1969 г. Январь *Том 97, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

92:53

ЛЕВ ДАВИДОВИЧ ЛАНДАУ*)
(1908—1968)

Е. М. Лифшиц

Со дня смерти Льва Давидовича Ландау, 1 апреля 1968 г., прошло еще совсем мало времени, но волею судьбы получилось так, что уже сейчас мы смотрим на него как бы с некоторого расстояния. С этого расстояния яснее видно не только величие ученого, значение работ которого со временем становится все более очевидным. Яснее видно и величие самого человека большой души. Он был на редкость справедлив и доброжелателен. Несомненно, что и в этом лежат корни его популярности как ученого и учителя, корни той неподдельной любви и уважения, которые испытывали по отношению к нему его прямые и непрямые ученики и которые с такой исключительной силой проявились в дни борьбы за спасение его жизни после ужасной катастрофы.

На его долю выпала трагическая судьба — умереть дважды. В первый раз это случилось шесть лет назад, 7 января 1962 г., когда на шоссе, по дороге из Москвы в Дубну, легковая машина столкнулась со встречным грузовиком. Эпическая история последующей борьбы за спасение жизни Льва Давидовича — в первую очередь история самоотверженного труда и искусства многочисленных врачей и медицинских сестер. Но она же есть и история замечательного подвига товарищества. Несчастный случай всколыхнул всю физическую общественность, вызвав спонтанную и мгновенную реакцию. Больница, в которой Ландау лежал без сознания, стала центром для тех — учеников и коллег,— кто стремился внести свой посильный вклад в помощь врачам в их отчаянной борьбе за спасение жизни Льва Давидовича.

«С первого дня начался их подвиг товарищества. Превосходные ученые, однако ничего не смыслящие в медицине, академики, члены-корреспонденты, доктора, кандидаты, люди одного поколения с пятидесятичетырехлетним Ландау и его ученики, и совсем молодые ученики его учеников — все они взяли на себя добровольно роли курьеров, водителей машин, посредников, снабженцев, секретарей, дежурных, наконец, носильщиков и чернорабочих. Их стихийно возникший штаб обосновался в кабинете главного врача 50-й больницы и стал круглосуточным организационным центром по безусловному, сверхсрочному выполнению всех велений лечащих врачей.

87 теоретиков и экспериментаторов стали участниками этого добровольного спасательного содружества. Появилась алфавитная книга с теле-

*) Эта статья написана для двухтомного Собрания трудов Л. Д. Ландау, которое в скором времени выпустит в свет издательство «Наука». В конце статьи приведен список работ, помещенных в этом Собрании. Оно включает в себя почти все опубликованные Львом Давидовичем научные статьи. (*Редакция.*)

фонами и адресами всех и вся — лиц и учреждений, связь с которыми могла потребоваться в любую минуту. Там записано 223 телефонных номера! Другие больницы, автобазы, аэродромы, таможни, аптеки, министерства, места возможного пребывания врачей-консультантов.

В самые трагические дни, когда казалось, что «Дау умирает»,— а таких дней было по меньшей мере четыре,— у входа в семиэтажный корпус больницы дежурило 8—10 машин...

Когда от машины искусственного дыхания зависело все, 12 января, один теоретик предложил немедленно изготовить ее в мастерских Института физических проблем. Это было не нужно и наивно, но как удивительно по движению души! Физики доставили машину из Института по изучению полиомиелита и принесли ее на руках в палату, где задыхался Ландау. Они спасли своего коллегу, учителя, друга.

Всего не рассказать... Это было настоящее братство физиков...» *).

Итак, жизнь Ландау была спасена. Но когда через три месяца к нему вернулось сознание, это уже не был тот человек, которого мы знали прежде. Он так и не смог оправиться от всех последствий аварии и уже никогда не восстановил полностью своих способностей. История последующих шести лет есть лишь история длительных страданий и боли.

* * *

Лев Давидович Ландау родился 22 января 1908 г. в Баку в семье инженера-нефтяника, работавшего на бакинских нефтепромыслах. Его мать была врачом, одно время занималась научной работой по физиологии.

Лев Давидович закончил школу тринадцати лет. Он уже тогда увлекался точными науками, а его математические способности проявились очень рано. Он самостоятельно изучил математический анализ, а в дальнейшем говорил, что почти не помнит себя не умеющим дифференцировать и интегрировать.

Родители Льва Давидовича считали сына слишком молодым для поступления в университет, и в течение года он учился в Бакинском экономическом техникуме. В 1922 г. он поступил в Бакинский университет, где учился одновременно на двух факультетах: физико-математическом и химическом. Впоследствии Лев Давидович не стал продолжать свое химическое образование, но интерес к химии сохранился у него на всю жизнь.

В 1924 г. Лев Давидович перешел на физическое отделение Ленинградского университета. В этом городе — главном центре советской физики того времени — Л. Д. впервые приобщился к переживавшей бурные времена настоящей теоретической физике. Он бросился в ее изучение со всем пылом юношеского энтузиазма и чрезмерным трудом часто доводил себя до такой степени переутомления, что по ночам не мог спать от мерещившихся ему формул.

Он рассказывал в дальнейшем, как в то время он был потрясен невероятной красотой общей теории относительности (иногда он говорил даже, что такое восхищение при первом знакомстве с этой теорией должно быть, по его мнению, вообще признаком всякого прирожденного физика-теоретика). Он рассказывал также о состоянии экстаза, в которое привело его изучение статей Гейзенберга и Шрёдингера, ознаменовавших рождение новой квантовой механики. Он говорил, что они дали ему не только наслаждение истинной научной красотой, но и острое ощущение силы человеческого гения, величайшим триумфом которого является то, что человек способен понять вещи, которые он уже не в силах вообразить.

---

*) Д. Данин, «Товарищество» («Литературная газета», 21 июля 1962 г.).

И, конечно же, именно таковы кривизна пространства-времени и принцип неопределенности.

В 1927 г. Лев Давидович закончил университет и стал штатным аспирантом Ленинградского физико-технического института, где он еще с 1926 г. состоял в сверхштатной аспирантуре. К этим годам относятся его первые научные работы. В 1926 г. им была опубликована теория интенсивностей в спектрах двухатомных молекул [1] *), а уже в 1927 г.— работа о проблеме торможения в квантовой механике, в которой было впервые введено описание состояния систем с помощью матрицы плотности.

Увлеченность физикой и первые успехи на научном пути омрачались, однако, в это время болезненной стеснительностью в общении с людьми. Это свойство причиняло ему много страданий и временами — по его собственным признаниям в более поздние годы — доводило до отчаяния. Те изменения, которые произошли в нем с годами и превратили его в жизнерадостного, везде и всегда свободно чувствовавшего себя человека,— в значительной степени результат столь характерной для него самодисциплинированности и чувства долга перед самим собой. Эти свойства, вместе с трезвым и самокритичным умом, позволили ему воспитать себя и превратить в человека с редкой способностью — умением быть счастливым. Та же трезвость ума позволяла ему всегда отличать настоящее в жизни от пустого, чему не следует придавать слишком большого значения, и тем самым сохранять равновесие духа в трудные моменты, которые были и в его жизни.

В 1929 г. по командировке Наркомпроса Лев Давидович отправился заграницу и в течение полутора лет работал в Дании, Англии и Швейцарии. Наиболее важным для него было пребывание в Копенгагене, где в Институте теоретической физики у великого Нильса Бора собирались физики-теоретики со всей Европы и на руководимых Бором знаменитых семинарах обсуждались все основные вопросы теоретической физики того времени. Эта научная атмосфера, усиливаемая обаянием самой личности Бора, оказала решающее влияние на формирование физического мировоззрения Льва Давидовича, и в дальнейшем он всегда считал себя учеником Нильса Бора. Еще два раза он посетил Копенгаген в 1933 и 1934 гг. Ко времени пребывания Льва Давидовича за границей относятся, в частности, его работы по теории диамагнетизма электронного газа [4] и исследование ограничений, налагаемых на измеримость физических величин в релятивистской квантовой области ([5], совместно с Пайерлсом).

