

537.56

**ИОНИЗАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ (СТРАТЫ) В РАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЕ****Л. Пекарек****1. ВВЕДЕНИЕ**

Стратификация положительного столба разряда в газе — наиболее легко наблюдаемый тип волн и неустойчивостей в плазме. Тем не менее это явление не описано даже в самых полных обзорных статьях о волновых явлениях и неустойчивостях плазмы, в то время как те плазменные волны и неустойчивости, которые были обнаружены в основном только в последние 10—15 лет в связи с исследованием горячей плазмы, настолько изучены, что они вошли в учебники. Это тем более странно, что страты — стоячие или, чаще, движущиеся — встречаются в разрядной плазме настолько часто, что именно расслоенный положительный столб представляет собой форму, типичную для разрядной плазмы большинства газов и их смесей.

Одна из причин того, что страты изучены столь слабо, кроется в физической природе этого явления. Волны, обуславливающие явление стратификации, принадлежат к особому, весьма своеобразному классу волновых явлений. Их механизм нельзя свести ни к одному из до сих пор известных. В механизме стратификации отсутствует параметр, аналогичный количеству движения (как, например, в звуковой и других волнах), а основную роль в распространении играет изменение скорости ионизации в плазме. Волны, обуславливающие стратификацию, можно поэтому назвать *ионизационными волнами*. Этого названия мы и будем придерживаться в данной статье.

Исключительная природа ионизационных волн отражается в характере описывающего их волнового уравнения, которое содержит только первую производную по времени. Волновое решение обусловлено интегральным членом, который выражает изменение скорости ионизации в плазме. Попытки объяснить страты как акустические волны, электроакустические волны (ионный звук), продольные электрические волны, связанные с лэнгмюровскими колебаниями электронного или ионного газа, и т. п. оказались в свете новых экспериментальных результатов с искусственно возбужденными стратами безрезультатными, хотя с данными, полученными при измерениях на самопроизвольно существующих стратах, получалось часто на первый взгляд удовлетворительное согласие.

Кроме того, ионизационные волны отличаются от любых других типов волн прежде всего богатством дисперсионных соотношений. Это удалось обнаружить только при искусственном возбуждении ионизационных волн, в то время как исследование самопроизвольно существующих страт, которым занималось большинство авторов, не вызвало ни малейшего подозрения о сложности их феноменологической картины (в частности, о направлении групповой скорости, которая обычно противоположна фазовой скорости)

и не давало возможности определить источник страт и способ их самовозбуждения. Многие, например, считали страты, движущиеся от анода к катоду, следствием локализованных самовозбуждающихся колебаний в анодной области разряда, а определяющая роль плазмы при возникновении и в описании свойств страт долго оставалась неясной.

Итак, феноменологическая сложность ионизационных волн и вместе с тем весьма специфический физический механизм их возникновения и распространения существенно задержали их объяснение, и долго не удавалось установить общую точку зрения даже среди тех, кто непосредственно исследовал явление стратификации. Положение изменилось только в последние годы, и сейчас ионизационный механизм страт является общепринятым. В последнее время повысился также практический интерес к ионизационным волнам и к связанной с ними продольной неустойчивости разрядной плазмы, так как они оказывают вредное действие в газовых лазерах.

В этой статье дан (после исторической справки) обзор феноменологических свойств ионизационных волн в разных газах и показаны их основные закономерности. Главное внимание уделено экспериментальным работам по искусственно вызванным ионизационным волнам малой амплитуды. Из работ, в которых исследованы самопроизвольно существующие ионизационные волны, приведены только некоторые наиболее важные результаты. Не разобраны также экспериментальные исследования тех волновых явлений в плазме, в которых ионизационная интерпретация волн не является очевидной (как, например, <sup>16</sup>, <sup>18</sup>, <sup>19</sup>, <sup>81</sup>, <sup>116–118</sup>, <sup>163</sup>) и которые авторы объясняют другими механизмами. Нельзя исключить, что и из этих волновых явлений некоторые все же окажутся связанными с ионизационными механизмами, но в настоящее время нет достаточных данных для такого утверждения.

В теоретической части основное внимание сосредоточено на наглядном физическом объяснении основного механизма распространения ионизационных волн и их неустойчивостях.

Благодаря любезности авторов, приславших препринты своих работ, кроме работ, вышедших в свет в 1966 г., в обзор удалось включить и полученные в 1966 г. данные из некоторых пока неопубликованных работ. Это существенно дополнило, в частности, обзор феноменологических свойств ионизационных волн.

## 2. ИСТОРИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ

Самопроизвольно существующие движущиеся ионизационные волны (движущиеся страты) описали Вюльнер (1874)<sup>2</sup> и вслед за ним Спотисвуд (1876)<sup>3–7</sup>. Неподвижные ионизационные волны (стоячие страты) описал в 1843 г. Абрис <sup>1</sup>, хотя это явление, вероятно, было известно уже Фарадею.

К данному моменту опубликовано около 400 работ, в которых исследуется явление стратификации разрядной плазмы. Для работ, опубликованных до 1950 г., характерно, что в них исследуют волны — движущиеся или неподвижные, — существующие в разряде самопроизвольно, без попыток вызывать их искусственно извне. При этом особой систематичностью и богатством приведенного экспериментального материала обладают самые старые работы<sup>3–10</sup>, <sup>24</sup>, <sup>25</sup>, <sup>27</sup>, <sup>28</sup>, <sup>32</sup>, <sup>33</sup>, хотя экспериментальные устройства (стробоскоп, вращающееся зеркало) были очень простые. Однако результаты, полученные в режиме самовозбуждения, как правило, сложны для интерпретации: амплитуда волн обычно большая, их форма сильно отлична от синусоидальной, свечение, сопровождающее волны, часто вообще пропадает между областями пиков излучаемого света,

а концентрации заряженных частиц отличаются в несколько раз в месте максимума и минимума волны (см., например, <sup>3, 14, 23</sup>).

Картина усложняется еще обнаружением нескольких типов волн, существующих одновременно <sup>11, 12, 15, 17</sup>, наблюдением двойной структуры у неподвижных волн <sup>9, 10, 35</sup>, неоднозначностью результатов измерений (которые у волн большой амплитуды зависят от истории возникновения разряда, величины разрядного тока и давления <sup>45</sup>), нерегулярностью волн и связанных с ними колебаний <sup>38</sup>.

Несмотря на эти трудности, некоторым авторам удалось получить повторяющиеся, простые и вместе с тем достаточно общие результаты. Пупп <sup>20, 24, 25, 27, 28, 32, 33</sup> исследовал систематически свойства ионизационных волн в инертных газах при токах порядка нескольких ампер и установил границу их спонтанного существования (называемую теперь границей Пуппа) (см. ниже рис. 2). Он нашел также ряд простых эмпирических зависимостей скорости и длины волн в инертных газах от разрядных условий (тока, давления, диаметра столба, рода инертного газа). Работая близко от границы спонтанного существования волн, Пупп получил хорошо повторяющиеся результаты, причем форма волн была близкой к синусоидальной. Он установил также, что ионизационные волны не генерированы колебаниями анодного падения потенциала: после подавления этих колебаний вспомогательным разрядом у анода волны продолжали существовать с прежними параметрами. Независимость ионизационных волн от колебаний в анодной области показал также Ван-Горкум <sup>34</sup>: непосредственно после зажигания разряда положительный столб был однородным, а слоистое состояние возникало с запаздыванием в сторону анода. В работах <sup>4, 14, 15, 18, 19, 21, 22, 31</sup> исследованы скорость, частота и длина ионизационных волн в зависимости от разрядных условий, взаимодействие ионизационных волн и анодных колебаний (см. также <sup>48, 67, 68</sup>). Проводились зондовые измерения температуры и плотности электронов в разных местах страты <sup>8-10, 24, 33</sup>.

Этап исследований на самопроизвольно существующих волнах завершают работы Донайе и Дике <sup>38, 46</sup>. Авторы использовали для исследования современную осциллоскопическую технику с фотоумножителями и обнаружили быстро передвигающиеся импульсные возмущения (неудачно названные отрицательными стратами, хотя их длина волны обычно больше длины трубки), распространяющиеся против направления движения обычных страт — в сторону анода. Из обширного экспериментального материала они заключили, что стратификация столба — весьма общее и для разрядной плазмы типичное явление.

Новый этап исследований с искусственным образованием волн начинается с работ Б. Н. Клярфельда и А. А. Зайцева. Клярфельд <sup>42</sup> занимался главным образом неподвижными ионизационными волнами. В некоторых смесях, например в смеси неона с водородом, Клярфельду удалось получить слабо затухающие (в сторону анода) неподвижные волны, которые можно было уничтожить (по анодную сторону) приложением отрицательного напряжения на зонд или внешним магнитным полем. Тем же путем удавалось в некоторых случаях привести неподвижные волны в движение или же остановить движущиеся волны. В однородных участках столба Клярфельд вызывал искусственно волны перекрестным разрядом, поперечным магнитным полем или сужением столба с помощью кругового отверстия. В водороде он наблюдал также ионизационные волны, движущиеся в сторону анода. Клярфельд заключил из этих экспериментов, что нет принципиальной разницы между неподвижными и подвижными стратами — они являются периодическим повторением местного возмущения в плазме в сторону дрейфа электронов, причем он считал их

явлением с большой амплитудой. Зайцев <sup>40, 43, 52</sup> исследовал подвижные ионизационные волны и вызывал их извне либо с помощью вспомогательного внутреннего электрода, либо модуляцией разрядного тока переменным напряжением с частотой, близкой к частоте волн. Он также смог при достаточной амплитуде возмущения синхронизировать спонтанно существующие волны с внешним возмущением. В режиме без самовозбуждения он вызывал искусственно ионизационные волны разной частоты, и, измеряя с помощью вращающегося зеркала или стробоскопа их скорость, он тем самым произвел первые измерения дисперсии ионизационных волн.

Импульсное возмущение заведомо малой амплитуды (чтобы получить линейное явление) было использовано в работах автора <sup>56, 57, 60</sup>. Методом импульсного возмущения малой амплитуды удалось вызывать переходную ионизационную волну (волну расслоения; см. ниже рис. 4), в которой содержится полная информация о дисперсии. Оказалось, что групповая скорость ионизационных волн направлена от катода к аноду, в то время как фазовая скорость (скорость самих страт) направлена к катоду. Найдены разные виды таких обратных ионизационных волн: например, в неоне наблюдаются одновременно два <sup>60, 75</sup> и в некоторых условиях даже три <sup>63</sup> вида ионизационных волн, отличающихся друг от друга только количественно. Кроме обратных ионизационных волн, типичных для инертных газов, методом малого импульсного возмущения в водороде обнаружены прямые волны, в которых групповая и фазовая скорости направлены к аноду <sup>74</sup>. У всех этих волн установлено, что они могут усиливаться в направлении групповой скорости и при достаточно большом усилении происходит самовозбуждение: возмущение переносится с групповой скоростью со все возрастающей амплитудой к аноду, откуда идет обратно в катодную область, но не через плазму (перенос возмущения происходит не с фазовой скоростью), а через внешнюю цепь посредством колебаний тока <sup>60</sup>. Описанная схема обратной связи подтвердилась многими опытами <sup>53, 72, 95, 100, 104, 129</sup>, и весьма наглядно она была доказана искусственной обратной связью с использованием высокочастотного барьера, который препятствовал волнам доходить до анодной области <sup>125</sup>. Только в случае абсолютной неустойчивости ионизационных волн (см. раздел 3.Е) и у неподвижных страт обратная связь не нужна для их спонтанного появления.

Исследования ионизационных волн методом импульсного возмущения проводились также в работах <sup>71, 77, 112, 144</sup> и др.

Прямое измерение дисперсии ионизационных волн периодическим во времени возмущением, следуя Зайцеву, проводили Воячек <sup>71, 88</sup>, Ручер <sup>105, 132</sup>, Пфау <sup>94, 139</sup> и ряд других исследователей <sup>95, 138, 147</sup>. Измерения дисперсии в водороде и азоте <sup>94</sup> также весьма наглядно доказали столь часто подчеркиваемое <sup>4, 5, 42, 82</sup> принципиальное сходство движущихся и неподвижных страт: если экстраполировать кривую дисперсии, то она достигает оси  $k$  (или  $\lambda$ ) как раз в точке, соответствующей длине неподвижных страт (см. ниже рис. 12). Следовательно, оба явления принадлежат одной и той же дисперсионной кривой.

Ионизационные волны были найдены как при давлениях в диффузионном режиме, так и при давлениях порядка  $10^{-3}$  мм рт. ст. Барретом <sup>154, 159, 179</sup> в ртутных парах и при несколько большем давлении ( $1,8 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст.) исследовались страты в неоне. Пфау и Ручер <sup>158</sup> наблюдали ионизационные волны в инертных газах при давлении порядка  $10^2$  мм рт. ст. одновременно с термической контракцией столба.

Таким образом, ионизационные волны найдены до сих пор в области давлений от  $10^{-3}$  до  $10^2$  мм рт. ст. и при токах от долей миллиампера до десятка ампер в разных газах, смесях газов с парами металлов и в ртутных парах.

Сейчас уже собран весьма богатый экспериментальный материал по искусственно вызванным ионизационным волнам, основная часть которого описана в разделе 3.

Объяснить механизм стратификации положительного столба и дать его теорию ставили своей целью многие авторы. Уже Томсон<sup>13, 26</sup> получил периодическое (в пространстве) решение упрощенных уравнений для положительного столба, которое он отождествил с неподвижными стратами. Дрюивестейну<sup>29, 30</sup> удалось получить решение более точных уравнений в виде движущихся волн. Однако экспериментальный материал до 1954 г. не давал достаточного количества опорных пунктов для теории, а иногда даже вводил в заблуждение (например, утверждением о необходимости большой амплитуды явления, о постоянной амплитуде волн в столбе и т. д.). С точки зрения современных знаний об ионизационных волнах из первоначальных работ весьма близка к действительности теория Дрюивестейна, который получил в основном правильную дисперсию, если дополнить его работу соответствующим расчетом. Теоретические работы сороковых и начала пятидесятих годов<sup>36, 37, 39, 41, 44, 49–51, 54, 58, 61–66</sup> существенно приблизили решение вопроса о физическом механизме стратификации, несмотря на то, что во многих из них не учтен тот или иной существенный для распространения ионизационных волн процесс (чаще всего зависимость коэффициента ионизации от температуры электронов, например в<sup>62, 63</sup>, или вообще парные столкновения<sup>39</sup> и др.).

Непосредственно из новых экспериментальных данных, полученных методом искусственного импульсного возбуждения волн, исходят работы<sup>69, 85</sup>, где предложена цепь микрофизических процессов в плазме, обуславливающих расслоение посредством ионизации с учетом времени релаксации пространственного заряда. В частности, объяснено существование двух видов волн (медленной и быстрой) параллельным протеканием двух ионизационных механизмов (прямого и ступенчатого) с разной скоростью восстановления равновесия. Дальнейшим развитием этой теории являются работы<sup>103, 106, 114, 127, 142</sup>, в которых рассматривается физический механизм ионизационных волн сначала на упрощенной модели плазмы<sup>103, 106</sup>, а затем при учете других процессов, важных для возникновения этих волн<sup>114, 127, 142</sup>.

На новых данных о дисперсионных свойствах страт базируются также теоретические работы<sup>78, 87, 89–91, 93, 101, 102, 107, 109, 115, 141, 147, 153, 155, 171, 178</sup>. В частности, Ротер<sup>89, 90, 91</sup>, Воячек<sup>93, 102, 155, 178</sup> и Недоспасов и Пономаренко<sup>141</sup> исходят из весьма полных систем уравнений и ставят целью получить дисперсионные соотношения, известные из эксперимента при искусственном возбуждении волн. Однако только Воячек доводит результаты до численного решения, которое, как оказывается, хорошо отражает свойства ионизационных волн в аргоне при больших токах вблизи границы Пуппа<sup>178</sup>.

