УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.36

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛИВАЛЕНТНЫХ НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

Г. П. Мотулевич

введение

В настоящем обзоре мы постараемся дать картину металлооптических явлений, приведенную в соответствии с современным состоянием физики твердого тела, и показать большие возможности металлооптики, позволяющей получить общирную информацию об электронной структуре металлов.

Анализ состояния этой области физики, которое сложилось к 1955 г., изложен в обзоре Гинзбурга и автора¹. К этому времени существенным шагом, послужившим толчком для развития металлооптических исследований, явилось применение в 1953—1954 гг. Динглем² и Гинзбургом³ к оптике (главным образом к инфракрасной области спектра) теории аномального скин-эффекта, развитой ранее Пиппардом⁴, Рейтером, Зондгеймером⁵, Чемберсом⁶, Голштейном⁷ и др. для измерений в СВЧ диапазоне. Эта теория ликвидировала противоречение между экспериментальным и теоретическим значениями коэффициента поглощения света А при низких температурах. Эксперимент показывает, что при понижении температуры указанный коэффициент остается довольно большой величиной (см. обзор¹), в то время как, согласно прежним теориям Друде — Зинера⁸, он должен стремиться к нулю. Согласно теории аномального скин-эффекта нужно учитывать вклад в А поверхностных потерь. которые при диффузном отражении электронов от поверхности металла *) остаются конечными и при T = 0. Учет этого обстоятельства, а также учет квантового характера взаимодействия электрона с фотоном и фононами, выполненный в 1954—1958 гг. Гуржи ^{10, 11} и Голштейном ¹², привел к согласию экспериментальной и теоретической температурной зависимости А.

В обзоре ¹ была приведена теория, связывающая оптические постоянные металлов с их микрохарактеристиками, основанная на изотропной модели «почти свободных» электронов и учитывающая аномальный характер скин-эффекта. Там же подчеркивалась важность металлооптических измерений, особенно измерений в инфракрасной области, позволяющих определить концентрацию электронов проводимости. Был проведен анализ экспериментальных работ, показавший, что сколько-нибудь надежных данных по оптическим постоянным металлов, особенно в инфракрасной области, к тому времени не было. Более того, для инфракрасной области не было методов, позволяющих проводить измерения с хорошей

^{*)} Диффузное отражение электронов от поверхности металла подтверждаетсяэкспериментом ⁶,⁹.

точностью. Способы приготовления образцов для исследования страдали существенными дефектами.

За истекший период были разработаны новые методы измерения оптических постоянных металлов и решена задача получения образцов требуемого качества. В результате были получены надежные данные по оптическим постоянным ряда металлов.

Существенные успехи достигнуты также в теоретическом рассмотрении вопросов связи оптических свойств металлов с его основными микрохарактеристиками. Развитие теории твердого тела приведо в последнее время к очень плодотворным идеям, связанным с понятием исевдопотенциала. Эти идеи разрабатывались в работах Гаррисона ¹³, Гейне ^{14, 15}, Займана ¹⁶⁻¹⁹ и ряда других авторов. Согласно этим работам экранировка иона электронами, а также возможность использовать сглаживание быстрых осцилляций электрона внутри ионного остатка позволяют работать с псевдоволновой функцией и псевдопотенциалом. Псевдопотенциал это, по сути дела, разность между экранированным потенциалом иона и эффективным потенциалом, связанным с быстрым осцилляционным движением электрона внутри иона. Он много меньше исходного потенциала и представляет собой значительно более гладкую функцию, чем истинный потенциал. Псевдоволновая функция соответствует истинной волновой функции без учета быстрых осцилляций внутри понного остатка.

После вышеуказанных работ стало ясно, что практически для очень многих задач можно считать, что валентный электрон «чувствует» только слабый псевдопотенциал. Это обосновывает модель «почти свободных» электронов и позволяет рассматривать оптические свойства обычных металлов в инфракрасной и видимой областях спектра также на основе представления о «почти свободных» электронах. Однако свойства этих «почти свободных» электронов отличаются от свойств «свободных» электронов.

Когерентное рассеяние электронов плоскостями решетки, даже в случае слабого исевдопотенциала, существенно сказывается на оптических свойствах металлов.

Используя концепцию псевдопотенциала, удалось получить простые соотношения, связывающие оптические постоянные металла с его основными электронными характеристиками. Таким образом, по результатам измерений оказалось возможным определить основные характеристики электронов проводимости и фурье-компоненты исевдопотенциала. Поскольку те же микрохарактеристики и в первую очередь фурье-компоненты псевдопотенциала определяют как зонную структуру, так и другие свойства, зависящие от электрон-ионного взаимодействия (например, эффект ван Альфена — де Гааза, циклотронный резонанс, фононный спектр и поглощение ультразвука в магнитном иоле, температуру перехода в сверхпроводящее состояние и т. п.), то можно использовать значения, полученные в оптике, для интерпретации других данных.

Рассмотренный в настоящей работе подход может быть распространен не только на металлы в кристаллическом состоянии, но также на жидкие металлы, на сплавы (как упорядоченные, так и неупорядоченные) и на аморфное состояние металлов.

Приведенные соотношения имеют место для обычных, т. е. непереходных, металлов. Пока не ясно, насколько они могут быть перенесены на переходные металлы. В дальнейшем мы рассмотрим только непереходные металлы.

Более подробный разбор всех вопросов, затронутых в настоящем обзоре, выполнен в работе ²⁰.

оптические свойства поливалентных непереходных металлов 213

1. МЕТОД КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В МЕТАЛЛООПТИКЕ

Оптические измерения позволяют получить две функции $n(\omega, T)$ и $\varkappa(\omega, T)$ (см. ¹) *). Для установления связи $n(\omega, T)$ и $\varkappa(\omega, T)$ с основными электронными характеристиками металла используют метод кинетического уравнения (см., например, ^{21, 22, 1}). Состояние электронов описывают функцией распределения $\tilde{f}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$, зависящей от указанных аргументов **). Для нее имеет место следующее соотношение:

$$\widetilde{f}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f_0(\mathbf{p}) + f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t), \qquad (1,1)$$

$$f_0(\mathbf{p}) = \left[\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1\right]^{-1}, \qquad (1,2)$$

и $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ определяется влиянием поля световой волны. Во всех случаях, встречающихся в настоящее время в металлооптике, можно считать, что $|f| \ll |f_0|$. Поэтому можно использовать линеаризованное кинетическое уравнение, которое должно решаться совместно с уравнениями поля. Полная система уравнений, написанная для случая, когда металл занимает верхнее полупространство, ось *z* перпендикулярна поверхности раздела, а свет частоты ω , поляризованный по оси *x*, падает на металл нормально к поверхности, имеет следующий вид:

$$v_{z}\frac{\partial f}{\partial z} + (i\omega + \nu)f = -e\mathscr{E}_{x}\frac{\partial f_{0}}{\partial p_{x}}, \qquad (1,3)$$

$$\frac{d^2 \mathscr{E}_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathscr{E}_x = i \cdot \frac{4\pi\omega}{c^2} j_x, \qquad (1,4)$$

$$j_{\rm x} = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int v_{\rm x} f \, d^3 p.$$
 (1.5)

Считаем, что \mathscr{E} совпадает с направлением **j** (изотропный случай или поликристаллы). В уравнении (1,3) учтено, что $\frac{\partial f}{\partial t} = i\omega f$, а интеграл соударений записан в виде — vf. Такая приближенная запись, когда учитывается только первый член разложения интеграла соударений по степеням f, оправдана при высоких (комнатных) температурах, а также при низких (гелиевых) температурах 2^{2-24} , ¹⁰. В качестве экстраполяционного это приближение используется и при средних температурах.

Уравнение (1,3) является классическим. Однако при высоких частотах, когда $\hbar \omega > kT$, взаимодействие электронов с полем световой волны носит квантовый характер. Электрон, поглощая квант света, меняет свою энергию сразу на величину $\hbar \omega$. Разница между классическим и квантовым случаем особенно существенна, когда выполняются неравенства: $\hbar \omega \gg k\Theta \gg kT$ (здесь Θ — температура Дебая), т. е. при низкотемпературных измерениях. Более правильно использовать квантовое кинетическое уравнение. Гуржи, развивая работы Боголюбова, Гурова ²⁵ и Климонтовича, Силина ²⁶, получил квантовое кинетическое уравнение для электронов в металле в поле электромагнитной волны ^{10, 11}. В качестве квантовой функции распределения берется смешанное представление матрицы плотности. Уравнение, полученное для этой функции, содержит некий оператор, являющийся квантовым обобщением обычного интеграла столкновений. Мы не будем здесь приводить сложные выражения для

^{*)} Список использованных обозначений приводится на стр. 253 в конце обзора.

^{**)} Спиновые переменные можно не учитывать.

этого оператора. Отметим только, что для металлооптических задач в случае выполнения неравенств

$$\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}
ight)\gg 1$$
и $\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}
ight)\gg \exp\left(\frac{\Theta}{T}
ight)$

можно ввести эффективную частоту соударений электронов с фононами $v_{ep}(T)$, которая, однако, при низких температурах будет сильно отличаться от классической частоты соударений электронов с фононами $v_{ep}^{\kappa n}(T)$. Указанное различие будет более подробно обсуждено в гл. 6.

В эффективную частоту соударений электронов, вообще говоря, могут давать вклад также межэлектронные соударения. Влияние межэлектронного взаимодействия на эту величину рассмотрено в работах Гинзбурга и Силина²⁷, Питаевского²⁸ и Гуржи²⁹. Межэлектронное взаимодействие в металлах сильно подавлено принципом Паули. Электрон, лежащий в зоне размытия Ферми, может столкнуться только с другим электроном из той же области. После столкновения оба электрона опять-таки должны попасть в зону размытия Ферми. Учесть эти столкновения можно, введя дополнительную частоту v_{ee} , приводящую к дополнительному поглощению света. Согласно работе²⁸

$$\mathbf{v}_{ee}\left(\boldsymbol{\omega}, \ T\right) = \mathbf{v}_{ee}^{\mathrm{KJ}}\left(T\right) \left[\mathbf{1} + \left(\frac{\hbar\boldsymbol{\omega}}{2\pi kT}\right)^{2}\right]; \tag{1.6}$$

здесь $v_{ee}^{\kappa n}$ — соответствующая классическая частота межэлектронных соударений, пропорциональная T^2 . В ближней инфракрасной области $\hbar \omega \gg 2\pi k T$ и $v_{ee} \gg v_{ee}^{\kappa n}$. Таким образом, обнаружение частоты межэлектронных соударений в оптике значительно более вероятно, чем в статике. Однако экспериментальные исследования оптических постоянных металлов, выполненные в широком температурном интервале, показали, что даже в оптике величина $v_{ee} \ll v$ и ее можно наблюдать лишь при гелиевых температурах в металлах, у которых нет межзонных переходов в ближней инфракрасной области $^{30-32}$.

Наконец, отметим, что рассеяние электронов на примесях (под примесями будем понимать как химические примеси, так и физические примеси, т. е. рассеяние на неоднородностях, границах кристаллов и т. п.) можно учесть, введя частоту соударений с примесями v_{ed}.

Таким образом, для v мы имеем следующее выражение:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{ep} + \mathbf{v}_{ee} + \mathbf{v}_{ed}. \tag{1,7}$$

Возвращаясь к уравнению (1,3), отметим, что

$$\frac{\partial f_0}{\partial p_x} = v_x \frac{\partial f_0}{\partial E} \,.$$

Функция $\frac{\partial f_0}{\partial E}$ носит б-образный характер, благодаря чему оптические свойства определяются электронами на поверхности Ферми.

Величина первого члена уравнения (1,3) $v_z \frac{\partial f}{\partial z}$ определяет характер скин-эффекта. Если этим членом можно пренебречь, то мы имеем так называемый нормальный скин-эффект, который осуществляется главным образом для жидких металлов и металлов в аморфном состоянии. Он имеет также место для некоторых металлов в кристаллическом состоянии в видимом участке спектра и в ближней инфракрасной области при высоких (комнатных) температурах.

Если $v_z \frac{\partial f}{\partial z} \gg (i\omega + v) f$, то имеет место резкоаномальный скинэффект. Этот случай осуществляется для кристаллических металлов

оптические свойства поливалентных непереходных металлов 215

в СВЧ диапазоне. В инфракрасной области он имеет место только для металлов первой группы при низких (гелиевых) температурах.

Если член $v_z \frac{\partial f}{\partial z}$ мал, но его все же нужно учитывать как поправочный, то имеет место слабоаномальный скин-эффект. Это наиболее распространенный случай для металлов в кристаллическом состоянии в инфракрасной области спектра. Для поливалентных металлов он имеет место при всех температурах. Для одновалентных металлов он имеет место при высоких (комнатных) температурах.

Ниже мы лишь кратко остановимся на особенностях общего решения системы уравнений (1,3) — (1,5), уделив основное внимание практически важным случаям слабоаномального и нормального скин-эффекта.

а) Аномальный скин-эффект

Общее решение уравнений (1,3) - (1,5) рассмотрено в ряде, работ ¹⁻³, ⁵, ³³⁻³⁵. Во всех работах рассматривалась лишь сферическая поверхность Ферми. В общем случае между плотностью тока и поляризацией внутри металла и электрическим полем световой волны осуществляется нелокальная связь. При этом нельзя вводить комплексную диэлектрическую постоянную є'. Однако и здесь можно использовать поверхностный импеданс Z и связать с ним величину эффективной комплексной диэлектрической постоянной $\varepsilon_{a\phi\phi} = (n_{a\phi\phi} - i\varkappa_{a\phi\phi})^2$. Обычно 1/| $\varepsilon_{a\phi\phi}$ | « 1; при этом *)

$$Z = \frac{4\pi}{c \sqrt{\varepsilon'_{a\phi\phi}}} \,. \tag{1,8}$$

Поверхностный импеданс полностью характеризует отражение электромагнитных волн от металлической поверхности. Связь поверхностного импеданса с граничными условиями разобрана в работе ³⁷ и приведена в обзоре¹. Эксперимент позволяет определять $n_{эф\phi}$ и $\varkappa_{э\phi\phi}$, используя свойства отраженного света так же, как определяются n и \varkappa . В дальнейшем индекс «эфф» мы будем опускать.

Вернемся к решению системы уравнений (1,3) - (1,5). Решение этой системы существенно зависит от характера отражения электронов от поверхности металла. Эксперимент показывает, что если не интересоваться предельно косым падением электронов на поверхность металла, то отражение является диффузным как в случае поликристаллов, так и в случае монокристаллов^{6,9}. Не останавливаясь на тех методах, которые были специально разработаны для решения этой системы уравнений, укажем, что вместо обычного закона Ома в этом случае между плотностью тока и полем имеет место интегральное соотношение вида

$$j(z) = \int_{0}^{\infty} K\left(\frac{z-\xi}{t}\right) \mathscr{E}(\xi) d\xi;$$

здесь K — ядро, существенно отличное от 0 для, аргумента \ll 1. Такая связь между током и полем приводит к интегро-дифференциальному уравнению для поля в металле типа

$$\frac{d^2\mathscr{E}}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathscr{E} = \operatorname{const} \cdot \int_0^\infty K\left(\frac{z-\xi}{l}\right) \mathscr{E}(\xi) d\xi.$$

^{*)} Учет поправок, связанных с членами $\sin^2 \varphi/\epsilon'$, пе представляет труда. Соответствующие поправки для $n_{\partial \phi \phi}$ п $\varkappa_{\partial \phi \phi}$ рассмотрены, например, в работе ³⁸; они приведены в гл. 3 статьи.

Решение его сложно и громоздко. Окончательные результаты получаются только после численного интегрирования. Убывание поля & с глубиной остается очень быстрым, хотя и не экспоненциальным.

Обычно получают выражения для действительной и мнимой частей поверхностного импеданса Z в виде разложений в ряд по малым параметрам. Мы уже упоминали, что аномальный скин-эффект в оптике осуществляется лишь для металлов первой группы при низких температурах. В этом случае выполняется неравенство $v/\omega \ll 1$. Поэтому в качестве одного из параметров разложения используют отношение v/ω . Вторым параметром обычно является величина $v_F/\omega\delta$. Малость этого параметра означает, что путь, проходимый электроном за один период, мал по сравнению с глубиной скин-слоя. Выражения для действительной и мнимой частей поверхностного импеданса в случае аномального скин-эффекта приводятся в работах 1-3, 38.

Нормальный скин-эффект разобран во многих работах и, в частности, в обзоре¹. Он соответствует пренебрежению первым членом в уравнении (1,3), после чего уравнение из дифференциального становится алгебраическим. При этом условия отражения электронов от границы металла несущественны и все оптические постоянные определяются объемными эффектами.

Нормальный скин-эффект можно легко рассмотреть для монокристалла с произвольной поверхностью Ферми. Выберем оси x, y и z по главным осям эллипсоида ε' . Тогда для схемы опыта, указанной в начале этого параграфа (ось z перпендикулярна поверхности металла, поле поляризовано по оси x), имеем $\mathcal{E} \uparrow \uparrow j$. Определим f(z) из (1,3), подставим его в (1,5) и после перехода от объемного интеграла к интегралу по поверхности Ферми получим

$$j_{\mathbf{x}}(\mathbf{z}) \equiv \frac{i\omega}{4\pi} \left(\varepsilon_{\mathbf{x}}^{'\mathrm{H}} - 1 \right) \mathscr{E}_{\mathbf{x}}(\mathbf{z}) = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\mathscr{E}_{\mathbf{x}}(\mathbf{z})}{i\omega + v_{\mathbf{x}}} \oint \frac{v_{\mathbf{x}}^2}{v} dS_F;$$

здесь dS_F — элемент поверхности Ферми; индекс «н» означает, что соответствующая величина относится к нормальному скин-эффекту. Мы вынесли величину $1/(i\omega + \nu)$ из-под знака интеграла, т. е. применили теорему о среднем, снабдив ν индексом x. Аналогичные соотношения могут быть получены для $j_y(z)$ и $j_z(z)$. Таким образом, для компонент комплексной диэлектрической постоянной получим следующие формулы:

$$\varepsilon_i^{'H} - 1 = -\frac{4\pi e^2}{\omega (\omega - i\nu)} \left(\frac{N}{m}\right)_i, \qquad (1,9)$$

$$\left(\frac{N}{m}\right)_i = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \oint \frac{v_i^2}{v} ds_F \qquad (i=x, y, z).$$
(1,10)

Определяя экспериментально три комплексные величины $\varepsilon_x^{'H}$, $\varepsilon_y^{'H}$ и $\varepsilon_z^{'H}$, можно определить шесть величин

 $(N/m)_i$ и v_i (i = x, y, z).

Для металлов кубической системы

$$\oint \frac{v_x^2}{v} ds_F = \oint \frac{v_y^2}{v} ds_F = \oint \frac{v_z^2}{v} ds_F = \frac{1}{3} \oint v ds_F, \qquad \mathbf{v}_x = \mathbf{v}_y = \mathbf{v}_z = \mathbf{v},$$

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛИВАЛЕНТНЫХ НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ 217

и формулы (1,9) и (1,10) упрощаются:

$$\varepsilon'^{\mathrm{H}} - 1 = -\frac{4\pi e^2}{\omega (\omega - i\nu)} \frac{N}{m} , \qquad (1,9a)$$

$$\frac{N}{m} = \frac{2}{3(2\pi\hbar)^3} \oint v \, ds_F.$$
 (1,10a)

Выражение (1,9а) имеет точно такой же вид, как для свободного классического электронного газа с концентрацией электронов проводимости, равной N, и с массой m, равной массе свободного электрона *). Именно в этом смысле мы будем называть величину N, определенную формулой (1.10a), концентрацией электронов проводимости **).