По возвращении в Ленинград в 1931 г. Лев Давидович работал в Ленинградском физико-техническом институте, а в 1932 г. переехал в Харьков, где возглавил теоретический отдел вновь организованного, отпочковавшегося от ЛФТИ Украинского физико-технического института. Одновременно он заведовал кафедрой теоретической физики на физико-механическом факультете Харьковского механико-машиностроительного института (аналог Ленинградского Физмеха), а с 1935 г. стал заведующим кафедрой общей физики в Харьковском университете.

Харьковский период был для Льва Давидовича временем напряженной и многообразной исследовательской работы **). Именно здесь нача-

*) Он не знал, однако, в то время, что эти результаты были уже опубликованы годом раньше Гёнлем и Лондоном.

**) О степени научной активности Л. Д. в это время можно судить хотя бы по списку работ, законченных им в течение одного лишь 1936 г.: теория фазовых переходов второго рода [28,29], теория промежуточного состояния сверхпроводников [30], кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия [23], теория мономолекулярных реакций [22], свойства металлов при очень низких температурах [24], теория дисперсии и поглощения звука [21,27], теория фотоэлектрических явлений в полупроводниках [20].

лась его деятельность как учителя, здесь начала создаваться его школа теоретической физики.

Теоретическая физика XX века богата блестящими именами творцов нового. Одним из таких творцов был и Ландау. Но его влияние на развитие науки далеко не исчерпывалось его личным вкладом в нее. Выдающийся физик, он был в то же время и поистине выдающимся учителем, учителем по призванию. В этом отношении, может быть, позволительно сравнить Льва Давидовича лишь с его собственным учителем — Нильсом Бором.

Вопросы обучения теоретической физике, как и физике в целом, заинтересовали его еще совсем молодым. Именно здесь, в Харькове, он впервые стал разрабатывать программы «теоретического минимума» — основных знаний по теоретической физике, необходимых для физиков-экспериментаторов и отдельно для тех, кто хотел посвятить себя профессиональной исследовательской работе по теоретической физике. Не ограничиваясь разработкой одних лишь программ, он читал лекции по теоретической физике для сотрудников УФТИ, а на Физмехе — для студентов. Увлеченный идеями перестройки преподавания физики в целом, он принял заведование кафедрой общей физики в ХГУ (а в дальнейшем, уже после войны, продолжал читать лекции по общей физике на физико-техническом факультете МГУ).

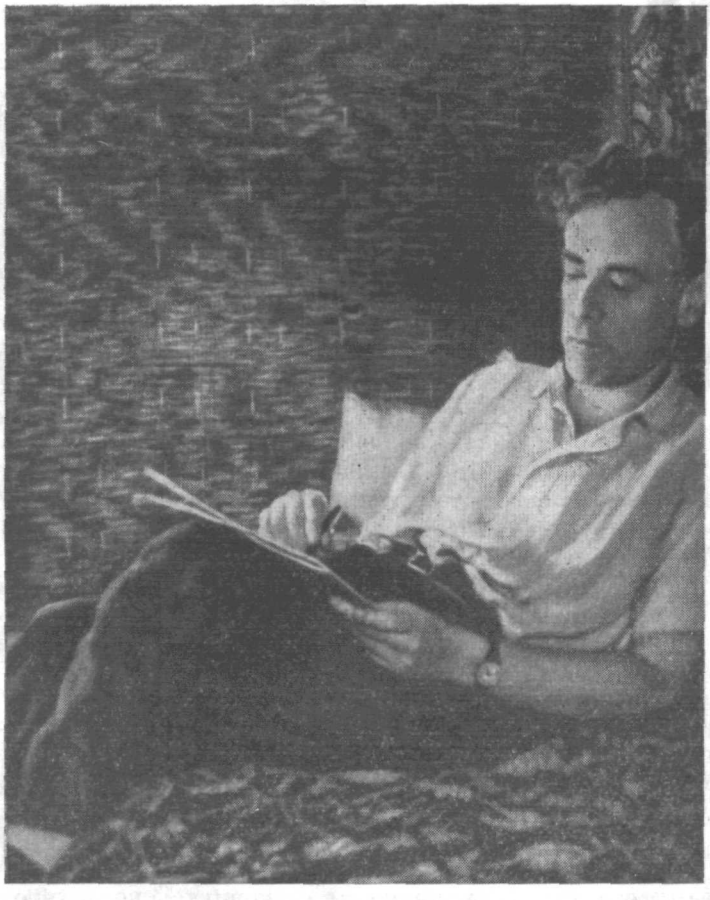
Здесь же, в Харькове, появилась идея и началось осуществление программы составления полного Курса теоретической физики и Курса общей физики. В течение всей жизни Лев Давидович мечтал написать книги по физике на всех уровнях — от школьных учебников до курса теоретической физики для специалистов. Фактически, до роковой катастрофы, при его жизни были закончены почти все тома «Теоретической физики» и первые тома «Курса общей физики» и «Физики для всех». Он строил также планы составления учебников по математике для физиков, которые должны были быть «руководством к действию», обучать практическому применению математики к физике и должны были быть освобождены от излишних для такого курса строгостей и сложностей. Приступить к осуществлению этой программы он не успел.

Владению физиком-теоретиком математической техникой Лев Давидович придавал вообще большое значение. Степень этого владения должна быть такой, чтобы математические затруднения по возможности не отвлекали внимания от физических трудностей задачи — по крайней мере там, где речь идет о стандартных математических приемах. Это может быть достигнуто лишь достаточной тренировкой. Между тем опыт показывает, что существующий стиль и программы университетского математического образования физиков часто не обеспечивают такой тренировки. Опыт показывает также, что изучение математики, после того как физик начинает самостоятельную исследовательскую деятельность, оказывается для него слишком «скучным».

Поэтому первое, чему подвергал Лев Давидович всякого, кто хотел вступить в число его непосредственных учеников, было испытание по математике в ее «практических», вычислительных аспектах *). Прошедший через это испытание мог затем перейти к изучению и сдаче экзаменов

*) Требовалось: умение взять любой неопределенный интеграл (выражающийся через элементарные функции) и решить любое обыкновенное дифференциальное уравнение стандартного типа, знание векторного анализа и тензорной алгебры, а также основ теории функций комплексной переменной (теория вычетов, метод Лапласа). Предполагалось при этом, что такие разделы, как тензорный анализ, теория групп и др., будут изучены вместе с теми разделами теоретической физики, где они находят себе применение.

по семи последовательным разделам программы «теорминимума», включающим в себя основные знания по всем разделам теоретической физики. Этими знаниями, по мнению Льва Давидовича, должны обладать все теоретики вне зависимости от своей будущей специализации. Разумеется, он не требовал ни от кого быть универсалом в той же степени, в которой он был сам. Но здесь проявлялось его убеждение в целостности теоретической физики как единой науки с едиными методами.



Первое время Лев Давидович сам принимал все экзамены по теорминимуму. В дальнейшем, когда число желающих стало слишком большим, эти обязанности были распределены также и между его ближайшими сотрудниками. Но первый экзамен, первое знакомство с каждым новым молодым человеком Лев Давидович всегда оставлял за собой. Встретиться с ним для этого мог всякий — достаточно было позвонить по телефону и выразить свое желание.