Уравнение для ионизационных волн<sup>127, 142</sup> использовали также Баррет<sup>159, 179</sup> и Ригетти и др.<sup>161</sup> для объяснения измерений на обратных волнах в области низких давлений и Гарскадден и др.<sup>157, 160, 174</sup> для объяснения прямых волн в контрагированном столбе, обнаруженных Пфау и Ручером<sup>158</sup>.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

#### А. Типы волн

К данному моменту найдено множество разных феноменологических типов ионизационных волн: обратные волны с фазовой скоростью  $v$ , направленной противоположно групповой скорости  $u$  (т. е.  $v/u < 0$ ),

прямые волны ( $v/u > 0$ ) с фазовой скоростью, большей ( $v/u > 1$ ) или меньшей ( $v/u < 1$ ), чем групповая (по абсолютным значениям), а также ряд промежуточных типов волн. Для облегчения описания экспериментальных результатов мы дадим сначала классификацию разных типов ионизационных волн и введем их обозначение согласно основным феноменологическим свойствам. Как известно, эти свойства описываются дисперсионным уравнением

$$F(\Omega, K) = 0, \quad (3,1)$$

которое связывает комплексную частоту

$$\Omega = \omega - i\varphi \quad (3,2)$$

с комплексным волновым числом

$$K = k + i\gamma. \quad (3,3)$$

Равноценную информацию дает и реальная функция  $S(z, t)$  от пространственной координаты  $z$  и времени  $t$ , описывающая волновой переходный процесс (величину возмущения среды в точке  $z$  в момент времени  $t$ ), развивающийся после локального возмущения среды в виде импульса Дирака:

$$S(z, t=0) = \delta(z). \quad (3,4)$$

Переходная волна  $S(z, t)$  связана через интеграл Фурье (см. <sup>109, 115</sup>)

$$S(z, t) = \operatorname{Re} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C e^{i(kz - \omega t) + \varphi t} dk \quad (3,5)$$

с уравнением дисперсии (3,1), если его написать в виде двух уравнений для действительной частоты  $\omega$  и временного инкремента как функций реального волнового числа  $k$  при  $\gamma=0$ , т. е.

$$\omega = \omega(k), \quad (3,6)$$

$$\varphi = \varphi(k). \quad (3,7)$$

Кривая  $\varphi(k)$  временного инкремента ионизационных волн имеет — во всех до сих пор известных случаях — простой вид с максимумом для определенного «оптимального» волнового числа  $k_1$  (см. ниже рис. 24), и если этот максимум резкий, то в переходной волне  $S(z, t)$ , как и при прямом измерении дисперсии, наблюдаются только участки с волновым числом, близким  $k_1$ . В таком случае дисперсия и инкремент описываются с достаточной точностью соотношениями (см. <sup>109</sup>)

$$\begin{aligned} \omega(k) &= \omega(k_1) + \left( \frac{\partial \omega}{\partial k} \right)_{k_1} (k - k_1) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right)_{k_1} (k - k_1)^2 = \\ &= \omega_1 + \omega'_1 (k - k_1) + \frac{1}{2} \omega''_1 (k - k_1)^2, \end{aligned} \quad (3,8)$$

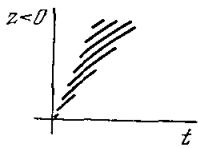
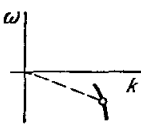
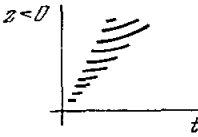
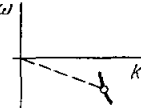

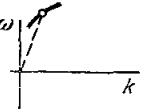
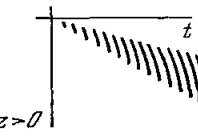
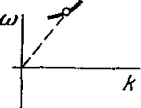
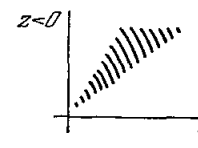
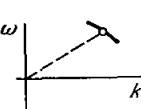
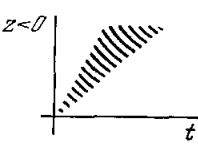
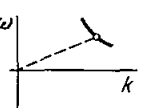
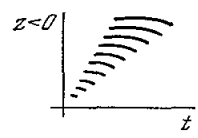
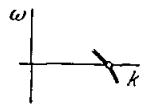
$$\varphi(k) = \varphi(k_1) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial k^2} \right)_{k_1} (k - k_1)^2 = \varphi_1 + \frac{1}{2} \varphi''_1 (k - k_1)^2, \quad (3,9)$$

причем  $\left( \frac{\partial \varphi}{\partial k} \right)_{k_1} = 0$ , чем и определено  $k_1$ , и  $\left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial k^2} \right)_{k_1} < 0$ . Интеграл (3,5) вычисляется в этом случае точно и дает переходную волну в виде <sup>109, 115</sup>


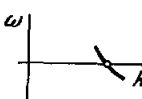
$$S(z, t) = \frac{C}{\sqrt{4\pi |B|t}} \exp \left\{ -\frac{(z - \omega'_1 t)^2}{4b_1 t} + \varphi_1 t \right\} \cos \left[ k_1 z - \omega_1 t + \frac{(z - \omega'_1 t)^2}{4g_1 t} - \frac{\psi}{2} \right], \quad (3,10)$$

Таблица I

Типы ионизационных волн

Обозначения типа	Переходная волна	Дисперсия	Плазма
$F_D^-$			Водород <sup>74</sup> , <sup>94</sup> , <sup>108</sup> , смесь водорода с инертным газом <sup>120</sup> , дейтерий <sup>185</sup>
$F_A^-$			Водород, дейтерий <sup>185</sup>
$F_A^+$			Азот со следами водорода <sup>186</sup> , аргон при термической контракции <sup>158</sup>
$F_D^+$			
$B_D^-$			Неон <sup>158</sup> , аргон <sup>184</sup> , смесь неона с водородом (рис. 11, а, 13, а также <sup>120</sup> , <sup>132</sup> , <sup>168</sup> )
$B_A^-$			Инертные газы <sup>110</sup> , <sup>111</sup> (рис. 5), азот <sup>94</sup> , <sup>139</sup> , <sup>161</sup> , кислород <sup>139</sup> , <sup>176</sup> , ртутные пары <sup>143</sup> , <sup>179</sup>
$Z_D^-$			Смесь неона с водородом <sup>120</sup> , <sup>168</sup> (рис. 11, б), водород <sup>185</sup>

Продолжение табл. I

Обозначения типа	Переходная волна	Дисперсия	Плазма
$Z_A^-$			Водород 185

Все прямые волны ( $v/u > 0$ ) обозначены буквой  $F$ , обратные волны ( $v/u < 0$ ) — буквой  $B$ . Волны, фазовая скорость которых проходит через нуль ( $v_1 = 0$ ), обозначены буквой  $Z$ .

Индексы у соответствующей буквы означают — наверху справа: «+» — групповая скорость положительна (т. е., по определению, направлена от анода к катоду), «—» — групповая скорость отрицательна; внизу справа:  $A$  — фазовая скорость в переходной волне ускоряется с течением времени в направлении групповой скорости,  $D$  — фазовая скорость замедляется. Например, символ  $F_D^-$  обозначает прямую волну, направленную к аноду с фазовой скоростью, замедляющейся в направлении групповой скорости. Символом  $B_A^-$  обозначена обратная волна, направленная к аноду, причем фазовая скорость увеличивается в сторону анода. Так как волна обратная, то увеличение фазовой скорости в направлении групповой скорости соответствует здесь уменьшению абсолютной величины фазовой скорости с течением времени.

Прямые волны  $F$  отличаются качественно, если их групповая скорость больше или меньше фазовой (по абсолютным значениям). Это различие связано с переходом от нормальной ( $v/u > 1$ ) к аномальной ( $v/u < 1$ ) дисперсии. Поскольку до сих пор все обнаруженные ионизационные волны  $F^-$  имеют  $v/u < 1$ , а волны  $F^+ - v/u > 1$ , мы не обозначаем это отличие каким-либо дополнительным индексом.

где

$$\bar{b}_1 = -\frac{\omega_1'^2 + \varphi_1'^2}{2\varphi_1''}, \quad \bar{g}_1 = \frac{\omega_1'^2 + \varphi_1'^2}{2\omega_1''},$$

$$|B| = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_1'^2 + \varphi_1'^2}, \quad \psi = \arctg \left( -\frac{\omega_1'}{\varphi_1'} \right).$$

Групповая скорость максимума волнового пакета  $u_1$  и фазовая скорость в центре пакета  $v_1$  связаны с дисперсией соотношениями

$$u_1 = \omega_1', \quad (3,11)$$

$$v_1 = \frac{\omega_1}{k_1}. \quad (3,12)$$

Практический способ вычисления дисперсии по параметрам переходной волны дан в 180.

Табл. I содержит восемь из шестнадцати возможных феноменологических типов волн с групповой скоростью, отличной от нуля ( $u_1 \neq 0$ ), и без точки изгиба в измеряемом участке дисперсионной кривой. Оставшиеся восемь возможных типов представляют зеркальные отображения первых по отношению к оси  $t$  (или  $k$  соответственно).

#### Б. Искусственное возбуждение и измерение параметров ионизационных волн

На рис. 1 показан один из вариантов схемы для искусственного возбуждения переходных ионизационных волн в плазме по 56, 60, 73. Из рисунка ясен и метод получения их осциллографической пространственно-вре-



менной развертки, разработанный Штирандом, Крейчи и Лаской<sup>164, 177</sup>. Плазма возмущается локально кратким импульсом (или скачком) напряжения, подведенным к внешнему кольцевидному электроду  $KЭ$ . (Такое же возмущение можно осуществить кратковременным высокочастотным полем резонатора<sup>79, 80</sup>, кратковременным изменением тока<sup>60</sup>, вспомогательным внутренним электродом<sup>88, 111</sup>, магнитным полем от внешней катушки<sup>117, 126, 170, 179</sup>.) Волна распространяется от места, где помещается кольцо, и изменение свечения плазмы, которое сопровождает волну, снимается фотоумножителем  $\Phi$ . Сигнал модулирует в данном случае (см.<sup>164, 177</sup>) интенсивность луча осциллографа, причем временная развертка запускается импульсом, служащим одновременно и для возмущения. Проволочный делитель напряжения  $\Pi$  подает напряжение для системы вертикального отклонения луча, и луч осциллоскопа перемещается в вертикальном направлении синхронно с фотоумножителем, движущимся вдоль трубки. На плоскости осциллографической трубки постепенно получается из отдельных горизонтальных строк вся пространственно-временная развертка волны. Картина эквивалентна снимку в быстро вращающемся зеркале, но, конечно, электрический способ съемки имеет большее разрешение по времени и более высокую чувствительность. Такую же схему можно использовать и для исследования самовозбужденных волн, если осциллограф синхронизировать сигналом от другого неподвижного фотоумножителя или от колебаний разрядного напряжения. Если вместо импульсов с низкой частотой повторения возмущать плазму сигналом с частотой, близкой к частоте страт, то можно вызвать искусственно волны, периодические во времени, и, меняя частоту возмущения, измерить по обычным осциллограммам соответствующую длину волны  $\lambda = 2\pi/k$  и пространственное усиление  $\gamma$ <sup>71, 105</sup>.

В некоторых работах использован также фотоэлектронный преобразователь<sup>137, 140, 151, 172</sup>. Кроме колебаний интенсивности света измерялись также колебания плотности электронов и электронной температуры в волне высокочастотными<sup>123, 130, 135, 136, 148, 150</sup> и зондовыми методами<sup>59, 70, 152, 181</sup>.

## В. Неон и другие инертные газы

Из инертных газов больше всех изучен — с точки зрения свойств ионизационных волн — неон. На рис. 2 показаны в плоскости «ток — давление» области, в которых проводились измерения ионизационных волн, причем светлые значки соответствуют результатам измерений на искусственно возбужденных волнах. Измеренные участки (или в случае самовозбужденных волн точки) дисперсионных кривых показаны на рис. 3, *a* и *b* (см. также табл. II). Все наблюдаемые ионизационные волны —

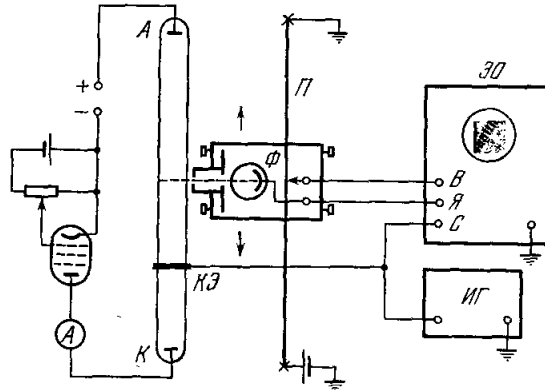


Рис. 1. Схема для возбуждения переходных ионизационных волн (по<sup>56, 60, 73</sup>) и их пространственно-временные развертки (по<sup>164, 177</sup>).

А — анод; К — катод разрядной трубки; КЭ — кольцевой внешний электрод; ИГ — генератор импульсов;  $\Phi$  — фотоумножитель;  $\Pi$  — проволочный делитель напряжения; В — вход вертикального усилителя осциллоскопа; Я — вход модуляции яркости луча; С — вход синхронизации развертки луча.

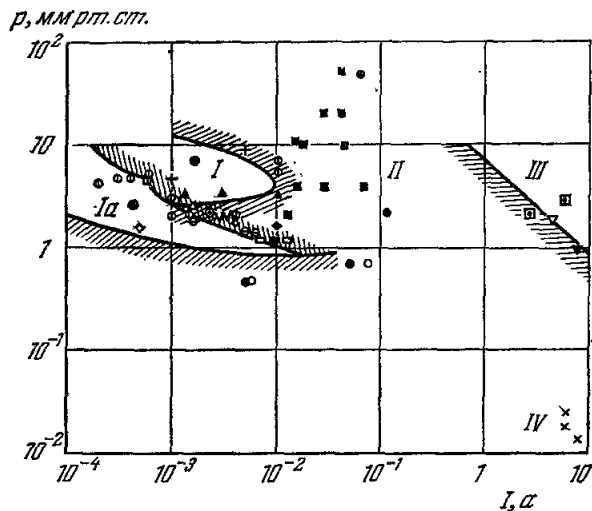


Рис. 2. Области дисперсионных измерений ионизационных волн в неоне при разных давлениях и токах (см. табл. II).

Области без самопроизвольно существующих волн: I — по 84; Ia — по Михелу<sup>82</sup>; III — по Пуппу<sup>24</sup>. II — область самовозбуждающихся волн; IV — область измерений Баррета<sup>179</sup>. (Области без самопроизвольно существующих волн в разных газах см. также<sup>128, 131</sup>.)

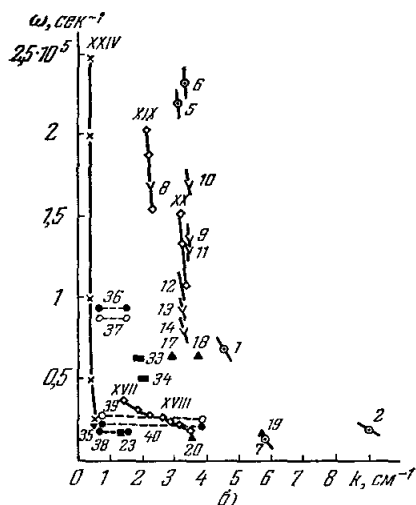
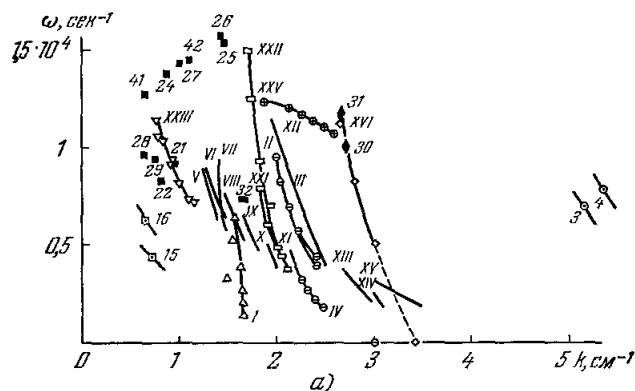


Рис. 3. Примеры результатов измерений дисперсии в неоне (точки без кривых соответствуют измерениям в самовозбужденном режиме).

Обозначения экспериментальных точек совпадают с рис. 2 (см. табл. II). Отдельные измерения и ссылки приведены в табл. II.

