УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.312.62

МАГНИТНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ УРОВНИ *)

М. С. Хайкин

I. ВВЕДЕНИЕ. ФИЗИКА ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ С БОЛЬШОЙ ДЛИНОЙ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА

Замечательные успехи физики металлов достигнуты в последнее десятилетие в основном при изучении металлических монокристаллов, в которых носители тока проводимости имеют большую длину свободного пробега, сравнимую с размерами монокристалла или с каким-либо другим характерным для эксперимента размером. Разнообразие явлений, возникающих в таких специфических условиях, объем проведенных в этой области исследований, количество и научная ценность полученных сведений столь велики, что есть все основания говорить о формировании новой области физики — физики электронов с большой длиной свободного пробега. К этой области относится, в частности, «фермиология» (этот термин распространен в иностранной литературе), т. е. общирный комплекс разнообразных экспериментальных и теоретических исследований энергетических спектров носителей тока в металлах, основной целью которых является изучение поверхностей Ферми металлов.

Напомним некоторые аспекты и явления, характерные для экспериментальных исследований металлов, электроны проводимости которых обладают большой длиной свободного пробега.

Современные методы химической очистки металлов и изготовления из них монокристаллов позволяют иметь образцы с длиной свободного пробега электронов порядка миллиметров при температуре жидкого гелия; при этом длительность свободного пробега имеет порядок наносекунд. Это делает целесообразным использование в экспериментах монокристаллов миллиметровых размеров. При таких условиях можно изучать размерные эффекты, наблюдаемые при любых частотах (от нуля до гигагерц) измерительного тока, текущего по образцу. В диапазоне гигагерц, когда длительность свободного пробега электронов превышает период измерительного тока, наблюдаются резонансные эффекты.

Наложение постоянного магнитного поля, достаточно сильного для того, чтобы электроны металла стали обращаться по замкнутым орбитам, приводит к квантованию их периодического движения. Поэтому вследствие изменения магнитного поля при измерениях на любых частотах наблюдаются осцилляции различных характеристик металла: магнитной восприимчивости (эффект де Гааза — ван Альфена), проводимости (эффект Шубникова — де Гааза), поверхностного сопротивления. Еще одна

^{*)} В основу обзора положен доклад на сессии Отделения общей и прикладной физики АН СССР 30 ноября 1967 г.

² УФН, т. 96, вып. 3

большая группа явлений, обнаруженных и изученных в последние годы, имеет место в металлах, помещенных в магнитное поле, — это распространение в металле слабо затухающих электромагнитных волн различных типов и частот.

В статье рассматриваются осцилляции поверхностного сопротивления, измеряемого на сверхвысоких частотах, как функции слабого магнитного поля, приложенного к металлическому образцу¹. Область магнитных полей, в которых наблюдается рассматриваемый эффект, — от сотых долей до единиц эрстед (при частоте 10 *Ггц*) — служит основной феноменологической особенностью, отличающей его от других перечисленных выше явлений.

II. ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ С БОЛЬШОЙ ДЛИНОЙ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА ЭЛЕКТРОНОВ

Рассмотрим следующий эксперимент: монокристалл металла, имеющий форму плоскопараллельной пластины толщиной *D*, помещен в постоянное магнитное поле **H**, направленное вдоль оси *y* и параллельное поверх-



Рис. 1. Схема движения электрона при циклотронном резонансе в плоском образце толщиной *D*.

ности монокристалла. Измерительный ток I частоты $\omega = 2\pi/T$ течет вдоль оси х по поверхности образца в скин-слое глубиной δ (рис. 1). Как известно, в этом случае наблюдается классический циклотронный резонанс² уменьшение поверхностного сопротивления металла при кратности периода t обращения определенной группы электронов t = nT; n =периоду тока: = 1, 2, 3, ... Эта группа определяется тем, что она должна состоять из электронов, обла-

дающих практически одинаковыми динамическими свойствами, и быть достаточно многочисленной, что имеет место для определенных участков поверхности Ферми, например прилегающих к ее экстремальным сечениям. Из приведенного условия резонанса следует, что

$$\omega = n\Omega = \frac{neH}{m^*c}, \qquad (1a)$$

где Ω — ларморова частота для электронов с эффективной массой m^* . Отсюда вытекает, что при изменении поля H минимумы поверхностного сопротивления — резонансы порядка n — будут следовать периодически в функции от H^{-1} через промежутки $\Delta H^{-1} = e/m^* c \omega$. Запись такого эксперимента ³ приведена на рис. 2; его прямой результат — измерение m^* .

По мере уменьшения поля H растут размеры траекторий электронов и порядок n наблюдаемого резонанса — до поля H_{ot} , при котором поцеречник траектории становится равным толщине образца D. Столкновение с поверхностью (см. рис. 1) нарушает периодичность движения электрона и, следовательно, нарушает условия резонанса, что ведет к исчезновению в записи эксперимента циклотронных резонансов порядка выше n_{ot} . Это явление отсекания циклотронных резонансов демонстрируется верхней кривой 3 на рис. 2. Скачок поверхностного сопротивления при значении поля, при котором наступает равенство поперечника траекторий определенной группы электронов толщине образца, наблюдается также и в том случае, если условие резонанса (1а) не выполняется (отсекание нерезонансных траекторий ⁴). Такого рода размерные эффекты позволяют измерить поперечник сечения поверхности Ферми 2p = (e/c) HD, на котором лежат орбиты изучаемой группы электронов; приведенная формула получается непосредственно интегрированием уравнения движения элек-

трона $\mathbf{p} = (e/c)$ [rH] (р — импульс электрона, г — его радиус-вектор). Увеличение размеров траекторий при уменьшении поля H ведет к падению амплитуды циклотронных резонансов с ростом n. Это происходит вследствие рассеяния электронов при их движении внутри металла



Рис. 2. Запись циклотронных резонансов на монокристаллах олова толщиной 2 мм (1 и 2) и 0,982 мм (3)³; остаются видимыми резонансы порядка 5,6 электронов меньшей массы.

Видно, что на кривой 3 отсутствуют резонансы порядка 27 и более. Порядки резонансов указаны под кривыми 1 и 3 (Sn; 3,75° K; 9,4 Геч; Н || С4_1 N || С2).

на тепловых фононах и дефектах кристаллической решетки образца. Если толщина образца достаточно велика, то в записях опыта (1 и 2 на рис. 2) видно, как по мере увеличения n резонансы уширяются, перестают разрешаться, приобретают вид синусоидальных осцилляций уменьшающейся амплитуды и, наконец, исчезают под шумами.

III. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для изучения перечисленных выше высокочастотных явлений и осцилляций поверхностного сопротивления металла в слабом магнитном поле, исследованию которых посвящена эта статья, нужен метод измерения, достаточно чувствительный для того, чтобы регистрировать весьма малые изменения поверхностного сопротивления образца. Обычно в СВЧ радиоспектроскопах непосредственным объектом измерений служит не образец, а объемный резонатор, в котором образец помещается таким образом, чтобы изменения его поверхностного сопротивления возможно сильнее влияли на свойства резонатора. Чаще всего измеряются изменения добротности резонатора, зависящей от активного поверхностного сопротивления образца.