Конечно, не у всех, кто приступал к изучению теорминимума, хватало способностей и настойчивости для того, чтобы закончить его. Всего за время с 1934 по 1961 г. прошли до конца через это испытание 43 человека. Об эффективности такого отбора можно судить хотя бы по следующим формальным признакам: из числа этих лиц 7 уже стали членами Академии наук, а еще 16 — докторами наук.

Весной 1937 г. Лев Давидович переехал в Москву, где он стал заведующим теоретическим отделом Института физических проблем, неза-

долго до этого построенного для П. Л. Капицы. Здесь он оставался до конца своей жизни; в этом Институте, ставшим ему родным домом, его многообразная деятельность достигла полного расцвета. Здесь же, в замечательном взаимодействии с экспериментальными исследованиями, Лев Давидович создал то, что, может быть, является главным делом его научной жизни,— теорию квантовых жидкостей.

Здесь же к нему пришли многочисленные внешние проявления признания его заслуг. В 1946 г. он был избран действительным членом Академии наук СССР. Он был награжден рядом орденов (в том числе двумя орденами Ленина) и удостоен звания Героя Социалистического Труда — награды как за чисто научные достижения, так и за его вклад в выполнение практических государственных заданий. Трижды ему присуждалась Государственная премия, а в 1962 г.— Ленинская премия. Не было недостатка и в почетных наградах из других стран. Еще в 1951 г. он был избран членом Датской, а в 1956 — Нидерландской Академий наук. В 1959 г. он стал членом Британского физического общества, а в 1960 г.— иностранным членом Британского Королевского общества. В том же году он был избран в Национальную Академию наук США и Американскую Академию наук и искусств. В 1960 г. Льву Давидовичу была присуждена премия имени Ф. Лондона (США) и медаль имени Макса Планка (ФРГ). Наконец, в 1962 г. ему была присуждена Нобелевская премия по физике «за пионерские исследования в теории конденсированного состояния материи, в особенности жидкого гелия».

Научное влияние Льва Давидовича, конечно, далеко не ограничивалось его непосредственными учениками. Он был глубоко демократичен в научной жизни (как, впрочем, и в жизни вообще; ему всегда были полностью чужды напыщенность и чинопочитание). За советом и критикой,— которые были всегда четки и ясны,— к нему мог обратиться каждый, вне зависимости от своих научных заслуг и званий, при одном лишь условии: речь должна идти о настоящем деле, а не о том, чего он больше всего не любил в науке,— пустом умствовании, прикрытой наукообразными сложностями бессодержательности и безрезультатности. Его ум был остро критичен; это свойство вместе с глубоко физическим подходом к вопросам делало дискуссии с ним столь привлекательными и полезными.

В дискуссиях он бывал горяч и резок, но не груб; остроумен и ироничен, но не едок. Надпись, повешенная им на дверях своего кабинета в УФТИ, гласила:

Л. Ландау.
Осторожно — кусается!

С годами его характер и манеры становились несколько мягче, но его энтузиазм в науке, бескомпромиссная научная принципиальность оставались неизменными. И, во всяком случае, за его внешней резкостью всегда скрывалась научная беспристрастность, большое человеческое сердце и человеческая доброта. Насколько резкой и беспощадной была его критика, настолько же искренне было его желание содействовать своим советом чужому успеху и столь же горячо было его одобрение.

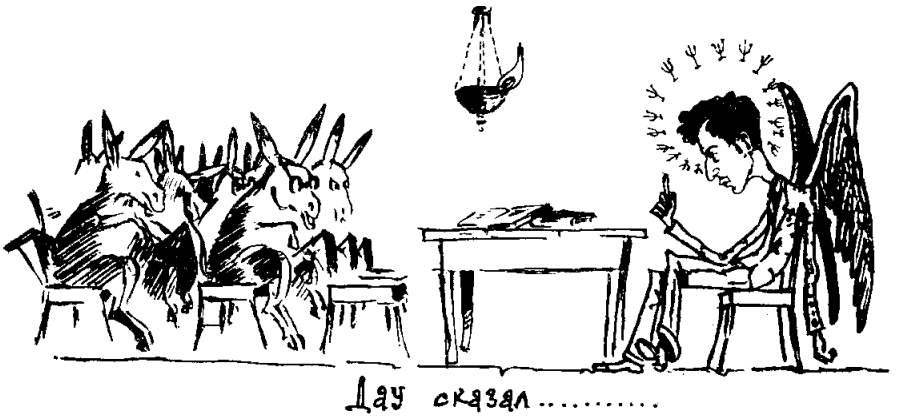
Эти черты научной личности и таланта Льва Давидовича фактически привели его к положению верховного научного судьи для его учеников и коллег *). Несомненно, что и эта сторона деятельности Льва Давидовича, его научный и моральный авторитет, оказывая сдерживающее влияние на скороспелые работы, в значительной степени определяли высокий уровень нашей теоретической физики.

---

*) Это положение символизировано в воспроизводимом здесь известном дружеском шарже А. А. Юзефовича «Дау сказал».

Постоянный научный контакт с множеством учеников и коллег был для Льва Давидовича также и источником знаний. Своеобразная черта его стиля работы состояла в том, что он уже с давнего времени — еще с харьковских лет — почти не читал сам научных статей или книг. Тем не менее он был всегда полностью в курсе всего нового в физике. Знание приходило к нему из многочисленных дискуссий, из докладов на руководимом им семинаре.

Этот семинар проводился регулярно, раз в неделю, в течение почти тридцати лет, а в последние годы его заседания приобрели характер



общемосковских собраний физиков-теоретиков. Докладывание на семинаре вменялось в святой долг всех учеников и сотрудников, и сам Лев Давидович с чрезвычайной серьезностью и тщательностью относился к отбору материала для докладов. Он интересовался и был равно компетентен во всем в физике, и участникам семинара часто было нелегко мгновенно переключаться вслед за ним от обсуждения, скажем, свойств «странных» частиц к обсуждению энергетического спектра электронов в кремнии. Для самого Льва Давидовича прослушивание докладов никогда не было формальностью: он не успокаивался до тех пор, пока существо работы не выяснялось полностью и в ней не отыскивались все следы «филологии»— бездоказательных утверждений или предположений, выдвигаемых по принципу: «почему бы не так». В результате такого обсуждения и критики многие работы объявлялись «патологией», и Лев Давидович терял к ним всякий интерес. С другой стороны, статьи, действительно содержащие новые идеи или результаты, зачислялись в так называемый «золотой фонд», и Л. Д. запоминал их навсегда.

Фактически ему было обычно достаточно знать лишь основную идею работы, для того чтобы воспроизвести все ее результаты. Как правило, ему было легче получить их своим собственным путем, чем следовать за деталями рассуждений автора. Таким образом, он воспроизвел для себя и глубоко продумал большинство основных результатов во всех областях теоретической физики *). Этому же была, вероятно, обязана и его феноменальная способность — давать ответ почти на всякий задаваемый ему физический вопрос.

---

*) Кстати, этим объясняется отсутствие некоторых нужных ссылок в статьях Л. Д., которое было обычно не намеренным актом. Впрочем, он мог в некоторых случаях опустить ссылку и намеренным образом, если считал соответствующий вопрос слишком тривиальным, — а у него были на этот счет свои, весьма высокие критерии.

Научному стилю Льва Давидовича была противна тенденция — к сожалению, довольно распространенная,— превращать простые вещи в сложные (часто аргументируемая общностью и строгостью, которые, однако, обычно оказываются иллюзорными). Сам он всегда стремился к обратному — сделать сложные вещи простыми, наиболее ясным образом выявить истинную простоту лежащих в основе явлений законов природы. Умение сделать это, «тривиализовать» вещи, как он сам говорил, составляло предмет его особой гордости.

