некоторые самые плотные белые карлики к настоящей эпохе уже успели остыть до очень низких температур. Таких звезд, конечно, немного. Наблюдать их оптическим методом невозможно, и, естественно, какие-либо наблюдательные данные на этот счет отсутствуют.

Можно ли вообще наблюдать холодные белые карлики? Этот вопрос аналогичен тому, который естественно задать также в отношении других звезд — нейтронных и сколлапсировавших, которые нельзя или очень трудно увидеть в оптической части спектра. Все такие звезды можно, в принципе, заметить по их гравитационному полю; например, невидимая звезда, входящая в состав звездной пары, должна влиять на движение второй звезды. В случае нейтронных звезд, если они достаточно горячи, можно надеяться их обнаружить также по рентгеновскому излучению. Наконец, белые карлики и нейтронные звезды, если они колеблются (пульсируют), могут быть источниками мощного радиоизлучения.

Открытие пульсаров ²²⁻²⁵ с самого начала связывалось с подобными колебаниями нейтронных звезд или белых карликов. Довольно длительное время казалось, что предпочтительнее модель колеблющихся карликов ²⁴⁻²⁶, но в октябре 1968 г. после обнаружения значительно более коротких периодов колебаний ^{21, 27, 28} положение изменилось. По-видимому, наблюдавшиеся пульсары представляют собой колеблющиеся и одновременно вращающиеся нейтронные звезды. Вряд ли можно, однако, отрицать возможность существования и обнаружения пульсаров другого типа, а именно пульсаров — белых карликов. Здесь не место развивать эту тему ²⁵, и хочется лишь подчеркнуть, что холодные белые карлики ни в коей мере не могут считаться ненаблюдаемыми.

Как ясно из формулы (14) и уже сделанных комментариев к ней, в центральных областях белых карликов сверхпроводимость если и возможна, то только при совершенно ничтожной температуре. Сверхпроводимость с $T_c \lesssim 10^2$, а в принципе, может быть, и с $T_c \lesssim 10^{30} \text{ К}$, могла бы наблюдаться в некоторой периферической оболочке холодного белого карлика, где-то в области плотностей $\rho \sim 1 - 100 \text{ г/см}^3$. Химический

состав разных белых карликов может быть неодинаковым. Возможно, такое разнообразие состава относится и к наиболее плотным белым карликам. Тем самым, помимо плотности ρ , имеется еще один параметр — химический состав, а, быть может, и другие параметры, связанные с типом кристаллической решетки.

Наличие сверхпроводимости в слое звезды скажется на теплоемкости слоя, его теплопроводности, сжимаемости и т. п. С точки зрения влияния на параметры звезды в целом эти изменения малы, но косвенно они могли бы сказаться на различных эффектах, в частности на колебаниях звезды. Вопрос этот еще не исследован. Можно указать вместе с тем и на один очень сильный эффект: даже тонкий сверхпроводящий слой существенно изменит магнитное поле звезды¹¹. С другой стороны, радиоизлучение пульсаров, вероятно, в значительной мере определяется конфигурацией и напряженностью магнитного поля в атмосфере звезды^{25, 26}. В результате появление сверхпроводимости может заметно или даже радикально сказаться на радиоизлучении холодного пульсирующего магнитного белого карлика. В случае Юпитера магнитный эффект сверхпроводимости также может играть какую-то роль¹⁷, поскольку эта планета, по-видимому, обладает магнитным моментом.

В вопросе о сверхпроводимости некоторых областей белых карликов и планет типа Юпитера и Сатурна самым главным сейчас является, однако, не обсуждение возможных следствий появления сверхпроводимости, а выяснение самого фундамента — определение критической температуры для металлического водорода и других сильно сжатых веществ ($\rho \sim 1\text{--}100 \text{ г/см}^3$), встречающихся в случае звезд и планет.

V. СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Еще в 30-е годы, вскоре после открытия нейтрона и установления протонно-нейтронной модели атомного ядра, возникла мысль о возможности образования и существования нейтронных звезд (ссылки на пионерские работы в этой области можно найти в¹⁰, стр. 225; помимо¹⁰, о свойствах нейтронных звезд см. в^{29, 30}). Несколько точнее следовало бы говорить о нейтронной сердцевине звезд, поскольку вещество состоит в основном из нейтронов лишь при плотности $\rho \gtrsim 10^{12} \text{ г/см}^3$. Поэтому нейтронная сердцевина всегда будет окружена некоторой «плазменной» оболочкой — квазинейтральной смесью электронов, протонов и ядер. Плазменная оболочка, особенно для колеблющейся звезды и при учете влияния магнитного поля (оно для нейтронных звезд может быть колоссальным; см.^{31, 32}) по своим размерам, возможно, далеко превосходит нейтронную сердцевину. Во всяком случае, это замечание относится к разреженной плазменной оболочке (короне). Но и более плотная плазменная оболочка, особенно для нейтронных звезд с небольшой массой²¹, довольно велика. Тем не менее такая звезда будет существенно отлична от других звезд, в связи с чем термин «нейтронная звезда» является достаточно точным и определенным.

Теории нейтронных звезд посвящены многочисленные исследования и обзоры^{10, 29, 30}, о путях обнаружения этих звезд уже упоминалось выше. Как раз сейчас, когда, по-видимому, удалось отождествить пульсары с вращающимися нейтронными звездами, открывается новая глава в их изучении — из гипотетического объекта нейтронные звезды становятся наблюдаемыми небесными телами. В этой связи представляется особенно важным тот факт, что нейтронные звезды должны быть по крайней мере в части своего объема сверхтекучими, а возможно, и сверхпроводящими.

К заключению о сверхтекучести нейтронных звезд можно прийти³³ из весьма простых соображений (отметим, что замечание о возможной сверхтекучести нейтронной сердцевинной звезд было еще раньше сделано в³⁴). Из опытов по рассеянию нейтронов известно, что два нейтрона с антипараллельными спинами притягиваются друг к другу, во всяком случае на тех расстояниях (для тех импульсов), которые отвечают границе Ферми в нейтронных звездах ($p_F = \hbar k_F$, $k_F \leq 10^{13} \text{ см}^{-1}$). Правда, это притяжение не приводит к образованию стабильного бинейтрона, но в случае вырожденного нейтронного газа оно должно, в согласии с теорией БКШ^{4, 5}, приводить к «спариванию» нейтронов и к образованию щели в энергетическом спектре системы. При наличии щели в спектре нейтронная жидкость должна быть сверхтекучей, об ее сверхпроводимости говорить не приходится в силу того, что нейтроны не заряжены.

Для оценки ширины щели $\Delta(0)$ и соответствующей критической температуры $T_c \sim \Delta(0)/k$ воспользуемся формулой БКШ (9). При этом эффективная ширина энергетической области, в которой нейтроны притягиваются, по порядку величины равна $E_0 = k\Theta \sim p_F \hbar / M_n a$, где $a \sim 10^{-13} \text{ см}$ — радиус действия ядерных сил, $M_n \approx M_p$ — масса нейтрона и $\hbar/a$ — характерное значение импульса, передаваемого при столкновении нейтронов. Для плотностей $\rho \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ г/см}^3$ энергия $E_0 \sim 5 - 20 \text{ Мэв}$. Плотность состояний на поверхности Ферми $N(0) = M_n k_F / 2\pi^2 \hbar^2 \sim (0,5 - 2) \cdot 10^{42}$. Труднее всего надежно оценить матричный элемент энергии взаимодействия V , фигурирующий в формуле БКШ (9). Если взаимодействие нейтронов в синглетном состоянии описывать потенциальной ямой глубиной 15 Мэв и шириной $2,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, то

$$V = \int v(r) d^3r \sim 2 \cdot 10^{-42}.$$

Отсюда

$$\Delta(0) \sim E_0 e^{-1/N(0)V} \sim 1 - 20 \text{ Мэв}, \quad \rho \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ г/см}^3. \quad (18)$$

Ядерная плотность $\rho_n \sim (2 - 3) \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, и в этом случае $\Delta \sim 5 \text{ Мэв}$, что не противоречит известным данным ядерной физики. Такой контроль весьма важен в силу грубости оценок и экспоненциального характера формулы (18). Щели $\Delta \sim 1 - 20 \text{ Мэв}$ отвечает критическая температура $T_c \sim 10^{10} - 10^{11}$ градусов, которая существенно выше «обычной» температуры нейтронных звезд. Таким образом, мы и приходим к выводу о сверхтекучести последних.