В работах ^{1, 9-11} применен метод частотной модуляции ⁵, позволяющий измерять малые изменения собственной частоты резонатора, вызываемые изменениями поверхностного сопротивления образца. При этом обычно измерительная схема настраивается так, чтобы регистрировать изменения реактивной компоненты поверхностного сопротивления, но можно регистрировать и изменения его активной компоненты.

Измерительная установка, схема которой изображена на рис. 3, действует следующим образом. Изучаемый образец металла служит частью СВЧ резонатора, охлаждаемого жидким гелием и помещенного в магнитное поле. Если изменение поля



Рис. 3. Блок-схема установки для измерений методом частотной модуляции ⁵.

Относительная стабильность частоты эталовного генератора, стабилизированного сверхпроводящим резонатором высокой добротности, составляет ~10-°.

влияет на поверхностное сопротивление образца, то это ведет к изменению электрических характеристик резонатора. Резонатор включен в широкополосную цень обратной связи автогенератора на лампе с бегущей волной, и его характеристики определяют частоту генерируемого сигнала. Модуляция магнитного поля с частотой ~10 ги приводит к частотной модуляции СВЧ сигнала автогенератора. Электронная схема, измеряющая девиацию частоты, вырабатывает напряжение, пропорциональное логарифмической производной поверхностного сопротивления образца по магнитному полю. Это напряжение (которое может быть прокалибровано в единицах ги/г) записывается двухкоординатным самопищущим электронным потенциометром как функция магнитного поля. Поле создается системой Гельмгольца с компенсацией магнитного поля Земли, измеряется величиной тока катушек и калибруется по ядерному магнитному резонансу.

Приведенные на рис. 2, 6, 8, 17 записи экспериментов, получены описанным методом частотной модуляции 5. Чувствительность метода к относительным изменениям поверхностного сопротивления Z образца составляет $\sim 10^{-6}$, а в пересчете на абсолютные изменения глубины проникновения δ электромагнитного поля CBЧ в металл она равна $\sim 10^{-11}$ см.

Устройство резонатора полоскового типа, применявшегося в этих экспериментах, показано на рис. 4. Имеющий форму плоского диска образец О служит дном цилипдрического объема, в котором находится резонансный элемент — прямоугольная полоска 1, электрическая длина которой равна половине длины волны генерируемого сигнала СВЧ. Токи СВЧ, наводимые в образце, текут по участку его поверхности, находящемуся под полоской, в направлении ее длины. Поворот нижней части



Рис. 4. Полосковый резонатор в разрезе.

Тип волны *TEM*. О — образец; 1 — резонирующая полоска; 2 — пенополистирол; 3 — корпус; 4 — коаксиальные линии связа; 5 — диск из плавленого кварца; 6 и 7 — катушки, служащие для определения начала отсчета углов ориентации магнитного поля по обращению в нуль э. д. с., возбуждаемой модуляцией поля в этих катушках.



Рис. 5. Форма из оптического плавленого кварца для выращивания металлических монокристаллов.

1 — Полость, в которой кристаллизуется образец; 2 — притертые пробки, скреплиющие детали формы; 3 — капилляр с затравочным кристаллом, имеющий зеркальную лыску для ориевтации; 4 — конец вронки, из которой заливается металл; 5 — канал, выфрезерованный в задней стенке формы.

корпуса 3 резонатора вместе с образцом позволяет изменять поляризацию токов относительно кристаллографических осей образца. Образец-монокристалл О свободно лежит на кварцевом диске 5, на котором он был выращен; отсутствие каких-либо механических креплений образца предотвращает его повреждения, которые могли бы возникнуть вследствие напряжений при изменениях температуры.

Металлические образцы-монокристаллы выращивались из расплава в оптически полированных разборных формах, изготовленных из плавленого кварца. Устройство одной из форм показано на рис. 5; монокристалл вырастает в круглой полости *I*, расположенной в середине формы и образованной толстыми боковыми стенками формы и зажатыми между ними вкладышами, которые скреплены сквозными притертыми пробками 2. Вставленный в форму снизу капилляр 3 содержит нужным образом ориентированный затравочный кристалл; в воронку, оканчивающуюся притертым капилляром 4 и вставленную сверху, закладывается металл. Форма, со слегка закопченными внутренними поверхностями, помещается в вакуумную установку с печью, которая нагревает форму, обеспечивая вертикальный градиент температуры. После того как расплавленный металл, пройдя сквозь капилляр 4 и канал 5, наполнит форму, она охлаждается снизу, и при этом от затравки растет монокристалл, заполняющий полость, толщина которой определяется обычно заранее вложенным в нее кварцевым диском. После вскрытия формы от монокристалла отрезаются литник и затравка, и он переносится в резонатор па кварцевом диске (5 на рис. 4), находившемся в полости формы.

Направление кристаллографических осей в образце определяется по анизотропии исследуемых эффектов и контролируется рентгенографически.

IV. ЭФФЕКТ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОВЕРХНОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛА В СЛАБОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

На рис. 6, а приведена запись эксперимента, который показывает появление нового эффекта — осцилляций поверхностного сопротивления металла в слабом магнитном поле¹ — в области полей, лежащей гораздо



Рис. 6. а) Осцилляции поверхностного сопротивления олова в слабом магнитном поле; б) запись циклотронных резонансов высших порядков. Sn; 3.75° K; 9.4 Гги; Н∥С4⊥N, I∥С2.

ниже той, в которой исчезают следы циклотронных резонансов высших порядков, видимых на рис. 6, б. Амплитуда этих новых осцилляций довольно значительна — приблизительно той же величины, что и амплитуда циклотронных резонансов первых порядков.

Новый эффект был обнаружен в работе ¹ методом частотной модуляции ⁵ на олове, индии и кадмии, причем был выяснен ряд эмпирических характеристик эффекта. Его существование было подтверждено наблюдениями, сделанными в работах ⁶ на олове и ⁷ на вольфраме. Наиболее подробные экспериментальные исследования эффекта на олове, индии и алюминии были выполнены в работе ⁸ в диапазоне частот 28—70 Ггц.

Для выяснения физических причин возникновения нового эффекта, длительное время остававшихся непонятными, необходимо было исследовать его на металле, поверхность Ферми которого хорошо известна, с тем, чтобы сопоставить основные характеристики эффекта с определенными особенностями поверхности Ферми. Таким металлом является висмут; его сравнительно простая поверхность Ферми детально изучена, и многие ее числовые характеристики измерены с очень высокой точностью. По этой причине были предприняты экспериментальные исследования осцилляций поверхностного сопротивления висмута ⁹⁻¹¹, используемые в этой статье для сравнения с теоретическими расчетами.

Запись эксперимента с монокристаллом висмута приведена на рис. 7. Видно, что при уменьшении магнитного поля циклотронные резонансы быстро ослабевают, исчезая под шумами, и вместо них возникают осцилляции поверхностного сопротивления значительной амплитуды, расположение которых в функции от поля оказывается совершенно иным.



Рис. 7. Осциллянии поверхностного сопротивления висмута в слабом магнитном поле и циклотронные резонансы высших порядков (18—23), наблюдаемые в поле > 1 э. Ві; 2 мм; 1,7° К; 9,4 Ггч; С₃ || N.

