1968 г. Сентябрь *Том 96, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ПОЛЮСЫ РЕДЖЕ *)

Л. Омнес

I. НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ

1. Введение

Рассмотрим прежде всего вопрос о том, как можно определить парциальную амплитуду рассеяния двух нерелятивистских частиц в случае комплексного углового момента. На первый взгляд, этот вопрос носит абсолютно академический характер. И действительно, он был рассмотрен Редже по чисто техническим причинам, так как являлся удобным промежуточным этапом на пути решения другой проблемы (доказательства двойных дисперсионных соотношений для нерелятивистского случая). Совершенно неожиданно полученные им результаты оказались весьма интересными [1].

Редже показал, что парциальная амплитуда $a_l(k^2)$ является аналитической функцией в плоскости комплексного углового момента l, особенностями которой могут быть только полюсы, называемые теперь полюсами Редже. Их положение зависит от энергии $E = k^2/2m$, так что оно является функцией k^2. Функция $l(k^2)$ принимает физические значения, т. е. становится равной нулю или положительному целому числу, когда E является энергией связанного состояния двух сталкивающихся частиц или комплексной энергией возникающего при их взаимодействии резонанса. Каждая функция $l(k^2)$, которая может принимать последовательно значения $l = 0, 1, 2, \ldots$, соответствует ряду таких связанных состояний и резонансов. Поэтому последние можно классифицировать по принадлежности к определенному полюсу. Эта классификация представляет собой обобщение описания стационарных состояний атома водорода с помощью главного квантового числа. Она может оказаться полезной для систематики возрастающего числа фундаментальных частиц, если сохранит смысл вплоть до достаточно высоких энергий.

Другое важное свойство полюсов Редже состоит в том, что они определяют асимптотическое поведение амплитуды рассеяния $f(k^2, \cos\vartheta)$, когда косинус угла рассеяния ϑ неограниченно возрастает. Это свойство полюсов Редже также носит чисто академический характер. Однако в релятивистском случае большая величина $\cos\vartheta$ при рассеянии двух частиц эквивалентна высокой энергии взаимодействия для другой реакции. На этом вопросе мы остановимся в гл. III. Таким образом, полюсы Редже могут явиться основой теории взаимодействия элементарных частиц при очень высокой энергии. Этого достаточно для того, чтобы оправдать необходимость рассмотрения комплексной плоскости углового момента.

---

*) L. Omnès, The Regge Poles, Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966). Перевод И. И. Ройзена.

2. Уравнение Шрёдингера в случае комплексного углового момента

Прежде всего напомним некоторые основные свойства парциальной амплитуды рассеяния. Радиальная часть волновой функции двух нерелятивистских частиц в состоянии с угловым моментом l удовлетворяет следующему уравнению Шрёдингера:

$$\frac{d^2y}{dr^2}+\left[k^2-\frac{l(l+1)}{r^2}-U(r)\right]y=0, \tag{1,1}$$

где $k^2 = 2mE$, E — энергия системы, m — приведенное значение массы и $U(r) = 2mV(r)$. *Для простоты мы рассматриваем пока бесспиновые* частицы. Потенциалы $V(r)$, которые могут описывать взаимодействие между элементарными частицами, несомненно, представляют собой суперпозицию потенциалов Юкавы. Поэтому они могут быть представлены в виде

$$V(r)=\int_{\mu_0}^{\infty}\frac{e^{-\mu r}}{r}g(\mu)\,d\mu, \tag{1,2}$$

который является обобщением потенциала Юкавы

$$V_{Ю}(r)=g\frac{e^{-\mu r}}{r}, \tag{1,3}$$

описывающего взаимодействие между двумя нуклонами посредством обмена мезоном массы μ. Выражение (1,2) было получено как на основе квантовой теории поля, так и при использовании метода S-матрицы [2].

В области малых значений r можно в квадратных скобках уравнения (1,1) оставить только центробежный член, после чего оно сводится к уравнению

$$\frac{\partial^2y}{dr^2}-\frac{l(l+1)}{r^2}y=0, \tag{1,4}$$

которое имеет два очевидных решения:

$$y=r^{l+1} \quad \text{и} \quad y=r^{-l}. \tag{1,5}$$

Поскольку физическое решение уравнения (1,1) должно быть конечным, его нужно выбрать так, чтобы выполнялось граничное условие

$$\lim_{r\to 0} r^{-(l+1)}y(r)=1. \tag{1,6}$$

Уравнение Шрёдингера (1,1) вместе с граничным условием (1,6) определяет волновую функцию $\Phi(l, k^2, r)$ единственным образом. Сейчас мы рассмотрим связь, которая существует между парциальной амплитудой рассеяния и асимптотическим поведением волновой функции при больших значениях r. Когда $r\to\infty$, в квадратных скобках уравнения (1,1) можно пренебречь как потенциалом, так и центробежным членом. Тогда оно сводится к уравнению

$$\frac{d^2y}{dr^2}+k^2y=0. \tag{1,7}$$

Любое решение уравнения (1,7), и, в частности, $\Phi(l, k^2, r)$, может быть представлено в виде суммы двух экспонент:

$$\Phi(l, k^2, r)_{r\to\infty}\sim\Phi^-(l, k^2)\,e^{ikr}+\Phi^+(l, k^2)\,e^{-ikr}. \tag{1,8}$$

Сравнивая формулу (1,8) с известным выражением для асимптотического поведения волновой функции через сдвиг фазы

$$\Phi(l,\ k^2,\ r)_{r\to\infty} \sim \text{const}\cdot\sin\left[kr+\delta_l+\frac{l\pi}{2}\right], \tag{1,9}$$

можно найти соотношение между двумя коэффициентами $\Phi^{\pm}(l,\ k^2)$ в уравнении (1,8) и сдвигом фазы. Оно имеет вид

$$S(l,\ k^2)=e^{2i\delta_l(k^2)}=(-1)^{l+1}\frac{\Phi^-(l,\ k^2)}{\Phi^+(l,\ k^2)}. \tag{1,10}$$

Парциальная амплитуда рассеяния определяется выражением

$$a_l(k^2)=\frac{S(l,\ k^2)-1}{2ik}=\frac{\Phi^+(l,\ k^2)+(-1)^l\,\Phi^-(l,\ k^2)}{2ik\Phi^+(l,\ k^2)}. \tag{1,11}$$

Что изменится в этих результатах, если величина l станет комплексной? По существу, ничего. Уравнение Шрёдингера (1,1) совместно с граничными условиями (1,6) по-прежнему будет определять функцию $\Phi(l,\ k^2,\ r)$. Более того, так как в оба уравнения (1,1) и (1,6) зависимость от параметра l входит аналитическим образом, волновая функция представляет собой аналитическую функцию l при всех значениях r (это утверждение составляет содержание теоремы Пуанкаре). Коэффициенты $\Phi^{\pm}(l,\ k^2)$ хорошо определяются выражением (1,8) и аналитичны, как функции k^2.

Изменению подвергается только уравнение (1,10). Во-первых, сдвиг фазы $\delta_l(k^2)$ в общем случае теперь не является вещественным. Однако он остается вещественным при вещественных значениях l. Это обусловлено тем, что в этом случае волновая функция вещественна, так что согласно выражению (1,8) коэффициенты $\Phi^+(l,\ k^2)$ и $\Phi^-(l,\ k^2)$ являются комплексно-сопряженными. Поэтому, как следует из уравнения (1,10), сдвиг фазы также является вещественной величиной.

Значительно более существенные изменения связаны с тем, что функция $S(l,\ k^2)$ имеет полюсы в тех точках, где $\Phi^+(l,\ k^2)$ обращается в нуль. Положение этих полюсов $l=\alpha(k^2)$ определяется из уравнения

$$\Phi^+(l,\ k^2)=0. \tag{1,12}$$

Существует бесконечное множество таких полюсов. Их положение зависит от k^2. Все вместе они приводят к появлению у аналитической функции точек ветвления [3]. До тех пор, пока положения двух полюсов не совпадают, мы можем сопоставить каждому полюсу одну аналитическую функцию $l=\alpha_m(k^2)$. Функции $\alpha_m(k^2)$ при вещественных значениях k^2 были названы траекториями Редже.

Рассмотрим некоторые свойства траектории Редже, когда k^2 изменяется от $-\infty$ до $-\infty$. При этом будем предполагать, что рассматриваемая траектория не пересекается с другими траекториями при вещественных значениях k^2. Пока энергия отрицательна, величина k является чисто мнимой. Отсюда согласно формуле (1,8) следует, что функция $\Phi^+(l,\ k^2)$ вещественна. Это значит, что уравнение (1,12) имеет либо вещественные, либо комплексно-сопряженные решения. В наиболее интересных случаях $l=\alpha(k^2)$ является вещественной функцией. Когда величина k^2 становится положительной, у функции $\Phi^+(l,\ k^2)$ появляется мнимая часть; следовательно, мнимая часть возникает и у функции $\alpha(k^2)$. Ее можно представить в виде (при $k^2>0$)

$$\alpha(k^2)=\alpha_R(k^2)+i\alpha_I(k^2). \tag{1,13}$$

Величина $\alpha_R(k^2)$ может принимать физические значения, т. е. становиться равной целому числу. Если это происходит при отрицательном значении

$k^2 = -K^2$, то $\Phi^+(l, k^2) = 0$ при $k = iK$, т. е. согласно выражению (1,8)

$$\Phi(l, k^2, r)_{r\to\infty} \sim \Phi^-(l, k^2)\, e^{-Kr}. \tag{1,14}$$

Из формулы (1,14) видно, что волновая функция $\Phi(l, k^2, r)$ квадратично интегрируема, так что при энергии $E = -K^2/2m$, когда траектория Редже проходит через физическую точку l, существует связанное состояние. Если $\alpha_R(k^2)$ проходит через физическую точку l при $k^2 = k_0^2$ и если функция $\alpha_I(k_0^2)$ не очень велика, то, вообще говоря, вблизи точки $k^2 = k_0^2$ должна существовать точка $k^2 = k_1^2$ $(k_1 = k_{1R} + ik_{1I})$, в которой $\alpha(k_1^2) = 0$. Возвращаясь снова к формуле (1,8), видим, что в точке $k^2 = k_1^2$ волновая функция имеет следующий вид:

$$\Phi(l, k^2, r)_{r\to\infty} \sim \Phi^-(l, k^2)\, e^{ik_{1R}r - k_{1I}r}, \tag{1,15}$$

т. е. представляет собой расходящуюся волну, которая, как было показано Капуром и Пайерлсом, соответствует резонансу при энергии $(k_{1R}^2 - k_{1I}^2)/2m$ с шириной $k_{1R}k_{1I}/m$ [4].