Легко оценить величину опущенных членов. Для этого подставим $\varepsilon'_{\rm H}$ из (1,9a) в уравнение (1,4). Далее решение для поля & подставим в уравнение (1,3), после чего получим следующие условия, при которых можно пренебречь членом $v_z \frac{\partial f}{\partial \tau}$ (см. обзор ¹):

$$\frac{n_{\rm H}v_F}{c} \ll 1, \tag{1.11a}$$

$$\frac{\varkappa_{\mathrm{H}} v_{F}}{c} \ll \frac{\nu}{\omega}$$
 или $l \ll \delta.$ (1,116)

Неравенство (1,11а) выполняется для всех металлов. Неравенство (1,11б) выполняется далеко не всегда.

В обзоре ¹ приведены формулы для оптических постоянных металлов, полученные разложением в ряд по параметрам v/ω и $v_F/\omega\delta$. Эти формулы не годятся в случае, когда v порядка ω . Для определения N и v из экспериментальных данных в этом случае удобно использовать следующее соотношение ^{30, 40}:

$$(\mathbf{\hat{\epsilon}_{H}}-1)^{-1} = -\frac{\omega \left(\omega-i\nu\right)}{4\pi\epsilon^{2}} \frac{m}{N} . \qquad (1,12)$$

Экспериментальные исследования показали, что слабоаномальный скин-эффект является наиболее распространенным для металлов в кристаллическом состоянии. Он подробно рассмотрен в работах ^{41, 20}. В отличие от общего случая, где имеются решения либо для $v \ll \omega$, либо для $v \gg \omega$, для слабоаномального скин-эффекта получены аналитические решения, справедливые при любом соотношении между v и ω .

Решение системы уравнений (1,3)—(1,5) для этого случая получается методом последовательных приближений. Задача имеет малый параметр, равный

$$\frac{3}{8} \frac{v_F}{c_1} \frac{n - i\kappa}{1 - i (\nu/\omega)} \; .$$

Будем по-прежнему считать, что поле & в металле совпадает по направлению с **j** (изотропный случай или поликристаллы) ***). В нулевом приближении пренебрежем в (1,3) членом $v_z \frac{\partial f}{\partial z}$, после чего получим рассмотренный

^{*)} В работах Вонсовского ³⁹ было показано, что связь диэлектрической постоянной с концентрацией электронов проводимости, аналогичная соотношению (1,9а), может быть получена также квантовым методом, использующим матрицу плотности.

кожет быть получена также квантовым методом, использующим матрицу плотности. **) Иногда вместо N и m используют $N_{\text{вал}}$ и $m_{\text{эфф}}$, определяемые соотношение $N/m = N_{\text{вал}}/m_{\text{эф\phi}}$. Поскольку из эксперимента мы можем определить только отношение N/m, оба подхода эквивалентны. Мы будем пользоваться величиной N.

^{***)} В работе Каганова и Слезова ⁴² рассмотрен случай произвольной анизотропии. Однако авторы интересовались лишь областью ν≪ ω.

выше нормальный скин-эффект. Решение для поля в нулевом приближении подставляем в правую часть уравнения (1,3). Получаем уравнение первого приближения

$$v_{z}\frac{\partial f}{\partial z} + (i\omega + \mathbf{v}) f = -\frac{\partial f_{0}}{\partial E} \frac{v_{x}}{v_{z}} e^{\mathcal{O}}(0) \exp\left[-i\frac{\omega}{c} (n_{\mathrm{H}} - i\varkappa_{\mathrm{H}})\right]; \quad (1,3a)$$

здесь & (0) — поле на поверхности металла. В качестве граничных условий используем условия, отвечающие диффузному отражению электронов от поверхности металла:

$$\begin{cases} \text{для } v_z > 0 \ f = 0 \quad \text{при } z = 0 \quad \text{и} \quad f = 0 \quad \text{при } z \to \infty; \\ \text{для } v_z < 0 \qquad \qquad f = 0 \quad \text{при } z \to \infty. \end{cases}$$

Подставляя решение уравнения (1,3а) в уравнение (1,5), получим

$$j_{\mathbf{x}}(\mathbf{z}) = \frac{2e^2 \mathscr{E}_{\mathbf{x}}(0)}{(2\pi\hbar)^3} \oint \frac{\exp\left[-i\frac{\omega}{c}\left(n_{\mathrm{H}} - i\varkappa_{\mathrm{H}}\right)\mathbf{z}\right] - B\exp\left(-\frac{i\omega + \nu}{\nu_{z}}\mathbf{z}\right)}{\frac{i\omega + \nu}{\nu_{z}} - i\frac{\omega}{c}\left(n_{\mathrm{H}} - i\varkappa_{\mathrm{H}}\right)} \frac{v_{x}^{2}}{\nu_{z}} \frac{dS_{F}}{\nu_{z}} .$$
(1,13)

B = 1 для $v_z > 0$, B = 0 для $v_z < 0$. Уравнение (1,13) показывает, что нет локальной связи между $j_x(z)$ и $\mathscr{E}_x(z)$. Далее вычислим полный ток

$$I_x = \int_0^\infty j_x(z) \, dz,$$

и поверхностный импеданс *) $Z = I_x / \mathscr{E}_x$ (0). Используя центральную симметрию поверхности Ферми и ограничиваясь членами первого порядка относительно (v/c) $(n - i\kappa)/[1 - i(\gamma/\omega)]$, получим

$$(Z)^{-1} = (Z_{\rm H})^{-1} (1 - \alpha), \tag{1.14}$$

$$(Z_{\rm H})^{-1} = -\frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{c}{\omega (\omega - i\nu) (n - i\kappa)} \oint \frac{v_x^2}{v} dS_F, \qquad (1,15)$$

$$\alpha = \frac{1}{c} \frac{n - i\kappa}{1 - i \frac{v}{\omega}} \frac{v_z^{\oplus} v_x^2 v_z \, dS_F/v}{\oint v_x^2 \, dS_F/v}; \qquad (1,16)$$

здесь $Z_{\rm H}$ — поверхностный импеданс для нормального скин-эффекта, $\oint (\ldots) dS_F$ — интеграл по части поверхности Ферми, для которой $v_z > 0$. $v_z > 0$

^{*)} Для кубической симметрии при произвольной ориентации кристалла в нулевом приближении направление **j** совпадает с направлением **g**. В первом приближении при наличии поля \mathscr{E}_{x} будут отличны от нуля как j_{x} , так и j_{y} . С той же стеценью точности получим

Iy	 iω	$n - i \varkappa$	$ \oint_{v_z > 0} v_x v_y v_z dS_F / v $	
$\overline{I_x^0}$	 c	$i\omega + v$	$\oint v_x^2 dS_F/v$,

здесь I_y — полный ток по оси y; I_x^0 — полный ток по оси x в нулевом приближении. При произвольной ориентации кристалла $|Iy/I_x^0| < |\alpha|$. Наличие I_y приведет к появлению недиагональных членов Z_{xy} и ε_{xy} . Эти члены, однако, малы, и практически ими можно пренебречь. Таким образом, полученные формулы практически можно применять и для кубических монокристаллов. В изотропном случае или в случае, когда оси симметрии четвертого порядка параллельны осям x и z, $I_y = Z_{xy} = \varepsilon_{xy} = 0$.

Используя (1,8), получим

$$(\varepsilon')^{-1}(1-2\alpha) = (\varepsilon^{H'})^{-1},$$
 (1,17)

где ε^н дается формулой (1,9а). Малый поправочный член α можно вычислять с меньшей точностью и использовать выражение, полученное для изотропного случая:

$$2\alpha = \frac{3}{8} \frac{v_F}{c} \times \frac{1+i(n/x)}{(\nu/\omega)+i} .$$
 (1,18)

Формулы (1,17), (1,9а), (1,10а) и (1,18) дают связь оптических постоянных металлов с N и ν .

Используемый для слабоаномального скин-эффекта комплексный параметр разложения является комбинацией нескольких безразмерных отношений, а именно

$$\frac{3}{8} \frac{v_F}{c} \frac{n - i\varkappa}{1 - i\nu/\omega} = \frac{3}{8} \frac{[n (v_F/c) + (l_1/2\pi\delta) (\nu/\omega)] + i[n (v_F/c) (\nu/\omega) - l_1/(2\pi\delta)]}{1 + \nu^2/\omega^2};$$

здесь $l_1 = 2\pi v_F/\omega$ — путь, проходимый электроном за период поля. После проведения эксперимента всегда можно вычислить значение этого комплексного параметра и установить характер скин-эффекта.

В заключение этой главы отметим, что всегда, т. е. при любом характере скин-эффект, оптические измерения в инфракрасной области позволяют определить величину

$$\frac{N}{m} = \frac{2}{3(2\pi\hbar)^3} \oint v_F dS_F.$$

2. ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА РЕШЕТКИ НА ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ *)

Периодический потенциал решетки существенно сказывается на оптических свойствах металлов как в видимой, так и в инфракрасной областях спектра. При определении влияния периодического потенциала решетки используем концепцию псевдопотенциала, упомянутую во введении. Разложим псевдопотенциал в ряд Фурье:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} V_{\mathbf{g}} \exp\left(2\pi i \mathbf{g} \mathbf{r}\right).$$
(2,1)

Суммирование ведется по всем векторам обратной решетки g. Ниже знак вектора в индексе g будем опускать. Экспериментальные определения V_g , выполненные как оптическим методом ^{20, 46-50}, так и методом исследования эффекта ван Альфена — де Гааза ^{51, 52}, показывают, что для металлов выполняются неравенства

$$\frac{|V_g|}{E_F} \ll 1. \tag{2.2}$$

Это делает возможным использование приближения слабой связи, подробно рассмотренное во многих работах, в частности в работах ^{16, 19, 53}.

Эффекты, которые мы будем рассматривать, — это отличие N от $N_{\text{вал}}$, S_F^0 от S_F , $\langle v_F \rangle$ от v_F^0 ; все они порядка единицы. Поэтому для определения основных черт явления достаточно учесть члены первого порядка относительно | V_g |/ E_F . Это позволяет получить простые аналитические выражения, определяющие отличие основных электронных характеристик

^{*)} Более подробно вопросы этой главы разобраны в работах 20, 43-46.

 N, S_F и $\langle v_F \rangle$ от соответствующих характеристик свободных электронов. В указанном приближении действие суммы фурье-компонент V_g равно сумме действия каждой компоненты. Каждому периодическому



Рис. 1. Пересечение сферы свободных электронов одной брэгговской плоскостью.

Брагговская плоскость совпадает с плоскостью p_y, p_z ; $\Gamma M = p_F^0$; $\Gamma O = p_g$. Зона более высокого номера в схеме приведенных вон показана пунктиром. Плоскость M_2M_1' параллельна брагговской плоскости.

бодных электронов. Вблизи пересечения брэгговской плоскости со сферой свободных электронов поверхность Ферми примет вид, указанный на рис. 1. Она будет поверхностью вращения с осью симметрии, перпендикулярной брэгговской плоскости. Таким образом, брэгговская плоскость изменит форму поверхности Ферми и ее величину.

Аналогичное заключение можно сделать о скорости электрона на поверхности Ферми v_F . Вдали от брэгговской плоскости $v_F \approx v_F^0$. Вблизи брэгговской плоскости $v_F < v_F^0$.

Кольцо M_1M_2 на брэгговской плоскости (рис. 2) между двумя окружностями, получающимися при пересечении брэгговской плоскости с поверхностью Ферми, не является частью поверхности Ферми, поскольку энергия электронов, состояние которых изображается точками этого кольца, не равна E_F . Волновую фун-



Рис. 2. Пересечение брэгговской плоскости и плоскости, параллельной брэгговской, с поверхностью Ферми.

Слева приводится кольцо M_1M_2 на брэгговской плоскости, справа — кольцо M_1M_2 на плоскости, парэллельной брэгговской.

кцию электрона вдали от брэгговской плоскости можно считать плоской волной, вблизи брэгговской плоскости — суммой двух плоских волн.

потенциалу в координатном пространстве, описываемому членом суммы (2,1), соответствует в пространстве импульсов своя брэгговская плоскость, уравнение которой имеет вид

$$\mathbf{p}_g \left(\mathbf{p} - \mathbf{p}_g \right) = 0; \tag{2.3}$$

здесь $2\mathbf{p}_g = 2\pi\hbar \mathbf{g}$, $p_g = |\mathbf{p}_g|$ — расстояние от центра зоны Г до брэгговской плоскости. Как уже указывалось, в нашем приближении действие суммы брэгговских плоскостей равно сумме действий каждой брэгговской плоскости.

Рассмотрим действие одной брэгговской плоскости. На рис. 1 приводится сфера свободных электронов для концентрации, равной валентной. Плоскость проходящая $p_{u}, p_{z},$ через точку О, — брэгговская плоскость, пересекающая сферу свободных электронов. Отличие движения электрона от свободного связано главным образом с когерентным рассеянием плоскостями решетки. Оно существенно лишь в том случае, когда импульс электрона близок к брэгговской плоскости. Поэтому всюду вдали от брэгговской плоскости поверхность Ферми будет совпадать со сферой своI

а) Длинноволновая область

Перейдем к рассмотрению влияния периодического потенциала решетки на оптические постоянные в длинноволновой области. Под длинноволновой будем понимать область, для которой влиянием межзонных переходов на оптические постоянные можно пренебречь. Для каждого металла граница длинноволновой области своя. Однако для большой группы непереходных металлов можно считать длинноволновой областью область $\lambda > 2-3$ мкм. Здесь оптические свойства металлов определяются электронами проводимости, т. е. электронами на поверхности Ферми. Будем использовать схему расширенных зон.

Нам нужно определить влияние V_g на S_F , $\langle v_F \rangle$ и $\langle v_F \rangle S_F$. В нашем приближении энергия электрона определяется из секулярного уравнения второго порядка (см., например, ^{16, 19, 53}). Введя безразмерные величины

$$x = \frac{p_{\perp} - p_g}{p_g}, \quad y = \frac{p_{||}}{p_g},$$
 (2,4)

$$w = \frac{2mE}{p_g^2}, \qquad \xi = \frac{2m |V_g|}{p_g^2}$$
(2,5)

 $(p_{\perp} \ u \ p_{||} - \kappa omnoneentы импульса, перпендикулярная и параллельная брэгговской плоскости), получим уравнение изоэнергетической поверхности в виде$

$$w = 1 + x^2 + y^2 + \operatorname{sign}(x) \sqrt{4x^2 + \xi^2}.$$
 (2.6)

На брэгговской плоскости x = 0 и $w = w_0 \pm \xi$, т. е. $E = E_0 \pm |V_g|$ (индекс «0» означает, что соответствующая величина относится к свободным электронам). Вблизи брэгговской плоскости, когда $4x^2 \ll \xi^2$, ноправки к энергии первого порядка $\sim |V_g|$, вдали от брэгговской плоскости — второго порядка.

Уравнение (2,6) позволяет определить влияние брэгговской плоскости на скорость электрона. Указанная плоскость не меняет компоненту скорости, параллельную ей, т. е. $v_{||} = \frac{\partial E}{\partial p_{||}} = v_{||}^{0}$; компонента скорости, перпендикулярная плоскости, $v_{\perp} = \frac{\partial E}{\partial p_{\perp}}$, меняется. В переменных (2,4)— (2,5) будем иметь

$$v_{\parallel} = \frac{p_g}{m} y, \qquad (2,7)$$

$$\nu_{\perp} = \frac{p_g}{m} \left[x + \text{sign} \, x \, \frac{2x}{\sqrt{4x^2 + \xi^2}} \right], \tag{2.8}$$

$$v^{2} = v_{\Pi}^{2} + v_{\perp}^{2} = \frac{p_{g}^{2}}{m^{2}} \left[w - \frac{\xi^{2}}{4x^{2} + \xi^{2}} - \operatorname{sign} x \frac{\xi^{2}}{\sqrt{4x^{2} + \xi^{2}}} \right].$$
(2,9)

Мы уже указывали, что в результате действия одной брэгговской плоскости изоэнергетическая поверхность будет поверхностью вращения. Элемент площади изоэнергетической поверхности равен

$$dS = 2\pi p_{g}^{2} y(x) \sqrt{1 + [y'(x)]^{2}} \, dx,$$

где y(x) определяется уравнением (2,6) при w = const; отсюда $dS = 2\pi m p_g v \, dx.$ (2,10)

Для поверхности Ферми

$$dS_F = 2\pi m p_g v_F \, dx. \tag{2.10a}$$

Легко показать, что рассмотренное выше изменение поверхности Ферми приводит к изменению объема импульсного пространства, заключенного внутри этой поверхности, определяемому величинами второго порядка малости. Это означает, что с нашей точностью $E_F = E_F^0$ и вдали от брэгговской плоскости $p_F = p_F^0$.

Применим полученные выражения для определения интересующих нас электронных характеристик. Прежде всего рассмотрим N. Согласно (1,10a) и (2,10a)

$$N \sim \oint v_F \, dS_F \sim \int v_F^2 \, dx;$$

поэтому

$$\frac{N_{BAI} - N}{N_{BAI}} \equiv \frac{v_F^0 S_F^0 - \langle v_F \rangle S_F}{v_F^0 S_F^0} .$$
 (2,11)

Пределы интегрирования равны

$$x_g = \frac{p_F}{p_g} - 1$$
 u $x'_g = -\frac{p_F}{p_g} - 1.$ (2.11a)

Используя (2,9) и (2,10а) и учитывая действие всех брэгговских плоскостей, получим

$$\frac{N_{\text{BA}\pi} - N}{N_{\text{BA}\pi}} = \sum_{g} \frac{\pi}{4} \frac{p_{g}}{p_{F}^{0}} \frac{|V_{g}|}{E_{F}^{0}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\varphi_{g}}{\pi}\right), \qquad (2,12)$$

$$\varphi_g = \operatorname{arctg} \frac{2 \left(p_g / p_F^0 \right) \left(1 - p_g / p_F^0 \right)}{|V_g| / E_F^0} . \tag{2,12a}$$

Суммирование ведется по всем брэгговским плоскостям, пересекающим сферу свободных электронов. Отметим, что при выполнении неравенства $x_g \gg \xi/2$, что означает

будем иметь

 $\frac{1}{2} + \frac{\varphi_g}{\pi} \approx 1, \qquad (2,13)$

и формула (2,12) упрощается.

и формуна (2,12) у г в пределах от x_g до x'_g , найдем S_F . При этом получаем связь псевдопотенциала с S_F , которая дается следующими выражениями:

$$\frac{S_F^0 - S_F}{S_F^0} = \sum_g \frac{1}{2} \frac{|V_g|}{E_F^0} \left[\Phi\left(\frac{p_g}{p_F^0}\right) - \frac{1}{2} \widetilde{\Phi}\left(\frac{p_g}{p_F^0}, \varphi_g\right) \right], \qquad (2,14)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{z} E(z) - \left(\frac{1}{z} - z\right) K(z), \qquad (2.14a)$$

$$\widetilde{\Phi}(z, \varphi) = \frac{1}{z} E\left(z, \frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \left(\frac{1}{z} - z\right) F\left(z, \frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \frac{1}{z}\left(1 - \sqrt{1 - z^2 \cos^2 \varphi}\right) \operatorname{tg} \varphi, \quad (2, 146)$$

$$E(z) \equiv E\left(z, \frac{\pi}{2}\right), \quad K(z) \equiv F\left(z, \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.14B)$$

$$E(z, \psi) = \int_{0}^{\psi} d\varphi \sqrt{1-z^2 \sin^2 \varphi}, \quad F(z, \psi) = \int_{0}^{\psi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-z^2 \sin^2 \varphi}}; \quad (2,14r)$$

 $F(z, \psi)$ и $E(z, \psi)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно (см. ⁵⁴).

