

подзон Ландау (дырочной и электронной), комбинирующих в оптическом переходе (рис. 2). Такого рода экситоны можно условно назвать диамагнитными, следуя их связи с диамагнитными подзонами Ландау.

Одна из первых попыток учесть теоретически влияние кулоновского взаимодействия на характер поглощения в сильном магнитном поле была сделана в работе Буляницы и Павинского⁴. В работе Яфета, Кейса и Адамса⁵ строилась волновая функция основного состояния водородоподобной системы с приведенной массой $\mu = m_e^* m_h^* / (m_e^* + m_h^*)$, совершающей орбитальное движение в среде с диэлектрической проницаемостью κ в сильном магнитном поле.

Наибольшую известность в связи с рассматриваемой проблемой приобрела работа Эллиота и Лудона⁶. Решения уравнения, записанного в приближении эффективной массы для орбитального движения в магнитном поле:

$$\left[\frac{1}{2\mu} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{2c} [\mathbf{Hr}] \right)^2 - \frac{e^2}{\kappa r} \right] \Psi(r) \mathcal{E} = \Psi(r), \quad (1)$$

искались в предположении, что выполняется соотношение

$$\beta = \frac{\kappa^2 \hbar^3 H}{\mu^2 e^2 c} \gg 1, \quad (2)$$

определяющее условие сильного поля. Нетрудно видеть, что 2β есть отношение энергии циклотронного движения к энергии связи экситона, которая для основного состояния равна постоянной Ридберга для экситона $R_{ex} = \mu e^4 / 2 \hbar^2 \kappa^2$. Таким образом, соотношение (2) эквивалентно утверждению о том, что приближение сильного поля удовлетворяется тогда, когда расстояние между подзонами Ландау становится гораздо больше энергии экситона в отсутствие магнитного поля. Действуя методом разделения переменных, предложенным для водородоподобной системы в сильном магнитном поле Шиффом и Снайдером⁷, Эллиот и Лудон нашли собственные функции орбитального движения и собственные значения энергии диамагнитных экситонов. При этом решения уравнения (1) в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) искались в виде произведений

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}} R_{l,m}(\rho) U_{l,m}^\nu(z); \quad (3)$$

здесь l — квантовое число Ландау, принимающее значения $0, 1, 2, \dots$, а m — магнитное квантовое число, принимающее все целочисленные значения, меньшие и равные l и аналогичное магнитному квантовому числу в квантовомеханической задаче о движении заряженной частицы в однородном магнитном поле⁸. Квантовое число ν определяет порядковый номер и четность возбужденных состояний диамагнитного экситона. К более подробному рассмотрению его значений мы еще вернемся. Первые два члена произведения (3) есть такая же функция ρ и φ , как и

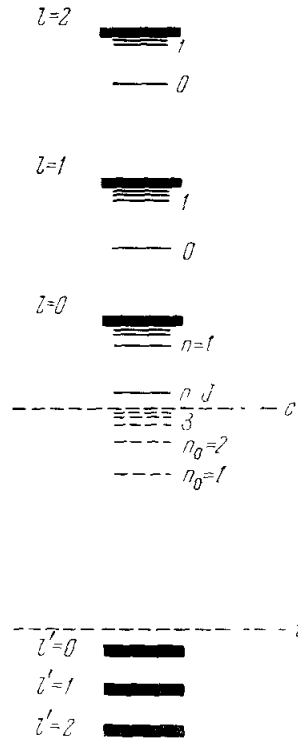


Рис. 2. Условная схема расположения уровней диамагнитных экситонов в сильном поле, определяемом соотношением (2).

Пунктиром обозначена водородоподобная серия уровней экситона Ванье — Мотта и границы электронной и валентной зон при $H = 0$. При увеличении l энергия связи диамагнитного экситона уменьшается.

в отсутствие кулоновской связи. $U_{l,m}^y(z)$, если поле направлено по оси z , представляет собой решение уравнения Шрёдингера

$$\left[\frac{p_z^2}{2\mu} + V_{l,m}(z) \right] U_{l,m}^y(z) = \mathcal{E}_{l,m}^y U_{l,m}^y(z), \quad (4)$$

где $V_{l,m}(z)$ — эффективный потенциал, полученный усреднением кулоновского потенциала $-e^2/\kappa r$ на радиальных функциях. Ни потенциальная энергия $V_{l,m}(z)$, ни решения уравнения (4) не могут быть получены точно. Поэтому задача решается в рамках разумных аппроксимаций. В ⁶ потенциал $V_{l,m}(z)$ аппроксимировался следующим выражением:

$$V_{l,m}(z) = -\frac{e^2}{\kappa(a+|z|)} + \frac{Aae^2}{\kappa(a+|z|)^2}, \quad (5)$$

где величины a и A зависят от магнитного поля и квантовых чисел l и m . Функция $U_{l,m}^y(z)$ оказывается решением сложного дифференциального уравнения, сводимого в конечном счете к уравнению Уиттекера.

При этом существуют решения для связанных состояний, соответствующие орбитальному экситонному движению, и решения для свободных состояний, соответствующие непрерывному спектру. Оказалось, что переходы в низшее связанное состояние (основное состояние диамагнитного экситона) обладают наибольшей интенсивностью и, следовательно, должны давать основной вклад в формирование дискретной структуры, наблюдаемой в спектре магнитопоглощения. Переходы между краями подзон Ландау будут приводить лишь к существованию в спектре относительно слабого фона сплошного поглощения, как это представлено на кривой 4 рис. 3. На этом же рисунке, демонстрирующем основные результаты теории Эллиота и Лудона, представлен вид межзонного поглощения в отсутствие магнитного поля для несвязанных кулоновскими силами электрона и дырки (кривая 1). Кривая 2 представляет характер поглощения при $H = 0$, но при учете кулоновского взаимодействия. Наконец, кривая 3 дает вид межзонного поглощения при наличии только магнитного поля. Смещение пика (кривая 4), соответствующего переходу в основное состояние диамагнитного экситона, в красную часть спектра указывает на увеличение энергии связи такого экситона в сильном магнитном поле.

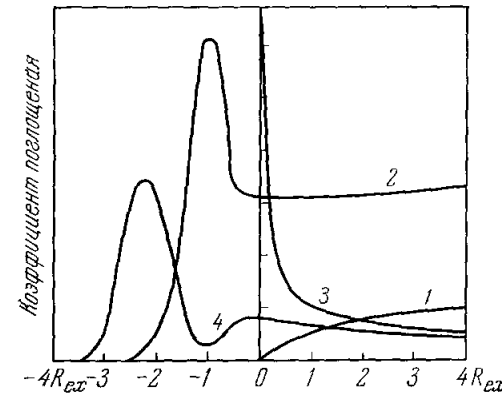


Рис. 3. Сравнение теоретически предсказанной формы края поглощения при межзонных переходах для различных случаев.

Займствовано из работы ⁶. 1 — $H = 0$ и кулоновское взаимодействие отсутствует; 2 — $H = 0$ и кулоновское взаимодействие учтено; 3 — $H \neq 0$ и кулоновское взаимодействие отсутствует; 4 — $H \neq 0$ и кулоновское взаимодействие учтено. Кривые рассчитаны в предположении, что $\beta = 2$. По оси абсцисс — постоянная Ридберга экситона. Полагается, что ширина экситонных линий порядка R_{ex} .