На одной траектории Редже может лежать несколько таких связанных состояний и резонансов. Они образуют семейство с одинаковыми внутренними квантовыми числами (странностью, изоспином, зарядом, зарядовой четностью). Смысл разбиения на такие семейства лучше всего можно проиллюстрировать на примере кулоновского потенциала, когда на каждой траектории имеется бесконечное число связанных состояний, которые характеризуются общим главным квантовым числом (т. е. числом нулей радиальной части волновой функции) и разными значениями l.

3. Асимптотическое поведение при $\cos\vartheta \to \infty$

Теперь мы покажем, как полюсы Редже определяют асимптотическое поведение полной амплитуды рассеяния, когда косинус угла рассеяния ϑ неограниченно возрастает. Начнем с обычного выражения амплитуды рассеяния через парциальные волны:

$$f(k^2, \cos\vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\, a_l(k^2)\, P_l(\cos\vartheta). \tag{1,16}$$

Чтобы легче было понять, когда идет речь о физических значениях углового момента и когда о комплексных значениях, будем первые обозначать буквой l, а вторые буквой λ.

Рассмотрим функцию $(\sin\pi\lambda)^{-1}$, которая имеет бесконечное число полюсов при значениях

$$\lambda = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm l.$$

Вычеты в этих полюсах равны соответственно π^{-1}, $-\pi^{-1}$, $+\pi^{-1}$, ..., $(-1)^l \pi^{-1}$. Если окружить в комплексной λ-плоскости точку $\lambda = l$ малым контуром C, то согласно формуле Коши

$$1 = \frac{1}{2i} \int_C \frac{(-1)^l\, d\lambda}{\sin\pi\lambda}. \tag{1,17}$$

Множитель $(-1)^l$ мы учтем, используя свойства четности полиномов Лежандра

$$(-1)^l P_l(\cos\vartheta) = P_l(-\cos\vartheta). \tag{1,18}$$

Функции $a(\lambda, k^2)$ и $P_\lambda(-\cos\vartheta)$ аналитичны на контуре C, если он достаточно мал, так как в физической области k^2 нет полюсов Редже при вещественных значениях λ. Поэтому мы можем написать

$$(2l+1)\, a_l(k^2)\, P_l(\cos\vartheta) = \frac{1}{2i}\int (2\lambda+1)\, a(\lambda, k^2)\, P_\lambda(-\cos\vartheta)(\sin\pi\lambda)^{-1} d\lambda. \quad (1{,}19)$$

В результате окончательно получим

$$f(k^2, \cos\vartheta) = \frac{1}{2i}\int\limits_C (2\lambda+1)\, a(\lambda, k^2)\, P_\lambda(-\cos\vartheta)(\sin\pi\lambda)^{-1} d\lambda. \quad (1{,}20)$$

Контур C показан на рис. 1. Все физические значения $\lambda = 0, 1, 2, \ldots$ $\ldots, l, \ldots$ расположены внутри этого контура.

Теперь будем считать, что $\cos\vartheta$ неограниченно возрастает (при этом он, конечно, принимает нефизические значения). Асимптотическое поведение функции Лежандра $P_\lambda(-\cos\vartheta)$, как известно, определяется выражением

$$P_\lambda(z)_{z\to\infty} \sim z^{\lambda_R + i\lambda_I}. \quad (1{,}21)$$

Эта формула имеет место в комплексной полуплоскости $\lambda = \lambda_R + i\lambda_I$ при $\mathrm{Re}\,\lambda \geqslant -1/2$. Оказывается удобным деформировать контур C так, чтобы он перешел в контур C', который также показан на рис. 1 и состоит из двух частей: малого замкнутого контура, окружающего крайний правый полюс Редже $\alpha_1(k^2)$, и контура, который целиком расположен левее этого полюса. Первая часть дает вклад в амплитуду рассеяния, который имеет следующий вид:

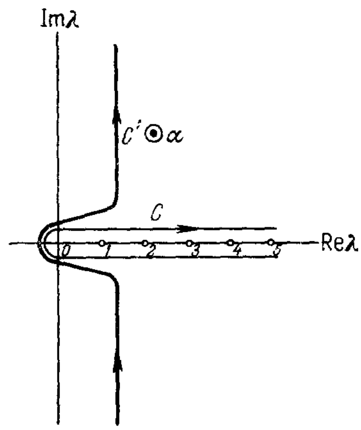

Рис. 1. Контуры C и C' для формулы Зоммерфельда—Ватсона.

$$f_1(k^2, \cos\vartheta) = \pi\,[2\alpha_1(k^2)+1]\,\beta_1(k^2) \times$$
$$\times P_{\alpha_1(k^2)}(-\cos\vartheta)\,[\sin\pi\alpha_1(k^2)]^{-1}. \quad (1{,}22)$$

Поскольку оставшаяся часть контура C целиком расположена левее, чем точка $\alpha_1(k^2)$, то при неограниченном возрастании $\cos\vartheta$ ею, согласно формуле (1,21), можно пренебречь. Таким образом,

$$f(k^2, \cos\vartheta)_{\cos\vartheta\to\infty} \sim f_1(k^2, \cos\vartheta). \quad (1{,}23)$$

При необходимости можно получить более детальную информацию об асимптотическом поведении функции $f(k^2, \cos\vartheta)$ при $\cos\vartheta \to \infty$. Для этого нужно учесть вклады нескольких наиболее правых полюсов Редже $\alpha_1(k^2), \ldots, \alpha_n(k^2)$. В результате получим

$$f(k^2, \cos\vartheta)_{\cos\vartheta\to\infty} \sim \sum_n f_n(k^2, \cos\vartheta). \quad (1{,}24)$$

Формулы (1,23) и (1,24) оказываются очень существенными в релятивистской теории полюсов Редже.

4. Влияние обменного потенциала

Мы знаем, что при рассмотрении нуклон-нуклонного взаимодействия нужно принимать во внимание не только прямые, но также и обменные силы. Это обстоятельство является совершенно общим, и его нужно учитывать при рассмотрении любых взаимодействий между элементарными частицами. Поэтому необходимо выяснить, как оно скажется на нашем предыдущем рассмотрении.

Прежде всего, напомним, что оператор обменного взаимодействия, действуя на волновую функцию $\psi(x)$, переводит ее в функцию $V^e(|x|)\psi(-x)$, где $V^e(|x|)$ является c-числом. Выяснение роли обменного потенциала можно свести к рассмотрению прямого потенциала, если рассматривать четные и нечетные волновые функции по отдельности. Действуя на четную (или нечетную) волновую функцию $\psi_e(x)$ (или $\psi_0(x)$), прямой и обменный потенциалы, складываясь, приводят к новому эффективному прямому потенциалу V^+ (или V^-), который равен

$$V^{\pm}=V(|x|)\pm V^e(|x|). \tag{1,25}$$

Заменяя в уравнении Шрёдингера $V(x)$ на $V^{\pm}(x)$, мы получим два различных уравнения Шрёдингера соответственно для полных амплитуд рассеяния $f^{\pm}(k^2, \cos\vartheta)$. Соответствующие парциальные амплитуды обладают полюсами Редже в точках $\alpha_n^{\pm}(k^2)$. Уравнение (1,24) (с учетом (1,22)), определяющее асимптотическое поведение амплитуд, расщепится на два уравнения:

$$f^{\pm}(k^2, \cos\vartheta)=\sum_n \pi\,[2\alpha_n^{\pm}(k^2)+1]\,\beta_n^{\pm}(k^2)\,P_{\alpha_n^{\pm}(k^2)}(-\cos\vartheta)\,[\sin\pi\alpha_n^{\pm}(k^2)]^{-1}. \tag{1,26}$$

Теперь учтем то обстоятельство, что физическая парциальная волна описывается функцией $f^+(k^2, \cos\vartheta)$ при четных значениях l и функцией $f^-(k^2, \cos\vartheta)$ при нечетных. Следовательно,

$$f(k^2, \cos\vartheta)=\frac{1}{2}\,[f^+(k^2, \cos\vartheta)+f^+(k^2, -\cos\vartheta)+$$
$$+f^-(k^2, \cos\vartheta)-f^-(k^2, -\cos\vartheta)]. \tag{1,27}$$

Когда $\cos\vartheta$ неограниченно возрастает, асимптотическое поведение амплитуды $f(k^2, \cos\vartheta)$ определяется двумя группами полюсов Редже $\alpha_n^{\pm}(k^2)$. Обычно индекс $\xi=\pm$ называют сигнатурой. Заметим, что вклад функции с положительной сигнатурой $f^+(k^2, \cos\vartheta)$ в физическую амплитуду при нечетных значениях l исчезает, так что полюсы с положительной сигнатурой соответствуют связанному состоянию только тогда, когда их траектории проходят через четные точки $l=0, 2, 4, \ldots$ Совершенно аналогично, полюсы с отрицательной сигнатурой только тогда приводят к связанному состоянию, когда их траектории проходят через нечетные точки $l=1, 3, 5, \ldots$ Таким образом, орбитальные моменты двух соседних резонансов, лежащих на одной траектории Редже, отличаются на две единицы. Пользуясь уравнениями (1,26), (1,27) и (1,21), находим, что вклад полюса Редже в асимптотическое поведение амплитуды $f(k^2, \cos\vartheta)$ при $\cos\vartheta\to\infty$ имеет вид

$$\frac{2\alpha(k^2)+1}{2\sin\pi\alpha(k^2)}\,\beta(k^2)\,[e^{-i\pi\alpha(k^2)}\pm 1]\,(\cos\vartheta)^{\alpha(k^2)}. \tag{1,28}$$

Верхний знак соответствует положительной, а нижний — отрицательной сигнатуре.

5. Случай частиц со спином

Когда взаимодействующие частицы обладают спином, положение в ряде пунктов существенно усложняется, но существо дела остается практически без изменений [5]. Связанные состояния и резонансы определяются полюсами Редже, которые характеризуются определенными значениями внутренних квантовых чисел и четности. Разность ΔJ между полными угловыми моментами двух соседних резонансов

$$\Delta J = 2. \tag{1,29}$$

Поскольку в этом случае имеется несколько различных амплитуд (spin-flip, nonspin-flip и т. д.), выражения, определяющие их асимптотическое поведение, оказываются существенно сложнее, чем формула (1,28). Однако асимптотика когерентной (истинно упругой) амплитуды всегда описывается выражением (1,28), которое может быть использовано для большинства качественных оценок, которые не затрагивают вопросов, связанных с поляризацией частиц.

II. ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА И ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ

1. Другие нерелятивистские проблемы

Наиболее интересные проблемы, связанные с сильными взаимодействиями, лежат в области физики элементарных частиц и ядерной физики. Ни одна из них, исключая некоторые вопросы взаимодействия при низкой энергии, не может быть решена в рамках нерелятивистского уравнения Шрёдингера, которое привело нас к понятию полюсов Редже. Для решения вопросов ядерной физики необходимо уметь описывать системы многих частиц. В физике элементарных частиц определяющую роль играют релятивистские эффекты. В этой связи необходимо изучить пределы применимости и возможные обобщения метода полюсов Редже. В данной главе мы обсудим результаты, которые получены в этом направлении.