Рассмотрим эмпирические характеристики эффекта осцилляций поверхностного сопротивления металла в слабом магнитном поле.

1) Эффект наблюдается только на очень чистых и физически совершенных монокристаллах, обладающих оптически гладкой поверхностью. Механическое повреждение (изгиб) кристалла или травление поверхности уничтожают эффект. В случае олова достаточно травления парами соляной кислоты, приводящего к появлению неровностей величиною порядка единиц микрон ¹². В случае висмута требуется более грубая обработка жидким травителем до появления неровностей величиною порядка десятков микрон; при этом еще остаются заметными очень слабые осцилляции в полях <0,1 э, тогда как более сильные осцилляции в полях >1 э исчезают полностью ¹¹.

2) Эффект наблюдается в области гелиевых температур; амплитуда осцилляций на висмуте растет с понижением температуры по закону $A(T^{\circ}) \cong A(0) [1 - (T^{\circ}/6)]$ в интервале $4, 2 - 1, 6^{\circ}$ К.

3) Имеют место осцилляции обеих компонент комплексного поверхностного сопротивления металла; при этом изменения активного поверхностного сопротивления, как функции магнитного поля, пропорциональны производной по полю от изменений реактивного поверхностного сопротивления ¹.



Рис. 8. Осцилляции поверхностного сопротивления висмута, записанные при различных направлениях вектора поля **H**, указанных справа от кривых. 3:1 — место изменения усиления схемы втрое (Bi; 1,7° K; 9,4 Гги; **H**_C₃ || N).



Рис. 9. H_n (ϕ)-зависимость значений поля, соответствующих различным максимумам осцилляций, показанным на рис. 8, от направления вектора поля.

 $\varphi = \Rightarrow HC_1$; $A(\phi)$ — зависимость амплитуды самого высокого максимума от направления тока, $\phi = \Rightarrow C_2 \mathbf{I}$ (Bi; 9,4 Геч; $\mathbf{H} \perp C_3 \parallel N$).

4) Значение поля H_n , соответствующее какому-либо характерному месту (например, максимуму) осцилляции номера n, анизотропно и растет по закону $H_n(\varphi) = H_n(0)$ sec φ при повороте вектора H на угол φ по отношению к некоторому кристаллографическому направлению в образце, независимо от угла наклона поля к его поверхности ¹. При небольших φ этот закон верен всегда; при φ , близких к границе наблюдения осцилляций на данном образце, поле H_n иногда растет быстрее ⁸. На рис. 8 показана запись осцилляций поверхностного сопротивления висмута при разных направлениях поля H. Полученная в результате таких экспериментов полярная диаграмма $H_n(\varphi)$ для базисной плоскости кристалла висмута приведена на рис. 9; видно, что закон $H_n(\varphi) = H_n(0)$ sec φ , выражаемый прямыми линиями, выполняется во всей области наблюдения осцилляций ^{10, 11}.

5) Амплитуда осцилляций зависит от поляризации токов CBЧ, следуя закону $A(\vartheta) = A(0) \cos \vartheta$, где ϑ — угол между направлением вектора I и кристаллографическим направлением $\varphi = 90^\circ$. Соответствующий график (окружность) и эксцериментальные точки, полученные при исследованиях висмута, показаны на рис. 9. Таким образом, абсолютный максимум амплитуды осцилляций наблюдается при $\varphi = 0^\circ$, $\vartheta = 0^\circ$ ^{8, 10, 11}.

6) Увеличение частоты ω измерительного тока ведет к растяжению осцилляций в направлении больших полей по закону $H_n \sim \omega^{3/2}$ ^{8,9}.

7) Эффект не удалось обнаружить на меди, серебре, натрии и калии 6.

V. КЛАССИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ ПРОИСХОЖДЕНИЯ ЭФФЕКТА

1. Прежде всего рассмотрим некоторые результаты эмпирических исследований эффекта. Наиболее ясный и непосредственный вывод следует из характера его анизотропии, особенно четко выраженной для висмута (рис. 9): эффект определяется величиной проекции магнитного поля $H_n(0) = H_n(\varphi) \cos \varphi$ на большую ось сильно вытянутого электронного «эллипсоида» поверхности Ферми, средняя часть которого (с точностью экспериментов) является цилиндрической ^{13, 14}.

Полярная диаграмма рис. 9 отвечает трем цилиндрическим поверхностям Ферми, оси которых перпендикулярны бинарным осям C_2 кристалла висмута (эти цилиндры суть средние части трех электронных «эллицсоидов»). Движение электронов, принадлежащих цилиндрической поверхности Ферми, определяется проекцией магнитного поля на ось цилиндра; другая компонента поля никакого влияния на движение не оказывает. Траектории, а вместе с тем и скорости электронов лежат в плоскостях, перпендикулярных оси цилиндра, что полностью согласуется с зависимостью амплитуды эффекта от поляризации токов СВЧ.

Отметим, что поверхности Ферми поливалентных металлов, на которых наблюдался эффект, имеют части, форма которых близка к цилиндрической (бочка дырочной поверхности IV зоны олова ⁴, трубки электронных поверхностей III зоны индия ¹⁵ и алюминия ¹⁶), причем анизотропия H_n во всех случаях позволяет связать эффект с этими «цилиндрами». В то же время одновалентные металлы, на которых до сих пор не удавалось обнаружить эффект, имеют почти сферические поверхности Ферми.

Выделив, таким образом, относительно многочисленную экстремальную группу электронов проводимости, которые в слабом магнитном поле должны вызывать осцилляции поверхностного сопротивления металла, обратимся к дальнейшему анализу их движения с целью выяснить возможные физические причины эффекта.

2. В магнитном поле $H \sim 1$ э радиус кривизны траекторий электронов R = Pc/eH составляет для висмута R (Bi) ~ 0.1 см, для олова R (Sn) \sim

~ 10 см, т. е. $R \ge l$, D, где длина свободного пробега электронов $l \sim 0.1$ см и толщина образца $D \le 0.1$ см (соответствующие величины для олова и других поливалентных металлов имеют одинаковый порядок). Из этой оценки следует, во-первых, что электрон, движущийся по «скользящей» траектории, точка поворота которой O находится вблизи поверхности металла (рис. 10), может побывать в скин-слое δ (Bi) $\cong 10^{-4}$ см, δ (Sn) $\simeq 10^{-5}$ см только один раз на пути свободного пробега. Во-вторых, дуга траектории, умещающаяся в скин-слое, стягивает малый угол $\alpha \cong \sum \sqrt{2\delta/R} \sim 10^{-1} - 10^{-3}$, вследствие чего ее можно считать дугой окружности; ее радиус R определяется радиусом кривизны поверхности Ферми P



Рис. 10. Скользящая по поверхности металла траектория электрона, пронизывающего скин-слой, в слабом магнитном поле.

в точке, вблизи которой остается изображающая точка движущегося в скин-слое электрона.