Комментируя теорию Эллиота и Лудона, следует заметить, что в результате аппроксимаций решения уравнения (4) и вычисленные с их помощью коэффициенты магнитопоглощения зависят от параметров a и A и содержали (кроме явной) неявную зависимость от поля H и квантовых чисел l и m . Этот недостаток параметрической зависимости был устранен в работе Хасегавы и Хаварда ⁹, которые решили точно (в при-

ближении) решить уравнение Шрёдингера. При этом существуют решения для связанных состояний, соответствующие орбитальному экситонному движению, и решения для свободных состояний, соответствующие непрерывному спектру. Оказалось, что переходы в низшее связанное состояние (основное состояние диамагнитного экситона) обладают наибольшей интенсивностью и, следовательно, должны давать основной вклад в формирование дискретной структуры, наблюдаемой в спектре магнитопоглощения. Переходы между краями подзон Ландау будут приводить лишь к существованию в спектре относительно слабого фона сплошного поглощения, как это представлено на кривой 4 рис. 3. На этом же рисунке, демонстрирующем основные результаты теории Эллиота и Лудона, представлен вид межзонного поглощения в отсутствие магнитного поля для несвязанных куло-

лижении (2)) уравнение одномерного кулоновского движения (4). В работе были вычислены экситонные уровни, примыкающие к нижним подзонам Ландау с $l = 0$ и 1 .

Жилич и Монозон¹⁰ при решении рассматриваемой проблемы исходили из предположения о том, что водородоподобное движение по оси z , совершаемое кулоновской парой в возбужденных состояниях с квантовыми числами $l = 1, 2, 3 \dots$ (см. рис. 2), происходит адиабатически медленно по сравнению с движением в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. В соответствии с этим для разделения переменных ρ и z применялось обычное адиабатическое приближение, аналогичное используемому в теории молекул при разделении ядерного и электронного движений. Если орбитальное движение водородоподобных состояний большого радиуса характеризовать квазиклассической частотой $\Omega_n = \mu e^4 / \hbar^2 n^3 \kappa^2$, а движение в плоскости, перпендикулярной полю, циклотронной частотой $\omega_c = eH / \mu c$, то условие применимости приближения будет иметь вид

$$\frac{\kappa^2 \hbar^3 H}{\mu^2 e^3 c} n^3 \gg 1. \quad (6)$$

Сравнивая это выражение с соотношением (2), легко заметить, что оно расширяет область применимости решений задачи по сравнению с областью, определяемой (2). В работах Жилича и Монозона была получена также явная зависимость собственных значений энергии диамагнитного экситона от l , тогда как в⁶ и⁹ энергии экситонных состояний были вычислены лишь для $l = 0$ и $l = 1$.

Сравнительно недавно появилась работа Горькова и Дзялошинского¹¹, исследовавших зависимость энергии экситонов в сильном магнитном поле от импульса поступательного движения.

Все рассмотренные теоретические исследования энергетических состояний диамагнитных экситонов выполнены для идеализированного с луча простых невырожденных зон. Это является их общим недостатком с точки зрения сравнения с экспериментом, который в большинстве случаев проводится на кристаллах, имеющих сложную структуру валентной зоны.

В заключение краткого обзора состояния теории диамагнитных экситонов следует заметить, что эта теория предсказывает существование серий состояний диамагнитных экситонов, сбегających аналогично водородоподобным сериям экситонов Ванье — Мотта к своим границам фотодиссоциации, определяемым энергетическими расстояниями между комбинирующими подзонами Ландау (см. рис. 2). Серии диамагнитных экситонов обладают рядом специфических черт. Вследствие инвариантности одномерного кулоновского потенциала $e/|z|$ относительно преобразования $z \rightarrow -z$ собственные функции должны разделяться на четные и нечетные. Эти четные и нечетные состояния в случае $H \rightarrow \infty$, когда взаимодействие между электроном и дыркой все более стремится к одномерному кулоновскому, оказываются попарно вырожденными, за исключением основного состояния, которое описывается функцией, не имеющей узлов, и всегда четно^{6, 12}. Такое двукратное вырождение состояний «одномерной кулоновской серии» аналогично вырождению по азимутальному квантовому числу L в случае трехмерного кулоновского взаимодействия. Энергии кулоновского движения по z относительно границ сплошного спектра имеют вид

$$\Delta \mathcal{E}_z^{slm \nu} = - \frac{R_{ex}}{n^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Квантовое число ν , фигурировавшее как индекс функции $U_{l,m}^\nu(z)$, как указывалось, учитывает порядковый номер n состояния кулоновской

серии и четность: $\nu = 2n$ для четных состояний; для нечетных состояний $\nu = 2n - 1$. Из (7) следует, что энергия связи основного состояния с $n = 0$ в одномерном случае бесконечна и соответствует падению частицы на центр. При сильных, но конечных магнитных полях энергия основного состояния становится конечной, а двукратное вырождение снимается так, что возбужденные уровни диамагнитного экситона с $n = 1, 2, 3, \dots$ оказываются дублетами (рис. 4), причем переходы разрешены только в четные компоненты этих дублетов.

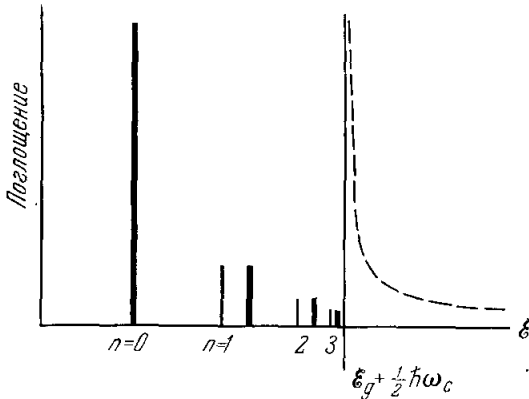


Рис. 4. Схематическое изображение серии диамагнитного экситона, примаыкающей к подзоне Ландау с $l = 0$.

Пунктиром изображено поглощение в магнитном поле без учета экситонов. Представлена дублетная структура возбужденных состояний диамагнитного экситона с $n \neq 0$. Компоненты дублетов обозначены по Эллиоту и Лудону⁶. Узкие вертикальные линии — компоненты, соответствующие нечетным состояниям; в спектре они не должны проявляться.

Энергии состояний диамагнитной экситонной серии удобно представить в виде

$$\Delta \mathcal{E}_{ex} = - \frac{R_{ex}}{(n + \delta n)^2}, \quad (8)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots,$$

где δn — квантовый дефект, зависящий от магнитного поля и квантового числа l . Этот квантовый дефект учитывает поправку к энергии одномерной кулоновской пары при конечных H . Теория предсказывает увеличение энергии связи дискретных экситонных состояний с ростом магнитного поля. Наоборот, с увеличением кванто-

вого числа l глубина кулоновской потенциальной ямы, а следовательно, и ширина экситонной серии уменьшаются, как это изображено на рис. 2. К сказанному следует добавить, что квантовое число n не является тем же самым квантовым числом, которое характеризует состояния экситона в отсутствие магнитного поля, когда энергия связи состояний экситона Ванье — Мотта дается выражением

$$\Delta \mathcal{E}_{ex} = - \frac{R_{ex}}{n_0^2}, \quad n_0 = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

При этом однозначное соответствие между уровнями водородоподобной системы в нулевом поле и в сильном поле, определяемом условиями (2) и (6), по-видимому, установить не просто. Можно лишь отметить, что состояния диамагнитных экситонов с $n \neq 0$ образуют серии, близкие к водородоподобным.

Итак, теория предсказывает существование серий диамагнитных экситонов, «привязанных» к каждой подзоне Ландау. Наибольшей силой осциллятора обладает при этом переход в наимизшее состояние с $n = 0$ каждой из таких серий. Согласно¹⁰ в пределе очень сильного магнитного поля интенсивность переходов в основные состояния растет пропорционально $H \ln H$. Интенсивность переходов в возбужденные состояния с $n \neq 0$ значительно меньше и пропорциональна $H/\ln^2 H$. Такое соотношение в интенсивностях первого и последующих членов серии совсем не похоже на соотношение интенсивностей членов бальмеровской серии свободного экситона, возникающего при разрешенных междузонных переходах, где, согласно расчетам Эллиота¹³, интенсивность при возрастании n_0 убывает как n_0^3 .