Вполне законен, однако, вопрос о степени надежности сделанного заключения. При понижении плотности нейтронной жидкости в ней появляется все больше протонов и ядер, поэтому при $\rho < 10^{12} \text{ г/см}^3$ трудно считать проведенную оценку даже качественно справедливой. С другой стороны, при больших плотностях взаимодействие между нейтронами нельзя считать взаимодействием только между парами частиц (двухчастичные силы), а соударения между нейтронами рассматривать как парные соударения^{35, 36}. В результате имеются основания полагать, что при $\rho \gtrsim \rho_n$ щель в спектре нуклонов исчезает. Согласно³⁶ щель в спектре нейтронов закрывается при плотности $\rho = 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$, которая считается равной $0,5\rho_n$. Нам трудно судить о точности этой оценки. Отвлекаясь от количественной стороны дела, можно, видимо, считать, что в области плотностей от примерно 10^{12} до $(1 \div 3) \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ щель в спектре существует, причем $\Delta(0) \sim 1 - 10 \text{ Мэв}$ *). В применении к нейтронным

*) Не лишним будет подчеркнуть, что строгое доказательство существования щели в нейтронной жидкости все же отсутствует. Количественная оценка Δ также, конечно, нуждается в уточнении.

звездам это означает, что в них при $T < T_c$ существует сверхтекучий слой. Для нейтронных звезд с малой массой $0,1M_\odot < M < (0,3-0,4)M_\odot$ такой слой может доходить до центра звезды, т. е. фактически является шаром. У более массивных нейтронных звезд $((0,3-0,4)M_\odot < M < 2M_\odot)$ в их центральной части возможно, а при $M \gtrsim 1M_\odot$ даже весьма вероятно появление несверхтекучего ядра.

В нейтронной жидкости присутствуют и другие частицы. Если не касаться области особенно высоких плотностей ($\rho > 3 \cdot 10^{14}$ г/см³), то речь идет о протонах и электронах^{10, 30}. При плотности $\rho \sim \rho_n \sim \sim 2 \cdot 10^{14}$ г/см³ количество протонов составляет величину порядка 1% количества нейтронов. Количество электронов практически равно количеству протонов (это ясно из требования квазинейтральности системы, но при предположении об отсутствии значительного количества ядер, отличных от протонов). При не слишком больших плотностях $\rho \ll \rho_n$ нейтроны, протоны и электроны в нормальном состоянии образуют как бы три сосуществующих вырожденных ферми-газа (точнее, следовало бы говорить о ферми-жидкостях; в данном случае такое различие несущественно, поскольку спектр возбуждений ферми-жидкости в качественном отношении совпадает со спектром ферми-газа). Естественно возникает теперь вопрос о сверхтекучести не только нейтронов, но также протонов и электронов. Точнее, в случае протонов и электронов могла бы наблюдаться не сверхтекучесть, а сверхпроводимость. Для электронов в нейтронных звездах плотность так велика, что щель можно считать отсутствующей (см. предыдущий раздел настоящей статьи*). В отношении же протонов при плотности звезды $\rho \sim \rho_n \sim 10^{14}$ г/см³ плотность протонной «фазы» $\rho_p \sim 10^{12}$ и сверхпроводимость не исключена. К сожалению, нам неизвестны какие-либо убедительные оценки на этот счет (согласно³⁶, где подчеркивается грубость произведенной оценки, щель для протонов при $\rho = 0,75 \rho_n$ меньше 1 Мэв, а при $\rho > \rho_n$ эта щель меньше $0,2$ Мэв).

Какую роль играет сверхтекучесть и сверхпроводимость нейтронных звезд? Наличие щели в спектре меняет температурную зависимость внутренней энергии и, следовательно, также таких производных величин, как теплоемкость. Если для ферми-газа теплоемкость пропорциональна температуре ($C_n = \gamma T$), то для сверхтекучего (сверхпроводящего) состояния теплоемкость экспоненциально зависит от T ($C_s \sim e^{-\Delta/kT}$). При анализе процесса охлаждения или нагревания (скажем, в результате аккреции вещества) нейтронных звезд изменение температурной зависимости теплоемкости имеет существенное значение. Совершенно очевидно, что при наличии щели охлаждение будет при таком же отводе тепла проходить значительно быстрее, чем для спектра без щели.

