

530.145

ВТОРОЙ ЗВУК В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Л. П. Питаевский

Цель настоящей заметки — рассказать об экспериментальном обнаружении интересного явления — второго звука в твердом гелии^{1,2}

Как известно, тепловое движение в твердых телах при низких температурах сводится к существованию в теле фононов — звуковых квантов. Энергия кванта связана с частотой звука соотношением

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

Кроме того, каждый фонон характеризуется квазиимпульсом—вектором, аналогичным по своим свойствам импульсу частицы и равным

$$\mathbf{k} = \hbar\boldsymbol{\kappa},$$

где $\boldsymbol{\kappa}$ — волновой вектор звуковой волны. При низких температурах имеются только фононы с малыми ω . При этом

$$\varepsilon = ck, \quad (1)$$

где c — скорость звука *). В этом отношении фононы аналогичны фотонам, у которых связь энергии с импульсом дается той же формулой (1), где c — скорость света. В равновесии фононы распределены по квазиимпульсам с функцией распределения Бозе — Эйнштейна

$$n(\mathbf{k}) = [e^{\varepsilon(\mathbf{k})/T} - 1]^{-1} \quad (2)$$

(T — температура в энергетических единицах).

Фононы могут взаимодействовать между собой — сталкиваться, распадаться. При таких столкновениях будет сохраняться энергия, а также — с ограничением, о котором будет сказано ниже (см. формулу (10)), — суммарный квазиимпульс. В этом смысле совокупность фононов аналогична обычному газу из частиц. В частности, оказывается, что по такому газу может распространяться своеобразный звук. Этот звук «второго порядка», распространяющийся в газе из квантов обычного звука, называют *вторым звуком*. Поскольку фононный газ по самой сути есть носитель теплового движения, величина, которая колеблется в волне второго звука, — это температура, а не плотность, как в обычном звуке. Можно сказать, что второй звук — это незатухающая тепловая волна.

Существование второго звука было предсказано теоретически в сверхтекучем жидком гелии Л. Д. Ландау³. В 1946 г. второй звук в жидком гелии был экспериментально обнаружен В. П. Пешковым⁴, который тогда же высказал соображения о том, что такое явление может существовать и в твердых телах.

*) В твердом теле имеются три звуковые ветви с различными скоростями. Мы будем, однако, отвлекаться от этого не имеющего принципиального значения обстоятельства.

Мы не будем излагать здесь общую теорию Ландау (она изложена в обзоре ⁵), ограничимся нестрогими, но более простыми соображениями, пригодными в нашем случае фононов в твердом теле.

Прежде всего отметим, что газ фононов обладает энергией E и давлением p , которые, как и для изотропного излучения, т. е. газа фотонов, связаны соотношением

$$E = 3p \quad (3)$$

(E — энергия в единице объема).

Газ фононов может двигаться как целое относительно решетки кристалла. Если скорость этого движения \mathbf{v} , то функция распределения такого газа получается из (2) заменой $n(\epsilon)$ на $n(\epsilon - \mathbf{k}\mathbf{v})$. Если вычислить с помощью такой функции распределения полный квазиимпульс газа \mathbf{K} , то при малой скорости v легко найти

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{k} n(\epsilon - \mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{d^3k}{(2\pi\hbar)^3} \approx - \int \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{dn}{d\epsilon} \frac{d^3k}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4E}{3c^2} \mathbf{v}.$$

Коэффициент пропорциональности между \mathbf{K} и \mathbf{v}

$$\rho_n = \frac{4E}{3c^2} \quad (4)$$

имеет смысл плотности «эффективной массы» фононов, подобно тому как плотность массы обычного газа есть коэффициент пропорциональности между импульсом и скоростью.

Выведем теперь систему уравнений, описывающую распространение второго звука. В качестве первого уравнения возьмем уравнение для скорости движения фононов, выражающее в конечном счете закон сохранения квазиимпульса. Оно должно иметь вид обычного уравнения гидродинамики:

$$\rho_n \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p \quad (5)$$

(скорость \mathbf{v} считаем малой).

В качестве второго уравнения, в соответствии с физическим смыслом второго звука как незатухающего колебания температуры, выберем уравнение, выражающее сохранение энергии. Оно имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial t} + (E + p) \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (6)$$

Второй член в скобке описывает, как и в обычной гидродинамике, изменение энергии, связанное с работой сил давления фононного газа.

Выражая теперь ρ_n и p через E с помощью (3) и (4) и исключая \mathbf{v} , получаем для энергии E волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{c^2}{3} \Delta E, \quad (7)$$

из которого видно, что скорость второго звука равна

$$c_2 = \frac{c}{\sqrt{3}}. \quad (8)$$

В твердом анизотропном веществе в эту формулу должна входить некоторая усредненная скорость \bar{c} .

Остановимся теперь на условиях, при которых может наблюдаться второй звук в твердом теле ⁶.