Перейдем теперь к рассмотрению экспериментальных данных, подтверждающих экситонную природу спектра осцилляций магнитопоглощения в полупроводниках. Мы остановимся в основном на обсуждении экспериментальных данных, полученных при изучении магнитооптического спектра германия, рассматривая наиболее подробно эксперименты, выполненные в последнее время авторами настоящего доклада и А. В. Варфоломеевым в лаборатории Е. Ф. Гросса в Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе АН СССР.

Для германия соотношение (2) выполняется, начиная с $H \cong 9$ кэ, так как $\kappa = 16$, а $\mu \leq 0,03 m_0$.

Спектр осцилляций магнитопоглощения, впервые полученный при $T = 4,2^\circ$ К и детально исследованный Лэксом с сотрудниками¹⁴, представлен на рис. 5. Этот спектр имеет весьма сложную структуру, которая связана с существованием сложной, четырехкратно вырожденной в точке $k = 0$ верхней валентной зоны. Структура этой зоны в магнитном поле показана схематически на рис. 6. В магнитном

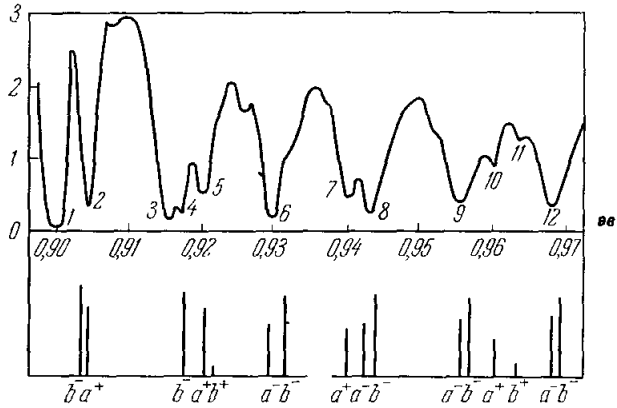


Рис. 5. Участок спектра осцилляций магнитопоглощения по данным¹⁴.

Представлена кривая пропускания, так что минимумы пропускания (1—12) соответствуют максимумам поглощения. $H = 38,9$ кэ, $T = 4,2^\circ$ К. Ось четвертого порядка кристалла $\{100\}$ параллельна магнитному полю и $E \parallel H$ (л-поляризация). Внизу представлен теоретический спектр²⁰ в обозначениях, соответствующих рис. 6.

поле происходит полное снятие четырехкратного вырождения и возникают четыре серии («лестницы») подзон Ландау. Две из них связаны с легкой дыркой, две другие относятся к тяжелой. Детали структуры валентной зоны в магнитном поле хорошо известны из многочисленных экспериментов по циклотронному резонансу в германии¹⁵⁻¹⁷ и благодаря теоретическим расчетам структуры валентной зоны германия в магнитном поле¹⁸.

Используя эти данные, Берстейн и др.¹⁹, а также Рот и др.²⁰ построили теоретический спектр осцилляций магнитопоглощения в германии для переходов, происходящих между краями подзон Ландау. В случае прямых, разрешенных по четности межзонных переходов в германии имеет место правило отбора $\Delta l = l - l' = 0, -2$ и $\Delta M = M_s - M_J = 0, \pm 1$ *). Последнее определяет характер поляризации спектра. При наблюдении в направлении, перпендикулярном магнитному полю, переходы с $\Delta M = 0$ соответствуют π -поляризации ($E \parallel H$), а переходы с $\Delta M = \pm 1$ — σ -поляризации ($E \perp H$).

На рис. 5 экспериментальный спектр, полученный в¹⁴, сравнивается с теоретическим. Видно, что в красной части спектра наблюдаются интенсивные минимумы, не предсказываемые теорией. Впоследствии выяснилось, что это связано с присутствием в тонком образце деформаций, расщепляющих орбитально вырожденную зону и искажающих явление. Возникновение деформаций объясняется тем, что тонкий кристалл герма-

*) M_s характеризует проекцию спина на направление поля и равно $\pm 1/2$ для зоны проводимости, M_J — квантовое число, определяющее проекцию полного момента J на направление магнитного поля. Для валентной зоны германия, происходящей из p -состояний свободного атома, $M_J = \pm 3/2, \pm 1/2$.

ния ($d \approx 4$ мкм) был приклеен к прозрачной подложке, коэффициент температурного расширения которой сильно отличался от такового для германия. В результате при сильном охлаждении образец деформировался.

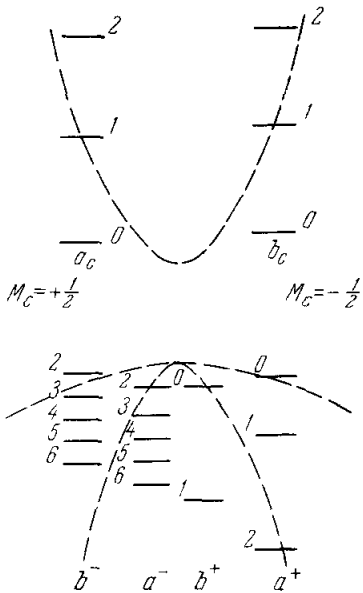


Рис. 6. Схематическое расположение диамагнитных подзон Ландау в валентной и электронной зонах германия при $k = 0$.

«Лестницы» a^- и a^+ тяжелых и легких дырок характеризуются проекциями полного момента $M_J = +3/2, -1/2$. «Лестницам» b^- и b^+ соответствует $M_J = +1/2, -3/2$.

ших подзон Ландау «лестницы» b^- тяжелой дырки и «лестницы» a^+ легкой дырки и электронной подзоны с $l = 0$. При этом, как видно из рис. 7,

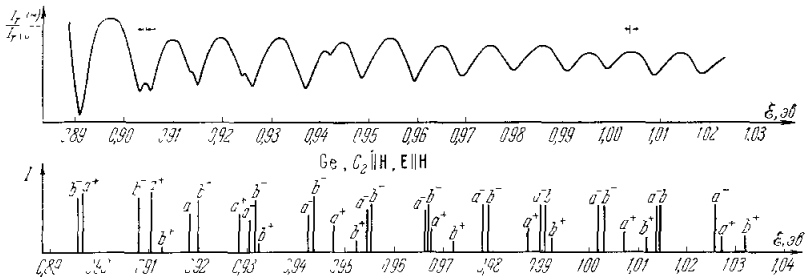


Рис. 7. Экспериментальный и теоретический спектр осцилляций магнитопоглощения в германии, свободном от деформаций.

Представлена кривая пропускания ²² для $T = 4,2^\circ \text{K}$, $H = 34$ кэ и образца с n -типа проводимостью и концентрацией $N = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Теоретический спектр рассчитан по ¹⁹, ²⁰ с использованием параметров зонной структуры, полученных в ¹⁷ и в предположении, что $\mathcal{E}_g = 0,8894 \text{ эв}$. Такая величина \mathcal{E}_g получена как сумма энергетического положения экситонного пика при $4,2^\circ \text{K}$ ($\mathcal{E}_{ex}^0 = 0,8877 \text{ эв}$) и энергии связи экситона при $H = 0$ ($\mathcal{E}_{ex}^0 = 0,0017 \text{ эв}$), вычисленной теоретически.

между теоретическим и экспериментальным π -спектрами наблюдается довольно хорошее согласие, по крайней мере для десяти первых минимумов. Отмеченное обстоятельство можно рассматривать как указание на

На рис. 7 представлен полученный нами ²¹, ²² спектр магнитопоглощения тонкого монокристаллического германия ($d \approx 4-6$ мкм), свободного от механических деформаций. Наиболее длинноволновый интенсивный максимум поглощения (на рис. 7 это — минимум пропускания) при увеличении напряженности поля смещается в коротковолновую сторону пропорционально H^2 (рис. 8), что характерно для диамагнитного сдвига уровней экситона Ванье — Мотта, так как положение уровней Ландау, очевидно, должно быть пропорционально H . Принадлежность первого максимума магнитопоглощения к экситонному состоянию окончательно подтверждается тем, что при выключении магнитного поля он сохраняется в спектре, совпадая с хорошо известным максимумом поглощения, соответствующим прямому переходу в $1s$ -состояние экситона Ванье — Мотта в германии ²³.