Второй важный эффект, связанный с наличием щели, состоит в изменении под ее влиянием скорости охлаждающих звезду реакций, приводящих к образованию нейтрино и антинейтрино (реакции $n + p \rightarrow n + p + e + \bar{\nu}$ и $n + p + e \rightarrow n + n + \bar{\nu}$; см. ³⁵⁻³⁷). Далее появление щели в энергетическом спектре сказывается на многих других величинах и процессах, в частности сжимаемости, вязкости и т. п. В этой связи при анализе динамических процессов в звезде, в частности ее колебаний, сверхтекучесть звезды может быть весьма существенна (мы не имеем в виду собственно сверхтекучих эффектов, поскольку для массивного тела критическая скорость для сверхтекучего движения должна быть совершенно ничтожной³³; впрочем, вполне возможно косвенное влияние

*) Это замечание, разумеется, не относится к плазменному слою вблизи поверхности звезды, где при $\rho \sim 1-100$ г/см³ и $T \lesssim 10^2-10^3$ К сверхпроводимость могла бы, в принципе, наблюдаться.

наличия большого количества вихревых нитей, имеющих во вращающейся сверхтекучей жидкости). Наконец, нужно упомянуть о том, что сверхпроводимость нейтронной звезды, или, конкретно, даже тонкого ее слоя, может существенно сказаться на магнитном поле звезды, его конфигурации, эволюции и т. д. Поскольку нейтронные звезды, вероятно, являются магнитными (имеют заметный, а иногда и большой магнитный момент; см. ^{31, 32}, а также ²⁵⁻²⁸), последнее замечание представляется заслуживающим детального исследования. Впрочем, то же можно, конечно, сказать и о ряде других затронутых выше вопросов.

VI. О СВЕРХТЕКУЧЕСТИ КОСМОЛОГИЧЕСКОГО НЕЙТРИННОГО «МОРЯ»

Нейтрино являются самыми проникающими из известных частиц или, во всяком случае, частиц с полуцелым спином (эту оговорку делаем, чтобы не касаться вопроса о гравитонах). В этой связи удержать нейтрино не представляется возможным не только в лабораторных условиях, но и внутри звезд (за исключением коллапсировавших звезд или родственных им гипотетических образований — геон). Тем самым кажется также совершенно не заслуживающим внимания и обсуждение возможности сверхтекучести для совокупности нейтрино. Такой вывод, однако, был бы не вполне правильным — вопрос о сверхтекучести космологического нейтринного «моря» представляется имеющим вполне определенный интерес ³³.

Как в изотропных, так и в анизотропных космологических моделях роль нейтрино на некоторых ранних стадиях эволюции существенна, а в некоторых вариантах особенно велика ^{10, 39}. В частности, не может считаться исключенной возможность того, что как раз во время образования ряда химических элементов заполняющие Вселенную нейтрино (нейтринное «море») образуют вырожденный ферми-газ. Плотность, отвечающая газу полностью вырожденных нейтрино (или антинейтрино), равна

$$\rho_\nu = \frac{E_F^4}{8\pi^2 c^5 \hbar^3} \approx 3 \cdot 10^3 [E_F (Mэв)]^4 \text{ г/см}^3; \quad (19)$$

здесь E_F — энергия на границе Ферми, $E_F (Mэв)$ — та же энергия в $Mэв$.

Вместе с тем в изотропных моделях Фридмана (т. е. в изотропных моделях без Λ -члена) на ранних стадиях эволюции полная плотность

$$\rho = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{3}{32\pi G t^2} \approx \frac{4,5 \cdot 10^5}{t^2} \text{ г/см}^3, \quad (20)$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-8}$ — гравитационная постоянная и t — время (в секундах) от «начала» эволюции. Очевидно, $\rho_\nu \ll \rho$, и, следовательно,

$$\rho_{\nu, \max} = \frac{E_{F, \max}^4}{8\pi^2 c^5 \hbar^3} \sim \frac{3}{32\pi G t^2}, \quad E_{F, \max} \sim \frac{3}{\sqrt{t \text{ (сек)}}} Mэв. \quad (21)$$