Прежде всего, очевидно, что кристалл должен быть достаточно хорошего качества. Длина свободного пробега тепловых фононов, связанная

с рассеянием на дефектах кристалла или примесях, должна быть велика по сравнению с длиной волны второго звука:

$$\lambda_2 \sim \frac{c_2}{\omega_2} \ll l_{\text{пр}}. \quad (9)$$

Фактически оказалось, что наиболее благоприятным объектом в этом отношении являются кристаллы твердого He^4 . Это связано с тем, что уже в жидком He практически отсутствуют какие-либо примеси: при низких температурах растворимость всех веществ очень мала. Единственно возможные примеси — атомы другого изотопа гелия, He^3 , — можно достаточно легко отделить. С другой стороны, образующиеся при кристаллизации гелия дефекты, например вакансии, по-видимому, сравнительно быстро выходят на поверхность кристалла. Это связано с большой амплитудой нулевых колебаний атомов в твердом и жидком гелии. Именно большая величина этих колебаний приводит к тому, что при нормальном давлении гелий остается жидким вплоть до абсолютного нуля и затвердевает только при давлении больше 25 атм.

Второе необходимое требование имеет более принципиальный характер и связано с отличием закона сохранения квазиимпульса фононов от закона сохранения импульса. Как известно, в любом процессе взаимодействия фононов между собой закон сохранения имеет вид

$$\sum \mathbf{k}_i = \sum \mathbf{k}_f + 2\pi\hbar\mathbf{b}n \quad (m=0, 1, 2, \dots); \quad (10)$$

здесь $\sum \mathbf{k}_i$ — сумма квазиимпульсов фононов до взаимодействия, $\sum \mathbf{k}_f$ — сумма квазиимпульсов после взаимодействия, а \mathbf{b} — так называемый вектор обратной решетки, характерный для данного кристалла.

Если $m=0$ (такие процессы взаимодействия называют «нормальными»), то квазиимпульс сохраняется. В тех же процессах, в которых $m \neq 0$ (такие процессы называются «процессами переброса»), суммарный квазиимпульс фононного газа не сохраняется. Это приводит к нарушению уравнения (5): в нем появляется «сила трения» фононов о решетку кристалла, приводящая к затуханию второго звука. Поэтому для распространения второго звука необходимо также условие *)

$$\lambda_2 \ll l_{\text{пер}}, \quad (11)$$

где $l_{\text{пер}}$ — длина свободного пробега фонона по отношению к процессам переброса. К счастью, $l_{\text{пер}}$ резко возрастает при низких температурах. Действительно, комбинируя (10) с законом сохранения энергии, легко понять, что при $m \neq 0$ хотя бы один из начальных фононов должен иметь квазиимпульс $\sim \hbar\mathbf{b}$. Учитывая, что

$$b \sim \frac{1}{a}, \quad \frac{\hbar c}{a} \sim \Theta,$$

где a — межатомное расстояние, Θ — дебаевская температура кристалла, приходим к тому, что энергия этого фонона $\sim \Theta$. Число таких фононов при $T \ll \Theta$ пропорционально

$$e^{-\Theta/T}.$$

Это приводит к тому, что

$$l_{\text{пер}} \sim e^{\Theta/T}, \quad (12)$$

т. е. экспоненциально возрастает при понижении температуры.

*) Подробнее о явлениях, связанных с малым числом процессов переброса, см. в обзоре ⁷.

Для вывода третьего условия заметим, что в уравнениях (5) и (6) предполагалось, что фононный газ находится в термодинамическом равновесии. Это равновесие обеспечивается «нормальными процессами» взаимодействия фононов друг с другом. Поэтому, чтобы равновесие успело установиться за период колебаний звука, необходимо условие

$$\lambda_2 \gg l_n, \quad (13)$$

где l_n — длина пробега тепловых фононов по отношению к «нормальным» процессам взаимодействия. Условия (11) и (13) совместимы только в том случае, если

$$l_{\text{пер}} \gg l_n. \quad (14)$$

При низких температурах наиболее частыми являются «трехфононные процессы». Сюда относится процесс распада одного фонона на два и обратный процесс. Теоретическая оценка показывает, что в этом случае ⁸

$$l_n \sim T^{-5}.$$

Рис. 1. Это означает, что при низких температурах условие (14) во всяком случае должно выполняться. Отметим также, что (13) означает, что l_n должно быть мало и по сравнению с характерным размером кристалла R . Впервые условия, когда

$$l_{\text{пер}} \gg R \gg l_n, \quad (15)$$

были осуществлены в опытах Межова-Деглина ⁹. Работа ⁹ является поэтому важным этапом на пути обнаружения второго звука в твердом теле.