Вместе с тем теоретический спектр, рассчитанный в ²⁶, можно привести в соответствие с экспериментальным лишь в том случае, если совместить с экситонным его первый дублетный максимум, соответствующий переходам между краями наивыс-

общую природу первого и последующих максимумов поглощения и, таким образом, на определяющую роль переходов в экситонные состояния при межзонных переходах в сильном магнитном поле. Расхождение теории и эксперимента в области более высоких энергий в настоящее время полностью не разгадано. Можно предположить, что это — следствие эффектов непараболичности зон, аналогичных исследованным Пидженом и др. в магнитоотражении InSb²⁴.

Долгое время считалось, что эффект осцилляций магнитопоглощения позволяет произвести наиболее точную оценку ширины запрещенной зоны \mathcal{E}_g в полупроводнике. Для этого строится семейство прямых, каждая из которых характеризует положение определенного максимума в спектре магнитопоглощения в зависимости от напряженности магнитного поля. Затем производится линейная экстраполяция в точку, соответствующую $H = 0$ (см. рис. 8). Получаемое при этом значение энергии принимается за меру энергетического зазора. С точки зрения теории, связывающей осцилляцию магнитопоглощения с оптическими переходами между краями подзон Ландау, такой метод определения \mathcal{E}_g не вызывает возражений. Действительно, каждая из подзон отстоит от края своей зоны в отсутствие поля на величину $\Delta\mathcal{E}_l = (l + 1/2) \hbar eH/m^*c$. Учет спина и связанного с ним дополнительного расщепления подзон может добавить только линейные по полю члены $g\beta_0 H$, где g — фактор спектроскопического расщепления, а β_0 — магнетон Бора. Таким образом, при $H \rightarrow 0$ диамагнитные подзоны смещаются к краям зон линейно в зависимости от H . Вместе с тем, как было впервые показано Эдвардсом и Лазадзерой²⁵ для германия, охлажденного до температуры жидкого азота и свободного от деформаций, линейная экстраполяция положений максимумов поглощения к $H = 0$ приводит к значению \mathcal{E}_0 , несколько меньшему, чем \mathcal{E}_g

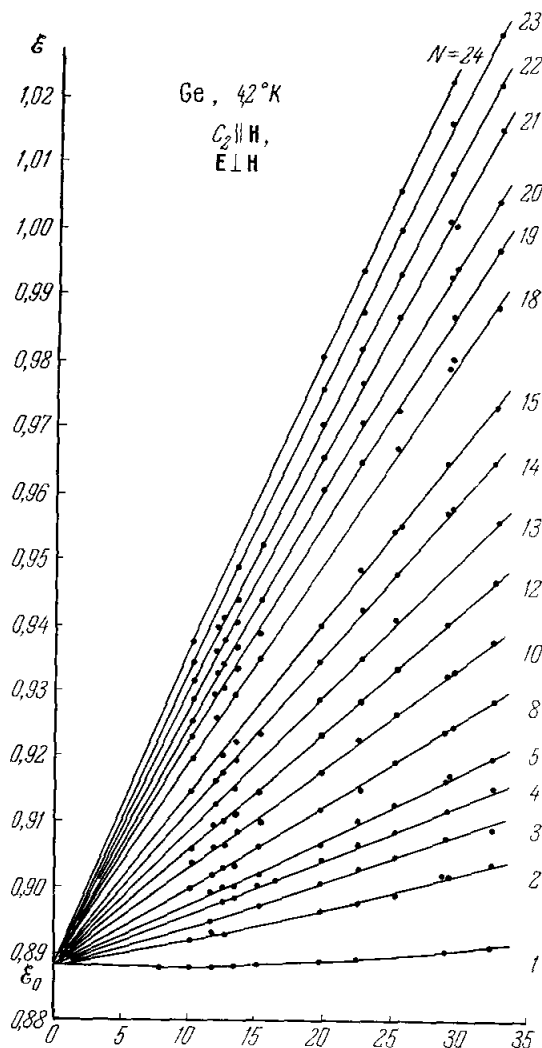


Рис. 8. Зависимость положений максимумов спектра магнитопоглощения от напряженности магнитного поля (в кэ).

N — порядковый номер максимума в σ -спектре. Точки представляют данные эксперимента. Кривые соответствуют выражению $\mathcal{E}_N^{\text{max}} = \mathcal{E}_0 + aH^m$, где параметры a и m выбраны по методу наименьших квадратов.

с ним дополнительного расщепления подзон может добавить только линейные по полю члены $g\beta_0 H$, где g — фактор спектроскопического расщепления, а β_0 — магнетон Бора. Таким образом, при $H \rightarrow 0$ диамагнитные подзоны смещаются к краям зон линейно в зависимости от H . Вместе с тем, как было впервые показано Эдвардсом и Лазадзерой²⁵ для германия, охлажденного до температуры жидкого азота и свободного от деформаций, линейная экстраполяция положений максимумов поглощения к $H = 0$ приводит к значению \mathcal{E}_0 , несколько меньшему, чем \mathcal{E}_g

и близкому к положению экситонного максимума поглощения в отсутствие поля. В то же время длинноволновые максимумы нелинейно смещаются с ростом поля.

На рис. 8 приведены полученные в ²² зависимости положения максимумов от величины магнитного поля и кривые, представляющие наилучшую аппроксимацию экспериментальных зависимостей, полученные путем анализа на ЭЦВМ. Наилучшим образом эксперимент описывается выражением $\mathcal{E}_N^{\max} = \mathcal{E}_0 + aH^m$, где \mathcal{E}_N^{\max} — энергетическое положение в спектре максимума с номером N , a и m — функции номера максимума, а \mathcal{E}_0 совпадает с энергией экситонного пика \mathcal{E}_{ex}^0 при $H = 0$. m в диапазоне применявшихся полей изменяется с увеличением порядкового номера максимума от $m = 2$ до $m < 1$, проходя через $m = 1$. Существование линейной зависимости положения максимумов магнитопоглощения от напряженности магнитного поля не противоречит их экситонной природе, так как при больших l энергия связи диамагнитных экситонов уменьшается, почти не зависит от H , и экситонные уровни в достаточно сильном поле смещаются параллельно уровням Ландау. Существование значительной m , меньших единицы, может быть связано с непараболичностью.

Итак, имеются два факта, указывающие на необходимость учета связанных состояний при анализе спектра магнитопоглощения в сильных полях: 1) хорошее согласие теоретического и экспериментального спектров достигается лишь при совмещении экспериментально наблюдаемого экситонного максимума с наиболее длинноволновым теоретическим максимумом, положение которого вычислено в предположении отсутствия кулоновского взаимодействия; 2) с высокой степенью точности установлено, что экстраполяция положений максимумов магнитопоглощения к $H = 0$ приводит к значениям $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_{ex}^0$, не давая непосредственно сведений о величине \mathcal{E}_g . Оба эти факта, однако, нельзя считать непосредственным и окончательным решением рассматриваемого вопроса.