Влияние псевдопотенциала на $\langle v_F \rangle$ можно найти, используя соотношение

$$\frac{\langle v_F \rangle}{v_F^0} = \frac{N}{N_{\text{Ba}\pi}} \frac{S_F^0}{S_F} \,. \tag{2.15}$$

Поскольку плотность электронных состояний на поверхности Ферми $(dY/dE)_F \sim \oint dS_F/v_F$, из (2,10a) следует, что в рассматриваемом линейном по $|V_g|/E_F$ приближении

$$\left\langle \left(\frac{1}{v_F}\right) \right\rangle S_F = \left(\frac{1}{v_F^0}\right) S_F^0,$$
 (2.15a)

т. е. периодический потенциал решетки не меняет плотности состояний электронов на поверхности Ферми. Используя это обстоятельство и полагая, что $\langle (1/v_F) \rangle \approx 1/\langle v_F \rangle$, получим следующие соотношения, позволяющие приблизительно оценить S_F и $\langle v_F \rangle$:

$$\frac{S_F}{S_F^0} \approx \frac{\langle v_F \rangle}{v_F^0} \approx \sqrt{\frac{N}{N_{\text{BAT}}}}$$
 (2,16)

Приведенные выше формулы для S_F , $\langle v_F \rangle$, $\langle v_F \rangle S_F$ и $\langle (1/v_F) \rangle S_F$ применимы как к кубическим, так и к некубическим металлам. Для некубической симметрии $\langle v_F \rangle S_F$ определяет Sp $\{N/m\}_{ij}$.

б) Применение полученных формул к некоторым типам структур кубической системы

При рассмотрении конкретных кристаллических структур прежде всего нужно выяснить, какие фурье-компоненты существенны. Исходя из теории слабо связанных электронов, каждую фурье-компоненту псевдопотенциала можно представить в следующем виде:

$$V_{\mathcal{K}} = F_{\mathcal{K}} U_{\mathcal{K}}. \tag{2.17}$$

Здесь $U_{\mathscr{H}}$ — фурье-компонента самосогласованного атомного потенциала, определяемая фурье-компонентной потенциала отдельного иона и диэлектрической постоянной металла (учитывается электронная экранировка), $F_{\mathscr{H}}$ — структурный фактор, зависящий только от положения ионов ^{18, 19, 53}:

$$F_{\mathcal{H}} = \frac{1}{N_{\mathcal{H}}} \sum_{\mathbf{l}} \exp\left(-i\,\mathcal{H}\mathbf{l}\right); \tag{2.18}$$

здесь N_{π} — полное число элементарных ячеек в единице объема, 1 — вектор решетки, соответствующий узлу l. Этот же структурный фактор входит множителем в структурную амплитуду, определяющую интенсивность рентгеновских дифракционных максимумов для решеток, содержащих только один тип атомов. Если решетка простая, то

$$F_{\mathcal{H}} = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_g, \\ 0 & \text{при} \quad \mathcal{H} \neq \mathcal{H}_g, \end{cases} \qquad \qquad \mathcal{K}_g = 2\pi g. \tag{2.19}$$

Если решетка сложная с базисом, содержащим s атомов, то необходимо учитывать эффекты интерференции разных подрешеток. Пусть положения атомов, составляющих базис сложной решетки, определяются радиу-

сом-вектором $\mathbf{r}_n = \sum_{i=1}^3 x_{ni} \mathbf{a}_i$ ($n = 1, 2, \ldots, s$), где \mathbf{a}_i — основные векторы

решетки. Интересующую нас брэгговскую плоскость будем определять индексами (n₁n₂n₃). Тогда

$$F_{n_1 n_2 n_3} = \sum_{n=1}^{s} e^{2\pi i (n_1 x_{n_1} + n_2 x_{n_2} - n_3 x_{n_3})}.$$
 (2,20)

Очевидно, что отличны от нуля лишь те V_g , для которых структурный фактор не равен нулю. Для оптики имеется дополнительное ограничение: существенны лишь те V_g , для которых соответствующая им брэгговская плоскость пересекает сферу свободных электронов.

Радиус сферы свободных электронов, как известно, определяется следующим выражением:

$$p_F^0 = 2\pi\hbar \left(\frac{3}{8\pi} \frac{\Delta n}{\Delta \tau}\right)^{1/3}; \qquad (2,21)$$

здесь Δn — число валентных электронов, приходящихся на объем $\Delta \tau$.

Используя (2,20) и (2,21), легко определить, какие V_g оказывают существенное влияние на оптические свойства металлов. В табл. І и II приведены результаты вычислений F_g и p_F^0 , относящиеся к некоторым типам структур кубической системы.

Для примера рассмотрим свинец — четырехвалентный металл с гранецентрированной решеткой. Для него $p_F^0 = 1,24 (2\pi\hbar/a)$ (см. табл. II). Из табл. I следует, что в этом случае будут существенны лишь 8 брэгговских плоскостей V_{111} и 6 брэгговских плоскостей V_{200} . Используя

Таблица

Структурные факторы и расстояния до центра зоны разных брэгговских плоскостей для некоторых типов структур кубической системы

	ħ		F _{n1} n ₂ n ₃ F _{n1} n ₅						2n3				
{ u1u5u3 }	Число плоскосте	$\frac{P_{n_1n_2n_3}}{(2\pi\hbar/a)}$	гране- центри- рованная	объемно- центри- рованная	алмаз- Ная	типа *) β-W	{ u1u5u3 }	Число илоскосте	P _{n1 n2 n3} (2πħ/a)	гране- центри- рованная	объемно- центри- рованная	алмаз- ная	типа *) β-W
100 110 111 200 210 211 220 221	6 12 8 6 24 24 12 24 12 24	0,500 0,707 0,866 1,000 1,118 1,225 1,414 1,500	0 0 4 4 0 0 4 0	0 2 0 2 0 2 2 0	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 4\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \\ 0 \end{array} $	0 *) 0 4 4 4 4 0 *) 0	300 310 311 222 320 321 400	6 24 24 8 24 48 6	1,500 1,581 1,658 1,732 1,803 1,871 2,000	0 0 4 4 0 0 4	0 2 0 2 0 2 2	$0 \\ 0 \\ 4\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 8 \\ 8$	0 0*) 0 4 4 8

Здесь { $n_1n_2n_3$ }—индексы физически эквивалентных брэгговских плоскостей; $P_{n_1n_2n_3}$ —расстояние брэгговской плоскости до центра зоны в импульсном пространстве; *а*—период решетки; | $F_{n_1n_2n_3}$ |—модуль структурного фактора.

*) Решетки типа β -W известны у сплавов типа (A_3B)₂. Для этих сплавов структурные факторы, отмеченные звездочкой, будут отличны от нуля, но величина их мала.

Таблица II

Число валент- ных		$P_F^0 / \left(\frac{2\pi \hbar}{a}\right)$	<u>2</u>)		Число валент- ных	$P_F^0 / \left(\frac{2\pi\hbar}{a}\right)$				
электро- нов на атом	гране- центри- рованная	ране- ентри- ванная ванная		типа β-W	электро- нов на атом	гране- центри- рованная	объемно- центриро- ванная	алмав- ная	типа β-W	
$0,5 \\ 0,75 \\ 1 \\ 1,25 \\ 1,5 \\ 1,75 \\ 2 \\ 2,5$	$\begin{array}{c} 0,620\\ 0,710\\ 0,782\\ 0,842\\ 0,895\\ 0,942\\ 0,985\\ 1,061 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,492\\ 0,564\\ 0,620\\ 0,668\\ 0,710\\ 0,748\\ 0,782\\ 0,842 \end{array}$	0,782 0,895 0,985 1,061 1,127 1,187 1,241 1,337	$\begin{array}{c} 0,782\\ 0,895\\ 0,985\\ 1.061\\ 1,127\\ 1,187\\ 1,241\\ 1,337\\ \end{array}$	3 4 5 6 7 8 9 10	$\begin{array}{c} 1,127\\ 1,241\\ 1,337\\ 1,420\\ 1,495\\ 1,563\\ 1,626\\ 1,684 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,895\\ 0,985\\ 1,061\\ 1,127\\ 1,187\\ 1,241\\ 1,290\\ 1,337 \end{array}$	1,420 1,563 1,684 1,790 1,884 1,970 2,048 2,122	1,420 1,563 1,684 1,790 1,884 1,970 2,048 2,122	

Зависимость радиуса сферы свободных электронов от концентрации валентных электронов для некоторых типов структур кубической системы

(2,12), получим

$$\frac{N_{\text{Ba}\pi} - N}{N_{\text{Ba},\pi}} = 4.39 \frac{|V_{111}|}{E_F^0} \left(\frac{1}{2} + \frac{\varphi_{111}}{\pi}\right) + 3.80 \frac{|V_{200}|}{E_F^0} \left(\frac{1}{2} + \frac{\varphi_{200}}{\pi}\right) , \quad (2,22)$$

$$\varphi_{111} = \operatorname{arctg} \frac{0.422}{|V_{111}|/E_F^0}, \quad \varphi_{200} = \operatorname{arctg} \frac{0.313}{|V_{200}|/E_F^0}.$$
(2,22a)

Соотношения (2,14) позволяют аналогичным образом вычислить $(S_F^0 - S_F)/S_F^0$.

в) Коротковолновая область

Коротковолновой областью будем называть спектральную область, в которой межзонные переходы вносят существенный вклад в оптические постоянные. Обычно это — видимая и ближняя инфракрасная область.

Исследование межзонных переходов в металлах позволяет определить величины V_g . Оптический метод определения фурье-компонент псевдопотенциала обладает существенными преимуществами по сравнению с другими методами, такими как эффект ван Альфена — де Гааза или циклотронный резонанс. Оптический метод является более прямым методом, не требующим сложных расчетов, и, кроме того, в настоящее время это единственный метод, позволяющий получить температурную зависимость V_g . Все остальные методы связаны с измерениями при низких температурах и температурной зависимости V_g дать не могут.

Следует подчеркнуть, что фурье-компоненты псевдопотенциала являются основными характеристиками, определяющими не только оптические, но и все остальные свойства металлов, связанные с валентными электронами и их взаимодействием с решеткой. Те же самые фурье-компоненты, которые действуют в оптике, определяют эффект ван Альфена де Гааза, циклотронный резонанс, явления переноса, поглощение ультразвука, сверхпроводимость и т. п. Поэтому экспериментальное определение $V_{\mathfrak{g}}$ представляет большой интерес.

Для определения V_g по оптическим данным необходимо рассмотреть межзонные переходы, связанные с соответствующими брэгговскими плоскостями. Для указанных переходов имеет место пик в комбинированной межзонной плотности состояний на частотах $\omega \approx 2 | V_g | /\hbar$, что приводит к появлению максимумов в межзонной проводимости $\tilde{\sigma}$. Таким образом, по положению максимумов функции $\tilde{\sigma}(\omega)$ можно определять | V_g |.

3 УФН, т. 97, вып. 2

Межзонные переходы между электронными состояниями вблизи брэгговской плоскости рассмотрены в работах *)^{20, 45, 46, 55}. В этом случае более удобна схема приведенных зон. На рис. 1 зона более высокого номера в схеме приведенных зон отмечена пунктиром. В дальнейшем нам будут нужны нормированные на единицу объема волновые функции электрона. Как уже указывалось, и для нижней, и для верхней зон их можно считать линейными комбинациями двух плоских волн:

$$\begin{split} \psi_{1} &= a_{11} \exp\left(\frac{i \mathbf{pr}}{\hbar}\right) + a_{12} \exp\left[\frac{i (\mathbf{p} - 2\mathbf{p}_{g}) \mathbf{r}}{\hbar}\right], \\ \psi_{2} &= a_{21} \exp\left(\frac{i \mathbf{pr}}{\hbar}\right) + a_{22} \exp\left[\frac{i (\mathbf{p} - 2\mathbf{p}_{g}) \mathbf{r}}{\hbar}\right]; \end{split}$$
(2,23)
$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + X^{2} - X \sqrt{1 + X^{2}}\right)^{-1/2}, \\ a_{12} &= a_{11} \left(X - \sqrt{1 + X^{2}}\right), \\ a_{21} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + X^{2} + X \sqrt{1 + X^{2}}\right)^{-1/2}, \\ a_{22} &= a_{21} \left(X + \sqrt{1 + X^{2}}\right), \\ X &= \frac{p_{g}}{m |V_{g}|} \left(p_{g} - p_{\perp}\right) = \frac{2x}{\xi}. \end{split}$$
(2,24)

Энергия электрона в верхней и нижней зонах определяется формулой (2,6). Разность энергий при переходах с сохранением квазиимпульса равна

$$\Delta E = 2 |V_g| \sqrt{1 + X^2} = \hbar \omega_g \sqrt{1 + X^2}, \qquad (2,25)$$

$$h\omega_g = 2 \left[V_g \right]. \tag{2.26}$$

Для всех точек плоскости, параллельной брэгговской, X = constи $\Delta E = \text{const.}$ Под действием света частоты $\omega = \Delta E/\hbar$ возможен переход из нижней зоны в верхнюю для всех электронов, состояние которых изображается точками на кольце между двумя окружностями, получающимися от пересечения поверхности Ферми с указанной плоскостью (кольцо $M'_1M'_2$ на рис. 2). Действительно, для них выполняется закон сохранения энергии и, кроме того, нижнее состояние занято, поскольку его энергия меньше энергии Ферми на величину, много бо́льшую kT, а верхнее состояние свободно, поскольку его энергия больше энергии Ферми на величину, много бо́льшую kT. Минимальная частота межзонных переходов вблизи брэгговской плоскости в этом приближении равна ω_g . Ей соответствует кольцо M_1M_2 на брэгговской плоскости (см. рис. 2).

Если не учитывать процессы релаксации, то в рассматриваемом приближении межзонная проводимость $\overline{\sigma}_g$ будет иметь бесконечно большой максимум на частоте ω_g . Учет процессов релаксации дает конечные значения для $\overline{\sigma}_g$. Наиболее просто процессы релаксации можно учесть, заменив δ -функцию, выражавшую закон сохранения энергии, лоренцевой функцией $\varphi(x) = \gamma/\pi (x^2 + \gamma^2)$. Параметр γ , характеризующий размытие энергетических уровней, считается постоянным для переходов вблизи

^{*)} Впервые использование идеи слабо связанных электронов для расчета є́ и б́ щелочных металлов имеется в работе Сергеева и Черниховского ⁵⁶. Однако только развитие теории псевдопотенциала позволило понять определяющую роль для є́ и б переходов вблизи брэгговских плоскостей.

Т

данной брэгговской плоскости. Такой учет процессов релаксации возможен лишь в первом приближении.

Вычислим $\tilde{\sigma}_g$ — вклад в межзонную проводимость переходов вблизи рассматриваемой брэгговской плоскости. Величину $\tilde{\sigma}_g$ будем определять из потерь электромагнитного поля *):

$$\widetilde{\sigma}_g = \frac{W_g \hbar \omega}{\overline{\epsilon}^2} ; \qquad (2,27)$$

здесь W_g — вероятность поглощения в единицу времени кванта света частоты ω . Черта означает усреднение по времени. Зависящий от времени гамильтониан взаимодействия электронов с электромагнитным полем \mathcal{H}_i (t) возьмем в виде ⁵⁷

$$\mathscr{H}_{i}(t) = i \frac{\hbar e}{mc} \nabla \mathbf{A}(t),$$
 (2,28)

$$\mathbf{A}(t) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{A} e^{-i\omega t} + \mathbf{A}^* e^{i\omega t} \right); \tag{2.29}$$

здесь A (t) — векторный потенциал электромагнитного поля.

Мы пренебрегли членами, пропорциональными A², что означает пренебрежение двухфотонными процессами по сравнению с однофотонными. Учитывая (2,27)--(2,29), получим следующее соотношение:

$$\widetilde{\sigma}_{g} = \frac{1}{8\pi^{2}} \frac{e^{2}}{m^{2}c^{2}\hbar} \frac{\omega}{\widetilde{e}^{2}} \int |\langle \psi_{1} | \nabla \mathbf{A} | \psi_{2} \rangle|^{2} \varphi \left(\Delta E - \hbar \omega \right) d^{3} \mathbf{p}.$$
(2,30)

Вычисление матричного элемента не представляет труда. Отметим только, что величина его пропорциональна соз ($\hat{p}_g g$). Таким образом, свет вызывает межзонные переходы, связанные с брэгговской плоскостью g, лишь в том случае, если проекция электрического поля световой волны на нормаль к рассматриваемой брэгговской плоскости отлична от нуля. Для кубических металлов учет действия всех физических эквивалентных брэгговских плоскостей приводит к изотропии $\tilde{\sigma}_g$. В $\tilde{\sigma}_g$ войдет лишь множитель $n_g/3$, где n_g — число физически эквивалентных брэгговских плоскостей. Для анизотропных металлов свет разной поляризации будет вызывать межзонные переходы, связанные с разными брэгговскими нлоскостями. Это обстоятельство может быть использовано для отождествления экспериментально наблюдаемых максимумов $\sigma_g^{49, 50}$.

Используя связь между 📒 и А

$$\mathbf{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = +\frac{i\omega}{c} \mathbf{A}, \qquad (2,31)$$

получим следующее выражение для межзонной проводимости:

$$\widetilde{\sigma_g} = \frac{e^2}{12\pi^2\hbar^2} p_g n_g I, \qquad (2,32)$$

$$I = \frac{\gamma'_g}{\omega'} \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1} \left[\left(\sqrt{x^2 + 1} - \omega' \right)^2 + \gamma'_g^2 \right]}; \qquad (2,33)$$

здесь $\omega' = \omega/\omega_g$, $\gamma'_g = \gamma_g/(\hbar\omega_g)$.

Асимптотическое значение $\widetilde{\sigma_g}$ при $\omega \gg \omega_g$ не зависит от γ_g и равно

$$\widetilde{\sigma_g} = \frac{1}{12} \frac{e^2}{\hbar^2} p_g n_g (\omega_g/\omega)^2.$$
(2,34)

^{*)} Для простоты ограничимся кубическими кристаллами.

Вычисления показывают ^{20, 48}, что функция $\sigma_g(\omega)$ имеет максимум в области $\omega_{\max} \approx \omega_g$. Смещение максимума от этого положения не велико. Оно не превышает 6% и может быть рассчитано, если из эксперимента определено относительное уширение энергетических уровней γ'_g . Этот



результат обосновывает возможность определения фурье-компонент псевдопотенциала по оптическим измерениям.

На рис. 3 и 4 приводятся зависимости $t = \omega_{\max}/\omega_g$ и I_{\max} от γ' . Здесь I_{\max} — максимальное значение интеграла I, рассматриваемого как



Рис. 5. Форма кривой I (ω') для трех значений γ'.

функция ω' ; ω_{\max} — частота, соответствующая I_{\max} , т. е. I (ω_{\max}) = I_{\max} . Используя рис. 3, можно определить | V_g | более точно из соотношения

$$2|V_g| \equiv \hbar \omega_g = \frac{\hbar \omega_{\max}}{t} . \qquad (2,35)$$

На рис. 5 приводится форма кривой *I* (ω') для разных значений γ'. Из рисунка следует, что

$$\gamma' \approx \frac{\omega_{\max} - \omega_1}{\omega_{\max}},$$
 (2,36)

где $\omega_i < \omega_{max}$ и соответствует значению $I \approx 0.7 I_{max}$. В работах ^{20, 46} соотношение (2,36) обосновывается более подробно.

