

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538.54

**АНОМАЛЬНОЕ ПРОНИКНОВЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ
В МЕТАЛЛ И РАДИОЧАСТОТНЫЕ РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ**

Э. А. Канер, В. Ф. Гантмахер

§ 1. Введение

Хорошо известно, что в обычных условиях электромагнитное поле не проникает в глубь металла и локализуется в тонком слое вблизи его поверхности. Это явление называется скин-эффектом. Оно обусловлено большой электропроводностью металлических тел: внешняя волна индуцирует высокочастотный электрический ток, препятствующий проникновению поля в образец. Скин-эффект характеризуется глубиной проникновения и законом распределения поля в проводнике. Глубину проникновения можно ввести различными способами в зависимости от характера скин-эффекта. При классическом (или нормальном) скин-эффекте, имеющем место в области комнатных температур, поле убывает по экспоненциальному закону. Глубиной проникновения (толщиной скин-слоя) обычно называют расстояние δ_n , на котором поле убывает в e раз. Для δ_n известна формула

$$\delta_n = c (2\pi\omega\sigma_0)^{-1/2}, \quad (1,1)$$

где c — скорость света, ω — круговая частота волны, σ_0 — статическая проводимость металла. Изменение фазы волны в металле характеризуется той же величиной δ_n .

Определение (1,1) непосредственно связано с законом распределения поля внутри металла. Можно дать другое определение толщины скин-слоя, использующее внешнюю характеристику металла — его поверхностный импеданс $Z = R - iX$:

$$\delta_n = \frac{1}{H(0)} \int_0^\infty H(z) dz = \frac{ic^2}{4\pi\omega} Z = \frac{c^2}{4\pi\omega} (X - iR). \quad (1,2)$$

Здесь $H(z)$ — одна из тангенциальных компонент переменного магнитного поля, ось z направлена вдоль внутренней нормали к поверхности образца. Подобное определение глубины проникновения является более общим, так как не предполагает экспоненциального закона затухания поля в скин-слое. Экспоненциальное распределение имеет место только при нормальном скин-эффекте, когда длина свободного пробега l электронов в металле значительно меньше δ_n . В этих условиях величина δ_n , определяемая с помощью (1,2), связана с δ_n соотношением $2\delta_n = \delta_n(1+i)$.

В чистых монокристаллах металлов при низких температурах длина пробега l может достигать значений порядка нескольких миллиметров.

Поэтому нетрудно реализовать обратный случай, соответствующий аномальному скин-эффекту. При аномальном скин-эффекте закон Ома в обычной форме $j = \sigma E$ уже несправедлив, так как плотность тока $j(r)$ в данной точке r определяется электрическим полем E не только в этой точке, но и в окрестности ее с размерами порядка l . Следовательно, проводимость σ не является константой металла, а зависит от формы образца и распределения поля в нем, т. е. является интегральным оператором. Этот оператор должен быть найден из микроскопической теории. Такая теория была построена Рейтером и Зондхаймером¹ на основе совместного решения кинетического уравнения для функции распределения электронов и уравнений Максвелла. В этой работе было показано, что закон изменения поля в металле при $\delta_h \ll l$ является значительно более сложным, чем при нормальном скин-эффекте. Для аномального скин-эффекта $Re \delta_h$ и $Im \delta_h$ лишь по порядку величины определяют скорость уменьшения амплитуды и изменение фазы электромагнитного поля в металле.

Зависимость δ_h от частоты и других величин может быть найдена с помощью простых качественных соображений, принадлежащих Пиппарду² и получивших в литературе название «концепции неэффективности» (ineffectiveness concept). При аномальном скин-эффекте не все электроны являются равноценными с точки зрения их роли в создании высокочастотного тока. Те электроны, которые движутся под заметными углами к поверхности металла, проводят в скин-слое сравнительно небольшое время, а затем либо рассеиваются на поверхности, либо уходят в глубь металла, где амплитуда электромагнитного поля мала. Поэтому вклад таких электронов в поверхностный ток является незначительным, и они называются «неэффективными» электронами. Экранирующий ток формируется в основном «эффективными» электронами, которые движутся под малыми углами к поверхности и проходят в скин-слое путь порядка длины пробега l . Эффективные электроны составляют малую долю (порядка $|\delta_h|/l$) полного количества электронов, и поэтому создаваемая ими проводимость равна $\sigma_{\text{эфф}} = g\sigma_0\delta_h/l$, где g — число порядка единицы. Подставляя $\sigma_{\text{эфф}}$ вместо σ_0 в формулу для импеданса при нормальном скин-эффекте

$$Z = \left(\frac{4\pi\omega}{c^2\sigma_0} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\pi i}{4}\right) \quad (1,3)$$

и используя определение (1,2), получим

$$\delta_h = \left(\frac{c^2 l}{4\pi g\omega\sigma_0} \right)^{1/3} \exp\left(-\frac{\pi i}{6}\right). \quad (1,4)$$

Из сравнения с точными формулами работы¹ следует, что при диффузном отражении $g = 2\pi/\sqrt{3}$.

Выражения (1,1) и (1,4) отражают различия между нормальным и аномальным скин-эффектом. В то время как $\delta_n \sim \omega^{-1/2}$, частотная зависимость δ_h более слабая: $\delta_h \sim \omega^{-1/3}$. При аномальном скин-эффекте глубина скин-слоя δ_h не зависит от длины свободного пробега (а следовательно, от температуры), так как отношение σ_0/l не зависит от l . В условиях нормального скин-эффекта $\delta_n \sim l^{-1/2}$. В дальнейшем мы будем часто пользоваться действительной величиной δ , которая по порядку величины равна $|\delta_h|$. Точные выражения для δ будут приведены ниже в каждом отдельном случае.

Динамика электронов проводимости в металлах и характер их взаимодействия с электромагнитными волнами существенно изменяются в постоянном магнитном поле H . Как выяснилось в последние годы, металл в магнитном поле может оказаться прозрачным для электромагнитного излучения, а в ряде случаев вообще ведет себя как диэлектрик.

Все известные в настоящее время эффекты аномального проникновения (АП) электромагнитного поля в металл можно разделить на две группы. Первую из них можно условно назвать группой плазменных или коллективных явлений. Они обусловлены резонансным возбуждением коллективных движений электронов в металле с помощью внешней волны. Эти коллективные колебания представляют собой слабо затухающие электромагнитные волны в электронно-дырочной плазме металла. С точки зрения концепции квазичастиц подобные волны можно трактовать как вторичные элементарные возбуждения бозевского типа, возникающие в ферми-газе (или ферми-жидкости) первичных возбуждений — электронов и дырок. Подробное изложение свойств слабо затухающих волн в металлах содержится в обзоре³.

В настоящем обзоре рассмотрены эффекты АП другого рода, обусловленные индивидуальным движением заряженных квазичастиц в магнитном поле. Проникновение электромагнитного поля в глубину металла обязано электронам, которые «носят» высокочастотное поле из скин-слоя и затем «воспроизводят» его в объеме металла. Такие эффекты можно назвать траекторным типом проникновения. Частота внешнего поля теперь уже не связана условиями резонанса, как в случае возбуждения коллективных колебаний. Величина магнитного поля определяет масштаб картины распределения электромагнитных полей внутри металла. Впервые на эти эффекты обратил внимание Азбель⁴, рассмотревший один из случаев АП траекторного типа — возникновение всплесков поля в глубине металла в условиях циклотронного резонанса.

Для существования эффектов АП траекторного типа необходимо выполнение условий

$$\delta < D \ll l, \quad (1,5)$$

где D — характерный размер электронных траекторий в магнитном поле. Правая часть неравенства (1,5) есть критерий сильного магнитного поля. Левая часть означает, что скин-эффект должен оставаться аномальным по отношению к характерному размеру электронной траектории. Смысл этого условия особенно удобно пояснить в терминах концепции неэффективности. Электрон наиболее интенсивно взаимодействует с электромагнитным полем на тех участках траектории, где он движется вдоль волнового фронта, т. е. параллельно поверхности металла: $v_z = 0$. Запаздыванием поля можно пренебречь, так как скорость электрона v обычно значительно больше характерной «фазовой скорости» волны ω . Точки $v_z = 0$ на электронных траекториях, а также соответствующие точки на орbitах в r -пространстве *) будем называть «эффективными». Ввиду того, что в магнитном поле вектор скорости v изменяется, на траектории электрона имеется, вообще говоря, бесконечное число эффективных точек. Выполнение левого неравенства (1,5) означает, что часть этих точек находится заведомо вне скин-слоя. Именно этот факт является причиной АП высокочастотного поля в металле. При движении по эффективному участку траектории в скин-слое электрон получает приращение скорости Δv . Следовательно, он является носителем части скин-тока $\Delta j = -e\Delta v$ (e — абсолютная величина заряда электрона). Вектор Δv меняется вдоль траектории. В следующей эффективной точке, расположенной в глубине металла, электрон опять движется параллельно поверхности металла и производит добавку к скорости Δv и току Δj . Возникновение в глубине образца тока, параллельного поверхности, и означает АП

*) Во избежание путаницы укажем, что мы применяем термины «траектории», когда речь идет о движении электрона в r -пространстве, и «орбита» — при описании движения в импульсном пространстве.

поля в металле: внутри металла появляются всплески тока и поля, расстояния между которыми определяются размерами траекторий электронов.

Механизм АП поля зависит от типа траекторий. Если траектория замкнутая, то появление всплеска следует ожидать в плоскости $z = D$, где D — размер траектории в направлении оси z (рис. 1).

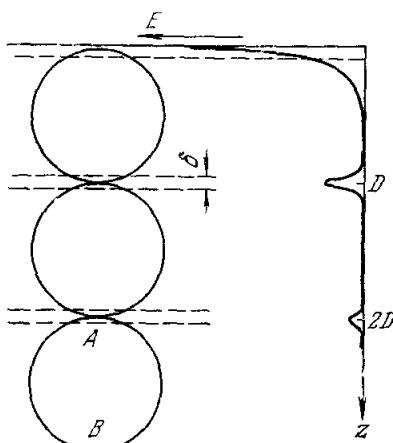


Рис. 1.

Всплеск является «скин-слоем» для электронов, траектория которых смещена на величину D в глубь металла. Эти электроны в свою очередь создают следующий всплеск на глубине $2D$ и т. д. В результате возникает своеобразная «цепочка траекторий», по которой электромагнитное поле проникает в металл на большую глубину.

В случае незамкнутой траектории с отличной от нуля составляющей средней скорости v_z возможен иной механизм АП поля. Система всплесков определяется не цепочкой траекторий различных электронов, а траекторией электронов, дрейфующих в глубь металла непосредственно от его поверхности (рис. 2). Высокочастотный ток локализуется вблизи плоскостей $z = u_n$,

где u_n — глубина расположения n -й эффективной точки (мы считаем, что одна из них находится на поверхности $z = 0$).

До сих пор мы рассматривали движение отдельного электрона. В действительности в металле существуют электроны, движущиеся по различным траекториям, с разными значениями D или u_n , которые являются функциями p_H — проекции импульса на направление магнитного поля H . По этой причине вторичный ток распределяется, вообще говоря, по большой глубине. В результате усреднения по всем электронам выделенными оказываются те траектории, для которых плотность состояний с данными значениями D или u_n обращается в бесконечность, т. е. электроны с экстремальными значениями $D(p_H) = D_{ext}$ или $u_n(p_H) = u_{ext}$.

На соответствующих расстояниях от поверхности металла происходит фокусировка относительно большого числа эффективных электронов, которая и обеспечивает возникновение всплесков. Ширина всплесков определяется толщиной скин-слоя и гораздо меньше расстояния между ними. В промежутке между всплесками поле значительно слабее, хотя и отлично от нуля.

АП поля в металле может быть обусловлено и неэффективными траекториями. Тогда пространственное распределение поля в металле имеет гармонический характер.

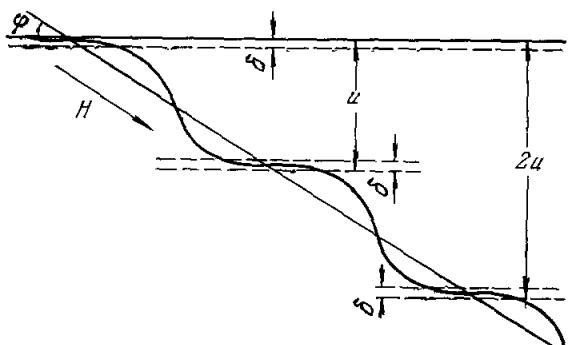


Рис. 2.

Ниже мы обсудим различные механизмы фокусировки эффективных электронов и дадим классификацию всех известных в настоящее время случаев АП траекторного типа электромагнитного поля в металле. Первая часть настоящего обзора посвящена изложению результатов теоретического исследования АП поля в полубесконечный металл. Обсуждение методов и результатов экспериментального изучения АП приведено во второй части. Эти методы непосредственно связаны с группой явлений, известных под названием радиочастотных размерных эффектов⁵.

§ 2. Классификация электронных траекторий

Для явлений АП траекторного типа существенную роль играет форма электронных траекторий. Поэтому будет неллишним напомнить основные особенности движения заряженной квазичастицы с произвольным законом дисперсии в постоянном магнитном поле (см.⁶), а также дать классификацию различных типов траекторий.

Из уравнений движения

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{e}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}], \quad \dot{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{v} = \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{p}} \quad (2,1)$$

следует, что орбиты электрона в импульсном пространстве определяются интегралами движения

$$\epsilon = \text{const}, \quad p_H = \frac{\mathbf{p} \mathbf{H}}{H} = \text{const}. \quad (2,2)$$

Геометрически эти орбиты получаются пересечением изоэнергетической поверхности $\epsilon(\mathbf{p}) = \text{const}$ плоскостями $p_H = \text{const}$. В зависимости от топологии ферми-поверхности $\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_F$, направления поля \mathbf{H} и величины p_H орбиты могут быть замкнутыми либо открытыми, т. е. непрерывно проходящими через всю обратную решетку.

Так как \mathbf{p} — скорость электрона в импульсном пространстве, а \mathbf{v} — скорость в \mathbf{r} -пространстве, из уравнения (2,1) следует, что орбита в \mathbf{p} -пространстве и проекция траектории электрона в \mathbf{r} -пространстве на плоскость, перпендикулярную к \mathbf{H} , подобны с коэффициентом подобия eH/c и повернуты друг относительно друга на $\pi/2$. Среднее значение составляющей скорости электрона вдоль магнитного поля определяется формулой

$$\bar{v}_H = -\frac{1}{2\pi m} \frac{\partial S(\epsilon, p_H)}{\partial p_H}, \quad m = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial S(\epsilon, p_H)}{\partial \epsilon}, \quad (2,3)$$

где m — эффективная масса электрона, а $S(\epsilon, p_H)$ — площадь, ограниченная плоской кривой (2,2). Пользуясь этим, нетрудно классифицировать возможные типы траекторий в \mathbf{r} -пространстве.

1. Замкнутые траектории. Поскольку на этих траекториях величина v_H должна равняться нулю, из (2,3) следует, что эти траектории соответствуют сечениям (2,2) с экстремальной площадью S_{ext} . Из соображений симметрии ясно, что на закрытой ферми-поверхности траектории центрального сечения $p_H = 0$ всегда замкнуты. Заметим, что замкнутые траектории, вообще говоря, не являются плоскими кривыми.

2. Винтовые траектории. Получаются от нецентральных сечений ферми-поверхности. Строго периодичны в \mathbf{r} -пространстве. Средняя скорость электрона v параллельна \mathbf{H} и зависит от p_H .

3. Траектории окрестности эллиптической опорной точки. Опорной точкой (limiting point) называется такая точка \mathbf{p}_0 на поверхности Ферми $\epsilon(\mathbf{p}) = \epsilon_F$, в которой плоскость, перпен-

дикулярная к \mathbf{H} , касается поверхности и орбита вырождается в точку. Для всех p_H , близких к p_0 , электронные траектории имеют вид сильно вытянутых винтовых линий, шаг которых практически одинаков. На этих орбитах одинаковы также циклотронная частота $\Omega = eH/mc$ и эффективная масса m^*).

4. Открытые траектории. Существуют только в металлах с открытой ферми-поверхностью. Движение электрона инфинитно в плоскости, перпендикулярной к \mathbf{H} . Средняя скорость $\bar{\mathbf{v}}$, вообще говоря, направлена произвольно относительно вектора \mathbf{H} .

I. ТЕОРИЯ

§ 3. Система уравнений

При построении теории АП электромагнитного поля в металле необходимо решить уравнения Максвелла. Для монохроматической волны ($\sim \exp(-i\omega t)$) в полупространстве они имеют вид (током смещения пренебрегаем)

$$E''_\alpha(z) = -4\pi i\omega c^{-2} j_\alpha(z), \quad \alpha = x, y, \quad (3.1)$$

$$j_z(z) = 0. \quad (3.2)$$

Ось z направлена вдоль внутренней нормали к поверхности металла, ось y совпадает с проекцией вектора \mathbf{H} на плоскость $z=0$; $\mathbf{E}(z)$ и $\mathbf{j}(z)$ — векторы напряженности электрического поля и плотности тока, штрихи означают производную по z . Уравнение (3.2) является следствием уравнения непрерывности и тождественно условию электрической квазинейтральности металла.

Для получения связи между \mathbf{j} и \mathbf{E} используем кинетическое уравнение. В линейном приближении по электрическому полю имеем

$$-i\omega f + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \Omega \frac{\partial f}{\partial \tau} + vf = e\mathbf{E}\mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{j} = -\frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathbf{v}f d^3p; \quad (3.4)$$

здесь f — неравновесная добавка к фермиевской функции распределения

$$f_0(\epsilon) = \left[\exp\left(\frac{\epsilon - \epsilon_F}{T}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (3.5)$$

$\tau = \Omega t$ — безразмерное время (фаза) движения электрона по орбите (2.2) в r -пространстве, T — температура в энергетических единицах, $2\pi\hbar$ — постоянная Планка. В уравнении (3.3) мы заменили интеграл столкновений константой v , представляющей собой частоту соударений электронов с рассеивателями. Возможность введения частоты столкновений $v(r)$ при аномальном скин-эффекте обоснована в работе ⁷.

Систему уравнений (3.1)–(3.4) необходимо дополнить граничными условиями. При $z \rightarrow \infty$ все функции обращаются в нуль. На поверхности $z = 0$ тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей непрерывны. Для функции f мы принимаем условие диффузного рассеяния

$$f \Big|_{\substack{z=0, \\ v_z>0}} = 0. \quad (3.6)$$

⁷⁾ Могут существовать также гиперболические и параболические опорные точки, но в них эффективная масса m и циклотронный период $2\pi/\Omega$ обращаются в бесконечность. Поэтому соответствующие траектории не приводят к АП поля в металле.

Как было показано в работах^{8, 9}, решение уравнения (3,3) имеет вид

$$f(z, \tau, \epsilon, p_H) = \frac{e}{\Omega(\epsilon, p_H)} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \int_{s(z, \tau, \epsilon, p_H)}^{\tau} d\tau' \mathbf{v}(\tau', \epsilon, p_H) \times \\ \times \mathbf{E} \left(z + \frac{1}{\Omega(\epsilon, p_H)} \int_{\tau}^{\tau'} d\tau'' v_z(\tau'') \right) \exp [(\nu - i\omega)(\tau' - \tau) \Omega^{-1}(\epsilon, p_H)]. \quad (3,7)$$

Функция $s(z, \tau, \epsilon, p_H)$ учитывает то обстоятельство, что траектория, по которой электрон попал в точку фазового пространства (z, τ, ϵ, p_H) , может начинаться на поверхности $z = 0$. В этом случае функция s определяется как ближайший к τ корень уравнения

$$\Omega z + \int_{\tau}^s d\tau'' v_z = 0, \quad (3,8)$$

удовлетворяющий условию $s \leq \tau$. Если такой корень отсутствует (электрон «приходит» из глубины металла), то $s(z, \tau, \epsilon, p_H)$ следует положить равной $-\infty$ (подробнее см.^{8, 9}).

Подставляя (3,7) в (3,4), получаем

$$j_t(z) = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{\infty} d\epsilon \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \int \frac{m dp_H}{\Omega} \int_0^{2\pi} d\tau v_t(\tau) \int_s^{\tau} d\tau' v_k(\tau') \times \\ \times \exp \left[\frac{\nu - i\omega}{\Omega} (\tau' - \tau) \right] E_z \left(z + \frac{1}{\Omega} \int_{\tau}^{\tau'} d\tau'' v_z(\tau'') \right). \quad (3,9)$$

Анализ показывает, что во всех обсуждаемых ниже случаях компонентой поля E_z в (3,9) можно пренебречь, а уравнение (3,2) вообще не рассматривать. Таким образом, задача сводится к совместному решению уравнений (3,1) и (3,9). Эта система уравнений является особенно сложной в тех случаях, когда приходится учитывать столкновения электронов с поверхностью. В частности, столкновения с поверхностью играют важную роль в явлениях АП поля при наличии дрейфового движения эффективных электронов в глубину металла. Метод решения системы уравнений (3,1), (3,9) в подобных случаях обсуждается в разделе 5.2.

С другой стороны, в ряде работ показано, что в явлениях АП, обусловленных движением эффективных электронов по замкнутым траекториям (циклотронный резонанс^{7, 4}, АП поля по цепочке траекторий^{4, 10} и т. п.), вкладом электронов, сталкивающихся с поверхностью, можно пренебречь. Это означает, что в выражениях (3,7) и (3,9) можно положить $s = -\infty$ при всех z, τ, ϵ и p_H , т. е. использовать функцию распределения электронов в безграничном металле. В этом случае электродинамическую задачу в полупространстве можно заменить более простой задачей о нахождении распределения высокочастотного поля в безграничной среде.