По-видимому, более убедителен в этом отношении эксперимент по «возгоранию» экситонного поглощения в легированном германии, помещенном в магнитное поле ²⁶. Легируя германий примесями, создающими достаточно мелкие донорные или акцепторные уровни, можно получить значительную концентрацию свободных носителей в зонах при температурах, соответствующих полной или частичной ионизации таких примесей. Свободные носители могут экранировать кулоновское взаимодействие, и кулоновский потенциал в этом случае заменяется потенциалом такого типа, который рассматривался в теории ядерных сил (потенциал Юкавы):

$$V(r) = \frac{e^2}{\kappa r} e^{-r/r_d}; \quad (10)$$

r_d в этом выражении — радиус Дебая, равный $(\kappa kT/4\pi e^2 N)^{1/2}$, где N — концентрация примесей, а k — постоянная Больцмана. В том случае, когда выполняется условие

$$r_d \ll a_0^{ex}, \quad (11)$$

где $a_0^{ex} = \kappa \hbar^2 / e^2 \mu$ — боровский радиус экситона, происходит диссоциация экситона вследствие экранирования. В случае легирования германия мелкими донорами условие (11) выполняется при $N_{кр} \cong 10^{16}$ см⁻³ для $T = 77^\circ$ К, когда происходит практически полная ионизация доноров. Аснин и Рогачев ²⁷ впервые наблюдали гашение экситонного поглощения вследствие экранирования кулоновской связи свободными носителями в германии, легированном до концентраций, близких к $N_{кр}$. При этом исчезал не только пик экситонного поглощения, но изменялась форма,

края поглощения, так что зависимость коэффициента поглощения от энергии фотона приближалась к предсказанной Бардином, Блэттом и Холлом²⁸ для невзаимодействующих электронов и дырок, когда $k \sim (\hbar\omega - \mathcal{E}_g)^{1/2}$. Таким образом, легирование может «выключать» кулоновское взаимодействие и приводить к снижению поглощения на краю, соответствующему межзонным переходам (кривая $H = 0$ и пунктирная прямая на рис. 9).

Если легированный до концентрации, близкой к $N_{кр}$, кристалл германия, где экситонное поглощение в значительной мере подавлено, поместить в магнитное поле, то наблюдается появление дискретной структуры на краю поглощения. При увеличении магнитного поля интенсивность

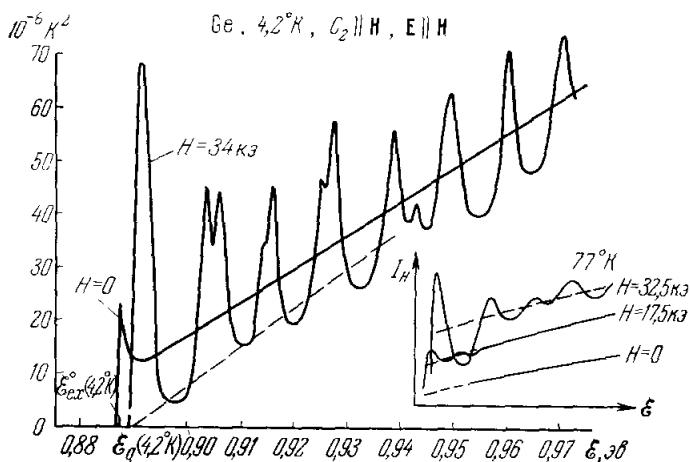


Рис. 9. Квадрат коэффициента поглощения как функция энергии для германия.

Пунктиром показан предполагаемый вид спектра в отсутствие кулоновского взаимодействия для чистого германия при 4,2° К и $H = 0$. В правом углу рисунка представлено наблюдаемое экспериментально «возгорание» магнитопоглощения в легированном Ge при увеличении магнитного поля ($T = 77^\circ \text{K}$, $N \approx 8 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$). Пунктирная линия в этом случае дает усредненные значения уровня поглощения.

максимумов возрастает, как это показано на рис. 9. Рис. 9 демонстрирует также то важное обстоятельство, что при увеличении H происходит общий рост среднего уровня поглощения — «возгорание» поглощения в магнитном поле. При этом уровень поглощения стремится к значениям, соответствующим чистому германию. Между тем, согласно представлениям об эффекте осцилляций магнитопоглощения, игнорирующим кулоновское взаимодействие, такое явление не должно было бы наблюдаться. Действительно, включение магнитного поля не изменяет средней плотности квазинепрерывных уровней в зонах, но изменяет лишь детальное распределение их. В таком случае интегрирование коэффициента поглощения как функции l при $H \neq 0$ должно приводить его к виду и значениям при $H = 0$, т. е. осцилляции поглощения должны представлять собой равные по площади и увеличивающиеся по амплитуде с ростом поля «полуволны» относительно неизменного уровня поглощения, соответствующего $H = 0$. Наблюдаемое «возгорание» поглощения можно понять, исходя из модели явления, отдающей предпочтение переходам в связанные экситонные состояния, «стабилизируемые» магнитным полем. Такую «стабилизацию», состоящую в появлении кулоновски-связанных состояний при помещении в магнитное поле кристалла, где такие состояния были разрушены экранированием, легко понять качественно. В самом

деле, когда выполняется условие сильного поля (2), уравнение Шрёдингера для орбитального движения электрона и дырки, как было показано, становится одномерным. В одномерной же потенциальной яме может существовать сколь угодно слабо связанное состояние⁸. Таким образом, кулоновски-связанная пара в достаточно сильном магнитном поле может существовать при любом экранировании.

Количественно вопрос о «возгорании» экситонных состояний в магнитном поле был рассмотрен Дьяконовым, Митчелом и Эфросом²⁹, которые, следуя идеям работ⁶ и⁹, решили задачу об экситоне в сильном магнитном поле для случая, когда взаимодействие описывается потенциалом типа (10). При этом основным результатом работы явилось установление зависимости энергии

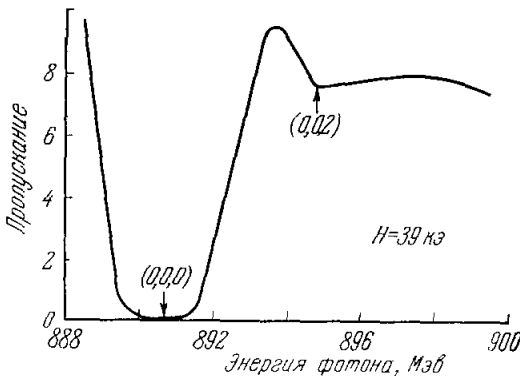


Рис. 10. Кривая пропускания свободного от механических напряжений кристалла германия при $H = 39$ кэ³⁰.

Основной и дополнительный максимумы обозначены по Эллиоту и Лудову.

ния не зависит от r_D вплоть до $r_D \ll r_0$. В той области, где радиус Дебая меньше длины основного состояния, но гораздо больше магнитной длины λ , энергия основного состояния убывает логарифмически при уменьшении r_D :

$$\mathcal{E}_{ex}^H = \mathcal{E}_{ex}^0 \left[\ln \left(\frac{r_D}{\lambda} \right)^2 \right]^2, \quad \text{или} \quad \mathcal{E}_{ex}^H \sim \ln^2 \frac{H}{N}; \quad (12)$$

при $r_D \ll \lambda$

$$\mathcal{E}_{ex}^H = 4\mathcal{E}_{ex}^0 \left[\frac{r_D}{\lambda} \right]^4, \quad \text{или} \quad \mathcal{E}_{ex}^H \sim \frac{H^2}{N^2}. \quad (13)$$

Таким образом, из формул (12) и (13) видно, что при концентрации N свободных носителей, способной полностью экранировать кулоновское взаимодействие, включение магнитного поля ведет к увеличению энергии связи экситона и, таким образом, к его «возгоранию» в магнитном поле. Для количественного сравнения эксперимента и теории необходимы гораздо большие магнитные поля, чем применявшиеся в²⁵.