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛИВАЛЕНТНЫХ НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ 229

Рассмотренная картина межзонных переходов связывает основную структуру полос межзонной проводимости в металлах с брэгговским расщеплением энергии. Она отличается от картины, имеющей место в полупроводниках, где основная структура полос межзонной проводимости связана с расщеплением энергии вблизи критических точек, являющихся точками высокой симметрии *). В металлах точки высокой симметрии также могут давать небольшие максимумы межзонной проводимости, но они много меньше максимумов, связанных с кольцами на брэгговских плоскостях, поскольку количество электронов, принимающих участие в переходах вблизи указанных точек высокой симметрии, много меньше количества электронов, принимающих участие в переходах вблизи рассматриваемых колец **).

Получив из оптических измерений в коротковолновой области величины | V_g |, можно вычислить N, S_F и $\langle v_F \rangle$. Эти значения можно сопоставить с соответствующими значениями, полученными независимо от измерения в длинноволновой области. Указанная программа проводится в гл. 6.

r) Зависимость основных электронных характеристик от температуры

Существует установившаяся точка зрения, согласно которой для металлов основные электронные характеристики N, S_F и $\langle v_F \rangle$ не зависят от температуры. Она основана на том, что энергия электрона проводимости $E_F \approx 10$ зв, что много больше тепловой энергии kT, величина которой даже при комнатной температуре составляет 0.02-0.03 зв.

Однако зависимость указанных электронных характеристик от T связана не с тепловым движением электронов, а с тепловым движением ионов. Колебания решетки нарушают ее периодичность. Это приводит к тому, что с повышением T величины V_g уменьшаются, благодаря чему N, S_F и $\langle v_F \rangle$ увеличиваются. Более подробно этот вопрос рассмотрен в работах ^{20, 44}.

Зависимость $V_g(T)$ связана с тем, что, согласно (2,17), фурье-компонента псевдопотенциала пропорциональна структурному фактору, определяемому формулой (2,18). Тепловые колебания решетки приводят к тому, что структурный фактор будет содержать температурный множитель exp [-W(T)], называемый фактором Дебая — Валлера. Аналогичный множитель определяет интенсивность дифракционных максимумов в «рентгене» ^{64, 65}.

Процедура получения этого множителя обычная ¹⁹. Радиус-вектор узла *l* представим в виде

$$\mathbf{R}_l = \mathbf{l} + \mathbf{u}_l = \mathbf{l} + \sum_q \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\mathbf{u}_q \exp\left(i\mathbf{q}\mathbf{l}\right) + \mathbf{u}_q^* \exp\left(-i\mathbf{q}\mathbf{l}\right) \right]; \quad (2,37)$$

здесь \mathbf{u}_q —векторная амплитуда колебаний решетки, включающая временно́й множитель exp ($-i\Omega_q t$), **q** — волновой вектор колебаний решетки.

^{*)} Влияние критических точек на спектральную плотность колебаний решетки было рассмотрено Ван-Ховом ⁵⁸ и Филлипсом ⁵⁹. Позже аналогичные соображения были применены Филлипсом ⁶⁰, ⁶¹, Брастом и др. ⁶² к электронам в металлах. В обзорных теоретических работах Кона ⁶³ и Филлипса ⁶¹ также подчеркивается роль критических точек.

тических точек. **) Отметим дополнительно, что точки, расположенные на кольце M_1M_2 (см. рис. 2), не являются точками высокой симметрии и что в рассматриваемых переходах как нижнее, так и верхнее состояния имеют энергию, отличающуюся от энергии Ферми на величину, много бо́льшую kT.

Далее в формулу (2,18) вместо l подставлен R_l . Учитывая, что \mathbf{u}_q малы, разложим соответствующие экспоненты в ряды. Полученные выражения содержат как члены, имеющие множители вида $\exp(\pm i\mathbf{ql})$, соответствующие рождению или уничтожению фононов, так и члены без указанных множителей, соответствующие бесфононным процессам. Собирая бесфононные члены обратно в экспоненту, получим температурный множитель $\exp(-W\mathcal{K})$, где

$$W_{\mathscr{H}} = \frac{1}{2} \sum_{q} |\mathscr{H}\mathbf{u}_{q}|^{2}.$$
(2,38)

Отсюда

$$F(\mathscr{K}) = e^{-W_g(T)} F_g \delta\left(\mathscr{K} - \mathscr{K}_g\right) \tag{2.39}$$

и температурный множитель войдет в V_g . С нашей степенью точности мы можем полученные функции V_g (*T*) вставить в формулы (2,12), (2,14), (2,15) и определить температурные зависимости величин N, S_F и $\langle v_F \rangle$.

Для оценки величины эффекта нужно найти $W_g(T)$. Точное вычисление этой величины требует проведения суммирования по всему спектру упругих колебаний. Это вычисление очень громоздко. Однако мы можем оценить порядок величины W_g и характер изменения ее с температурой, используя дебаевскую модель твердого тела. В этой модели твердое тело рассматривается как сплошная среда, т. е. зона Бриллюэна заменяется дебаевской сферой. Примем для простоты, что скорости всех трех ветвей акустического спектра одинаковы. В такой модели все три моды вырождены при каждом значении q. Выберем векторы поляризации так, чтобы одно колебание имело $\mathbf{u}_q \parallel \mathscr{K}$, а два других $\mathbf{u}_q \perp \mathscr{K}$. Тогда $W = = \frac{1}{2}\mathscr{K}^2 \sum_q \mid \mathbf{u}_q \mid^2$. Лучше всего полученное соотношение выполняется для кубических кристаллов, состоящих из атомов только одного сорта. Имея

в виду главным образом этот случай и учитывая связь амплитуды колебаний со средней энергией колебаний (см., например, ¹⁹), получим

$$W(T) = \frac{3}{2} \mathscr{H}^2 \frac{\hbar^2}{Mk\Theta} \left(\frac{T}{\Theta}\right)^2 \int_{0}^{\Theta/T} \left(\frac{1}{\exp z - 1} + \frac{1}{2}\right) z \, dz; \qquad (2,40)$$

здесь М-масса атома, Ө-температура Дебая.

Функция

$$\varphi(x) = \frac{1}{x} \int_{0}^{x} \frac{z \, dz}{\exp z - 1} + \frac{x}{4}$$

отличается от известной функции Дебая на величину x/4. Значения функции Дебая протабулированы в работах ^{64, 66}. Таким образом, учитывая, что $\mathscr{Kh} = 2p_g$, получим

$$W_g(T) = \frac{1}{x} W_g(0) \cdot 4\varphi(x), \quad x = \Theta/T, \qquad W_g(0) = \frac{3}{2} \frac{p_g^2}{M} - \frac{1}{k\Theta} \quad (2,40a)$$

Зависимость отношения W(T)/W(0) от T/Θ вычислена в работах ^{20, 44}.

Как указывалось выше, фактор Дебая — Валлера определяет также температурное изменение интенсивности дифракционных максимумов. Для рентгеновского излучения температурный множитель интенсивности равен exp (—2W), причем p_g нужно заменить на $2\pi\hbar \sin \theta/\lambda$ (θ — угол дифракции, λ — длина рентгеновской волны). Таким образом, из рентгеновских измерений можно вычислить температурное изменение N и сопоставить с результатами оптических экспериментов. Поскольку рентгеновские измерения обычно выполняются в интервале температур от комнатной до азотной, вычислим изменение N в этом интервале. Разные члены, стоящие под знаком суммы в формуле (2,12), имеют разные температурные множители, поскольку они имеют разные p_g . Для оценки интересующей нас величины введем некоторое среднее значение $\overline{W}(T)$. В указанном выше температурном интервале W мало и $\exp(-W) \approx 1 - W$. При этих предположениях получим

$$\frac{N(T_{\rm R})}{N(T_{\rm N})} - 1 \approx \left[\frac{N_{\rm BaJ}}{N(T_{\rm N})} - 1\right] [\widetilde{W}(T_{\rm R}) - \overline{W}(T_{\rm N})]; \qquad (2,41)$$

здесь T_{κ} и T_{N} — комнатная и азотная температуры соответственно.

Сравнение полученных в этом разделе результатов с экспериментом будет проведено в гл. 6.

3. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ МЕТАЛЛОВ И СПОСОБЫ ПРИГОТОВЛЕНИЯ ОБРАЗЦОВ

а) Методы измерения п и ж

Обзор методов измерения оптических постоянных металлов, применявшихся до 1955 г. и предназначенных главным образом для измерений в видимой и ближней ультрафиолетовой областях спектра. приведен в работе ¹. За последнее время успешно разрабатывались новые методы, применимые и к инфракрасному диапазону. В этой главе мы остановимся на наиболее перспективных из них, а именно на поляризационных методах и методах, основанных на измерении коэффициента отражения света при нормальном падении, с последующим применением дисперсионных соотношений типа соотношений Крамерса — Кронига. В обоих случаях исследуется отраженный свет. Только отраженный свет может дать константы, относящиеся к массивному неискаженному металлу. Действительно, исследование проходящего света требует применения очень тонких слоев, свойства которых отличаются от свойств массивного металла. Указанные выше методы могут быть применены в широком спектральном интервале, включающем ультрафиолетовую, видимую и инфракрасную области. При этом точность и надежность поляризационных методов выше.

Поляризационные методы связаны с измерением эллиптичности света. Линейно поляризованный свет, падающий на границу металла под углом $\varphi \neq 0$, после отражения от металла эллиптически поляризован. Измеряя сдвиг фаз Δ между *p*- и *s*-компонентами отраженного света и азимут ρ (tg ρ определяет отношение амплитуд отраженного света), получают два соотношения, из которых определяют *n* и \varkappa .

Если выполнено неравенство $1/|\epsilon'| \ll 1$, то

$$n = \frac{\sin \varphi \cdot tg \, \varphi \cdot \cos 2\rho}{1 - \sin 2\rho \cdot \cos \Delta} , \qquad (3,1)$$

$$\varkappa = \frac{\sin \varphi \cdot \mathbf{tg} \, \varphi \cdot \sin 2\rho \cdot \sin \Delta}{1 - \sin 2\rho \cdot \cos \Delta} \,. \tag{3.2}$$

Знак минус в знаменателе учитывает, что при нормальном падении *p*и *s*-компоненты отраженного света имеют сдвиг фаз $\Delta = 0$.

В инфракрасной области для металлов указанное неравенство всегда выполняется и можно использовать формулы (3,1) и (3,2). В видимой спектральной области величина | є' |⁻¹ может стать заметной. Это означает, что нужно учитывать зависимость поверхностного импеданса от угла падения. Учет членов первого порядка относительно $|\varepsilon'|^{-1}$ дает следующую связь между комплексным показателем преломления, который мы в этом случае обозначим через $\tilde{n} - i\tilde{\varkappa}$, и Δ и ρ :

$$\widetilde{n} = n \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \varphi}{n^2 + \varkappa^2} \right), \qquad (3,3)$$

$$\widetilde{\varkappa} = \varkappa \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \varphi}{n^2 + \varkappa^2} \right); \qquad (3,4)$$

здесь n и \varkappa задаются формулами (3,1) и (3,2). Ниже всюду мы будем обозначать оптические постоянные через n и \varkappa без знака тильды \sim вверху.

Полученные значения оптических постоянных позволяют определить поглощательную A и отражательную R способности металла для нормального падения света. Как известно,

$$A = \frac{4n}{(n+1)^2 + \varkappa^2}, \qquad R = \frac{(n-1)^2 + \varkappa^2}{(n+1)^2 + \varkappa^2}, \qquad R + A = 1.$$
(3,5)

Измерение Δ и о в видимой и ультрафиолетовой спектральных областях легко может быть выполнено с помощью компенсаторов и поляризаторов (см. обзор ¹). Для инфракрасной области компенсаторов нет, поэтому определение Δ должно проводиться другими способами. В работах ^{20, 32, 36, 47–48, 67–69, 70–71} фиксировался сдвиг фаз $\Delta = \pi (2k - 1)/2$ или $\Delta = \pi k$; здесь k — целое число. При этом оказывается, что применение много-кратного отражения света позволяет значительно увеличить точность измерения. Это отчетливо видно из следующего соотношения:

$$\frac{r_p^{(m)}}{r_s^{(m)}} = \frac{A_p}{A_s} (\operatorname{tg} \rho)^m e^{\operatorname{i} m \Delta};$$
(3,6)

здесь $r_p^{(m)}$ и $r_s^{(m)}$ — компоненты электрического вектора отраженной световой волны после *m*-кратного отражения от металлического зеркала,



Рис. 6. Блок-схема поляризационного метода. 1 — осветитель, 2 — поляризатор, 3 — исследуемые зеркала, 4 — анализатор, 5 — приемник излучения. A_p и A_s — компоненты падающей световой волны, Δ — сдвиг фаз после однократного отражения, ρ азимут после однократного отражения.

Таким образом, сдвиг фаз увеличивается в m раз, т. е. $\Delta_m = m\Delta$, а резуль-

тирующий азимут определяется из соотношения tg $\rho_m = (tg \rho)^m$. Применение многократного отражения дает возможность работать с меньшими углами падения света, облегчая тем самым продвижение в область более длинных волн.

Для увеличения точности измерений используют модуляционный нулевой метод. Блок-схема метода приводится на рис. 6. Осветитель создает параллельный пучок неполяризованного света. Этот свет, проходя поляризатор, становится линейно поляризованным и падает на систему исследуемых зеркал, где испытывает многократное отражение. Получившийся в результате этих отражений эллиптически поляризованный свет проходит через второй поляризатор, который мы назовем анализатором, и попадает на приемник излучения. Для модуляции света используется либо вращение одного из поляризаторов, либо специальный прерыва-

оптические свойства поливалентных непереходных металлов 233

тель, не показанный на рис. 6. Первый способ используется, когда фиксируется сдвиг фаз $\Delta = \pi (2k - 1)/2$, второй — когда фиксируется $\Delta = \pi k$. Измерения проводятся в монохроматическом свете. Для монохроматизации света используется монохроматор, который помещается либо в блок, названный осветителем, либо в блок, названный приемником излучения. Положение монохроматора не безразлично. Его следует помещать в тот блок, который связан с неподвижным поляризатором или анализатором, чтобы не сказывалась поляризация света, вызванная монохроматором.

Интенсивность света, прошедшего через систему поляризатор — образец — анализатор, будет равна

$$I = \frac{1}{2} I_0 \left\{ \left(\frac{r_p}{A_p} \right)^{2m} \cos^2 \alpha_p \cdot \cos^2 \alpha_A + \left(\frac{r_s}{A_s} \right)^{2m} \sin^2 \alpha_p \cdot \sin^2 \alpha_A + \frac{1}{2} \left(\frac{r_p}{A_p} \right)^m \left(\frac{r_s}{A_s} \right)^m \sin 2\alpha_p \cdot \sin 2\alpha_A \cdot \cos \Delta_m \right\}; \quad (3,7)$$

здесь α_p и α_s — азимуты поляризатора и анализатора. Мы видим, что α_p и α_s входят в выражение (3,7) совершенно одинаково.

Рассмотрим вариант с вращающимся поляризатором. Для результирующей интенсивности безразлично, будем ли мы вращать поляризатор или анализатор. Для определенности положим, что вращается поляризатор с частотой Ω , т. е. $\alpha_p = \Omega t$, где t — время; тогда

$$I = A + B(\cos(2\Omega t + \gamma)). \tag{3.8}$$

Величины A, B и γ не зависят от времени. Из (3,7) и (3,8) видно, что переменный сигнал обращается в нуль при выполнении следующих условий:

$$\cos \Delta_m = 0, \qquad \operatorname{tg}^2 \alpha_A = \left(\frac{r_p}{r_s}\right)^{2m}. \tag{3.9}$$

Рассмотрим вариант с дополнительным вращающимся прерывателем. Его следует помещать до поляризатора, чтобы исключить сигнал, связанный с излучением самих исследуемых зеркал. Угол α_A (или α_p) устанавливают равным 45°. Тогда из (3,7) следует, что сигнал обращается в нуль при следующих условиях:

$$\cos \Delta_m = -1, \quad \operatorname{tg} \alpha_p = \left(\frac{r_p}{r_s}\right)^m, \quad (3,10a)$$

либо

$$\cos \Delta_m = +1, \quad \operatorname{tg} \alpha_p = -\left(\frac{r_p}{r_s}\right)^m.$$
 (3,106)

Рассматривая условия (3,9) и (3,10), мы видим, что использование вращающегося поляризатора обладает двумя преимуществами по сравнению с использованием дополнительного прерывателя. Во-первых, в первом случае минимальный сдвиг фаз, равный 90°, наступает при меньших углах падения света на исследуемые зеркала, чем во втором случае, где он равен 180°. Это позволяет продвинуться в область более длинных волн при меньшем числе отражений. Во-вторых, в первом случае можно предъявлять меньшие требования к качеству поляризаторов, чем во втором. Действительно, условие (3,9) эквивалентно получению круговой поляризации, условие (3,10) — линейной. При детектировании сигнала вращающимся поляризатором мы получаем нулевой сигнал даже при наличии небольшой части неполяризованного света, пропускаемого поляризатором, в то время как при получении линейно-поляризованного света эта небольшая часть неполяризованного света не позволяет получить полного нуля сигнала (получается более или менее глубокий минимум).

При использовании обоих вариантов можно действовать двумя способами: 1) Установив длину волны света λ , меняют угол падения света φ и азимут одного из поляризаторов до исчезновения сигнала. Получают значения φ и четыре значения α , позволяющих определить $2\rho_m$, соответствующее заданному значению Δ_m . 2) Установив угол падения φ , меняют длину волны света λ и азимут одного из поляризаторов до исчезновения сигнала. Четыре соответствующие значения α аналогичным образом позволяют определить ρ_m . Более подробно разбор указанных методов, а также схемы экспериментальных установок, реализующих эти методы, приводятся в работах, упомянутых в начале этой главы.

Еще одна разновидность поляризационного метода основана на измерении интенсивности отраженного света при некоторых специально выбранных положениях поляризатора. Если, согласно работам⁷², измерить следующие интенсивности: $I\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$, $I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ и $I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$, то, как следует из (3,7),

$$(\operatorname{tg} \rho)^{m} = \sqrt{\frac{I\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)}{I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)}}, \qquad (3,11a)$$

$$\cos \Delta_m = \left[\frac{2I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)}{I\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)} - 1 - (\mathrm{tg}^* \rho)^{2m} \right] \cdot \frac{1}{2 (\mathrm{tg} \, \rho)^m} ; \qquad (3,116)$$

здесь аргументами для *I* являются азимуты поляризатора и анализатора. Можно использовать и другие ориентации поляризаторов. Так, в работе ⁷³ точность метода была увеличена за счет использования соотношения

$$(\operatorname{tg} \rho)^{m} = \sqrt{\frac{I(0,0)}{I\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)}} \left(\frac{A_{p}}{A_{s}}\right)^{m} .$$
(3.11b)

Указанный метод дает несколько меньшую точность в определении оптических постоянных, поскольку он не является нулевым и более чувствителен к качеству поляризаторов и точности юстировки оптической системы, чем описанные выше поляризационные методы.

Вторая группа методов, также получившая широкое распространение, требует измерения только коэффициента отражения для нормального падения света. Эти измерения должны быть выполнены в достаточно широком спектральном интервале. Указанный метод разрабатывался рядом авторов ⁷⁴⁻⁷⁸. Он подробно приведен в обзоре Стерна ⁷⁹.