Стремление к простоте и порядку было вообще свойственно всему складу ума Льва Давидовича. Оно проявлялось не только в серьезных, но и в полусерьезных, и даже в типичных для него чисто шуточных вещах *). Так, он любил классифицировать все: от женщин — по степени их красоты и до физиков-теоретиков — по степени значительности их вклада в науку. Эта последняя классификация производилась по пятибалльной системе в логарифмической шкале: так, подразумевалось, что физик второго класса сделал в 10 раз больше, чем физик третьего класса (в пятый же класс помещались «патологи»). В этой шкале Эйнштейн занимал половинный класс, а Бор, Гейзенберг, Шрёдингер, Дирак и некоторые другие относились к первому классу. Себя самого Лев Давидович долго относил скромно к двух с половинному классу и лишь сравнительно поздно перевел себя во второй класс.

Он работал всегда и много (никогда за столом, а обычно полулежа у себя на диване). Признание результатов своей работы в той или иной степени важно для всякого ученого; оно было существенно, конечно, и для Льва Давидовича. Но все же можно сказать, что он придавал вопросам приоритета много меньше значения, чем это бывает обычно. И во всяком случае, несомненно, что внутренним стимулом к работе было для него не стремление к славе, а неистощимое любопытство, неистощимая страсть к познанию законов природы в их больших и малых проявлениях. Никогда не следует работать ради посторонних целей, ради того, чтобы сделать великое открытие; так все равно ничего не получится — эту простую истину он никогда не упускал случая повторять.

Очень широк был и круг интересов Льва Давидовича вне физики. Помимо точных наук он очень любил — и хорошо знал — историю. Его горячо интересовали и глубоко впечатляли все виды искусства, за исключением, однако, музыки (а также и балета).

Те, кто имел счастье в течение многих лет быть среди его учеников и друзей, знали, что наш Дау, как его звали друзья и товарищи **), не старел. С ним никогда не было скучно. Яркость его личности не тускнела, а научная мощь не ослабевала. Тем нелепее и страшнее случай, прервавший в расцвете его блестящую деятельность.

* * *

Статьи Ландау, как правило, несут на себе все признаки свойственного ему научного стиля: ясность и четкость физической постановки вопросов, наиболее прямой и элегантный путь к их решению, ничего лишнего. Даже сейчас, спустя много лет, бо́льшая часть его статей не требовала бы никаких изменений.

Следующий ниже краткий обзор должен дать лишь некоторую ориентировку среди изобилия и разнообразия работ Льва Давидовича, а также

---

*) Характерно, однако, что эта черта не относилась к привычкам Л. Д., так сказать, в обыденной жизни. Здесь он отнюдь не был педантично аккуратен, и вокруг него довольно быстро создавалась «зона беспорядка».

**) Сам Л. Д. любил говорить, что это имя происходит от французского прочтения его фамилии: Landau = L'âne Dau (осел Дау).

несколько пояснить место, занимаемое этими работами в истории физики, которое может быть не всегда очевидно для современного читателя.

Характернейшей чертой научного творчества Ландау является его широта, почти беспрецендентная по своему диапазону; оно охватывает собой всю теоретическую физику, от гидродинамики до квантовой теории поля. В наш век все усиливающейся узкой специализации расходились постепенно и научные пути его учеников. Сам же Лев Давидович объединял их всех, всегда сохраняя поистине удивительную заинтересованность во всем. В его лице ушел из физики, возможно, один из последних великих универсалов.

Уже беглый взгляд на список работ Ландау покажет, что в его жизни нельзя выделить сколько-нибудь длительных периодов, в течение которых он работал лишь в какой-либо одной области физики. Поэтому и перечисление ряда его работ составлено не в хронологическом порядке, а, по возможности, по тематическому признаку. Начнем с работ, посвященных общим вопросам квантовой механики.

Сюда относится, прежде всего, несколько ранних работ Ландау. В связи с рассмотрением проблемы торможения излучением им было впервые введено понятие о неполном квантовомеханическом описании, осуществляемом с помощью величин, которые в дальнейшем получили название матрицы плотности [2]. В этой работе матрица плотности была введена в энергетическом представлении.

Две статьи [6, 7] посвящены вычислению вероятностей квазиклассических процессов. Трудность этого вопроса связана с тем, что ввиду экспоненциальности (с большой мнимой экспонентой) квазиклассических волновых функций подынтегральное выражение в матричных элементах оказывается быстроосциллирующей величиной, что сильно затрудняет даже оценку интеграла; фактически до работ Ландау все исследования подобных вопросов оказывались ошибочными. Ландау впервые дал общий метод вычисления квазиклассических матричных элементов, а также применил его к ряду конкретных процессов.

В 1930 г. Ландау (совместно с Р. Пайерлсом) опубликовал детальное исследование ограничений, вводимых в квантовомеханическое описание релятивистскими требованиями [5]; эта статья вызвала в свое время оживленные дискуссии. Ее основной результат состоит (помимо уточнения вопроса об индивидуальной неопределенности координаты) в установлении принципиальных границ возможности измерения импульса частицы за конечное время. Отсюда следовало, что в релятивистской квантовой области не могут быть измерены никакие динамические переменные, характеризующие частицы в их взаимодействии, и единственными измеримыми величинами оказываются импульсы (и поляризации) свободных частиц. В этом и лежит физический корень тех затруднений, которые возникают при переносе в релятивистскую область методов обычной квантовой механики, использующих понятия, теряющие здесь свой смысл. Ландау снова вернулся к этому вопросу в своей последней опубликованной статье [98], выразив в ней свое убеждение в том, что ψ-операторы как носители ненаблюдаемой информации, а с ними и весь гамильтонов метод должны будут исчезнуть из будущей теории.

Одним из оснований для этого убеждения послужили Льву Давидовичу результаты проведенных им в 1954—1955 гг. (совместно с А. А. Абрикосовым, И. М. Халатниковым и И. Я. Померанчуком) исследований основ квантовой электродинамики [76–79, 83]. Эти исследования исходили из представления о точечном взаимодействии как пределе «размазанного» взаимодействия при стремлении к нулю радиуса размазывания. Это позволило сразу иметь дело с конечными выражениями. Далее оказалось

возможным произвести суммирование основных членов всего ряда теории возмущений, и в результате были получены асимптотические (при больших импульсах) выражения для основных величин квантовой электродинамики — гриновских функций и вершинной части. Из этих выражений, в свою очередь, была найдена связь между истинными зарядом и массой электрона и их «затравочными» значениями. Хотя эти вычисления *были произведены в предположении малости «затравочного» заряда*, были высказаны аргументы в пользу того, что формула для связи истинного и «затравочного» зарядов сохраняет свою применимость и при любой величине последнего. Тогда исследование формулы показывает, что в пределе точечного взаимодействия истинный заряд обращается в нуль — теория «нуллифицируется» *). (Обзор относящихся сюда вопросов дан в статьях [82, 86].)

Только будущее сможет показать, насколько оправдается намеченная Ландау [98] программа построения релятивистской квантовой теории поля. Он сам усиленно работал в этом направлении в последние годы перед катастрофой. В этом плане, в частности, им был разработан общий метод для определения особенностей величин, фигурирующих в диаграммном методе квантовой теории поля [96].