Таблица II

Дисперсионные измерения ионизационных волн в положительном столбе в пене (к рис. 2 и 3)

Обозначение экспериментальных точек	Номер кривой или точки	Давление, мм рт. ст.	Ток, ма	Диаметр трубки, см	Литература
△	I	2,6	1,5	3,5	43
⊖	II	1,4	6,1	2,2	139
	III	1,4	5	2	105
	IV	1,8	1,5	2,5	132
⊙	V	7	10		95
	VI	5,5	10		
	VII	3	1,0		
	VIII	5—7	0,6		
	IX	4—7	0,4		
	X	4—7	0,3	—	
	XI	4—6	0,2		
	XII	1,4—3	4		
	XIII	2	1,5		
	XIV	2	1		
	XV	5	0,55		
◇	XVI	1,7	4	2	121
	XVII *)	3,23	10	1,8	130
	XVIII	3,23	10	1,8	
	XIX *)	1,7	0,35	2	122
	XX	1,7	0,35	2	
□	XXI	1,15	7	2,6	182
	XXII	1,15	12	2,6	
▽	XXIII	1,9	4200	3,1	111
×	XXIV **)	$(18 \div 26) \cdot 10^{-3}$	6000	5	154, 179
⊕	XXV ***)	50	60	8	158
⊙	1 *)	7	1,7	0,6	75
	2				
	3	3	1,1	1,14	76
	4	3	1,1		
	5	3	0,35		
	6				
	7	2	2,6	1	60
∨	8	2	2,6	1,1	83
	9				
	10		2,05	1,1	84
	11	1,9	3		
	12		4		
	13		5		
	14		6		
□	15	2,1	2630		119
	16	1,9	5750	4,55	
▲	17	3,2	10	1	53
	18		10		
	19		3		
	20		1,3		

\*) Одно измерение, две волны.

\*\*) С помощью экспериментальных точек из 4 различных измерений проведена одна кривая. Приложено магнитное поле.

\*\*\*) Контрагированный столб, давление ртутных паров порядка  $10^{-4}$  мм рт. ст.

Продолжение табл. II

Обозначение эксперимен- тальных точек	Номер кривой или точки	Давление, мм рт. ст.	Ток, ма	Диаметр труб- ки, см	Литера- тура
■	21	9,8	45	2,5	97
	22	10,3	18		
	23	3,9	16		
	24	3,9	30		
	25	3,9	65		
	26	2,1	12		
	27	21,9	40		
	28	21,9	40		
	29	53,2	40		
◆	30	1,6	10	1,9	133
	31	1,6	10	1,9	
■	32	1,2	10	3	134
+	33	5	1	3	144
	34	9	5		
▼	35	1	750	2,5	137
●	36	0,48	5,7	0,7—1,5	147
○	37	0,48	6	1 —1,8	
●	38	2,2	110	0,9—1,3	
○	39	0,74	76	0,6—1,6	
●	40	0,74	50	0,6—1,6	
■	41	11	15	2,5	86
	42	21,9	27,5	2,5	98

I—XXV—дисперсионные кривые, измеренные методом синусоидального воз-  
буждения;  
1—16—дисперсионные кривые, полученные методом волны расслоения;  
17—42—экспериментальные точки, определенные из самовозбужденных волн.

обратные типа  $B^{-1}$ , в большинстве случаев  $B_A^{-1}$ , т. е. с увеличением фазовой скорости в сторону анода. Примеры пространственно-временной развертки этих волн показаны на рис. 4 и 5. Из обоих снимков видно постепенное расслоение столба после возмущающего импульса. (До подачи импульса положительный столб был однородным.) В месте возмущения мгновенно возникает первый слой, а последующие слои образуются с запаздыванием в сторону анода, хотя они каждый по отдельности движутся в обратную сторону, т. е. к катоду. Переходный процесс — волна расслоения — развивается так, что начальное локальное апериодическое возмущение постепенно воспроизводится с чередующимся знаком (т. е. за светлым местом появляется темное, за темным — светлое и т. д.) все ближе к аноду, образуя слоистую структуру, причем в каждом слое сначала амплитуда возрастает, достигает максимума, а затем падает и слой исчезает. В то время как у волны на рис. 4 нельзя с достоверностью определить кривизну фазовых траекторий, волна на рис. 5 показывает отчетливо искривление фазовых траекторий (тип  $B_A^{-1}$ ).

Кроме указанного медленного (или  $p_-$ ) вида ионизационной волны, в неоне при слабом токе найдены еще два быстрых вида ионизационных волн типа  $B^-$ , обозначаемых  $r$  и  $s$ . Подбирая тщательно ток и давление, можно найти место на  $(I, p)$ -диаграмме (рис. 2), где все три волны —  $p$ ,  $r$  и  $s$  — возбуждаются одновременно с приблизительно одинаковым

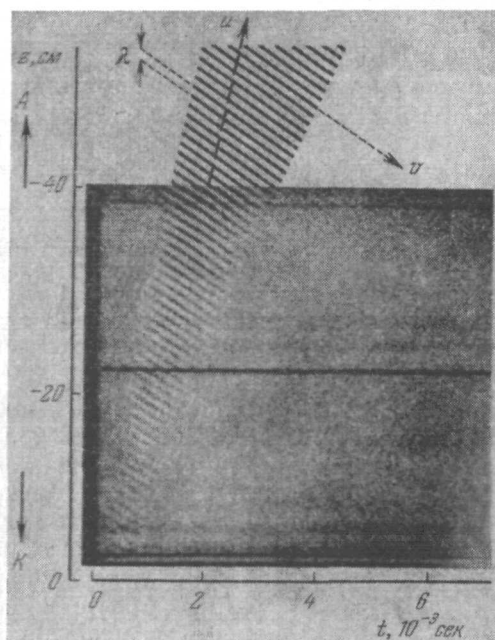


Рис. 4. Переходная ионизационная волна (волна расслоения) типа  $B^-$  в плазме положительного столба в неоне.

Диаметр трубки 1 см, давление 2 мм рт. ст., ток 2,6 ма (скорость волны  $u = -200$  м/сек, фазовая скорость страт 29 м/сек). Возмущение осуществлялось в данном случае скачком разрядного тока. Снимок получен с помощью вращающегося зеркала <sup>56</sup>, <sup>57</sup>, <sup>60</sup>.

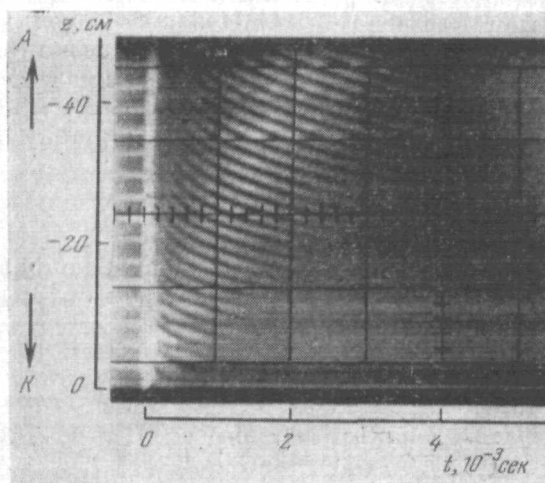


Рис. 5. Переходная ионизационная волна типа  $BA^-$  в неоне, снятая методом пространственно-временной осциллографической развертки.

Диаметр трубки 1,6 см, давление 1,92 мм рт. ст., ток 5,5 ма. Скорости в центре пакета:  $u = -290$  м/сек,  $v = 39$  м/сек (с левой стороны снимка — метки расстояния). Отчетливо видно искривление фазовых траекторий. (Снимок К. Машека, архив Физического института АН ЧССР.)

Таблица III

Параметры трех одновременно возбужденных волн типа  $B^-$  в неоне. Диаметр трубки 1 см, ток 3,4 ма, давление 2 мм рт. ст. (см. рис. 7)

Вид волны	$u, \frac{м}{сек}$	$v, \frac{м}{сек}$	$\lambda, см$	$h, см^{-1}$
$p$	-231	37,2	1,37	4,58
$r$	-1570	330	1,72	3,65
$s$	-4520	840	2,78	2,26

усилением. Этот случай показан на осциллограммах рис. 6. (снятых обычным путем) Обе осциллограммы снимают пакеты тех же трех волн  $p$ ,  $r$  и  $s$ , но временная развертка нижней

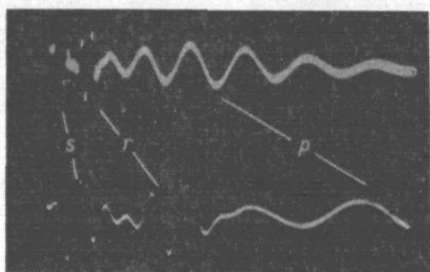


Рис. 6. Осциллограммы пакетов волн  $p$ ,  $r$  и  $s$  в неоне.

Наверху и внизу — то же явление; на нижнем снимке скорость развертки больше. Диаметр трубки 1,1 см, давление 2,0 мм рт. ст., ток 3,6 ма (по <sup>83</sup>).

На рис. 7 показаны волны  $p$ ,  $r$  и  $s$  в пространственно-временной развертке (на двух снимках с различной скоростью развертки) вместе с вычисленными участками дисперсионных кривых. Параметры этих волн (типа  $B^-$ ) даны в табл. III. Волны  $p$ ,  $r$  и  $s$  следует, видимо, описывать тремя отдельными дисперсионными кривыми (это вытекает также из существования двух <sup>146</sup> и даже трех <sup>182</sup> видов неподвижных волн в неоне).

Новак <sup>99</sup> нашел для трех видов волн  $p$ ,  $r$ ,  $s$  в неоне (рис. 8), что произведение оптимальной длины волны извлечение оптимальной длины волны

$$\lambda_1 E_0 = V_\lambda. \quad (3,13)$$

В табл. IV приведены значения потенциала на длину волны для ионизационных волн в неоне, гелии и аргоне. Закон (3,13) действителен не

Таблица IV

Значения потенциала на длину волны (постоянные Новака)  $V_\lambda$  для Ne, Ar и He (в вольтах)

Газ	Вид волны			Литература	Газ	Вид волны			Литература
	$p$	$r$	$s$			$p$	$r$	$s$	
Ne	9,2	12,67	19,48	99	He			30,05	99
Ar	6,7	9,5	12,0	184		~14,2			Неопубл. измерение Ре-йина V.

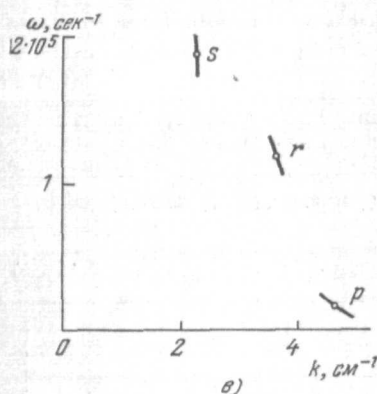
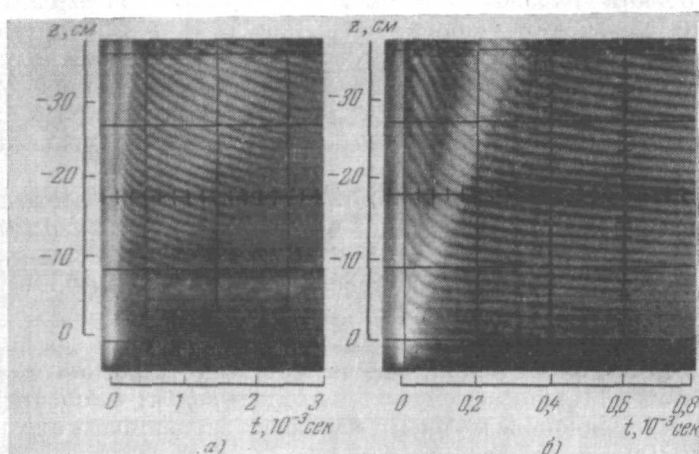


Рис. 7. Пространственно-временная развертка волн  $p$ ,  $r$  и  $s$  в неоне ( $a$ ,  $b$ ) и соответствующие дисперсионные кривые ( $b$ ).

Диаметр трубки 1,0 см, давление неона 2,0 мм рт. ст., ток 3,4 ма. Снимки  $a$ ) и  $b$ ) отличаются только скоростью временной развертки. (Снимок К. Машека, архив Физического института АН ЧССР.)

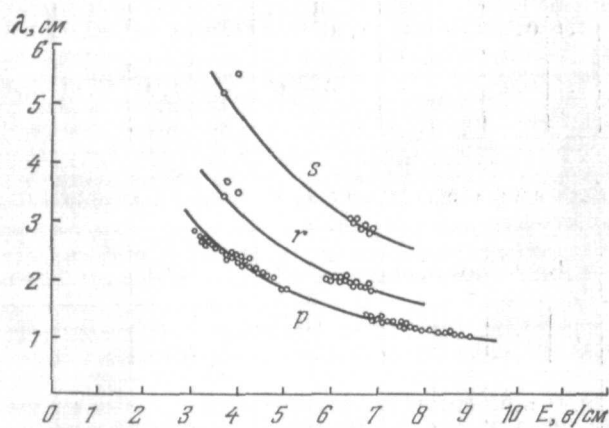


Рис. 8. Зависимость длины волны от электрического поля в положительном столбе неона для волн  $p$ ,  $r$  и  $s$ . Экспериментальные точки получены при давлениях от 1,0 мм рт. ст. до 5,5 мм рт. ст., токах от 0,2 ма до 8,0 ма и диаметрах трубки от 1,1 см до 2,1 см (по [9]).

только в широком диапазоне давлений, тока и диаметра столба, но и тогда, когда столб помещен в сильное магнитное поле или облучен мощным светом одинакового спектрального состава<sup>189</sup>: изменение поля  $E_0$  даже в два раза при таком воздействии влечет за собой обратно пропорциональное изменение оптимальной длины волны. Закон постоянного потенциала на длину волны не соблюдается при больших токах (порядка нескольких ампер).

При изменении тока и давления газа параметры всех трех волн меняются без скачков, но по-разному для разных типов волн: так, например, фазовая скорость волн  $r$  и  $s$  и их усиление с повышением тока падают, у волны  $p$  — повышаются. В середине области  $I$  (или  $Ia$ ) на рис. 2 все три волны сильно затухают.

На рис. 9 сопоставлена скорость быстрых ионизационных волн в неоне со скоростью атомарных ионов, подсчитанной из измеренного электрического поля и предполагаемой подвижности ионов. Скорости не совпадают, хотя их порядок величины и характер зависимости от тока одинаковы (табл. V).

Под действием света одинакового спектрального состава, который снижает концентрацию атомов в метастабильных состояниях, усиление

Таблица V

Измерение параметров: длины волны  $\lambda$ , фазовой и групповой скоростей  $v$ ,  $u$  — для различных видов ионизационных волн типа  $B^-$  в неоне ( $I$  — сила тока,  $E_0$  — напряженность электрического поля,  $T_g$  — температура нейтрального газа,

$$p_0 = \frac{298}{T_g} p \text{ — редуцированное давление)}$$

## А. Влияние облучения (диаметр трубки 1,14 см)

Вид волны	$I, \text{ ма}$		$p_0, \text{ мм рт. ст.}$		$E_0, \text{ в/см}$		$\lambda, \text{ см}$		$v, \text{ м/сек}$		$u, \text{ м/сек}$	
	$p$	$s$	$p$	$s$	$p$	$s$	$p$	$s$	$p$	$s$	$p$	$s$
Необлученный газ	1,1	0,35	—	—	7,56	9,53	1,22	2,10	13,50	730	—81,40	—3150
Облученный газ	1,1	0,35	—	—	7,66	9,67	1,17	1,99	14,80	736	—84,00	—2890

## Б. Влияние охлаждения (диаметр трубки 1,6 см)

Вид волны	$I, \text{ ма}$		$p_0, \text{ мм рт. ст.}$		$E_0, \text{ в/см}$		$\lambda, \text{ см}$		$v, \text{ м/сек}$		$u, \text{ м/сек}$	
	$p$	$r$	$p$	$r$	$p$	$r$	$p$	$r$	$p$	$r$	$p$	$r$
$T_g = 298^\circ \text{ K}$	8,4	6,0	1,9	1,2	4,77	4,92	1,95	2,73	58,4	525	—273	—1350
$T_g = 77^\circ \text{ K}$	8,4	6,0	1,9	1,2	5,34	5,17	1,76	2,52	41,1	620	—199	—1630

медленной волны падает, а быстрой — увеличивается<sup>76</sup>. Охлаждение газа до температуры жидкого азота замедляет волну  $p$  и, наоборот, ускоряет волны  $r$  и  $s$ <sup>183</sup> (см. табл. V). Это говорит в пользу предположения<sup>69</sup>



о том, что  $p$ -волна обусловлена изменениями плотности атомов в метастабильных состояниях.