Продолжим функции $E_{\alpha}(z)$ четным образом на область $z < 0$ и перейдем к фурье-компонентам

$$\mathcal{E}_{\alpha}(k) = 2 \int_0^{\infty} dz E_{\alpha}(z) \cos kz, \quad E_{\alpha}(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dk \mathcal{E}_{\alpha}(k) \cos kz. \quad (3,10)$$

Подставляя (3,10) в (3,9), получим линейную связь между фурье-компонентами $j_{\alpha}(k)$ и $\mathcal{E}_{\beta}(k)$ ($\alpha, \beta = x, y$):

$$j_{\alpha}(k) = \sigma_{\alpha\beta}(k) \mathcal{E}_{\beta}(k), \quad (3,11)$$

где $\sigma_{\alpha\beta}(k)$ представляют собой фурье-компоненты двумерного тензора проводимости,

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}(k) = & \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty d\varepsilon \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \int \frac{m dp_H}{\Omega} \int_0^{2\pi} d\tau v_\alpha(\tau) \int_{-\infty}^\tau d\tau' v_\beta(\tau') \times \\ & \times \exp \left[\frac{v-i\omega}{\Omega} (\tau' - \tau) \right] \cos \left(\frac{k}{\Omega} \int_\tau^{\tau'} d\tau'' v_z(\tau'') \right). \end{aligned} \quad (3,12)$$

Уравнения (3,1) в фурье-представлении имеют вид

$$k^2 \mathcal{E}_\alpha(k) + 2E'_\alpha(0) = 4\pi i\omega c^{-2} \sigma_{\alpha\beta}(k) \mathcal{E}_\beta(k). \quad (3,13)$$

Отсюда

$$E_\alpha(z) = -2\pi^{-1} T_{\alpha\beta}(z) E'_\beta(0), \quad (3,14)$$

$$T_{\alpha\beta}(z) = \int_0^\infty dk \cos kz [k^2 \hat{I} - 4\pi i\omega c^{-2} \hat{\sigma}(k)]_{\alpha\beta}^{-1}, \quad (3,15)$$

где \hat{I} — единичная матрица, $\hat{\sigma}(k)$ — тензор проводимости (3,12). Формулы (3,14) и (3,15) дают общее решение задачи о распределении поля в металле в рассматриваемом случае.

Физический смысл такого метода решения состоит в том, что мы представляем резко неоднородное поле вблизи поверхности металла в виде суперпозиции плоских монохроматических волн (разложение в интеграл Фурье). Фурье-компоненты тензора проводимости $\hat{\sigma}(k)$ описывают взаимодействие электронов проводимости с одной из гармоник волнового пакета. Интегральный эффект взаимодействия электронов со всеми гармониками определяется обратным преобразованием Фурье (3,14) и (3,15). Таким образом, достаточно ограничиться исследованием распространения в металле плоских монохроматических волн $\mathcal{E}_\alpha(k) \cos kz \exp(-i\omega t)$. Для этого необходимо определить компоненты тензора $\sigma_{\alpha\beta}(k)$.

Одной из важнейших характеристик металла является тензор высокочастотного поверхностного импеданса

$$Z_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - iX_{\alpha\beta}, \quad (3,16)$$

являющийся обобщением определения (1,2). Тензор $Z_{\alpha\beta}$ связывает значения электрического поля на поверхности с тангенциальными составляющими полного тока $J_\alpha = \int_0^\infty dz j_\alpha(z)$:

$$E_\alpha(0) = Z_{\alpha\beta} J_\beta. \quad (3,17)$$

Из уравнений (3,1) и формул (3,14) и (3,15) следует, что

$$Z_{\alpha\beta} = -8i\omega c^{-2} T_{\alpha\beta}(0), \quad (3,18)$$

так что распределение поля и тензор импеданса полностью определяются величинами $T_{\alpha\beta}(z)$.

В дальнейшем мы будем рассматривать в основном случай низких частот

$$\omega \ll v, \quad (3,19)$$

когда величиной ω в (3,12) можно пренебречь. Это означает, что переменное поле можно считать квазистатическим, а его изменение во времени приводит лишь к возникновению скин-слоя в металле.

§ 4. Аномальное проникновение поля в металл по цепочке траекторий

4.1. Цепочка траекторий в магнитном поле, параллельном поверхности металла. В § 1 уже говорилось о механизме АП поля по цепочке траекторий. Теперь нам предстоит выяснить условия возникновения всплесков, закон убывания их интенсивности в глубину, факторы, определяющие ширину отдельных всплесков. Начнем с простейшей модели, на которой можно проиллюстрировать особенности АП по цепочке траекторий¹⁰. Предположим, что металл обладает цилиндрической поверхностью Ферми $p_x^2 + p_y^2 = p^2 = \text{const}$, а магнитное поле \mathbf{H} параллельно оси y (ось z по-прежнему направлена по внутренней нормали к поверхности металла). Эта модель является простейшей потому, что все электронные траектории одинаковы и представляют собой окружности диаметра $D = 2pc/eH$.

Вычислим элементы тензора поперечной проводимости $\sigma_{\alpha\beta}(k)$. Из соображений симметрии очевидно, что отличен от нуля лишь элемент $\sigma_{xx}(k) \equiv \sigma(k)$. Полагая $v_x(\tau) = v \cos \tau$, из (3,9) получим

$$\sigma(k) = \sigma_0 \{ |J_{1+i\gamma}^2(kR)| - \operatorname{Re} J_{1+i\gamma}(kR) J_{-1+i\gamma}(kR) \}, \quad (4,1)$$

$$\sigma_0 = \frac{e^2}{2} \left(\frac{v^2}{\nu} \frac{dN}{de} \right)_{e_F}, \quad \gamma = \frac{\nu}{\Omega} \ll 1; \quad (4,2)$$

здесь σ_0 — статическая проводимость, dN/de — плотность электронных состояний на единичный интервал энергии, $N(\varepsilon)$ — концентрация электронов, $R = D/2$ — радиус траектории электронов в магнитном поле, $J_\mu(z)$ — функция Бесселя. В принятой нами модели v , R и Ω не зависят от p_H . Используя асимптотическое выражение функций Бесселя при больших значениях аргумента, получаем

$$\sigma(k) = \frac{4\sigma_0}{\pi} \frac{\operatorname{ch} \pi\gamma - \sin kD}{kD}. \quad (4,3)$$

Из этой формулы видно, что величина $\sigma(k)$ при $\gamma \ll 1$ может иметь глубокие минимумы: если $kD = 2\pi \left(n + \frac{1}{4}\right)$ (n — целое число), то $\sigma \sim \sigma_0 \frac{\gamma^2}{kD}$ и значительно меньше среднего значения. Резкое уменьшение $\sigma(k)$ обусловлено тем, что на траекториях электронов имеются лишь две эффективные точки A и B (см. рис. 1). Когда на диаметре D укладывается целое число длин волн, результирующее взаимодействие электрона с данной волной является малым вследствие интерференции: в одной из этих точек электрон движется вдоль поля, а в другой — против поля. Если на диаметре укладывается нечетное число полуволни, взаимодействие будет максимальным. Резкое уменьшение $\sigma(k)$ при $k = 2\pi \left(n + \frac{1}{4}\right)/D$ означает уменьшение поглощения, вследствие чего эта волна проникает в глубь металла на большое расстояние. Поскольку спектр волновых чисел таких проникающих волн является дискретным и эквидистантным, в объеме металла возникает периодическая система узких всплесков. Их пространственная ширина определяется числом интерферирующих составляющих, т. е. в конечном итоге — глубиной скин-слоя δ . Эти отображения подтверждаются строгим расчетом.

Исследуем функцию $T(z)$, описывающую распределение поля в металле. Подставляя (4,3) в (3,15), получим

$$T(z) = D \int_0^\infty \frac{dq q \cos qzD^{-1}}{q^3 - iM^3(\operatorname{ch} \pi\gamma - \sin q)} , \quad (4,4)$$

$$M = \frac{D}{\delta} \gg 1, \quad \delta = \left(\frac{c^2 D}{16\omega_0} \right)^{1/3} . \quad (4,5)$$

Преобразуем выражение (4,4) следующим образом:

$$T(z) = D \sum_{s=0}^{\infty} \int_{2\pi s}^{2\pi(s+1)} dq \dots = D \sum_{s=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{dq' (2\pi s + q') \cos (2\pi s + q') z D^{-1}}{(2\pi s + q')^3 - iM^3(\operatorname{ch} \pi\gamma - \sin q')} . \quad (4,6)$$

Рассмотрим сначала случай $z = nD$. В сумме по s существенную роль играют большие s , порядка $M/2\pi$. Поэтому величиной q' в членах типа $2\pi s + q'$ можно пренебречь, а сумму по s — заменить интегралом. Вычисляя этот интеграл, получим

$$T(nD) = \delta \exp\left(\frac{\pi i}{6}\right) \frac{2\pi}{\sqrt{27}} t_\gamma(n) . \quad (4,7)$$

Функция

$$t_\gamma(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dq' \cos nq'}{(\operatorname{ch} \pi\gamma - \sin q')^{1/3}} \quad (4,8)$$

определяет убывание амплитуды особенностей с номером n . Анализ показывает, что для первых всплесков ($n < 1/\pi\gamma$, т. е. $z < l$) величину γ в (4,8) можно положить равной нулю и

$$t_\gamma(n) = t_\gamma(0) \cos \frac{n\pi}{2} \frac{\Gamma\left(n + \frac{1}{3}\right) \Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{2}{3}\right)} \sim \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{n^{1/3}} , \quad (4,9)$$

$$t_\gamma(0) = \frac{2^{1/3} 3^{1/2} \Gamma^2\left(\frac{1}{3}\right)}{2\pi \Gamma\left(\frac{2}{3}\right)} \simeq 1.85.$$

Таким образом, благодаря наличию всплесков, поверхностный импеданс Z оказывается в $t_\gamma(0) = 1.85$ раз больше того значения Z , которое получилось бы без учета АП поля в металле.

Более далекие всплески (на глубине $z > l$) убывают экспоненциально:

$$t_\gamma(n) = \frac{\cos \frac{n\pi}{2}}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \frac{\exp(-n\pi\gamma)}{(n^2\pi\gamma)^{1/3}} . \quad (4,10)$$

Нетрудно показать, что вдали от точек $z = nD$ поле имеет значительно меньшую величину. Для этого представим (4,6) в следующем виде:

$$T(z) = D \int_0^{2\pi} dq' \int_0^\infty \frac{ds 2\pi s \cos\left(2\pi s \zeta + \frac{z}{D} q'\right)}{(2\pi s)^3 - iM^3(\operatorname{ch} \pi\gamma - \sin q')} . \quad (4,11)$$

Мы заменили суммирование по s интегрированием и пренебрегли членами типа $q'/2\pi s$. Здесь $\zeta = (z/D) - n$, n — ближайшее к z/D целое число. В интеграле по q' основной вклад дает интегрирование в окрестности

$\varphi' = \pi/2$. Поэтому при $\gamma \ll 1$ формулу (4,11) можно записать в следующем виде:

$$T(z) = D \int_0^\infty ds 2\pi s \cos \left(2\pi s \zeta + \frac{\pi}{2} \frac{z}{D} \right) \int_{-\infty}^\infty \frac{d\alpha \exp \left(\frac{i\alpha z}{D} \right)}{(2\pi s)^2 - \frac{iM^3}{2} (\alpha^2 + \pi^2 \gamma^2)}. \quad (4,12)$$

Анализ этой формулы показывает, что при

$$M|\zeta| = \frac{|z-nD|}{\delta} \gg 1$$

относительная величина поля между всплесками является малой:

$$\left| \frac{T(z)}{T(nD)} \right| \leq \left| \frac{\delta}{z-nD} \right|^{1/2}. \quad (4,13)$$

Распределение поля в металле было схематически показано на рис. 1. При $z \approx nD$ имеются резкие особенности (всплески), ширина которых порядка нескольких δ .

Рассмотренная нами модель цилиндрической поверхности Ферми не осуществляется ни в одном из металлов. В лучшем случае на фермиповерхности имеются отдельные участки, близкие к цилиндрическим (например, в олове). Это означает, что помимо траекторий с близкими диаметрами существуют также траектории с другими значениями D . Если диаметр D существенно зависит от p_H , то выражение (4,3) необходимо усреднить по p_H . При усреднении быстро осциллирующей функции $\sin(kD(p_H))$ окажутся выделенными те области значений p_H , где $D(p_H) = D_{\text{ext}}$. При этом характер особенностей $\sigma(k)$ изменится: амплитуда осциллирующего слагаемого в $\sigma(k)$ станет малой — порядка $(kD_{\text{ext}})^{-1/2} \sim (\delta/D_{\text{ext}})^{1/2}$. Например, в случае ферми-сферы¹⁰ с радиусом r_F

$$\sigma_{xx}(k) = \frac{3\sigma_0}{2kD_0} \left[1 - 2a \sin \left(kD_0 - \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad (4,14)$$

$$a = \left(\frac{2}{\pi k D_0} \right)^{1/2} \simeq \left(\frac{2\delta}{\pi D_0} \right)^{1/2} \ll 1, \quad (4,15)$$

а $\sigma_0 = Ne^2/mv$ — статическая проводимость металла, $D_0 = 2p_Fc/eH$. Подставляя (4,14) в (3,15) и разлагая выражение $T_{xx}(z)$ по степеням малого параметра a , получим

$$|T_{xx}(nD_0)| \approx a^n |T_{xx}(0)|. \quad (4,16)$$

Интенсивность всплесков экспоненциально уменьшается с номером.

Различие между формулами (4,7)–(4,9) и (4,16) имеет принципиальный характер. Если все электроны, создающие скин-ток, «фокусируются» на одной плоскости, то возникает медленно затухающая система всплесков. В противном случае затухание оказывается быстрым: $T((n+1)D)/T(nD) \sim a \ll 1$.

4.2. Цепочка траекторий в наклонном магнитном поле. Медленно затухающая система всплесков от цепочек траекторий возможна не только в случае цилиндрической фермиповерхности. Она должна возникать всякий раз, когда по каким-либо причинам скин-ток определяется не всеми эффективными траекториями, а лишь небольшой их частью, для которой разброс диаметров ΔD мал по сравнению с толщиной скин-слоя δ :

$$\Delta D \ll \delta. \quad (4,17)$$

Выясним, за счет чего может возникнуть неравноправие эффективных электронов. Один из возможных механизмов подобного отбора был

указан Азбелем в работе⁴. В металлах со сложным законом дисперсии в циклотронном резонансе принимают участие лишь те электроны, у которых $\Omega(p_H) = \Omega_{\text{ext}}$. Экстремум $\Omega(p_H)$ достигается, в частности, на центральном сечении $p_H = 0$ поверхности Ферми. Доля резонансных электронов имеет порядок $(v/\Omega_{\text{ext}})^{1/2}$. С другой стороны, диаметр траектории электронов $D(p_H)$ также имеет экстремум при $p_H = 0$. Для резонансных траекторий разброс диаметров $\Delta D \sim D_0 (\Delta p_H/p)^2 \sim D_0 v/\Omega$. Если $\Delta D \ll \delta$, то вкладом в ток всех нерезонансных электронов можно пренебречь. Следовательно, высокочастотный ток определяется только небольшой группой электронов вблизи сечения $p_H = 0$.

Другой механизм отбора эффективных электронов, предложенный в работе¹⁰, состоит в следующем. Если наклонить вектор \mathbf{H} относительно поверхности металла на небольшой угол φ , то естественный дрейф электронов вдоль \mathbf{H} , а следовательно, в глубь металла, выделяет электроны центрального сечения. Именно они обладают малой дрейфовой скоростью и многократно возвращаются в скин-слой. Остальные электроны лишь однажды могут оказаться в скин-слое, после чего уйдут в глубину или столкнутся с поверхностью образца. Поэтому электроны с $p_H \approx 0$ играют доминирующую роль в создании скин-тока и опять действует механизм «медленно затухающей цепочки траекторий».

С математической точки зрения механизм АП поля по цепочке траекторий всегда обусловлен тем, что фурье-компоненты проводимости $\sigma_{xx}(k)$ имеют минимумы в точках $k_n \sim 2\pi n/D$, расположенных вблизи вещественной оси комплексного переменного k . Иллюстрацией этого факта являются рассмотренные в предыдущем разделе случаи (4,3) и (4,14). В наклонном поле при выполнении неравенств

$$\frac{(\delta D_0)^{1/2}}{l} \ll \varphi \ll \frac{\delta}{D_0} \quad (4,18)$$

асимптотическое выражение $\sigma_{xx}(k)$ имеет аналогичный вид:

$$\sigma_{xx}(k) = \frac{3\sigma_0}{kl\varphi} \frac{1 - \sin kD_0 + w}{kD_0}, \quad (4,19)$$

где φ — угол наклона вектора \mathbf{H} относительно поверхности металла. Параметр

$$w = \left(\frac{kD_0}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{kl\varphi} \simeq \left(\frac{D_0 \delta}{\pi l^2 \varphi^2} \right)^{1/2} \quad (4,20)$$

характеризует разброс диаметров электронов, многократно возвращающихся в скин-слой.

Неравенства (4,18) имеют простой физический смысл. Относительное число электронов, не успевающих уйти в глубь металла за время свободного пробега, равно $\delta/l\varphi$. Разброс диаметров $\Delta D \sim D_0 (\Delta p_H/p_0)^2 \sim D_0 \delta^2/l^2 \varphi^2$. Условие (4,17) приводит к левому неравенству (4,18). Правое неравенство (4,18) выражает собой требование, чтобы именно эти электроны определяли скин-ток, т. е. чтобы малочисленность этой группы компенсировалась их многократным возвращением в скин-слой: $(\delta/l\varphi)(l/D_0) \gg 1$. Таким образом, естественный дрейф электронов вдоль магнитного поля играет роль того механизма отбора, который приводит к слабому затуханию всплесков.

Так как фурье-компоненты проводимости $\sigma_{xx}(k)$ имеют такой же осциллирующий характер, как и в случае цилиндрической поверхности Ферми (см. (4,3)), коэффициент a при $\sin kD_0$ равен единице, в отличие от (4,14), мы приведем без вывода соответствующие формулы для

функции $T_{xx}(z)$ (подробности см. в работе ¹⁰):

$$T_{xx}(nD_0) = \delta \exp\left(\frac{\pi i}{8}\right) \cdot 2^{-3/2} \pi t_w(n), \quad (4,21)$$

где

$$t_w(n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dq \cos nq}{(1+w-\sin q)^{1/4}}, \quad \delta = \left(\frac{c^2 D_0 l \Phi}{12\pi \omega_0 \sigma_0}\right)^{1/4}. \quad (4,22)$$

При $n < (2w)^{-1/2}$

$$\begin{aligned} t_w(n) &= \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{(2\pi^2)^{1/4}} \frac{\Gamma\left(n + \frac{1}{4}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{3}{4}\right)} \simeq \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{(2\pi^2)^{1/4} n^{1/2}}, \\ t_w(0) &= \Gamma^2\left(\frac{1}{4}\right) (2\pi^2)^{-3/4} \simeq 1.4. \end{aligned} \quad (4,23)$$

При $n > (2w)^{-1/2}$ всплески экспоненциально затухают:

$$t_w(n) \simeq \frac{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\pi (16w)^{1/8} n^{3/4}} \exp(-n\sqrt{2w}). \quad (4,24)$$

Затухание всплесков обусловлено хотя и малой, но конечной величиной разброса диаметров электронов вблизи центрального сечения. Рис. 1 иллюстрирует распределение поля в металле и в этом случае.

Необходимо подчеркнуть, что слабое затухание всплесков в наклонном поле возможно лишь в том случае, если при данной ориентации вектора \mathbf{H} имеется только один экстремальный диаметр. Если поверхность Ферми невыпуклая или многосвязная, то проводимость $\sigma_{xx}(k)$ будет пропорциональна сумме слагаемых типа (4,19):

$$\sigma_{xx}(k) = \sum A_j (1 - \sin kD_j).$$

В общем случае, когда величины A_j одного порядка, а диаметры D_j несизмеримы, $\sigma_{xx}(k)$ ни при каких вещественных k не может обратиться в нуль. Поэтому всплески поля будут все же затухать экспоненциально.

§ 5. Аномальное проникновение вследствие дрейфа электронов в глубь металла

5.1. Кинематика незамкнутых электронных траекторий. Пусть на некоторой периодической незамкнутой траектории с $v_z \neq 0$ имеется по одной эффективной точке на период $2\pi/\Omega$. Для взаимодействия электрона с переменным полем необходимо, чтобы одна эффективная точка траектории находилась в скин-слое. Тогда остальные точки располагаются на расстояниях

$$u_n = nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (5,1)$$

где u — смещение электрона вдоль оси z за период $2\pi/\Omega$. Если на траектории имеются две эффективные точки на период, то, помимо (5,1), появляется еще одна последовательность глубин

$$u_n^{(1)} = u^{(1)} + nu \quad (u^{(1)} < u, \quad n = 0, 1, 2, \dots), \quad (5,2)$$

где $u^{(1)}$ — проекция на ось z расстояния между двумя соседними эффективными точками (рис. 3).

В соответствии с высказанной во введении общей концепцией, для возникновения всплеска необходимо, чтобы функции $u_n(r_H)$ и $u_n^{(1)}(r_H)$ имели экстремум на ферми-поверхности. Из (5.1) следует, что все u_n одновременно достигают экстремума. Следовательно, одна группа электронов последовательно фокусируется

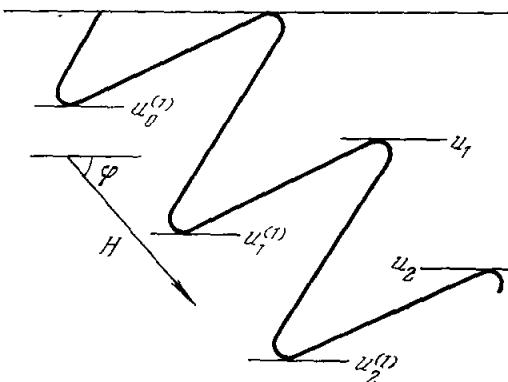


Рис. 3.

Наличие трех и большего числа точек эффективности на один период не вносит ничего нового в эту общую картину.