Ясно, что нерелятивистские и релятивистские проблемы необходимо описывать, используя совершенно разный математический аппарат. В нерелятивистской физике мы можем полагаться на уравнение Шрёдингера для двух или нескольких частиц или эквивалентную ему расчетную технику. В любом случае мы имеем здесь дело с корректно поставленными математическими задачами. В релятивистской физике существуют только лишь попытки создания теории (формализм S-матрицы, квантовая теория поля), смысл и правильность которых далеко не очевидны, так что их можно рассматривать только в качестве пробных моделей. Поэтому мы обсудим возможности применения метода полюсов Редже в рамках каждой из этих моделей по отдельности.

Первой проблемой, с которой мы сталкиваемся в нерелятивистской физике при переходе к более сложным задачам, является необходимость исследования аналитических свойств парциальной амплитуды в плоскости комплексного углового момента, когда имеется несколько двухчастичных каналов. Было показано, что в этом случае все основные результаты, изложенные в предыдущей главе, остаются в силе.

Сразу же вслед за этим встает другой, куда более сложный вопрос. Он заключается в следующем: применимы ли результаты предыдущей главы в случае рассеяния частицы на связанном состоянии? Этот вопрос пока еще не решен. Трудность состоит в том, что он, по существу, эквивалентен вопросу о продолжении в плоскость комплексного углового момента парциальной амплитуды рассеяния трех частиц в три. Когда мы встречаемся с проблемой рассеяния трех частиц, сразу же возникает множество различных вопросов. Перечислим некоторые из них:

а) Возможно ли вообще продолжить амплитуду рассеяния трех частиц в комплексную плоскость их полного углового момента J? Если да, то будет ли это продолжение единственным?

б) Будет ли в этом случае положение полюсов Редже, т. е. полюсных особенностей парциальной амплитуды рассеяния трех частиц, зависеть только от полной энергии системы? Будут ли появляться сингулярности другого типа, например точки ветвления или полюсы, зависящие от других параметров, характеризующих систему, таких, как, скажем, энергия подсистемы из двух частиц в общей системе центра масс?

в) Можно ли обобщить формулу Зоммерфельда — Ватсона (1,20), которая устанавливает связь между особенностями парциальной амплитуды и асимптотическим поведением по косинусу какого-либо угла?

Мы попытаемся изложить те частичные ответы на перечисленные вопросы, которые получены на сегодняшний день.

2. Факторизация вычетов

Если имеется несколько взаимосвязанных двухчастичных каналов (как, скажем, каналы $K +$ нуклон, $\Lambda +$ пион, $\Sigma +$ пион), каждый резонанс присутствует в любом из этих каналов при условии равенства полных изотопических спинов. Так как полюсы Редже описывают резонансные состояния системы, соответственно этому они являются общими для девяти амплитуд $a_{\mu\nu}(l, E)$, $(\mu, \nu = 1, 2, 3)$. Вычеты в этих полюсах равны $\beta_{\mu\nu}(E)$. Хорошо известно, что парциальные ширины резонансов, возникших в результате взаимодействия частиц в канале μ и распадающихся в канал ν, факторизуются и могут быть представлены в виде $\gamma_\mu\gamma_\nu$. В этом можно убедиться, если использовать те же самые аргументы, что и в теории ядерных реакций, где вычеты $\beta_{\mu\nu}(E)$ тоже факторизуются [6]. Это обстоятельство позволяет значительно уменьшить число параметров при феноменологическом описании процессов. Факторизуемость вычетов, однако, является всего лишь тривиальным обобщением результатов, изложенных в гл. I.

3. Рассеяние частиц на сложной системе

В гл. I взаимодействующие частицы считались элементарными, т. е. бесструктурными. Было бы очень интересно и важно знать, могут ли быть основные результаты гл. I распространены на случай рассеяния элементарной частицы, например протона, на связанном состоянии типа дейтона. Другими словами, эквивалентны ли элементарные частицы и связанные состояния? Никто пока еще не нашел пути решения этой проблемы. Действительно, при рассеянии протона на дейтоне нужно учитывать, что дейтон представляет собой связанное состояние протона и нейтрона, взаимодействующих посредством локального потенциала, так что полная волновая функция зависит от положения всех трех частиц. Протон-дейтонный канал, обменный протон-дейтонный канал и канал, характеризующийся тем, что в конечном состоянии все три частицы являются свободными, оказываются тесно связанными, и их невозможно рассматривать по отдельности. Однако оказывается, что если известна амплитуда рассеяния трех частиц в три, то, зная ее, легко найти амплитуду рассеяния протона на дейтоне [7]. В этом смысле решение проблемы рассеяния частицы на связанном состоянии оказывается побочным результатом решения более общей проблемы рассеяния трех частиц. Нет никаких убедительных результатов на пути обобщения метода комплексных угловых моментов на случай рассеяния частицы на связанном состоянии. По этой причине мы не будем останавливаться на технических деталях этого вопроса. В то же время при рассмотрении проблемы рассеяния трех частиц были получены предварительные результаты. Мы перейдем теперь к их обсуждению, так как они могут пролить свет на возможные границы применимости метода полюсов Редже [8–10].

4. Рассеяние трех частиц

Кинематика в случае рассеяния трех частиц, конечно, значительно сложнее, чем кинематика рассеяния двух частиц. Вместо одной энергии приходится иметь дело с энергиями ω_1, ω_2, ω_3 трех частиц в общей системе центра масс. Полная энергия в этой системе $E = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$. Из теории молекул или ядер хорошо известно, что вращательное состояние системы полностью описывается полным угловым моментом J и двумя магнитными квантовыми числами μ и M. Эти числа представляют собой проекции полного углового момента на две оси. Одно из них, μ, является проекцией J на неподвижную ось. Другое, M, является проекцией J на ось, которая вращается вместе с системой трех частиц, например на ось, перпендикулярную плоскости, в которой расположены импульсы этих частиц в общей системе центра масс. В действительности, величина μ не играет существенной роли в силу азимутальной симметрии задачи. По этой же причине при описании рассеяния двух частиц вообще нет необходимости учитывать проекцию орбитального момента на какое-либо направление. Соответственно этому рассеяние трех частиц может быть описано с помощью трехчастичной амплитуды перехода $T^J_{MM'}(\omega_1,$ ω_2, ω_3, ω_1', ω_2', $\omega_3')$. Переменными ω_1, ω_2, ω_3, ω_1', ω_2', ω_3' обозначены энергии частиц, а переменными M и M' — проекции полного момента на связанную с системой ось соответственно в начальном и конечном состояниях; J — полный момент системы. Амплитуда $T^J_{MM'}$ $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1',$ ω_2', $\omega_3')$ играет в случае рассеяния трех частиц такую же роль, какую парциальная волна a_l (k^2) играет при описании рассеяния двух частиц.

Чтобы определить величину, эквивалентную углу рассеяния в случае взаимодействия двух частиц, удобно использовать помимо оси, связанной с системой трех частиц, специальную систему координат. Например, если обозначить через p_1, p_2 и p_3 импульсы частиц в системе их центра масс, $p_1 + p_2 + p_3 = 0$, то систему координат x, y, z можно выбрать следующим образом: ось x направить вдоль импульса p_1, а ось z — по нормали к плоскости, в которой лежат все три импульса. При этом условии рассеяние трех частиц полностью описывается энергиями частиц $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ в начальном и $(\omega_1', \omega_2', \omega_3')$ в конечном состоянии и тремя углами Эйлера (α, β, γ), которые описывают поворот выбранной нами системы отсчета при переходе из начального положения (x, y, z) в конечное положение (x', y', z'). Эйлеровы углы (α, β, γ) представляют собой обобщение угла рассеяния двух частиц ϑ. Полная амплитуда рассеяния трех частиц $T(p_1, p_2, p_3, p_1', p_2', p_3')$ может, таким образом, рассматриваться как функция $T(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1', \omega_2', \omega_3', \alpha, \beta, \gamma)$. Эта амплитуда выражается через соответствующие парциальные волны $T^J_{MM'}(\omega_1, \omega_2,$ ω_3, ω_1', ω_2', $\omega_2')$ следующим образом [9]:

$$T(p_1, p_2, p_3, p_1', p_2', p_3') = \sum_{J,\,M,\,M'} (2J+1)\, T^J_{MM'}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1', \omega_2', \omega_3')\, D^{J*}_{MM'}(\alpha, \beta, \gamma). \quad (2,1)$$

Что представляют собой полюсы Редже в этой новой ситуации? Они должны являться полюсами функции $T^J_{MM'}$ $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1', \omega_2', \omega_3')$ в комплексной плоскости углового момента J. Кроме того, если они описывают резонансы и связанные состояния, то их положение должно зависеть только от полной энергии, т. е. быть функцией $J(E)$. Пока неизвестно, существуют ли такие полюсы. В то же время известно, что у парциальной амплитуды $T^J_{MM'}$ существуют особенности другого типа. Об этом свидетельствует полное решение проблемы трех тел, полученное в случае, который является обобщением двухэлектронного атома [10]. В этой модели нуклон (частица 3) считается бесконечно тяжелой частицей, которая взаимодействует с двумя электронами посредством потенциала, являющегося суперпозицией потенциалов Юкавы. Если пренебречь взаимодействием между электронами, то оказывается, что парциальная амплитуда рассеяния трех частиц действительно является мероморфной функцией J, но положение полюсов зависит не только от полной энергии системы E, но также и от энергий отдельных частиц ω_i. Пока не ясно, появятся ли сингулярности другого типа в более реалистическом случае. Конечно, не будет ничего удивительного, если у трехчастичной парциальной амплитуды все же окажутся полюсы, положение которых зависит только от E. Независимо от этого возникает следующий вопрос: можно ли использовать особенности парциальной амплитуды рассеяния трех частиц для описания асимптотического поведения полной амплитуды рассеяния, когда косинус одного из углов, скажем $\cos\beta$, неограниченно возрастает? Другими словами, можно ли к уравнению (2,1) применить преобразование Зоммерфельда — Ватсона? Ответ на этот вопрос является отрицательным по двум причинам [10]. Первая из них связана с тем, что, в отличие от случая рассеяния двух частиц, парциальная амплитуда $T^J_{MM'}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1', \omega_2', \omega_3')$ не убывает при $J \to \infty$. Это значит, что нельзя разогнуть контур интегрирования в J-плоскости при рассмотрении выражения типа

$$\frac{1}{2i}\oint \sum_{MM'} (2J+1)\, T^J_{MM'}(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_1', \omega_2', \omega_3')\, D^J_{M,-M'}(\alpha, \pi-\beta, \gamma)\frac{dJ}{\sin \pi J}, \quad (2,2)$$

которое является обобщением формулы (1,20). Вторая причина состоит в том, что при комплексных значениях J величины M и M' уже не ограничены условиями $|M| < J$, $|M'| < J$. Поэтому в выражении (2,2) нужно суммировать по M и M' от $-\infty$ до $+\infty$. Худшим следствием этого является то, что ряд перестает сходиться.