Очень убедительным доказательством экситонной природы максимумов спектра магнитопоглощения является открытие тонкой структуры осцилляций магнитопоглощения, связанной с переходами в возбужденное состояние диамагнитных экситонов. Совсем недавно такую структуру в спектрах InSb и Ge при $H = 39$ кэ обнаружил Джонсон³⁰. На рис. 10 представлен полученный им участок спектра пропускания, где наряду с основным минимумом пропускания виден более слабый минимум, смещенный в сторону больших энергий. Используя относительно толстые

зависимости энергии связи диамагнитных экситонов от концентрации экранирующих носителей через дебаевский радиус r_D . Размер диамагнитных экситонов в основном состоянии вдоль направления магнитного поля (длина экситона), согласно⁹, уменьшается с ростом H и в сильном поле дается выражением

$$r_0 = a_0^{ex} \left[\ln \left(\frac{a_0^{ex}}{\lambda} \right) \right]^{-1},$$

где $\lambda = (\hbar c/eH)^{1/2}$ — магнитная длина, характеризующая размеры циклотронной орбиты, т. е. экситон сжимается и условие экранировки (11) не выполняется. Энергия основного состояния

кристаллы германия ($d \approx 10-15$ мкм) с концентрацией акцепторов $2 \cdot 10^{12}$ см⁻³, мы наблюдали при температуре жидкого гелия аналогичную структуру³¹. Кроме дополнительного минимума (минимум I' на рис. 11, а), обнаруженного Джонсоном, наблюдался слабый дополнительный минимум $2'$, примыкающий с коротковолновой стороны к интенсивному дублетному минимуму, следующему за основным. Указанную дополнительную структуру, учитывая ее расположение в спектре и малую интенсивность, можно считать связанной с переходами в возбужденные состояния диамагнитного экситона. Таким образом, основной минимум пропускания I на кривой рис. 11, а можно отнести к переходу в основное состояние диамагнитного экситона, связанное с нижней электронной подзоной Ландау с $l = 0$, а дополнительный минимум I' — к переходу в четное возбужденное состояние того же экситона. Дополнительный минимум $2'$ связан, по-видимому, с переходом в возбужденное состояние диамагнитного экситона, принадлежащего электронной подзоне с $l = 1$ *).

По-видимому, для надежного детектирования возбужденных состояний экситона, связанных с переходами к более высоким подзонам Ландау, необходимы более сильные магнитные поля, чем использовавшиеся в нашем эксперименте, так как с увеличением поля происходит рост интенсивности слабо связанных состояний.

Однако даже в сравнительно слабых магнитных полях удается наблюдать структуру для более коротковолновых минимумов, если применить технику электропоглощения³⁰. К образцу, свободному от механических напряжений, прикладывались постоянное F_1 и переменное $F_0 \cos \omega t$ электрические поля параллельно магнитному полю. Частота ω переменного поля составляла 800 гц. На той же частоте производилось синхронное детектирование сигнала.

Прикладывая электрическое поле параллельно магнитному, мы ожидали, что сравнительно небольшое по величине поле вызовет ионизацию экситонных состояний, орбиты которых вытянуты вдоль сильного магнитного поля. Естественно также ожидать, что наибольшие изменения в электрическом поле будут претерпевать максимумы поглощения, соответствующие возбужденным состояниям большого радиуса, аналогично

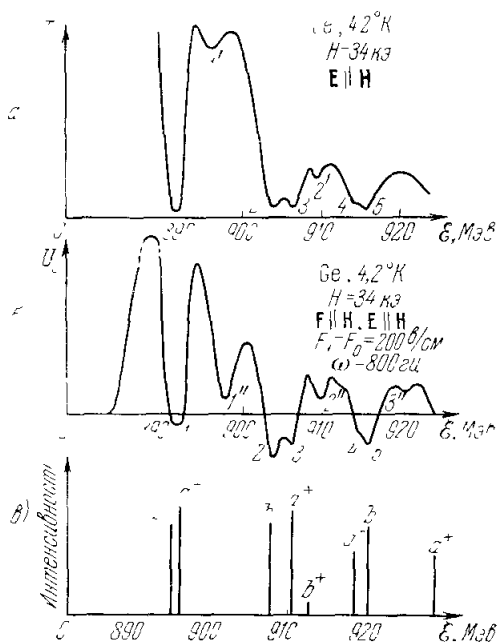


Рис. 11. Структура диамагнитных экситонов в кристаллах германия³¹:

а) Длинноволновый участок спектра поглощения; б) спектр электропоглощения в параллельных электрическом и магнитных полях; в) теоретический спектр магнитопоглощения германия для переходов между подзонами Ландау, совмещенный с основными максимумами магнитопоглощения.

*) По Эллиоту и Лудоцу⁶, как указывалось выше, состояния диамагнитного экситона характеризуются набором квантовых чисел l, m, v . Однако мы не будем прибегать к такой номенклатуре состояний, введенной для упрощения зонной модели полупроводника.

тому, как это наблюдалось Гроссом, Захарченей и Канской³² для возбужденных состояний экситона Ванье — Мотта в Cu_2O . Таким образом, возбужденные состояния диамагнитных экситонов должны отчетливо проявляться в дифференциальном спектре электропоглощения. Следует заметить, что использование геометрии $\mathbf{F} \parallel \mathbf{H}$ позволяет также избежать появления в спектре новых максимумов поглощения, связанных с «возгоранием» при $\mathbf{F} \perp \mathbf{H}$ запрещенных переходов^{33, 34}.

На рис. 11, б приведена кривая электропоглощения германия для области, где наблюдаются первые пять основных максимумов в л-спектре обычного магнитопоглощения. Минимумы на дифференциальной кривой электропоглощения, обозначенные 1—5, отвечают, очевидно, переходам в основные экситонные состояния и совпадают с соответствующими минимумами кривой рис. 11, а. Хорошо проявляются дополнительные минимумы 1'', 2'' и 3''. Положение их в спектре очень близко к энергиям, соответствующим непосредственно переходам между краями подзон Ландау, рассчитанным в предположении, что $\mathcal{E}_g = 0,8894$ эв.

При увеличении напряженности магнитного поля относительная интенсивность дополнительных максимумов растет. Вместе с тем она заметно уменьшается по мере увеличения напряженности постоянного электрического поля. При некоторых критических значениях постоянной составляющей электрического поля дополнительные минимумы вообще исчезают, что соответствует ионизации соответствующих экситонных состояний. Для различных минимумов эти поля принимают значения $F_1 \cong (3,5 \div 5) \cdot 10^3$ в/см, уменьшаясь с увеличением порядкового номера. Такого рода закономерности подтверждают принадлежность дополнительных минимумов к слабо связанным возбужденным состояниям диамагнитных экситонов, которые оказываются весьма чувствительными к воздействию внешнего электрического поля.

Электрическое поле, параллельное магнитному, должно, как показано в³⁵, стимулировать появление запрещенных переходов в нечетные возбужденные состояния. Признаки «возгорания» таких переходов, по-видимому, наблюдались в наших опытах.

Таким образом, тщательные спектроскопические исследования спектра магнитопоглощения свободных от механических напряжений кристаллов показывают, что дискретная структура, появляющаяся в магнитном поле, представляет собой переходы в основные (интенсивные максимумы) и возбужденные (дополнительные слабые максимумы) состояния диамагнитных экситонов. Можно добавить, что структура спектра должна быть еще более сложной вследствие спинового расщепления. Поляризацию и число зеемановских компонент первого экситонного максимума можно предсказать, используя идеи Мак-Лина и Лудона³⁶. Для разрешения такой структуры необходимы, по-видимому, магнитные поля напряженностью около 100 кэ.

В заключение снова вернемся к экспериментам по воздействию электрического поля, параллельного магнитному, на магнитооптический спектр. Теперь речь будет идти о более сильных стационарных электрических полях, заметно воздействующих на интенсивные пики поглощения³⁷.