Выясним, в каких случаях возможен дрейф электронов в глубь металла. Если магнитное поле направлено под углом φ к поверхности, то \bar{v}_z отлично от нуля для всех винтовых траекторий. Смещение электрона u вдоль оси z за период определяется формулой

$$u = 2\pi \left| \frac{\bar{v}_z}{\Omega} \right| = \frac{2\pi mc}{eH} \left| \bar{v}_z \right| = \\ = \frac{c \sin \varphi}{eH} \left| \frac{\partial S(\epsilon_F, r_H)}{\partial r_H} \right|. \quad (5.3)$$

Рассмотрим для примера более подробно кинематику электронов в наклонном поле на сферической ферми-поверхности. Определим положение орбит с помощью полярного угла χ (рис. 4). Значения $\chi = 0, \pi$ соответствуют опорным точкам, а $\chi = \pi/2$ — центральному сечению. На орбитах, для которых $\sin \chi > \sin \varphi$, имеется по две эффективные точки. Траектории с $\chi = \varphi, \pi - \varphi$ имеют по одной эффективной точке на период (см. рис. 2). Сечения поверхности Ферми, отвечающие $\sin \chi = \sin \varphi$, будем называть пограничными. Остальные траектории ($\sin \chi < \sin \varphi$) неэффективны. Точные формулы для $u(\chi)$ и $u_n^{(1)}(\chi)$ имеют вид⁵

$$u(\chi) = \pi D_0 \sin \varphi \cos \chi, \quad D_0 = 2p_F c / eH, \quad (5.4)$$

$$u_n^{(1)}(\chi) = D_0 \sin \varphi \cos \chi \left[\pi n + \frac{(\operatorname{tg}^2 \chi - \operatorname{tg}^2 \varphi)^{1/2}}{\operatorname{tg} \varphi} - \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \chi} \right) \right].$$

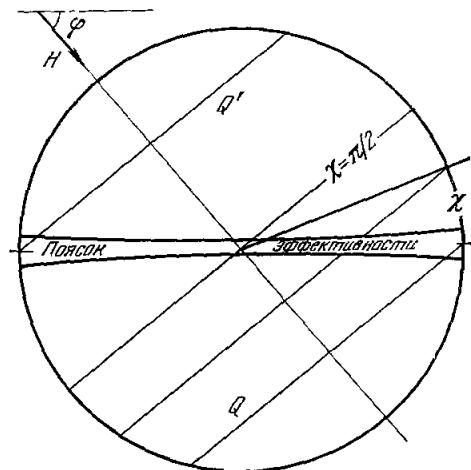


Рис. 4. Расположение эффективных орбит на ферми- сфере в наклонном магнитном поле.

Q и Q' — пограничные сечения, соответствующие траекториям, изображенным на рис. 2.

Формулы для $u(\chi)$ и $u_n^{(1)}(\chi)$ имеют вид⁵

На рис. 5 изображены функции $u_1(\chi)$, $u_0^{(1)}(\chi)$ и $u_1^{(1)}(\chi)$ при различных значениях ϕ . Из рисунка видно, что кривая $u_1^{(1)}(\chi)$ при $\phi \leq 25^\circ$ имеет два экстремума. Аналогичным образом ведут себя и $u_n^{(1)}$ с $n > 1$.

При малом угле наклона ϕ пограничные сечения $\operatorname{tg} \chi_{\text{погр}} = \operatorname{ctg} \phi$ расположены вблизи эллиптических опорных точек, в которых

$$\left| \frac{\partial S}{\partial p_H} \right| = 2\pi K_0^{-1/2}, \quad u_0 = \frac{2\pi c \sin \phi K_0^{-1/2}}{eH}, \quad (5,5)$$

где K_0 — абсолютное значение гауссовой кривизны в опорной точке. На ферми- сфере $K_0^{-1/2} = p_F$. На невыпуклой поверхности Ферми экстремумы $u(p_H)$ могут быть и на других сечениях, где $\partial^2 S / \partial p_H^2 = 0$, а $\partial S / \partial p_H \neq 0$.

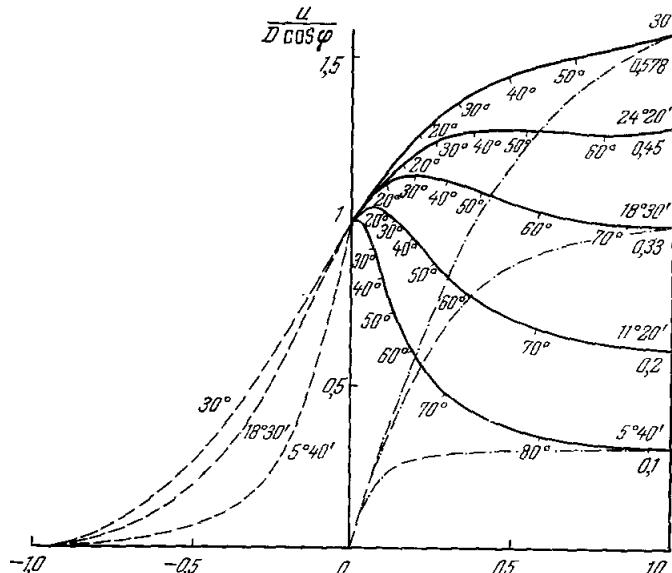


Рис. 5. Функции $u_1^{(1)}$ (сплошные линии), $u_0^{(1)}$ (пунктир) и $u_1^{(1)}$ (штрих-пунктир) при различных углах наклона ϕ .

По оси абсцисс отложена величина $\operatorname{tg} \phi \operatorname{ctg} \chi$. Вдоль кривых $u_1^{(1)}$ указаны значения угла $\frac{\pi}{2} - \chi$. Справа отмечены угол ϕ и $\operatorname{tg} \phi$.

Эффект фокусировки возможен и при $\phi = 0$ при наличии открытых поверхностей Ферми. Если вектор H лежит в плоскости образца и ортогонален направлению, вдоль которого ферми-поверхность открыта, то смещение u одинаково на всех открытых периодических траекториях и определяется формулой

$$u = \frac{1}{eH} b c \cos \vartheta, \quad (5,6)$$

где b — период открытой орбиты, ϑ — угол между поверхностью металла и направлением открытости поверхности Ферми в p -пространстве (см. § 2).

5.2. Фокусировка электронов из окрестности опорной точки при малых углах наклона магнитного поля. Как показано в работе ¹¹, анализ АП поля при дрейфовом движении электронов в глубь металла можно провести с помощью метода фурье-преобразования тензора проводимости, изложенного в § 3. В этом разделе мы изложим другой метод вычисления распределения поля в металле, который дает возможность более последовательно учесть столкновения электронов с поверхностью металла ¹².

Рассмотрим АП поля по траекториям электронов из окрестности опорной точки. Все они одинаково смещаются вдоль вектора \mathbf{H} за период $2\pi/\Omega$. Это явление хорошо известно в электронной оптике под названием «фокусировки монохроматических электронов продольным магнитным полем». При больших углах наклона φ на орбитах фокусирующихся электронов нет эффективных точек, поскольку опорная точка расположена вдали от линии $v_z = 0$. Электроны могут быть эффективными только в том случае, если угол φ достаточно мал. Для этого необходимо, чтобы угол наклона φ , одновременно являющийся угловым расстоянием от опорной точки до линии $v_z = 0$, был меньше характерных угловых размеров ψ области на поверхности Ферми, занятой фокусирующими электронами. Величина ψ определяется из того условия, что пространственная дефокусировка электронов за время свободного пробега не должна превышать δ , т. е.

$$\frac{1}{v} |\bar{v}_z(\psi) - v_z(0)| \simeq \psi^2 l \sin \varphi \sim \delta, \quad \psi \sim \left(\frac{\delta}{l \sin \varphi} \right)^{1/2}. \quad (5,7)$$

Отсюда следует, что *)

$$\sin \varphi < \left(\frac{\delta}{l} \right)^{1/3}. \quad (5,8)$$

С другой стороны, очевидное условие $\delta \ll u_0$ приводит к следующему неравенству ($u_0 \sim D \sin \varphi$):

$$\frac{\delta}{D} \ll \sin \varphi. \quad (5,9)$$

При вычислении распределения поля будем исходить непосредственно из формулы (3,9) для плотности тока. В этой формуле фигурирует функция $s(z, \tau, \epsilon, p_H)$, которая должна быть найдена из выражения (3,8). Траектории электронов из окрестности опорной точки представляют собой сильно вытянутые спирали; в нулевом приближении их можно заменить прямыми линиями. Тогда

$$s(z, \tau, \epsilon, p_H) = \tau - \left(\frac{2\pi z}{u} \right) \quad (\bar{v}_z > 0) \quad (5,10)$$

и $s = -\infty$ для отрицательных \bar{v}_z . Поскольку для всех остальных электронов вид функции s вообще не играет существенной роли, при вычислении асимптотики y -компоненты плотности тока* (3,9) будет использовано выражение (5,10) при всех значениях p_H .

В интегrale по τ и τ' в (3,9) используем метод перевала. Точки перевала τ_α есть решения уравнения $v_z(\tau_\alpha) = 0$ и совпадают с эффективными точками. Применяя метод перевала в интегrale по τ , получим

$$\begin{aligned} j_y(z) = & \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{m dp_H}{\Omega} \sum_{\tau_\alpha} v_y(\tau_\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{s(z, \tau_\alpha, p_H, \epsilon_F)}^{\tau_\alpha} d\tau' v_y(\tau') \times \\ & \times \exp \left[\frac{v - i\omega}{\Omega} (\tau' - \tau_\alpha) \right] E_y \left(z + \frac{1}{\Omega} \int_{\tau_\alpha}^{\tau'} d\tau'' v_z(\tau'') - \frac{v'_z(\tau_\alpha)}{2\Omega} x^2 \right) \end{aligned} \quad (5,11)$$

Суммирование происходит по всем τ_α в интервале от нуля до 2π . В интегrale по τ' одна точка перевала совпадает с верхним пределом τ_α , а все остальные меньше τ_α . В соответствии с этим, представим (5,11) в форме

$$j_y(z) = j_y^{(0)}(z) + \Delta j_y(z), \quad (5,12)$$

*) Более точный критерий со стороны больших φ приведен в следующем разделе (формула (5,30)).

где $j_y^{(0)}(z)$ представляет собой вклад от точки $\tau' = \tau_\alpha$, а $\Delta j_y(z)$ — сумму всех остальных слагаемых. После простых преобразований получаем

$$j_y^0(z) = A_y \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta E_y \left(z + \frac{1}{2} (\xi^2 - \eta^2) \right), \quad (5.13)$$

где

$$A_y = \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int dp_H \frac{m}{\Omega} \sum_{\tau_\alpha} \frac{v_y^2(\tau_\alpha)}{|v_z'(\tau_\alpha)|} \equiv \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3 p v_y^2 \delta(v_z) \delta(\epsilon - \epsilon_F). \quad (5.14)$$

Переходя к интегрированию по сферическому изображению поверхности Ферми, получим

$$A_y = \frac{e^2}{(2\pi\hbar)^3} \oint \frac{d\lambda \cos^2 \lambda}{K(\lambda)}, \quad (5.15)$$

λ — азимутальный угол в пространстве скоростей ($v_z = v \cos \vartheta$, $v_y = v \sin \vartheta \cos \lambda$), ϑ — полярный угол, полярная ось $\parallel Oz$. Для ферми-сферы $A_y = 3Ne^2/8p_F$.

Все остальные точки перевала $\tau' = \tau_\alpha = 2\pi n$ дают вклад в $\Delta j_y(z)$. Из всей суммы мы оставим в $\Delta j_y(z)$ только одно особое слагаемое, для которого величина $n u$ близка к z . Именно это слагаемое ответственно за возникновение всплеска тока

$$\begin{aligned} \Delta j_y(z) = & \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} \oint \frac{d\lambda \cos^2 \lambda}{K(\lambda)} \theta(z - nu) \exp \left(-2\pi n \frac{v - i\omega}{\Omega} \right) \times \\ & \times \iint_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta E_y \left[z - nu + \frac{1}{2} (\xi^2 - \eta^2) \right], \end{aligned} \quad (5.16)$$

где $\theta(x)$ — функция единичного скачка: $\theta(x) = 1 (x > 0)$, $\theta(x) = 0 (x < 0)$, $n = [z/u]$ — целая часть z/u .

В интегrale по λ основную роль играет небольшая окрестность опорной точки $\lambda = 0$, где $u(\lambda)$ имеет максимум. Вблизи этой точки все плавные функции λ можно разложить в ряд. В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta j_y(z) = & \frac{2e^2 \exp \left[\frac{-z \left(1 - \frac{i\omega}{v} \right)}{l_0 \sin \varphi} \right]}{(2\pi\hbar)^3 K_0} \iint_{-\infty}^{\infty} d\lambda d\xi d\eta \theta \left(z - nu_0 - \frac{1}{2} nu_0'' \lambda^2 \right) \times \\ & \times E_y \left[z - nu_0 - \frac{1}{2} nu_0'' \lambda^2 + \frac{1}{2} (\xi^2 - \eta^2) \right], \end{aligned} \quad (5.17)$$

где l_0 — длина свободного пробега электрона в опорной точке, $u_0'' = -\partial^2 u_0 / \partial \lambda^2$. Характерная ширина области интегрирования по λ — порядка $(\delta/z)^{1/2}$. Этот малый параметр определяет относительную величину тока во всплеске Δj_y по сравнению с $j_y^{(0)}$. Уже из формулы (5.17) видно, что $\Delta j_y(z)$ — почти периодическая функция z с периодом u_0 , экспоненциально затухающая на длине $l_0 \sin \varphi$.

Благодаря малости $\Delta j_y(z)$ уравнение (3.1) можно решать по теории возмущений. Используем четное продолжение $E_y(z)$ и $j_y(z)$ и перейдем к фурье-компонентам (3.10). Уравнение (3.13) и функцию $T_{yy}(z)$ запишем в следующем виде:

$$k^2 \mathcal{E}_y(k) + 2E'_y(0) = 4\pi i\omega c^{-2} [\sigma_0(k) \mathcal{E}_y(k) + \Delta j_y(k)], \quad (5.18)$$

$$T_{yy}(z) = T_0(z) + \Delta T(z), \quad \sigma_0(k) = \frac{2\pi A_y}{|k|}, \quad (5.19)$$

где

$$T_0(z) = \int_0^\infty \frac{dk \cos kz}{k^2 - 4\pi i \omega c^{-2} \sigma_0(k)} \equiv \delta \int_0^\infty \frac{dq q \cos\left(\frac{qz}{\delta}\right)}{q^3 - i}, \quad (5,20)$$

$$\Delta T(z) = -\frac{2\pi i \omega}{c^2 E_y'(0)} \int_0^\infty \frac{dk \cos kz \Delta j_y(k)}{k^2 - 4\pi i \omega c^{-2} \sigma_0(k)}, \quad \delta = \left(\frac{c^2}{8\pi^2 \omega A_y}\right)^{1/3}. \quad (5,21)$$

На рис. 6 приведены графики функций $\operatorname{Re} \frac{2}{\delta} T_0(z)$ и $\operatorname{Im} \frac{2}{\delta} T_0(z)$. Эти функции описывают также распределение поля в скин-слое при $H=0$

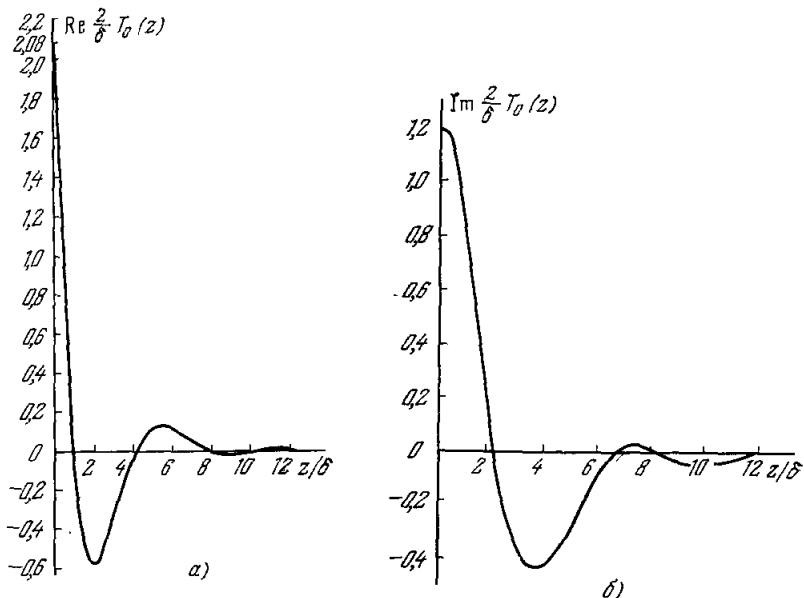


Рис. 6.

в случае зеркального отражения электронов от поверхности металла¹. Из (5,21) и (5,17) получим¹²

$$\Delta T(z) = -\left(\frac{8\delta^3}{\pi z}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{z\left(1-\frac{i\omega}{v}\right)}{l_0 \sin \varphi}\right] \alpha \Psi_1\left(\frac{z-nu_0}{\delta}\right), \quad (5,22)$$

где

$$\alpha^{-1} = \left|\frac{u_0''}{u_0}\right|^{1/2} \frac{K_0}{\pi} \oint \frac{d\lambda \cos^2 \lambda}{K(\lambda)}. \quad (5,23)$$

Для ферми-сферы $\alpha = 1$.

Функция $\Psi_1(x)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_1(x) &= \frac{1}{2i} \int_0^\infty \frac{dq q^{1/2} \cos\left(qx + \frac{\pi}{4}\right)}{(q^3 - i)^2} + \\ &+ \frac{1}{2i} \int_0^\infty \frac{dq q^{3/2} \sin\left(qx + \frac{\pi}{4}\right)}{(q^3 - i)(q^6 + i)} [2\pi^{-1} q^2 \ln q + 2 \cdot 3^{-3/2} (q^4 - 1) + i \cdot 3^{-1} (2q^2 + q + 2)]. \end{aligned} \quad (5,24)$$

Если бы мы не учитывали столкновений электронов с поверхностью и использовали функцию распределения в безграничном металле, то в (5,16) и (5,17) отсутствовала бы θ -функция. При этом в (5,22) вместо $\Psi_1(x)$ фигурировала бы функция¹¹

$$\Psi_2(x) = \frac{1}{i} \int_0^\infty dq q^{1/2} \cos\left(qx + \frac{\pi}{4}\right) \frac{1}{(q^3 - i)^2}. \quad (5,25)$$

Это выражение получалось бы и при вычислении распределения поля методом фурье-разложения (см. § 3). На рис. 7 приведены графики $\operatorname{Re} \Psi_1, 2$,

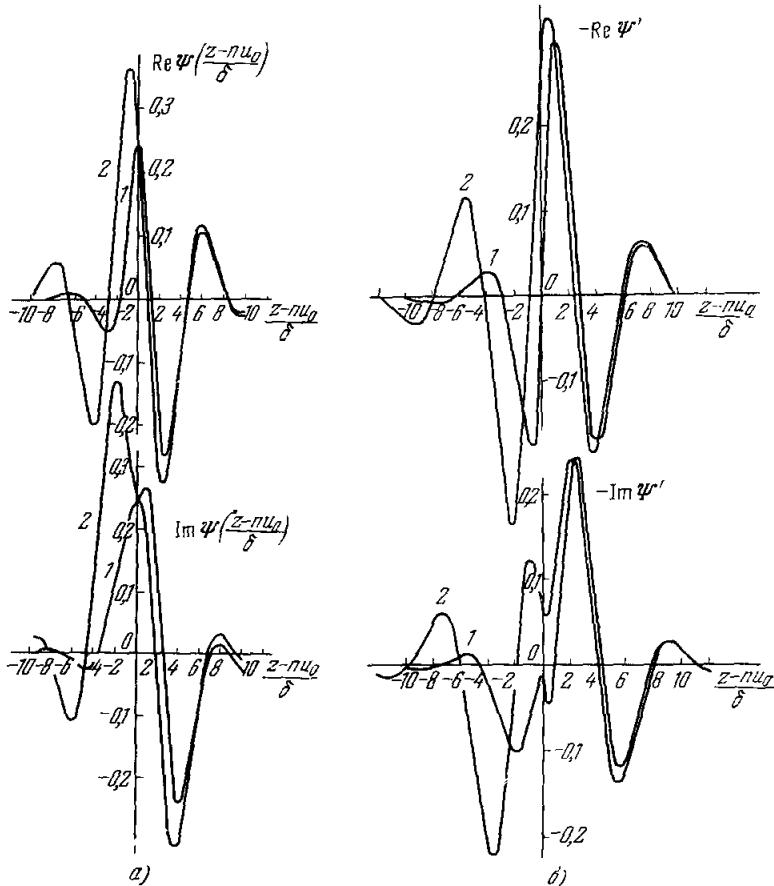


Рис. 7. Графики функций Ψ_1, Ψ_2 (а) и их производных Ψ'_1, Ψ'_2 (б). Индексы функций указаны возле кривых.

и $\operatorname{Im} \Psi_{1,2}$ и их производных. Из этих кривых видно, что учет столкновений электронов с поверхностью металла приводит к уменьшению поля на левом краю всплеска ($z < nu_0$) и практически не влияет на его форму при $z > nu_0$. (Мы еще вернемся к обсуждению этого факта в § 11.) Видно также, что вещественная и мнимая части $\Psi_{1,2}$ (или $\Psi'_{1,2}$) изменяются таким образом, что экстремум одной из них совпадает с положением наиболее резкого изменения другой. Характерная пространственная ширина всплеска порядка $(6 \div 7)\delta$ и примерно совпадает с шириной функции $T_0(z)$. Амплитуда всплеска не зависит от H и убывает с расстоянием как $z^{-1/2}$.

Приведенные в этом разделе формулы справедливы и в случае фокусировки электронов с экстремальным смещением за период при больших углах наклона ϕ вектора \mathbf{H} относительно поверхности металла. Соответствующий критерий применимости формул имеет вид

$$kD\gamma \simeq \frac{D^2}{l\delta} \gg 1. \quad (5,26)$$

В обычных экспериментальных условиях это неравенство хорошо выполняется. Если оно заменяется на обратное, то формула (5,22) правильно описывает распределение поля в металле для первых всплесков с номерами $n < u/\delta$.