На открытие в 1956 г. несохранения четности в слабых взаимодействиях Ландау сразу же откликнулся предложением теории нейтрино *с фиксированной спиральностью («двухкомпонентное» нейтрино)* [90] **), а также выдвинул принцип сохранения «комбинированной четности», как он назвал совместное применение пространственной инверсии и зарядового сопряжения. По мысли Ландау, тем самым должна была быть «спасена» симметрия пространства — асимметрия переносилась на сами частицы. Этот принцип действительно оказался имеющим более широкую применимость, чем закон сохранения четности. Как известно, однако, в последние годы были открыты также и процессы, не сохраняющие комбинированную четность; смысл этого нарушения в настоящее время еще неясен.

К ядерной физике относится опубликованная в 1937 г. работа Ландау [31]. Эта работа — количественное воплощение идей, выдвинутых незадолго до того Н. Бором. Здесь ядро рассматривается методами статистической физики как капля «квантовой жидкости». Замечательно, что при этом не было сделано никаких сколько-нибудь далеко идущих модельных *представлений, как это делалось до того в работах других авторов.* Была, в частности, впервые получена связь между средними расстояниями между уровнями составного ядра и их шириной.

Отсутствие модельных представлений характерно и для развитой Ландау (совместно с Я. А. Смородинским) теории рассеяния протонов на протонах. Сечение рассеяния было выражено при этом через параметры, смысл которых не связан какими-либо конкретными предположениями о потенциале взаимодействия частиц.

Пример технической виртуозности представляет работа (совместно с Ю. Б. Румером) по каскадной теории электронных ливней в космических лучах [36]; физические основания этой теории были сформулированы ранее рядом авторов, однако количественная теория по существу отсутствовала. В этой работе был создан математический аппарат, ставший

---

*) В связи с поисками более строгого доказательства этого утверждения в статье [98] содержится характерное для Л. Д. высказывание о том, что «ввиду краткости нашей жизни мы не можем позволить себе роскошь заниматься вопросами, не обещающими новых результатов».

**) Одновременно и независимо эта теория была предложена Саламом, а также Ли и Янгом.

основой всех последующих работ в этой области Сам Л Д. принял участие в дальнейшей разработке теории ливней еще двумя работами — об угловом распределении частиц [41] и о вторичных ливнях [42].

В неменьшей степени виртуозна работа Ландау, посвященная развитию идеи Ферми о статистическом характере множественного рождения частиц при столкновениях [72] *). Эта работа — также и блестящий пример методического единства теоретической физики, когда решение задачи осуществляется путем применения методов из, казалось бы, совершенно иной области Ландау показал, что процесс множественного рождения проходит через стадию расширения «облака», размеры которого велики по сравнению с длиной пробега частиц в нем; соответственно эта стадия должна описываться уравнениями релятивистской гидродинамики. Решение этих уравнений потребовало ряда остроумных приемов и глубокого анализа. Л Д говорил, что эта работа стоила ему больше труда, чем любая другая из решенных им задач

Лев Давидович всегда охотно откликался на запросы и нужды экспериментаторов Таково, в частности, происхождение его работы [54], в которой было найдено энергетическое распределение ионизационных потерь быстрых частиц при прохождении через вещество (до того существовала лишь теория средних потерь энергии)

Переходя к работам Ландау по макроскопической физике, начнем с нескольких статей, составляющих его вклад в физику магнетизма

Согласно классической механике и статистике, изменение характера движения свободных электронов в магнитном поле не может привести к появлению новых магнитных свойств системы. Ландау был первым, выяснившим характер движения в магнитном поле в квантовом случае и указавшим, что квантование полностью меняет ситуацию, приводя к появлению диамагнетизма газа свободных электронов («диамагнетизм Ландау», как теперь называют это явление) [4]. В этой же работе была качественно предсказана периодическая зависимость магнитной восприимчивости от величины магнитного поля при больших значениях его. В то время (1930 г) это явление еще никем не наблюдалось, и оно было открыто экспериментально лишь впоследствии (эффект де Гааза — ван Альфена); количественная теория этого эффекта была дана Ландау в более поздней работе [37]

Небольшая статья, опубликованная в 1933 г. [11], имеет значение, далеко выходящее за рамки поставленного в ее заглавии вопроса — о возможном объяснении зависимости магнитной восприимчивости определенного класса веществ от поля при низких температурах В ней впервые было введено понятие об антиферромагнетизме (хотя этот термин и не был применен) как особой фазе магнетика, отличающейся от парамагнитной фазы своей симметрией; соответственно этому переход между обоими состояниями должен происходить в строго определенной точке **) Конкретно в этой работе была рассмотрена модель слоистого антиферромагнетика с сильной ферромагнитной связью в каждом слое и слабой антиферромагнитной связью между слоями; для этого случая проведено количественное исследование и найдены характерные особенности магнитных свойств вблизи точки перехода Примененный при этом Ландау

*) Более подробное изложение и дальнейшая детализация этой работы даны в обзорной статье [85] (совместно с С З Беленьким)

**) Примерно за год до того в работе Нееля (которая была неизвестна Ландау) была предсказана возможность существования веществ, которые состоят в магнитном отношении из двух подрешеток с противоположными моментами. Неель, однако, не предполагал, что речь идет об особом состоянии вещества, а просто считал, что парамагнетик с положительным обменным интегралом при низких температурах постепенно переходит в структуру, состоящую из нескольких магнитных подрешеток

метод опирался на идеи, которые были в дальнейшем развиты им в общей теории фазовых переходов второго рода.

Еще одна работа относится к теории ферромагнетизма. Идея о структуре ферромагнитных тел, как состоящих из элементарных областей, спонтанно намагниченных в различных направлениях («магнитные домены» по современной терминологии), была высказана П. Вейссом еще в 1907 г. Однако не существовало подхода к вопросу о количественной теории этой структуры. В работе Ландау (совместно с Е. М. Лифшицем) [17] в 1936 г. было показано, что такая теория должна строиться на основании термодинамических соображений, и были определены для типичного случая форма и размеры доменов. В этой же работе было установлено макроскопическое уравнение движения вектора намагниченности доменов и с его помощью развиты основы теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнетиков в переменном магнитном поле; в частности, было предсказано явление, известное в настоящее время под названием ферромагнитного резонанса.

В опубликованной в 1933 г. небольшой заметке [9] была высказана идея о возможности «автолокализации» электрона в кристаллической решетке в потенциальной яме, возникающей в силу его собственного поляризационного действия. Эта идея в дальнейшем явилась основой для так называемой поляронной теории проводимости ионных кристаллов. Сам Ландау еще раз вернулся к этим вопросам в позднейшей работе (совместно с С. И. Пекаром) [65], посвященной установлению уравнений движения полярона во внешнем поле.

В другой маленькой заметке были сообщены результаты, полученные Ландау (совместно с Г. Плачеком) относительно структуры линии рэлеевского рассеяния в жидкостях или газах [13]. Еще в начале 20-х годов Бриллюэном и Мандельштамом было показано, что благодаря рассеянию на звуковых колебаниях эта линия должна расщепляться в дублет. Ландау и Плачек обратили внимание на необходимость существования еще и рассеяния на флуктуациях энтропии, не сопровождающегося никаким изменением частоты; в результате вместо дублета должен наблюдаться триплет *).

К физике плазмы относятся две работы Ландау. В одной из них было впервые получено кинетическое уравнение с учетом кулоновского взаимодействия между частицами [23]; медленность убывания этих сил делала неприменимыми в этом случае обычные способы составления кинетических уравнений. В другой работе, посвященной колебаниям плазмы [59], было показано, что даже в условиях, когда столкновениями между частицами в плазме можно пренебречь, колебания большой частоты будут все же затухать («затухание Ландау») **).