Кратко сущность метода состоит в следующем. На опыте измеряется коэффициент отражения для нормального падения $|r(\omega)|^2$ в широком спектральном интервале $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$. По формулам Френеля для нормального падения света имеем

$$r = \frac{n - i\varkappa - 1}{n - i\varkappa + 1} = |r| \exp(i\theta).$$
(3.12a)

Далее рассматривается комплексная функция

$$\ln r = \ln |r| + i\theta. \tag{3.126}$$

Для нее получаются дисперсионные соотношения типа соотношений Крамерса — Кронига, связывающих действительную и мнимую части комплексной диэлектрической постоянной ⁸⁰. В результате получается следующее уравнение для фазы θ :

или

 $\theta(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} \frac{d \ln |r(\omega')|}{d\omega'} \ln \left| \frac{\omega' + \omega}{\omega' - \omega} \right| d\omega'.$

Поскольку измерения обычно проводятся в ограниченном интервале $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$, применяется экстраполяция для $|r(\omega)|$ как в область длинных волн $\omega < \omega_1$, так и в область коротких волн $\omega > \omega_2$. Закон экстраполяции выбирается так, чтобы получилось совпадение для n и κ с непосредственно измеренными значениями этих констант в какой-то области сцектра.

Рассмотренный метод использовался разными авторами для определения оптических постоянных ряда металлов и полупроводников при комнатной температуре (см., например, работы ^{77, 78, 81-87}).

Слабой стороной последнего метода является необходимость экстраполяции $| r(\omega) |$, которая не однозначна, что заметно снижает точность и достоверность получаемых результатов.

Мы не будем здесь разбирать другие методы измерения оптических постоянных металлов (например, интерференционные методы), как значительно менее перспективные для измерений в широкой спектральной области. Все они разобраны в ряде обзорных работ (см., например, работы ^{1, 35, 88-89}).

Современные методы позволяют определять оптические постоянные хороших металлов с точностью 1-2%.

б) Способы приготовления образцов

Нас интересуют оптические постоянные, относящиеся к массивному металлу. Поэтому методы приготовления образцов для исследования должны давать образцы, удовлетворяющие ряду требований. Во-первых, поскольку свет проникает в металл на глубину скин-слоя~2.10⁻⁶ см, необходимо, чтобы свойства этого слоя совпадали или были очень близки к свойствам массивного металла. Во-вторых, поверхность металла должна быть плоской и зеркальной. В-третьих, общая толщина слоя металла должна быть достаточно большой, чтобы не учитывать отражение от второй поверхности (это требование не обязательно).

В настоящее время имеются два метода, которые могут давать образцы, удовлетворяющие указанным выше требованиям *). Это, во-первых, испарение металла в вакууме и конденсация его на полированные подложки; во-вторых, — электрополировка.

Метод испарения металла в вакууме требует для каждого металла специального подбора материала испарителя, режима испарения и способа приготовления подложки. В работах ^{20, 31–32}, ^{36, 40, 47–48, 90–92}, как при определении режима испарения, так и при изготовлении образцов для исследования, все время проводился контроль качества получаемых

^{*)} Следует специально отметить, что механическая полировка не дает образцы требуемого качества из-за слоя наклепа.

слоев. Особое внимание обращалось на плотность, проводимость, температурную зависимость проводимости и остаточное сопротивление металлических слоев. Определялись также и некоторые другие их характеристики. В результате удалось получить хорошие зеркальные слои со свойствами, совпадающими или очень близкими к свойствам массивного металла. В указанных работах приводятся условия испарения исследуемых металлов и подготовки подложек для напыления.

Метод электрополировки также требует специального контроля. Перед электрополировкой образцы шлифуются и полируются механически, что приводит к образованию слоя наклепа. Режим электрополировки должен быть подобран так, чтобы был снят весь слой наклепа и вместе с тем поверхность металла осталась достаточно плоской и блестящей. Хорошим контролем полного удаления слоя наклепа являются рентгеновские и электронографические исследования поверхности металла. Наклепанный слой в случае поликристаллических образцов дает широкие размытые дифракционные кольца, сужающиеся по мере снятия слоя наклепа. Начиная с некоторой толщины снятого слоя, кольца перестают сужаться, что может служить указанием на полное снятие наклеианного слоя *). В качестве примера укажем, что для вольфрама и его сплавов достаточно электрополировкой снять слой ~15 мкм, для ниобия и сплавов ниобия с титаном нужно снять слой толщиной ~50 мкм 93-94, для алюминия нужно снять слой ~100 мкм. Таким образом, проводя соответствующие контрольные измерения, можно указанными выше методами получить образцы требуемого качества.

Остановимся на влиянии окисления поверхности металла. Проведенные эксперименты показали, что испарением в вакууме удается получить настолько хорошие зеркальные поверхности ряда металлов, таких как индий, свинец, олово, золото ^{20, 32}, что процесс окисления их идет очень медленно. Измерения п и и, выполненные как сразу после изготовления, так и после суточного пребывания их в установке, показали, что никаких изменений *n* и и не наблюдается. Даже у такого легко окисляющегося металла, как свинец, заметные изменения наступали лишь через несколько суток. В работах ⁹⁵⁻⁹⁷ скорость окисления исследуемых слоев была больше. Но и для этих слоев контрольные измерения, выполненные авторами приведенных работ, показали, что толщина слоя окисла невелика **). Поскольку эффекты, которые мы будем рассматривать, порядка единицы, небольшим влиянием пленки окисла, порядка 10%. можно пренебречь.

4. ОПТИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ НЕПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

В кратком обзоре невозможно привести результаты измерений оптических постоянных всех непереходных металлов. Мы обратим особое внимание на поливалентные металлы. Влияние решетки на поведение валентных электронов этих металлов более существенно, чем в случае одновалентных металлов ***).

Для получения максимальной информации об электронной структуре металлов из оптических исследований последние должны удовлетворять

^{*)} Для монокристаллов аналогичная характеристика получается по ширине дифракционных пятен.

^{**)} Формулы для учета влияния поверхностных пленок окисла на результаты

металлооптических измерений приводятся в работе ⁹⁶. ***) Обсуждение оптических свойств благородных одновалентных металлов выполнено в обзоре Суфчинского ⁹⁹ и в работах Эренрейха, Купера, Филиппа ⁸²⁻⁸⁴ и Биглехола 100. Оптические свойства щелочных металлов рассматриваются в работе Майера и Хителя 101.

ряду требований. Во-первых, должны измеряться обе оптические постоянные п и х (или действительная и мнимая части комплексной диэлектрической постоянной). Во-вторых, спектральный интервал исследований должен быть достаточно широк. Для получения характеристик, относящихся и к электронам проводимости, и к электронам, участвующим в межзонных переходах, этот интервал должен включать в себя как инфракрасную, так и видимую области спектра. В-третьих, измерения должны проводиться в широком температурном интервале. Особый интерес представляют измерения при гелиевых температурах, поскольку определение фурье-компонент псевдопотенциала оптическим методом провопится наиболее точно при этих температурах. Использование широкого температурного интервала для оптических исследований позволяет получить температурную зависимость основных электронных характеристик. В четвертых, необходимы комплексные измерения, т. е. основные оптические измерения должны дополняться измерениями ряда других свойств образцов (структура, плотность, статическая проводимость и т. п.). Только такие комплексные исследования позволяют добиться получения образцов нужного качества и более полно определить микрохарактеристики металлов.

В настоящее время исследования, удовлетворяющие перечисленным выше требованиям, выполнены только для индия ⁴⁷ и свинца ⁴⁸. Результаты измерений *n* и ж для этих металлов приводятся ниже в виде таблиц *). Мы приведем также наиболее достоверные результаты, относящиеся к олову ^{36, 69, 102}, алюминию ^{90, 96–97} и цинку ^{49, 103}. Исследования этих металлов выполнены менее подробно и требуют дальнейших измерений в указанном выше аспекте. Для ряда других поливалентных непереходных металлов: галлия, таллия, бериллия, магния и кадмия — мы ограничимся лишь указанием имеющейся литературы, поскольку для этих металлов прежде всего необходима проверка качества исследуемых образцов.

Следует отметить, что отсутствие данных о качестве образцов не позволяет использовать результаты большинства прежних исследований. Дело в том. что при разных способах приготовления образцов можно получить разную структуру исследуемого слоя, а это приводит к существенным изменениям свойств, определяемых валентными электронами, в частности электронами проводимости, и их взаимодействием с решеткой (из-за изменения зонной структуры и дополнительного рассеяния, связанного с примесями, дефектами кристаллической решетки и с границами кристалликов).

Результаты работ ряда авторов, помимо отсутствия данных о качестве исследуемых образцов, нельзя использовать еще и потому, что они приводятся не в виде таблиц, а в виде графиков с очень неудобным масштабом. Определить по этим графикам *n* и к сколько-нибудь точно не представляется возможным. Указанное обстоятельство относится, в частности, к работам Ходжсона ^{104, 105}, Вудалла, Ленхама и Трехёрна ¹⁰⁶⁻¹⁰⁸ и некоторых других авторов.

Прежде чем привести таблицы экспериментальных значений для ряда поливалентных металлов, рассмотрим качественную картину зависимости n и \varkappa от λ и T. На рис. 7-10 в качестве примера приводятся результаты измерения оптических постоянных свинца.

Как следует из рис. 7 и 9, экспериментальные функции $n(\lambda)$ и $\kappa(\lambda)$ в длинноволновой области являются монотонно-возрастающими. Температурные измерения в этой области показали, что зависимость n(T) суще-

^{*)} Более подробно результаты измерений оптических и ряда других свойств исследованных образцов индия, свинца, алюминия и олова приводятся в работе 20.

ственна во всем интервале. При понижении температуры, как и следовало ожидать, n уменьшается. Это уменьшение существенно не только при переходе от комнатной температуры к азотной, но и при переходе от азотной температуры к гелиевой. Зависимость \varkappa (T) для этого интервала более



Рис. 7. Зависимость n свинца от λ при трех температурах (длинноволновая область).



Рис. 8. Зависимость n свинца от λ при трех температурах (коротковолновая область).



Рис. 9. Зависимость и свинца от л при трех температурах (длинноволновая область).



существенна в длинноволновом конце его, где \varkappa сильно увеличивается при понижении температуры. При переходе от комнатной температуры к азотной \varkappa меняется значительно больше, чем при переходе от азотной температуры к гелиевой. В целом зависимость \varkappa от температуры заметно меньше зависимости *n* от температуры.

Таблица III

λ.	T = 2	93° K	T =	78° K	T = 4	2° K	λ,	T=2	93° K	T = 7	8° K	T = 4	,2°K
мкм	n	х	n	×	n	×	мкм	n	н	n	×	n	х
$0,45 \\ 0,46 \\ 0,48 \\ 0,50 \\ 0,52$	${}^{1,44_5}_{1,54_5}_{1,62}_{1,70_5}_{1,75_5}$	3,18 3,20 3,25 3,30 3,34	${}^{1,56}_{1,57_5}_{1,65}_{1,67_5}_{1,67_5}_{1,70}$	3,20 3,22 3,22 3,24 3,24 3,31			$0,95 \\ 1,00 \\ 1,05 \\ 1,10 \\ 1,15 $	$1,38_{5}$ 1,38 $1,38_{5}$ 1,40 $1,41_{5}$	$4,99 \\ 5,32 \\ 5,62 \\ 5,98 \\ 6,31$	$\begin{array}{c} 0.917 \\ 0.848 \\ 0.801 \\ 0.743 \\ 0.678 \end{array}$	4,67 5,00 5,30 5,63 6,00	$0,821 \\ 0,721 \\ 0,656 \\ 0,574 \\ 0,485$	4,57 4,90 5,22 5,58 5,92
$0,54 \\ 0.56 \\ 0,58 \\ 0,59 \\ 0,60$	$\begin{array}{c} 1.81\\ 1.87\\ 1.90\\ 1.91\\ 1.91_5 \end{array}$	3,37 3,41 3,43 3,44 3,45	${}^{1,78}_{1,87_5}_{1,96_5}_{2,01}_{2,06}$	$3,39 \\ 3,45 \\ 3.47 \\ 3.46 \\ 3,44$	1,82 1,97 2.11 2,17 2,26	$3,46 \\ 3,51 \\ 3,52 \\ 3,52 \\ 3,52 \\ 3,50$	1,20 1,30 1,40 1,50 1,60	$\left \begin{array}{c}1,44_{5}\\1,50\\1,58\\1,64_{5}\\1,77_{5}\end{array}\right $	6,59 7,23 7,74 8,30 8,90	0,651 0,583 0,566 0,575 0,611	$6,28 \\ 6,96 \\ 7,59 \\ 8,23 \\ 8,93$	$\begin{array}{c} 0.417 \\ 0.312 \\ 0.285 \\ 0.275 \\ 0.300 \end{array}$	$6,29 \\ 6,96 \\ 7,59 \\ 8,24 \\ 8,94$
$0,61 \\ 0,62 \\ 0,64 \\ 0,66 \\ 0,68$	${ \begin{array}{c} 1,94_{5} \\ 1,94_{5} \\ 1,94_{5} \\ 1,89_{5} \\ 1,85_{5} \end{array} } } \\$	$3,46 \\ 3,47 \\ 3,49 \\ 3,51 \\ 3,53$	$2,10 \\ 2,11 \\ 2,13 \\ 2,08 \\ 1,96_5$	$3,42 \\ 3,38 \\ 3,28 \\ 3,19 \\ 3,10$	2,29 2,34 2,39 2,28 2,09	3,45 3,38 3,16 3,02 2,89	$1,80 \\ 2,00 \\ 2,20 \\ 2,40 \\ 2,60$	2,05 2,32 2,63 3,03 3,45	10,1 ₅ 11,2 12,2 13,2 14,4 ₅	$\begin{array}{c c} 0,683\\ 0,783\\ 0,901\\ 0.997\\ 1,19_5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 10,2\\ 11,3_5\\ 12,5_5\\ 13,7_5\\ 14,8_5 \end{array}$	$\begin{smallmatrix} 0,336\\0,387\\0,448\\0,541\\0,614 \end{smallmatrix}$	${ \begin{array}{c} 10,3_5 \ 11,5_5 \ 12,7_5 \ 13,9_5 \ 15,0_5 \end{array} }$
$0,70 \\ 0,72 \\ 0,74 \\ 0,76 \\ 0,78$	$\begin{array}{c} 1,78_{5}\\ 1,71\\ 1,63_{5}\\ 1,57\\ 1,52_{5}\end{array}$	3,57 3,64 3,73 3,84 3,96	$\substack{1,80\\1,58\\1,39\\1,28\\1,18_5}$	3,07 3.13 3.24 3,41 3,58	${ \begin{array}{c} 1,85\\ 1,54_5\\ 1,30_5\\ 1,17_5\\ 1,09 \end{array} } }$	2,82 2,89 3,06 3,26 3,46	3,0 3,5 4,0 5,0 6,0	4,27 5,39 6,58 9,04 11,7	16,4 18,6 20,8 24,8 28,1	1,53 2,01 2,48 3,99 5,41	17,320,422,928,733,9	$ \begin{bmatrix} 0,81 \\ 1,10 \\ 1,49 \\ 2,15 \\ 2,95 \end{bmatrix} $	$\begin{array}{c} 47,3\\20,1\\23,1\\28,6\\34,4\end{array}$
0,80 0,82 0,85 0,88 0,90	1.50_5 1,47 1,44 1,41 1,40	$\begin{array}{c} 4,09\\ 4,18\\ 4,35\\ 4,56\\ 4,68\end{array}$	1,131,091,0551,010,983	3,73 3,86 4,05 4,25 4,37	1,041,0050,9760,9400,904	3,61 3,78 3,97 4,16 4,27	7,0 8,0 9,0 10,0 11,0 12,0	14,1 16,4 18,7 21,0 23,2 24,6	30,9 33,6 35,8 37,4 39,2 40,5	7,16 8.82 10,5 12,3 14,4 16,3	38,7 43,9 49,1 54,4 59,1 63,5	3,75 4,50 5,56 6,70 7,90 9,20	39,9 45,5 50,6 55,9 61,3 66,5

Оптические постоянные свинда *) (по данным 48)

Оптические постоянные свинца изучались также в работах 30-32, 67, 113.

*) В настоящем обзоре опубликована лишь часть экспериментальных данных работы ⁴⁸. Более полную таблицу см. в упомянутой работе.

Таблица IV

λ.	T = 2	93° K	T = 1	78° K	T = 4	2° K	λ.	T = 2	93° K	T = T	78° K	T = 4	,2° К
мкм	n	х	n	×	n	я	мкм	n	ж	n	ж	n	ĸ
		a)	Инф	ракр	асна	я об	ласт	ь (по	данн	— ым 36,	⁶⁹)		
$0,73 \\ 0,80 \\ 0,93 \\ 0,99 \\ 1,20$	2,18 2,40 3,15 3,44 3,76	$ \begin{array}{c c} 6,29\\ 6,62\\ 7,28\\ 7,34\\ 7,63 \end{array} $	2,24 2,27 3,43 3,92 3,53	$\begin{array}{c} 6,19 \\ 6,42 \\ 7,17 \\ 6,94 \\ 6,45 \end{array}$	2,95 3,70 3,05	- 7,62 7,15 5,98	3,0 3,5 4,0 5,0 6,0	$4,41 \\ 5,27 \\ 6,19 \\ 8,49 \\ 11,0$	17,8 20,5 23,2 28,5 33,1	$1,88 \\ 2,13 \\ 2,46 \\ 3,75 \\ 4,97$	18,0 21,1 24,2 29,7 35,5	1,58 1,95 2,13 2,75 3,73	$18,0 \\ 21,1 \\ 24,2 \\ 30,0 \\ 35,8 \\$
$ \begin{array}{r} 1,35\\1,50\\1,70\\2,00\\2,50\end{array} $	3,57 3,31 3,13 3,40 3,63	8,04 8,67 9,88 11,8 14,8	2,76 2,09 1,75 1.65 1,69	$\begin{array}{c} 6,99 \\ 7,98 \\ 9,29 \\ 11,4 \\ 14,6 \end{array}$	2,55 1,99 1,51 1,38 1,39	$6,64 \\ 7,80 \\ 9,35 \\ 11,4 \\ 14,6$	7,0 8,0 9,0 10,0 11,0 12,0	13,816,619,322,024,827,8	37,1 40,6 43,8 46,4 49,0 51,6	6,51 8,17 10,0 12,4 15,7 18,2	41,4 47,0 51,7 55,8 59,8 63,8	4,89 6,05 7,90 10,1 12,6 15,3	$\begin{array}{r} 41,6\\47,4\\53,3\\58.7\\63.4\\67,0\end{array}$

Оптические постоялные олова

Продолжение табл. IV

λ, мят	n	×	λ	n	ж	λ	n	ж	
	б) В	идима: (1	н и уль при <i>T</i> = 29	трафис 3° К, по ;	летова данным ¹	н обла ⁰²)	СТИ		
0,668	1,418	5,007	0,468	0,703	3,124	0,347	1,012	2,227	
0,620	1,249	4,789	0,447	0,722	2,911	0,325	0,980	2,396	
0,588	1,121	4,512	0,425	0,701	2,487	0,298	1,037	2,762	
0,533	0,889	3,922	0,398	0,676	1,906	0,275	1,119	3,308	
0,502	0,780	3,575	0,361	0,905	1,931	0,257	1,117	3,333	
0,480	0,709	3,318							
В области 0,6—0,7 мкм данные указанных работ дают небольшой разрыв,									

В области 0,0-0,1 жиж данные указанных работ дают небольшой разрыв, который, вероятно, связан с неточностью измерений оптических постоянных для крайних точек используемого спектрального интервала. Оптические постоянные олова изучались также в работах ⁶⁷, 104, 106, 110-112, 113-115.