При больших токах над границей Пушпа картина ионизационных волн в неоне существенно проще: всегда наблюдается единственная волна типа  $B_A^-$ , причем групповая скорость волны по абсолютной величине всегда приблизительно равна фазовой скорости, т. е.  $u \approx -v$ . Измеряемая часть дисперсионной кривой в этом случае выражается в  $(\omega, k)$ -плоскости равноосной гиперболой

$$\omega k = \text{const.} \quad (3,14)$$

В табл. VI даны численные примеры параметров волн вблизи границы Пушпа в неоне. Кривая усиления имеет в этой области довольно резкий максимум.

Тот же закон дисперсии (3,14) обнаружен и для ионизационных волн в неоне при низких давлениях порядка  $10^{-2}$  мм рт. ст. и силе тока порядка нескольких ампер<sup>154, 179</sup> (см. рис. 2, 3). Кривая  $\phi(k)$  в этом случае довольно плоская: усиление обычно не наблюдается. Для уменьшения затухания на плазму в этих случаях налагалось продольное магнитное поле порядка 15 э. Для получения достаточно четкого сигнала применялась техника

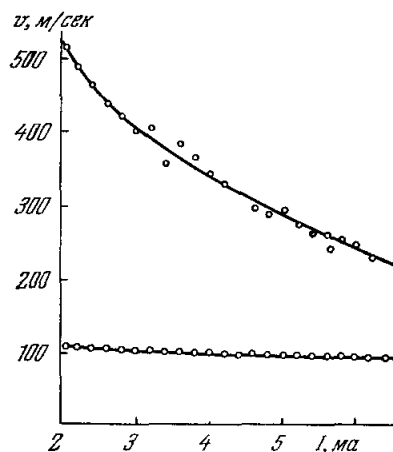


Рис. 9. Зависимость фазовой скорости  $v$  быстрых ионизационных волн в неоне от разрядного тока (верхняя кривая), нижняя кривая — подсчитанная скорость атомарных ионов. Давление неона 1,9 мм рт. ст., диаметр трубки 1,1 см (по<sup>84</sup>).

Таблица VI

Численные примеры параметров ионизационных волн вблизи границы Пушпа в неоне (по<sup>111</sup>) (см. рис. 2 и 3)

Тип волны	Диаметр трубки, см	Ток, ма	Давление, мм рт. ст.	$u$ , м/сек	$v$ , м/сек	$\lambda$ , см
$B_A^-$	3,1	4200	1,9	от -80 до -180	< 150	от 5,4 до 8,3

синхронного усиления. В табл. VII показаны некоторые численные параметры этих волн по данным Баррета<sup>179</sup>.

Таблица VII

Численные примеры параметров ионизационных волн в области IV рис. 2 (по<sup>179</sup>)

Тип волны	Диаметр трубки, см	Ток, ма	Давление, мм рт. ст.	$u$ , м/сек	$v$ , м/сек	$\lambda$ , см
$B_A^-$	5	6000	0,018 и 0,026	от -1900 до -75 000	от 600 до 50 000	от 11,8 до 62,8

В других инертных газах в области около границы Пушпа положение качественно не отличается от того, что наблюдалось для неона. Здесь обнаружены волны только одного типа с дисперсией  $\omega k \approx \text{const.}$

В области давлений около 1 мм рт. ст. и низких токов 1—10 ма в гелии найдена пока только одна волна типа  $B_A^{92, 173}$ , в аргоне — три<sup>184</sup> (как в неоне), криптон и ксенон имеют в этой области только самовозбужденные страты. Область весьма низких давлений была исследована Барретом в аргоне. Он нашел, что при токах около 5 а и давлениях  $10^{-2}$  мм рт. ст. одновременно существуют две ионизационные волны типа  $B_A^{154, 179}$ .

### Г. Переход от обратной волны $B^-$ к прямой волне $F^-$ . Связь с неподвижными стратами

В области токов от 0,1 ма до 1 ма и давлений 1—3 мм рт. ст., где в неоне наблюдаются обратные ионизационные волны типа  $B^-$ , в водороде найдены прямые волны типа  $F_D$  с  $v/u < 1$ <sup>74</sup>. В смеси неона с водородом

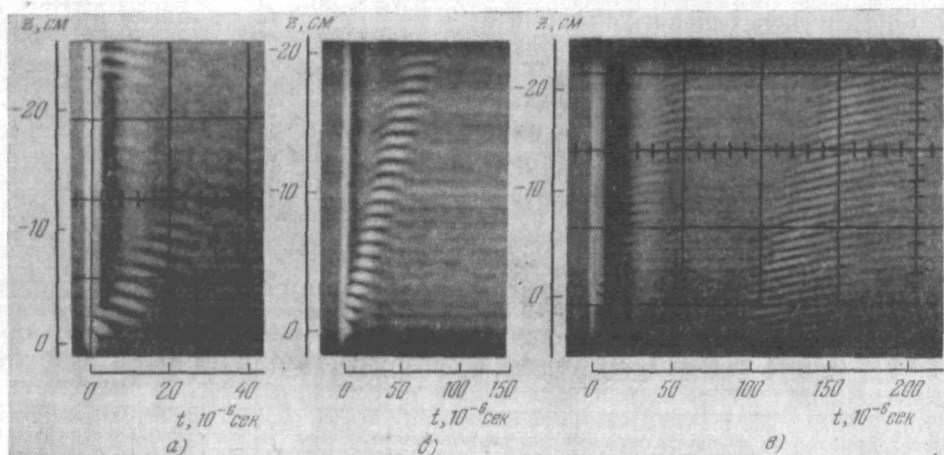


Рис. 10. Ионизационные волны в смеси неона и водорода.

а) 71% Ne, 29% H<sub>2</sub>, общее давление 1,55 мм рт. ст., ток 20 ма. б) 60% Ne, 40% H<sub>2</sub>, общее давление 1,6 мм рт. ст., ток 13,4 ма. в) 55% Ne, 45% H<sub>2</sub>, общее давление 2 мм рт. ст., ток 6,0 ма. Диаметр трубки 1,7 см. (Снимки из архива Физического института АН ЧССР.) (На рис. 10, а сверху слева — волна, начинающаяся от внутреннего зонда; на рис. 10, б первая волна — от кольцевидного электрода, вторая — от катода.)

можно наблюдать как обратные  $B^-$ , так и прямые  $F^-$ -волны<sup>120, 132, 168</sup>. Эти волны плавно переходят одна в другую при изменении концентраций компонентов смеси. В точке перехода наблюдается переходная волна  $Z_D$ , фазовая скорость которой меняет знак. Переход показан для трех отношений компонентов смеси на рис. 10, а — в. Участки дисперсионных кривых, полученные из параметров переходных волн, показаны на рис. 11 жирными кривыми.

Получение  $Z_D$ -волны, весьма слабо затухающей к аноду (как, например, на рис. 10, б), затруднено следующим обстоятельством: в столбе появляются без всякого внешнего возмущения неподвижные страты, начинающиеся от катодного конца столба и весьма слабо затухающие в сторону анода. Чтобы работать в однородной плазме, возбуждение волн проводилось локально, в месте, удаленном на 40—50 см от катода (т. е. более чем на 50 длин волн). На таком расстоянии неподвижные страты уже почти незаметны, и они совершенно не влияют на вид  $Z^-$ -волны (это проверялось и таким способом: фотоумножитель был закреплен неподвижно

но в одном месте, а перемещалось кольцо, служащее для внешнего возбуждения волн). Пространственное затухание волны  $Z^-$  оказалось в пределах ошибок измерения одинаковым с затуханием неподвижных страт. Пространственный же период неподвижных страт (соответствующее волновое число показано крестиками на рис. 11 для всех трех измерений) совпадает в пределах ошибок измерения с длиной волны  $Z_D^-$  в месте, где ее фазовая скорость равна нулю.

Отсюда легко сделать вывод: неподвижная периодическая структура возникает в случае, когда дисперсионная кривая  $\omega(k)$  пересекает ось  $k$ , т. е. проходит через точку с нулевой фазовой скоростью.

При экстраполяции дисперсионных кривых для  $B_D^-$  и  $F_D^-$ -волн на рис. 11 они пересекают ось  $k$  в месте, соответствующем экспериментально найденному значению волнового числа  $k_s$  для неподвижных страт. Это было известно уже на основе дисперсионных измерений, полученных методом периодического (во времени) возмущения<sup>132</sup> (рис. 12).

Рис. 11 показывает, что поведение смеси неона с водородом можно описать единственной дисперсионной кривой: при повышении давления

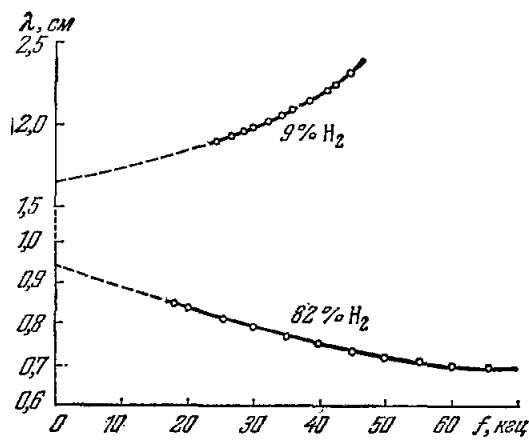


Рис. 12. Экстраполяция дисперсионных кривых смеси водорода с неонам.

Давление 1,8 мм рт. ст., ток 5 ма и 1,75 ма, диаметр трубки 2,5 см. Экстраполированные кривые достигают оси  $\lambda$  в точке, соответствующей длине неподвижных страт (по<sup>132</sup>).

конца столба) в смеси не всегда затухает. Для получения волн, показанных на рис. 10, условия (ток, давление, отношение компонентов смеси) специально подобраны так, чтобы для точки  $k_s$ , где кривая дисперсии пересекает ось  $k$ , получилось затухание. Изменяя ток и давление, легко добиться в данной смеси, чтобы для  $k_s$  получилось усиление,

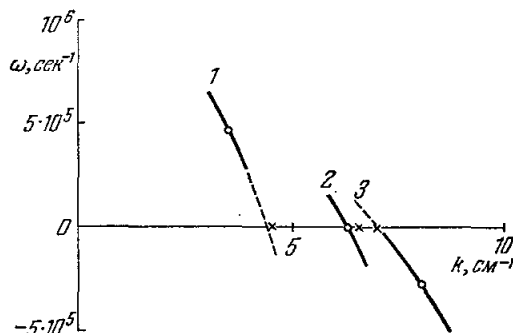


Рис. 11. Участки дисперсионных кривых, полученные из снимков рис. 10.

Крестики обозначают волновые числа, измеренные на неподвижных стратах вблизи катода (по<sup>132</sup>).

водорода в смеси эта кривая сдвигается в сторону более высоких волновых чисел  $k$  и одновременно максимум усиления (минимум затухания) сдвигается в ту же сторону, причем быстрее, чем сама дисперсионная кривая. Вследствие этого точка максимального усиления ( $\omega_1, k_1$ ) на дисперсионной кривой скользит с повышением содержания водорода вправо вниз по дисперсионной кривой, переходит ось  $k$  и входит в область отрицательных значений  $\omega$ .

Неподвижная периодическая структура в сторону анода от любого постоянного во времени локального возмущения столба (которым может быть как раз катодный

т. е.  $\phi(k_s) > 0$ . В этом случае неподвижная структура заполнит весь положительный столб и примет по всей длине столба хорошо известный вид неподвижных страт. Амплитуда этой структуры ограничена нелинейными явлениями.

### Д. В о д о р о д

Как вытекает, в частности, из недавних исследований Штиранда и др.<sup>185</sup>, картина ионизационных волн в водороде наиболее разнообразна (по сравнению со всеми до сих пор исследованными газами). На рис. 13 показаны области существования ионизационных волн разных типов

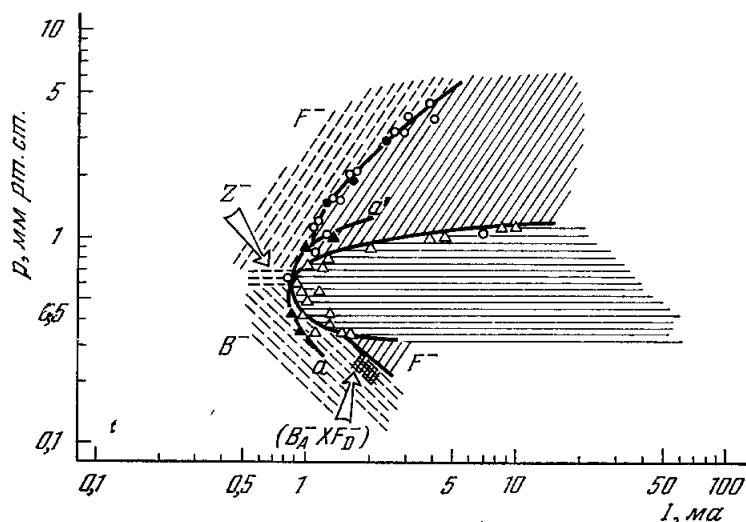


Рис. 13. Области с разными типами ионизационных волн в водороде. Кривая  $aa'$  соответствует местам постоянного пространственного затухания стоячих волн,  $\gamma = -0,133 \text{ см}^{-1}$ . Другие кривые — границы между областями самопроизвольно существующих стоячих волн ( $\equiv$ ), движущихся волн ( $\neq$ ) и областью без самовозбуждения (штриховая косая штриховка). Отдельные измерения показаны точками (примеры см. в табл. VIII). Диаметр трубки 2,2 см (по <sup>185</sup>).

при различных токе и давлении. При давлении, большем 0,7 мм рт. ст., и данном диаметре трубки 2,2 см в водороде наблюдаются только волны с отрицательной фазовой скоростью (самовозбужденные или искусственно возбужденные типа  $F^-$ ) или неподвижная незатухающая периодическая структура. Но, подбирая давление и ток так, чтобы не было неподвижного

Таблица VIII

Примеры параметров разных типов ионизационных волн в водороде (см. рис. 14) ( $k_s$  — волновое число стоячих волн)<sup>185</sup>

Тип волн	$I$ , мА	$p$ , мм рт. ст.	$E_0$ , в/см	$u$ , м/сек	$v$ , м/сек	$k$ , см <sup>-1</sup>	$k_s$ , см <sup>-1</sup>
$F^-$	1,25	1,5	29,00	-2890	-293	7,66	6,28
$Z^-$	0,7	0,6	16,70	-3510	0	4,62	—
$B^-$	0,80	0,4	13,45	-6060	+484	3,43	4,33
$(B_A \times F_D)$	1,56	0,3	11,20	-7340	-149 ÷ +1620	5,52	3,93

незатухающего расслоения и ионизационные волны, вызываемые искусственно, были слабо усиливающимися или слабо затухающими, мы получаем разные типы волн и дисперсии. Примеры параметров этих волн приведены в табл. VIII.

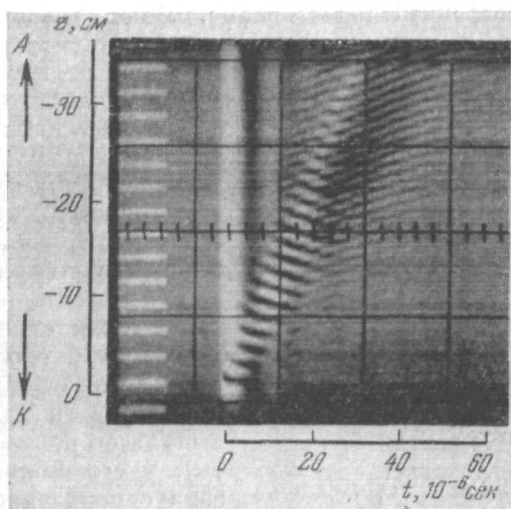


Рис. 14. Перекрестная волна ( $F_D^- \times B_A^-$ ) в плазме водорода.