Выше, как обычно, нейтринный газ считался идеальным. Между тем, если этот газ вырожден, он может переходить в сверхтекучее состояние, подобное сверхпроводящему состоянию электронов в металле. Достаточным и, вероятно, необходимым условием для появления такой сверхтекучести является наличие притяжения между нейтрино. То, что нейтрино *) как-то взаимодействуют друг с другом, сомневаться не приходится,

*) Для простоты будем упоминать только нейтрино. Но все сказанное относится и к антинейтрино. Кроме того, можно было бы отдельно рассматривать электронные и мюонные нейтрино, но, учитывая характер обсуждения в настоящем разделе, в этом также нет нужды.

но ни знак, ни порядок величины этого взаимодействия еще не известны. Не исключено существование «прямого» взаимодействия между нейтрино, описываемого членом типа $\lambda/2 \cdot (\psi_v^* (\psi_v^* \psi_v) \psi_v)$ в выражении для оператора Гамильтона. Но если такое «прямое» взаимодействие отсутствует, то аналогичный член в гамильтониане появится, вероятно, в высших приближениях теории возмущений уже при учете известного взаимодействия нейтрино с электронами или мюонами. В подобном случае, однако, мы будем иметь дело с расходящимся выражением, и вполне надежно оценить знак и абсолютную величину коэффициента λ все равно нельзя. Кроме того, даже независимо от происхождения члена типа $\lambda\psi^4$ строгое решение задачи о нейтринном поле с учетом этого члена еще не получено. В этой связи в статье³⁸ была использована обычная теория БКШ в формулировке, в которой взаимодействие между частицами описывается гамильтонианом $\lambda/2 \cdot \int (\psi^* (\psi^* \psi) \psi) d^3r$. Но если для электронов в металлах энергия электронного «возбуждения» вблизи границы Ферми имеет вид $\xi = v_F (p - p_F)$, то для нейтрино $\xi = c (p - p_F)$, где c — скорость света, $p_F = \hbar k_F$ — импульс и $v_F = p_F/m$ — скорость на границе Ферми. Кроме того, нужно учесть, что при данном импульсе спин нейтрино может иметь только одно направление.

Для нахождения щели в энергетическом спектре системы нужно, помимо предположения о наличии притяжения между частицами вблизи энергии Ферми E_F (это значит, что в приведенном выше выражении $\lambda < 0$), сделать также определенные допущения о ширине энергетической области, в которой имеет место это притяжение. В теории БКШ для металлов считается, что область притяжения $k\Theta_D = \hbar\omega_c \ll E_F$. Тогда получается формула (9), которую запишем в виде

$$\Delta(0) \approx \hbar\omega_c e^{-\frac{\pi^2 v_F^3 \hbar^3}{2|\lambda| E_F^2}}. \quad (22)$$

Для нейтринного газа области притяжения, если оно вообще имеет место, мы не знаем. Но если теорией БКШ вообще можно воспользоваться, хотя бы для ориентировки, то $\hbar\omega_c \ll E_F$. Полагая, что для нейтринного «моря» $\lambda < 0$, $\hbar\omega_c \sim E_F$ и $\Delta \ll E_F$, получаем

$$\Delta(0) \sim E_F e^{-\frac{4\pi^2 c^3 \hbar^3}{|\lambda| E_F^2}}. \quad (23)$$

Эта формула, если не касаться отличия в численном коэффициенте, вполне аналогична формуле (22) с естественной заменой v_F на c и, конечно, другим значением $|\lambda|$. Для металлических сверхпроводников при $\Delta/\hbar\omega_c \sim \Delta/k\Theta_D \sim 10^{-2}$ и $v_F \sim 10^8$ см/сек $|\lambda| \sim 5 \cdot 10^{-35}$ эрг·см³. Для универсального слабого взаимодействия $|\lambda| \sim 10^{-49}$ эрг·см³. Если принять такое же значение в (23), то $\ln \Delta/E_F \sim -10/E_F^2$ и, например, $\ln \Delta/E_F \sim -10$ при $E_F \sim 1$ эрг $\sim 10^6$ Мэв или $\rho \sim 3 \cdot 10^{27}$ г·см⁻³, $t \sim 10^{-11}$ сек (см. (19) и (20)). Вопрос о таких ранних стадиях эволюции Вселенной, если они вообще как-то осуществлялись (это зависит от области применимости и характера космологических моделей), представляет большой интерес и в то же время остается в целом неясным. Для «горячих» космологических моделей¹⁰ вырождение нейтрино является неполным или даже практически совсем отсутствует. Кроме того, при $\rho > 10^{14} - 10^{15}$ г·см⁻³ уравнение состояния вещества весьма плохо известно. С другой стороны, грубость расчета и экспоненциальный характер зависимости (23) в сочетании с неопределенностью значений $|\lambda|$ и $\hbar\omega_c$ не позволяет совсем исключить возможность того, что щель в спектре