Продолжительность движения электрона в скин-слое составляет $t = 2\alpha R/v_F \sim 10^{-10}$ сек (фермиевская скорость электронов $v_F \sim -10^8$ см/сек), т. е. порядка величины периода T токов частоты $\omega/2\pi \sim 10$ Ггу, на которой производились описанные в гл. IV опыты. Это сопоставление немедленно наводит на мысль о том, что зависимость поверхностного сопротивления от магнитного поля Z(H)должна иметь особенность в поле

 H_t , при котором t = T/2. При этом условии передача энергии электрону от электрического поля в скин-слое будет максимальной. Воспользовавшись приведенными выше формулами для t, α , R, найдем

$$H_t = \frac{8c}{\pi^2 e} \frac{P}{v_F^2} \,\delta\omega^2. \tag{1}$$

Оценка дает величину H_t (Bi) ~ 1 э, H_t (Sn) ~ 10 э, попадающую в область полей, в которой наблюдаются осцилляции. Более точный расчет, выполненный в работе ⁶, приводит практически к такому же результату.

Однако рассмотренная ситуация оправдывает появление лишь некоторой одинокой особенности Z(H), не объясняя возникновения осцилляций. Можно попытаться привлечь дополнительное соображение, заключающееся в том, что ряд особенностей Z(H) должен возникать при выполнении условий t = [n + (1/2)]T (n = 0, 1, 2, 3, ...), что, несомненно, следовало бы учесть при движении электрона в однородном переменном электрическом поле⁸. В этом случае особенности Z(H) должны были бы иметь место при значениях поля

$$H_{tn}=\frac{H_t}{(2n+1)^2},$$

относительно далеко отстоящих одно от другого по закону, не согласующемуся с экспериментом. Впрочем, такой подход вообще вряд ли оправдан: ведь надо принять во внимание, что электрическое поле в скинслое падает приблизительно экспоненциально с глубиной (при аномальном скин-эффекте), вследствие чего при любом магнитном поле подавляющую роль в отборе энергии электроном будет играть участок его траектории, ближайший к поверхности металла. 3. При выяснении условий наиболее эффективной передачи энергии электрону от переменного электромагнитного поля необходимо принять во внимание движение электромагнитной волны в скин-слое в направлении внутренней нормали z к поверхности металла со скоростью $v_B = \omega \delta \sim 10^6 \ cm/cek$. Если бы волна не затухала, то максимум энергии получали бы электроны, движущиеся в глубь металла со скоростью v_B в поле постоянной фазы (условие Ландау); в отсутствие постоянного магнитного поля это — электроны, движущиеся под углом $\alpha_{эф\phi} \simeq v_B/v_F \sim 10^{-2}$ к поверхности металла. Если учесть затухание волны, то максимум энергии будут получать электроны, движущиеся под меньшим, но не равным



Рис. 11. Нижняя часть рисунка — пространство импульсов (F — сечение поверхности Ферми); верхняя часть рисунка — пространство координат (S — сечение поверхности металла).

a - траектории электронов при <math>H = 0, па обеих частях рисунка l - траектории электронов при <math>H = 0; соответствующие векторы фермиевской скорости v_F обозначены одинаковыми индексами. Пояски a и b изображены прямолинейными ради упрощения рисунка.

нулю углом а. Это означает, что поясок *а* поверхности Ферми (рис. 11), изображающий эффективные электроны, есть ее область, на которой вектор скорости электронов наклонен к плоскости границы металла внутрь него на малый угол а, а не параллелен границе, как это считается согласно «концепции неэффективности» Пиппарда ¹⁷. Такое смещение пояска эффективных электронов по поверхности Ферми от ее центрального сечения *с* в направлении *z* относительно не мало, поскольку угол $\alpha_{эф\phi} \gg \alpha_P$, где $\alpha_P = \delta/l \sim 10^{-4}$ — угловая ширина «пояска эффективности» Пиппарда (*с* на рис. 11).

Включение магнитного поля, искривляющего траектории электронов, приведет к повороту пояска эффективности относительно вектора поля, если считать, что эффективными будут электроны, средняя скорость которых в скин-слое на пути от поверхности в глубь металла равна скорости волны. Поворачивающийся при увеличении поля поясок эффективности (рис. 11) при некотором поле $H_{\rm JI}$ попадет на центральное сечение с поверхности Ферми, так что оптимальные условия Ландау будут выполнены для принадлежащей центральному сечению экстремальной группы электронов, начинающих движение со скоростью, касающеюся границы металла (см. рис. 10). Полагая для оценки $\alpha \cong \alpha_{abb}$, получим

$$H_{\Pi} \simeq \frac{2c}{e} \frac{P}{v_F^2} \,\delta\omega^2,\tag{2}$$

т. е. величину, практически совпадающую с вычисленным выше значением H_t . Таким образом, рассмотренный механизм в принципе может также вызвать появление одиночной особенности функции Z(H) в области слабых магнитных полей, однако каких-либо причин для появления осцилляций здесь, по-видимому, указать нельзя.

4. До сих пор мы рассматривали электроны, движущиеся по дуговым орбитам, центры которых лежат в глубине металла (см. рис. 10). Перейдем теперь к рассмотрению роли электронов, движущихся по дугам, центры которых лежат вне металла над его поверхностью (рис. 12). Как будет видно из дальнейшего, это весьма существенный шаг к объяснению при-



Рис. 12. Начинающаяся и оканчивающаяся на поверхности металла «скачущая» траектория электрона в слабом магнитном поле.

роды изучаемого эффекта ^{9, 10}. Эти электроны принадлежат точкам поверхности Ферми, диаметрально противоположным тем точкам, к которым относятся ранее рассматривавшиеся электроны. (Поскольку эти точки расположены симметрично относительно центра ячейки обратной решетки, они эквивалентны.)

Рассматриваемые электроны начинают движение в точке Oна поверхности металла (рис. 12), уходят внутрь металла на глубину h и через время t_0 возвращаются к его поверхности. Совершив скачок по по-

верхности металла, такой электрон отразится от нее в случайном направлении, т. е. рассеется от нее (возможность зеркального отражения обсудим позже). Все электроны, принадлежащие пилиндрической поверхности Ферми, движутся с одинаковыми скоростями v_F по дугам одинакового радиуса R = Pc/eH. Центры разных дуг лежат на разных расстояниях от поверхности металла, и длины этих дуг, опирающихся на поверхность металла, различны. Из всего множества дуг выберем те, при движении по начальным участкам которых выполняется условие Ландау оптимального ускорения электронов полем волны E(t) СВЧ в скин-слое δ . Это условие (как уже упоминалось) состоит в равенстве скоростей волны v_R и электрона в направлении внутренней нормали Ог к поверхности металла: оно определяет угол $\alpha = v_B / v_F = \omega / k v_F \sim 10^{-2}$ (k — волновое число). Таким образом, рассматривая лишь электроны, движущиеся в скин-слое в фазе с волной, затухание которой не принимается в расчет, можно выделить экстремальную группу синхронно движущихся электронов, получающих максимум энергии от электромагнитной волны.