В нижней части более отчетлива обратная часть  $B_A^-$ , в верхней части начинает преобладать усиливающаяся часть — прямая волна  $F_D^-$ . Диаметр трубки 1,7 см, давление 0,4 мм рт. ст., ток 1,5 ма; групповая скорость в центре  $u = -9310$  м/сек (по <sup>188</sup>).

Весьма интересное явление наблюдается в области, обозначенной пересекающимися штрихами (0,25 мм рт. ст., 1,8 ма): в то время как при более низком токе наблюдается волна типа  $B_A^-$  и при более высоком токе — волна типа  $F_D^-$ , переход между ними не происходит через волну, подобную волне типа  $Z_D^-$  или  $Z_A^-$ , а через своеобразную волну, которую можно назвать перекрестной (рис. 14). Соответствующая кривая дисперсии, вычисленная из параметров волны, имеет точку перегиба как раз на оси  $k$  (рис. 15). Групповая скорость волны в частях с положительной и отрицательной фазовой скоростью одинакова, и фазовые траектории пересекаются, достигая нулевой скорости в крайней правой части пространственно-временной развертки (эта часть волны, однако, уже не разрешена на фотографии). Несмотря на сложный вид, волна ( $F_D^- \times B_A^-$ ) является единой волной, с одной дисперсионной кривой.

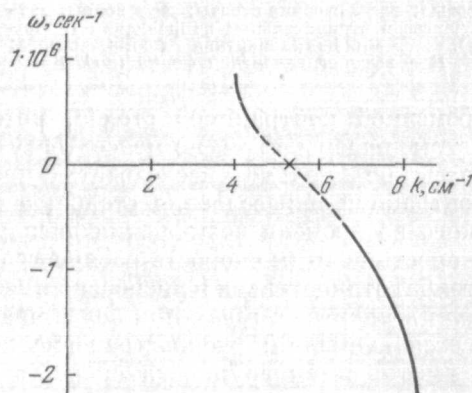


Рис. 15. Дисперсионная кривая перекрестной волны ( $F_D^- \times B_A^-$ ), полученная вычислением развертки на рис. 14.

Крестик на оси  $k$  соответствует волновому числу  $k_s$ , измеренному на стоячих слабо затухающих стратах вблизи катода (по <sup>188</sup>).

## Е. К и с л о р о д

Своеобразные, в других газах не наблюдаемые ионизационные явления обнаружены в кислороде. Как известно, положительный столб разряда в кислороде может существовать в двух формах <sup>47, 55</sup>: низкоградиентной *T*-форме и высокоградиентной *H*-форме. *T*-форма связана обязательно с передвигающимися импульсами большой амплитуды <sup>96</sup>. В *H*-форме наблюдаются прямые и обратные волны типа *B*- и *F*- <sup>176</sup>. Диаграмма рис. 16 из работы Забадила <sup>176</sup> показывает области в (*I*, *p*)-плоскости с различными типами волн. Измерения проводились только методом периодического возмущения. Кривизну дисперсионных кривых нельзя поэтому определить с достоверностью.

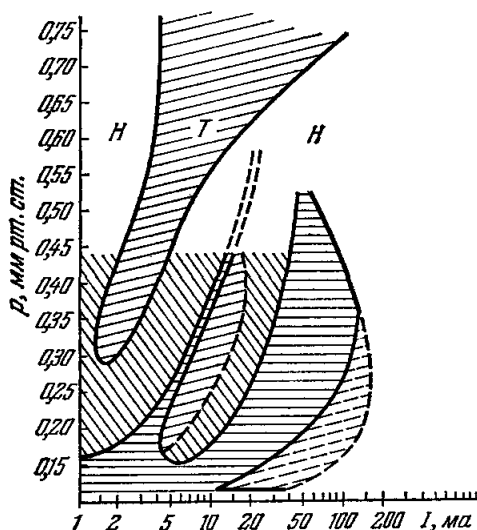


Рис. 16. Области с разными типами волн в кислороде.

— волны с положительной фазовой скоростью; — стоячие страты; // — волны, движущиеся в отрицательном направлении (к аноду). *T* — низкоградиентная форма столба; *H* — высокоградиентная форма (по <sup>176</sup>)

временной контракцией столба, которая меняет существенно все параметры плазмы. Тем не менее Пфау и Ручеру <sup>158</sup> удалось в этих условиях не только исследовать процесс распространения состояния контракции и расслоения столба, а также измерить методом периодического во времени возмущения дисперсию этих волн. В неоне групповая скорость волн (и скорость распространения контрагированного состояния столба) отрицательна и дисперсия имеет тот же характер, как и у обратных волн в инертных газах при более низких давлениях. Но у аргона наблюдается аномалия: распространение контрагированного состояния столба и вместе с тем групповая скорость сопровождающих контракцию волн направлены положительно, т. е. от анода к катоду, что соответствует волне типа *F*<sup>+</sup>.

В последнее время Штиранду и др. <sup>186</sup> удалось возбудить в плазме азота со следами водорода переходную волну с положительной групповой и фазовой скоростями (типа *F*<sub>A</sub><sup>+</sup>), возбуждаемую импульсом малой амплитуды и не связанную с контракцией (рис. 17).

Вид соответствующего участка дисперсионной кривой для этого случая показан в табл. I. При изменении тока и давления групповая скорость

Несмотря на то, что распространение импульсных возмущений *T*-формы, несомненно, принадлежит к явлениям с большой амплитудой, оно характеризуется простыми зависимостями величин друг от друга (например, скорость импульсов не зависит от их частоты), и его природа, видимо, связана с ионизацией <sup>176</sup>.

### Ж. Волны с положительной групповой скоростью

В области средних давлений около  $10^2$  мм рт. ст. (см. рис. 2) ионизационные волны появляются одновременно с термическим сужением положительного столба. Осуществить здесь искусственное возбуждение этих волн так, чтобы их амплитуда оставалась малой, трудно, и явление осложнено одно-

меняется и может перейти в отрицательную: волна  $F_A^+$  перейдет в волну  $B_D^-$ . В точке самого перехода групповая скорость должна равняться нулю.

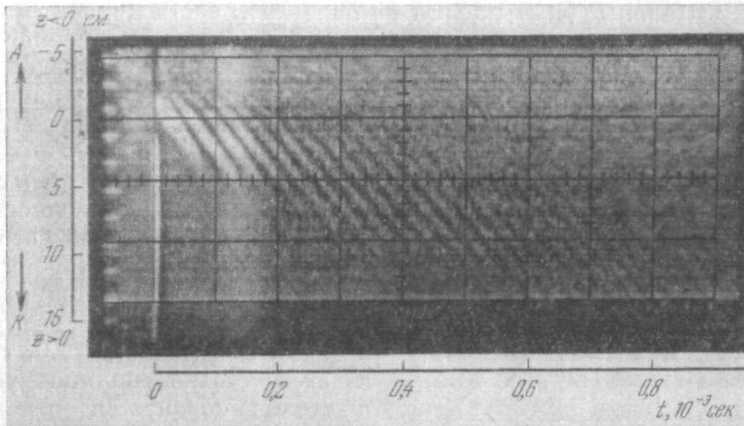


Рис. 17. Волна типа  $F_A^+$  в азоте со следами водорода.

Давление 1,1 мм рт. ст., диаметр трубки 2,3 см, ток 2 ма. Параметры волны:  $u = 178$  м/сек,  $v = 562$  м/сек,  $\lambda = 1,8$  см (по 186).

Вид такой волны показан в табл. IX вместе с соответствующим участком дисперсионной кривой.

Таблица IX

Типы ионизационных волн (перекрестная волна и волна с нулевой групповой скоростью)

Обозначение типа	Переходная волна	Дисперсия
$(B_A^- \times F_D^-)$		
$(F_A^+ O B_D^-)$		

### 3. Общая дисперсионная кривая

Все до сих пор наблюдавшиеся типы искусственно возбуждаемых волн можно — несмотря на их удивительное многообразие — описать единственным видом дисперсионной кривой, которая при изменении параметров плазмы меняет свое положение в  $(\omega, k)$ -плоскости, не меняя общей формы. Точка  $(\omega_1, k_1)$  с наименьшим затуханием (наибольшим усилением  $\Phi(k)$ ) перемещается при изменении параметров плазмы плавно по дисперсионной кривой, что вызывает изменение типа волн.

На рис. 18 показана такая гипотетическая дисперсионная кривая в трех различных положениях относительно оси  $k$ . Волна  $F_A^+$  лежит на восходящей части кривой и имеет положительные групповую и фазовую скорости. Остальные волны лежат на падающей части кривой, и их групповая скорость отрицательна. Ввиду того, что кривая временного инкремента  $\phi(k)$  имеет обычно довольно резкий максимум, из целой дисперсионной кривой можно измерить, не меняя параметров плазмы, только небольшой участок.

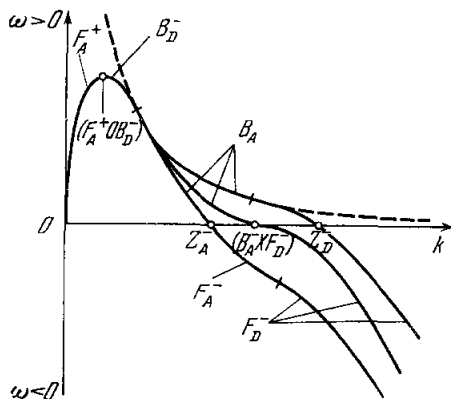


Рис. 18. Общая дисперсионная кривая (схематически).

Пунктирная кривая —  $\omega k = \text{const}$ .

Точка пересечения оси  $k$  с дисперсионной кривой дает волновое число стоячей периодической структуры, которая возникает в сторону групповой скорости, т. е. к аноду, за любым постоянным локальным возмущением в плазме. Если  $\phi(k_s) > 0$ , т. е. если в этой точке налицо усиление, в столбе образуется неподвижная незатухающая периодическая структура (стоячие страты), амплитуда которой определена нелинейными явлениями и постоянна по всей длине столба. Эту неподвижную структуру следует, конечно, отличать от стоячих волн, возникающих, например,

при интерференции двух встречных гармонических волн той же частоты и амплитуды: за исключением узловых пунктов, все точки в стоячей волне периодически колеблются во времени. Стоячие страты, напротив, представляют собой неподвижные волны, т. е. периодическую в пространстве структуру без переменных колебаний.

На рис. 19 показаны три возможных положения кривой временного инкремента  $\phi(k)$  для случая, когда образуются незатухающие стоячие страты. У кривых 1 и 3 максимум не совпадает с положением волнового числа  $k_s$  неподвижной структуры и стоячие страты имеют тенденцию двигаться (у кривой 3 — к аноду, 1 — к катоду).

Неустойчивость (т. е. нарастание возмущения во времени), получающаяся при  $\phi(k_1) > 0$ , обычно конвективного типа: в месте  $z = 0$  первоначального импульсного возмущения амплитуда возмущения падает, и восстанавливается равновесное состояние, если возмущение не повторяется. Тем не менее в некоторых случаях неустойчивость ионизационных волн абсолютная. Это наглядно видно в случае  $u = 0$ , когда максимум возмущения не распространяется. В таком случае достаточно, чтобы  $\phi(k) > 0$  для места, где  $u = 0$ , и неустойчивость абсолютная: ионизационные волны возникают тогда спонтанно и без обратной связи через внешнюю цепь, и добиться однородности положительного столба нельзя, что делает невозможным и искусственное возбуждение волн малой амплитуды. По-видимому, такой случай наблюдали Пфау и Ручер одновременно с контрак-

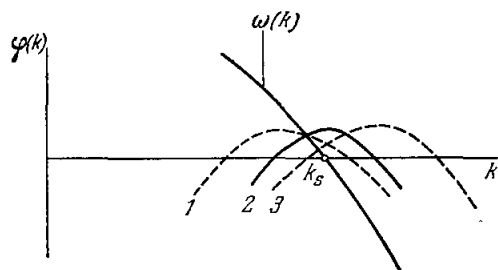


Рис. 19. Возможные положения кривой временного инкремента  $\phi(k)$  для случая незатухающих стоячих страт.



цией положительного столба в аргоне после внезапного скачка тока<sup>158</sup>. Далеко от границ самовозбуждения, когда значение инкремента  $\Phi(k_1)$  велико, неустойчивость ионизационных волн становится, видимо, абсолютной и в других случаях. Одновременное существование нескольких видов волн (например,  $p$ ,  $r$ ,  $s$  в неоне) нельзя объяснить единственной дисперсионной кривой: в этом случае каждый из видов волн должен иметь свою отдельную дисперсионную кривую.

#### 4. ФИЗИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ

##### А. Теоретический подход

Широкий диапазон скоростей ионизационных волн (от  $10$  м/сек до  $10^3$  м/сек и больше) и сильная зависимость их скорости от разрядного тока и давления газа полностью исключает отождествление этих волн с обычными звуковыми волнами в нейтральном газе. Скорость ионного звука (электроакустических волн) зависит от разрядных условий, прежде всего от температуры электронов, но при давлениях газа порядка  $1$  мм рт. ст. столкновения ионов с атомами нейтрального газа происходят столь часто ( $> 10^5$  сек<sup>-1</sup>), что вызванное этим затухание волн практически уничтожает их распространение. То же самое имеет место с продольными волнами лэнгмюровского типа и лэнгмюровскими колебаниями: их частота у электронного газа лежит в пределах  $10^6$ — $10^{10}$  сек<sup>-1</sup> (в условиях, когда наблюдаются страты), а затухание вследствие столкновений — порядка  $10^9$  сек<sup>-1</sup>. Ионный газ имеет лэнгмюровскую частоту  $10^3$ — $10^5$  сек<sup>-1</sup>, которая того же порядка, что и частота ионизационных волн, но затухание здесь порядка  $10^5$  сек<sup>-1</sup> ввиду большой частоты столкновений ионов с нейтральными атомами. Вдобавок ни один из указанных типов волн не обладает неустойчивостью и дисперсией, сравнимой с дисперсией, найденной у ионизационных волн. В плазме диффузионного режима не удержатся односторонние пучки электронов, и неустойчивость волн (или компенсация их затухания) при передаче энергии от пучка к волне исключена.

Объяснение явлений гидромагнитными типами волн исключено, так как ионизационные волны существуют без магнитного поля. Физический механизм ионизационных волн следует поэтому искать в других процессах.

Нет, конечно, сомнения в том, что все вышеуказанные явления можно получить, решая кинетическое уравнение Больцмана для условий разрядной плазмы. Но трудности кроются в том, что член столкновений в плазме с низкой степенью ионизации выражается весьма сложным образом, а сечения для многих типов столкновений неизвестны. Поэтому во всех теоретических построениях до сих пор исходили в основном из гидродинамических уравнений.

Считая нейтральный газ плазмы слабо ионизованным, при решении обычно пренебрегают изменениями его плотности, температуры и давления и их влиянием на ионизационные явления. При этом, конечно, отказываются от объяснения взаимосвязи между звуком в нейтральном газе и ионизацией, наблюдаемой, например, в<sup>166</sup>. Уравнение непрерывности для нейтрального газа и уравнение для его количества движения не входят, таким образом, вообще в исходную систему уравнений, а присутствие газа сказывается на значениях диффузии, подвижности и других коэффициентов для заряженных частиц.