Работа над составлением одного из очередных томов Курса теоретической физики явилась для Льва Давидовича стимулом к глубокому изучению гидродинамики. Как всегда, он занялся самостоятельным продумыванием и выводом всех основных положений и результатов этой науки. Его свежий и оригинальный взгляд привел, в частности, к новому подходу к проблеме возникновения турбулентности; при этом он выяснил основные свойства процесса постепенного развития нестационарности при увеличении числа Рейнольдса после потери устойчивости ламинар-

*) Подробное изложение выводов и результатов этой работы так и не было опубликовано в виде статьи. Частично оно дано в книге «Электродинамика сплошных сред», § 96 (М., Физматгиз, 1959).

**) Интересно, что эта работа возникла как реакция Льва Давидовича на «филологию», содержавшуюся, по его мнению, в предыдущих работах на эту тему (например, безосновательную замену расходящихся интегралов их главными значениями). Чтобы доказать свою правоту, он и занялся сам этим вопросом.

ным движением и предсказал качественно различные варианты, которые могут здесь иметь место [50]. Исследуя качественные свойства сверхзвукового обтекания тел, Лев Давидович пришел к неожиданному результату, что вдали от тела должна существовать не одна, как это обычно считалось, а две следующие друг за другом ударные волны [58]. Даже в таком «классическом» вопросе, как теория струй, ему удалось найти новое, не замеченное до него, точное решение для осесимметричной «затопленной» струи вязкой несжимаемой жидкости [49].

Выдающееся положение в научном творчестве Ландау — как по непосредственному значению, так и по объему вызванных ею к жизни применений — занимает теория фазовых переходов второго рода [28, 29]; первый набросок лежащих в ее основе идей содержится уже в заметке [16] *). Понятие о фазовых переходах различного порядка было впервые введено Эренфестом чисто формальным образом — в зависимости от порядка термодинамических производных, которые могли бы испытывать скачок в точке перехода. Вопросы же о том, какие именно из этих переходов могут в действительности существовать и в чем заключается их физическая природа, оставались открытыми; по этому поводу в литературе высказывались лишь довольно смутные и необоснованные предположения. Ландау впервые указал на глубокую связь между возможностью существования непрерывного (в смысле изменения состояния тела) фазового перехода и скачкообразным изменением какого-либо свойства симметрии тела в точке перехода. Он показал также, что в точке такого перехода возможно далеко не всякое изменение симметрии, и дал метод, позволяющий определить допустимые типы изменения симметрии. Развитая Ландау количественная теория была основана на предположении о регулярности разложения термодинамических величин вблизи точки перехода. В настоящее время ясно, что такая теория, не учитывающая возможной особенности этих величин в точке перехода, не отражает всех свойств фазового перехода. Вопрос о характере этой особенности очень интересовал Ландау, и в последние годы своей деятельности он много работал над этой трудной проблемой, не успев, однако, прийти к каким-либо определенным результатам.

В духе идей теории фазовых переходов построена также и созданная в 1950 г. Ландау (совместно с В. Л. Гинзбургом) феноменологическая теория сверхпроводимости [71]; она явилась в дальнейшем, в частности, основой для теории сверхпроводящих сплавов. В этой теории фигурирует ряд величин и параметров, смысл которых в момент ее создания был не вполне ясен и стал понятным лишь после появления в 1957 г. микроскопической теории сверхпроводимости, позволившей дать строгое обоснование уравнений Гинзбурга — Ландау и установить область их применимости. В этой связи поучительна история (рассказанная В. Л. Гинзбургом **)) одного ошибочного утверждения, содержавшегося в их оригинальной статье. Основное уравнение теории, определяющее эффективную волновую функцию сверхпроводящих электронов Ψ, содержит векторный потенциал поля $\mathbf{A}$ в члене вида

$$\frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)\Psi,$$

вполне аналогичном соответствующему члену в уравнении Шрёдингера. Можно было бы думать, что в феноменологической теории параметр e^*

*) Самому Ландау принадлежит применение этой теории к рассеянию рентгеновских лучей кристаллами [32] и — совместно с И. М. Халатниковым — к поглощению звука [80] вблизи точки перехода.

**) См. УФН 94 (1), 181 (1968).

должен представлять собой некоторый эффективный заряд, не обязанный находиться в прямой связи с зарядом свободного электрона e. Ландау, однако, отверг эту мысль, указав, что эффективный заряд не универсален и должен был бы зависеть от различных факторов (давления, состава образца и т. п.); тогда в неоднородном образце e^* было бы функцией координат, а это нарушило бы градиентную инвариантность теории. Поэтому в статье было сказано, что заряд e^* «...нет оснований считать отличным от заряда электрона». Мы знаем теперь, что в действительности e^* совпадает с зарядом куперовской пары электронов, т. е. $e^* = 2e$, а не e. Это значение можно было предвидеть, разумеется, лишь на основании *идеи о спаривании электронов, лежащей в основе микроскопической* теории сверхпроводимости. Но значение $2e$ также универсально, как и e, так что выдвинутый Ландау аргумент сам по себе был правилен.

Другой вклад Ландау в физику сверхпроводимости состоит в выяснении природы так называемого промежуточного состояния. Понятие об этом состоянии было впервые введено Пайерлсом и Ф. Лондоном (1936 г.) для описания наблюдавшегося факта постепенности сверхпроводящего перехода в магнитном поле. Их теория, однако, имела чисто феноменологический характер, и вопрос о природе промежуточного состояния оставался открытым. Ландау показал, что это состояние *не является каким-либо новым, а в действительности сверхпроводник* в нем состоит из последовательных тонких слоев нормальной и сверхпроводящих фаз. В 1937 г. [30] Ландау рассмотрел модель, в которой эти слои выходят на поверхность образца; изящным и остроумным методом ему удалось полностью определить форму и размеры слоев в такой модели *). В 1938 г. он предложил новый вариант теории, согласно которому при выходе к поверхности слои подвергаются многократному разветвлению; такая структура должна стать термодинамически более выгодной при достаточно больших размерах образца **).

Но наиболее значительный вклад, которым физика обязана Ландау,— *это создание им теории квантовых жидкостей. Значение этой* новой области в настоящее время все более возрастает; несомненно, что ее развитие за последние десятилетия оказало революционизирующее влияние и на другие области физики — физику твердого тела и даже на физику ядра.

Теория сверхтекучести была создана Ландау в 1940—1941 гг., вскоре после открытия в конце 1937 г. П. Л. Капицей этого основного свойства гелия-II. До этого предпосылки для понимания физической природы наблюдавшегося в жидком гелии фазового перехода по существу отсутствовали, и не удивительно, что по этому поводу высказывались взгляды, *которые в настоящее время могли бы даже показаться наивными* ***). Замечательна та полнота, с которой теория гелия-II была создана с самого начала: уже в первой классической статье Ландау [44] содержатся почти все основные идеи как микроскопической теории гелия-II, так и построенной на ее основе макроскопической теории — термодинамики и гидродинамики этой жидкости (последней посвящена также статья [51]).

В основе теории Ландау лежит представление о квазичастицах (элементарных возбуждениях), составляющих энергетический спектр гелия-II. Именно Ландау впервые поставил вопрос об энергетическом спектре

---

*) Сам Л. Д. писал по этому поводу, что «удивительным образом оказывается возможным точное определение формы слоев» [30].

**) Подробное изложение этой работы опубликовано в 1943 г. [47].

***) Так, сам Ландау в своей работе по теории фазовых переходов [29] высказал предположение *о том, не является ли гелий-II жидким кристаллом*, хотя и подчеркивал сомнительность такого представления.