5.3. Фокусировка электронов на пограничном сечении. «Квантование» электронных состояний при резонансном взаимодействии. При углах наклона магнитного поля к поверхности металла, превосходящих $(\delta/l)^{1/3}$, электроны в окрестности опорной точки уже не являются эффективными. Проекция их скорости v_z не обращается в нуль. При этом, однако, возможен иной механизм фокусировки эффективных электронов¹³. С данной гармоникой волнового пакета резонансным образом взаимодействуют лишь те электроны из числа эффективных, для которых выполнено условие $ki = 2\pi n$. Это приводит к тому, что плотность тока в металле с данным волновым вектором \mathbf{k} определяется только орбитами, соответствующими дискретным значениям угла χ из интервала $\Phi < \chi < \pi - \Phi$ (см. рис. 4). Число резонансных состояний (т. е. число различных групп электронов) определяется длиной волны $2\pi/k$, величиной и направлением магнитного поля. При изменении любого из этих параметров меняется и число состояний. Иными словами, на поверхности Ферми может появиться (или исчезнуть) группа резонансных частиц. Благодаря этому проводимость $\sigma(k)$ испытывает конечные приращения (скачки). Очевидно, что этот эффект обусловлен электронами, находящимися в окрестности пограничного сечения поверхности Ферми, которое разграничивает эффективные и неэффективные электроны. Скачки проводимости $\sigma(k)$ приводят к АП поля в металле вследствие фокусировки электронов на пограничном сечении. Скачки подобного рода, как известно, имеют место в плотности состояний и проявляются во всех макроскопических характеристиках металлов в квантующем магнитном поле, когда изменяется число уровней Ландау на поверхности Ферми. В рассматриваемом случае «квантование» состояний происходит в классических условиях $\hbar\Omega \gg T$. Это своеобразное «квантование» состояний обусловлено резонансным взаимодействием электронов с переменным полем.

Исследуем этот механизм АП на примере щелочного металла со сферической поверхностью Ферми. Так как скорость электрона на пограничном сечении в точке $v_z = 0$ направлена вдоль оси y , необходимо вычислить проводимость $\sigma_{yy}(k)$ и соответствующую функцию распределения поля $T_{yy}(z)$.

В этом и следующих разделах мы не будем учитывать столкновения электронов с поверхностью металла и используем метод фурье-преобразования, изложенный в § 3. Кроме того, ограничимся случаем низких частот (3,19). Из общей формулы (3,12) получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(k) \equiv \sigma(k) = & \frac{3Ne^2}{4\pi m\Omega} \int_{-1}^1 d\mu \int_0^{2\pi} d\tau n_y(\tau, \mu) \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' n_y(\tau', \mu) \exp[\gamma(\tau' - \tau)] \times \\ & \times \cos[kR\mu \sin\varphi(\tau' - \tau) + kR \cos\varphi(1 - \mu^2)^{1/2} (\cos\tau' - \cos\tau)]. \end{aligned} \quad (5,27)$$

Здесь введены обозначения: $\mu = \cos \chi$, χ — угол между \mathbf{v} и \mathbf{H} ,

$$n_y \equiv v_y/v = \mu \cos \varphi + (1 - \mu^2)^{1/2} \sin \varphi \sin \tau, \quad \gamma = v/\Omega.$$

Разлагая косинус в (5,27) в двойной ряд Фурье по τ и τ' и вычисляя интегралы, получим

$$\sigma(k) = \frac{3Ne^2}{2m\Omega \cos^2 \varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-1}^1 \frac{d\mu \gamma J_n^2(kR \cos \varphi \sqrt{1-\mu^2})}{\gamma^2 + (n - kR\mu \sin \varphi)^2} (\mu \cos^2 \varphi + n \sin \varphi (kR)^{-1})^2. \quad (5,28)$$

Если устремить длину свободного пробега l к ∞ , то $\gamma \rightarrow 0$, а функция

$$D(x) = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + x^2)} \rightarrow \delta(x). \quad (5,29)$$

Чтобы получить условие справедливости подобной замены при конечных γ , необходимо сравнить относительную скорость изменения двух быстро меняющихся функций $D(n - kR\mu \sin \varphi)$ и $J_n(kR \cos \varphi \sqrt{1-\mu^2})$. Из дальнейшего изложения следует, что в сумме по n существенную роль играют слагаемые с

$$|n| \equiv n_0 = \left[\frac{kR}{2} \sin 2\varphi \right].$$

При $|n| = n_0$ D -функция имеет максимум при $|\mu| = \cos \varphi$, ширина которого $\Delta\mu \sim \gamma/kR \sin \varphi$. Функция Бесселя $J_n(kR \cos \varphi \sqrt{1-\mu^2})$ вблизи максимума D -функции изменяется на интервале $\Delta\mu \sim (\sin^2 \varphi/kR)^{2/3}$. Эта оценка вытекает из известной асимптотики функции Бесселя $J_n(x)$ при $n \sim x \gg 1$. Поэтому условие замены D -функции δ -функцией в (5,28) имеет вид

$$\frac{\gamma}{kR \sin \varphi} \ll \left(\frac{\sin^2 \varphi}{kR} \right)^{2/3} \quad \text{или} \quad \sin \varphi > \left(\frac{R^2}{kl^3} \right)^{1/7}. \quad (5,30)$$

Величина $\varphi_c \sim (R^2 \delta/l^3)^{1/7}$ (а не $(\delta/l)^{1/3}$) играет роль критического угла наклона: при $\varphi < \varphi_c$ электроны опорной точки еще можно считать эффективными, а в области $\varphi > \varphi_c$ они являются неэффективными. При выполнении условия (5,30) формулу (5,28) можно представить в форме

$$\sigma(k) = \frac{3\pi\sigma_0}{2kl \sin \varphi} \sum \left(\frac{n}{kR \sin \varphi \cos \varphi} \right)^2 J_n^2[(k^2 R^2 \cos^2 \varphi - n^2 \tan^2 \varphi)^{1/2}]. \quad (5,31)$$

Суммирование происходит по всем n (положительным и отрицательным), для которых радикал в аргументе функции Бесселя является вещественным.

Выражение (5,31), в котором вместо интеграла по состояниям фигурирует сумма по дискретным значениям n , иллюстрирует высказывание выше утверждение о «квантовании» электронных состояний вследствие резонансного взаимодействия электронов с электромагнитным полем. Формула (5,31) является асимптотически точной при $\gamma \rightarrow 0$ и учитывает вклад как эффективных, так и неэффективных электронов. Различие их взаимодействий с волной связано с изменением характера асимптотики функций Бесселя $J_n(x)$ при $n \sim x \gg 1$ (явление Стокса¹⁴). Для эффективных электронов ($x > n \gg 1$) асимптотика $J_n(x)$ осциллирующая, для неэффективных частиц ($n > x$) функции $J_n(x)$ экспоненциально убывают. «Точка поворота» $x = n$ в нашем случае отвечает пограничному сечению, при этом $|n| = n_0$. Условие того, что все неэффективные электроны с $|n| > n_0$ дают экспоненциально малый вклад, определяется

неравенством $n^2 - x^2 \gg n_0^{4/3}$. В частности, оно должно выполняться и для $|n| = n_0 + 1$. Отсюда следует критерий для φ со стороны больших углов

$$\sin^2 \varphi \ll n_0^{-1/3} \quad \text{или} \quad \sin \varphi < (kR \cos \varphi)^{-1/7}. \quad (5,32)$$

Из (5,30) и (5,32) следует, что область углов, где должна иметь место фокусировка электронов на пограничном сечении, ограничена неравенствами

$$\gamma^{3/7} (kR)^{-1/7} \ll \sin \varphi < (kR)^{-1/7}. \quad (5,33)$$

При этом в сумме по n можно не учитывать экспоненциально малых членов с $|n| > n_0$.

Для больших значений $kR \sin \varphi$ в сумме по n существенны многие n . Используя асимптотику бесселевых функций и заменяя сумму по n интегралом, получим

$$\sigma^{(0)}(k) = \frac{3\sigma_0}{2kl n_0^2} \int_{-n_0}^{n_0} \frac{dnn^2}{(n_0^2 - n^2)^{1/2}} = \frac{3\pi\sigma_0}{4kl}. \quad (5,34)$$

«Квантовый эффект», проявляющийся в отличии суммы по n от интеграла, обусловлен слагаемыми с $|n| = n_0$. При выполнении неравенства (5,32) эти члены экспоненциально убывают в области, где аргумент соответствующей функции Бесселя меньше индекса. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\sigma(k)}{\sigma^{(0)}(k)} &= \frac{4}{\sin \varphi} J_{n_0}^2(n_0) \theta(kR \sin \varphi \cos \varphi - n_0) \simeq \\ &\simeq \frac{a_0}{\sin \varphi (ku)^{2/3}} \theta\left(\frac{ku}{2\pi} - n_0\right), \quad (5,35) \\ a_0 &= \frac{(12\pi)^{2/3} \Gamma^2\left(\frac{1}{3}\right)}{3\pi^2} \simeq 2,75, \end{aligned}$$

где $u = 2\pi R \sin \varphi \cos \varphi$ — смещение вдоль оси z электрона на пограничном сечении. Область «размытия» θ -функции имеет порядок $(2\pi ku)^{1/3} \sin^2 \varphi$ и мала вследствие неравенства (5,32). Зависимость $\Delta\sigma(k)$ от

$$\Delta = \frac{ku}{2\pi} - \left[\frac{ku}{2\pi} \right]$$

при $\Delta < 0$ описывается функцией

$$\exp\left[-\frac{1}{3}\left(\frac{2|\Delta|}{n_0^{1/3} \sin^2 \varphi}\right)^{3/2}\right]. \quad (5,36)$$

Таким образом, в области углов (5,33) фурье-компоненты проводимости $\sigma(k)$ испытывает скачки при изменении k .

Распределение электромагнитного поля в металле описывается функцией (3,15). Интегрируя это выражение по частям и опуская векторные индексы, получим

$$T(z) = \frac{1}{z} \int_0^\infty \frac{dk \sin kz}{[k^2 - 4\pi i \omega c^{-2} \sigma(k)]} \frac{d}{dk} [k^2 - 4\pi i \omega c^{-2} \sigma(k)]. \quad (5,37)$$

При дифференцировании плавных функций k получается функция $T_0(z)$ (5,20), которая резко убывает вблизи поверхности и не имеет особенностей в объеме металла. Всплески поля обусловлены производной

от θ -функции в выражении (5,35) и описываются формулой

$$\Delta T(z) \equiv T(z) - T_0(z) = -\frac{i a_0 u^2 M^3}{z \sin \varphi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(2\pi s)^{1/3} \sin(2\pi s z/u)}{[(2\pi s)^3 - i M^3]^2}, \quad (5,38)$$

$$M = \frac{u}{\delta}, \quad \delta = \left(\frac{c^2 l}{3\pi^2 \omega \sigma_0}\right)^{1/3}.$$

Сумма (5,38) представляет собой периодическую функцию z с периодом u . При больших M она обладает особенностями, форма которых определяется выражением

$$\Delta T(z) = \frac{a_0 \delta (u \delta^2)^{1/3}}{2\pi z \sin \varphi} \Psi_3\left(\frac{z-nu}{\delta}\right), \quad (5,39)$$

$$\Psi_3(x) = \frac{1}{i} \int_0^\infty dq q^{1/3} \sin qx.$$

При выводе этих формул мы не учитывали «размытия» θ -функции (5,36), приводящего к экспоненциальному убыванию всплесков на расстояниях $L \sim (u^2 \delta)^{1/3} / \sin^2 \varphi$. Благодаря неравенству (5,32) $L \gg u$. Амплитуда нескольких первых особенностей убывает с глубиной как z^{-1} . На рис. 8 приведено распределение поля вблизи особенности.

5.4. Фокусировка эффективных электронов на открытых периодических траекториях. Рассмотрим АП поля в металле с открытой поверхностью Ферми в том случае, когда вектор \mathbf{H} параллелен границе образца. Если не учитывать столкновений электронов с поверхностью металла, то при вычислении распределения поля удобно воспользоваться методом Fourier-разложения (§ 3). Вычисляя интегралы по τ и τ' в выражении (3,12) для элементов тензора проводимости $\sigma_{\alpha\beta}(k)$ с помощью метода стационарной фазы, получим¹¹

$$\sigma_{\alpha\beta}(k) = \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3 |k|} \left\{ \int_{\text{замкн}} \frac{d\lambda n_\alpha n_\beta}{K\gamma} + \right. \\ \left. + \int_{\text{откр}} \frac{d\lambda n_\alpha n_\beta}{K} \frac{\gamma}{\gamma^2 + \pi^{-2} \sin^2\left(\frac{ku}{2}\right)} \right\}. \quad (5,40)$$

Интегрирование происходит вдоль линии $v_z = 0$ ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$) на поверхности Ферми, $n_\alpha = v_\alpha/v$ — компоненты единичного вектора скорости, ϑ и λ — полярный и азимутальный углы в пространстве скоростей. Первое слагаемое представляет собой вклад от замкнутых орбит, где смещение $u \equiv 0$, а второе обусловлено незамкнутыми орбитами в p -пространстве, на которых величина u постоянна и определяется формулой (5,6). Поскольку величина γ изменяется плавно внутри слоя открытых орбит, резонансный множитель можно вынести за знак интеграла по λ , заменив γ на некоторое характерное значение γ_0 .

В выражении (5,40) мы пренебрегли вкладом тех точек стационарной фазы, которые приводят к последовательности всплесков на глубинах $z = u_n^{(1)}$ (см. п. 5.1). Следуя¹¹, предположим, что относительное «число»

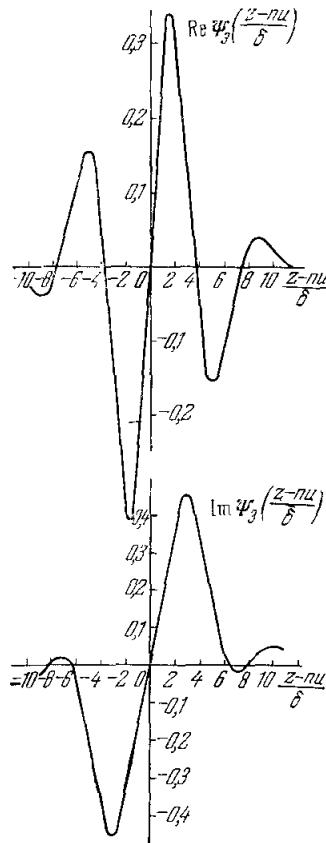


Рис. 8.

открытых орбит малы, т. е. второе слагаемое в (5,40) представляет собой малую поправку. Основанием для такого предположения является то обстоятельство, что роль открытых орбит является существенной лишь в небольшом интервале значений ku , где $|ku - 2\pi n| \ll \gamma$. При всех других значениях ku второе слагаемое в (5,40) имеет относительный порядок малости $\gamma_0^2 \ll 1$.

Поскольку распределение поля в металле определяется интегралом по k , особенность в распределении поля имеет относительную амплитуду порядка γ_0 .

Приведем первое слагаемое в (5,40) к главным осям. В этих осях

$$\sigma_{\mu\mu}^{(h)} = \frac{3\pi}{4|k|} B_{\mu\mu} \left(1 + \beta_{\mu\mu} \frac{\gamma_0^2}{\gamma_0^2 + \pi^{-2} \sin^2 \left(\frac{ku}{2} \right)} \right),$$

$$B_{\mu\mu} = \frac{e^2}{3\pi^4 \hbar^3} \int_{\text{замк}} \frac{d\lambda m_\mu^2}{K\gamma},$$

где $\beta_{\mu\mu}$ есть относительное «число» открытых орбит. Ниже мы опустим векторные индексы. Исследуем функцию распределения поля в металле (3,15). Поле вблизи поверхности описывается формулой (5,20), в которой глубина скин-слоя δ имеет вид

$$\delta \sim \left(\frac{c^2}{3\pi^2 \omega B} \right)^{1/3}. \quad (5,42)$$

Форма всплесков и их убывание в глубину определяются функцией

$$\Delta T(z) = iM^3 \beta \gamma_0 u \int_0^\infty \frac{dx x \cos \left(\frac{xz}{u} \right)}{(x^3 - iM^3)^2} \frac{\gamma_0}{\gamma_0^2 + \pi^{-2} \sin^2 \frac{x}{2}}, \quad (5,43)$$

где $M = u/\delta \gg 1$. В интеграле (5,43) основной вклад вносит интегрирование вблизи точек $x \equiv ku = 2\pi s$ (s — целое число). Поэтому

$$\Delta T(z) = 2\pi^2 i M^3 \beta \gamma_0 u \sum_{s=0}^{\infty} \frac{2\pi s \cos \left(\frac{2\pi s z}{u} \right)}{[(2\pi s)^3 - iM^3]^2} \exp \left(-\frac{2\pi \gamma_0 z}{u} \right). \quad (5,44)$$

Функция $\Delta T(z)$ является почти-периодической функцией z с периодом u . При больших значениях z поле в металле есть совокупность узких и медленно убывающих всплесков. Форма особенности вблизи $z = nu$ имеет вид

$$\Delta T(z) = -\pi \beta \gamma_0 \delta \exp(-2\pi n \gamma_0) \Psi_4 \left(\frac{z-nu}{\delta} \right),$$

$$\Psi_4(x) = \frac{1}{i} \int_0^\infty \frac{dq q \cos qx}{(q^3 - i)^2}. \quad (5,45)$$

Графики $\operatorname{Re} \Psi_4(x)$ и $\operatorname{Im} \Psi_4(x)$ приведены на рис. 9. Так же как и в случае опорной точки, экстремум одной из кривых приблизительно совпадает с положением наиболее резкого изменения другой. Ширина всплеска

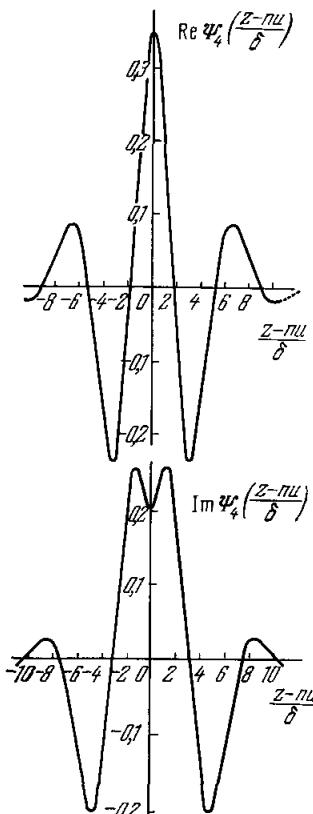


Рис. 9.

составляет $(5 \div 7)\delta$, относительная высота пика порядка βv_0 и мала по сравнению с полем у поверхности даже при $\beta \sim 1$. Экспоненциальное убывание всплесков происходит на характерной длине l свободного пробега электронов на открытых орбитах. С математической точки зрения АП поля в металле вследствие фокусировки эффективных электронов на открытых периодических орбитах связано с дельтаобразными особенностями фурье-компонент тензора проводимости (5,40).

§ 6. Фокусировка неэффективных электронов

Неэффективные электроны движутся по таким траекториям, что нормальная к поверхности металла составляющая их скорости v_z никогда не обращается в нуль. Взаимодействие с электромагнитным полем является резонансным лишь для той гармоники волнового пакета, длина которой равна смещению электрона u за циклотронный период. Благодаря этому возникает АП поля в металле, имеющее гармонический характер¹⁵. Пространственный период осцилляций определяется экстремальными значениями смещения u_{ext} (§ 5,1). С математической точки зрения отличие неэффективных электронов от эффективных проявляется в том, что фурье-компонента проводимости $\sigma(k)$ обладает одиночной особой точкой, расположенной вблизи вещественной оси на плоскости комплексной переменной k .

Рассматриваемый механизм АП электромагнитного поля имеет аналогию в статической проводимости. В работах Зондхеймера¹⁶, а затем В. Л. Гуревича¹⁷ показано, что сопротивление металлических пластин в нормальном магнитном поле осциллирует с изменением H . Осцилляции связаны с изменением числа оборотов, совершаемых электроном на пути от одной поверхности пластины к другой. Это явление впервые наблюдалось Бабискином и Зибенманом¹⁸, а также рядом других авторов^{19, 20}.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда вектор \mathbf{H} перпендикулярен границе металла, а поверхность Ферми односвязана и аксиально-симметрична относительно оси z . Известно²¹, что в этом случае удобно ввести циркулярно поляризованные величины

$$E_{\pm}(z) = E_x(z) \pm iE_y(z) = -2\pi^{-1}E'_{\pm}(0)T_{\pm}(z), \quad (6,1)$$

$$T_{\pm}(z) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{dk [\exp(ikz) + \exp(-ikz)]}{k^2 - 4\pi i \omega c^{-2} \sigma_{\pm}(k)}. \quad (6,2)$$

Компоненты фурье-проводимости $\sigma_{\pm}(k)$ имеют вид

$$\sigma_{\pm}(k) = \frac{2\pi e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int dp_z \frac{mv_{\perp}^2}{\Omega} [\gamma + iY_{\mp}(p_z)]^{-1}, \quad Y_{\pm}(p_z) = \frac{ku(p_z)}{2\pi} \pm 1, \quad (6,3)$$

где $v_{\perp} = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$ — поперечная скорость. Знаки \pm в (6,3) отвечают электронам, для дырок их следует поменять местами. Формула (6,3) легко получается из (3,12), если считать проекцию скорости v_z не зависящей от τ и положить $v_x = v_{\perp} \cos \tau$, $v_y = v_{\perp} \sin \tau$.

Из работы¹ известно, что при аномальном скин-эффекте электромагнитное поле на больших расстояниях от поверхности металла состоит из двух слагаемых. Одно из них, представляющее собой вклад от полосов подынтегральной функции (6,2), описывает резкое убывание поля вблизи поверхности металла. Эта часть поля обусловлена эффективными электронами. Второе слагаемое обязано наличию одиночной точки ветвления в фурье-компоненте проводимости $\sigma_{\pm}(k)$. Особые точки $\sigma_{\pm}(k)$ обусловлены вкладом электронов из окрестности опорной точки поверхности Ферми либо от сечения, где $u(p_z) = u_{\text{ext}}$. В сильном магнитном поле эти точки

расположены вблизи вещественной оси k . На больших расстояниях от поверхности металла вкладом эффективных электронов (полюсов) можно пренебречь, и поведение поля определяется видом функций $\sigma_{\pm}(k)$ в окрестности особых точек.