Исходная система содержит тогда: а) уравнения непрерывности для: 1) ионов, 2) электронов, 3) атомов в возбужденных состояниях и, если нужно, 4) других типов заряженных или нейтральных частиц; б) уравнение Пуассона, заменяемое иногда требованием квазинейтральности;

в) уравнения энергетического баланса, обычно только для электронов. Уравнения линеаризуют, вводя малые отклонения переменных от равновесного состояния, сводят их к движениям от одной переменной — пространственной координаты вдоль оси разряда — и в полученную систему линейных дифференциальных уравнений подставляют решение в виде волн  $\exp \{i(\Omega t - Kz)\}$ . Результатом вычислений — почти всегда приближенных — является уравнение дисперсии  $F(\Omega, K) = 0$ . Несмотря на большое количество временных производных, в конечном счете учитывается при приближенном вычислении только одна, так что  $\Omega$  появляется в результирующем конечном уравнении дисперсии только в первой степени: это заранее исключает получение двух отдельных дисперсионных кривых и объяснение нескольких видов одновременно существующих волн. Кроме дисперсионного метода решения системы был использован и другой метод, выгодный особенно для исследования переходной волны: система уравнений сводится к одному интегро-дифференциальному уравнению типа

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \int_{-\infty}^{\infty} K(z - \xi) n(\xi, t) d\xi, \quad (4.1)$$

где  $K$  — реальная функция, содержащая все параметры системы уравнений (см. <sup>114, 124</sup>). По форме ядра  $K$  можно очень быстро определить характер решения (в частности, колебательный или апериодический характер реакции среды на импульсное возмущение <sup>114, 145</sup>). Не вдаваясь в детали этих работ, мы в дальнейшем дадим наглядное физическое истолкование основного механизма ионизационных волн.

## Б. Развитие волны

Физический механизм ионизационных волн легче всего понять, если рассмотреть начальную стадию волны расслоения: именно развитие колебательного процесса после совершенно апериодического во времени и пространстве локального возмущения отличает явление стратификации от акустических или диффузионных явлений в плазме.

Представим себе, что малое локальное возмущение первоначально однородной плазмы создало в окрестности точки  $z = 0$  избыток положительных ионов  $n_+ = N_+ - N_0 > 0$  и электронов  $n_- = N_- - N_0 > 0$  (рис. 20). Такое локальное повышение концентрации заряженных частиц не удержится в данном месте долго. Если бы возмущение не вызывало изменения скорости ионизации на один электрон, никаких колебательных или волновых явлений не было бы: созданный пик концентрации будет в таком случае постепенно расплываться вдоль оси трубки согласно уравнению амбиполярной диффузии

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 n_+}{\partial z^2}. \quad (4.2)$$

Здесь  $D_a \approx \frac{kT_-}{q_0} \mu_+$  — коэффициент амбиполярной диффузии, обусловленной электрическим полем пространственного заряда (см. рис. 20).

Но добавочное электрическое поле от пространственного заряда влияет также на среднюю энергию электронов: электроны, приходя в область возмущения (в направлении стрелок на рис. 20), теряют по-прежнему свою энергию при соударениях, но вследствие пониженного электрического поля в этой области их энергетический баланс нарушается и их температура падает. Выходя из области возмущения в направлении дрейфа в электрическом поле, электроны обладают пониженной темпера-

турой (см. рис. 20, внизу), и только после пробега некоторого расстояния, достигающего обычно порядка 1 сантиметра или больше, в условиях разрядной плазмы, они восстанавливают равновесное значение температуры, соответствующее однородному столбу. Таким образом, локализованное возмущение концентрации ионов и электронов в точке  $z = 0$  меняет в конечном счете температуру электронов в области, лежащей уже за пределами первоначального возмущения, в сторону анода, причем так, что повышение концентрации вызывает понижение температуры.

Так как в разрядной плазме скорость ионизации на один электрон сильно зависит от электронной температуры, в области, где она понижена, производство ионов и электронов замедляется и вследствие этого постепенно образуется область с пониженной концентрацией носителей заряда. Таким образом, локальное повышение концентрации заряженных частиц порождает постепенно — посредством пониженной энергии электронов и пониженной ионизации — область с пониженной концентрацией заряженных частиц ближе к аноду. За этой областью в свою очередь таким же образом образуется новая область ближе к аноду, но уже с повышенной концентрацией. Процесс повторяется все ближе к аноду, приводя к постепенному возникновению областей с чередующимся знаком отклонения от равновесного состояния.

Сказанное можно весьма простым способом выразить математически, добавив в уравнение амбиполярной диффузии (4,2) член, выражающий изменение скорости ионизации в зависимости от температуры электронов:

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 n_+}{\partial z^2} + Z_\Phi N_0 \Phi. \quad (4,3)$$

где  $\Phi = k(T_- - T_0)$  — отклонение температуры электронов от равновесного значения  $kT_0$ ,  $Z_\Phi = \left(\frac{\partial Z}{\partial \Phi}\right)_{T_0}$  — крутизна зависимости коэффициента ионизации  $Z$  от температуры электронов (при этом не важно, происходит ли ионизация прямым или ступенчатым путем),  $N_0$  — невозмущенная концентрация ионов и электронов. Взяв для  $\Phi$  упрощенное соотношение, приведенное в подписи к рис. 20, заметим, что уравнение (4,3)

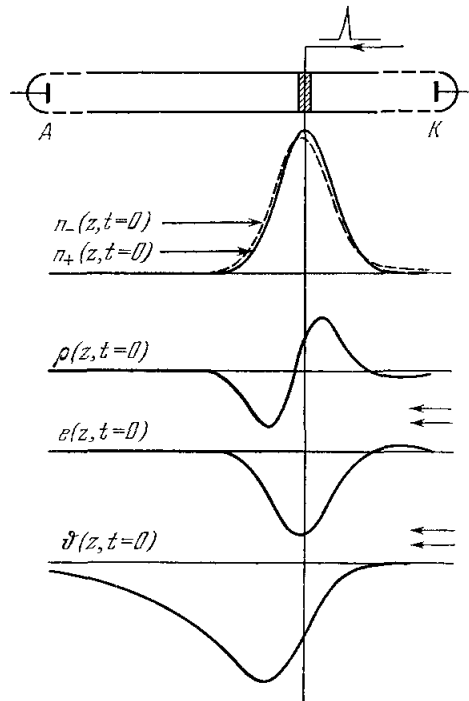


Рис. 20. Начальное состояние возмущения (схематически).

$n_+$  — возмущение концентрации ионов,  $n_-$ ,  $\rho$ ,  $E$ ,  $\Phi$  — соответствующие возмущения концентрации электронов, пространственного заряда, напряжения электрического поля и температуры электронов соответственно.

$$\begin{aligned} n_+ &= n_0 e^{-0,361 \left(\frac{z}{A}\right)^2}, \\ n_- &\approx n_+ + \frac{1}{4\pi q_0} \frac{E_0}{N_0} \frac{\partial n_+}{\partial z} - \frac{1}{4\pi q_0} \frac{kT_-}{q_0 N_0} \frac{\partial^2 n_+}{\partial z^2}, \\ \rho &= q_0(n_+ - n_-) \approx -\frac{1}{4\pi} \frac{E_0}{N_0} \frac{\partial n_+}{\partial z} + \frac{1}{4\pi} \frac{kT_-}{q_0 N_0} \frac{\partial^2 n_+}{\partial z^2}, \\ E &= 4\pi \int \rho dz \approx -\frac{E_0}{N_0} n_+ - \frac{kT_-}{q_0 N_0} \frac{\partial n_+}{\partial z}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} - a_1 \Phi &= -b_1 e, \\ \Phi &= \frac{kT_-}{q_0 N_0} b_1 \left[ n_+ - \left( a_1 + \frac{q_0 E_0}{kT_-} \right) \int_z^\infty e^{a_1(z-\xi)} n_+(\xi) d\xi \right] \\ (b_1 &\approx \frac{j}{2} q_0, \text{ см. } 106, 142) \quad (\text{по } 142). \end{aligned}$$

примет вид

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} = D_a \frac{\partial^2 n_+}{\partial z^2} + \alpha n_+ - A \int_z^\infty e^{\alpha_1(z-\xi)} n_+(\xi) d\xi \quad (4,4)$$

для единственной переменной  $n_+$  (здесь  $\alpha = Z'_0 b_1 \frac{kT_-}{q_0}$ ,  $A = Z'_0 b_1 \times \times \left( \frac{kT_-}{q_0} a_1 + E_0 \right)$ ). Численное решение уравнения (4,4) для начального рас-

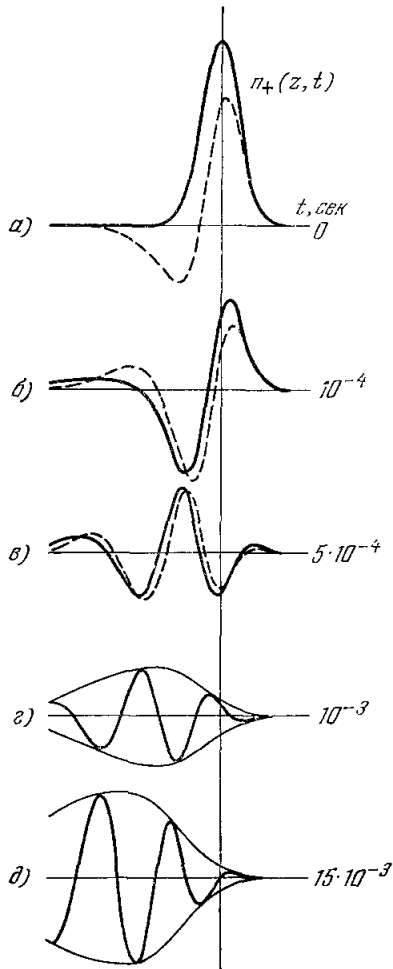


Рис. 21. Развитие возмущения во времени.

a) Начальное возмущение; б — д) состояние через  $10^{-4}$ ,  $5 \cdot 10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-3}$  сек соответственно. Пунктирные кривые на диаграммах а — в) соответствуют времени на  $5 \cdot 10^{-5}$  сек больше, чем для сплошных кривых. Анод — налево, катод — направо. Рассчитано для следующих величин параметров:  $D_a = 200$  см<sup>2</sup>/сек<sup>-1</sup>,  $\alpha = 1500$  сек<sup>-1</sup>,  $A = 8500$  сек<sup>-1</sup>см<sup>-1</sup> и  $a_1 = 0,3$  см<sup>-1</sup>.

пределения концентрации ионов в виде кривой Гаусса и для частных численных значений коэффициентов показано на рис. 21. Решение имеет действительно характер обратной волны расслоения, типичной для инертных газов: групповая скорость направлена к аноду, образуется пакет с оптимальной длиной волны в центре, фаза (например, максимумы концентраций) движется в сторону катода, амплитуда волны увеличивается в направлении распространения.

Легко видеть, что и механизм передвижения фазы — ионизационный: максимумы ионизации в волне не совпадают с максимумами концентрации электронов и ионов, а сдвинуты в сторону катода. В результате этого сдвига (рис. 22) на катодной стороне от максимума ионов возникает больше новых ионов, чем на анодной стороне, и вследствие этого максимум перемещается к катоду.

Из рис. 22 также легко понять механизм неустойчивости волны для данного случая: в точке максимума плотности ионов температура электронов, а следовательно, и производство ионов выше, чем в равновесном состоянии. Ионизация стремится в этом случае повысить плотность ионов и в месте максимума, в то время как амбиполярная диффузия, наоборот, стремится выравнять отклонения плотности. Если эффект повышенной ионизации в месте максимума ионов преобладает над понижением амплитуды вследствие амбиполярной диффузии, амплитуда возмущения растет и волна усиливается. Это может произойти только в некотором интервале длин волн. При коротких волнах влияние амбиполярной диффузии преобладает над влиянием ионизации, а при больших длинах волн фазо-

вое смещение электронной температуры всегда больше  $\pi/2$  по отношению к концентрации ионов и электронов, что вместо усиления приводит к затуханию: ионизация действует при этом как стабилизирующий фактор.

Несмотря на простоту и наглядность, указанный механизм ионизационной неустойчивости, однако, недействителен при такой плотности тока, когда уравнение для  $\vartheta$  в подписи к рис. 20 недостаточно точно выражает энергетический баланс электронного газа (прежде всего из-за пренебрежения электронной теплопроводностью). Это положение встречается и при токах вблизи границы Пушпа. Сдвиг фазы между плотностью ионов и температурой электронов при сильной, например максвелловской, теплопроводности электронного газа всегда больше  $\pi/2$ , и неустойчивость ионизационных волн возникает вследствие дальнейшего явления — зависимости коэффициента ионизации от плотности электронного газа (см. дальше).

### В. Учет дальнейших процессов

Процессы, представленные уравнениями в подписи к рис. 20, выражены в упрощенной форме, и в разрядной плазме они сопровождаются дальнейшими явлениями. Остановимся кратко на тех из них, которые могут оказать существенное влияние на параметры ионизационных волн.

Прежде всего, при изменении температуры электронов меняется не только скорость ионизации, но и плотность электронов, так как меняются давление электронного газа и значения транспортных коэффициентов. Это приводит к расширению области поля пространственного заряда, что в некоторой степени равносильно увеличению дебаевской длины для электронов<sup>165, 187</sup>. Резкие градиенты электронной температуры сглаживаются электронной теплопроводностью, что понижает тенденцию к неустойчивости волн. Использование уравнения энергетического баланса для электронов с максвелловским или близким к максвелловскому распределением скоростей ведет для отклонения электронной температуры к выражению (см. <sup>165</sup>)

$$\vartheta(z) = -C_1 \int_z^\infty e^{a_1(z-\xi)} n_+(\xi) d\xi + C_2 \int_{-\infty}^z e^{-b(z-\xi)} n_+(\xi) d\xi. \quad (4,5)$$

Здесь опять  $a_1$  — обратная величина релаксационной длины электронной температуры в сторону дрейфа электронов;  $b$  — обратная величина длины релаксации электронной температуры в сторону против дрейфа электронов, обусловленная теплопроводностью электронного газа;  $C_1, C_2$  — амплитуды, выражаемые с помощью транспортных коэффициентов электронного газа.

Поскольку обычно  $b \gg a_1$ , то

$$C_2 \int_{-\infty}^z e^{-b(z-\xi)} n_+(\xi) d\xi \approx \frac{C_2}{b}, \quad (4,6)$$

и уравнение (4,5) отличается от уравнения (для  $\vartheta$ ) в подписи к рис. 20 только значением амплитуд  $C_1$  и  $C_2$ . Хотя ход температуры, соответ-

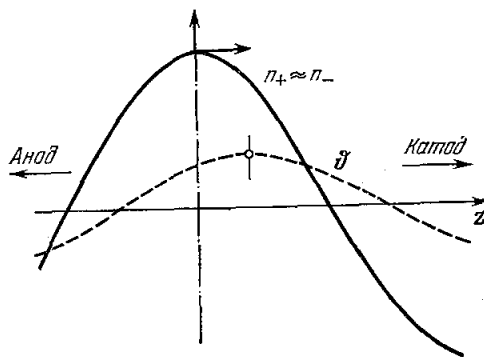


Рис. 22. Механизм фазовой скорости ионизационной волны.

Максимум температуры электронов сдвинут к катоду, и ионизация смещает максимум ионов вправо. Сдвиг к катоду может быть и больше  $\pi/2$ .

ствующий гауссовой кривой отклонения ионной плотности (см. рис. 20 и <sup>165</sup>), существенно не изменяется, но ввиду того, что амплитуда  $C_2$  (которая часто бывает и отрицательной) мала, неустойчивость ионизационных волн получается при использовании (4,5) обычно только тогда, когда в плазме действует дальнейший механизм неустойчивости. В инертных газах при достаточно больших токах такой механизм всегда имеет место благодаря ступенчатой ионизации. Средняя частота ионизации на один электрон повышается в том случае не только с повышением средней энергии электронов, но и с повышением плотности электронов (при постоянной их температуре), т. е.  $\partial Z/\partial N > 0$  — скорость ионизации растет быстрее, чем с первой степенью концентрации электронов <sup>178</sup>. Вследствие этой зависимости в уравнении (4,4) появляется добавочный член, пропорциональный концентрации  $n$ , что равносильно увеличению коэффициента  $\alpha$ . Он может привести к ионизационной неустойчивости волн и в случае значительной теплопроводности электронного газа, когда  $C_2 < 0$ . Кривая временного инкремента (см. ниже рис. 23) сдвигается вследствие этого вверх, но дисперсия и положение оптимального волнового числа  $k_1$  не меняются.