Электрическое поле ($F \cong 10^3$ в/см) вызывает сильное «гашение» дискретного спектра вследствие уширения полос поглощения и уменьшения интенсивности поглощения в основных максимумах. Осцилляции исчезают вовсе в полях около $2,5 \cdot 10^3$ в/см (рис. 12). Такое «гашение» может быть вызвано размытием краев подзон Ландау в результате их сдвига в электрическом поле (явление типа эффекта Франца — Келдыша). В этом случае для оценки величины поля можно использовать соотношение

$\hbar\theta = \Delta\mathcal{E}_{ll'}$, где $\theta = [(eF)^2/2\mu\hbar]^{1/2}$ — характеристическая частота, фигурирующая в теории эффекта Франца — Келдыша³⁸, а $\Delta\mathcal{E}_{ll'}$ — расстояние между соседними максимумами в спектре магнитопоглощения. Выполнение этого условия при $\Delta\mathcal{E}_{ll'} \simeq 10^{-2}$ эв и $H = 34$ кэ потребует полей $F_{кр} > 10^4$ в/см.

В то же время для «гашения» вследствие ионизации экситонных состояний потребуется выполнение равенства (см., например, ³⁹)

$$\left[\frac{\hbar\theta}{\Delta\mathcal{E}_{ex}} \right]^{1/2} = \frac{eFa_{ex}}{\hbar\theta} = 1, \tag{14}$$

где $\Delta\mathcal{E}_{ex}$ — энергия связи экситона. Из эксперимента имеем, что $\Delta\mathcal{E}_{ex}$, являющаяся функцией магнитного поля H и квантового числа l , принимает максимальное значение, близкое к $4 \cdot 10^{-3}$ эв. Из (14) получаем, что поле, необходимое для ионизации диамагнитных экситонов, $F_{кр} \ll 2,8 \cdot 10^3$ в/см, что близко к экспериментальным значениям.

Привлекает внимание странное на первый взгляд поведение в электрическом поле второго дублетного максимума поглощения. При возрастании поля, как видно из рис. 12, длинноволновая компонента дублета расширяется, уменьшается по интенсивности и исчезает совсем при значениях поля, меньших, чем поля, при которых происходит «гашение» коротковолновой компоненты. Такая повышенная чувствительность коротковолновой компоненты к электрическому полю наблюдается и на дифференциальной кривой электропоглощения (см. рис. 11), где соответствующий минимум пропускания 2 глубже. Такой эффект парадоксален, так как установлено, что длинноволновая компонента дублета связана с переходами из подзоны Ландау тяжелых дырок в электронную подзону с $l = 1$, а коротковолновая — с переходами из подзоны легких дырок в ту же электронную подзону. Энергия связи соответствующих экситонных состояний, согласно (8), должна быть пропорциональна μ — приведенной массе носителей и, следовательно, тем больше, чем тяжелее дырка. В соответствии с этим следовало бы ожидать обратной последовательности «гашения» по сравнению с наблюдаемой экспериментально.

Противоречие разрешается, если обратиться к теоретическим результатам Уоллиса и Боулдина¹⁰, предсказавших существование в одномерных подзонах легких и тяжелых дырок своеобразных квантовых эффектов, связанных с вырождением валентной зоны германия. Согласно этим расчетам структура диамагнитных подзон может быть описана выражением

$$\mathcal{E}(l, \xi) = \mathcal{E}(l) + \frac{\hbar^2 s^2}{2m^*} \xi^2, \tag{15}$$

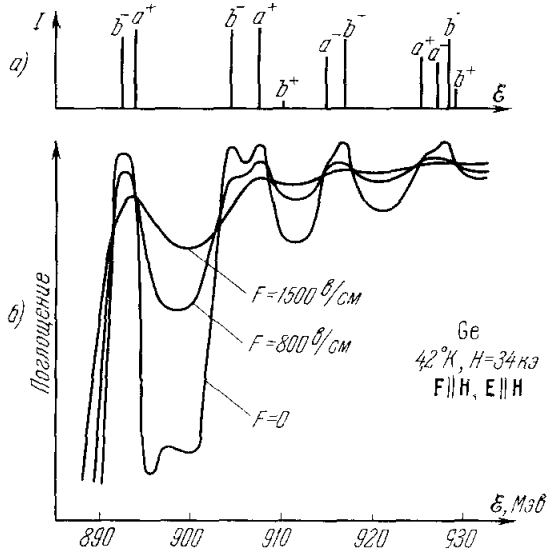


Рис. 12. Влияние электрического поля, параллельного магнитному, на спектр осциллирующий магнитопоглощения прямых переходов в германии³⁷.

а) Теоретический спектр переходов между подуровнями Ландау валентной зоны и зоны проводимости, совмещенный с экспериментально наблюдаемыми максимумами; б) экспериментальные спектры при различных напряжениях поля.

где $\zeta = k_z/s^{1/2}$ представляет собой безразмерное волновое число, k_z — проекция волнового вектора на направление магнитного поля, $s = \sqrt{eH/\hbar c} = \lambda^{-1}$ — обратная магнитная длина. Эффективная масса m^* каждой подзоны дается кривизной подзоны и является функцией l и ζ . На рис. 13 представлены две из четырех «лестниц» подзон Ландау для легкой и тяжелой дырок в зависимости от ζ (по ⁴⁰). Квантовые эффекты Уоллиса и Боулдина для подзон легких дырок состоят в увеличении значений эффективных масс в точке $\zeta = 0$

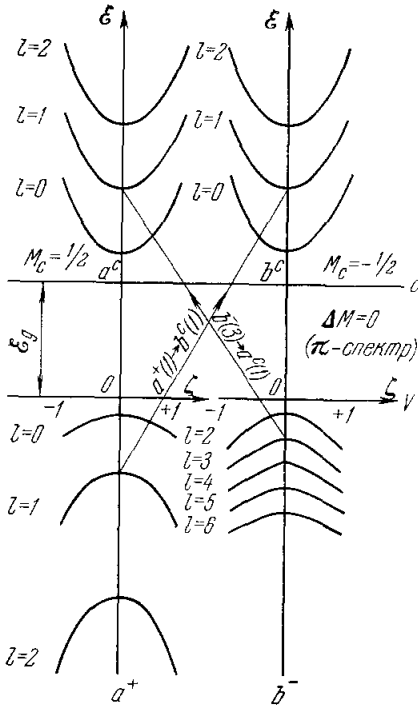


Рис. 13. Схема подзон Ландау в германии и оптических переходов между ними, приводящих к появлению дублетной структуры второго максимума в π -спектре магнитопоглощения.

Структура подзон представлена согласно работе ⁴⁰. Валентная зона и зона проводимости даны в разных масштабах.

в точке $\zeta = 0$ подзона тяжелых дырок имеет большую кривизну, чем подзона легких дырок. Следовательно, приведенная масса диамагнитного экситона, построенного из тяжелой дырки, и вместе с ней и энергия связи будут меньше, чем для экситонов, включающих легкую дырку. Используя (15), легко показать, что отношение величин полей, при которых происходит ионизация указанных экситонов, пропорционально отношению квадратов их приведенных масс:

$$\frac{F_{кр}^л}{F_{кр}^т} = \frac{\mu_l^2}{\mu_t^2}. \quad (16)$$

В нашем случае $\zeta = 10^{-2}$, так как $\zeta = k_z/4 \cdot 10^8 \sqrt{H}$. Поэтому, строя приведенные массы диамагнитных экситонов, мы вправе брать значения эффективных масс дырок, вычисленные в ⁴⁰ для $\zeta = 0$. Используя значе-

ний эффективных масс в точке $\zeta = 0$ для малых l' по сравнению со значением $0,04 m_0$, известным из опытов по циклотронному резонансу. Так, для «лестницы» $a^+ m_{l', \pi}^* = 0,12 m_0$, $m_{1', \pi}^* = 0,076 m_0$, где цифровые индексы обозначают l' . По мере увеличения l' $m_{l', \pi}^*$ стремится к значению $0,04 m_0$. В подзонах тяжелых дырок квантовые эффекты особенно драматичны. Для «лестницы» $b^- m_{l', \pi}^* = 0,065 m_0$ и достигает значения $m_{5', \pi}^* = 0,023 m_0$ при $\zeta = 0$, не обнаруживая тенденции приближаться к значению $0,3 m_0$, известному из данных по циклотронному резонансу. В серии a^- (см. обозначения на рис. 6) при $\zeta = 0$ эффективная масса имеет даже отрицательное значение. Такое поведение тяжелых дырок в магнитном поле связано, как указано в ⁴⁰, с существованием случайного вырождения в подзонах «лестниц» a^- и b^- . Действительно, как видно из рис. 13, подзоны $a^- (l')$ и $b^- (l' + 1)$, начиная с $l = 3$, очень близки и далее совпадают.