Резюмируя, можно сказать, что возможность описания трехчастичных резонансов и связанных состояний в рамках метода полюсов Редже представляется сомнительной, а для описания асимптотических свойств трехчастичной амплитуды этот метод, по-видимому, является бесполезным.

Как сказывается это обстоятельство на рассеянии частицы на связанном состоянии, не ясно. В этом случае, в частности, нет трудности, связанной с суммированием по M и M'. В некоторых частных случаях, которые были рассмотрены, по-видимому, нет оснований опасаться плохого поведения парциальной амплитуды, когда J неограниченно возрастает. В проблеме описания резонансов и связанных состояний имеется много тонких вопросов, и мы не будем пускаться в ее обсуждение.

5. Метод комплексных угловых моментов в релятивистской области

Метод полюсов Редже может оказаться наиболее плодотворным в физике элементарных частиц. Действительно, он может пролить свет на классификацию частиц, на понятие элементарности и на поведение сечений при высокой энергии. Прежде чем перейти к подробному обсуждению этих вопросов, покажем, как они связаны с методом полюсов Редже.

Как уже отмечалось в гл. I, различные резонансы с одинаковым главным квантовым числом располагаются на одной реджевской траектории. В этом смысле полюсы Редже объединяют несколько частиц в одно семейство. Оказалось, что среди элементарных частиц существуют такие семейства.

Определить, что такое элементарная частица и в чем различие между элементарной частицей и связанным состоянием, довольно трудно. Одно из возможных определений состоит в том, что связанные состояния обязательно расположены на траекториях полюсов Редже в отличие от элементарных частиц, которые не описываются этими полюсами.

Полюсы Редже играют очень важную роль при описании асимптотических свойств амплитуд при высокой энергии. Это связано с тем, что определяемое полюсами Редже парциальной амплитуды в перекрестном канале асимптотическое поведение по переданному в этом канале импульсу эквивалентно, как мы увидим ниже, асимптотическому поведению амплитуды прямой реакции при неограниченном возрастании энергии. Таким образом, полюсы Редже, вне всяких сомнений, должны играть первостепенную роль в физике элементарных частиц, если только они останутся при переходе в релятивистскую область. Обсуждению экспериментальной стороны этого вопроса посвящена гл. III. Теоретические исследования в этой области очень трудны, так как мы не имеем пока последовательной релятивистской теории. Поэтому в релятивистском случае мы не можем убедиться в существовании полюсов Редже так же непосредственно, как при использовании уравнения Шрёдингера. Мы обсудим, что можно сказать о полюсах Редже и других возможных сингулярностях парциальной амплитуды, основываясь на предположении Мандельстама о существовании двойных дисперсионных соотношений или на суммировании определенного класса диаграмм теории возмущений в квантовой теории поля.

6. Характеристики траектории

Траектория Редже устанавливает связь между рядом частиц или резонансами, объединяя их в одно семейство. Рассмотрим общие свойства членов этого семейства.

Во-первых, все они обладают одинаковыми квантовыми числами: зарядом, барионным числом, странностью, изотопическим спином, зарядовой четностью — и с точностью до применимости группы $SU(3)$ должны образовывать сходные $SU(3)$-мультиплеты. Во-вторых, они имеют определенную сигнатуру. Это со всей очевидностью следует из того факта, что частью взаимодействия между двумя элементарными частицами всегда является обменное взаимодействие. Оно приводит, как было показано в гл. I, к тому, что траектория Редже объединяет между собой состояния или резонансы, которые отличаются друг от друга по угловому моменту J на величину $\Delta J = 2$. Это свойство по-разному сказывается на мезонных и барионных траекториях. Мезонные состояния, лежащие на одной траектории, обладают одинаковой четностью. При описании барионных состояний ситуация несколько отлична от этой. В этом случае парциальная амплитуда рассеяния мезона на барионе является функцией полной энергии в системе центра масс W, в то время как при мезон-мезонном или барион-антибарионном рассеянии она является функцией W^2. Для определенности рассмотрим, например, систему, состоящую из π-мезона и нуклона, связанным состоянием которой является нуклон. Кроме того, у этой системы имеется множество резонансов. При определенном значении полного углового момента j орбитальный момент этой системы может иметь два значения: $l = j \pm \frac{1}{2}$. Следовательно, в зависимости от знака в этом соотношении есть две парциальные амплитуды $a_{j\pm}(W)$

вместо одной амплитуды $a_l(s)$ в случае бесспиновых частиц. Четность системы, состоящей из нуклона и π-мезона, равна $(-1)^{l+1}$. Кроме того, существует важное свойство симметрии амплитуды при изменении знака энергии W [11]:

$$a_{j\pm}(W) = -a_{j\mp}(-W). \qquad (2,3)$$

Амплитуда $a_{j+}(W)$, например, может быть продолжена в комплексную j-плоскость, и если существует реджевская траектория, то ее полюс будет расположен на этой траектории. Можно сказать также, что полюсы Редже являются нулями функции $[a_{j+}(W)]^{-1}$. Согласно уравнению (2,3) свойства четности объединяемых одной траекторией резонансов можно сформулировать следующим образом. При положительных значениях W функция $a_{j+}(W)$ может иметь полюсы, которые соответствуют резонансам с одинаковой четностью. Полный угловой момент соседних резонансов j отличается на величину $\Delta j = 2$. Таким образом, этими резонансами могут быть, скажем, состояния $P_{1/2}$, $F_{5/2}$, $H_{9/2}$ и т. д. С другой стороны, такая же траектория при отрицательных значениях W определяет положение полюсов функции $a_{j-}(W)$, т. е. соответствует в рассматриваемом нами случае резонансам $S_{1/2}$, $D_{5/2}$, $G_{9/2}$.

В гл. III мы обсудим, как сказывается существование таких траекторий на эксперименте.

7. Представление Мандельстама и полюсы Редже

Определить сколько-нибудь надежно свойства релятивистской амплитуды рассеяния при комплексных значениях углового момента очень трудно. Действительно, в этом случае нужно учитывать возможность рождения новых частиц, что приводит к трудностям, связанным с необходимостью рассматривать многочастичные состояния. Поэтому изучение проблемы в релятивистском случае оказалось бы делом чрезвычайно тонким, даже если бы существовала надежная и математически разрешимая формулировка задачи рассеяния, как это имеет место в нерелятивистской физике. Но именно в этой формулировке мы нуждаемся больше всего. Поэтому не удивительно, что результаты, которые будут обсуждаться ниже, имеют очень фрагментарный характер. Тем не менее даже в таком виде некоторые из них настолько интересны, что заслуживают пристального внимания.

В качестве возможной основы теории можно использовать представление Мандельстама [12], суть которого мы кратко напомним. Рассмотрим реакцию типа, скажем,

$$p(p_1) + \pi^+(p_2) \rightarrow p(-p_3) + \pi^+(-p_4). \qquad (2,4)$$

Через p_1, p_2, $-p_3$, $-p_4$ обозначены четырехмерные импульсы, протона и π-мезона соответственно в начальном и конечном состояниях. Законы сохранения энергии и импульса приводят к условию $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0$. Существует только три лоренц-инвариантные величины, от которых может зависеть амплитуда реакции (2,4) (если пренебречь спином и изотопическим спином):

$$s = (p_1 + p_2)^2, \qquad t = (p_1 + p_3)^2, \qquad u = (p_1 + p_4)^2,$$

которые связаны между собой законом сохранения

$$s + t + u = 2m_p^2 + 2m_\pi^2.$$

Инвариантная величина s представляет собой квадрат энергии в системе центра масс, t (соответственно u) — квадрат передачи импульса между протонами в начальном и конечном состояниях (соответственно между протоном в начальном состоянии и мезоном в конечном состоянии). Вместе с реакцией (2,4) необходимо рассматривать реакции, которые получаются из нее путем переброса частиц из начального состояния в конечное и обратно с одновременной заменой их на античастицы:

$$p(p_1)+\pi^-(p_4)\to p(-p_3)+\pi^-(-p_2), \tag{2,5}$$

$$p(p_1)+\bar{p}(p_3)\to \pi^-(-p_2)+\pi^+(-p_4). \tag{2,6}$$

Для реакции (2,5) величина u является квадратом энергии в системе центра масс, а s и t — квадратами передачи импульса. Для реакции (2,6) квадратом энергии служит величина t.

Согласно гипотезе Мандельстама (без учета спинов), три реакции (2,4), (2,5) и (2,6), называемые перекрестными одна по отношению к другой, описываются с помощью одной аналитической функции $T(s, t, u)$, особенности которой полностью определяются следующим интегральным представлением:

$$\begin{aligned} T(s, t, u) = {} & \frac{1}{\pi}\int_{s_0}^{\infty}\frac{V_1(s')\,ds'}{s'-s}+\frac{1}{\pi}\int_{t_0}^{\infty}\frac{V_2(t')\,dt'}{t'-t}+\frac{1}{\pi}\int_{u_0}^{\infty}\frac{V_3(u')\,du'}{u'-u}+ \\ & +\frac{1}{\pi^2}\int_{t_0}^{\infty}\int_{u_0}^{\infty}\frac{\rho_1(t', u')\,dt'\,du'}{(t'-t)(u'-u)}+\frac{1}{\pi^2}\int_{s_0}^{\infty}\int_{u_0}^{\infty}\frac{\rho_2(s', u')\,ds'\,du'}{(s'-s)(u'-u)}+ \\ & +\frac{1}{\pi^2}\int_{s_0}^{\infty}\int_{t_0}^{\infty}\frac{\rho_3(s', t')\,ds'\,dt'}{(s'-s)(t'-t)}+\frac{g^2}{s-m_p^2}+\frac{g^2}{u-m_p^2}, \end{aligned} \tag{2,7}$$

причем величина s_0 равна квадрату суммы масс на первом пороге реакции (2,4): $s_0=(m_p+m_\pi)^2$; аналогично $u_0=(m_p+m_\pi)^2$ и $t_0=4m_\pi^2$. Эта гипотеза дополняется связью между весовыми функциями V_i и ρ_i с амплитудами других реакций (о подробностях см. работы Чу или Амати и Фубини [12]).