После учета ступенчатой ионизации, отклонения распределения энергии электронов от максвелловского и влияния изменения температуры электронов на транспортные коэффициенты в аргоне при большом токе Воячек <sup>178</sup> получил полное количественное согласие с экспериментом параметров обратной ионизационной волны в аргоне при большом токе. Несмотря на сложность учитываемых процессов, результирующее уравнение совпадает с уравнением (4,4), причем, конечно, в коэффициентах  $\alpha$ ,  $A$ ,  $a_1$  учтены все только что указанные процессы. Этот случай полного количественного совпадения теории ионизационных волн с экспериментом получен после весьма трудоемких вычислений и предварительных вспомогательных расчетов, которые оказались необходимыми, несмотря на то, что плазма инертного газа при большом разрядном токе (порядка нескольких ампер) проще других и лучше всего изучена.

При низких токах (порядка нескольких миллиампер или меньше) в инертных газах прямая ионизация начинает преобладать над ступенчатой <sup>169</sup>. Атомы в метастабильных состояниях начинают играть новую роль: они, по существу, представляют собой примесь другого газа с весьма низким потенциалом ионизации, причем количество этого газа зависит от состояния плазмы, и наоборот. Их время жизни становится при низких токах больше, чем время жизни положительных ионов, и газ метастабильных атомов может проявляться отдельно. При этом возникает медленная ионизационная волна <sup>74</sup>. В этом случае неустойчивость быстрой волны, связанной с прямой ионизацией <sup>84</sup>, должна быть обусловлена механизмом фазового сдвига (см. рис. 22), в то время как параллельно развивающаяся медленная волна связана со скоростью изменения плотности метастабильных, т. е. нейтральных, атомов, и фазовые сдвиги в ней могут резко отличаться от сдвигов на рис. 22.

Последовательная теория ионизационных волн при низких токах в инертных газах — и тем более в молекулярных газах и смесях — пока не разработана. Из описанного механизма, как и из самого уравнения (4,4), в котором имеется только первая производная по времени, виден необычный характер получающейся волны: она связана с релаксационным (по времени) процессом. Волновое решение и его колебательный характер обусловлены интегральным членом дальнего действия в уравнении (4,4), который выражает влияние локального возмущения плотности ионов на скорость ионизации. С волной не связано движение вещества вперед и назад при распространении (как, например, у молекул газа в звуковой

волне) или поперек (как, например, у атомов в поперечной упругой волне в твердом теле). Колебания плотности ионов и электронов в ионизационной волне не сопровождаются изменением их количества движения и не связаны с запасом энергии в инерционных процессах.

### Г. Д и с п е р с и я

Подставляя в уравнение (4,4) решение в виде волны, периодической в пространстве,  $\exp \{i(\omega t - kz) + \varphi t\}$ , мы получаем уравнения для дисперсии  $\omega(k)$  и временного инкремента  $\varphi(k)$  в виде

$$\omega = A \frac{k}{k^2 + a_1^2}, \quad (4,7)$$

$$\varphi = -D_a k^2 + \alpha - \frac{A a_1}{k^2 + a_1^2}. \quad (4,8)$$

На рис. 23 показана кривая  $\omega(k)$  для тех же значений параметров уравнения (4,4), что и на рис. 20, и кривая  $\varphi(k)$  для трех различных значений

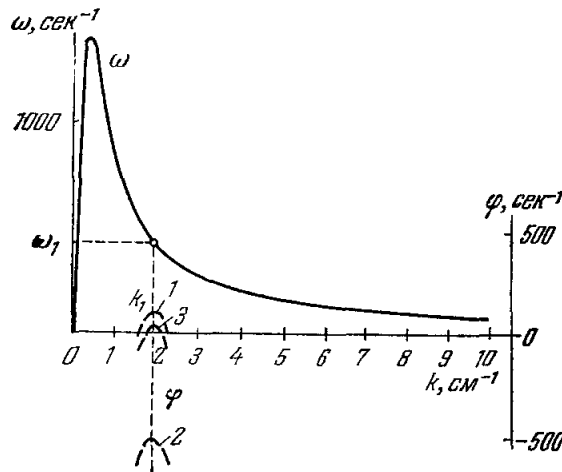


Рис. 23. Дисперсионная кривая  $\omega(k)$  (жирная линия) для  $D_a = 200 \text{ см}^2 \text{сек}^{-1}$ ,  $A = 8500 \text{ см}^{-1} \text{сек}^{-1}$ ,  $a_1 = 0,3 \text{ см}^{-1}$  и кривая  $\varphi(k)$  (пунктир) для трех разных значений параметра  $\alpha$ .

1 — случай, соответствующий уравнениям в подписи к рис. 20; 2 — с учетом теплопроводности электронов при максвелловском распределении по уравнению (4,5)<sup>158</sup>; 3 — с учетом  $dZ/dN_- > 0$ .

коэффициента  $\alpha$ . Так как  $k_1$  лежит для использованных численных значений в области падающей дисперсионной кривой  $\omega(k)$ , дисперсия соответствует обратной переходной волне типа  $B_A^-$ .

Если  $a_1 \ll k_1$ , т. е. при относительно большой релаксационной длине электронной температуры, уравнение дисперсии (4,7) принимает вид (см. <sup>159</sup>)

$$\omega \approx \frac{A}{k} \quad \text{или} \quad \omega k \approx A. \quad (4,7a)$$

Соответствующая обратная волна имеет скорость  $u \approx -v = -A/k^2$ . Такой случай наблюдается, например, в инертных газах при большом токе.

1. Прямые волны типа  $F^+$  и волны с нулевой групповой скоростью. При  $a_1 \gg k_1$  уравнение дисперсии (4,7) перейдет в

$$\omega \approx \frac{A}{a_1^2} k \left(1 - \frac{k^2}{a_1^2}\right). \quad (4,7б)$$

Получается прямая переходная волна типа  $F_A^+$  со скоростями  $v > u > 0$ :

$$v \approx \frac{A}{a_1^2} \left( 1 - \frac{k^2}{a_1^2} \right) \quad (4,9)$$

и

$$u \approx \frac{A}{a_1^2} \left( 1 - 3 \frac{k^2}{a_1^2} \right). \quad (4,10)$$

Следовательно, прямые волны типа  $F^+$  (см. рис. 18) можно объяснить тем же механизмом, что и волны  $B_A^-$ , в рамках дисперсионной кривой (4,7) (см. рис. 23). Достаточно, чтобы волновое число  $k_1$ , для которого получается максимум временного усиления  $\Phi(k)$ , соответствовало восходящей части кривой дисперсии (4,7); это может выполняться для волны на рис. 17 при

$$D_a = 7,636 \cdot 10^3 \text{ см/сек}, \quad \alpha = 3,65 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}, \\ a_1 = 4,846 \text{ см}^{-1}, \quad A = 2,004 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1} \text{сек}^{-1}.$$

Гарскадден и др.<sup>157, 160</sup> получили хорошее согласие уравнения (4,7) с измерением прямой ионизационной волны в контрагированном столбе.

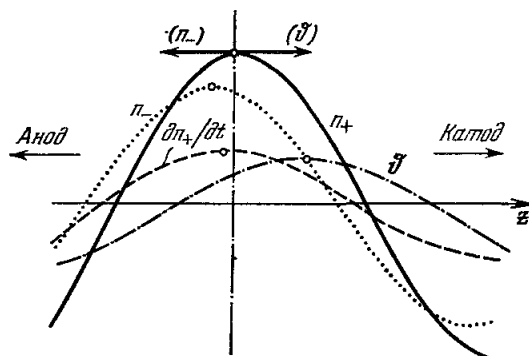


Рис. 24. Схема возможного механизма отрицательной фазовой скорости ионизационной волны  $F^-$ .

В то время как максимум отклонения температуры электронов  $T$  сдвинут к катоду и стремится (посредством ионизации) сместить максимум концентрации ионов вправо, сдвиг плотности электронов смещает (также посредством ионизации) максимум ионов к аноду. Результатом может быть положительная, отрицательная или нулевая фазовая скорость.

Если инкремент  $\Phi(k)$  максимален как раз в месте, где и  $\omega(k)$  имеет максимум, получается волна типа  $(F_A^+ OB_A^-)$  с нулевой групповой скоростью центра пакета.

2. Прямые волны типа  $F^-$  и волны с нулевой фазовой скоростью. Прямые волны типа  $F^-$  с групповой и фазовой скоростями, направленными к аноду, нельзя получить из уравнения (4,7), так как кривая дисперсии не пересекает вовсе оси  $k$ . В некоторых теориях (см., например,<sup>114, 175</sup>) фазовая скорость получается отрицательной для коротких волн (больших  $k$ ), но максимум инкремента  $\Phi(k)$  находится в этих случаях в области  $\omega > 0$ .

Нельзя исключить, что механизм отрицательного направления фазовой скорости связан с некоторым процессом, специфическим для водорода и кислорода, где эти волны наблюдались. Но его можно объяснить и в рамках вышеуказанных процессов тем, что максимум ионизации в волне типа  $F^-$  сдвинут по отношению к максимуму плотности в сторону



анода. В принципе возможны две причины такого сдвига: а) сам максимум температуры электронов сдвинут в сторону анода; б) максимум электронной плотности сдвинут к аноду по отношению к максимуму ионов, причем эффект ионизации от измененной плотности электронов, который всегда стремится сместить фазу волны в сторону анода, сильнее эффекта понижения от измененной температуры электронов (рис. 24).

Объяснение б) более вероятно, так как в водороде у стоячих страт найден тот же сдвиг между температурой и плотностью, как и у обратных ионизационных волн в инертных газах<sup>156, 167</sup>. Значительный сдвиг максимума концентрации электронов по отношению к максимуму ионов может наблюдаться либо в случае, когда длина волны сравнима с длиной Дебая<sup>113</sup>, либо в случае сильного влияния изменений температуры электронов на их плотность, что увеличивает поляризацию и в некоторой степени эквивалентно увеличению дебаевской длины (см. 187).

Волна типа  $Z^-$  является переходом между  $B^-$  и  $F^-$ -волнами: максимум ионизации в волне  $Z^-$  должен точно совпадать с максимумом плотности как раз для волнового числа  $k_s$ , для которого инкремент в данном случае максимален.

### Д. Другие явления

Мы коснулись в предыдущих разделах только механизма основных свойств ионизационных волн. В экспериментальных исследованиях некоторых более специфических явлений, например влияния магнитного поля на параметры ионизационных волн, влияния облучения<sup>73, 189</sup>, влияния активных примесей<sup>92, 132</sup> на свойства волн и т. д., приводятся обычно и качественные объяснения наблюдаемых явлений.

Количественное объяснение всех этих зависимостей (как и закона постоянной разницы потенциала на длину волны) можно ожидать только после разработки теории ионизационных волн для слабых токов, что находится пока в начальной стадии.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Природа ионизационных волн, страт, в разрядной плазме обусловлена цепью весьма общих процессов. Это: а) возникновение пространственного заряда в месте, где локально нарушена (например, избытком ионов и электронов) однородность плазмы; заряд возникает вследствие поляризации положительных ионов и электронов, обладающих разной скоростью свободной диффузии и разной подвижностью в электрическом поле; б) изменение средней энергии электронов вследствие нарушения их энергетического баланса при локальном изменении электрического поля пространственным зарядом; в) изменение скорости ионизации вместе с измененной средней энергией электронов; г) постепенное изменение (понижение) концентрации ионов вместе с измененной скоростью ионизации.

Цепь этих процессов ведет к распространению возмущения, причем с чередованием положительных и отрицательных отклонений плотности и остальных параметров плазмы от равновесного состояния.

Для неустойчивости (усиления) ионизационных волн обычно необходимо, чтобы имела место: д) зависимость коэффициента ионизации  $Z$  от плотности электронного газа.

Несмотря на то, что основные свойства ионизационных волн можно объяснить вышеуказанными общими процессами в плазме, точное количественное объяснение волн всех наблюдаемых типов, их численных

параметров и зависимостей от разрядных условий — в подавляющем числе случаев еще вопрос будущих теоретических исследований.

Возможно, что в более сложных плазмах, как, например, в плазме молекулярных газов, в плазме с электроотрицательным газом, в смесях разных газов и паров и т. д., поведение ионизационных волн существенно зависит от специфических процессов, как, например, образования отрицательных ионов, которые меняют электрическое поле пространственных зарядов, от возбуждения колебательных и вращательных состояний молекул, что сильно меняет ход кривой распределения энергии электронов и их среднюю кинетическую энергию, от процессов захвата электронов и т. д.

Нет также полной уверенности в том, что одномерное приближение является достаточно точным для полного количественного совпадения теории с экспериментом.

Самая трудная задача — это получить из теории правильный ход кривой  $\phi(k)$  временного инкремента волны и его зависимости от разрядных условий. Из экспериментов известно, что затухание или усиление и тем более положение максимума обычно весьма чувствительны даже к малым изменениям состояния плазмы. Усиление (или затухание) получается у ионизационных волн как результат взаимно конкурирующих, часто весьма сильных процессов, которые вычитаются друг из друга до значения, близкого нулю. Поэтому неудивительно, что в теории легче получается правильный ход кривой дисперсии, чем временного инкремента. Но от значения временного инкремента  $\phi(k)$  в месте максимума прежде всего зависит, появятся ли ионизационные волны в разряде спонтанно или нет. Поэтому точное объяснение (или даже предсказание для разных газов и их смесей) областей тока, давления и диаметра трубки, где ионизационные волны неустойчивы (т. е.  $\phi(k_1) > 0$ ), в настоящее время невозможно. Это положение обусловлено и тем, что до сих пор нет точных данных не только о таких параметрах, как длина релаксации электронной температуры, время жизни возбужденных уровней в условиях плазмы и т. д., а даже неизвестны сечения разных типов столкновений и образование неустойчивых частиц в разрядной плазме. Большое затруднение представляет и сильная чувствительность ионизационных процессов к распределению энергии электронов, которое в свою очередь сильно зависит от рода газа и энергетических уровней его атомов или молекул.

С другой стороны, связь параметров ионизационных волн именно с этими измеримыми явлениями в плазме дает принципиальную возможность — посредством теоретических соотношений — изучать эти явления при определении параметров ионизационных волн. В настоящее время, однако, эта возможность ограничена только небольшим числом частных случаев.

Чтобы в заключение охарактеризовать состояние проблемы ионизационных волн, можно использовать сравнение: нынешнее положение подобно начальному этапу в понимании химических реакций, когда выяснены некоторые самые простые процессы, понят принцип химического соединения элементов, но детали и многообразие этих реакций еще не выявлены. Сравнение, впрочем, оказывается глубже, чем может показаться на первый взгляд: рождение и исчезновение частиц разного типа в плазме, их взаимное превращение — эти явления весьма близки к явлениям химической кинетики не только по виду уравнений, которыми они описываются, но и по самой своей природе. В отличие от обычных химических реакций, для которых характерно неколебательное развитие и аperiодическое затухание, ионизационные реакции в плазме могут

развиваться колебательным образом, когда скорость рождения и исчезновения частиц определенного сорта то повышается, то понижается. Это поведение связано с влиянием электрического поля на скорость ионизационных реакций и придает ионизационным реакциям в плазме волновой характер.