Продолжительность движения электронов избранной группы по их дуговым траекториям равна $t_0 = 2\alpha/\Omega$, где $\Omega = ev_F H/Pc$ — ларморова частота. Ясно, что при некоторых значениях магнитного поля H_n может иметь место простое кратное отношение между t_0 и периодом СВЧ поля T; каждый раз, когда это случится при изменении поля H, должна наблюдаться особенность функции Z(H), что и приведет к ее осцилляциям. При достаточно слабом поле H будет выполняться условие $h > \delta$ (см. рис. 12). В этом случае взаимодействие электрона с полем E(t) происходит главным образом в начале и в конце его траектории, средняя часть которой пролегает в глубине металла. В результате этого максимальный вклад рассматриваемой группы электронов в СВЧ ток и, следовательно, особенность Z(H) будут иметь место при выполнении условия $t_0 = nT$ (n = 1, 2, 3, ...), из которого следует соотношение $(\alpha/\pi) \omega = n\Omega$.

Отметим, что последнее равенство в частном случае $\alpha = \pi$ переходит в известное условие (1а) классического циклотронного резонанса $\omega = n\Omega$. Это вполне согласуется с тем обстоятельством, что в рассматриваемой ситуации предполагаемая причина осцилляций поверхностного сопротивления аналогична причине циклотронного резонанса: ток СВЧ в скинслое увеличивается, когда магнитное поле таково, что оно обеспечивает синхронное с полем СВЧ возвращение в скин-слой определенным образом выделенной экстремальной группы электронов.

Для значений магнитного поля H_n , при которых выполняется полученное выше условие, найдем

$$H_n^{-1} = n \frac{\pi e k \iota_F^2}{c P \omega^2} = n \Delta H^{-1} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$
(3)

Таким образом, в рассмотренном случае $h > \delta$ должны иметь место периодические осцилляции функции $Z(H^{-1})$ с периодом

$$\Delta H^{-1} = \frac{\pi e v_F^2}{c P \omega^2 \delta} \,. \tag{4}$$

В этом равенстве использовано соотношение $k = 1/\delta$, приблизительно верное в условиях аномального скин-эффекта.

В случае более сильного поля, когда $h < \delta$, траектория электрона целиком лежит в скин-слое и амплитуду СВЧ поля E(t) можно считать одинаковой на всем пути электрона. Вклад движущихся в таких условиях электронов в ток СВЧ максимален при $t_0 = [n + (1/2)] T$, поскольку скорость дрейфа, приобретаемая электроном в однородном поле СВЧ за время nT, равна нулю. В рассматриваемом случае условия движения электронов аналогичны условиям в релаксационной области ¹⁸: вклад электрона в ток СВЧ определяется отличием времени его свободного пробега от любого целого числа периодов СВЧ поля. Следовательно, особенности функции $Z(H^{-1})$ должны иметь место при значениях поля

$$H_n^{-1} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \Delta H^{-1} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots), \tag{5}$$

т. е. осцилляции Z (H^{-1}) должны происходить с тем же периодом (4), что и в случае $h > \delta$, но со сдвигом на $\Delta H^{-1}/2$.

Выясним, какой из двух рассмотренных случаев может осуществиться в действительности, найдя связь между h и δ . Поскольку траектории электронов можно считать дугами окружностей, то $h = R\alpha^2/2$ и простой расчет приводит к соотношению $h/\delta = 3t_0/2T$. Осюда следует, что случай $h < \delta$ может осуществиться только при $t_0 = T/2$, т. е. при n = 0; все другие особенности Z (H^{-1}), возникающие при меньших полях H_n , могут относиться лишь к случаю $h > \delta$ при $n \gg 1$ или к переходным условиям движения электрона при $n \sim 1$.

Обратимся к сравнению с экспериментом. Оценка по формуле (3) дает H_1 (Bi) $\simeq 0.3 \mathfrak{s}, H_1$ (Sn) $\simeq 3 \mathfrak{s},$ что очень хорошо согласуется с наблюдением. Хуже обстоит дело с периодичностью осцилляций: получающиеся на опыте спектры значительно сложнее, чем предсказание формул (3) и (5), и подбором входящих в них параметров можно добиться удовлетворительного согласия в положении лишь части наблюдаемых осцилляций.

Есть еще один пункт, в котором все полученные на основе классических гипотез формулы (1)—(5) противоречат опыту: речь идет о зависимости H_n от частоты. Как известно, при аномальном скин-эффекте $\delta \propto \omega^{-1/3}$, поэтому формулы (1)—(5) приводят к одинаковой зависимости поля особенности Z (H) от частоты: $H_n \propto \omega^{5/3}$, тогда как опыты ^{8, 9} дают $H_n \propto \omega^{3/2}$.

Итак, попытки объяснения осцилляций поверхностного сопротивления металла путем классического анализа движения электронов приводят лишь к частичному успеху: удается найти физические механизмы, способные привести к появлению одиночных особенностей и осцилляций функции Z(H) в правильном диапазоне частот и полей, согласующиеся с рядом эмпирических характеристик эффекта. Однако сравнение с результатами экспериментов показывает, что некоторые важные особенности эффекта противоречат выводам, полученным на основе рассмотренных гипотез.

Сложный характер наблюдаемых спектров осцилляций не исключает возможности того, что описанные выше особенности классического происхождения имеют место, но тем не менее совершенно ясно, что основной вклад в эффект вносит другой механизм, который, как мы увидим далее, имеет чисто квантовую природу.

VI. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА. МАГНИТНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

1. Квантование «скользящих» траекторий типа изображенной на рис. 10, выполненное в работе ¹⁹, показало, что квантовый подход к расчету поверхностного сопротивления металла в слабом магнитном поле может оказаться плодотворным, однако объяснения эффекта при этом получено не было.

Решающий шаг к выяснению физических причин эффекта сделали Ни и Пранги^{20, 21}, применив квантование к рассмотрению «скачущих» траекторий^{9.10}, подобных изображенной на рис. 12. В их работе развита теория стационарных квантовых состояний электронов проводимости, которые возникают вблизи поверхности металла под действием слабого постоянного магнитного поля. Для появления таких состояний необходимо зеркальное отражение электронов поверхностью металла.

При классическом анализе движения электронов по скачущим траекториям (в п. 4 гл. V) считалось, что электроны диффузно рассеиваются поверхностью. Учет возможности зеркального отражения существенно меняет дело, потому что при этом возникает периодическое движение электронов в импульсном пространстве (по оси z — в координатном пространстве), которое следует проквантовать. Посмотрим, какие есть основания считать вероятным зеркальное отражение электронов поверхностью металла. Прежде всего можно привести то простое соображение, что при достаточно малом угле α встречи электрона с поверхностью де-бройлевская длина волны $\lambda_{\rm E}$ электрона в направлении нормали $\lambda_{\rm E\perp} \simeq \lambda_{\rm E}/\alpha$ (это соотношение следует из формул $\lambda_{\rm B}=h/p,\;p_{\perp}=\alpha p)$ может быть достаточно большой по сравнению с шероховатостями оптически гладкой поверхности, которые имеют размеры не более длины световой волны λ_c ~ $\sim 10^{-4}$ см. Так как $\lambda_{\rm B}$ (Bi) $\sim 10^{-5}$ см, $\lambda_{\rm B}$ (Sn) $\sim 10^{-7}$ см, то для максимального угла α_{\max} , при котором $\lambda_{B\perp} \simeq \lambda_c$, получим α_{\max} (Bi) ~ 10⁻¹, α_{max} (Sn) ~ 10⁻³, что согласуется с оценкой α для скачущих траекторий в п. 4 гл. V. В такой ситуации может происходить зеркальное отражение электронов, подобно тому как отражаются оптические волны от матовой поверхности при косом падении. Однако более убедительны эксперименты,

непосредственно подтверждающие существование зеркального отражения электронов поверхностью металла.