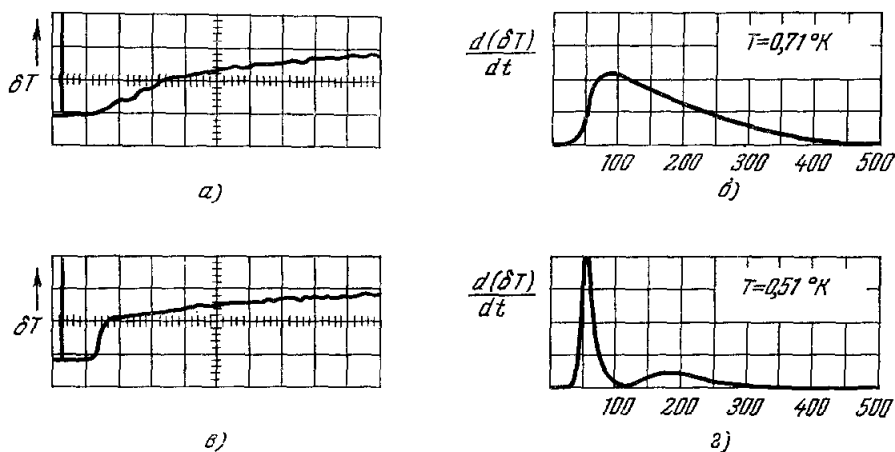


Рис. 2.

Подчеркнем еще, что условие (11) ограничивает, при данной длине волны λ_2 , температуру сверху, а условие (13) — снизу.

Перейдем теперь непосредственно к описанию экспериментов ¹.

В этих опытах изучалось не распространение синусоидальных колебаний, а тепловые импульсы продолжительностью $\tau \sim 0,1-5,0$ мксек. Схема установки изображена на рис. 1. Незаштрихованное пространство заполнено монокристаллом твердого гелия с размерами 9×8 мм², выра-

ценным при давлении 54,2 атм. Авторы исследовали 13 образцов. Из них достаточно хорошими для наблюдения второго звука оказались 4. Цифрой 1 на рисунке отмечено место расположения излучателя тепловых импульсов — угольного сопротивления, которое нагревалось импульсами электрического тока. Цифра 2 показывает положение приемника (детектора) колебаний — угольного термометра. Изменение температуры детектора было порядка 10^{-2} . Медный прут 3 служил для отвода тепла при выращивании кристалла.

На рис. 2 показаны типичные экспериментальные кривые. Графики а) и в) показывают зависимость температуры детектора от времени, графики б) и г) — зависимость от времени скорости изменения температуры $d(\delta T)/dt$.

Графики а) и б) относятся к $T = 0,71^\circ \text{K}$. При такой температуре условие (11) не выполняется. (Для теплового импульса это условие следует переписать в виде $\frac{c_2}{\tau} \ll l_{\text{пер.}}$.) Импульс в точке приема имеет размытый характер.

При $T = 0,51^\circ \text{K}$ (графики в) и г)) выполняются условия распространения второго звука. При этом в точке приема имеется резкий импульс. Скорость его распространения $c_2 \sim 160 \text{ м/сек}$, что соответствует оценке (8). Более того, на графике хорошо виден второй импульс меньшей интенсивности. Это «эхо» — импульс, отразившийся от плоскости приемника, плоскости излучателя и вновь пришедший к приемнику. Существование такого эха — убедительное доказательство волнового характера процесса распространения тепла в данных условиях.

В дальнейшем авторы повторили опыты при различных давлениях. При этом расстояние между приемником и детектором составляло 0,77 см, а толщина кристалла была примерно равна $2,5 \text{ см}^2$. Это позволило уменьшить рассеяние тепловых импульсов на границе образца. В таких условиях удавалось наблюдать не один, а два отраженных импульса (рис. 3). Таблица зависимости скорости второго звука от давления имеет вид

Давление, атм	33	54	100	130
c_2 , м/сек	130	160	180	210

Интересно отметить, что при температурах ниже $0,5^\circ \text{K}$ перестает выполняться условие (13). В этом случае тепло начинает переноситься без столкновений потоком фононов от излучателя к приемнику. Импульс вновь расширяется, а его скорость приближается к скорости обычного звука.

Автор благодарен А. И. Шальникову за обсуждение затронутых в статье вопросов.

Институт физических проблем
АН СССР

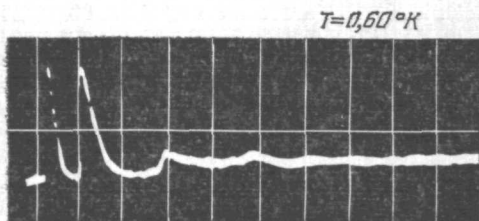


Рис. 3.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Аскерман, В. Бертман, Н. А. Фэрбанк, Р. А. Гуер, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 789 (1966).
 2. С. С. Аскерман, Н. А. Фэрбанк, Р. А. Гуер, Preprint, 1967.
 3. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **11**, 592 (1941) или *УФН* **93** (3), 495 (1967).
 4. В. П. Пешков, *ЖЭТФ* **16**, 1000 (1946).
 5. И. М. Халатников, *УФН* **60** (1), 70 (1956).
 6. Р. А. Гуер, Ж. А. Крумхансе, *Phys. Rev.* **A133**, 1411 (1964).
 7. Р. Н. Гуржи, *УФН* **94** (4), 689 (1968).
 8. С. Неггин, *Phys. Rev.* **133**, 2461 (1954).
 9. Л. П. Межов-Деглин, *ЖЭТФ* **49**, 66 (1965).
-