Таблица V

		Оптиче	ские по	стоянные	ндия (по данни	ым 47)		
λ.	T = 2	95° K	T = 4	,2° K	λ.	T = 2	95° K	T = t	4,2° K
мкм	n	8	n	ж	мкм	n	×	n	ж
$\begin{array}{c} 0,55\\ 0,60\\ 0,65\\ 0,70\\ 0,72\end{array}$	0,70 0,795 0,90 1,01 1,07	$\begin{array}{c c} 4,70\\ 5,02\\ 5,42\\ 5,83\\ 6,00 \end{array}$	$0,695 \\ 0,77 \\ 0,835 \\ 0,99 \\ 1,09$	4,70 5,08 5,50 6,00 6,20	1,85 1,90 1,93 2,00 2,05	2,80 2,97	13,8 14,5 —	1,70 1,75 1,78 1,84 1,88	13,5 13,85 14,2 14,6 14,8
$0,74 \\ 0,75 \\ 0,76 \\ 0,80 \\ 0,82$	$ \begin{array}{c} 1,13\\ 1,17\\ 1,19\\ 1,32\\\end{array} $	6,18 6,26 6,31 6,60	1,20 1,26 1,33 1,59 1,65	$6,40 \\ 6,45 \\ 6,50 \\ 6,65 \\ 6,68$	2,10 2,15 2,20 2,25 2,30	3,13 3,30 3,48	$ \begin{array}{r} 15,0 \\ 1\overline{5,6} \\ 1\overline{6,3} \end{array} $	1,92 1,96 1,98 1,99 2,00	$\begin{array}{c} 15,0\\ 15,3\\ 15,6\\ 16,0\\ 16,2 \end{array}$
0,85 0,90 0,95 1,00 1,05	1,45 1,59 1,72 1,81 —	6,78 7,18 7,44 7,77 —	1,71 1,73 1,65 1,49 1,41	$6,72 \\ 6,85 \\ 7,00 \\ 7,25 \\ 7,60$	2,35 2,40 2,45 2,50 2,55	3,65 3,81 —	16,9 17,6	2,00 1,99 1,97 1,95 1,93	16,5 16,8 17,2 17,5 17,8
1,10 1,15 1,20 1,25 1,30	1,84 1,87 1,95	8,38 9,00 9,70	1,35 1,31 1,28 1,28 1,30	8,00 8,42 8,88 9,24 9,60	2,60 3,0 3,5 4,0 5,0	4,00 4,70 6,0 7,27 9,77	18,3 20,9 23,9 26,7 32,2	1,92 1,90 2,05 2,3 3,1	18,25 20,9 23,9 26,7 32,7
1,35 1,40 1,45 1,50 1,55	2,06 2,19	10,35 11,0 —	1,32 1,35 1,36 1,39 1,45	9,95 10,3 10,6 10,9 11,45	6,0 8,0 10,0	12,4 18,4 24,8	37,2 45,3 51,9	4,2 7,5 13,5	38,7 50,6 62,3
1,60 1,65 1,70 1,75 1,80	2,33 2,49 2,64	11,8 12,5 13,1	1,48 1,52 1,56 1,61 1,65	11,9 12,2 12,6 12,9 13,2					
Опти 110, 116-1	ические 18.	постояні	ные инді	ия излуч	нались тан	кже в ра	aбorax 4), 95-97,	106-107,

Из рис. 8 и 10 следует, что в коротковолновой области функция n (λ) имеет максимумы. Величина и ширина их зависят от температуры. При понижении температуры максимумы становятся у́же и больше. У функции \varkappa (λ) проявляются особенности в тех же спектральных областях, что и для n (λ), однако они выражены значительно слабее.

Мы приводим табл. III—VII экспериментальных значений *п* и ж некоторых непереходных металлов 4-й, 3-й и 2-й групп

Таблица VI

.	T = 2	95° K	T = 7	8° K		T = 1	295° K	T =	8° K
л, мим	n	×	n	×	λ,	n	х	n	ж
	a)	Инфр	акрас	ная об	бласть	(по да	нным ⁹⁰)		
$1,20 \\ 1,50 \\ 2,00 \\ 2,50 \\ 3,0 \\ 4,0$	0,95 1,14 1,75 2,4 3,2 4,8	9,612,116,119,823,5 $30,0$	$0,63 \\ 0,78 \\ 1,30 \\ 1,7 \\ 2,2 \\ 3,2$	9,6 12,1 16,1 19,8 23,5 30,1	5,0 6,0 7,0 8,0 9,0	$ \begin{array}{c} 6,7\\ 9,5\\ 12,6\\ 15,6\\ 21,1\\ \end{array} $	$\begin{array}{c} 37,6\\44,4\\51,0\\58,1\\62,1\end{array}$	4,4 6,5 9,1	37,8 44,9 52,0
λ. мжл	ı	n		×	λur.	м	n		×
б) Ви	димая	и бли	жпяя по	инфра данным	акрасн 1 ^{96, 119}) *	ая об *)	ласти (при <i>T</i> =	295° K
$0,40 \\ 0,45 \\ 0,50 \\ 0,55 \\ 0,60 \\ $		$0,32 \\ 0,41 \\ 0.50 \\ 0.60 \\ 0.77$		3,72 4,06 4,59 5,01 5,46	$0,80 \\ 0,85 \\ 0,87 \\ 0,90 \\ 0,95$	5	1,78 1,91 1,82 1,70 1,40		6,87 6,90 6,87 6,97 7.22
0,65 0,70 0,75		$0,98 \\ 1,26 \\ 1,50$		5,97 6,40 6,72	1,00 1,10 1,20		1,17 0,85 0,78		7,58 8,33 9,16
*) В ных в т после у Опт	работах аблице, чета вли цческие	, 96, 119 _, даются іяния пл постояні	помимо также енки ок вые алк	непосре, значени: мсла. Эминия П	дственно я оптиче изучалист	измерен ских п ь такж	ных данн юстоянны: е в работ	ных, 11 х, пол гах ⁷⁰ ,	риведе ученні 72, 83, 8

Оптические постоянные алюминия

Таблица VII

Оптическая постоянная цинка

2. MIT.M	n	х	λ, мпм);	×
1,23 1,55 2,14	а) Пнфра 1,17 0,95 1.01	красная о 4,92 7,28 10,65	бласть (по , 5,0 6,0 7.0	цанным ⁴⁹) 3,77 5,8 7 6	26,2 31,6 26,4
$2,68 \\ 3.19 \\ 4,0$	$ \begin{array}{r} 1,01 \\ 4,26 \\ 1.86 \\ 2,58 \end{array} $	$ \begin{array}{c c} 10,03\\ 13,3\\ 16,6\\ 21,3 \end{array} $	8.0 10,0	9,05 15,3	40,7 47,6

4 УФП, т. 97, вып. 3

	2n	×/λ		212	κ/λ	1	2n	κ/λ
hw, 98	⊥c	c	hw, 96	⊥c	c	hω, 98	⊥c	c
6	5) Види	мая и	ближн (по ј	яя инф рис. 2 из	ракрас ¹⁰³)	сная об	ласти	
2,39 2,07 1,82 1,69 1,64 1,59 1,56 1,52	24,137,444,753,354,055,357,057,0	$ \begin{array}{c} 11,6\\ 15,3\\ 19,4\\ 22,5\\ 22,6\\ 23,0\\ 23,2\\ 22,6\\ 22,6\\ \end{array} $	1,48 1,44 1,41 1,36 1,28 1,20 1,18 1,12	55,3 52,9 45,4 35,3 21,7 13,6 	$\begin{array}{c} 22,4\\ 22,0\\ 20,8\\ 19,9\\ 18,7\\ 18,0\\ 11,5\\ 12,1 \end{array}$	$ \begin{array}{c} 1,09\\ 1,04\\ 1,01\\ 0,96\\ 0,93\\ 0,86\\ 0,81\\ 0,78\\ \end{array} $		$\begin{array}{c} 12,5\\ 12,7\\ 12,1\\ 12,2\\ 11,4\\ 8,0\\ 7,7\\ 7,6\\ \end{array}$
Здесь к поляри 2 <i>пж</i> /λ в о разрыв не Оптич 110-111, 113	ћω— эн зации по бласти 1 влияет н сеские по , 128-132.	ергия эрпендик; ,20—1,18 на положе стоянные	кванта. улярно и эв связэ ения мако цияка и	Два стол паралле: ан со сме симумов 2 изучались	ібца зна льно оси епой при ли/λ. также	ачений 2 с. Разр семника и в работаз	пж/λ от рыв в зи ізлучения _К 50, 104,	носятся іачении 1. Этот 106, 108,

Продолжение табл. VII

После каждой таблицы указываются работы, не использованные в данном

Таблица VIII Литература по экспериментальному исследованию оптических свойств некоторых непереходных поливалентных металлов

Ме- талл	Литература
Ga Tl Be Mg	106, 109 -112 , 116, 118, 133 -134 116 97, 121, 130, 135 -136 50, 106, 110 -112 , 117, 121, 130,
Cd	132, 137 50, 106, 108, 110-113

обзоре, поскольку они не удовлетворяют перечисленным выше условиям (см. также табл. VIII). Приведенные результаты относятся к поликристаллическим образцам. Мы не будем рассматривать анизотропию оптических постоянных, появляющуюся для металлов с некубической решеткой. Изучение анизотропии п и к в настоящее время проводится грунпой физиков под руководством Вудалла ^{50, 106-112}. К сожалению, пока измерения оптических постоянных анизотропных металлов, выполненные этой группой, относятся к механически полированным образцам, что не позволяет получить константы неискаженного металла.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИКРОХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛА ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ *п* И ×

а) Длинноволновая область

Эксперимент показывает, что для поливалентных металлов при всех температурах осуществляется слабоаномальный скин-эффект^{20, 30, 32, 47-49, 69}. Поэтому в длинноволновой области спектра рационально использовать формулы (1,9a), (1,10a), (1,17) и (1,18). Учитывая соотношение (2,16), получим следующие формулы для обработки экспериментальных результатов *):

$$N = \frac{0,1115 \cdot 10^{22}}{\lambda^2} \,\varkappa^2 \, \frac{[1 + (n^2/\varkappa^2)]^2}{1 - (n^2/\varkappa^2)} \, \frac{1}{1 - \beta_1} \,, \tag{5,1}$$

$$\nu = \frac{3,767 \cdot 10^1}{\lambda} \frac{n/\kappa}{1 - (n^2/\kappa^2)} \frac{1 - \beta_2}{1 - \beta_1}, \qquad (5,2)$$

$$\beta_1 = 0,125 \cdot 10^{-10} \ \langle v_F \rangle \varkappa \ \frac{[1 + (n^2/\varkappa^2)] [(\nu/\omega) - n/\varkappa)]}{[1 - (n^2/\varkappa^2)] [1 - (\nu^2/\omega^2)]}, \tag{5,3}$$

$$\beta_2 = 0.06254 \cdot 10^{-10} \langle v_F \rangle \, \varkappa \, \frac{1 + (n^2/\varkappa^2)}{n/\varkappa} \, \frac{[1 + (n/\varkappa) \, (\nu/\omega)]}{1 + (\nu^2/\omega^2)} \,, \tag{5,4}$$

$$\frac{\langle v_F \rangle}{v_F^0} = \sqrt{\frac{N}{N_{\text{BAT}}}}, \qquad (5,5)$$

$$\frac{S_F}{S_F^0} = \sqrt{\frac{N}{N_{\text{Bar}}}} \,. \tag{5,6}$$

Здесь $\omega = 1,884 \cdot 10^{15}/\lambda$; β_1 и β_2 — поправки, связанные с аномальностью скин-эффекта; λ выражено в микронах, остальные величины — в ед. CGSE. Формулы (5,1) - (5,6) _____

позволяют определять ми- N 10 крохарактеристики иссле- 5 дуемых металлов **). Для этого нужно знать, помимо постоянных оптических металла *п* и *к*, также $N_{\text{вал}}$ и v_F^0 , что требует измерения плотности исследуемых образцов. Отметим, что, поскольку значения $N_{\text{вал}}$ и v_F используются только для определения $\langle v_F \rangle$, входящего в формулы для β_1 и β_2 , величины N и v мало чувствительны к $N_{\text{вал}}$ и v_F^{0} . Поэтому последние две величины мобыть определены гут с меньшей точностью. После окончания вычислений следует проверить харак-



тер скин-эффекта. Для слабоаномального скин-эффекта β_1 и β_2 , а также действительная и мнимая части комплексного параметра разложсния (1,18) должны быть меньше единицы ***).

Выше указывалось, что для получения микрохарактеристик, относящихся к электронам проводимости, необходимо использовать измерения в спектральном интервале, в котором влиянием межзонных переходов на оптические свойства можно пренебречь. Указанный интервал можно определить экспериментально как интервал, в котором вычисленные значения N и v не зависят от λ . Для примера на рис. 11 приводятся резуль-

^{*)} В формулах (5,1), (5,2) пренсбретается члепами порядка $|\varepsilon'|^{-1}$ по сравнению с единицей. Для металлов в длинноволновой области это ьполне законно, поскольку всличина $|\varepsilon'|^{-1} \sim 10^{-3} - 10^{-4}$.

^{**)} Решение системы уравлений (5,1)—(5,5) удобно получать методом последовательных приближений, полагая в нулевом приближений $\beta_1 = \beta_2 = 0$.

^{***)} Обычно β₂>β₁, т. с. влияние ансмальности съип-эффекта на ν значительно больше, чем на N.

таты вычисления N для свинца при трех температурах. Из рисунка видно, что в интервале 3—12 мкм вычисленные значения N не зависят от λ. Следовательно, измерения в этом спектральном интервале могут быть использованы для определения характеристик электронов проводимости свинца.

Определение N и v совместно с измерениями статической проводимости σ_{cr} и отнощения остаточного сопротивления к сопротивлению при данной температуре R_{ocr}/R позволяют вычислить v_{ep} , $v_{ep}^{\kappa n}$, v_{ed} , l, δ и средний размер кристаллов L. Для этого удобно использовать следующие соотношения *):

$$\begin{array}{c} \mathbf{v} = \mathbf{v}_{ep} + \mathbf{v}_{ed}, \\ \mathbf{v}_{ep}^{\mathbf{K}\pi} + \mathbf{v}_{ed} = \frac{e^2}{m} \frac{N}{\sigma_{cr}} = 2,533 \cdot 10^8 \frac{N}{\sigma_{cr}} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{c} \frac{\mathbf{v}_{ed}}{\mathbf{v}_{ep}^{\mathbf{K}\pi} + \mathbf{v}_{ed}} = \frac{R_{ocr}}{R}, \\ \mathbf{v}_{ep}^{\mathbf{K}\pi} + \mathbf{v}_{ed} = \frac{R_{ocr}}{R}, \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \mathbf{v}_{ep} \\ \mathbf{v}_{ep} \\$$

$$l = \frac{\langle v_F \rangle}{v}, \quad \delta = \frac{\kappa}{2\pi\kappa}, \quad L = \frac{\langle v_F \rangle}{v_{ed}}. \tag{5.8}$$

Таким образом, измерения оптических постоянных в длинноволновой области совместно с измерением ρ , σ_{cr} и R_{ocr}/R позволяют определить следующие микрохарактеристики: $N, \langle v_F \rangle, S_F, v, v_{ep}, v_{ep}^{\kappa n}, v_{ed}, l$ и δ , а также их зависимость от температуры.

б) Коротковолновая область

В спектральной области, где существенную роль играют как межзонные, так и внутризонные переходы (обычно это видимая и ближняя инфракрасная области), используем аддитивность комплексной диэлектрической постоянной є', т. е. будем считать, что

$$\widetilde{\varepsilon} = 1 + \varepsilon_e + \widetilde{\varepsilon}, \quad \sigma = \sigma_e + \widetilde{\sigma};$$
 (5,9)

здесь величины ε_e и σ_e относятся к электронам проводимости, $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\sigma}$ — к межзонным переходам.

Вклад электронов проводимости в ε и σ может быть определен при помощи микрохарактеристик, полученных в длинноволновой области спектра, после чего легко определяется вклад межзонных переходов. Ограничиваясь членами первого порядка по β₁ и β₂, получим для вклада электронов проводимости следующие формулы ^{20, 47, 48}:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{e} &= -\left(4\pi e^{2}\frac{N}{m}\right)\frac{1}{\omega^{2}+\nu^{2}}\left(1-B_{1}\right),\\ B_{1} &= \beta_{1}+\frac{2\nu^{2}}{\omega^{2}+\nu^{2}}\left(\beta_{2}-\beta_{1}\right), \end{aligned}$$

$$(5,10)$$

$$\sigma_{e} = \left(e^{2} \frac{N}{m}\right) \frac{v}{\omega^{2} + v^{2}} (1 - B_{2}),$$

$$B_{2} = \beta_{2} + \frac{2\omega^{2}}{\omega^{2} + v^{2}} (\beta_{1} - \beta_{2}).$$

$$(5.11)$$

Наибольший интерес представляет функция σ (ω), поскольку положения ее максимумов определяют фурье-компоненты псевдопотенциала. Использование измерений, относящихся к гелиевым и азотным температурам, позволяет выделить σ с большей точностью, чем в случае измерений

^{*)} В формулах (5,7) не учитывается частота межэлектронных соударений v_{ee} , поскольку эксперимент показывает, что $v_{ee} \ll v^{20,30-32}$, ^{47–48}.

при комнатной температуре, поскольку при низких температурах вклад электронов проводимости в σ мал.

Для поливалентных металлов в видимой и ближней инфракрасной области наблюдаются максимумы на кривой зависимости $\tilde{\sigma}$ (ω). Это позволяет разбить $\tilde{\sigma}$ на ряд отдельных полос, полагая $\tilde{\sigma} = \sum_{g} \tilde{\sigma}_{g}$. Ширины полос

и их переналожения минимальны при гелиевой температуре, заметно увеличиваясь при ее повы-

шении до комнатной. Поэтому точность разделения полос максимальна при температурах. гелиевых На рис. 12 для примера зависимость приводится σ (ω) индия от \hbar ω при гелиевой температуре. Отчетливо видны два максимума, соответствующие двум полосам о_g. Аналогичные зависимости получаются для других металлов. Наблюдаемые полосы обычно удается отождествить с переходами, определяемыми разными брэгговскими плоскостями. При этом в случае анизотропных металлов удобно использовать измерения о, выполненные на монокри-



Рис. 12. Зависимость межзонной проводимости $\overline{\sigma}$ (ω) от $\hbar \omega$ для поликристаллического индия при $T = 4.2^{\circ}$ K.

 \bullet — экспериментальные значения; — — $\widetilde{\sigma}_{111}$ и $\widetilde{\sigma}_{200}$.

сталлах в поляризованном свете ^{49, 50, 103}. Для изотропных металлов или в случае поликристаллических образцов анизотропных металлов можно использовать относительные величины $\tilde{\sigma}_g$, а также дополнительные сведения из других эффектов, в частности из эффекта ван Альфена — де Гааза ^{20, 46-48}.

Положения максимумов и ширины полос межзонной проводимости позволяют по формуле (2,35) определить абсолютные значения фурьекомпонент псевдопотенциала. Практически для тех ширин полос, которые обычно наблюдаются в эксперименте, в указанной формуле можно считать $t \approx 1,05$.