Первым следствием представления Мандельстама является возможность точно выразить парциальную амплитуду $a_l(s)$ для реакции (2,4) через скачки на разрезах V_i и ρ_i. При физических значениях l

$$a_l(s)=\frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}T(s, t, u)\,P_l(\cos\vartheta)\,d(\cos\vartheta), \tag{2,8}$$

где $t=-2p^2(1-\cos\vartheta)$, P — полином Лежандра. При фиксированном значении s функция $T(s, t, u)$ в подынтегральном выражении (2,8), согласно представлению Мандельстама (2,7), является аналитической функцией переменной $x=\cos\vartheta$ в плоскости с двумя разрезами, которые эквивалентны соответственно разрезу в t-плоскости от t_0 до $+\infty$ и в u-плоскости от u_0 до $+\infty$ (к этому еще необходимо добавить полюс при $u=m_p^2$, который мы для простоты не будем учитывать). Эти разрезы идут от

$$x_0=1+\frac{t}{2p^2}$$

до $+\infty$ и от

$$x_1=1+\frac{2m_p^2+2m_\pi^2-u_0-s}{2p^2}$$

до $-\infty$. Скачок при переходе через первый из них равен

$$[T]_t(s, t, u) = V_2(t) + \frac{1}{\pi}\int_{s_0}^{\infty} \frac{\rho_3(s', t)\, ds'}{s'-s}. \qquad (2,9)$$

Аналогичным образом выражается скачок $[T]_u$ при переходе через второй разрез. То обстоятельство, что имеются два разреза (по t и по u), а не один разрез в t-плоскости, означает, что учтено как прямое, так и обменное взаимодействие. В соответствии с этим мы получим два продолжения функции $a_l(s)$ в комплексную l-плоскость, отличающиеся сигнатурой: $a_l^{\pm}(s)$. Функция $a_l^{+}(s)$ совпадает с физической амплитудой при четных значениях $l = 0, 2, 4, \ldots$, а функция $a_l^{-}(s)$ — при нечетных значениях $l = 1, 3, 5, \ldots$ Функции $a_l^{\pm}(s)$ можно выразить непосредственно через скачки амплитуды $T(s, t, u)$ на разрезах в x-плоскости[13]:

$$a_l^{\pm}(s) = \frac{1}{\pi}\int_{\min(x_0,\, x_1)}^{\infty} \{[T]_t(s, x) \pm [T]_u(s, x)\}\, Q_l(x)\, dx, \qquad (2,10)$$

где $Q_l(x)$ — функция Лежандра второго рода, а l может теперь принимать комплексные значения. Можно показать, что именно продолжение в комплексную плоскость l выражения (2,10) (а не (2,8)) соответствует экстраполяции Редже. Так как $Q_l(x)$ порядка x^{-l-1}, когда $x \to \infty$, то амплитуды $a_l^{\pm}(s)$ являются аналитическими функциями l при $\mathrm{Re}\, l > N$, где N — старшая степень в асимптотическом поведении скачка. Было показано[14], что функции $a_l^{\pm}(s)$ могут быть доопределены в несколько большей области l-плоскости, где они являются мероморфными. Доказательство основано на расширении области аналитичности функции нескольких комплексных переменных, именно двух переменных l и s. В то же время Мандельстамом было показано, что амплитуды $a_l^{\pm}(s)$ мероморфны в l-плоскости при $\mathrm{Re}\, l > -1$, если сделать очень сильные упрощающие предположения о весовых функциях в представлении (2,7). Эти предположения состоят в следующем:

а) Считается, что функция $\rho_1(t, u)$ тождественно равна нулю.

б) При вычислении функций ρ_2 и ρ_3 учитываются только вклады от двухчастичных промежуточных состояний.

Условие б) сказывается в основном на упрощении техники вычисления, так как оно избавляет от трудностей, связанных с рождением новых частиц. Этот результат Мандельстама показывает, что релятивистская кинематика не нарушает мероморфности нерелятивистской амплитуды. Новые свойства если и могут возникнуть, то только в результате учета многочастичных промежуточных состояний и вклада в амплитуду от скачка $\rho_1(t, u)$, которые не имеют аналогии в нерелятивистской физике.

Роль, которую играет скачок ρ_1, была выяснена в работе Грибова и Померанчука[16]. Они показали, что учет ρ_1 приводит к появлению существенной особенности в точке $l = -1$. Это означает, что при $l = -1$ амплитуды $a_l^{\pm}(s)$ ведут себя хуже, чем полюсы любого конечного порядка $(l+1)^n$. На первый взгляд это не кажется очень страшным, так как точка $l = -1$ находится далеко за пределами той области значений l, которая играет существенную роль в методе полюсов Редже. К сожалению, положение резко ухудшается, если принять во внимание спины частиц[15]. Если спины частиц обозначить соответственно через σ_1 и σ_2, то существенная особенность в плоскости полного углового момента оказывается в точке $j = \sigma_1 + \sigma_2 - 1$. В случае рассеяния нуклона на нуклоне она попадает в точку $j = 0$, которая является физической. Была предпринята попытка обойти эту трудность, рассматривая физически осуществимые и физически неосуществимые состояния и считая, что трудность возникает из-за формального учета последних [17]. Например, таким физически неосуществимым является триплетное состояние $j = 0$ в случае рассеяния нуклона на нуклоне. Согласно Грибову и Померанчуку, точка $j = 0$ является в этом случае существенно особой. Однако, хотя этому состоянию и соответствует физическое значение j, орбитальное квантовое число оказывается нефизическим: $l = -1$ (складываясь со спином, равным 1, оно дает $j = 0$). Мы не будем пускаться в обсуждение этого тонкого вопроса.

Влияние многочастичных промежуточных состояний в известной степени изучено на основе теории возмущений. Мы рассмотрим этот вопрос ниже.

8. Полюсы Редже и теория возмущений

Для исследования вопроса о возможности продолжения амплитуды рассеяния двух частиц в плоскость комплексного углового момента и выяснения, обладает ли она полюсами Редже, была привлечена теория возмущений. Основная идея состояла в том, чтобы обратить задачу, рассмотренную в гл. I и состоящую в отыскании по положению полюса Редже $\alpha(s)$ асимптотического поведения амплитуды как функции переданного импульса. Была предпринята попытка найти асимптотическое поведение по t суммы диаграмм Фейнмана определенного типа и выяснить, может ли оно быть описано на языке полюсов Редже.

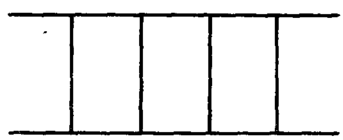

Рис. 2. Лестничные диаграммы.

В качестве примера мы рассмотрим диаграммы лестничного типа, как показано на рис. 2. Эти диаграммы очень похожи на диаграммы нерелятивистской теории возмущений для рассеяния двух тел. Разница состоит в учете некоторых релятивистских особенностей: четырехмерных интегрирований вместо трехмерных, релятивистских пропагаторов вместо нерелятивистских, замене евклидовой метрики на метрику Минковского. Это позволяет еще раз проверить, не противоречат ли результаты Редже релятивистской кинематике.

Грубое приближение можно получить, если найти асимптотическое поведение вкладов в амплитуду рассеяния каждой диаграммы теории возмущений по отдельности. Это представляет собой чисто математическую проблему, так как выражение соответствующих вкладов через многократные интегралы известно. Таким путем было найдено, что вклад диаграммы первого порядка ведет себя асимптотически как t^{-1}, второго, третьего, . . ., n-го — соответственно как $t^{-1}(A \ln t)$, $\frac{t^{-1}}{2!}(A \ln t)^2$, ..., $\frac{t^{-1}}{n!}(A \ln t)^n$, так что сумма всех этих асимптотик равна

$$t^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(A \ln t)^n}{n!} = \frac{1}{t} e^{A \ln t} = t^{A-1}, \qquad (2,11)$$

т. е. имеет поведение реджевского типа [18].

В действительности этот результат неубедителен, так как асимптотические свойства суммы, вообще говоря, не определяются полностью асимптотическим поведением отдельных ее членов. Однако, поскольку следующий член в асимптотическом разложении вклада диаграммы n-го порядка имеет вид $t^{-2}(\ln t)^n$, выражение (2,11) является правильным.

Более убедительное исследование суммы лестничных диаграмм содержится в работе Ли и Сойера [19]. Пользуясь тем, что эта сумма удовлетворяет уравнению Бете — Солпитера с простым ядром, они рассмотрели непосредственно продолжение этого интегрального уравнения на плоскость

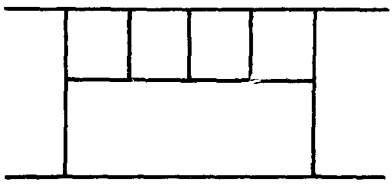

Рис. 3. Вклад трехчастичного промежуточного состояния в рассеяние двух частиц при $\rho_1 = 0$.

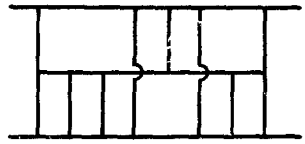

Рис. 4. Лестничные диаграммы общего вида.

комплексных угловых моментов и показали, что его решение представляет собой мероморфную функцию l. Это значит, что существование полюсов Редже совместимо с релятивистской кинематикой.

Попытаемся в рамках теории возмущений учесть влияние многочастичных промежуточных состояний на асимптотическое поведение двухчастичной амплитуды рассеяния. Например, диаграмма, показанная на рис. 3, не нарушает мероморфности парциальной амплитуды рассеяния. Лестничные диаграммы более общего типа, показанные на рис. 4, полностью не исследованы. Это и не удивительно, так как их совокупность соответствует полному набору диаграмм для случая рассеяния нерелятивистской частицы на связанном состоянии.

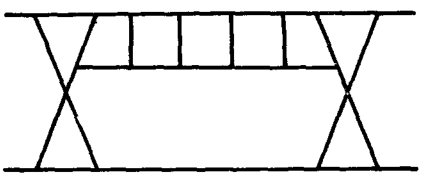

Рис. 5. Диаграмма с $\rho_1 \neq 0$.

Мандельстамом были учтены трехчастичные промежуточные состояния и спектральная функция ρ_1 одновременно [15]. Он рассмотрел асимптотическое поведение ряда диаграмм типа изображенной на рис. 5, которые дают вклад в функцию ρ_1. Он показал, что асимптотическое поведение суммы этого ряда не может быть описано с помощью полюсов Редже, а обусловлено разрезом в плоскости комплексного углового момента. Мы видели, что асимптотическое поведение суммы лестничных диаграмм, которые входят как составная часть в диаграммы типа показанной на рис. 5, может быть описано как вклад полюса Редже. Разрез, обусловленный диаграммами последнего типа, начинается со значения

$$l = 2\alpha\left(\frac{s}{4}\right) - 1 = \beta(s). \tag{2,12}$$

В следующей главе мы убедимся, что существует полюс, который при $s = 0$ находится в точке $l = 1$ (так называемый полюс Померанчука). Соответствующая точка ветвления при $s = 0$ также расположена в точке $l = 1$. Если разложить траекторию полюса Померанчука $\alpha(s)$ в ряд вблизи точки $s = 0$:

$$\alpha(s) = 1 + s\alpha'(0),$$

где $\alpha'(0) > 0$, то

$$\beta(s) = 1 + \frac{s}{2}\alpha'(0).$$

Следовательно, в области отрицательных значений s точка ветвления оказывается правее полюса и вносит подавляющий вклад в асимптотику амплитуд, во всяком случае при достаточно большом переданном импульсе.