6.1. Опорная точка. Вклад в проводимость от электронов опорной точки определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\pm}(k) &= \frac{2\pi e^2 m}{(2\pi\hbar)^3 \Omega} \frac{\partial v_{\perp}^2}{\partial p_z} \left\{ \int_{-p_0}^{p_0} \frac{dp_z (p_z - p_0)}{\gamma + iY_{\mp}(p_0) + iY'_{\mp}(p_0)(p_z - p_0)} \right. \\ &\quad \left. - \int_{-p_0}^{p_0} \frac{dp_z (p_z + p_0)}{\gamma - iY_{\pm}(p_0) + iY'_{\pm}(p_0)(p_z - p_0)} \right\} = \\ &= \frac{ie^2 m}{\hbar^3 \Omega (ku_0)^2} \frac{\partial v_{\perp}^2}{\partial p_z} [(Y_{\mp}(p_0) - i\gamma) \ln(Y_{\mp}(p_0) - i\gamma) + \\ &\quad + (-i\gamma - Y_{\pm}(p_0)) \ln(-i\gamma - Y_{\pm}(p_0))]. \quad (6.4) \end{aligned}$$

Интегрирование происходит вблизи опорных точек $p_z = \pm p_0$, $Y'_{\pm} = \partial Y_{\pm}/\partial p_z$. Из (6.4) следует, что вблизи $\operatorname{Re} k > 0$ функция $\Delta\sigma_{+}(k)$ имеет особенность типа $x \ln x$ при $k_+ u_0 = 2\pi(1 + i\gamma)$, а функция $\Delta\sigma_{-}(k)$ — при $k_- u_0 = 2\pi(1 - i\gamma)$. Вычислим, к примеру, асимптотическое выражение для $T_+(z)$ при больших z . Сделаем разрез в плоскости комплексного переменного k от k_+ до $k_+ + i\infty$. В формуле (6.2) в члене с $\exp(ikz)$ повернем контур к $\operatorname{Im} k > 0$, а в слагаемом с $\exp(-ikz)$ к $\operatorname{Im} k < 0$. Интеграл (6.2) можно представить в виде суммы вычетов и интеграла по берегам разреза, так как сумма интегралов вдоль мнимой оси тождественно равна нулю. Сумма вычетов, как указывалось выше, быстро убывает, поскольку корни уравнения $k^2 c^2 = 4\pi i \omega_{+}(k)$ являются комплексными: $k_j = \delta^{-1} \epsilon_j$, $\epsilon_j^3 = i$. Величина δ есть глубина проникновения поля в металле при $H = 0$ и определяется формулой (5.21). Поэтому в асимптотическом выражении $T_+(z)$ остается только интеграл по берегам разреза. Вычисления, проведенные в¹⁵, приводят к следующему результату:

$$T_+(z) = A_0 z^{-2} \exp\left(ik_+ z - \frac{\pi i}{2}\right), \quad (6.5)$$

где

$$A_0 = \frac{e^2 c^2}{(4\pi)^2 \hbar^3} \left(\frac{mv_z}{\Omega} \frac{\partial v_{\perp}^2}{\partial p_z} \right)_{p_0} \left(\frac{u_0}{u_0'} \right)^2 \sigma_{+}^{-2} \left(\frac{2\pi}{u_0} \right). \quad (6.6)$$

Для сферической поверхности Ферми

$$A_0 = \frac{\pi^2}{8} \delta^3, \quad \delta = \left(\frac{e p_F}{3\pi^2 \omega N e^2} \right)^{1/3}. \quad (6.7)$$

При наличии нескольких опорных точек осцилляции могут иметь различные фазы из-за комплексности величин $\sigma_{+}(2\pi/u_0)$. Из (6.5) следует, что для линейной поляризации поле в металле представляет собой стоячую волну ($\sim \cos(2\pi z/u_0)$).

6.2. Винтовые траектории с экстремальными смещениями за период. В окрестности соответствующей точки ветвления $\sigma_{\pm}(k)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\pm}(k) &= \frac{2\pi e^2 m v_{\perp}^2}{(2\pi\hbar)^3 \Omega} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \left\{ \left[\gamma + iY_{\mp}(p_1) - \frac{i}{z} |Y''_{\mp}(p_1)| (p_z - p_1)^2 \right]^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + \left[\gamma - iY_{\pm}(p_1) + \frac{i}{z} |Y'_{\pm}(p_1)| (p_z + p_1)^2 \right]^{-1} \right\} \simeq \\ &\simeq \frac{e^2 m v_{\perp}^2}{\hbar^3 \pi \Omega} \left| \frac{2u_1}{u_1'} \right|^{1/2} \frac{(\pm i)}{(\pm \gamma i - Y_{\pm}(p_1))^{1/2}} \quad (6.8) \end{aligned}$$

Значения всех величин берутся при $|p_z| = p_1$, где функция $u(p_z)$ имеет экстремум, $u''_1 = \partial^2 u(p_1)/\partial p_z^2$. В отличие от случая опорной точки, в (6,8) появляется особенность типа $x^{-1/2}$ при $k_{\pm} \simeq 2\pi/u_1$. Вычисления, аналогичные приведенным выше, дают следующее распределение поля:

$$T_{\pm}(z) = A_1 (u_1 z^3)^{-1/2} \exp\left(ik_{\pm}z \pm \frac{\pi i}{4}\right), \quad (6,9)$$

$$A_1 = \frac{\pi \hbar^3 c^2 |v_z|}{2e^2 \omega m v_{\perp}^2} \left| \frac{u''_1}{u_1} \right|^{1/2} \sim \delta^3. \quad (6,10)$$

Все приведенные выше формулы справедливы при выполнении условий $\delta \ll u \ll l, z$. Из сравнения формул (6,9) и (6,5) видно, что амплитуда осцилляций в случае экстремальных спиральных траекторий в $(z/u)^{1/2}$ раз больше, чем в случае опорной точки. При этом амплитуда осцилляций от электронов вблизи опорной точки не зависит от H .

6.3. Открытые орбиты. Дрейф неэффективных электронов в глубину металла возможен и в параллельном поверхности магнитном поле²². Для этого необходимо, чтобы поверхность Ферми была открыта, а вектор \mathbf{H} — ортогонален среднему направлению открытости. Можно показать, что если электроны на открытых периодических орbitах являются неэффективными, а соответствующая тангенциальная компонента их скорости содержит лишь первую гармонику по τ , то для $\sigma(k)$ справедлива формула

$$\sigma(k) = \frac{3\pi B}{4|k|} \left\{ 1 + \beta \gamma_0^2 \left[\gamma_0^2 + \left(1 - \frac{ku}{2\pi} \right)^2 \right]^{-1} \right\}. \quad (6,11)$$

Выражение (6,11) получается из формулы (5,41), если в последней учесть резонансное взаимодействие лишь с одной составляющей волнового пакета. АП поля в этом случае описывается функцией

$$\Delta T(z) = iu^4 \beta \gamma_0 \delta^{-3} \int_0^{\infty} \frac{dx x \cos\left(\frac{xz}{u}\right)}{\left[x^3 - i\left(\frac{u}{\delta}\right)^3\right]^2} \frac{\gamma_0}{\gamma_0^2 + \left(1 - \frac{x}{2\pi}\right)^2} \simeq \\ \simeq A_2 \cos\left(\frac{2\pi z}{u}\right) \exp\left(-\frac{z}{l}\right), \quad A_2 = \frac{\pi \beta \delta^3}{iu l}, \quad (6,12)$$

где δ определяется формулой (5,42).

Амплитуда гармонических осцилляций (6,12) медленно убывает на характерной длине l свободного пробега электронов на открытых траекториях. Величина A_2 не зависит от магнитного поля и имеет порядок $\beta \delta_0^3/l$, где δ_0 — глубина скин-слоя при $H = 0$.

Выше мы рассматривали только простейший случай, когда нормальная составляющая скорости v_z не зависит от τ , а тангенциальные компоненты скорости содержат лишь первые гармоники по τ . В общем случае зависимости v_z от τ и наличия более высоких гармоник в фурье-разложении $v_x(\tau)$ и $v_y(\tau)$ приводят к появлению высших гармоник типа $\cos(2\pi n \frac{z}{u})$ и в распределении поля $E(z)$. При сильной зависимости v_z от τ на траекториях дрейфующих электронов могут возникнуть эффективные точки $v_z(\tau) = 0$. АП в этом случае можно интерпретировать как распространение в металле большого числа слабо затухающих гармонических плоских волн, интерференция которых обуславливает появление узких всилесков. Зависимость v_z от τ должна также приводить к зависимости амплитуды гармонических осцилляций от поляризации внешнего поля. Для эллиптической опорной точки степень эллиптичности стоячей волны совпадает с эллиптичностью опорной точки.

**§ 7. Особенности аномального проникновения поля в металл на высоких частотах.
Новые механизмы циклотронного резонанса**

До сих пор мы рассматривали АП поля в металле на низких частотах (3.19). Очевидно, что описанные выше механизмы АП действуют и на высоких частотах $\omega \gg v$. Характерным свойством металлов в этой области частот является резонансная зависимость поверхностного импеданса от магнитного поля. Циклотронный резонанс (ЦР), связанный с многократным возвращением эффективных электронов в скин-слой, проявляется наиболее резко, когда вектор H параллелен поверхности металла. При больших углах наклона $\varphi \gg \delta/l$ большинство электронов попадает в скин-слой только один раз, после чего они уходят в глубину металла или сталкиваются с его поверхностью. При этом ЦР, обусловленный многократным возвращением эффективных электронов в скин-слой, становится невозможным. Существование и ряд особенностей ЦР в наклонном магнитном поле²³ связаны с АП электромагнитных волн в металле.

7.1. Цепочка траекторий в наклонном магнитном поле и циклотронный резонанс. Рассмотрим металл со сферической поверхностью Ферми. В условиях строгого резонанса $\omega = n\Omega$ картина распределения поля в металле фактически будет такой же, как и на низких частотах (см. п. 4.2). По мере «расстройки» резонанса увеличивается «расфазировка» электронов, образующих всплески, и амплитуда всплесков уменьшается¹⁰. В соответствии с этим добавка к импедансу $\Delta Z_{\text{рез}}$, обусловленная АП поля в металле по цепочке траекторий, должна испытывать резонансные осцилляции. В параллельном поле эта добавка представляет собой небольшую поправку к основному эффекту. В наклонном поле именно она определяет форму и амплитуду ЦР.

Согласно²³ фурье-компоненты проводимости $\sigma_{xx}(k)$ имеет вид (векторные индексы опускаем)

$$\sigma(k) = \frac{3Ne^2}{2m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-1}^1 \frac{d\mu (1-\mu^2) [J'_n(kR \cos \varphi \sqrt{1-\mu^2})]^2}{v - i(\omega - n\Omega - kv\mu \sin \varphi)} . \quad (7.1)$$

Эту формулу можно получить непосредственно из общего выражения (3.12), вычислив интегралы по τ и τ' . Рассматриваемый нами эффект имеет место в области малых углов наклона $\varphi < (\delta/D)^{1/2} \ll 1$. Поэтому все функции φ в выражении (7.1) можно разложить в ряд, ограничившись первыми неисчезающими членами разложения. Область малых φ в свою очередь разбивается на несколько областей, в зависимости от эффективности механизма отбора электронов по диаметрам за счет их дрейфового движения.

В интервале углов

$$\frac{\delta}{l} < \varphi < \frac{(\delta D_0)^{1/2}}{l} \quad (7.2)$$

разброс диаметров электронов с малыми $|\mu|$ значительно больше глубины δ (см. п. 4.2). Поэтому всплески поля быстро затухают с расстоянием, а амплитуда $\Delta Z_{\text{рез}}$ мала. Проводимость $\sigma(k)$ в этой области имеет вид

$$\sigma(k) = \frac{3\sigma_0}{klkD_0\varphi} \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{\pi w} \sin(kD_0 - n\pi) \right] . \quad (7.3)$$

Параметр

$$w = \left(\frac{kD_0}{\pi} \right)^{1/2} \frac{v - i\Delta\omega}{kv\varphi} \quad (\Delta\omega = \omega - n\Omega) \quad (7.4)$$

характеризует разброс диаметров электронов, многократно возвращающихся в скин-слой (ср. с (4,20)), и в области (7,2) $|w| \gg 1$.

Благодаря малости осциллирующего слагаемого в (7,3) всплески поля экспоненциально убывают (см. (4,14), (4,16)):

$$T(nD_0) \sim (\pi w)^{-n} T(0), \quad (7,5)$$

однако их амплитуда резонансным образом зависит от магнитного поля. Резонансная добавка к импедансу полупространства обусловлена первым всплеском, расположенным на глубине $z = D_0$. При своем движении по траектории электроны возвращают на поверхность металла $z = 0$ часть поля ($\sim w^{-1}$) первого всплеска, которое в w^{-1} раз меньше поля на самой поверхности. Действительно, если подставить (7,3) в (3,18) и разложить $T(0)$ по степеням малого параметра $1/w$, получим

$$\Delta Z_{\text{рез}} \equiv Z - Z_0 = \frac{\omega(l\varphi)^2}{\pi c^2 D_0} \frac{2\Delta - i(1 - \Delta^2)}{1 + \Delta^2},$$

$$\Delta = \frac{\Delta\omega}{v}, \quad (7,6)$$

$$Z_0 = 2^{3/2} \pi \omega \delta c^{-2} \exp\left(-\frac{3\pi i}{8}\right), \quad (7,7)$$

где δ определяется формулой (4,22). Относительная амплитуда резонанса, очевидно, имеет порядок $(l\varphi/\sqrt{2\pi D_0 \delta})^2$. На рис. 10 показана зависимость от H^{-1} вещественной и мнимой частей резонансной добавки к импедансу.

В области (4,18) отбор электронов по диаметрам является весьма эффективным, а всплески поля по цепочке траекторий медленно затухают. Распределение поля в металле описывается формулами (4,21)–(4,24), в которых $\cos \frac{n\pi}{2}$ надо заменить на $\cos \frac{n\pi}{2} \left(1 + \frac{2\omega}{\Omega}\right)$. Форма резонансной кривой поверхностного импеданса вблизи максимума определяется следующей формулой:

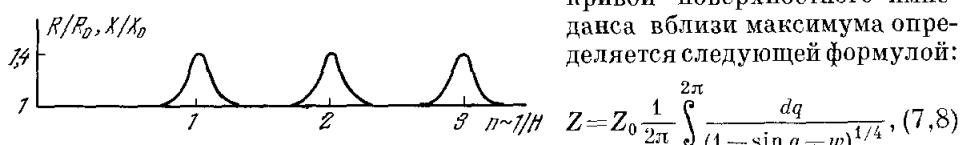


Рис. 10.

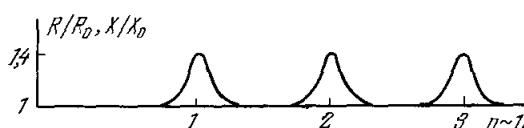


Рис. 11.

которая справедлива при $|w| < 1$. Нерезонансный множитель Z_0 определяется формулой (7,7). При $|\Delta\omega| \ll \varphi\Omega (D_0/\delta)^{1/2}$ величина $|w|$ мала, а импеданс Z в 1,4 раза больше Z_0 . На рис. 11 показан схематический вид резонансных кривых. Их характерная ширина $\Delta H/H \sim \varphi (D_0/\delta)^{1/2}$ обусловлена разбросом диаметров, а не столкновениями электронов.

Наконец, в интервале углов

$$\frac{\delta}{D_0} < \varphi < \left(\frac{\delta}{D_0}\right)^{1/2} \quad (7,9)$$

осциллирующая часть проводимости $\sigma(k)$ по-прежнему определяется одним резонансным слагаемым с $\omega \approx n\Omega$, а плавно зависящая от k часть $\sigma(k)$ дается формулой (5,34). Иначе говоря, скин-слой формируется всеми

(в основном нерезонансными) электронами, а всплески — небольшой группой резонансных частиц с малыми p_H . Добавка к импедансу обусловлена частичным возвращением поля из первого всплеска на поверхность металла и имеет вид

$$Z - Z_0 = \frac{27}{\pi^2} \frac{\omega \delta_0^3}{(R\varphi c)^2} F \left(\frac{2\Delta\omega}{\varphi\Omega} \sqrt{\frac{\delta_0}{R}} \right), \quad (7.10)$$

$$Z_0 = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\omega \delta_0}{c^2} \exp \left(-\frac{\pi i}{3} \right), \quad \delta_0 = \left(\frac{c^2 l}{3\pi^2 \omega \sigma_0} \right)^{1/3}. \quad (7.11)$$

Функция

$$F(w) = \frac{i}{2\pi} \int_0^\infty \frac{dq}{q(q^3 - i)} \int_0^\infty \frac{d\xi \sin q\xi^2}{\xi} \exp(i\xi w) \quad (7.12)$$

описывает форму резонансных пиков. Вблизи резонанса $|w| \ll 1$ и $F(w) \simeq \simeq \ln \frac{1}{w}$, т. е. ЦР является логарифмическим. При $\varphi > (\delta_0/D_0)^{1/2}$ ширина

максимумов становится больше расстояния между ними и ЦР исчезает (рис. 12).

Поскольку в наклонном поле ЦР обязан АП электромагнитных волн в металл, резонансные значения импеданса имеют максимум, а не минимум, что соответствует большей прозрачности металла. Ширина и форма резонансных кривых определяются не диссипативными процессами

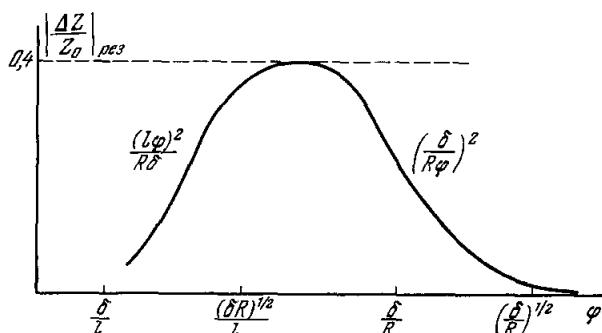


Рис. 12. Схематический вид зависимости относительной амплитуды резонанса от угла наклона φ .

Возле кривых указаны оценки амплитуды в соответствующей области углов.

(частотой столкновений v), а разбросом диаметров электронов, создающих «цепочку» траекторий.

При неквадратичном законе дисперсии электронов циклотронная частота Ω зависит от p_H . Вблизи центрального (экстремального) сечения поверхности Ферми условию резонанса

$$\omega = n\Omega_0 + \frac{1}{2} n\Omega''_0 p_H^2 + k\bar{v}_z(p_H) \quad (7.13)$$

удовлетворяют две группы электронов, а не одна, как в случае $\Omega(p_H) = \text{const}$ (здесь штрих означает производную по p_H). В работе ²³ показано, что это приводит к существенному уменьшению максимальной амплитуды всплесков и резонансного значения импеданса. В частности, в области углов (4.18) максимальное значение $\Delta Z_{\text{рез}}$ составляет лишь 3% Z_0 . Это уменьшение $\Delta Z_{\text{рез}}$ по сравнению со случаем квадратичного закона дисперсии обусловлено тем, что скин-слой формируется обеими группами резонансных электронов (7.13), а всплески поля и $\Delta Z_{\text{рез}}$ определяются одной группой, у которой разброс диаметров ΔD мал по сравнению с δ . Во всех остальных случаях отличие закона дисперсии электронов от квадратичного не играет существенной роли.

Представляет интерес сравнить рассмотренный механизм АП с механизмом возникновения цепочки траекторий при $\varphi = 0$ в металлах с неквадратичным законом дисперсии ⁴. В исследованном Абэлем случае отбор электронов по диаметрам происходит за счет самого ЦР. Этот механизм отбора является эффективным, если (см. п. 4.2) $R/\delta \ll \omega/v$. Развитая выше

теория ЦР в наклонном магнитном поле справедлива при обратном условии $R/\delta \gg \omega/v$. Следовательно, предложенный в²³ механизм АП и ЦР в наклонном поле является в определенном смысле альтернативным и дополнительным по отношению к механизму, рассмотренному в⁴.

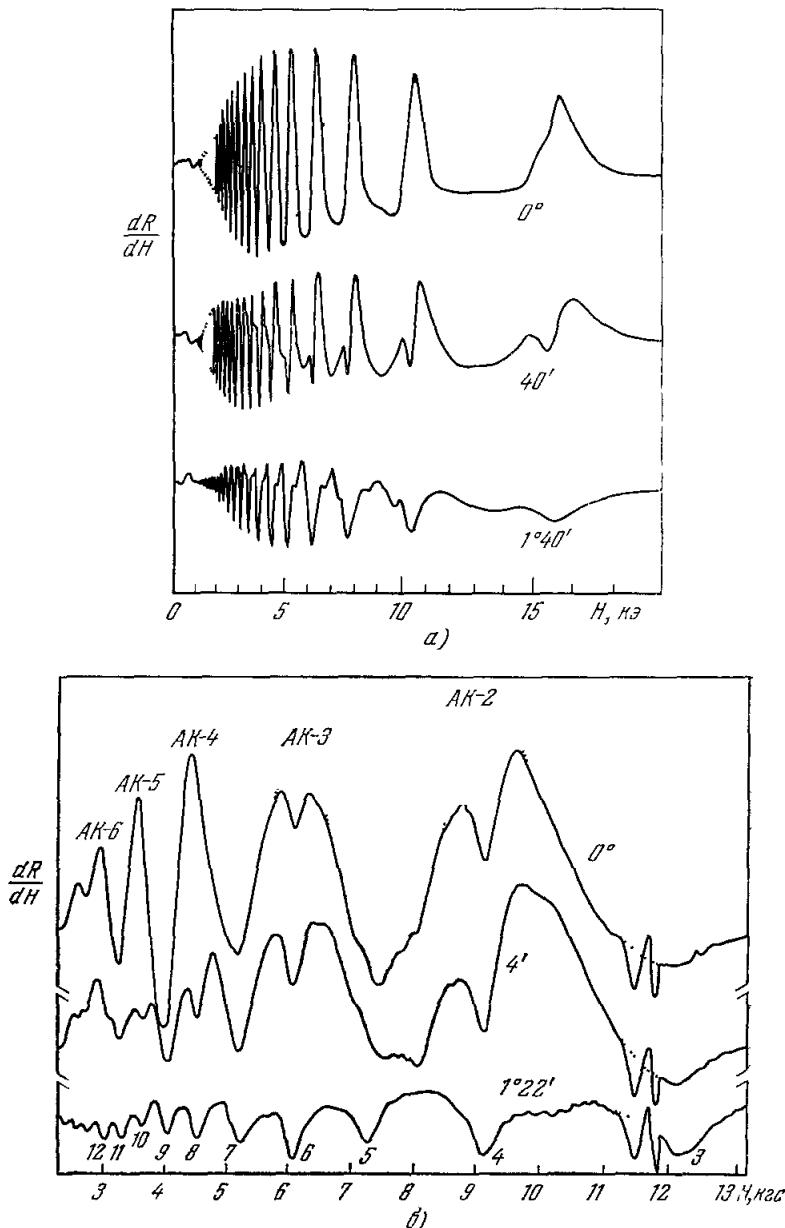


Рис. 13. а) ЦР в меди; $E \perp H \parallel [100]$. У кривых указан угол наклона ϕ (из работы²⁵). б) ЦР на опорной точке в алюминии; $Oz \parallel [100]$, $H \parallel [111]$ (из работы²⁹).