Таким образом, измерения в коротковолновой области позволяют получить абсолютные значения фурье-компонент исевдопотенциала | V_g | и с их помощью рассчитать те же электронные характеристики, которые независимым образом определяются по измерениям в длинноволновой области.

6. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ТЕОРИЕЙ

a) О пределение фурье-компонент псевдопотенциала оптическим методом. Межзонные переходы

В гл. 2 указывалось, что оптические измерения в коротковолновой спектральной области (т. е. в области, где существенны межзонные переходы) позволяют по положениям максимумов межзонной проводимости определить абсолютные значения фурье-компонент псевдопотенциала | V_g |. Это было выполнено для свинца, олова, алюминия, индия и цинка. Экспериментально V_g могут быть определены также из эффекта ван Альфена — де Гааза и из циклотронного резонанса. В этом случае требуется сложная математическая обработка экспериментальных результатов. В на-

Т,аб	л	И	ц	а	\mathbf{IX}
------	---	---	---	---	---------------

Определение фурье-компонент псевдопотенциала разными методами

	V111	, 96	V200 , 96			
Металл	оптическим методом	по эффекту ван Альфе- на-де Гааза	оп тичес ким методом	по эффекту ван Альфе- на-де Гааза		
Al Pb	0,22 1,11	0,24 1,14	0,72 0,70	0,76 0,53		

стоящее время такая обработка выполнена только для алюминия и свинца при гелиевых температурах. В табл. IX приводится сравнение значений | V_g | для алюминия и свинца, полученных оптическим методом ²⁰, ⁴⁶, ⁴⁸ и методом эффекта ван Альфена — де Гааза ^{51, 52}. Точность определения большей компоненты $\sim 2-5\%$, точность определения меньшей компоненты $\sim 5-10\%$. Из таблицы видно, что | V_g |, полученные обоими методами, достаточно хорошо совпадают между собой.

Ц – – – – В табл. Х приводятся значения | V_g |, определенные оптическим методом для некоторых непереходных поливалентных металлов в интервале

температур от комнатной до гелиевой. В работах ^{20, 46} проведено сравнение экспериментальной и теоретиче-

ской формы полос межзонной проводимости. Для этого использовалась полоса алюминия $\tilde{\sigma}_{200}$, поскольку она достаточно хорошо изолирована от

Таблица Х

Значен для нек	ия <i>V</i> 4 оторых	, опр непер	еделен еходны	ные оп іх пол	итический ивалентн 	м мето; њих мет	цом, галлов	
	Vol.	I Val.	Лите-			$ V_1 $	V2 .	$ V_3 $

Металл	Т, °К	$ V_1 ,$	$ V_2 ,$	V3[, 96	Лите- рату- ра	Металл	T, °K	ίV ₁ , θβ	$ V_2 ,$	$ V_3 ,$	Лите- рату- ра
Pb	4,2 78 293	1,11 1,13 1,17	0,70 0,65 0,51		20, 48	In	4,2 295	0,70 0,59	0,28 0,27	0,28 0,27	20, 46
 	4,2	0,61	0,30	<u> </u>		Al	295	0,22	0,72	-	20,46
	78 293	0,60 0,57	0,30 0,22		20	Zn	293	0,74	0,50	< 0,36	49
Для Pb, Al и In $ V_1 = V_{111} $, $ V_2 = V_{200} $; для In $ V_3 = V_{002} $; для Zn $ V_1 = V_{1\overline{10}, 1} $, $ V_2 = V_{000, 2} $, $ V_3 = V_{1\overline{10}, 0} $, для Sn $ V_1 \approx V_{101} \approx V_{200} $, $ V_2 \approx V_{220} \approx V_{211} $ (дтя Sn указанное отождествление фурье-компонент псевдо- нотенциала в настоящее время не однозначно).											

других полос и расположена в спектральной области, где вклад электронов проводимости в суммарную проводимость мал. Кроме того, в полосах алюминия не должна наблюдаться структура, связанная со спин-орбитальным взаимодействием. Сравнение показало, что экспериментальная и теоретическая формы полос достаточно хорошо совпадают между собой.

Исследование дисперсии межзонной проводимости позволяет по ширине экспериментальных кривых $\tilde{\sigma}_g(\omega)$ определить относительное уширение энергетических уровней γ'_g , используя соотношения (2,36). Далее по формулам (2,32) — (2,33) можно рассчитать абсолютные значения $\tilde{\sigma}_g$. Сравнение экспериментальных и теоретических абсолютных значений $\tilde{\sigma}_g$, показало, что экспериментальные значения примерно в два раза ниже рассчитанных *). Указанное различие, по-видимому, связано, во-первых, с тем, что ΔE , входящее в формулу (2,25), слегка меняется ⁵⁵ вдоль плоскости кольца M_1M_2 на рис. 2, во-вторых, с тем, что равенство (2,25) не выполняется в области пересечения нескольких брэгговских плоскостей.

В целом можно считать, что результаты исследования межзонной проводимости подтверждают предположение о том, что структура полос межзонной проводимости в видимой и ближней инфракрасной областях спектра в основном связана с брэгговским расщеплением энергии.

б) Определение основных электронных характеристик

Перейдем к вопросу определения основных электронных характеристик N, S_F и $\langle v_F \rangle$ по оптическим измерениям. Мы уже упоминали, что указанные величины могут быть получены, во-первых, по измерениям в длинноволновой области, во-вторых, рассчитаны по формулам (2,22) — (2,22a) с использованием величин | V_g |, приведенных в табл. Х. Сравнение результатов определения N двумя независимыми способами приводится в табл. XI. Точность определения N по длинноволновым измерениям $\sim 2\%$, точность расчета $\sim 10\%$. Из таблицы видно, что для поливалентных металлов $N \ll N_{\text{вал}}$. Далее видно, что результаты определения N

Таблица XI

	Концентрация электронов проводимости N, полученная по измерениям
B	длинноволновой области и рассчитанная по значениям фурье-компонент
	псевдопотенциала V _g

		N/N _a	a]	Лите- рату- ра		Т, °К	N/N _a			
Металл	<i>Т</i> , °К	по длин- новолно- вым изме- рениям	$V_g^{\Pi 0}$	$\left \frac{N_{\text{BAJI}}}{N_a} \right $		Металл		по длин- новолно- вым изме- рениям	v_g^{no}	$\frac{N_{\text{BAII}}}{N_a}$	Лите- рату- ра
Pb	4,2 78	1,11 1,15	1,13	4	20, 48	In	4,2 295	$\begin{array}{c}1,42\\1,76\end{array}$	1,52 1,70	3	20, 47
Sn Sn	4,2	1,25	1,25 			Al	78 295	1,25 1,31	$\frac{-}{2,02}$	3	20, 43
	78 [°] , 2 293	$1, \overline{12}$ 1, 30	$0,99 \\ 1,41$	4	20	Zn	293	0,51	<0,79	2	49

обоими способами практически совпадают между собой. Некоторое расхождение наблюдается для алюминия. Вопрос о причинах этого расхождения требует дальнейшего рассмотрения. Вполне возможно, что оно связано с рассмотренным в работах ^{28–29, 138–139} влиянием взаимодействия между электронами.

Результаты табл. XI показывают, что отличие N от $N_{\text{вал}}$ в основном определяется фурье-компонентами псевдопотенциала. Аналогичная картина получается для S_F и $\langle v_F \rangle$. Отличие этих характеристик от значений, соответствующих свободным электронам (при концентрации, равной валентной), также в основном определяется фурье-компонентами псевдопотенциала. Это видно из табл. XII и XIII.

^{*)} Теораи, основанные на особой роли точек высокой симметрии, дают значения σ_g , которые в 5—10 раз меньше экспериментальных ⁶¹.

В табл. XII приводятся также значения S_F/S_F^0 , полученные как оптическим методом, так и методом исследования аномального скин-эффекта в СВЧ диапазоне. Мы видим, что, за исключением алюминия, результаты обоих методов согласуются между собой (ошибка определения S_F/S_F^0 равна примерно 10%).

Таблица XII

		По	Опти изме	ческие рения	Измерения в СВЧ диапазоне		
металл	1°, K	по фор- мулам (2,14)	по фор- муле (2,16)	$s_F^{}/s_F^0$	лите- рату- ра	$S_F^{}/S_F^0$	лите- рату- ра
Pb	4,2 78 293	$0, 61 \\ 0, 61 \\ 0, 62$	$0,53 \\ 0,53 \\ 0,56$	$\begin{array}{c} 0,53 \\ 0,54 \\ 0,56 \end{array}$	20, 48	0,55 —	140
Sn	4,2 78 293		$0,49 \\ 0,50 \\ 0,59$	$0,53 \\ 0,53 \\ 0,57$	20	0,55	141
In	$\begin{array}{c} 4,2\\295\end{array}$	0,72 0,77	$ \begin{array}{c} 0,71 \\ 0,75 \end{array} $	0,69 0,77	20, 47		-
Al	78 295	0,81	0,82	$0,64 \\ 0,66$	20	1,0	141
Zn	295	-		0,50	49	0,41	141

Значения S_F/S_F^0 , рассчитанные по $|V_g|$ и измеренные оптическим методом и методом СВЧ

Таблица XIII

Значения $\langle v_{E} \rangle \cdot 10^{8}$ (см/сек), рассчитанные по $|V_{g}|$ и измеренные оптическим методом

		По	V _g		}				Пој	v _g			
Металл	$T, \circ K$	по формуле (2,15)	по формуле (2,16)	Оптические измерения	Литература	$v_F^0\cdot 108$	Металл	T, °K	по формуле (2,15)	по формуле (2,16)	Оптические измерения	Литература	vF. 108
Pb	4,2 78	0,85	0,97	0,97	20,48	1,84 1,83	In	$\substack{4,2\\295}$	1,22 1,29	1,24 1,31	1,20 1,34	20, 47	1,74
	293	0,92	0,92	1,01	[1,02	Al	78 295	1,67	1,65	1,30 1,33	20	2,02
	78 293	-	0,94	1,00	20	1,89	Zn	293			0,92	49	1,82

Остановимся на точности формул, полученных в гл. 2. Для этого сравним результаты вычисления отношения S_F/S_F^0 по формулам (2,14), основанным на решении секулярного уравнения второго порядка, с вычислением этой величины, основанным на решении секулярного уравнения четвертого порядка. Последнее вычисление для свинца было выполнено в работе ⁵². Используя значения V_{111} и V_{200} , определенные из эффекта ван Альфена — де Гааза (см. табл. IX), получаем $S_F/S_F^0 = 0,589$ согласно работе ⁵² и 0,638 согласно формулам (2,14). Далее, для плотности электронных состояний на поверхности Ферми *) получаем $(dY/dE)_F/(dY/dE)_{0F} = 1$ при использовании секулярного уравнения второго порядка и 0,87 (для свинца) при использовании секулярного уравнения четвертого порядка ⁵². Таким образом, можно полагать, что ошибка формул гл. 2 равна примерно 10^{0}_{0} .

Таблицы XII и XIII позволяют также оценить точность приближенных формул (2,16). Сравнивая данные третьей и четвертой колонок, получаем, что ошибка приближенных формул также порядка 10%.

в) Температурная зависимость электронных характеристик

Оптический метод в настоящее время является единственным, который позволяет получить температурную зависимость | V_g |, $N,~S_F$ и $\langle v_F \rangle$

в широком интервале температур. Указанная температурная зависимость приводится в табл. Х-ХІП. При повышении температуры от гелиевой ло комнатной для исследованных металлов $\mid V_g \mid$ падают \sim на 4—25% (кроме $\mid V_{111} \mid$ для свинца, величина которого возрастет \sim на 6%), N увеличиваются \sim на 5-25%, S_F и $\langle v_F \rangle$ увеличиваются \sim на 3-12%. На рис. 13 приводится для примера зависимость N(T). Она наблюдается для всех исследованных металлов. Увеличение N при переходе от азотной температуры к комнатной больше, чем при переходе от гелиевой температуры к азотной. При увеличении температуры выше комнатной зависимость $N(\hat{T})$ должна быть еще больше. С этим выводом качественно согласуются результаты определения оптических постоянных вольфрама при высоких температурах ¹⁴⁵. К сожалению, в указанной работе опти-



Рис. 13. Температурная зависимость концентрации электронов проводимости, полученная по измерениям в длинноволновой области.

ческие постоянные определены только для ближней инфракрасной области, где может быть существен вклад от межзонных переходов.

Из табл. XI следует, что температурная зависимость N определяется температурной зависимостью | V_g |.

В гл. 2 было показано, что зависимость N(T), так же как и температурные изменения интенсивности дифракционных максимумов в рентгене, определяется фактором Дебая — Валлера. Используя результаты работы ¹⁴⁶, в которой для кубических металлов Al и Pb по рентгеновским измерениям определялся фактор Дебая — Валлера, в работах ^{20, 44} была вычислена температурная зависимость N для этих металлов **).

^{*)} Экспериментальное определение плотности состояний электронов на поверхности Ферми с помощью электронной теплоемкости включает в себя фононное «обрастание», рассмотренное в работах ¹⁴², ¹⁴³. Это фононное «обрастание» не сказывается в оптике ¹⁴⁴.

^{**)} В работе ⁴⁴ не учитывалась температурная зависимость постоянной решетки. В работе ²⁰ и в настоящей статье эта зависимость учтена.

Сравнение результатов расчета отношения $N(T_{\rm N})/N(T_{\rm N})$ по рентгеновским данным с результатами оптического эксперимента приводится в табл. XIV. (Здесь $T_{\rm R}$ и $T_{\rm N}$ — комнатная и азотная температуры соот-

Таблица XIV

Зависимость N (T) для Al и Pb, полученная оптическим и рентгеновским методами

	$\frac{N(T_{\rm K})/N(T_{\rm N})}{2}$					
Металл	«опти- Ба»	«рент- ген»				
Al	1,05	1,04				
Pb	1,07	1,11				

ветственно). Мы видим хорошее совпадение для указанного отношения, полученного разными методами.

Таким образом, температурная зависимость электронных характеристик согласуется с теорией.

г) Частоты соударений
 электронов проводимости
 и электронов, участвующих
 в межзонных переходах

Оптические измерения в длинноволновой области позволяют получить эффективную частоту соударений электронов v. Если одновременно с оптическими измерениями измерены статическая проводимость и отношение остаточного сопротив-

ления к сопротивлению при данной температуре, то можно определить v_{ep} и v_{ed} (см. гл. 5). Результаты определения v и v_{ep} для некоторых металлов приведены в табл. XV.

Таблица XV

Частоты соударений электронов проводимости и электронов, участвующих в межзонных переходах

		Электро	ны проводи	Электроны, участ- вующие в межзон- ных переходах							
Металл	<i>Т</i> , °К	v.10 ⁻¹⁴	vep.10 ⁻¹⁴	Литера- тура	v111.10 ⁻¹⁴	$v_{200} \cdot 10^{-14}$	Литера- тура				
Pb	4,2 78 293	0,41 0,87 3,07	$0,40 \\ 0,86 \\ 3,06$	20, 48	7 10 15	8 8 8	20, 48				
Sn	4,2 78 293	$0,53 \\ 0,77 \\ 2,27$	0,48 0,72 2,21	20	4*) 6*) 9*)		20				
In	$\begin{array}{c} 4,2\\295\end{array}$	$0,58 \\ 2,24$	0,54 2,19	20, 47	7 8	4 6	20,46				
Al	78 295	0,72 1,21	1,05	20	_	2	20,46				
Zn	293	1,08	_	49			—				
v, v_{ep}, v_{111} и v_{200} -в сек ⁻¹ . *) Для олова приведены значения, относящиеся к полосе V_1 .											

Оптические измерения в коротковолновой области позволяют по зширине полос $\tilde{\sigma}_{g}(\omega)$ определить уширение энергетических уровней и оценить, используя соотношение неопределенности, эффективную частоту соударений v_g для электронов, участвующих в межзонных переходах вблизи брэгговской плоскости g (см. гл 2). Результаты определения v₁₁₁ и v₂₀₀ для ряда металлов приведены в той же табл. XV.

Сравнение v с v_g показывает, что $v_g > v$. Температурная зависимость vg значительно слабее температурной зависимости v, соответственно при низких температурах $v_g \gg v$.

Малые времена жизни для электронов, участвующих в межзонных переходах, могут быть связаны с сильным межэлектронным взаимодействием. Это взаимодействие больше соответствующего взаимодействия для электронов, находящихся на поверхности Ферми, поскольку энергии основного и возбужденного состояний отличаются от энергии Ферми

на величину, значительно бо́льшую kT. Межэлектронное взаимодействие может привести к коллективному эффекту Оже, указанному в работах 61, 147. который также уменьшит время жизни возбужденного состояния.

Рассмотрим температурную зависимость частоты соударений электронов с фононами vep, определяющую оптические свойства металлов. Эта температурзависимость ная значительно меньше температурной зависимости аналогичной частоты $v_{ep}^{\kappa n}$, входящей в статическую электропроводность. Причиной этому





служит квантовый характер взаимодействия электрона с фотоном и фононами. Этот вопрос теоретически рассмотрен в работах 10-12.

При высоких температурах, когда $T > \Theta_R$ и фононов много, взаимодействие электронов с фононами и в оптике, и в статике приводит примерно к одной и той же частоте соударений, т. е. $v_{ep} \approx v_{ep}^{\kappa \pi}$ при $T > \Theta_R$. Здесь Θ_{R} -характеристическая температура, полученная по температурной зависимости сопротивления. Она близка к температуре Дебая. При низких температурах $\overline{T} \ll \Theta_R$ фононов мало, особенно мало фононов больших энергий. Поэтому в статических явлениях электрон почти не может поглощать фононы больших энергий. Он также не может их излучать, поскольку для этого у него не хватает энергии. В результате получается, что $v_{ev}^{{\tt KR}}$ (T) $\sim T^5$ при $T \ll \Theta_R$.

оптике электрон, поглотивший квант света, В выбрасывается уровень размытия поверхности Ферми. При этом далеко зa OН не может поглощать фононы больших энергий, которых нет, но может излучать весь спектр фононов. Это приводит к большой частоте соударений. Согласно работам 10-12 v_{ep} $(T) \rightarrow 0, 4v_{\Theta}$ при $T \ll \Theta_R$; здесь $v_{\Theta} =$ $= 0.94 v_{ep} (\Theta_R).$

На рис. 14 приводятся теоретические зависимости v_{ep}/v_{Θ} и $v_{ep}^{\kappa\pi}/v_{\Theta}$ от T/Θ_R , полученные в ¹¹. Из рисунка видно большое расхождение между этими кривыми при Т, близких к нулю.

Экспериментальная температурная зависимость $v_{ep}(T)$ приводится в табл. XV. Основной качественный эффект виден сразу. Величина v_{ep} даже при гелиевых температурах остается большой величиной, равной $(4\div 5)\cdot 10^{13}~ce\kappa^{-1}$. Для сравнения укажем, что для золота при комнатной температуре $v_{ep} = 4\cdot 10^{13}~ce\kappa^{-1}$. Отношение $v_{ep}/v_{ep}^{\kappa n}$ при гелиевой температуре для исследованных металлов равно $10^4\div 10^6$.