В опытах ²² изучалось отсекание циклотронных резонансов в монокристалле висмута толщиной $\sim 0,2$ мм; при этом в магнитном поле, меньшем поля отсекания, наблюдался резонанс на электронах, испытывающих зеркальное отражение от поверхности образца. Амилитуда этого «резонанса с отражением» мало отличалась от амплитуды обычных резонансов, из чего следует, что вероятность отражения в условиях опыта была порядка единицы. Исследованиями проводимости тонких слоев и вискеров различных металлов, проведенными в последние годы (см., например, ²³⁻²⁵),

установлено, что вероятность отражения электронов проводимости поверхностью лежит в пределах ~0,5—1. Таким образом, предположение о зеркальном отражении электронов поверхностью металла при их движении по скачущим орбитам вполне обоснованно.

2. Проведем простой расчет спектра стационарных состояний электронов в слабом магнитном поле, применив правило квантования Бора — Зоммерфельда

$$\oint \mathbf{p} \, d\mathbf{r} = n_1 h,$$

⊙ H 1 2 pz Pz

Рис. 13. Орбиты электрона в импульсном пространстве:

1 — полная, 2 и 3 — усеченные отражениями от поверхности металла.

где $n_1 = n + \gamma$ ($n = 1, 2, 3, ...; 0 < \gamma < 1$). Из правила Бора — Зоммерфельда вытекает условие квантования площади замкнутой орбиты электрона в импульсном пространстве

$$S_p = n_1 e h H/c = n_1 S_p^0 \tag{6}$$

когда электрон движется в однородном постоянном магнитном поле H. Следствием этого условия является образование уровней Ландау, определяющих разрешенные стационарные состояния электронов. Число n уровней Ландау в пределах энергии Ферми ε_F в поле $H \sim 1$ э составляет n (Bi) $\sim 10^4$, n (Sn) $\sim 10^8$, а их энергетическое расщепление

$$\Delta \varepsilon$$
 (Bi) ~ $\varepsilon_F/n \sim 10^{-2}$ °K, $\Delta \varepsilon$ (Sn) ~ 10^{-4} °K.

Очевидно, что при температуре образца $\sim 1^{\circ}$ К соседние уровни Ландау равно заселены и переходы между ними не могут наблюдаться.

Так обстоит дело, если орбита представляет собой полное сечение 1 (рис. 13) поверхности Ферми плоскостью, перпендикулярной полю Н. Если же траектория электрона в координатном пространстве оказывается усеченной вследствие столкновения электрона с поверхностью металла и зеркального отражения от нее, то квантованию подлежит соответствующая часть площади орбиты в импульсном пространстве. Например, орбита, очерченная пунктиром 2 на рис. 13, соответствует движению электрона от одной до другой поверхности тонкого образца — такая ситуация рассмотрена в работе 26 с точки зрения исследования эффекта де Гааза ван Альфена. Частный случай подобного рода усеченных траекторий возникает при отражении электронов от одной поверхности образна: при этом появляются скачущие траектории, которым отвечает в импульсном пространстве орбита, отмеченная жирной линией 3 на рис. 13. В таком случае квантовать следует заштрихованную на рис. 13 площадь сегмента; при малых размерах сегмента ограничивающую его орбиту 3 можно считать дугой окружности с радиусом R, равным радиусу кривизны сечения поверхности Ферми в вершине сегмента.

Перейдем от орбиты в импульсном пространстве к траектории в координатном пространстве (рис. 14). Линейные элементы пространств связаны соотношением $d\mathbf{p} = (e/c) [d\mathbf{r} \mathbf{H}]$, откуда следует связь площадей

$$S_p = \left(\frac{eH}{c}\right)^2 S_r.$$
 (7)

Площадь малого сегмента, охватываемого траекторией в координатном пространстве, равна

$$S_r = \frac{4}{3} \sqrt{2Rz_n^3},\tag{8}$$

где R = Pc/eH — радиус кривизны дуги, z_n — высота сегмента, отвечающего *n*-й стационарной орбите электрона, разрешенной правилом



квантования (6). Подставляя равенства (7) и (8) в (6), получаем квантованные значения

$$z_n = \left(\frac{3h}{4\sqrt{2}}\right)^{2/3} \left(\frac{c}{eHP}\right)^{1/3} n_1^{2/3}, \quad (9)$$

однозначно определяющие разрешенные траектории электронов для n = 1, 2, 3, ...

Заметим, что из правила квантования (6) и равенства (7) следует выражение для потока Ф магнитного поля, охватываемого траекторией электрона:

Рис. 14. Траектория электрона, скачущего по отражающей его поверхности металла под действием слабого магнитного поля.

 $\Phi = HS_r = n_1 \frac{ch}{e} = n_1 \Phi^0$, (10)

где Φ^0 — квант потока; это соотношение можно применить для квантования траекторий электрона в координатном пространстве.

Найдем теперь уровни энергии разрешенных состояний. Движущийся по траектории со скоростью v_F электрон при столкновении с поверхностью металла испытывает зеркальное отражение и приобретает в направлении нормали z начальную скорость $v_{\perp} = v_F \alpha$. На пути до точки поворота, которая находится на глубине z_n , электрон теряет энергию $\Delta E_n = m v_{\perp}^2/2$. Используя верную для малого сегмента формулу $z_n = R\alpha^2/2$ и выражение для R, приведенное выше, найдем величину

$$\Delta E_n = \frac{e}{c} v_F H z_n, \tag{11}$$

характеризующую *n*-е стационарное состояние электрона. Систему энергетических уровней (11) можно рассматривать как набор разрешенных состояний электронов в потенциальной яме, образованной бесконечно высокой потенциальной стенкой на границе металла z = 0 и линейно возрастающим в глубь металла потенциалом $V(z) = (e/c) v_F H z$.

Расчет формулы (11) содержит приближение, заключающееся в замене траектории, по которой движется электрон в магнитном поле, дугой нараболы. Точность его весьма высока вследствие малости углового размера дуги α . Суть же этого приближения состоит в замене лоренцевой силы, действующей на электрон, равной ей постоянной силой, направленной неизменно по нормали к поверхности металла. В результате возникает картина движения электрона в поле линейно возрастающего с расстоянием z потенциала V (z). Правильность принятого приближения подтверждается тем, что решение уравнения Шрёдингера для рассматриваемой задачи, даваемое в п. З этой главы, приводит к тому же потенциалу V (z). Движение электрона, скачущего по поверхности металла в поле силы, потенциал которой возрастает линейно с расстоянием от поверхности, вполне аналогично движению упругого шарика в поле тяжести, скачущего по жесткой горизонтальной поверхности; эквивалентность решений этих двух задач очевидна.