Инверсия пиков ЦР на центральных сечениях ферми-поверхности при наклоне магнитного поля наблюдалась в калии²⁴, меди²⁵, серебре²⁶, висмуте²⁷ и, по-видимому, в кадмии²⁸. На рис. 13, а приведены экспериментальные кривые для меди.

7.2. Фокусировка электронов из окрестности опорной точки и удвоение циклотронных резонансов. Всплески поля в металле, обусловленные электронами опорной точки, также приводят к интересным особенностям ЦР. Этот эффект был впервые обнаружен и правильно качественно объяснен Граймсом и др.²⁹ при исследовании ЦР в алюминии (рис. 13, б). Позднее он наблюдался также на индии³⁰.

Фаза поля в r -м всплеске в момент t равна

$$\omega t - \frac{2\pi r\omega}{\Omega_0} \quad (r = 1, 2, \dots),$$

где ωt — фаза поля на поверхности. Электроны, движущиеся из глубины, проходят расстояние от r -го всплеска до поверхности за то же время $2\pi r/\Omega_0$. Разность фаз внешнего поля и поля всплеска, «возвращенного» на поверхность, очевидно, будет равна $4\pi r\omega/\Omega_0$. Если $4\pi\omega/\Omega_0 = 2\pi n$, т. е. $\omega = n\Omega_0/2$, то внешнее поле и поля от всех всплесков (с любым r) окажутся в фазе. Следовательно, происходит «удвоение» резонансных частот ($\Omega_0 = 2\omega/n$).

Полученные в п. 5.2 формулы для распределения поля в металле справедливы также в области высоких частот $\omega \gg v$, но, в отличие от низкочастотного случая, содержат дополнительный фазовый множитель $\exp\left(2\pi i n \frac{\omega}{\Omega}\right)$. Чтобы определить изменение поверхностного импеданса ΔZ полупространства за счет АП в металле, необходимо вычислить $\Delta T(0)$ (см. (5,21)). Для этого в выражении (5,16) следует учесть все всплески в объеме металла. Так как диффузное рассеяние электронов поверхностью металла не играет существенной роли и изменяет лишь численный множитель порядка единицы в ΔZ , можно не учитывать θ -функцию в (5,16) и записать $\Delta j_y(z)$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta j_y(z) = & \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3 K_0} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-2\pi n \frac{v-i\omega}{\Omega_0}\right) \iiint_{-\infty}^{\infty} d\lambda d\xi d\eta \times \\ & \times \left[E_y \left(z - nu_0 - \frac{1}{2}nu_0''\lambda^2 + \frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2 \right) + \right. \\ & \left. + E_y \left(z + nu_0 + \frac{1}{2}nu_0''\lambda^2 + \frac{1}{2}\xi^2 - \frac{1}{2}\eta^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (7,14)$$

Перейдем к фурье-компонентам. Для $E_y(k)$ получим уравнение (3,13), в котором

$$\sigma_{yy}(k) = \sigma_0(k) \left[1 + \alpha \frac{4\sqrt{2}}{(ku_0)^{1/2}} \rho(ku_0) \right], \quad (7,15)$$

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/2} \cos\left(nx + \frac{\pi}{4}\right) \exp\left(-2\pi n \frac{v-i\omega}{\Omega_0}\right). \quad (7,16)$$

Функция $\sigma_0(k)$ определяется формулой (5,19), α — (5,23). Подставляя (7,15) в (3,18), получим

$$Z_{yy} \equiv Z = -8i\omega u_0 c^{-2} \int_0^{\infty} \frac{dq q}{q^3 - i \left(\frac{u_0}{\delta}\right)^3 [1 + 4\sqrt{2}\alpha q^{-1/2} \rho(q)]} \quad (7,17)$$

(δ определяется формулой (5,21)). В интеграле по q при больших значениях u_0/δ основную роль играют большие $q \sim u_0/\delta$. Поэтому изменение импеданса ΔZ можно найти с помощью формального разложения подын-

тегральной функции в (7,17) по степеням $\alpha\varrho(q)$. Линейное по α (и по $\varrho(q)$) слагаемое является малым вследствие быстрых осцилляций функции $\varrho(q)$ при больших q . Поэтому

$$\Delta Z \equiv Z - Z_0 = i \frac{2^8 \omega u_0 \alpha^2}{c^2 \delta^6} \int_0^\infty \frac{dq \varrho^2(q)}{\left[q^3 - i \left(\frac{u_0}{\delta} \right)^3 \right]^3}, \quad (7,18)$$

где Z_0 дается формулой (7,14). Основной вклад в ΔZ дает неосцилирующая часть функции $\varrho^2(q)$, равная

$$(2\pi)^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \exp \left(4\pi \frac{i\omega - v}{\Omega_0} n \right) = -(2\pi)^{-1} \ln \left[1 - \exp \left(-4\pi \frac{v - i\omega}{\Omega_0} \right) \right].$$

Следовательно,

$$\Delta Z = |Z_0| \alpha^2 \frac{80}{9\pi} \frac{\delta}{R \sin \varphi} \exp \left(\frac{5\pi i}{6} \right) \ln \left[1 - \exp \left(4\pi \frac{i\omega - v}{\Omega_0} \right) \right]. \quad (7,19)$$

Таким образом, всплески поля в объеме металла, возникающие при дрейфовом движении электронов из окрестности опорной точки, приводят к логарифмическому ЦР на частотах $\omega = n\Omega_0/2$. Формула (7,19) описывает форму резонансных линий. Как и в случае ЦР на центральных сечениях, резонансные линии инвертируются. В резонансе амплитуды $\partial R / \partial H$ и $\partial X / \partial H$ не зависят от номера. Ширина резонансов определяется столкновениями электронов.

При наличии эффективных электронов с экстремальным смещением за период подобный ЦР должен также наблюдаться и при углах наклона φ порядка единицы.

§ 8. Связь траекторного типа аномального проникновения поля в металл со слабо затухающими электромагнитными волнами

Явления АП поля траекторного типа и слабо затухающие электромагнитные волны в металлах тесно связаны между собой и переходят друг в друга при изменении частоты или магнитного поля H . Эта связь проявляется наиболее отчетливо в тех случаях, когда собственные колебания в металле обладают дискретным спектром частот. Скин-слой можно рассматривать как источник, генерирующий колебания со всеми волновыми числами, но одной частоты ω . При АП траекторного типа происходит синфазное возбуждение всех собственных длин волн, интерференция которых в объеме металла приводит к всплескам. Это — нерезонансное возбуждение. Если же при этом имеет место совпадение частот (внешнего поля и одной из собственных частот), то наступает резонанс и в металле, наряду со всплесками, возбуждается бегущая слабо затухающая волна.

Такая картина может иметь место, например, при наличии цепочки траекторий в наклонном магнитном поле. Как показано в работе³¹, в щелочных металлах должны существовать волны с дискретным спектром частот

$$\omega_n = \frac{(8\pi)^{1/2}}{3} \left(\frac{H^2}{8\pi N e_F} \right) \varphi \Omega (k_n R)^{9/2} \ll \Omega \quad (8,1)$$

и волновых чисел k_n , определяемых из уравнения $\sigma_{xx}(k_n) \sim 1 - \sin k_n D_0 = 0$ (ср. с (4,19)).

Подобная ситуация должна возникать также при ЦР. В металлах с неквадратичным законом дисперсии электронов в непосредственной

окрестности ЦР, когда $\left| \frac{\omega}{n} - \Omega_0 \right| \ll v$, имеется система всплесков⁴ (см. п. 4.2), а при условии $\left| \frac{\omega}{n} - \Omega_0 \right| \gg v$ эти всплески переходят в слабо затухающие волны³².

Следует указать также на связь АП поля вследствие фокусировки неэффективных электронов (см. § 6) со спиральными или магнитогидродинамическими волнами. Эти волны существуют в сильных магнитных полях, когда $R \ll \delta$. По мере уменьшения магнитного поля при некотором значении $H = H_e$ появляется группа резонансных электронов, сильно поглощающих энергию волны (затухание Ландау). Поле H_e определяется уравнением ($H \parallel Oz$)

$$\frac{eH_e}{mc} = k_w(H_e)v_{H\max} - \omega, \quad (8,2)$$

где $v_{H\max}$ — максимальная скорость электронов вдоль поля на поверхности Ферми, k_w — волновой вектор слабо затухающей волны. При $H > H_e$ электроны, ответственные за поглощение, отсутствуют и затухание волны мало, а в области $H \ll H_e$ коллективные колебания сильно затухают³³). Зато при $H \ll H_e$ движение неэффективных электронов приводит к АП траекторного типа (см. § 6). Следовательно, поле H_e разделяет области существования АП поля траекторного типа и слабо затухающих электромагнитных волн.

II. ЭКСПЕРИМЕНТ (РАДИОЧАСТОТНЫЕ РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ)

§ 9. Методы экспериментального обнаружения аномального проникновения поля в металл траекторного типа

9.1. Сущность радиочастотных размерных эффектов. Возможности и методы экспериментального обнаружения АП поля в металле определяются соотношением между частотой внешнего поля ω и частотой столкновений v . В области высоких частот АП поля в металле может быть обнаружено при измерении импеданса полупространства, поскольку оно приводит к ЦР. На низких частотах (3,19) АП поля дает лишь монотонно меняющийся с H вклад в импеданс полупространства, выделить который практически невозможно. Поэтому единственная в настоящее время экспериментальная возможность изучения АП на низких частотах связана с радиочастотными размерными эффектами, к обсуждению которых мы сейчас переходим.

Пусть на одну сторону плоскопараллельной металлической пластины толщиной $d \gg \delta$ падает электромагнитная волна. В пластинке помещается лишь часть системы всплесков. Их число зависит от толщины d и магнитного поля H . Изменяя величину H , можно удовлетворить соотношениям

$$d = nD_{\text{ext}} \quad \text{или} \quad d = u_{\text{next}} \quad (9,1)$$

и тем самым «вывести» один из всплесков на противоположную сторону пластины. Появившееся там электромагнитное поле излучается в пространство и может быть обнаружено. При дальнейшем изменении H условия (9,1) нарушаются и пластина перестает быть прозрачной для электромагнитного поля. Таким образом, электрические характеристики

⁴) Наличие «края поглощения» называют также «циклотронным резонансом, сдвинутым вследствие эффекта Доппеля»³³.

пластины периодически изменяются как функция магнитного поля. Это и есть радиочастотный размерный эффект (РЭ).

Вообще говоря, РЭ могут быть и не связанны с АП поля. В достаточно сильном магнитном поле, параллельном поверхности металла, электроны многократно возвращаются в скин-слой. При уменьшении H максимальный диаметр траекторий увеличивается и при некотором $H = H_1$ совпадает с толщиной пластины. Вследствие диффузного рассеяния электронов на границах образца происходит «отсечение» таких траекторий: их вклад

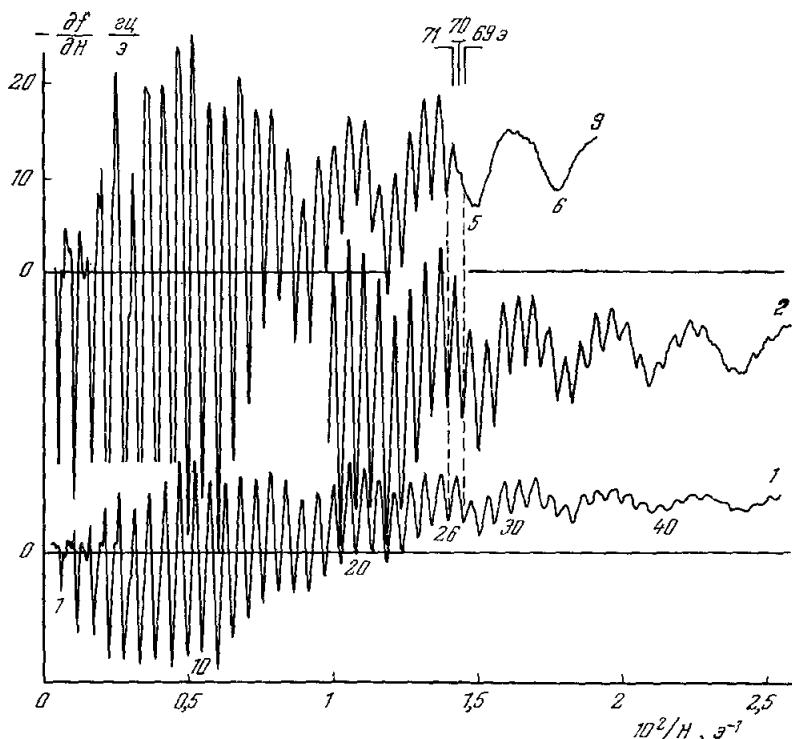


Рис. 14. Записи отсекания ЦР в олове.

$Oz \parallel [100]$, $E \parallel [010]$, $H \parallel [001]$, частота $f = 10^{10}$ Гц, $T = 3,75^{\circ}\text{K}$. Кривые 1 и 2 — $d = 2$ мм, кривая 3 — $d = 1$ мм. Кривая 2 — записанная при большем усилении часть кривой 1. Цифры вдоль кривых — номера ЦР (из работы ³⁵).

в ток оказывается малым по сравнению с вкладом тех электронов, которые не рассеиваются на поверхностях пластины и многократно возвращаются в скин-слой. При $H = H_1$ на кривой зависимости импеданса от поля возникает особенность, характер которой зависит от формы экстремальных электронных траекторий.

Это явление было впервые предсказано одним из авторов ³⁴ и экспериментально обнаружено Хайкиным ³⁵ в опытах по ЦР на монокристаллических пластинках олова толщиной 1 мм (рис. 14). По мере перехода к более высоким номерам ЦР размеры траекторий D увеличиваются. При $H < H_1$ (равного 70 э) резонансные траектории перестают помещаться в пластине и ЦР исчезает. Отсечение ЦР наблюдалось впоследствии и для других металлов ^{36, 37}.

Этот же эффект отсекания, очевидно, возможен и в области низких частот (3,19) ^{38, 39}. Фаза переменного поля в скин-слое остается неизменной при каждом прохождении электрона через скин-слой. РЭ отсекания в случае низких частот выглядит как изолированный пик на кривой

зависимости импеданса пластины от H (см. ниже, рис. 15 и 16). В последнее время этот РЭ стал важным методом исследования ферми-поверхностей электронов проводимости в металлах^{5, 39}.

9.2. Способы возбуждения электромагнитного поля в пластине. Металлическую пластину можно расположить по-разному относительно источника и приемника электромагнитного поля. От этого зависит характер измеряемых величин.

Пластину можно расположить так, чтобы волна падала на нее лишь с одной стороны, и измерять отраженный сигнал. На высоких частотах такую схему эксперимента можно осуществить, сделав образец стенкой резонатора, а на низких — расположив его вблизи торца катушки индуктивности перпендикулярно к ее оси. В подобных экспериментах изменяется величина

$$Z_d = 4\pi i\omega c^{-2} \frac{E(0)}{E'(0)}. \quad (9,2)$$

При такой постановке опыта удобнее всего наблюдать РЭ отсекания, поскольку вторая сторона пластины $z = d$ служит лишь «ограничителем» электронных траекторий. Действительно, как показано в работе³⁴, изменение импеданса пластины $Z_d(H)$ за счет «отсекания» электронов с экстремальным диаметром D_{ext} определяется формулой

$$\frac{Z_d(H) - Z_\infty(H)}{Z_\infty(H)} = a_1 \left(1 - \frac{d^2}{D_{ext}^2}\right)^{1/2} \quad (d < D_{ext}), \quad (9,3)$$

где a_1 — постоянная порядка единицы (для ферми-сферы $a_1 = 4/3\pi$). Производная импеданса по H (а во всех описываемых ниже экспериментах измерялась именно производная) имеет особенность типа $\left(1 - \frac{d^2}{D_{ext}^2}\right)^{-1/2}$.

Обращение $\partial Z / \partial H$ в бесконечность при $d = D_{ext}$ обусловлено тем, что в (9,3) не учтено размытие особенности вследствие неоднородности поля в скин-слое. Весьма очевидно (и это подтверждается точным расчетом⁴⁰), что размытие особенности за счет конечной толщины скин-слоя δ приводит к оценке

$$\left| \frac{H}{Z} \frac{\partial Z}{\partial H} \right|_{max} \sim \left(\frac{d}{\delta} \right)^{1/2}. \quad (9,4)$$

С другой стороны, импеданс (9,2) изменяется вследствие АП поля в металле. Чтобы оценить вклад эффектов АП поля в Z_d , напишем уравнения Максвелла

$$k^2 \mathcal{E}(k) + 2E'(0) - 2E(d) k \sin kd - 2E'(d) \cos kd = 4\pi i\omega c^{-2} \sigma(k) \mathcal{E}(k). \quad (9,5)$$

(Продолжение поля $E(-z) = E(z)$, $E(z) = 0$ при $|z| > d$.) Мы пренебрегаем влиянием конечной толщины пластины на проводимость $\sigma(k)$. Член с $E'(d)$ в (9,5) можно не учитывать, так как из граничного условия при $z = d$ следует, что $cE'(d) = -i\omega E(d)$. Следовательно,

$$-\frac{\pi}{2} \frac{E(0)}{E'(0)} = T(0) + \frac{E(d)}{E'(0)} \frac{\partial}{\partial d} T(d). \quad (9,6)$$

Подставляя сюда вместо $E(d)/E'(0)$ величину $-\frac{2}{\pi} T(d)$, получим

$$\frac{Z_d - Z_\infty}{Z_\infty} = -\frac{1}{\pi T(0)} \frac{\partial}{\partial d} T^2(d). \quad (9,7)$$

Таким образом, изменение импеданса пластины за счет АП поля при одностороннем возбуждении пропорционально $T^2(d)$, а не первой степени $T(d)$. Это связано с тем, что всплеск поля выходит на поверх-

ность $z = 0$ после «отражения» от второй стороны пластины. Поэтому изменение производной импеданса даже от первого всплеска оказывается в $(d/\delta)^{1/2}$ раз меньше, чем от РЭ отсекания.

Можно ставить эксперимент иначе, именно, облучать пластину с одной стороны и измерять электромагнитное поле с другой^{41, 42}. Измеряемый сигнал пропорционален

$$\frac{E(d)}{E(0)} \simeq -2\pi^{-1}T(d), \quad (9,8)$$

т. е. первой степени функции $T(d)$. В этом случае РЭ обусловлен АП поля в образец, а эффект отсекания не играет роли.

Наконец, если поместить образец в центр резонансной полости⁴³ либо внутри катушки индуктивности³⁸, можно осуществить двухстороннее симметричное возбуждение пластины: $H(0) = H(d)$, $E(d) = -E(0)$. При этом каждая сторона пластины является одновременно и передающей, и приемной, что обеспечивает возможность наблюдения всех известных РЭ, в том числе и эффекта отсекания. На низких частотах обычно применяется именно такой способ возбуждения. Катушка с образцом является частью контура радиочастотного генератора. Измеряемые величины — изменение собственной частоты контура $f = \omega/2\pi$ и его добротность — зависят от глубины проникновения переменного магнитного поля в пластину

$$\delta_d = \frac{1}{H(0)} \int_0^d H(z) dz = \frac{2}{H_\omega^{(1)}(0)} \int_0^d H_\omega^{(1)}(z) dz, \quad (9,9)$$

где $H_\omega^{(1)}(z)$ — та часть переменного магнитного поля внутри металла, которая обусловлена возбуждением пластины с одной стороны. Используя уравнение Максвелла $c \operatorname{rot} \mathbf{E}^{(1)} = i\omega \mathbf{H}_\omega^{(1)}$, выражение (9,9) можно записать в виде

$$\delta_d = \frac{-2 [E^{(1)}(0) - E^{(1)}(d)]}{E^{(1)'}(0)}. \quad (9,10)$$

Здесь $E^{(1)}(d)$ — электрическое поле на второй стороне пластины, обусловленное АП поля в металле. Слагаемое же с $E^{(1)}(0)$ описывает РЭ отсекания. Из сравнения (9,3) с (9,8) следует, что для замкнутых орбит и $d = D_{\text{ext}}$ вклады в δ_d от эффектов отсекания и АП оказываются одинаковыми по порядку величины.

Определим импеданс пластины Z в случае двухстороннего возбуждения формулой, аналогичной (1,2):

$$Z = -4\pi i \omega c^{-2} \delta_d. \quad (9,11)$$

Используя (3,14) и (9,10), можно окончательно записать (9,11) в виде (векторные индексы опускаем)

$$Z = 16i\omega c^{-2} [T(d) - T(0)]. \quad (9,12)$$

Выше мы неявно предполагали, что распределение поля в пластине совпадает с распределением поля в полупространстве. Это справедливо только в том случае, когда амплитуда всплеска много меньше поля в скин-слое и можно пренебречь многократным отражением и интерференцией волн в пластине. Во всех известных в настоящее время экспериментах это условие выполнено.

§ 10. Экспериментальное исследование аномального проникновения в металлы с помощью размерных эффектов

Все описанные ниже эксперименты осуществлены в диапазоне частот 1—20 $M\text{Гц}$ при двухстороннем возбуждении пластин. Мы обсудим здесь только те РЭ, которые связаны с АП поля в металлах траекторного типа.

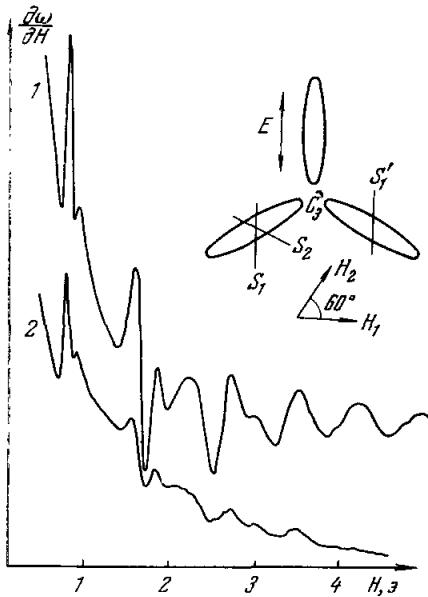


Рис. 15. Записи РЭ в висмуте при различных направлениях магнитного поля в плоскости образца.