На рис. 13 представлены π -переходы между краями подзон Ландау, которые образуют два различных диамагнитных экситона, основные состояния которых проявляются в спектре в виде рассмотренного выше дублета. При этом видно, что

ния $m_{1,\pi}^* = 0,076m_0$, $m_{3,\tau}^* = 0,041m_0$ и массу электрона $m_e^* = 0,04m_0$, получим $F_{\text{кр}}^{\pi}/F_{\text{кр}}^{\tau} = 2,2$, что согласуется с отношением полей ионизации 1,9, полученным экспериментально.

Следует заметить, что повышенная чувствительность к электрическому полю экситонных максимумов, соответствующих тяжелой дырке, наблюдается и для других максимумов магнитопоглощения, проявляясь как в π -, так и в σ -поляризации.

Итак, мы рассмотрели эксперименты, которые доказывают экситонную природу осцилляций магнитопоглощения в германии. Разумеется, в сильном поле эффекты, свидетельствующие о существовании диамагнитных экситонов, должны наблюдаться и в других полупроводниках. При этом величина сильного поля, определяемого соотношением (2), зависит от свойств полупроводника. Для InSb, например, поле становится сильным, начиная с 2 кэ. Как указывалось, тонкая структура, соответствующая возбужденным состояниям диамагнитного экситона, наблюдалась в этом случае Джонсоном.

Для ряда полупроводниковых соединений группы $A^{III}B^V$ эффект осцилляций магнитопоглощения хорошо наблюдался (InAs, GaSb, GaAs), однако детальных спектроскопических исследований, аналогичных описанным выше, в этом случае не проводилось.

Значительный интерес представляет исследование магнитооптических эффектов в сильных полях в кристаллах CdS, CdSe, где наблюдаются водородоподобные серии узких линий в отсутствие поля. Такие исследования позволяют, возможно, проследить постепенный переход от водородоподобной серии свободного экситона к сериям диамагнитных экситонов при увеличении поля. Однако для наблюдения структуры диамагнитных экситонов здесь необходимы сильные магнитные поля напряженностью 10^5 э и более. Особенно интересны были бы такие исследования для закиси меди, где при $H = 0$ наблюдается до восьми членов экситонной водородоподобной серии. В этом случае условие (2) выполняется при $H \geq 10^6$ э. Возможно, однако, что условие (6), аналогичное (2), значительно смягчает требования к сильному полю. Точную оценку по (6) трудно произвести, так как соответствие между квантовыми числами n_0 и n , характеризующими состояния экситона в отсутствие поля и в сильном поле, не установлено с определенностью.

Физико-технический институт
им. А. В. Иоффе АН СССР,
Ленинград

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. S. Zwerdling, B. Lax, Phys. Rev. 106, 51 (1957).
2. E. Burstein, G. S. Picus, Phys. Rev. 103, 1123 (1957).
3. Е. Ф. Гросс, Б. П. Захарченя, П. П. Павинский, ЖТФ 27, 2177 (1957).
4. Д. С. Буляница, П. П. Павинский, Вестн. ЛГУ 22, 75 (1958); Д. С. Буляница, Вестн. ЛГУ 4, 5 (1960).
5. Y. Yafet, R. W. Keyes, E. N. Adams, J. Phys. Chem. Sol. 1, 137 (1956).
6. R. T. Elliott, R. Loudon, J. Phys. Chem. Sol. 15, 196 (1950).
7. L. I. Schiff, H. Snyder, Phys. Rev. 55, 59 (1939).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., «Наука», 1964.
9. H. Nasegawa, R. E. Howard, J. Phys. Chem. Sol. 21, 179 (1961).
10. А. Г. Жилч, Б. С. Монозон, Вест. ЛГУ 16, 26 (1965); ФТТ 8, 3559 (1962); ФТП 1, 673 (1967).
11. Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ 53, 717 (1967).
12. R. Loudon, Amer. J. Phys. 27, 649 (1959).
13. R. T. Elliott, Phys. Rev. 108, 1384 (1957).
14. S. Zwerdling, B. Lax, L. Roth, K. Button, Phys. Rev. 114, 80 (1959).

15. G. Dresselhaus, A. Kip, C. Kittel, *Phys. Rev.* **92**, 827 (1953).
 16. B. Lax, H. Zeiger, R. Dexter, E. Rosenblum, *Phys. Rev.* **93**, 1418 (1954); B. Lax, H. Zeiger, R. Dexter, *Physica* **20**, 818 (1954); R. Dexter, B. Lax, A. Kip, G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **96**, 222 (1954); R. Dexter, B. Lax, *Phys. Rev.* **96**, 223 (1954).
 17. W. Mercurioff, *Phys. Stat. Sol.* **2**, 282 (1962).
 18. T. M. Luttinger, *Phys. Rev.* **102**, 1030 (1956).
 19. E. Burstein, G. S. Picus, R. Wallis, F. Blatt, *Phys. Rev.* **113**, 15 (1959).
 20. L. Roth, B. Lax, S. Zwerdling, *Phys. Rev.* **114**, 90 (1959).
 21. А. В. Варфоломеев, Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян, *ФТТ* **9**, 1085 (1967).
 22. Р. П. Сейсян, А. В. Варфоломеев, Б. П. Захарченя, *ФТП* **2**, 1266 (1968).
 23. G. Macfarlane, T. McLean, T. Quarrington, V. Roberts, *Phys. Rev.* **108**, 1377 (1957).
 24. C. R. Pidgeon, R. N. Brown, *Phys. Rev.* **146**, 575 (1966).
 25. D. F. Edwards, V. Lazizzera, *Phys. Rev.* **120**, 420 (1960).
 26. Р. П. Сейсян, А. В. Варфоломеев, Б. П. Захарченя, *ФТП* **9**, 1276 (1968).
 27. В. М. Аснин, А. А. Рогачев, *Phys. Stat. Sol.* **20**, 755 (1967).
 28. J. Vardeen, F. Blatt, L. H. Hall, *Phys. Rev.* **95**, 559 (1954).
 29. М. И. Дьяконов, Д. Л. Митчел, А. Л. Эфрос, *ФТТ* **10**, 2562 (1968).
 30. E. T. Johnson, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 352 (1967).
 31. А. В. Варфоломеев, Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян, *Письма ЖЭТФ* **7**, 382 (1968).
 32. Е. Ф. Гросс, Б. П. Захарченя, Л. М. Канская, *ФТТ* **3**, 972 (1961).
 33. А. Г. Аронов, *ФТТ* **5**, 552 (1963).
 34. Q. Verheep, *Phys. Rev.* **145**, 675 (1966).
 35. Б. С. Монозон, А. Г. Жилич, *ФТП* **2**, 175 (1968).
 36. T. P. McLean, R. Loudon, *J. Phys. Chem. Sol.* **13**, 1 (1960).
 37. Б. П. Захарченя, Р. П. Сейсян, А. В. Варфоломеев, *ФТТ* **10** (10) 3153 (1968).
 38. Л. В. Келдыш, *ЖЭТФ* **34**, 1138 (1958).
 39. R. Enderlein, *Phys. Stat. Sol.* **26**, 509 (1968).
 40. R. W. Wallis, H. T. Bowlden, *Phys. Rev.* **118**, 456 (1960).
-