значительна уже при $E_F \sim 1 \text{ Мэв}$ ($\rho \sim 3 \cdot 10^3 \text{ г/см}^3$, $t \sim 10 \text{ сек}$). Последние значения отвечают фазе, на которой или вблизи которой могут происходить некоторые ядерные реакции, определяющие химический состав вещества во Вселенной. Присутствие щели в спектре нейтрино сказало бы на протекании упомянутых ядерных реакций. Сверхтекучесть нейтрино могла бы в принципе представить интерес и для гипотетических плотных «сверхзвезд» при рассмотрении их коллапса или антиколлапса¹⁰.

Несомненно, обсуждение проблемы сверхтекучести нейтринного «моря» носит несколько спекулятивный характер. Но вопрос этот любопытен в чисто теоретическом плане и вместе с тем не должен игнорироваться при анализе различных космологических моделей.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше был рассмотрен или упомянут целый ряд возможностей появления сверхтекучести и сверхпроводимости в космических условиях. Все эти возможности представляют теоретический интерес, но две из них особенно важны и актуальны в конкретном астрофизическом плане.

Речь идет, во-первых, о сверхпроводимости сильно сжатого вещества ($\rho \sim 1-100 \text{ г/см}^3$) и, в частности, металлического водорода. Такое вещество существует в недрах Юпитера и Сатурна (и, конечно, аналогичных планет) и в некотором периферическом слое звезд — белых карликов и не слишком горячих нейтронных звезд. При современном состоянии теории можно лишь грубо оценить критическую температуру T_c в предположении, что сверхпроводимость имеет место. Основной задачей поэтому является уточнение расчетов с целью выяснить условия появления сверхпроводимости и более надежной оценки T_c . В этом направлении не исключен также экспериментальный подход в результате получения в лаборатории металлического водорода и других веществ с «космическим» составом под давлением больше 10^6 атм .

Можно ли надеяться получить информацию о сверхпроводимости сильно сжатого вещества на основе астрономических наблюдений? Такая возможность представляется очень мало вероятной, поскольку сильно сжатое вещество находится в недрах планеты или звезды. Влияние сверхпроводимости такого вещества на магнитное поле планеты или белого карлика могло бы оказаться значительным, но это влияние трудно наблюдать и оно не так уж специфично. Другими словами, в данном случае, как и в большинстве других, скорее физики могут помочь астрофизикам разобраться в сложных явлениях, но не наоборот.

Второй из упомянутых наиболее важных примеров — это сверхтекучесть нейтронных звезд, а также вопрос о сверхпроводимости протонов в нейтронных звездах. В существовании сверхтекучести нейтронной жидкости в нейтронных звездах, по крайней мере в некотором довольно толстом слое звезды, видимо, трудно сомневаться. Как широк сверхтекучий слой, каковы его параметры? Ответ на эти вопросы должна дать ядерная физика и вычисления уравнения состояния для сверхтекучего ядерного вещества. То же относится к анализу вопроса о сверхпроводимости протонов в нейтронных звездах. К области же астрофизики можно отнести как расчеты скорости охлаждения нейтронных звезд с учетом их сверхтекучести и возможной сверхпроводимости, так и различные расчеты, касающиеся колебаний (пульсаций) нейтронных звезд и изменений их магнитного поля. Сейчас, когда нейтронные звезды, по-видимому, наконец обнаружены, после более чем тридцатилетнего периода обсуждений и поисков, все, что связано с этими звездами, приобретает

особый интерес. Проблема сверхтекучести и сверхпроводимости нейтронных звезд и связанные с ней вопросы несомненно займут свое место на фронте исследования этих замечательных небесных тел.