$Oz \parallel C_3$, $d = 1$ мм, частота $f = 12$ $M\text{Гц}$, $T = 1,8$ °К. Вверху показано расположение электронных эллипсоидов и поляризация электрического поля. Индексы при векторах H и экстремальных сечениях S и S' соответствуют номерам кривых.

Амплитуда линий РЭ максимальна при поляризации электрического вектора в падающей волне вдоль направления скорости электрона в эффективной точке экстремальной траектории. Это позволяет отделять в эксперименте одни РЭ от других.

10.1. Размерный эффект на цепочках траекторий. На рис. 15 и 16 приведены записи величин $\frac{\partial \omega}{\partial H} \sim -\frac{\partial X}{\partial H}$ и $\frac{\partial R}{\partial H}$ как функции H для висмута⁵ и рубидия⁴⁴. (Условия экспериментов указаны в подсказках к рисункам.) Для идентификации РЭ достаточно проверить, что положение наблюдаемых линий не зависит от частоты и изменяется обратно пропорционально d . Действительно, линии расположены там, где выполнено условие (9,1). Формула, определяющая положение линий РЭ от цепочки траекторий из n звеньев, имеет вид

$$H_n = n \frac{2pc}{ed}, \quad (10,1)$$

где $2p$ — экстремальный размер орбиты в направлении [zH]. Как видно из рисунков, интервал полей, в котором наблюдаются линии РЭ в рубидии и висмуте, различен, что отражает разницу в размерах ферми-поверхностей этих металлов.

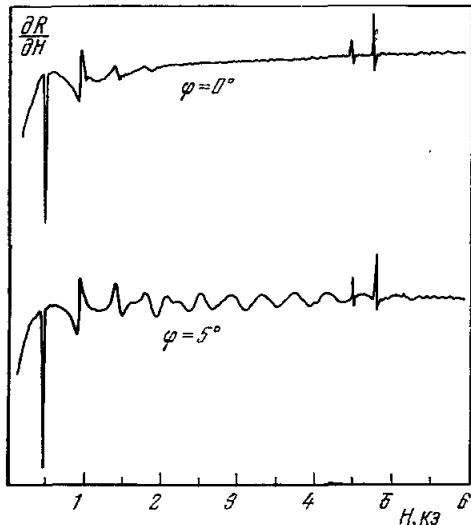


Рис. 16. Записи РЭ в рубидии.
 $d = 0,19$ мм, частота 19,5 $M\text{Гц}$, $T = 1,4$ °К, $E \perp H$. Пики около 4,5 кз — частично насыщенный ЯМР сигнал на протонах и ядрах фтора (из работы⁴⁴).

С точки зрения теории цепочки траекторий в висмуте дает «быстро затухающую» систему всплесков. Коэффициент затухания a (см. (4,16)) различен для обеих кривых рис. 15. Как известно, ферми-поверхность висмута состоит из трех электронных «эллипсоидов» и одной «дырочной» поверхности. При направлении поля \mathbf{H}_1 (кривая 1) образование системы всплесков происходит за счет двух электронных ферми-поверхностей, а ее «рассасывание» — за счет «дырочной» поверхности и третьего электронного «эллипсоида». При направлении поля \mathbf{H}_2 (кривая 2) в образовании системы всплесков принимает участие лишь один электронный «эллипсоид», в то время как все остальные носители ответственны за «рассасывание» всплесков. Поэтому при направлении поля \mathbf{H}_2 величина a оказывается меньше, а линии убывают быстрее.

При изучении интенсивностей линий РЭ следует также иметь в виду, что от номера к номеру величина D меняется: $D(n) = d/n$ и $a^n \sim (n\delta/d)^{n/2}$. Кроме того, как уже отмечалось в п. 9.2, интенсивность первой линии определяется не только АИ, но и эффектом отсекания. Поэтому сравнение с теорией следовало бы производить на линиях с $n \geq 2$, но там обычно возникают трудности из-за их малой интенсивности.

Как было указано в п. 4.2, затухание всплесков при наклоне вектора \mathbf{H} должно уменьшаться за счет более эффективного отбора электронов с определенным диаметром D_0 . Подтверждением этого теоретического вывода являются кривые рис. 16. Они демонстрируют наличие слабо затухающей цепочки траекторий в металле со сферической ферми-поверхностью. Из относительной ширины линии на верхней кривой можно оценить величину $\delta/d \approx 0,1$. Неравенства (4,19), представляющие собой условия слабого затухания всплесков в металле, превращаются в

$$0,1 \left(\frac{d}{nl} \right)^{1/2} < \varphi \ll 0,1n \quad (n = 1, 2, 3 \dots).$$

Для нижней кривой ($\varphi = 5^\circ \approx 0,1$) эти условия, по-видимому, удовлетворяются для линий с номерами $n > 3$. Именно эти линии резко возросли по сравнению с линиями на верхней кривой ($\varphi = 0$). Интересно отметить, что эффективность отбора сохраняется и при $\delta \sim D$ ($n \geq 7$), когда отдельные всплески сливаются и переходят в гармоническое распределение переменного поля в пространстве.

Наличие нескольких экстремальных диаметров D_i увеличивает затухание всплесков и в то же время приводит к появлению «побочных» всплесков на глубинах $z = \sum n_i D_i$, т. е. цепочка состоит из «звеньев» разного диаметра. Пример линии от такой цепочки показан ниже на рис. 24.

Любопытно проследить за изменением положения линий РЭ от замкнутых траекторий при наклоне магнитного поля⁴⁵. Их смещение отражает изменение глубины расположения всплесков с увеличением угла φ : смещение линии в сторону больших полей означает, что всплеск сдвигается в глубь металла, а смещение линии в сторону меньших полей свидетельствует о сдвиге всплеска к поверхности.

В металлах с несферической ферми-поверхностью замкнутая траектория обычно не лежит в плоскости, перпендикулярной к \mathbf{H} . Поэтому смещение электрона вдоль поля за половину периода, пока он движется от поверхности металла до всплеска, может быть отлично от нуля. При $\varphi \neq 0$ появляется проекция этого смещения на ось z . При вычислении положения всплеска (или линии РЭ) необходимо учитывать компоненту скорости v_H , которая не входит в векторное уравнение (2,1). Рассмотрим, например, цилиндрическую ферми-поверхность с осью $\mathbf{P} \perp Oz$. Пусть вектор \mathbf{H} наклоняется в плоскости (z , \mathbf{P}). Плоскость траектории при наклоне поля не поворачивается, а размер траектории увеличивается

и определяется проекцией вектора \mathbf{H} на ось цилиндра. Нетрудно показать, что глубина расположения всплеска равна

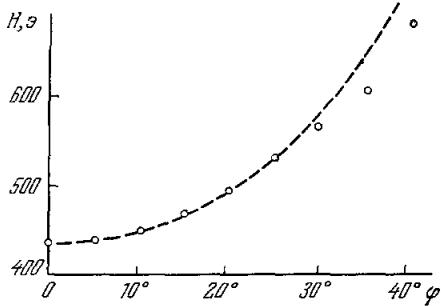
$$D_n(\varphi) = D_n(0) \cos \varphi, \quad D_n(0) = n \left(\frac{2pc}{eH} \right). \quad (10,2)$$

Зависимость положения линии РЭ от φ имеет вид

$$H_n(\varphi) = H_n(0) \sec \varphi, \quad (10,3)$$

где $H_n(0)$ определяется формулой (10,1). При малых φ сдвиг линии $\Delta H \sim \varphi^2$.

Возможна и линейная зависимость сдвига от угла φ . Например, в случае цилиндра, ось которого \mathbf{P} наклонена к поверхности под углом α , при наклоне поля в плоскости (z, P) имеем



$$H_n(\varphi) = H_n(0) \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - \varphi)} \approx H_n(0)(1 - \varphi \tan \alpha). \quad (10,4)$$

Квадратичный (10,3) и линейный (10,4) сдвиги линий РЭ наблюдались экспериментально в олове и индии.

10.2. Размерный эффект в наклонном поле в металле со сферической поверхностью Ферми. При изучении РЭ в калии Кохом и Вагнером⁴⁶ было обнаружено, что линии РЭ от электронов центрального сечения ферми-сферы смещаются в сторону угла φ (рис. 17). В то же время z (проекция центрального диаметра) и поле отсекания H_1 уменьшаются как $\cos \varphi$. Объяснение этого кажущегося противоречия можно усмотреть из рис. 5. Благодаря наличию экстремума на кривой $u_1^{(1)}(p_H)$ всплески поля и РЭ обусловлены электронами с $u_{1ext}^{(1)}$, а не с $p_H = 0$. Используя формулу (5,4), можно показать, что всегда выполнено неравенство $u_{1ext}^{(1)} > D_0$. При малых φ величина $u_{1ext}^{(1)} \approx D_0(1 + 0,75\varphi^2)$. Из графиков для $u_1^{(1)}$ следует также, что РЭ должны иметь максимум интенсивности при $\varphi \approx 25^\circ$. Этот вывод тоже подтверждается экспериментом⁴⁶.

Рис. 17. Смещение линий РЭ в калии с наклоном магнитного поля.
Пунктир — функция $H_1(\varphi) = H_1(0)/\cos \varphi$ (из работы⁴⁶).

ну больших полей при увеличении проекции центрального диаметра) и поле отсекания H_1 уменьшаются как $\cos \varphi$. Объяснение этого кажущегося противоречия можно усмотреть из рис. 5. Благодаря наличию экстремума на кривой $u_1^{(1)}(p_H)$ всплески поля и РЭ обусловлены электронами с $u_{1ext}^{(1)}$, а не с $p_H = 0$. Используя формулу (5,4), можно показать, что всегда выполнено неравенство $u_{1ext}^{(1)} > D_0$. При малых φ величина $u_{1ext}^{(1)} \approx D_0(1 + 0,75\varphi^2)$. Из графиков для $u_1^{(1)}$ следует также, что РЭ должны иметь максимум интенсивности при $\varphi \approx 25^\circ$. Этот вывод тоже подтверждается экспериментом⁴⁶.

В работе⁴⁶ наблюдалась также линии РЭ, связанные с экстремумами смещения $u_1^{(1)}$ вблизи пограничного сечения поверхности Ферми. Они подтверждают выводы п. 5.3 о существовании всплесков поля в металле при больших углах наклона φ .

10.3. Размерный эффект в следствие дрейфов оного движения электронов в глубь металла. Начнем с обсуждения экспериментальных данных по РЭ от эллиптических опорных точек. Скорость электронов в этих точках параллельна вектору \mathbf{H} , и поэтому амплитуда РЭ максимальна при поляризации тока j вдоль проекции вектора \mathbf{H} на поверхность металла (ось y). Пример записи этого РЭ в индии приведен на рис. 18⁴⁷. Отличить его от других РЭ нетрудно по сильной зависимости периода ΔH от угла наклона φ .

$$\Delta H = \frac{2\pi c}{ed} K_0^{-1/2} \sin \varphi. \quad (10,5)$$

Согласно формулам (9,12), (5,19) и (5,22)

$$\frac{\partial Z}{\partial H} = -iC_0H^{-1} \exp\left(-\frac{d}{l_{0\Phi}}\right) \Psi_1'\left(\frac{d-nu_0}{\delta}\right), \quad (10,6)$$

$$C_0 = 16\alpha\omega c^{-2} (8\pi^{-1}\delta d)^{1/2}, \quad n = \left[\frac{d}{u_0} \right].$$

Уменьшение амплитуды $\partial Z/\partial H$ с номером ($\sim 1/H$) происходит из-за увеличения абсолютной ширины линии Δ_H . Амплитуда поля E во всплесках при $z = d$ не зависит от номера, так как длина пути d/φ остается неизменной (см. (5,22)).

Зависимость амплитуды линий на индии хорошо согласуется с формулой (10,6). В экспериментах на олове¹¹ такого хорошего согласия

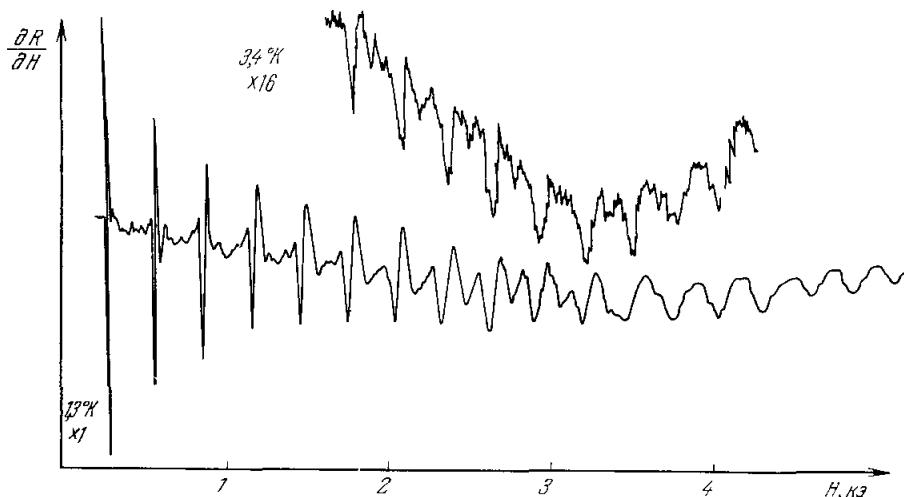


Рис. 18. Запись РЭ на опорной точке в индии.

$Oz \parallel [011]$, $E \parallel [111]$, $\varphi = 7^\circ 15'$, $d = 0,3$ мм, частота $f = 1,6$ Мгц. Верхняя кривая снята при увеличенном в 16 раз усиливании.

не было. Возможно, что наблюдавшееся отличие связано с зависимостью от H эффективной частоты столкновений $v_{e,\text{фн}}$ электронов с фононами⁴⁸.

По мере увеличения угла φ РЭ от опорной точки плавно переходит в РЭ от электронов на пограничном сечении (см. п. 5.3). При этом формула (10,5) для периода ΔH переходит в

$$\Delta H = \frac{\pi c}{ed} |mv_H^-|_{\text{fp}} \sin 2\varphi. \quad (10,7)$$

РЭ от пограничного сечения наблюдался в⁴⁶, однако проследить непосредственно переход от (10,5) к (10,7) до сих пор не удалось.

Все рассмотренные выше РЭ фактически могли быть интерпретированы в терминах модели металла со сферической поверхностью Ферми. В металле со сложной ферми-поверхностью появляется ряд специфических возможностей для АП поля и РЭ (п. 5.2 и 5.4).

Аномальное проникновение поля вследствие дрейфа эффективных электронов на открытых орбитах при $\varphi = 0$ ¹¹ иллюстрируется записями на рис. 19. Наличие промежуточных линий свидетельствует о сложной форме траекторий и существовании дополнительной последовательности точек $u_n^{(1)}$ (5,2). Основной период в соответствии с (5,6) определяется формулой

$$\Delta H = \frac{cb \cos \vartheta}{ed}. \quad (10,8)$$

Характерно, что линии наблюдались при всех поляризациях тока j . Это связано с наличием целого слоя открытых орбит с одинаковым периодом, равноправных с точки зрения вклада в эффект. Направления скоростей электронов в эффективных точках в данном случае, вероятно, зависят от r_H , образуя своеобразный «веер» в плоскости x, y .

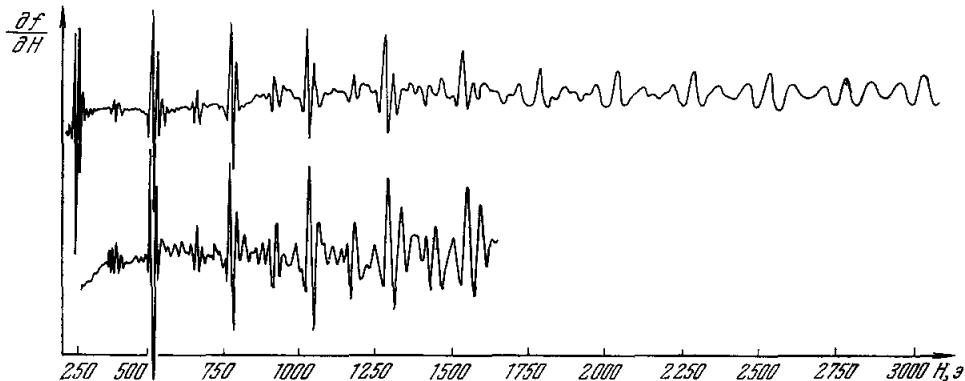


Рис. 19. Запись РЭ на открытых траекториях в олове.
 $Oz \parallel [001]$, $H \parallel [110]$, $T = 2^\circ\text{K}$, частота $f = 3,2\text{ M}c$. Верхняя кривая для $E \perp H$, нижняя — для $E \parallel H$ (из работы ¹¹).

Другие интересные возможности появления РЭ связаны с существованием экстремальных винтовых траекторий типа той, которая изображена на рис. 3. Как указывалось в п. 5.1, такая траектория в наклонном магнитном поле должна привести к появлению, вообще говоря, двух последовательностей всплесков $z = u_n$ и $z = u_n^{(1)}$ в полубесконечном металле.

Каждый из всплесков в свою очередь может служить исходным скрин-слоем для вторичной последовательности на глубинах $u_n^{(1)} + u_n^{(1)}$ и т. д. Эти всплески возникают в результате своеобразной комбинации двух механизмов АП поля — по цепочке траекторий и вследствие дрейфового движения электронов. Амплитуда первичных последовательностей убывает с номером как $\exp(-\Lambda_n/l)$, где Λ_n — длина участка траектории от поверхности металла до соответствующего всплеска (рис. 20). Амплитуда второй последовательности содержит, помимо произведения амплитуд исходных всплесков, также малый «коэффициент передачи» a (см. п. 4.1).

В параллельном поле $u_n = 0$, $u_n^{(1)} = D$, $u_n^{(1)} + u_n^{(1)} = 2D$, ..., т. е. существует такая же система всплесков, как и от цепочки замкнутых траекторий. На рис. 20 схематически показаны расположение и относительные амплитуды всплесков в полупространстве в наклонном поле. Этот же рисунок является схемой расположения линий РЭ в шкале магнитного

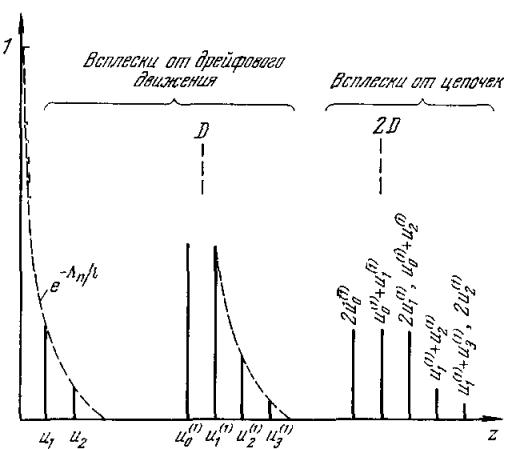


Рис. 20. Схематическое распределение амплитуд всплесков в наклонном поле H при наличии экстремальной нецентральной траектории. За единицу принята амплитуда электрического поля у поверхности.

последовательности содержит, помимо произведения амплитуд исходных всплесков, также малый «коэффициент передачи» a (см. п. 4.1).

В параллельном поле $u_n = 0$, $u_n^{(1)} = D$, $u_n^{(1)} + u_n^{(1)} = 2D$, ..., т. е. существует такая же система всплесков, как и от цепочки замкнутых траекторий. На рис. 20 схематически показаны расположение и относительные амплитуды всплесков в полупространстве в наклонном поле. Этот же рисунок является схемой расположения линий РЭ в шкале магнитного

поля с тем лишь отличием, что в пластине за счет столкновений электронов с ее поверхностью нельзя наблюдать РЭ от всплесков на глубине u_n .

Подобная картина наблюдалась экспериментально в индии⁴⁵, в котором существует винтовая траектория с экстремальным диаметром $D \gg u$ (благодаря этому все величины $u_n^{(1)}$ достигают экстремума одновременно). На рис. 21 показано расщепление линии D на линии $u_0^{(1)}, u_1^{(1)}$ при наклоне поля (остальные не видны из-за сравнительно небольшой длины пробега); линия на глубине $2D$ расщепилась на три ($2u_0^{(1)}, u_0^{(1)} + u_1^{(1)}, 2u_1^{(1)}$).

10.4. Размерный эффект от электронных траекторий с изломами. В экспериментах по РЭ было установлено, что в поливалентных металлах (например, в индии⁴⁹ и олове⁵⁰) существуют траектории с «изломами». Мы будем говорить, что траектория имеет «излом», если на расстоянии $\Delta z \ll \delta$ происходит изменение скорости электрона на величину порядка самой скорости. Такая особенность приводит к аномалиям в распределении переменного поля в металле и соответствующим линиям РЭ, внешне не отличающимся от других линий. Особенности в распределении поля от изломов на траекториях расположены между всплесками и определяются амплитудой поля в этих точках. Согласно (4,13) относительная величина наблюдаемой особенности импеданса в $(D/\delta)^{1/2}$ раз меньше амплитуды последующего всплеска. Именно такое отношение и наблюдалось в эксперименте⁴⁹.

10.5. Неэффективные электроны. Гармоническая компонента распределения поля внутри металла, обусловленная дрейфом неэффективных электронов (§ 6), естественно приводит к появлению синусоидальной составляющей поверхности импеданса пластины. Первые два из рассмотренных в § 6 случаев реализуются при направлениях магнитного поля, близких к нормали Oz . Эксперименты в нормальном поле были осуществлены на олове¹⁵ (рис. 22) и кадмии⁵¹. Различить на этих кривых осцилляции от электронов опорных точек и винтовых траекторий затруднительно, потому что фактически единственным критерием является сравнительно слабое различие в зависимости амплитуды осцилляций от H . Анализ этой зависимости усложняется также тем, что в области малых полей возможно неполное проникновение модулирующего поля в образец.