Частоты линий резонансного поглощения или испускания, соответствующие переходам между различными энергетическими уровнями (11), определяются по формуле Эйнштейна

$$\mathbf{v}_{nk} = \frac{\Delta E_n - \Delta E_k}{h} = \left(\frac{3e}{4\sqrt{2}c}\right)^{2/3} \quad \left(\frac{H^2}{Ph}\right)^{1/3} v_F (n_1^{2/3} - k_1^{2/3})^{3/2}.$$
(12)

Эта формула, подобно формуле Бальмера для спектра водородного атома, описывает спектр, линии которого образуют серии, различающиеся квантовым числом k (аналогичные сериям Лаймана, Бальмера, Пашена и т. д.). Частоты линий зависят от магнитного поля; если же зафиксировать частоту v и вычислить резонансные значения магнитного поля, то получим

$$H_{nk} = \frac{4 \sqrt{2h} c}{3e} v^{3/2} \left(\frac{P}{v_F^3}\right)^{1/2} (n_1^{2/3} - k_1^{2/3})^{-3/2}.$$
 (13)

При найденных значениях поля должны наблюдаться максимумы поглощения электромагнитного излучения частоты v в скин-слое металла, которые будут проявляться как осцилляции зависимости поверхностного сопротивления металла от магнитного поля.

Отметим, что содержащаяся в формуле (13) зависимость резонансного поля от частоты $H_{nk} \propto v^{3/2}$ находится в согласии с результатами экспериментов; подробное сравнение теории и опыта проведем после решения задачи методами квантовой механики. Такое решение необходимо потому, что проведенное выше квазиклассическое рассмотрение задачи оставляет неизвестной квантовую добавку γ и дает определенный результат только для больших n, k.

3. Квантовая теория поверхностных электронных уровней, возникающих в слабом магнитном поле, разработана Ни и Пранги ^{20, 21} и состоит в следующем.

Рассмотрим движение электронов, принадлежащих цилиндрической поверхности Ферми, в системе координат рис. 14. Магнитное поле имеет координаты H (0, H, 0), вектор-потенциал A (Hz, 0, 0). По скачущим орбитам будут двигаться электроны, имеющие импульс $p_x < 0$. Считая малыми величины $H, z, p_z, \delta p_x$, вычислим гамильтониан электрона, удерживая малые второго порядка:

$$\mathscr{H} = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \simeq \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_x e}{mc} Hz + \frac{p_z^2}{2m} \,.$$

Обозначим различные величины, относящиеся к точке поворота, индексом 0. Имея в виду, что $p_x = p_{x0} - \delta p_x$, произведем разложение в ряд вблизи точки поворота:

$$\frac{p_x^2}{2m} \simeq \varepsilon (p_{x0}, 0) + \frac{p_{x0}}{m} \delta p_x = \varepsilon_F + v_{x0} \delta p_{x}.$$

Используя это выражение, получаем приближенное значение гамильтониана

$$\mathscr{H} \simeq \varepsilon_F + v_{x0} \delta p_x + v_{x0} \frac{e}{c} Hz + \frac{p_z^2}{2m} .$$

3 УФН, т 96, вып. 3

Уравнение Шрёдингера, определяющее стационарные состояния, для рассматриваемой задачи имеет вид

$$(\mathscr{H}-E) \psi(z) = \left[\varepsilon_F + v_{x0} \delta p_x + v_{x0} \frac{e}{c} Hz - E - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(z) = 0.$$

Это уравнение при помощи подстановки

$$\zeta = az, \ a = \left(\frac{2p_{x0}eH}{c\hbar^2}\right)^{1/3}, \quad z_0 = \frac{E - \varepsilon_F - v_{x0}\delta p_x}{(e/c) v_{x0}H},$$

приводится к уравнению Эйри

$$\psi''(\zeta) - (\zeta - \zeta_0) \psi(\zeta) = 0,$$

которое имеет конечное при любых ζ решение, выражаемое функцией Эйри:

$$\psi(\zeta) = v(\zeta - \zeta_0).$$

Функция v (ζ) определена и табулирована В. А. Фоком в книге ²⁷; график и таблицы функции Ai (ζ) = v (ζ)/Vπ приведены также в справочнике ²⁸. Граничное условие задачи заключается в требовании зеркального отраже-



Рис. 15. Схема уровней энергии и графики волновых функций магнитных поверхностных состояний электронов.

ния электронов поверхностью металла; это значит, что на поверхности металла волновая функция должна обращаться в нуль:

$$\psi(0) = v(-\zeta_0) = 0.$$

Следовательно, искомые стационарные состояния могут иметь место при условии — $\zeta_0 = \zeta_n$ (n = 1, 2, 3, ...), где ζ_n — корни функции Эйри v (ζ). Значения ζ_n можно взять из таблиц, однако удобнее использовать их ассимптотическое выражение

$$\zeta_n = \left[\frac{3\pi}{2}\left(n - \frac{1}{4}\right)\right]^{2/3} = \left(\frac{3\pi}{2} n_1\right)^{2/3},$$
(14)

верное с точностью до 1% даже для n = 1. Вставив найденные ζ_n в формулу подстановки $\zeta_0 = az_0$ с указанными выше значениями a и z_0 , получим уровни энергии

$$E_n = \left(\frac{3he}{4\sqrt{2}c}\right)^{2/3} \frac{v_{x0}}{p_{x0}^{1/3}} (Hn_1)^{2/3} + v_{x0}\delta p_x + \varepsilon_F.$$
(15)

Схема уровней энергии стационарных поверхностных состояний электро-

нов и графики их волновых функций ψ_n (z) приведены на рис. 15; V (z) потенциальная энергия, вид которой, вытекающий из вычисленного выше гамильтониана, совпадает с выражением V (z), найденным квазиклассическим путем в п. 2 этой главы.

Частоты переходов v_{nk} между уровнями n, k, определяемые по формуле Эйнштейна из уровней энергии (15), и резонансные значения магнитного поля H_{nk} в точности совпадают (с учетом равенств $p_{x0} = P, v_{x0} = v_F$) с полученными выше при помощи правила квантования Бора — Зоммерфельда, с тем, однако, дополнением, что теперь становится известной поправка $\gamma = 1/4$ к квантовым числам $n, k = 1, 2, 3, \ldots$ Благодаря этому можно вычислить значение квантового множителя в формуле (13) и найти, таким образом, положение линий магнитного спектра в относительных единицах. Результат расчета первых пяти серий спектра n, k приведен в табл. I.

Таблица I

	ζ _n	$(\boldsymbol{\xi}_n - \boldsymbol{\xi}_k)^{-3/2}$				
<i>n</i>	k	1	2	3	4	5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	$\begin{array}{c} 2,3381\\ 4,0879\\ 5,5206\\ 6,7867\\ 7,9442\\ 9,021\\ 10,039\\ 11,003\\ 11,935\\ 12,828\end{array}$	$\begin{array}{c} 0,4320\\ 0,1761\\ 0,1066\\ 0,07534\\ 0,05788\\ 0,04679\\ 0,03917\\ 0,03364\\ 0,02943\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,5831\\ 0,2255\\ 0,1321\\ 0,09127\\ 0,06888\\ 0,05493\\ 0,04549\\ 0,03870\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,7019\\ 0,2650\\ 0,4527\\ 0,1041\\ 0,07779\\ 0,06156\\ 0,05062\end{array}$	0,8030 0,2994 0,1705 0,1153 0,08561 0,06734	$\begin{array}{c} 0,8949\\ 0,3298\\ 0,1865\\ 0,1254\\ 0,09265\end{array}$

Расчет спектра магнитных поверхностных уровней

VII. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Строгая проверка изложенной в гл. VI квантовой теории эффекта должна заключаться в вычислении абсолютных значений резонансных магнитных полей H_{nk} и сравнении их со спектром осцилляций поверх-

ностного сопротивления металла, полученным в эксперименте. Такая процедура может быть осуществлена с висмутом, поскольку его поверхность Ферми достаточно подробно и точно количественно изучена и спектр осцилляций его поверхностного сопротивления исследован с хорошим разрешением¹¹.