В заключение автор рад возможности поблагодарить Л. В. Келдыша и Д. А. Киржница за обсуждение ряда вопросов и замечания, сделанные ими при чтении рукописи.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Келдыш, УФН 99 (1969).
2. В. Л. Гинзбург, УФН 95 (1), 91 (1968); то же *Contemp. Phys.* 9, 355 (1968).
- 2a. A. Coniglio, M. Marinero, *Nuovo Cimento* 48, 249 (1967); A. Coniglio et al., Preprint (1968).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, М., «Наука», 1964.
4. Дж. Бардин, Дж. Шриффер, *Новое в изучении сверхпроводимости*, М., Физматгиз, 1962.
5. П. де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, М., «Мир», 1968.
6. Д. А. Киржниц, *Письма ЖЭТФ* (1969).
7. Д. А. Киржниц, *ЖЭТФ* 38, 503 (1960).
8. Н. М. Van Horn, *Astrophys. J.* 151, 227 (1968).
9. Н. М. Van Horn, *Cristallization of Classical, One-component Plasma*, Preprint (1968) *Phys. Lett.* (1969).
10. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, М., «Наука», 1968.
11. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *Nature* 220, 148 (1968).
12. А. А. Абрикосов, *ЖЭТФ* 41, 569 (1961).
13. А. А. Абрикосов, *Астрон. ж.* 31, 112 (1954).
14. Л. В. Альштулер, А. А. Баканова, УФН (2), 96, 193 (1968).
15. Н. Б. Брандт, П. И. Гинзбург, УФН 98 (1), 95 (1969).
16. W. C. De Marcus, *Astron. J.* 63, 2 (1958).
17. N. W. Ashcroft, *Phys. Rev. Lett.* 21, 1748 (1968).
- 17a. T. Schneider, E. Stoll, *Metallic Hydrogen*. Preprint (1968).
- 17b. W. B. Hubbard, *Astrophys. J.* 152, 745 (1968).
18. J. L. Greenstein, *Brandeis Lectures*, Preprint (1968).
19. V. Weidemann, *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 6, 351 (1968).
20. K. S. Thorne, J. R. Iviser, *Astrophys. J. Lett.* 152, L71 (1968); 153, L215 (1968).
21. K. S. Thorne, *Comments on Astrophys. and Space Sci.* 1, No. 1 (1969).
22. A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, R. A. Collins, *Nature* 217, 709 (1968) (см. перевод: УФН 95, 705 (1968)).
23. A. Hewish, *Sci. American* 219 (4), 25 (1968) (см. перевод на стр. 715).
24. S. P. Maran, A. G. W. Cameron, *Phys. Today* 21 (8), 41 (1968).
25. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, УФН 98 (2) (1969).
26. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, *Nature* 220, 355 (1968).
27. F. D. Drake, H. D. Craft, *Nature* 220, 231 (1968).
28. M. I. Large, A. E. Vaghan, B. Y. Mills, *Nature* 220, 340 (1968).
29. J. A. Wheeler, *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 4, 393 (1966).
30. A. G. W. Cameron, *High Density Astrophysics*, vol. 3, *Les Hautes Lectures*, Gordon and Breach, New York, 1967.
31. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР 156, 43 (1964); В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, *ЖЭТФ* 47, 1031 (1964).
32. L. Wiltjer, *Astrophys. J.* 140, 1309 (1964).
33. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *ЖЭТФ* 47, 2006 (1964).
34. А. Б. Мигдал, *ЖЭТФ* 37, 249 (1959).
35. J. N. Bahcall, R. A. Wolf, *Phys. Rev.* 140, B1445, B1452 (1965).
36. R. A. Wolf, *Astrophys. J.* 145, 834 (1966).
37. A. Finzi, R. A. Wolf, *Astrophys. J.* 153, 835 (1968).
38. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, *Письма ЖЭТФ* 5, 275 (1967).
39. R. V. Wagoner, W. A. Fowler, F. Hoyle, *Astrophys. J.* 148, 3 (1967).
40. Б. А. Трубиников, *ЖЭТФ* 55, 1892 (1968).