Физический институт АН ЧССР,  
Прага

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. M. Abria, Ann. de chimie (Annales de chimie et de physique) 7, 462 (1843).
2. A. Wüllner, Pogg. Ann. Phys., Jubelband, 32 (1874).
3. W. Spottiswoode, Proc. Roy. Soc. 23, 455 (1875).
4. W. Spottiswoode, Proc. Roy. Soc. 25, 73 (1876).
5. W. Spottiswoode, Proc. Roy. Soc. 25, 547 (1877).
6. W. Spottiswoode, Proc. Roy. Soc. 26, 90 (1877).
7. W. Spottiswoode, J. F. Moulton, Phil. Trans. (Proc. Roy. Soc. Meeting at Leeds) 1, 165 (1879).
8. J. J. Thomson, Phil. Mag. 18, 441 (1909).
9. P. Neubert, Ann. de phys. 42, 1454 (1913).
10. P. Neubert, Phys. Zs. 15, 430 (1914).
11. F. W. Aston, T. Kikuchi, Proc. Roy. Soc. A98, 50 (1920).
12. T. Kikuchi, Proc. Roy. Soc. 99, 257 (1921).
13. J. J. Thomson, Phil. Mag. 42, 981 (1921).
14. C. Samson, Zs. techn. Phys. 6, 281 (1925).
15. R. Whiddington, Nature 116, 506 (1925).
16. L. A. Pardue, J. S. Webb, Phys. Rev. 32, 946 (1928).
17. R. Whiddington, Nature 126, 470 (1930).
18. G. W. Fox, Phys. Rev. 35, 1066 (1930).
19. G. W. Fox, Phys. Rev. 37, 815 (1931).
20. W. Pupp, Zs. Phys. 67, 297 (1931).
21. T. C. Chow, Phys. Rev. 37, 574 (1931).
22. T. C. Chow, Phys. Rev. 37, 1020 (1931).
23. J. J. Thomson, Phil. Mag. 11, 697 (1931).
24. W. Pupp, Phys. Zs. 33, 844 (1932).
25. W. Pupp, Phys. Zs. 34, 756 (1933).
26. J. J. Thomson, G. P. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, Cambridge University Press, London 1933.
27. W. Pupp, Zs. techn. Phys. 15, 257 (1934).
28. W. Pupp, Phys. Zs. 35, 705 (1934).
29. M. J. Druyvesteyn, Physica 1, 273 (1934).
30. M. J. Druyvesteyn, Physica 1, 1003 (1934).
31. B. Van Manen, Physica 1, 967 (1934).
32. W. Pupp, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 27 (1934).
33. W. Pupp, Phys. Zs. 36, 61 (1935).
34. A. H. Van Gorsum, Physica 2, 535 (1935).
35. A. Günterschulze, W. Bär, H. Betz, Zs. Phys. 109, 293 (1938).
36. А. А. Власов, Уч. зап. МГУ (Физика) 2 (ч. 1) (1945).
37. А. А. Власов, Вест. МГУ 1 (3/4), 63 (1946).
38. T. Donahue, G. H. Dieke, Phys. Rev. 81, 248 (1951).
39. А. А. Власов, И. П. Базаров, ЖЭТФ 20, 1098 (1950).
40. А. А. Зайцев, Вест. МГУ, сер. матем.-физ. 5 (9), 55 (1950).
41. И. П. Базаров, ЖЭТФ 21, 711 (1951).
42. Б. Н. Клярфсльд, ЖЭТФ 22, 66 (1952).
43. А. А. Зайцев, Вест. МГУ, сер. матем.-физ. 6, 41 (1951).
44. Г. В. Гордеев, ЖЭТФ 22, 230 (1952).
45. А. А. Зайцев, ДАН СССР 79, 779 (1951).
46. T. M. Donahue, Phys. Rev. 82 (2), 571 (1951).
47. R. Seeliger, A. Wichmann, Ann. Phys. 9, 235 (1951).
48. K. G. Emcleus, Proc. Phys. Soc. B64, 166 (1951).
49. Г. В. Гордеев, ДАН СССР 79, 771 (1951).
50. М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ 22, 303 (1952).
51. М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ 23, 669 (1952).
52. А. А. Зайцев, ДАН СССР 84, 41 (1952).
53. А. А. Зайцев, Л. Пекарек, Вест. МГУ, сер. матем.-физ. 9, 69 (1954).
54. М. Ф. Широков, ДАН СССР 89, 837 (1953).

55. R. Seeliger, *Naturforsch.* **8a**, 74 (1953).
56. Л. Пекарек, Вест. МГУ, сер. матем.-физ. **9**, 73 (1954).
57. Л. Пекарек, Кандидатская диссертация (Физический факультет МГУ, 1953).
58. М. Е. Герценштейн, В. В. Потемкин, *ЖЭТФ* **24**, 643 (1953).
59. R. L. F. Boyd, N. D. Twiddy, *Nature* **173**, 633 (1954).
60. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **4**, 221 (1954).
61. V. D. Farris, *Proc. Phys. Soc.* **B68**, 383 (1955).
62. S. Watanabe, N. L. Oleson, *Phys. Rev.* **99**, 646 (1955).
63. S. Watanabe, N. L. Oleson, *Phys. Rev.* **99**, 1701 (1955).
64. H. S. Robertson, *Phys. Rev.* **105**, 368 (1957).
65. И. М. Чапник, *ДАН СССР* **107**, 529 (1956).
66. И. М. Чапник, *ЖТФ* **27**, 978 (1957).
67. K. G. Emelius, *Nuovo Cimento* **3** (Suppl. 10), 490 (1956).
68. K. G. Emelius, B. Love, A. E. Witherspoon, *J. Electr. Contr.* **1**, 599 (1956).
69. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **7**, 533 (1957).
70. N. L. Oleson, A. W. Cooper, *Phys. Rev.* **105**, 1411 (1957).
71. K. Wojaczek, *Ann. Phys.* **2** (7), 68 (1958).
72. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **8**, 32 (1958).
73. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **8**, 498 (1958).
74. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **8**, 699 (1958).
75. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **9**, 67 (1959).
76. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **8**, 742 (1958).
77. H. Achtenberg, J. Michel, *Ann. Phys.* **2** (7), 365 (1959).
78. K. Wojaczek, *Ann. Phys.* **3** (7), 37 (1959).
79. M. Šícha, *Czech. J. Phys.* **9**, 124 (1959).
80. M. Šícha, *Czech. J. Phys.* **9**, 259 (1959).
81. М. Я. Васильева, А. А. Зайцев, З. Л. Андрияшина, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **23**, 995 (1959).
82. Л. Пекарек, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **23**, 1050 (1959).
83. L. Pekárek, M. Novak, *Czech. J. Phys.* **9**, 401 (1959).
84. L. Pekárek, M. Novak, *Czech. J. Phys.* **9**, 641 (1959).
85. L. Pekárek, *Probleme des Plasmas in Physik und Astronomie*, Berlin, 1958, стр. 162.
86. J. R. M. Coulter, N. H. K. Armstrong, K. G. Emelius, *Physica* **24**, 828 (1958).
87. K. Wojaczek, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss.* **1**, 23 (1959).
88. K. Wojaczek, *Acta Phys. Hung.* **11**, 35 (1960).
89. H. Rother, *Ann. Phys.* **4** (7), 373 (1959).
90. H. Rother, *Zs. Phys.* **157**, 326 (1959).
91. H. Rother, *Ann. Phys.* **5** (7), 252 (1960).
92. A. Rutscher, *Proc. 4th Int. Conf. Ion. Phen. Gas.*, Uppsala (17—21.8.1959), v. 1, 1960, стр. 286.
93. K. Wojaczek, *Beitr. Plasmaphys.* **1**, 30 (1961).
94. S. Pfau, A. Rutscher, *Ann. Phys.* **6**, 244 (1960).
95. J. Michel, *Wiss. Zs. E. M. Arndt Univ. Greifswald, Mat.-nat. Reihe* **8**, 295 (1958/59).
96. L. Pekárek, M. Šícha, *Czech. J. Phys.* **B10**, 749 (1960).
97. J. R. M. Coulter, *J. Electr. Contr.* **9**, 41 (1960).
98. J. R. M. Coulter, N. H. K. Armstrong, K. G. Emelius, *Proc. Phys. Soc. (London)* **77**, 476 (1961).
99. M. Novák, *Czech. J. Phys.* **B10**, 954 (1960).
100. G. Lakatos, J. Bitó, *ЖЭТФ* **32**, 902 (1962).
101. K. Wojaczek, *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss.* **3**, 5 (1961).
102. K. Wojaczek, *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 13 (1962).
103. L. Pekárek, V. Krejčí, *Czech. J. Phys.* **B11**, 729 (1961).
104. V. Krejčí, C. Popovici, *Czech. J. Phys.* **B11**, 683 (1961).
105. A. Rutscher, *Wiss. Zs. E. M. Arndt Univ. Greifswald, Mat.-nat. Reihe* **11**, 65 (1962).
106. L. Pekárek, V. Krejčí, *Czech. J. Phys.* **12**, 296 (1962).
107. K. Wojaczek, *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 1 (1962).
108. L. Pekárek, V. Krpata, *Czech. J. Phys.* **B11**, 849 (1961).
109. K. Wojaczek, *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 49 (1962).
110. M. Novák, T. Ruzicka, *Czech. J. Phys.* **B11**, 878 (1961).
111. M. Novák, K. Wojaczek, *Beitr. Plasmaphys.* **2**, 66 (1962).
112. А. А. Зайцев, М. Я. Васильева, *Радиотех. и электроника* **7**, 557 (1962).
113. L. Pekárek, *Czech. J. Phys.* **B12**, 439 (1962).
114. L. Pekárek, V. Krejčí, *Czech. J. Phys.* **B12**, 450 (1962).

115. A. Rutscher, K. Wojaczek, Beitr. Plasmaphys. **2**, 122 (1962).
116. F. W. Crawford, Phys. Rev. Lett. **6**, 633 (1961).
117. P. F. Little, Proc. 5th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Munich, 1961, стр. 1440.
118. I. Alexeff, R. V. Neidigh, Phys. Rev. Lett. **7**, 223 (1961).
119. T. Růžicka, Čs. čas. fys. **A12**, 554 (1962).
120. L. Pekárek, V. Krejčí, O. Štirand, Czech. J. Phys. **B13**, 243 (1963).
121. M. Šicha, V. Veselý, J. Studnička, J. Proštejovský, M. Novák, Czech. J. Phys. **B12**, 919 (1962).
122. M. Šicha, V. Veselý, J. Studnička, Czech J. Phys. **B12**, 873 (1962).
123. M. Šicha, Czech. J. Phys. **B13**, 499 (1963).
124. L. Pekárek, Beitr. Plasmaphys. **3**, 126 (1963).
125. M. Šicha, V. Veselý, Czech. J. Phys. **B13**, 662 (1963).
126. P. F. Little, Nature **194**, 1137 (1962).
127. L. Pekárek, V. Krejčí, Czech. J. Phys. **B13**, 881 (1963).
128. K. Wojaczek, A. Rutscher, Beitr. Plasmaphys. **3**, 217 (1963).
129. M. Šicha, V. Veselý, J. Studnička, J. Proštejovský, Brit J. Appl. Phys. **15**, 199 (1964).
130. V. Veselý, Beitr. Plasmaphys. **4**, 149 (1964).
131. A. Rutscher, K. Wojaczek, Beitr. Plasmaphys. **4**, 41 (1964).
132. S. Pfau, A. Rutscher, Beitr. Plasmaphys. **4**, 41 (1964).
133. M. Šicha, V. Veselý, M. Novák, L. Pekárek, Czech. J. Phys. **B14**, 247 (1964).
134. S. Gundermann, Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. **6**, 95 (1964).
135. S. F. Paik, K. D. Gilbert, Int. Symp. Plasma Phen. and Measurement, San Diego, USA, 1963.
136. K. F. Sodomsky, J. Appl. Phys. **34**, 1860 (1963).
137. P. Blettinger, A. Garscadden, J. Electr. Contr. **16**, 169 (1964).
138. J. Nakata, E. Takenaka, T. Masutani, J. Phys. Soc. Japan **19**, 144 (1964).
139. S. Pfau, Wiss. Zs. E. M. Arndt Univ. Greifswald, Mat.-nat. Reihe **12**, 271 (1963).
140. B. Saggau, Phys. Lett. **7**, 196 (1963).
141. A. V. Nedospasov, Yu. B. Ponomarenko, Proc. 6th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Paris, 1963, v. 2, стр. 223.
142. L. Pekárek, Proc. 6th. Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Paris, 1963, v. 2, стр. 133.
143. F. W. Crawford, S. A. Self, Proc. 6th. Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Paris, 1963, v. 3, стр. 123.
144. R. S. Cooper, Mass. Inst. Tech. R. L. E. Rep. 424, September 1964.
145. T. Růžicka, L. Pekárek, Beitr. Plasmaphys. **5**, 161 (1965).
146. S. Vepřek, J. Studnička, Czech. J. Phys. **B15**, 100 (1965).
147. T. Kenjo, Y. Hattai, J. Phys. Soc. Japan **19**, 2313 (1964).
148. J. Pilař, M. Šicha, Czech. J. Phys. **B15**, 399 (1965).
149. L. Pekárek, K. Masek, Czech. J. Phys. **B15**, 644 (1965).
150. S. F. Paik, J. N. Scaprio, K. D. Gilbert, J. Appl. Phys. **35**, 2573 (1964).
151. I. Alexeff, W. D. Jones, R. V. Neidigh, Bull. Am. Phys. Soc. **9** (Paper L-8), 323 (1964).
152. A. Garscadden, P. Blettinger, Rev. Sci. Instr. **35**, 913 (1964).
153. A. B. Недоспасов, Ю. Б. Пonomаренко, ЖЭТФ **46**, 926 (1964).
154. P. J. Barrett, P. F. Little, Phys. Rev. Lett. **14**, 356 (1965).
155. K. Wojaczek, Beitr. Plasmaphys. **5**, 307 (1965).
156. P. Heymann, H. Prinzler, O. Štirand, Beitr. Plasmaphys. **5**, 343 (1965).
157. D. A. Lee, P. Blettinger, A. Garscadden, J. Appl. Phys. **37**, 377 (1966).
158. S. Pfau, A. Rutscher, Proc. 7th. Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965.
159. P. J. Barrett, Proc. 7th. Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965.
160. D. A. Lee, P. Blettinger, A. Garscadden, Proc. 7th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965.
161. G. B. Righetti, F. Magistrelli, L. Enriques, A. Boschi, Proc. 7th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965.
162. L. Pekárek, Proc. 7th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965, 2, стр. 468.
163. F. W. Crawford, R. J. Kuhler, Proc. 7th Int. Conf. Ion. Phen. Gas., Belgrade, 22—27.8.1965.
164. O. Štirand, V. Krejčí, L. Láská, Czech. J. Phys. **B16**, 65 (1966).
165. J. Rohleua, Third Czech. Conf. on Electronics and Vacuum Physics Transactions, Academia Prague, 1967, стр. 131.
166. S. Šubertová, Third Czech. Conf. on Electronics and Vacuum Physics Transactions, Academia Prague, 1967, стр. 167.

167. J. Studnička, Third Czech. Conf. on Electronics and Vacuum Physics Transactions, Academia Prague, 1967, стр. 161.
  168. L. Pekárek, V. Krejci, O. Štirand, L. Láská, Phys. Rev. Lett. **15**, 721 (1965).
  169. A. Rutscher, Beitr. Plasmaphys. **6**, 195 (1966).
  170. P. F. Little, H. G. Jones, Proc. Phys. Soc. **85**, 979 (1965).
  171. А. В. Недоспасов, Ю. Б. Пономаренко, Теплофиз. высоких температур **3** (1) (1965).
  172. I. Alexeff, W. D. Jones, R. V. Neidigh, Rev. Sci. Instr. **36**, 44 (1965).
  173. М. Новак, Канд. диссертация (Физический ин-т АН ЧССР, Прага, 1965).
  174. D. A. Lee, A. Garscadden, Bull. Am. Phys. Soc. **11** (2), 448 (1966).
  175. А. В. Недоспасов, Международный симпозиум по производству электроэнергии с помощью МГД генераторов, Зальцбург, Австрия, 4—8.7.1966.
  176. H. Sabadil, Beitr. Plasmaphys. **6**, 305 (1966).
  177. O. Štirand, V. Krejci, L. Láská, Rev. Sci. Instr. **37**, 1484 (1966).
  178. K. Wojacsek, Beitr. Plasmaphys. **6**, 319 (1966).
  179. P. J. Barrett, PhD. Thesis, London, 1966.
  180. V. Krejci, L. Pekárek, Czech. J. Phys. **B 17**, 443 (1967).
  181. G. A. Woolsey, E. W. Gray, J. Sci. Instr. **43**, 611 (1966).
  182. T. Růžicka, Czech. J. Phys. **B 18**, (1968).
  183. K. Mašek, V. Peřina, Czech. J. Phys. **B 17**, 198 (1967).
  184. V. Krejci, K. Mašek, L. Láská, V. Peřina, Beitr. Plasmaphys. **7**, 413 (1967).
  185. O. Štirand, L. Láská (неопубликованные результаты).
  186. O. Štirand, L. Láská, 8-я Международная конференция по явлениям в ионизованных газах, Вена, 1967, стр. 422.
  187. L. Pekárek, K. Rohlena, Czech. J. Phys. **B 17**, 856 (1967).
  188. O. Štirand, L. Láská, Czech. J. Phys. **B 17**, 928 (1967).
  189. A. Rutscher (неопубликованные результаты).
-