макроскопического тела в таком наиболее общем виде, и он же нашел характер спектра для квантовой жидкости того типа, к которому относится жидкий гелий (изотоп He^4),— как теперь говорят, бозевского типа. В работе 1941 г. Ландау предполагал, что спектр элементарных возбуждений состоит из двух ветвей: фононов — с линейной зависимостью энергии ε от импульса $\mathbf{p}$ и «ротонов»— с квадратичной зависимостью, отделенной от основного состояния энергетической щелью. Впоследствии Ландау нашел, что такой вид спектра не удовлетворителен с теоретической точки зрения (так как был бы неустойчив), а тщательный анализ появившихся к тому времени более полных и точных экспериментальных данных привел его в 1946 г. к установлению знаменитого спектра, содержащего всего одну ветвь, в которой «ротонам» отвечает минимум на кривой $\varepsilon(\mathbf{p})$. Макроскопические представления теории сверхтекучести широко известны. В своей основе они сводятся к представлению о двух одновременно происходящих в жидкости движениях —«нормальном» и «сверхтекучем», которые можно, для наглядности, рассматривать как движения двух «компонент жидкости» *). Нормальное движение сопровождается, как и у обычных жидкостей, внутренним трением. Определение коэффициента вязкости представляет собой кинетическую проблему, требующую анализа процессов установления равновесия в «газе квазичастиц»; основы теории вязкости гелия-II были развиты Ландау (совместно с И. М. Халатниковым) в 1949 г. [67, 68]. Наконец, еще в одной работе (совместно с И. Я. Померанчуком) рассмотрен вопрос о поведении посторонних атомов в гелии [62]; было показано, в частности, что всякий такой атом войдет в состав «нормальной компоненты» жидкости вне зависимости от того, обнаружило бы само по себе вещество примеси свойство сверхтекучести, — в противоположность высказывавшемуся до того в литературе неправильному взгляду.

Жидкий изотоп He^3 представляет собой квантовую жидкость другого типа,— как теперь говорят, фермиевского. Хотя ее свойства не так эффектны, как свойства жидкого He^4, с принципиальной теоретической точки зрения они не менее интересны. Теория таких жидкостей была создана Ландау и изложена им в трех статьях, опубликованных в 1956—1958 гг. В двух первых работах [87, 88] был установлен характер энергетического спектра ферми-жидкости, рассмотрены ее термодинамические свойства и установлено кинетическое уравнение для релаксационных процессов в ней. Исследование кинетического уравнения привело Ландау к предсказанию особого типа колебательного процесса в жидком He^3 вблизи абсолютного нуля, который был назван им нулевым звуком. В третьей работе [93] кинетическое уравнение, вывод которого содержал в себе ранее ряд интуитивных предположений, получило строгое микроскопическое обоснование.

Заканчивая этот краткий и далеко не полный обзор, остается лишь повторить, что для физиков нет необходимости в подчеркивании значения вклада Льва Давидовича Ландау в теоретическую физику. Сделанное им имеет непреходящее значение и останется в науке навсегда.

Институт физических проблем
АН СССР

---

*) Некоторые идеи «двухкомпонентного» макроскопического описания жидкого гелия (хотя и без ясной их физической интерпретации) были введены, независимо от Ландау, Л. Тиссой. Его подробная статья, опубликованная во Франции в 1940 г., в силу условий военного времени была получена в СССР лишь в 1943 г., а небольшая заметка 1938 г. в «Докладах Парижской академии» осталась, к сожалению, незамеченной. Критика количественной стороны теории Тиссы дана Ландау в статье [64].

СПИСОК РАБОТ Л. Д. ЛАНДАУ

1. К теории спектров двухатомных молекул, Zs. Phys. **10**, 621 (1926).
2. Проблема затухания в волновой механике, Zs. Phys. **45**, 430 (1927).
3. Квантовая электродинамика в конфигурационном пространстве (совместно с Р. Пайерлсом), Zs. Phys. **62**, 188 (1930).
4. Диамагнетизм металлов, Zs. Phys. **64**, 629 (1930).
5. Распространение принципа неопределенности на релятивистскую квантовую теорию (совместно с Р. Пайерлсом), Zs. Phys. **69**, 56 (1931).
6. К теории передачи энергии при столкновениях. I, Phys. Zs. Sowjetunion **1**, 88 (1932).
7. К теории передачи энергии при столкновениях. II, Phys. Zs. Sowjetunion **2**, 46 (1932).
8. К теории звезд, Phys. Zs. Sowjetunion **1**, 285 (1932).
9. О движении электронов в кристаллической решетке, Phys. Zs. Sowjetunion **3**, 664 (1933).
10. Второй закон термодинамики и Вселенная (совместно с М. Бронштейном), Phys. Zs. Sowjetunion **4**, 114 (1933).
11. Возможное объяснение зависимости восприимчивости от поля при низких температурах, Phys. Zs. Sowjetunion **4**, 675 (1933).
12. Внутренняя температура звезд (совместно с Г. Гамовым), Nature **132**, 567 (1933).
13. Структура несмещенной линии рассеяния (совместно с Г. Плачеком), Phys. Zs. Sowjetunion **5**, 172 (1934).
14. К теории торможения быстрых электронов излучением, Phys. Zs. Sowjetunion **5**, 761 (1934).
15. Об образовании электронов и позитронов при столкновении двух частиц (совместно с Е. М. Лифшицем), Phys. Zs. Sowjetunion **5**, 244 (1934).
16. К теории аномалий теплоемкости, Phys. Zs. Sowjetunion **8**, 113 (1935).
17. К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел (совместно с Е. М. Лифшицем), Phys. Zs. Sowjetunion **8**, 153 (1935).
18. О релятивистских поправках к уравнению Шрёдингера в задаче многих тел, Phys. Zs. Sowjetunion **8**, 487 (1935).
19. К теории коэффициента аккомодации, Phys. Zs. Sowjetunion **8**, 489 (1935).
20. К теории фотоэлектродвижущей силы в полупроводниках (совместно с Е. М. Лифшицем), Phys. Zs. Sowjetunion **9**, 477 (1936).
21. К теории дисперсии звука (совместно с Э. Теллером), Phys. Zs. Sowjetunion **10**, 34 (1936).
22. К теории мономолекулярных реакций, Phys. Zs. Sowjetunion **10**, 67 (1936).
23. Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия, ЖЭТФ **7**, 203 (1937).
24. О свойствах металлов при очень низких температурах (совместно с И. Померанчуком), ЖЭТФ **7**, 379 (1937).
25. Рассеяние света на свете (совместно с А. Ахиезером и И. Померанчуком), Nature **138**, 206 (1936).
26. Об источниках звездной энергии, ДАН СССР **17**, 301 (1937).
27. О поглощении звука в твердых телах (совместно с Ю. Б. Румером), Phys. Zs. Sowjetunion **11**, 18 (1937).
28. К теории фазовых переходов. I, ЖЭТФ **7**, 19 (1937).
29. К теории фазовых переходов. II, ЖЭТФ **7**, 627 (1937).
30. К теории сверхпроводимости, ЖЭТФ **7**, 371 (1937).
31. К статистической теории ядер, ЖЭТФ **7**, 819 (1937).
32. Рассеяние рентгеновых лучей кристаллами вблизи точки Кюри, ЖЭТФ **7**, 1232 (1937).
33. Рассеяние рентгеновых лучей кристаллами с переменной структурой, ЖЭТФ **7**, 1227 (1937).
34. Образование ливней тяжелыми частицами (совместно с Ю. Б. Румером), Nature **140**, 682 (1937).
35. Стабильность неона и углерода по отношению к α-распаду, Phys. Rev. **52**, 1251 (1937).
36. Каскадная теория электронных ливней (совместно с Ю. Б. Румером), Proc. Roy. Soc. **A 166**, 213 (1938).
37. Об эффекте де Гааза — ван Альфена, Proc. Roy. Soc. **A170**, 363 (1939).
38. О поляризации электронов при рассеянии, ДАН СССР **26**, 436 (1940).
39. О «радиусе» элементарных частиц, ЖЭТФ **10**, 718 (1940).
40. О рассеянии мезотронов «ядерными силами», ЖЭТФ **10**, 721 (1940).
41. Угловое распределение частиц в ливнях, ЖЭТФ **10**, 1007 (1940).
42. К теории вторичных ливней, ЖЭТФ **11**, 32 (1941).
43. О рассеянии света мезотронами (совместно с Я. А. Смородинским), ЖЭТФ **11**, 35 (1941).