Было бы очень интересно знать скачок амплитуды при переходе через разрез вблизи $l = \beta(s)$ [22]. Это позволило бы непосредственно сравнить относительный вклад полюса и разреза в асимптотику амплитуды рассеяния. К сожалению, решение этого вопроса связано с проблемой трех тел и на его пути возникают очень большие трудности из-за расходимости суммы по магнитному квантовому числу M, которое необходимо использовать для описания рассеяния (см. формулу (2,2)).

Можно было бы усомниться в том, что этот разрез действительно существует, если представить себе такую ситуацию, при которой другие диаграммы также приводят к появлению разрезов в l-плоскости, так что в результате все разрезы компенсируются. Оказывается, что это не так. Мандельстамом было показано, что для данной диаграммы существенная особенность Грибова — Померанчука представляет собой на нефизическом листе римановой поверхности разрез, который находится как раз под разрезом на физическом листе, начинающемся с точки $\beta(s)$. Отсюда следует, что, поскольку особенность Грибова — Померанчука существует независимо от того, есть разрезы или их нет, разрез и эта особенность могут быть или отсутствовать только одновременно. Наиболее вероятной представляется гипотеза, что существенная особенность Грибова — Померанчука существует и что вне физического листа l-плоскости она представляет собой разрез, лежащий точно под разрезом, который был обнаружен Мандельстамом на физическом листе.

9. Полюсы Редже и элементарные частицы

Напомним, что частицам соответствуют полюсы амплитуды рассеяния в плоскости энергии [12]. Например, с нуклоном связан полюс в парциальной амплитуде рассеяния π-мезона на нуклоне $a_{j+}(s)$ в состоянии с квантовыми числами $l = 1$, $j = 1/2$ при значении s, равном квадрату массы нуклона. Формула Грибова — Фруассара (2,10) определяет функцию $a_{j+}(s)$ при $l > N$. Существует несколько возможностей:

а) Функция $a_{j+}(s)$ не может быть аналитически продолжена из области $l > N$ в точку $l = 1$.

б) Функция $a_{j+}(s)$ может быть аналитически продолжена в точку $l = 1$, но это продолжение в состоянии с $j = 1/2$, которое мы обозначим $a_{R1/2+}(s)$, не совпадает с физической амплитудой $a_{1/2+}(s)$.

в) Функции $a_{R1/2+}(s)$ и $a_{1/2+}(s)$ совпадают.

В последнем случае нуклон описывается полюсом Редже амплитуды рассеяния π-мезона на нуклоне. Возможность б), которая является общепринятой в квантовой теории поля, означает, что нуклон представляет собой элементарную частицу. В этом смысле возможность в) соответствует представлению о нуклоне как неэлементарной частице.

Согласно предположению Чу и Фраучи [23], в физике сильно взаимодействующих частиц осуществляется именно эта последняя возможность и, следовательно, элементарные частицы отсутствуют. Это означало бы, что парциальные амплитуды $a_{j\pm}(s)$ полностью определяются с помощью аналитического продолжения. Вследствие этого в дисперсионных соотношениях не должно было бы быть произвольных вычитательных констант. Эти константы можно было бы определить с помощью аналитического продолжения.

Интересная модель, в которой осуществляется подобная ситуация, была предложена Гелл-Манном, Голдбергером, Лоу и Закарайзеном [24]. Они показали, что амплитуда рассеяния частицы F, имеющей спин 1/2, на массивной частице V, имеющей спин 1, соответствующая лагранжиану, используемому в квантовой электродинамике, будучи вычислена по теории возмущений, приводит к полюсу в F-канале. Более того, при $j = 1/2$ полюс Редже соответствует фермиону F, так что этот фермион действительно не является элементарной частицей. Этот результат оказывается неверным при другом выборе спинов частиц и неприменим для описания частицы V [25].

В том же духе был рассмотрен ряд следствий, которые возникают, если фотон описывается полюсом Редже [26]. По-видимому, среди них нет таких, которые приводят к наблюдаемым эффектам.

Обратим внимание на следующую занимательную возможность. Рассмотрим W-мезон, который, по-видимому, ответствен за слабые взаимодействия, как полюс Редже, и предположим, что его сигнатура равна —1, спин 1 и масса 0 ($s = 0$). Будем считать, далее, что вычет $\beta(s) = 0$ при $s = 0$. Тогда W-мезон вообще ненаблюдаем и, являясь безмассовой частицей, приводит все же к локальному взаимодействию благодаря множителю $(e^{-i\pi\alpha(s)} - 1)\,\beta(s)/\sin\pi\alpha(s)$, который конечен при $s = 0$.

III. СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

1. Траектории

Одним из наиболее общих свойств полюсов Редже является то, что на их траекториях, которые являются аналитическими функциями s, расположены различные частицы и резонансы. В настоящее время нет убедительного доказательства, что на одной траектории могут лежать несколько бозонов. Было бы хорошо, если бы оказалось, что причина этого обстоятельства связана с трудностью идентификации и определения квантовых чисел бозонов, имеющих большую массу.

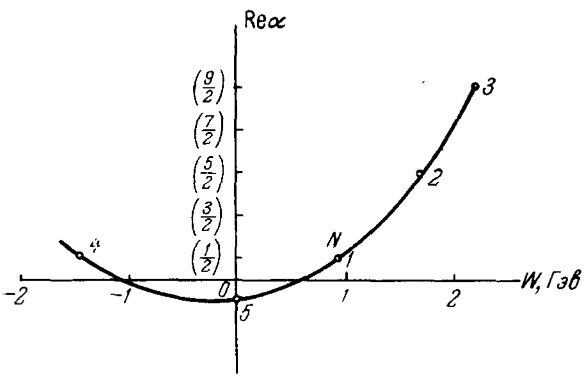

Рис. 6. Нуклонная траектория.

С барионами дело обстоит значительно лучше. Существуют три резонанса, которые обладают нуклонными квантовыми числами и вместе с нуклоном расположены на одной траектории. Будучи рассмотрен как система, состоящая из π-мезона и нуклона, последний представляет собой связанное состояние $P_{1/2}$. При положительных значениях W есть еще два резонанса: $F_{5/2}$ (1688 *Мэв*) и резонанс, имеющий массу 2190 *Мэв*. Если теория правильна, то второй резонанс должен быть состоянием $H_{9/2}$. При отрицательных значениях W есть указания на существование резонанса $S_{1/2}$ (1480 *Мэв*), но этот факт пока нельзя считать твердо установленным. Точка, через которую проходит траектория при значении $W = 0$, была определена по данным о π^+p-рассеянии назад [27]. Эта траектория показана на рис. 6.

На Δ-траектории (которая названа так в честь хорошо известного резонанса в πN-системе с квантовыми числами $(^3/_2, {}^3/_2)$) лежат в настоящее время четыре резонанса. Спин резонанса, следующего после Δ, равен $^7/_2$ в согласии с теорией [28]. Кроме того, точка, через которую проходит траектория при значении $W = 0$, была определена по данным о $\pi^- p$-рассеянии назад [27].

На рис. 7 показана траектория, на которой расположены восемь барионов. Видно, что при положительных значениях W симметрия $SU(3)$ является хорошим приближением в том смысле, что траектории различных частиц мало отличаются друг от друга по кривизне. При отрицательных значениях ситуация представляется менее ясной. Вызывает удивление то обстоятельство, что на Σ-траектории не найден резонанс в состоянии $S_{1/2}$, $T = 1$ (T — изотопический спин).

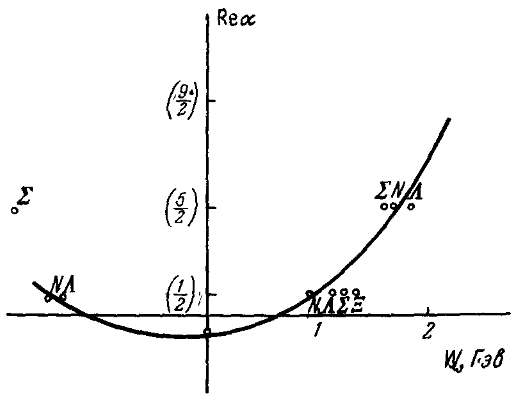

Рис. 7. Траектория барионного октета.

2. Рассеяние вперед

Другое свойство полюсов Редже состоит в том, что ими определяется асимптотическое поведение амплитуды при неограниченном возрастании косинуса угла рассеяния. В качестве примера рассмотрим реакцию

$$\pi^- + \pi^0 \to \bar{p} + n. \tag{3,1}$$

Обозначим через t квадрат полной энергии в системе центра масс, а через s — квадрат четырехмерного импульса, переданного от π^--мезона антипротону. Величина s связана с углом рассеяния ϑ соотношением

$$s = m^2 + \mu^2 + \frac{t}{2} + 2pp' \cos\vartheta, \tag{3,2}$$

в котором введены следующие обозначения: m — масса протона, μ — масса π-мезона, p и p' — импульсы в системе центра масс соответственно в начальном и конечном состояниях для реакции (3,1). Полюс Редже в случае реакции (3,1) должен обладать изотопическим спином, равным 1, барионным зарядом и странностью, равными нулю, изотопической четностью $G = +1$ и нечетным спином. Единственным бозоном, который удовлетворяет всем этим требованиям, является ρ-мезон. Предположим, что ρ-мезон лежит на траектории Редже $\alpha_\rho(t)$ и что других особенностей, вносящих существенный вклад в асимптотику амплитуды по s, нет. Так как спин ρ-мезона равен 1, $\alpha_\rho(m_\rho^2) = 1$ и сигнатура траектории отрицательна.

Согласно формуле (1,28) в этом случае асимптотическое поведение амплитуды рассеяния при $s \to \infty$ описывается выражением

$$A_\rho(s, t) = -\frac{\pi}{2}[2\alpha_\rho(t) + 1]\beta_\rho(t)\frac{e^{-i\pi\alpha_\rho(t)} - 1}{\sin\pi\alpha_\rho(t)}(\cos\varphi)^{\alpha_\rho(t)} = \tag{3,3}$$

$$= -\frac{\pi}{2}[2\alpha_\rho(t) + 1]\beta_\rho(t)\frac{e^{-i\pi\alpha_\rho(t)} - 1}{\sin\pi\alpha_\rho(t)}\left[\frac{s}{2p(t)p'(t)}\right]^{\alpha_\rho(t)}. \tag{3,4}$$

В соответствии с перекрестной симметрией, о которой шла речь выше, амплитуды реакции (3,1) и реакции

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^0 + n \qquad (3,5)$$

описываются одной аналитической функцией s и t, однако в случае реакции (3,5) квадратом полной энергии в системе центра масс является величина s, а t равно квадрату передачи четырехмерного импульса между двумя пионами. Таким образом, асимптотическая формула (3,4) описывает поведение амплитуды реакции рассеяния с перезарядкой (3,5) при высокой энергии и конечных (малых по сравнению с s) значениях переданного импульса. Соответствующие значения t отрицательны.