Для сравнения теоретической и экспериментальной температурных зависимостей наиболее целесообразно рассмотреть отношения частот v_{ep} , относящиеся к разным температурам. При этом выпадают все коэффициенты, определенные в теории с малой точностью. Проведенное сравнение показывает, что теория дает правильную температурную зависимость v_{ep} (T). Это наглядно видно из рис. 14, на котором, помимо теоретической кривой, приводится также экспериментальная зависимость v_{ep}/v_{Θ} от T/Θ_R для Pb, Sn и In ²⁰, ^{31–32}, ³⁶, ⁴⁷. Величина Θ_R определялась по температурной зависимости статической проводимости. Она оказалась равной 85° K для Pb, 187° K для Sn и 190° K для In. Коэффициент v_{Θ} определялся путем совмещения экспериментальных значений, относящихся к комнатной температуре, ' с теоретической кривой. При этом оказалось, что v_{ep} (T_N)/ v_{Θ} и v_{ep} (T_{He})/ v_{Θ} хорошо ложатся на кривую (здесь $T_N = 78°$ K, $T_{He} = 4,2°$ K). В частности, среднее значение v (T_{He})/ v_{Θ} для трех указанных металлов оказалось равным 0,42, что хорошо согласуется с теоретическим значением 0,40. Таким образом, теория дает правильную температурную зависимость v_{ep} (T). Приведенные в ^{20, 47, 48} экспериментальные данные позволяют также

Приведенные в ^{20, 47, 48} экспериментальные данные позволяют также сравнить экспериментальные и теоретические абсолютные значения v_{ep} . Согласно теории при $T > \Theta_R v_{ep} \approx v_{ep}^{\text{кл}}$. Для свинца, олова и индия $T_R > \Theta_R$ (здесь T_R — комнатная температура), однако v_{ep} примерно на 30% больше $v_{ep}^{\text{кл}}$.

Таким образом, абсолютные значения v_{ep}, получаемые из эксперимента, примерно на 30% больше теоретических. Это может быть связано с неточным учетом теорией высокочастотных акустических и оптических колебаний.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом можно считать, что эксперимент подтверждает теорию, приведенную в данной статье. Для описания оптических свойств непереходных металлов в инфракрасной и видимой частях спектра может быть успешно применена схема слабой связи. Отличие характеристик электронов проводимости, определяющих оптические свойства в инфракрасной области спектра, от характеристик свободных электронов определяется главным образом фурье-компонентами псевдопотенциала, которым соответствуют брэгговские плоскости, пересекающие сферу свободных электронов. Оптические свойства в видимой и ближней инфракрасной областях спектра определяются главным образом межзонными переходами, связанными с брэгговским расщеплением энергии. Электронные характеристики, полученные по измерениям в обеих указанных выше областях спектра, хорошо согласуются между собой.

Металлооптика позволяет получить ряд основных электронных характеристик металлов: концентрацию электронов проводимости, среднюю скорость электронов на поверхности Ферми, полную площадь поверхности Ферми, фурье-компоненты псевдопотенциала и эффективные частоты соударений электронов. Результаты, полученные оптическим методом, хорошо согласуются с аналогичными результатами, полученными из других эффектов. Однако металлооптика по сравнению с другими эффектами дает наибольший набор микрохарактеристик. Кроме того, в настоящее время только оптика дает температурную зависимость указанных характеристик. Можно надеяться, что дальнейщее развитие металлооптических исследований еще больше увеличит их роль в развитии физики металлов.

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$$\mathbf{\epsilon}' \equiv \mathbf{\epsilon}_1 - i\mathbf{\epsilon}_2 \equiv \mathbf{\epsilon} - i\frac{4\pi}{\omega}\sigma \equiv$$

 $\equiv (n - i\varkappa)^2$ — комплексная диэлектрическая постоянная; показатель

- *п i***х** комплексный
 - иреломления; $\varepsilon_1 = \operatorname{Re} \varepsilon', \ \varepsilon_2 = \operatorname{Im} \varepsilon';$
 - е диэлектрическая постоянная;
 - е вклад в диэлектрическую постоянную электронов проводимости;
 - диэлектрическую постоянную электронов, в межзонных участвующих переходах;
 - σ проводимость;
 - σ_e вклад в проводимость электронов проводимости;
 - о вклад в проводимость элекучаствующих тронов, в межзонных нереходах;
 - 🖇 электрическое поле световой волны;
 - λ длина волны света;

 - с скорость света;
 - $\widetilde{f} = f_0 + f \phi$ ункция распределения электронов;
 - ¹0 равновесная функция pacпределения электронов;
 - f неравновесная добавка К функции распределения электронов;

 - ј плотность тока; Е энергия электрона;
 - *Е_F* энергия Ферми;
 - \tilde{E}^{0}_{R} эпергия Ферми для свободных электронов при концентрации Л_{вал};
 - *т* масса свободного электрона; е — заряд электрона;
 - N концентрация әдектронов проводимости;

- N_{вал} концентрация валентных электронов;
 - N_а концентрация атомов;

 - р импульс электрона; p⁶_F импульс Ферми для свободэлектронов при конных центрации $\dot{N}_{\rm BBAJ};$
 - *Ж* волновой вектор электрона;
 - v скорость электрона;
- (v_F) средняя скорость электро-нов на поверхности Ферми;
 - v_{E}^{0} скорость свободных электронов на поверхности Ферми при концентрации Л_{вал};
 - S_F полная площадь поверхности Ферми в импульсном пространстве;
 - S⁰_F площадь поверхности Φepми для свободных электронов при концентрации Л_{вал}; v — эффективная частота соударений электрона;
 - ν_{ер} частота соударений электропа с фононами;
 - v_{ep} классическая] частота соударений электрона с фононами,
 - v_{ee} частота межэлектронных соударений;
 - \mathbf{v}_{cd} частота соударений электрона с примесями и дефектами;
 - *l* длина свободного пробега электрона;
 - $\delta = \lambda/(2\pi \varkappa)$ глубипа скинслоя:
 - T абсолютная температура;
 - k постоянная Больцмана;
 - V псевдопотенциал;
 - V_g фурье-компонента псевдонотенциала;

 - g вектор обратной речетки: а период решетки , с я кубгческих систем.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. В. Л. Гинзбург, Г. П. Мотулевич, УФН 55, 439 (1955); Fortschr. d. Phys. 3, 309 (1955).

- Phys. 3, 309 (1955). 2. R. B. Dingle, Physica 19, 312, 348, 729 (1953). 3. B. Л. Гинзбург, ДАН 97, 999 (1954). 4. A. B. Pippard, Proc. Roy. Soc. A191, 385 (1947). 5. G. E. Reuter, E. II. Sondheimer, Proc. Roy. Soc. A195, 336 (1949). 6. R. G. Chambers, Nature 165, 239 (1950); Proc. Roy. Soc. 215, 481 (1952).

- T. Holstein, Phys. Rev. 88, 1427 (1952).
 P. Drude, Wied. Ann. 32, 584 (1887); 36, 532 (1889); 39, 481, 507 (1890); Lehrb) 1 0 0 0, when Ann. 52, 554 (1867); 50, 552 (1889); 53, 451, 507 (1890); Lenrbuch der Optik, Leipzig, 1900. С. Z e n e r. Nature 132, 968 (1933).
 9. Manfred A. B i o n d i, Phys. Rev. 96, 534 (1954).
 10. Р. Н. Гуржи, ЖЭТФ 33, 451, 660 (1957).
 11. Р. Н. Гуржи, Диссертация (ФТИ, АН УССР, Харьков, 1958).
 12. Т. H o l st e i n, Phys. Rev. 96, 535 (1954).
 13. W. A. H a r r i s o n, Phys. Rev. 118, 1182, 1190 (1962); 126, 497 (1962); 129, 2503, 2514 (1965).

- 2503, 2512 (1963).
- 14. V. Heine, Low Temperature Physics LT9, part B, Plenum Press, New York, 1964, р. 698 (см. перевод: УФН 91 (3), 527, (1967)).
 15. V. Heine, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys.
- Proc. of the 1-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 16.
- 16. Дж. Займан, Электроны и фононы, М., ИЛ, 1962. 17. J. M. Ziman, Contemporary Physics 3, 401 (1962); см. перевод: УФН 79, 319-(1963).
- 18. J. M. Z i m a n, Advances in Phys. 13, 89 (1964).
- 19. Дж. Займан, Принципы теории твердого тела, М., «Мир», 1966. 20. Г. П. Мотулевич, Докторская диссертация (ФИАН, 1968).
- 21. Г. Бете, А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов, М.-Л., ОНТИ, 1938.
- 22 А. Вильсон, Квантовая теория металлов, М., Гостехиздат, 1941.

- 22 А. Вильсон, Квантовая теория металлов, М., Гостехиздат, 1941.
 23 Е. Н. Sondheimer, Adv. in Phys. 1, 1 (1952).
 24 М. Я. Азбель, Э. А. Канер, ЖЭТФ, 32, 896 (1957).
 25 Н. Н. Боголюбов, К. П. Гуров, ЖЭТФ 17, 614 (1947).
 26 Ю. П. Климонтович, В. П. Силин, ЖЭТФ 23, 151 (1952).
 27. В. Л. Гинзбург, В. П. Силин, ЖЭТФ 29, 64 (1955).
 28. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ 35, 965 (1958).
 30. А. И. Головашкин, Г. П. Мотулевич, ЖЭТФ 44, 398 (1963).
 31. А. И. Головашкин, Т. П. Мотулевич, ЖЭТФ 44, 398 (1963).
 33. А. И. Головашкин, Труды ФИАН 39, 91 (1967).
 33. R. B. Dingle, Appl. Sci. Res. B3, 69 (1953).
 34. А. N. Gordon, Е. H. Sondheimer, Appl. Sci. Res. B3, 297 (1953).
 35. А. В. Соколов, Оптические свойства металлов, М., Физматиз, 1961.
 36. А. И. Головашкин, Г. П. Мотулевич ЖЭТФ 47, 64 (1964).
 37. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Pacnpocrpahe-ние радноволн, М., Гостехиздат, 1953.
 38. Г. П. Мотулевич, ЖЭТФ 37, 1770 (1959).
 39. С. В. Вонсовский, Изв. АН СССР (серия физ.) 12, 337 (1948); УФН 48, 289 (1952). 289(1952).

- 45. А. И. Голювашкин, А. И. Копелиович,, Г. П. Мотулевич, Письма ЖЭТФ 6, 651 (1967).
- 46. А. И. Головашкин, А. И. Копелиович, Г. П. Мотулевич, ЖЭТФ 53, 2053 (1967).
- того 53, 2053 (1967).
 47. А. И. Головашкин, И. С. Левченко, Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ЖЭТФ 51, 1622 (1966).
 48. А. И. Головашкин, Г. П. Мотулевич. ЖЭТФ 53, 1526 (1967).
 49. Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ЖЭТФ 56, 45 (1969).
 50. R. H. W. Graves, A. P. Lenham, J. Opt. Soc. Am. 58, 126 (1968).
 51. N. W. Ashcroft, Phil. Mag. 8, 2055 (1963).
 52. J. R. Anderson, A. V. Gold, Phys. Rev. 139, A 1459 (1965).
 53. А. И. Ансельм, Введение в теорию полупроводников, М.—Л., Физматгиз, 1665.

- 54. Е. Янке, Ф. Эмде, Таблицы функций, М.—Л., Гостехиздат, 1948. 55. W. A. Harrison, Phys. Rev. 147, 467 (1966). 56. M. I. Sergeiev, M. G. Tchernikhovsky, Phys. Zs. Sowietunion 5, 106 (1934).
- 100 (1934).
 57. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц Квантовая механика, М., 1963; В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, М., ИЛ, 1956.
 58. Van Hove, Phys. Rev. 89, 1189 (1953).
 59. J. C. Phillips, Phys. Rev. 104, 1263 (1956).
 60. J. C. Phillips, J. Phys. Chem. Solids 12, 208 (1960). Физматгиз.

- 61. J. C. P h i l l i p s, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Allo-ys. Proc. of the 1st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 22. D. Brust, Y. C. Phillips, F. Bassani, Phys. Rev. Lett. 9, 94
- 62. D. Brust. (1962).
- 63. W. K ohn, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys. Со., Amsterdam, 1966, р. 1. 64. Р. Джеймс, Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, М., ИЛ, 1950. Proc. of the l-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing
- 65. P. D e b y e., Ann. der Phys. 43, 49 (1914). I. W a l l e r, Zs. f. Phys. 17, 398 (1923).
- 66. Л. И. Миркинд, Справочник по рентгеноструктурному анализу поликри-
- сталлов, М., Физматгиз, 1961. 67. Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, Оптика и спектроскопия 2, 633 (1957); Материалы Х Всесоюзного совещания по спектроскопии 1, 95, 1957. 68. А. И. Головашкип, Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ПТЭ 5,
- 74 (1960). 69. А. И. Головашкин, Г. П. Мотулевич, ЖЭТФ 46, 460 (1964).
- 70. И. Н. Шкляревский, В. К. Милославский, Оптика и спектроскопия 3, 361 (1957).
- 71. И. Н. Шкляревский, Н. Г. Старунов, В. Г. Падалка, Оптика 71. И. Н. ШКЛЯРЕВСКИИ, П. 1. СТАРУНОВ, Б. Г. ПАДАЛКА, ОППИКА и спектроскопия 4, 792 (1958).
 72. J. R. Beattie, Phil. Mag. 46, 235 (1955); Physica 23, 898 (1957).
 73. М. Носков, Б. А. Чариков, Оптика и спектроскопия 1, 1007 (1956).
 74. Н. Bode, Network Analisis and Feedback Amplifier Design, New Jersey, 1945.
 75. D. E. Thomas, Bell System Tech. J. 26, 870 (1947).
 76. П. Б. Б. Б. Б. С. В. В. С. С. С. С. (1972).

- 76. T. S. R o b i n s o n, Proc. Phys. Soc. (London) 65, 910 (1952).
- 77. F. C. Yahoda, Phys. Rev. 107, 1261 (1957).
 78. H. R. Philipp, E. A. Taft, Phys. Rev. 113, 1002 (1959).
 79. F. Stern, Solid State Physics 15, 299 (1963).
- 80. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., 80. Л. Д. згандау, Б. н. лифиниц, олектродициниа силтерии и г. т. Гостехиздат, 1957, стр. 324.
 81. Е. А. Таft, Н. R. Philipp, Phys. Rev. 121, 1100 (1961).
 82. Н. Ehrenreich, H. R. Philipp, Phys. Rev. 128, 1622 (1962).
 83. Н. Ehrenreich, H. R. Philipp, B. Segall, Phys. Rev. 132, 1918

- (1963).
- 84. B. R. Cooper, H. Ehrenreich, H. R. Philipp, Phys. Rev. 138, A 494 (1965).
- М. М. Кириллова, Б. А. Чариков, ФММ 19, 495 (1965).
 М. М. Кириллова, Л. В. Номерованная, Г. А. Болотин, В. М. Маевский, М. М. Носков, М. С. Болотина, ФММ 25, 459 (1968).
- 87. В. К. Милославский, Сообщение на Украинской республиканской конференции по молекулярной спектроскопии, Львов, 1966. 88. М. Р. Givens, Solid State Physics 6, 313 (1957). 89. L. G. Schulz, Adv. Phys. 6, 102 (1957). 90. А. И. Головашкин, Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ЖЭТФ 38,

- 50. А. И. Гойовиции, . 51 (1960). 91. Г. П. Мотулевич, А. А. Шубин, ЖЭТФ 47, 840 (1964). 92. К. В. Большова, И. С. Левченко, А. А. Шубин,
- ПТЭ 228,
- (1968)93. А. И. Головашкин, И. Е. Лексина, Г. П. Мотулевич, А.А. Шу-
- бин, ЖЭТФ 56, 51 (1969). 94. И. Е. Лексина, Г. П. Мотулевич, Л. Н. Федотов, А. А. Шубин,
- ΦMM, 23, 511 (1967).
- 95. Л. А. Агеов, И. Н. Шкляревский, ФТТ, 9, 2958 (1967). 96. И. Н. Шкляревский, Р. Г. Яровая, Оптика и спектроскопия 16, 85 (1964)
- 97. Р. Г. Яровая, Диссертация (Харьковский Гос. университет, 1965).
- 98. И. Н. Шкляревский, В. П. Костюк, В. Р. Карась, Оптика и спектроскопия 23, 147 (1967).
 99. M. Suffczynski, Physica Status Solidi 4, 3 (1964).
 100. D. Beaglehole, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Control of the status of
- Alloys. Proc. of the 1-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland
- Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 154.
 101. H. Mayer, B. Hietel, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys. Proc. of the 1-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 47.
 102. P. Erochin, Ann. der Phys. 39, 213 (1912).

- 103. A. H. Lettington, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys. Proc. of the 1-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 147. 104. J. N. Hodgson, Proc. Phys. Soc. **B68**, 593 (1955). 105. J. N. Hodgson, Phil. Mag. 4, 183 (1959); 5, 272 (1960); 6, 509 (1961); 7, 229
- (1962).
- (1962).
 106. A. P. Lenham, D. M. Treherne, A. J. Woodall, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys. Proc. of the 1-st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, crp. 40.
 107. A. P. Lenham, D. M. Treherne, Proc. Phys. Soc., 85, 167 (1965).
 108. A. P. Lenham, D. M. Treherne, Proc. Phys. Soc. 83, 1059 (1964).
 109. A. P. Lenham, Proc. Phys. Soc. 82, 933 (1963).
 110. A. P. Lenham, D. M. Treherne, J. Opt. Soc. Am. 56, 752 (1966).
 111. A. P. Lenham, D. M. Treherne, J. Opt. Soc. Am. 56, 1076 (1966).
 142. A. P. Lenham, D. M. Treherne, J. Opt. Soc. Am. 57, 476 (1967).

- 112. A. P. Lenham, D. M. Treherne, J. Opt. Soc. Am. 57, 476 (1967).
- 113. P. Drude, Wied. Ann. 39, 481 (1890).
- 114. R. Haensel, C. Kunz, T. Sasaki, B. Sonntag, Applied Optics 7, 301 (1968).
- 115. И. Н. Шкляревский, Н. А. Носуленко, Оптика и спектроскопия 2. 658 (1957).
- 116. J. Bor, C. Bartholomew, Proc. Phys. Soc. 90, 1153 (1967).

- 252 (1963).

- (1961).
- 133. M. P. Givens, Phys. Rev. 61, 626 (1942).
- 137. Marcel Priol, André Doudé et Simone Robin. C. R. Acad. Sc., Paris, 264, 935, 1967.
- 138. В. П. Силин, ЖЭТФ 33, 1282 (1957); 34, 707 (1958).
- 139. В. Л. Гинзбург, Г. П. Мотулевич, Л. П. Питаевский, ДАН СССР, 163, 1352 (1965).
 140. J. Е. Aubrey, Phil. Mag. 5, 1001 (1960).
- 140. J. E. Aubrey, Phil. Mag. 5, 4001 (1960). 141. E. Fawcett, The Fermi Surface, Proc. of an Int. Conf., W. A. Harrison and 141. E. Fawcett, The Willow Sons, New York, London, 1960, p. 198. М. В. Webb Ed., John Willey, Sons, New York, London, 1960, р. 198. 142. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ 34, 1438 (1958). 143. А. А. брикосов, Л. П. Горьков. И. Е. Дзялошинский, Мето-
- ды квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962.
- 144. Ш. М. Коган, ФТТ, 9, 1510 (1967). 145. W. S. Martin, E. H. Duchane, H. H. Blay, J. Opt. Soc. Am. 55, 1623 (1935).
- 146 D. R. C h i p m a n, J. Appl. Phys. 31, 2012 (1960).
 147. P. N o z i e r e s, Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys. Proc. of the 1st Intern. Coll., Paris, 1965, F. Abelés Ed., North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966, стр. 363.