Рис. 21. Записи РЭ в индии.
Oz || [001], E || [100], H ⊥ E, частота $f = 5$ Мгц,
 $d = 0,3$ м.м. Кривая 1 — $\varphi = 0$, кривая 2 — $\varphi = 2,5^\circ$.
Правые части кривых записаны также при увеличенном в пять раз усиления. Линия, помеченная звездочкой, — РЭ на цепочках из разных звеньев (из работы⁴⁶).

Поэтому приходится обращаться к косвенным соображениям: форме ферми-поверхности, известным из других экспериментов значениям кривизны поверхности в опорных точках, зависимостям периодов от направления \mathbf{H} и др. Подобные соображения указывают на то, что все наблюдавшиеся до сих пор осцилляции в нормальном поле связаны с винтовыми

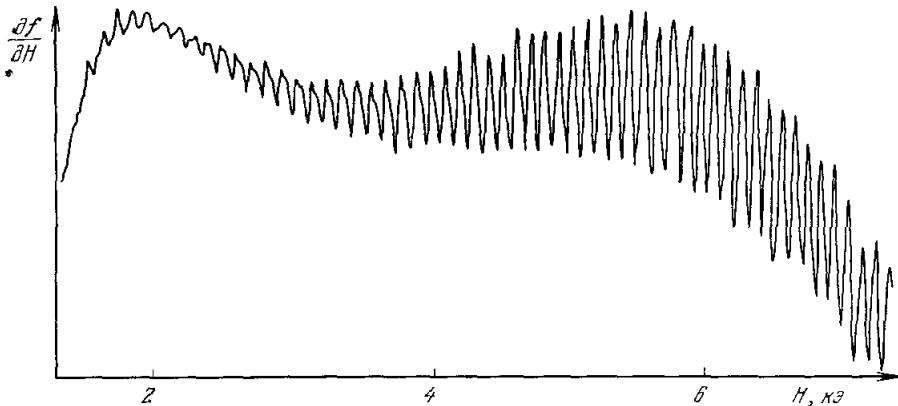


Рис. 22. Запись РЭ в олове при $\varphi = 80^\circ$.
 $Oz \parallel [100]$, $E \parallel [010]$, $T = 1,3^\circ\text{K}$, частота $f = 5,2 \text{ Mгц}$.

траекториями, а не с опорными точками. Возможно, что здесь играет роль отмечавшаяся в теории разница в амплитудах в $(d/u)^{1/2}$ раз.

В кадмии было также обнаружено²² АП поля в металле вследствие дрейфового движения неэффективных электронов на открытых периодических орбитах, когда вектор \mathbf{H} параллелен поверхности металла (см. п. 6.3). На рис. 23 приведена запись РЭ, иллюстрирующая этот случай АП.

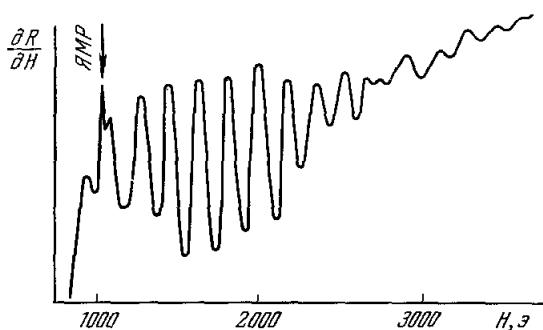


Рис. 23. Запись РЭ в кадмии.
 $Oz \parallel [11\bar{2}0]$, $H \parallel [10\bar{1}0]$, $d = 0,4 \text{ мкм}$, $T = 1,7^\circ\text{K}$
(из работы²²).

траекторного типа. Расположение линий на шкале магнитного поля, позволяющее классифицировать различные типы РЭ, отражает «грубую» структуру распределения поля в металле. Для объяснения этих «грубых» характеристик АП и РЭ фактически достаточно тех простых качественных соображений, которые основаны на понятии «эффективности» электронов и принципе «экстремальности».

Структура электромагнитного поля внутри всплесков и форма линий РЭ представляют собой более тонкие характеристики явлений АП, для анализа которых необходима строгая теория, развитая в первой части настоящего обзора. Как показано в работах^{12, 40}, форма линий РЭ целиком определяется законом распределения электромагнитного поля в скрин-

§ 11. Форма линий радиочастотного размерного эффекта

В предыдущем параграфе фактически обсуждались экспериментальные доказательства самого факта существования АП поля в металле

слое у поверхности металла и формой электронных траекторий вблизи эффективных точек. Поэтому изучение формы линий позволяет получить непосредственную информацию о структуре поля в скин-слое и законе дисперсии электронов проводимости в металлах. Следует подчеркнуть, что до открытия РЭ не существовало прямого способа изучения распределения электромагнитного поля в металле. Прежде всего отметим, что форма линий РЭ не связана с какими-либо побочными факторами. Во-первых, на ней не сказывается степень гладкости поверхности металла: при травлении образцов форма линии совершенно не изменялась³⁹. Следовательно, теоретическое предположение о том, что граница металла является геометрически идеальной плоскостью, вполне допустимо с точки зрения реального эксперимента. Во-вторых, клиновидность образца (неоднородность его толщины) приводит к расщеплению линий РЭ, а не к их размытию (рис. 24). Это — своеобразное проявление принципа «экстремальности», но по отношению к толщине пластины, а не к электронным траекториям.

Формулы, полученные в гл. I, в принципе правильно описывают распределения полей внутри всплеска и закон их убывания в глубину металла. Однако вследствие вычислительных трудностей расчет был доведен до конца лишь в случае АП поля за счет электронов опорной точки¹². Используя формулу (10,6), можно произвести непосредственное сравнение теории с экспериментом. На рис. 25 представлены результаты такого сравнения для индия. Масштаб подбирался так, чтобы обеспечить наилучшее совпадение теоретических и экспериментальных кривых на правом крыле линий. Как указывалось в п. 5.2, результат вычислений формы всплеска и линий РЭ на левом краю сильно зависит от столкновений электронов с поверхностью металла. Расхождение между теорией и экспериментом в этой области обусловлено, по-видимому, тем, что при вычислениях использовалось приближенное граничное условие (5,10) (траектории фокусирующихся электронов заменены прямыми линиями). Вероятно, более точное рассмотрение уменьшило бы величину функции $\Psi_1(x)$ при отрицательных значениях аргумента.

Таким образом, можно утверждать, что точка, соответствующая условию $d = n\mu_0$, расположена вблизи левого края линии РЭ. Этот вывод подтверждается всеми экспериментальными данными по РЭ. Он оказывается справедливым не только для РЭ от опорных точек, но и для всех остальных типов РЭ. В целом ряде случаев расположение линий определялось значениями параметров металла, хорошо известными из теории или других экспериментов (период обратной решетки в олове¹¹, размер наименьшей полуоси электронного эллипсоида в висмуте⁵, диаметр фермисферы в калии⁴⁶, гауссова кривизна в опорных точках в направлении [111] в индии⁴⁷ и алюминии⁵²). Во всех этих случаях точки (9,1) соответствовали левому краю линий.

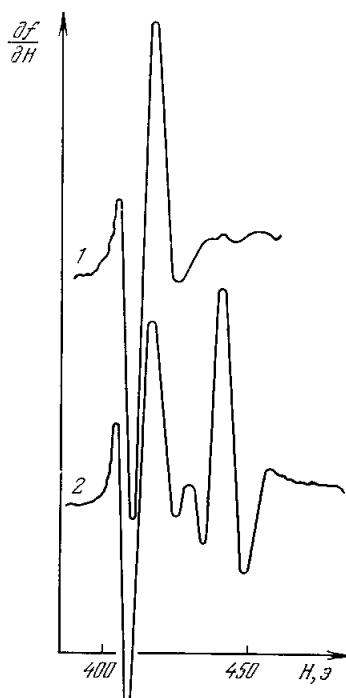


Рис. 24. Расщепление линий РЭ на клиновидном образце индия.

1 — плоскопараллельная пластина, $d = 0,4$ мм; 2 — клин, $\Delta d/d = 7\%$.

Следовательно, при сравнении эксперимента с теорией можно использовать результаты вычислений формы линий РЭ без учета столкновений электронов с поверхностью металла (например, формулы (5,39) и (5,45)), отбрасывая часть теоретической кривой при $d < n\lambda$.

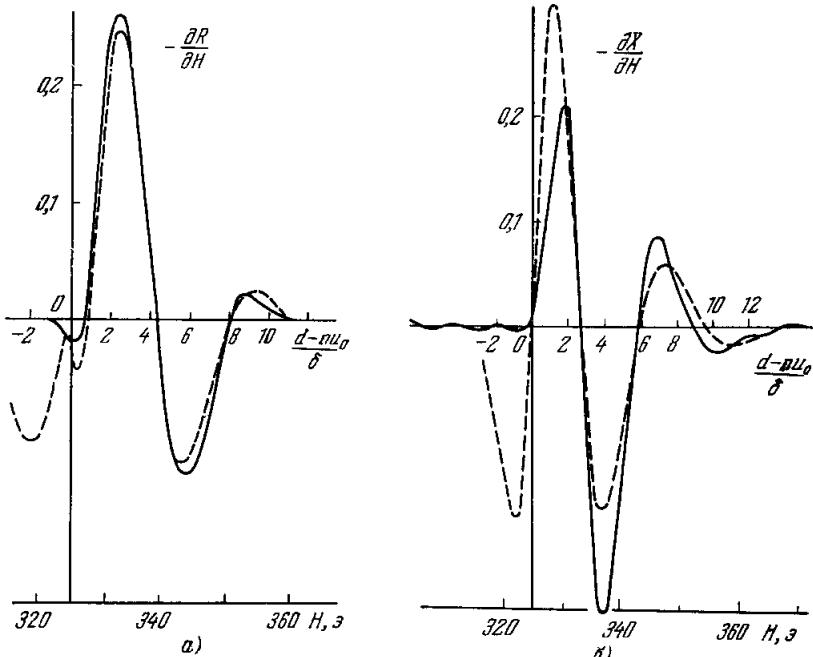


Рис. 25. Сравнение экспериментальных (сплошные линии) и теоретических (пунктирные) кривых для линии РЭ на опорных точках.

Масштаб по оси ординат относится к функции Ψ (см. рис. 7). Экспериментальные кривые получены на индии, $Oz \parallel [001]$, $d = 0,3$ м.м., $H \parallel [111]$, $\varphi = 7^\circ$, $n = 1$, $T = 1,5$ °К, частота $f = 3$ Мгц.

Определим характерную ширину Δ_H линий РЭ как расстояние между двумя соседними экстремумами одинакового знака. Как видно из рис. 7—9 и 25, расчетная ширина Δ_H оказывается примерно равной

$$\Delta_H \approx (6\delta/d) H, \quad (11,1)$$

где

$$\delta = \frac{c^2}{4\pi\omega} \left| \frac{Z^2}{X} \right| = \frac{c^2}{3\pi\omega} X = \frac{c^2}{\sqrt{3}\pi\omega} R. \quad (11,2)$$

Полученная экспериментально частотная зависимость ширины линий РЭ в индии⁴⁷, висмуте⁵, калии⁴⁶ $\Delta_H \sim \omega^{-1/3}$ согласуется с теорией аномального скин-эффекта. Здесь уместно напомнить, что ширина Δ_H не зависит от температуры (рис. 18).

Это объясняется тем, что при аномальном скин-эффекте глубина δ не зависит от длины свободного пробега.

Абсолютное значение характерной глубины скин-слоя δ можно найти по измеренной ширине линий РЭ с помощью (11,1) и из независимых измерений поверхностного импеданса — по формуле (11,2). Соответствующие данные для трех металлов на частоте 7,5 Мгц приведены в таблице вместе с данными о длине пробега⁵⁰. Расхождение в три раза в случае висмута, возможно, связано с недостаточно большой величиной отношения l/δ .

	Sn	In	Bi
δ из Z , 10^{-4} см	2,0	1,6	10
δ из Δ_H , 10^{-4} см	1,8	2,2	30
l , м.м.	2,0	0,5	0,5

Линии РЭ можно наблюдать как на мнимой, так и на действительной части Z . В работе ⁵³ экспериментально доказано, что функции $\partial R/\partial H$ и $\partial X/\partial H$ в пределах линий РЭ всегда изменяются таким образом, что экстремумы одной из функций примерно совпадают с положениями наиболее резкого изменения другой. Эта закономерность вытекает из структуры поля в скин-слое ⁴⁰ (ср. мнимые и действительные части T_0 (рис. 6), Ψ_1 , Ψ_2 (рис. 7), Ψ_3 (рис. 8), Ψ_4 (рис. 9)).

Распределение поля в скин-слое является основным, но не единственным фактором, определяющим форму линий РЭ. Экспериментально в одних и тех же условиях наблюдаются линии различной формы ³⁹. При РЭ от опорной точки существенную роль играет небольшой участок ферми-поверхности, который хорошо аппроксимируется поверхностью второго порядка. Поэтому и форма соответствующих линий хорошо воспроизводится в разных металлах. При отсекании же замкнутых траекторий в широких пределах могут меняться как параметры самой экстремальной траектории ($\partial v_z/\partial t$ в эффективных точках), так и характер экстремума ($\partial^2 D/\partial r_H^2$) ⁴⁰. Действительно, форма линий РЭ от замкнутых траекторий оказывается различной для разных экстремальных орбит. Вся совокупность экспериментальных данных свидетельствует о том, что наиболее существенным для формы линий является время пребывания в скин-слое, характеризуемое параметром $\partial v_z/\partial t$ ⁵⁰.

Таким образом, распределение поля в скин-слое определяет основные общие особенности линий РЭ — асимметрию относительно точек (9,1), их ширину, соотношение между $\text{Re } Z$ и $\text{Im } Z$, а характер закона дисперсии электронов — ее конкретную форму.

§ 12. Применения размерных эффектов

В настоящее время радиочастотные РЭ из объекта изучения фактически превратились в метод исследования металлов. Наиболее широко они применяются для определения формы ферми-поверхностей. Разнообразие информации, которая может быть получена с их помощью ⁵, связано с тем, что АП поля в металле происходит по электронным траекториям самого различного вида.

Отсечение замкнутых траекторий определяет экстремальные размеры ферми-поверхностей и их анизотропию. Из изучения поведения линий при наклоне магнитного поля можно выяснить расположение отдельных участков ферми-поверхности (см. (10,3), (10,4)). РЭ на опорных точках позволяет измерять локальные значения гауссовой кривизны в эллиптических опорных точках. Изучение РЭ при больших углах наклона поля к поверхности дает возможность обнаружить траектории с экстремальным смещением за период и измерить значения $(\partial S/\partial r_H)_{\text{ext}}$. С помощью РЭ можно доказать наличие орбит с изломами и открытых орбит, а также сделать некоторые выводы об их форме.

Наиболее подробно при помощи РЭ были изучены ферми-поверхности олова ³⁹, ⁵⁴, индия ⁴⁷, ⁴⁹ и кадмия ²², ⁵¹, ⁵⁶, а также галлия ⁵⁷, вольфрама ⁴¹ и молибдена ⁵⁸. В частности, именно данные по РЭ позволили определить численные значения коэффициентов фурье-разложения псевдопотенциала в олово ⁵⁵.

Другое важное приложение РЭ — измерение длины свободного пробега l отдельных групп электронов на ферми-поверхности. Возможность измерения l связана с тем, что амплитуда линий в большинстве случаев зависит от l экспоненциально ($\sim \exp(-\Lambda/l)$, где Λ — длина пути от одной стороны пластины до другой вдоль соответствующей траектории). Особенно удобен в этом отношении РЭ от опорной точки: при изменении

угла наклона φ меняется длина пути $\Lambda = d/\sin \varphi$. Впервые такие измерения были проведены в олове¹¹ для двух опорных точек. Длины пробега двух групп электронов отличались в четыре раза, хотя измерения производились на одном образце. С помощью этого метода была измерена также зависимость длины пробега от температуры в олове¹⁸ и индии⁴⁷. Оказалось, что $1/l(T) = 1/l(0) + CT^3$. Кубическая зависимость от температуры свидетельствует о том, что столкновение электрона уже с одним фононом выводит электрон из фокусирующейся группы. Поэтому величина CT^3 есть непосредственно вероятность столкновения электрона с фононом на единице пути. Этот факт находится в соответствии с выводами теории аномального скин-эффекта⁷.

Отметим также одно интересное приложение АП поля в металлы в радиоспектроскопии. Пирси и Уолшу⁴⁴ удалось наблюдать ядерный магнитный резонанс в массивном монокристалле рубидия, благодаря тому, что радиочастотное поле по цепочке траекторий проникло практически внутрь всего образца. Разнообразие уже имеющихся приложений позволяет надеяться, что аномальное проникновение поля в металлы и размежевые эффекты найдут широкое применение в физике металлов.

Институт радиофизики
и электроники АН УССР
Институт физики твердого тела
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. E. Reuter, E. H. Sondheimer, Proc. Roy. Soc. A195, 336 (1948).
2. A. B. Pippard, Proc. Roy. Soc. A191, 385 (1947).
3. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН 89, 367 (1966).
4. М. Я. Азбель, ЖЭТФ 39, 400 (1960).
5. V. F. Gantmacher, Progress in Low Temp. Phys. 5, 181 (1967).
6. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, УФН 69, 419 (1959).
7. М. Я. Азбель, Э. А. Канер, ЖЭТФ 32, 896 (1957); Phys. Chem. Solids 6, 113 (1958).
8. R. C. Chambers, Proc. Soc. Phys. A65, 458 (1952).
9. Э. А. Канер, ЖЭТФ 34, 658 (1958).
10. Э. А. Канер, ЖЭТФ 44, 1036 (1963).
11. В. Ф. Гантмахер, Э. А. Канер, ЖЭТФ 45, 1430 (1963).
12. Е. А. Капег, Physics 4 (1968).
13. Э. А. Канер, В. Л. Фалько, ЖЭТФ 49, 1895 (1965).
14. Д. Хединг, Введение в метод фазовых интегралов, М., «Мир», 1965.
15. В. Ф. Гантмахер, Э. А. Канер, ЖЭТФ 48, 1572 (1965).
16. Е. Н. Сондхаймер, Phys. Rev. 80, 400 (1950).
17. В. Л. Гуревич, ЖЭТФ 35, 669 (1958).
18. J. Babiskin, P. G. Siebenmann, Phys. Rev. 107, 1249 (1957).
19. N. H. Zeboupi, R. E. Hamburg, H. T. Mackey, Phys. Rev. Lett. 11, 260 (1960).
20. J. A. Mullan, J. A. Marcus, Доклад на IX Международной конференции по физике низких температур, США, 1965.
21. М. Я. Азбель, М. И. Каганов, ДАН СССР 102, 49 (1955).
22. А. А. Марьин, В. П. Набережных, Письма ЖЭТФ 3, 205 (1966).
23. Е. А. Капег, А. Я. Бланк, Phys. Chem. Solids 28, 1735 (1967).
24. C. C. Grimes, A. F. Kip, Phys. Rev. 132, 1991 (1963).
25. J. F. Koch, R. A. Stradling, A. F. Kip, Phys. Rev. A133, 240 (1964).
26. D. G. Howard, Phys. Rev. 140, A1705 (1965).
27. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман (частное сообщение).
28. M. P. Shaw, T. G. Eck, D. A. Zich, Phys. Rev. 142, 406 (1966).
29. C. C. Grimes, A. F. Kip, F. M. Spong, R. A. Stradling, P. Pincus, Phys. Rev. Lett. 11, 455 (1963); F. W. Spong, A. F. Kip, Phys. Rev. 137, A431 (1965).
30. Р. Т. Мина, М. С. Хайкин. Письма ЖЭТФ 1 (2), 34 (1965).
31. Е. А. Капег, V. G. Skobov, Physics 2, 185 (1966).
32. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, ФТТ 6, 1104 (1964).
33. J. Kirsch, R. B. Miller, Phys. Rev. Lett. 9, 421 (1962).
34. Э. А. Канер, ДАН СССР 119, 471 (1958).

35. М. С. Хайкин, ЖЭТФ 41, 1773 (1961).
 36. Р. Т. Мина, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 48, 111 (1965).
 37. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ 47, 878 (1964).
 38. В. Ф. Гантмахер, ЖЭТФ 42, 1416 (1962); 43, 345 (1962).
 39. В. Ф. Гантмахер, ЖЭТФ 44, 811 (1963).
 40. Э. А. Канер, В. Л. Фалько, ЖЭТФ 51, 586 (1966).
 41. W. M. Walsh, Jr., C. C. Grimes, Phys. Rev. Lett. 13, 523 (1964).
 42. R. B. Leurs, T. R. Gague, Phys. Rev. Lett. 12, 693 (1964).
 43. М. С. Хайкин, ПТЭ 3, 95 (1961).
 44. P. S. Reegs, W. M. Walsh, Jr., Phys. Rev. Lett. 17, 741 (1966).
 45. В. Ф. Гантмахер, И. П. Крылов, ЖЭТФ 47, 2111 (1964).
 46. J. F. Koch, T. K. Wagner, Phys. Rev. 151, 467 (1966).
 47. И. П. Крылов, В. Ф. Гантмахер, ЖЭТФ 51, 740 (1966).
 48. В. Ф. Гантмахер, Ю. В. Шарвии, ЖЭТФ 48, 1077 (1965).
 49. В. Ф. Гантмахер, И. И. Крылов, ЖЭТФ 49, 1054 (1965).
 50. В. Ф. Гантмахер, И. П. Крылов, Доклад на X Международной конференции по физике низких температур, Москва, 1966.
 51. А. А. Марьиниц, В. П. Набережные, ЖЭТФ 52, 617 (1967); Phys. Stat. Sol. 20, 737 (1967).
 52. J. F. Koch, T. K. Wagner, Bull. Amer. Phys. Soc. 11, 170 (1966).
 53. И. П. Крылов, Письма ЖЭТФ 1 (4), 25 (1965).
 54. В. Ф. Гантмахер, ЖЭТФ 46, 2028 (1964).
 55. G. Weisz, Phys. Rev. 149, 504 (1966).
 56. R. G. Goodrich, R. C. Jones, Phys. Rev. 156, 745 (1967).
 57. A. Fucimoto, M. W. P. Strangberg, Phys. Rev. 155, 685 (1967).
 58. В. В. Бойко, В. А. Гаспаров, И. Г. Гвердители, Письма ЖЭТФ 6, 737 (1967).
-