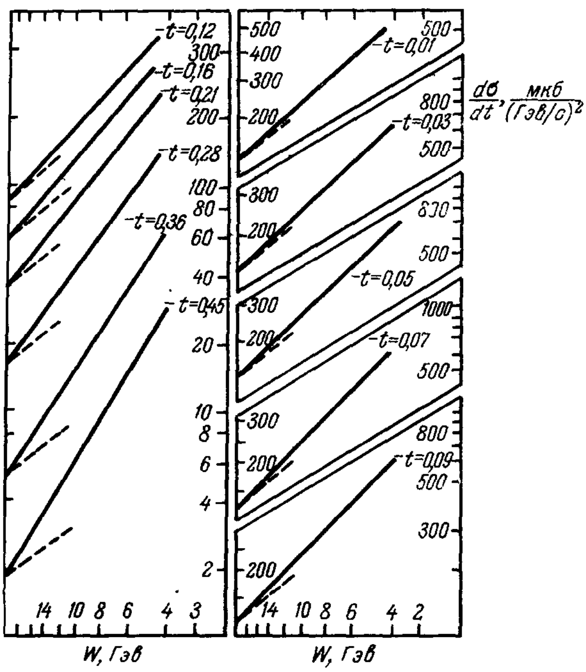

Рис. 8. Сечение $d\sigma/dt$ как функция энергии π-мезона в лабораторной системе в случае реакции $\eta^- p \to \eta^0 n_0$. $s = m_n^2 + m_p^2 + 2m_p\omega$, шкала логарифмическая (Phys. Lett. 20, 79 (1966)).

Простейшим способом проверки гипотезы о полюсах Редже является измерение в эксперименте зависимости от энергии дифференциального сечения $d\sigma/dt$. Это определение связано с обычным определением дифференциального сечения $d\sigma/d\cos\vartheta$ посредством простого кинематического множителя, так как в случае реакции (3,5) величина t выражается через угол рассеяния следующим образом:

$$t = -2k^2(1-\cos\vartheta), \qquad (3,6)$$

где k — импульс частицы в системе центра масс реакции (3,5). Сечение $d\sigma/dt$ пропорционально $|A_\rho(s, t)|^2$ и, следовательно, при больших значениях s и фиксированном t должно изменяться как $s^{2[\alpha_\rho(t)-1]}$. Множитель s^{-2}, который сюда входит, является кинематическим фактором, который связывает сечение с инвариантной амплитудой, удовлетворяющей соотношениям перекрестной симметрии. Проще всего проверить это предсказание, рассматривая $\lg(d\sigma/dt)$, который, согласно теории полюсов Редже, должен быть линейной функцией $\lg s$. Соответствующие кривые приведены на рис. 8. Они превосходно согласуются с предсказаниями теории [29].

Траектория $\alpha_\rho(t)$ определяется наклоном кривых на рис. 8. В частности, найдено, что $\alpha_\rho(0) = 0,55 \pm 0,05$. Другим подтверждением теории могло бы послужить установление того факта, что, будучи продолжена в область положительных значений t, функция $\alpha_\rho(t)$ равна единице при $t = m_\rho^2$. Хотя ошибки эксперимента еще не позволяют произвести эту экстраполяцию достаточно точно, оказалось, что теория качественно подтверждается и в этом пункте.

Знания величины $d\sigma/dt$ в принципе еще недостаточно для определения вычета $\beta_\rho(t)$. Это действительно так, поскольку до сих пор мы не учитывали спин нуклона. Если это сделать, то амплитуда рассеяния с перезарядкой π-мезона на нуклоне будет состоять из двух членов: амплитуды когерентного рессеяния A, определяемой формулой (3,4), и амплитуды B реакции с изменением спиральности нуклона, асимптотический вклад которой определяется выражением

$$\frac{e^{-i\pi\alpha_\rho(t)}-1}{\sin \pi\alpha_\rho(t)}\left[\frac{s}{2p(t)\,p'(t)}\right]^{\alpha_\rho(t)-1}. \qquad (3,7)$$

Дифференциальное сечение выражается через эти амплитуды следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dt}(s,\,t)=\frac{1}{\pi s}\frac{m^2}{k^2}\left\{\left(1-\frac{t}{4m^2}\right)|A|^2+\frac{t}{4m^2}\left(s-\frac{s+p^2_{\text{лаб}}}{1-\frac{t}{4m^2}}\right)|B|^2\right\}. \qquad (3,8)$$

Отсюда видно, что величина $\beta_\rho(0)$ однозначно определяется значением $\left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0}$. Кроме того, поскольку вклад амплитуды B в s раз меньше вклада амплитуды A, экспериментальные данные позволяют правильно определить также вычет $\beta_\rho(t)$. Вычет $\gamma_\rho(t)$, который соответствует реакции с изменением спиральности, очень чувствителен к экспериментальным ошибкам. По существу, он очень чувствителен также и к теоретическим ошибкам в том смысле, что любая добавка к когерентной амплитуде A (как, скажем, вклад от разреза в l-плоскости) может не оказаться малой по сравнению с величиной B. Значительно более точно можно было бы определить величину вычета $\gamma_\rho(t)$, изучая поляризацию нейтрона отдачи, которая пропорциональна $\operatorname{Im}(AB^*)$.

Рассеяние π-мезона на нуклоне с перезарядкой представляет собой очень чистый случай, в котором может быть проверена гипотеза полюсов Редже. В этом смысле можно сказать, что теория полюсов Редже очень хорошо подтверждается экспериментом.

3. Рождение η-мезона

Существует еще лишь одна реакция, которая, по-видимому, может быть описана, если считать, что только один полюс Редже вносит вклад в асимптотику дифференциального сечения рассеяния вперед. Такой реакцией является рождение η-мезона при взаимодействии π-мезона с протоном:

$$\pi^- + p \longrightarrow \eta + n. \qquad (3,9)$$

В этом случае квантовые числа полюса Редже определяются перекрестной реакцией

$$\pi^- + \eta \longrightarrow \bar{p} + n. \qquad (3,10)$$

Отсюда видно, что его изоспин равен 1, барионный заряд и странность равны нулю, зарядовая четность $G=-1$. Существует только один мезон, обладающий таким набором квантовых чисел. Это A_2-мезон, который, по-видимому, является частицей 2^+. Поэтому сигнатура соответствующего ему полюса Редже положительна.

Характер дифференциального сечения реакции (3,9) правильно описывается с помощью этого полюса Редже [30]. К сожалению, статистика слишком бедна и не позволяет получить достаточно точную информацию. Заметим только, что экстраполяция экспериментальных данных приводит к значению $\alpha_{A_2}(m^2_{A_2})=2$.

4. Другие реакции

В таблице перечислен ряд наиболее важных двухчастичных реакций с указанием полюсов Редже, которые могут вносить вклад в асимптотическое поведение дифференциального сечения рассеяния вперед при высокой энергии. Последняя реакция в таблице, $p+n \to n+p$, фактически изучается как рассеяние назад при упругом взаимодействии протона с нейтроном. Для краткости мы будем называть ее рассеянием протона на нейтроне с перезарядкой.

Таблица

Полюсы Редже, которые дают вклад в сечение рассеяния вперед

Реакции	Полюсы Редже	Реакции	Полюсы Редже
$\pi^- + p \to \pi^0 + n$	ρ	$K^+ + n \to K^+ + n^-$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$
$\pi^- + p \to \eta + n$	A_2	$K^- + p \to K^0 + n$	ρA_2
$\pi^- + p \to \pi^- + p$	$PP'\rho$	$K^+ + n \to K^0 + p$	ρA_2
$\pi^+ + p \to \pi^+ + p$	$PP'\rho$	$p + p \to p + p$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$
$K^- + p \to K^- + p$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$	$p + n \to p + n$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$
$K^- + n \to K^- + n$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$	$\bar{p} + p \to \bar{p} + n$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$
$K^+ + p \to K^+ + p$	$PP'\rho\ (\omega\varphi)\ A_2$	$p + n \to n + p$	ρA_2

1. Траектории с меньшими значениями J типа пионной или ABC не указаны, так как их вклад при высокой энергии пренебрежимо мал.

2. ω- и φ-мезонные траектории настолько близки одна к другой, что эквивалентны одной траектории.

В большинстве из этих реакций необходимо учитывать много полюсов. Простейшими в этом смысле являются реакции $K^- + p$, $K^+ + n$ и рассеяние pn с перезарядкой. Поскольку траектории ρ и A_2 расположены в интересующей нас области не очень далеко друг от друга, знание сечений не позволяет однозначно определить соответствующие вычеты. Необходимо подчеркнуть, что в любом случае эти три реакции, которые связаны частичной общностью полюсов с реакциями (3,7) и (3,9), могут послужить очень чувствительной проверкой гипотезы полюсов Редже. К сожалению, кинематические условия при малых передачах импульса в случае реакций $p + n \to n + p$ и $K^+ + n \to K^0 + p$, которые были экспериментально исследованы с применением дейтериевой мишени, таковы, что необходимо учитывать взаимодействие двух нуклонов в конечном состоянии.

Все остальные реакции являются упругими. В этом случае оптическая теорема, которая связывает мнимую часть амплитуды рассеяния вперед с полным сечением:

$$\operatorname{Im} A(s,\ t=0) = \frac{k\sigma_T \sqrt{s}}{4\pi}, \tag{3,11}$$

дает возможность использовать полное сечение как дополнительную информацию, которая не зависит от упругого рассеяния.

Существует замечательный факт, который выражается в том, что полные сечения всех процессов с ростом энергии стремятся к некоторым постоянным величинам. С точки зрения метода полюсов Редже это должно означать, что существует полюс P, который при $t = 0$ находится в точке $l = 1$. Кроме того, перекрестная реакция в случае упругого рассеяния представляет собой рассеяние, при котором в начальном и конечном состояниях имеются только частица и античастица. Примером может служить реакция $\pi^+ p \to \pi^+ p$. В этом случае перекрестной является реакция $\pi^+\pi^- \to \bar{p}p$. В соответствии с этим полюс P должен обладать всеми квантовыми числами вакуума (зарядом, изотопическим спином, барионным зарядом, странностью, равными нулю, зарядовой четностью $G = +1$).