44. Теория сверхтекучести гелия-II, ЖЭТФ **11**, 592 (1941).
45. Теория устойчивости сильно заряженных лиофобных золей и слипания сильно заряженных частиц в растворах электролитов (совместно с Б. В. Дерягиным), ЖЭТФ **11**, 802 (1941); **15**, 663 (1945).
46. Увлечение жидкости движущейся пластинкой (совместно с В. Г. Левичем), Acta Phys.-chem. **17**, 42 (1942).
47. К теории промежуточного состояния сверхпроводников, ЖЭТФ **13**, 377 (1943).
48. О соотношении между жидким и газообразным состоянием у металлов (совместно с Я. Б. Зельдовичем), ЖЭТФ **14**, 32 (1944).
49. Об одном новом точном решении уравнений Навье — Стокса, ДАН СССР **43**, 299 (1944).
50. К проблеме турбулентности, ДАН СССР **44**, 339 (1944).
51. К гидродинамике гелия-II, ЖЭТФ **14**, 112 (1944).
52. К теории медленного горения, ЖЭТФ **14**, 240 (1944).
53. Рассеяние протонов протонами (совместно с Я. А. Смородинским), ЖЭТФ **14**, 269 (1944).
54. О потерях энергии быстрыми частицами на ионизацию, J. Phys. USSR **8**, 201 (1944).
55. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ (совместно с К. П. Станюковичем), ДАН СССР **46**, 399 (1945).
56. Определение скорости истечения продуктов детонации некоторых газовых смесей (совместно с К. П. Станюковичем), ДАН СССР **47**, 205 (1945).
57. Определение скорости истечения продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ (совместно с К. П. Станюковичем), ДАН СССР **47**, 273 (1945).
58. Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения, Прикл. матем. и мех. **9**, 286 (1945).
59. О колебаниях электронной плазмы, ЖЭТФ **16**, 574 (1946).
60. О термодинамике фотолюминесценции, J. Phys. USSR **10**, 503 (1946).
61. К теории сверхтекучести гелия-II, J. Phys. USSR **11**, 91 (1946).
62. О движении посторонних частиц в гелии-II (совместно с И. Я. Померанчуком), ДАН СССР **59**, 669 (1948).
63. О моменте системы из двух фотонов, ДАН СССР **60**, 207 (1948).
64. К теории сверхтекучести, ДАН СССР **61**, 253 (1948).
65. Эффективная масса полярона (совместно с С. И. Пекаром), ЖЭТФ **18**, 419 (1948).
66. Расщепление дейтрона при столкновениях с тяжелыми ядрами (совместно с Е. М. Лифшицем), ЖЭТФ **8**, 750 (1948).
67. Теория вязкости гелия-II. 1. Столкновения элементарных возбуждений в гелии II (совместно с И. М. Халатниковым), ЖЭТФ **19**, 637 (1949).
68. Теория вязкости гелия-II. 2. Вычисление коэффициента вязкости (совместно с И. М. Халатниковым), ЖЭТФ **19**, 709 (1949).
69. О взаимодействии между электроном и позитроном (совместно с В. Б. Берестецким), ЖЭТФ **19**, 673 (1949).
70. О равновесной форме кристаллов, в «Сборнике, посвященном семидесятилетию академика А. Ф. Иоффе», М., АН СССР, 1950, стр. 44.
71. К теории сверхпроводимости (совместно с В. Л. Гинзбургом), ЖЭТФ **20**, 1064 (1950).
72. О множественном образовании частиц при столкновениях быстрых частиц, Изв. АН СССР, сер. физ., **17**, 51 (1953).
73. Пределы применимости теории тормозного излучения электронов и образования пар при больших энергиях (совместно с И. Я. Померанчуком), ДАН СССР **92**, 535 (1953).
74. Электронно-лавинные процессы при сверхвысоких энергиях (совместно с И. Я. Померанчуком), ДАН СССР **92**, 735 (1953).
75. Излучение γ-квантов при столкновении быстрых π-мезонов с нуклонами (совместно с И. Я. Померанчуком), ЖЭТФ **24**, 506 (1953).
76. Об устранении бесконечностей в квантовой электродинамике (совместно с А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым), ДАН СССР **95**, 497 (1954).
77. Асимптотическое выражение для гриновской функции электрона в квантовой электродинамике (совместно с А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым), ДАН СССР **95**, 773 (1954).
78. Асимптотическое выражение для гриновской функции фотона в квантовой электродинамике (совместно с А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым), ДАН СССР **95**, 1177 (1954).
79. Масса электрона в квантовой электродинамике (совместно с А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым), ДАН СССР **96**, 261 (1954).
80. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода (совместно с И. М. Халатниковым), ДАН СССР **96**, 469 (1954).
81. Исследование особенностей течения при помощи уравнения Эйлера — Трикоми (совместно с Е. М. Лифшицем), ДАН СССР **96**, 725 (1954).

82. О квантовой теории поля, в сб. «Нильс Бор и развитие физики», М., ИЛ, 1955.
83. О точечном взаимодействии в квантовой электродинамике (совместно с И. Я. Померанчуком), ДАН СССР **102**, 489 (1955).
84. Градиентные преобразования функций Грина заряженных частиц (совместно с И. М. Халатниковым), ЖЭТФ **29**, 89 (1955).
85. Гидродинамическая теория множественного образования частиц (совместно с С. З. Беленьким) УФН **56**, 309 (1955).
86. О квантовой теории поля (совместно с А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым), Nuovo Cimento Suppl. **3**, 80 (1956).
87. Теория ферми-жидкости, ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).
88. Колебания ферми-жидкости, ЖЭТФ **32**, 59 (1957).
89. О законах сохранения при слабых взаимодействиях, ЖЭТФ **32**, 405 (1957).
90. Об одной возможности для поляризационных свойств нейтрино, ЖЭТФ **32**, 407 (1957).
91. О гидродинамических флуктуациях (совместно с Е. М. Лифшицем), ЖЭТФ **32**, 618 (1957).
92. Свойства гриновской функции частиц в статистике, ЖЭТФ **34**, 262 (1958).
93. К теории ферми-жидкости, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
94. О возможности формулировки теории сильно взаимодействующих фермионов (совместно с А. А. Абрикосовым, А. Д. Галаниным, Л. П. Горьковым, И. Я. Померанчуком и К. А. Тер-Мартиросяном), Phys. Rev. **111**, 321 (1958).
95. Численные методы интегрирования уравнений в частных производных методом сеток (совместно с Н. Н. Мейманом и И. М. Халатниковым), в кн. «Труды III Всесоюзного математического съезда, Москва, июнь — июль 1956 г.», т. 3, Обзорные доклады, М., АН СССР, 1958, стр. 92.
96. Об аналитических свойствах вершинных частей в квантовой теории поля, ЖЭТФ **37**, 62 (1959).
97. Малые энергии связи в квантовой теории поля, ЖЭТФ **39**, 1856 (1960).
98. Фундаментальные проблемы, в «Сборнике в память В. Паули», Interscience, 1960.