Можно показать, что в рамках метода Редже сечения двух реакций, которые отличаются заменой частиц на античастицы (например, $p + p \to p + p$ и $\bar{p} + p \to \bar{p} + p$ или $\pi^- + p \to \pi^- + p$ и $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$), должны с ростом энергии стремиться к общему пределу [31]. В действительности этот результат остается в силе при значительно более слабых предположениях, чем гипотеза полюсов Редже. Поскольку впервые эта теорема была доказана Померанчуком, полюс P принято называть полюсом Померанчука. Сигнатура полюса Померанчука должна быть положительной. В противном случае существовала бы сильно взаимодействующая частица со спином, равным 1, и массой, равной нулю. При таком выборе сигнатуры множитель $(e^{i\pi\alpha_P(t)} + 1)/\sin \pi\alpha_P(t)$ в формуле Редже при $t = 0$ конечен. Кроме того, при этом на траектории полюса Померанчука могут лежать только частицы, имеющие спин и четность 2^+, 4^+, ... Одна из них, f_0-мезон, который является резонансным состоянием системы из двух π-мезонов, уже обнаружена [32].

Изучение полных сечений π^+p- и π^-p-рассеяния позволяет получить дополнительную информацию. Вычеты в P- и ρ-полюсах таковы, что асимптотическое поведение разности $\sigma_T(\pi^+p) - \sigma_T(\pi^-p)$ полностью определяется одним только ρ-мезонным полюсом. Это дает еще один способ определения $\alpha_\rho(0)$. Полученный таким образом результат очень хорошо совпадает со значением, определенным на основе данных о рассеянии π-мезона на нуклоне с перезарядкой. В то же время ρ-мезонный полюс не вносит вклада в сумму $\sigma_T(\pi^+p) + \sigma_T(\pi^-p)$, куда вносит вклад полюс Померанчука. В действительности в эту сумму вносит вклад не только один полюс Померанчука. Необходимо предположить, что имеется еще один полюс с теми же квантовыми числами, что и P, с такой же сигнатурой и $\alpha_{P'}(0) = 0{,}5$ [33].

Зависимость дифференциального сечения от вкладов полюсов оказалась очень запутанной. Раритой и Филлипсом была предпринята попытка описать все экспериментальные данные с помощью следующих предположений или условий [34]:

а) Для описания траекторий полюсов Редже была использована формула

$$\alpha(t) = -1 + \frac{[1+\alpha(0)]^2}{1+\alpha(0)-\alpha'(0)\,t}\,. \qquad (3{,}12)$$

б) Вычеты вычислялись также по двухпараметрической формуле:

$$\beta(t) = C_0\alpha(t)\,[2\alpha(t)+1]\exp(C_1 t), \qquad (3{,}13а)$$

$$\gamma(t) = D_0\alpha(t)\exp(D_1 t). \qquad (3{,}13б)$$

в) Были учтены ограничения, обусловленные факторизацией вычетов.

В результате ими было получено удовлетворительное описание всех имеющихся экспериментальных данных. Заслуживает внимания то обстоятельство, что вычеты сильно зависят от t, т. е. что коэффициенты C_1 и D_1 в формулах (3,13а) и (3,13б) не малы. Кроме того, оказалось, что вычет в (ω, φ)-мезонном полюсе должен изменять знак в конечной области t. В этом случае вместо формул (3,13а) и (3,13б) нужно использовать трехпараметрическую формулу. Эти два обстоятельства не противоречат существующим теоретическим представлениям, но они требуют объяснения, которого пока мы дать не в состоянии.

Рарита и Филлипс успешно использовали свою параметризацию для предсказания сечения реакции (3,9) еще до его измерения. Кроме того, ими были получены сдвиги фаз в π^-p-, π^+p-, pp- и $\bar{p}p$-рассеяниях вперед. В этом случае экспериментальные ошибки очень велики, но совпадение по порядку величины имеет место. Они сделали интересное предсказание, что величина поляризации остается достаточно большой даже при высоких энергиях (от 0,2 до 10 *Мэв*).

Очень трудно в такой сложной ситуации сделать какие-либо строгие выводы. Представляется разумным признать следующее:

а) Рассеяние π-мезона на нуклоне с перезарядкой, которое для проверки является наиболее чистым случаем, находится в превосходном согласии с гипотезой о полюсах Редже.

б) Найдена параметризация всех экспериментальных данных, которые могут иметь отношение к полюсам Редже. Правда, для этого пришлось использовать слишком много свободных параметров.

в) Нигде не обнаружено какого-либо противоречия теории с экспериментом.

5. Связь с моделью периферических взаимодействий

Вернемся к асимптотической формуле (3,3). Пренебрежем изменением $(\cos\vartheta)^{\alpha_\rho(t)}$ как функции t вблизи точки $t=m_\rho^2$. Множитель, стоящий перед косинусом, в этой точке бесконечен. Разлагая его вблизи точки $t=m_\rho^2$, т. е. положив $\alpha_\rho(t)\approx 1+\alpha'(m_\rho^2)(t-m_\rho^2)$, получим

$$A_\rho(s,t) = -\frac{3\beta_\rho(m_\rho^2)}{\alpha'_\rho(m_\rho^2)}\frac{1}{t-m_\rho^2}(\cos\varphi)^1. \qquad (3,14)$$

Эта формула совпадает с выражением, которое получается в теории поля, если считать, что нуклон и π-мезон при взаимодействии обмениваются ρ-мезоном. Этот одномезонный обмен лежит в основе так называемой периферической модели. Очевидно, что если гипотеза о полюсах Редже правильна, то периферическая модель очень хороша при значениях t, весьма близких к m_ρ^2. Такая ситуация в действительности никогда не осуществляется. В то же время использование модели периферических взаимодействий представляется обоснованным, если происходит обмен π-мезоном и величина t близка к нулю. Нужно отметить, что в периферической модели амплитуда пропорциональна s, а не $s^{\alpha_\rho(t)}$. Это приводит к неправильному асимптотическому поведению по энергии, так как $\alpha_\rho(0)\approx 0{,}55$.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА *)

1. T. Regge, Nuovo Cimento 14, 951 (1959); 18, 947 (1960); A. Bottino, A. M. Longoni, T. Regge, Nuovo Cimento 23, 954 (1962).
2. J. Charap, S. Fubini, Niovo Cimento 14, 540 (1959).
3. D. Masson, Nuovo Cimento 35, 125 (1965).
4. P. L. Kapur, R. E. Peierls, Proc. Roy. Soc. (London) 166, 277 (1938).

*) Цитированы только те работы, которые были закончены до марта 1966 г.

5. J. M. Charap, E. J. Squires, Ann. Phys. **20**, 145 (1962); **21**, 8 (1963); **25**, 143 (1963).
6. M. Gell-Man, Phys. Rev. Lett. **8**, 263 (1962).
7. Л. Д. Фадеев, ЖЭТФ **39**, 1459 (1960); **42**, 1014 (1961); C. Lovelace, Phys. Rev. **B135**, 1225 (1964).
8. R. G. Newton, Nuovo Cimento **24**, 400 (1963); Phys. Lett. **4**, 11 (1963).
9. J. B. Hartle, Phys. Rev. **B134**, 620 (1964).
10. R. Omnes, V. Alessandrini, Phys. Rev. **B136**, 1137 (1964); V. Alessandrini, R. Omnes, Phys. Rev. **B137**, 681 (1965).
11. S. W. McDowell, Phys. Rev. **116**, 774 (1960).
12. S. Mandelstam, Phys. Rev. **112**, 1344 (1958); G. F. Chew, S. Mandelstam, Phys. Rev. **119**, 467 (1960); G. F. Chew, Ann. Rev. Nucl. Sci. **9**, 29 (1959); D. Amati, S. Fubini, Ann. Rev. Nucl. Sci. **12**, 359 (1962).
13. M. Froissart, Intern. Conf. Strong. Interactions La Jolla, 1961 (не опубликовано); V. Gribov, Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., CERN, 1962.
14. K. Bardakci, Phys. Rev. **127**, 1832 (1962).
15. S. Mandelstam, Nuovo Cimento **30**, 1113 (1963).
16. V. N. Gribov, I. Ya. Pomeranchuk, Phys. Lett. **2**, 232 (1962).
17. M. Gell-Mann, Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., CERN 1962, стр. 539.
18. J. C. Polkinghorne, J. Math. Phys. **4**, 503 (1963).
19. B. Lee, R. Sawyer, Phys. Rev. **127**, 2266 (1962).
20. S. Mandelstam, Nuovo Cimento **30**, 1127 (1963); J. C. Polkinghorne, Nuovo Cimento **36**, 857 (1965); J. Math. Phys. **4**, 503, 1396 (1963); **5**, 1491 (1964); I. G. Halliday, Nuovo Cimento **30**, 177 (1963).
21. S. Mandelstam, Nuovo Cimento **30**, 1148 (1963).
22. V. N. Gribov, I. Ya. Pomeranchuk, K. A. Ter-Martirosyan, Phys. Rev. **B139**, 184 (1965).
23. G. F. Chew, S. C. Frautschi, Phys. Rev. Lett. **7**, 394 (1961); **8**, 41 (1962); G. F. Chew, S. C. Frautschi, S. Mandelstam, Phys. Rev. **126**, 1202 (1962); S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, F. Zachariasen, Phys. Rev. **126**, 2204 (1962); C. Lovelace, Nuovo Cimento **25**, 730 (1962).
24. M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, Phys. Rev. Lett. **9**, 275 (1962); erratum **10**, 39 (1963); M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, F. E. Low, F. Zachariasen, Phys. Lett. **4**, 265 (1963); M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, F. E. Low, E. Marx, F. Zachariasen, Phys. Rev. **B133**, 145 (1964); M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, F. E. Low, V. Singh, F. Zachariasen, Phys. Rev. **B133**, 161 (1964).
25. S. Mandelstam, Phys. Rev. **137**, B949 (1965).
26. R. Blankenbecler, M. L. Goldberger, Phys. Rev. **126**, 766 (1962).
27. G. F. Chew, J. O. Stack, UCRL 16293 (July 1965); Phys. Rev. **125**, 690 (1962).
28. T. J. Devlin, B. J. Moyer, V. Perez-Mendez, Phys. Rev. **125**, 690 (1962).
29. G. Höhler, J. Baake, H. Schlaile, P. Sonderegger, Phys. Lett. **20**, 79 (1966); R. K. Logan, Phys. Rev. Lett. **14**, 414 (1965).
30. J. N. Phillips, W. Rarita, Phys. Rev. **B140**, 200 (1965).
31. И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **33**, 306 (1956).
32. J. J. Veillet, J. Hennessy, H. Bingham, M. Bloch, D. Drijard, A. Lagarrigue, G. Bellini, M. Di Corato, E. Fiorini, P. Negri, Phys. Rev. Lett. **10**, 29 (1963).
33. K. Igi, Phys. Rev. Lett. **9**, 76 (1962).
34. J. N. Phillips, W. Rarita, Phys. Rev. **B139**, 1336 (1965).