Как видно из формулы (13), для вычисления H_{nk} необходимо знать радиус кривизны P цилиндрической части поверхности Ферми, на которой лежат орбиты вызывающих осцилляции электронов, и фермиевскую скорость v_F этих электронов. На рис. 16 схематически изображен один из трех



Рис. 16. Схема расположения одного из трех «эллинсондов» электронной поверхности Ферми висмута относительно его кристаллографических осей.

Указаны направления магнитного поля, СВЧ токов и нормали к поверхности образца.

«эллипсоидов» электронной поверхности Ферми висмута. Электроны, вызывающие осцилляции в опыте, для которого ориентации нормали к поверхности образца, поля и тока указаны на рис. 16, изображаются точками, лежащими вдоль образующей средней цилиндрической части «эллипсоида», проходящей через точку 2. Поэтому для сравнения результатов этого опыта с теорией надо знать скорость электронов v_{F2} в точке 2 и радиус кривизны P_{23} сечения 2—3 в точке 2. Фермиевская скорость электронов измерена по допплеровскому затуханию магнитоплазменных волн в работе ²⁹:

$$v_{F2} = (11, 0 \pm 0, 5) \cdot 10^7 \ cm/ce\kappa$$
.

Радиусы кривизны можно вычислить, считая сечения поверхности Ферми эллипсами, по величинам полуосей p_2 и p_3 , параллельных C_2 и C_3 , найденным путем измерения размеров траекторий электронов 2^{22} , и по



Рис. 17. Запись осцилляции поверхностного сопротивления висмута ¹¹. В нижней части рисунка приведены расчетные положения нескольких серий резонансных линий спектра H_{nk} магнитных поверхностных уровней в висмуте (0,2 мм; 1,7° K; 9,7 Ггч; Н || С⊥N || С₃, I⊥C₂).

полуоси p₁, параллельной C₁, которая определена из отношения полуосей 1:1,46:15, измеренного по эффекту де Гааза — ван Альфена в работе ³⁰:

$$\begin{array}{l} p_2 = (5,4 \pm 0,15) \cdot 10^{-22} \ e \cdot cm/cek \\ p_3 = (7,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-22} \ e \cdot cm/cek \\ p_4 = (81 \pm 3) \cdot 10^{-22} \ e \cdot cm/cek \end{array}$$

(точнее говоря, полуоси p_1 и p_3 составляют с осями соответственно C_1 и C_3 углы по 6°20′ (см. рис. 16), но здесь это не имеет значения).

Расчет радиусов кривизны дает

$$\begin{split} P_{23} &= \frac{p_3^2}{p_2} = (11,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-22} \ \text{e-cm/cek}, \\ P_{21} &= \frac{p_1^2}{p_2} = (1200 \pm 70) \cdot 10^{-22} \ \text{e-cm/cek}. \end{split}$$

2. Запись спектра осцилляций поверъностного сопротивления висмута в опыте ¹¹, соответствующем рис. 16, приведена на рис. 17; образец был взят достаточно тонким (~ 0.2 мм), чтобы устранить методом отсекания ³ циклотронные резонансы высоких порядков, которые наблюдаются в толстом образце (см. рис. 7). В нижней части рис. 17 нанесены положения линий магнитного спектра H_{nk} , рассчитанные по формуле (13) с таким значением параметра (P/v_F^3), которое обеспечивает наилучшее согласование с экспериментом для нескольких наиболее острых и интенсивных резонансов, отмеченных тонкими вертикальными прямыми. Видно, что для десятка линий, лежащих ниже 0,5 э, удается добиться практически совершенного совпадения расчета с экспериментом; в полях большей напряженности положение неясно, и мы обсудим его несколько позже. Подставив фермиевскую скорость v_{F2} в наблюденное значение параметра (P/v_F^2), получим радиус кривизны

$$P'_{23} = (13,5 \pm 2,5) \cdot 10^{-22} \ e \cdot cm/cek$$

величина которого с точностью измерений совпадает с приведенным выше значением *P*₂₃.

Далее воспользуемся значением эффективной массы электронов опорной точки 2 (см. рис. 16), измеренным в работе ¹³ методом циклотронного резонанса:

$$m_2^* = (v_{F2}\sqrt{K_2})^{-1} = (0,137 \pm 0,003) m_e,$$

где $K_2 = (P_{23}P_{21})^{-1}$ — гауссова кривизна поверхности Ферми в точке 2, m_e — масса электрона. Отсюда, снова используя v_{F2} и найденное значение P'_{23} , получим

$$P'_{21} = (1400 \pm 200) \cdot 10^{-22} \ \epsilon \cdot cm/cek$$

т. е. величину, практически совпадающую с P₂₁.

Следует, однако, отметить, что несколько меньшая кривизна поверхности Ферми по сравнению с вычисленной по полуосям ее сечений вытекает из исследований циклотронного резонанса ¹³, ввиду чего некоторое превышение P'_{23} и P'_{21} над P_{23} и P_{21} , по-видимому, действительно имеет реальные причины.

В области полей H > 0,5 э, где расположены первые линии спектральных серий, из-за недостаточного разрешения пока трудно усмотреть какое-либо соответствие результатов опыта с расчетным спектром. В связи с этим надо напомнить, что линии спектра рис. 17 рассчитаны для электронов только одного «эллипсоида» поверхности Ферми висмута, расположенного, как указано на рис. 16, наивыгоднейшим образом для наблюдения осцилляций поверхностного сопротивления. Два других «эллипсоида», повернутые по отношению к первому на 60° , дадут вдвое более широкие линии вдвое меньшей амплитуды при вдвое бо́льших полях $H'_{nk} = 2H_{nk}$ (см. рис. 9). Присутствие в спектре этих линий, которые к тому же должны быть еще расширены расщеплением вследствие возможных неточностей ориентации кристалла и поля, может существенно снизить разрешение спектра.

Не следует забывать и того, что некоторые сравнительно широкие особенности Z (H), наблюдаемые в области слабых магнитных полей, могут объясняться существованием классических эффектов, рассмотренных в гл. V. Эти эффекты обладают тем преимуществом перед квантовыми поверхностными уровнями, что для их возникновения не требуется зеркального отражения электронов поверхностью металла. Кроме того, они должны быть менее чувствительны к уменьшению длины свободного пробега электронов и к повышению температуры образца. Указанные отличия, а также иная зависимость поля особенности от частоты могут послужить признаками для экспериментального различения классических и квантовых эффектов.

Итак, проведенное сопоставление показывает, что спектр резонансных значений поля H_{nk} , рассчитанный по формуле (13) с учетом независимо измеренных характеристик электронов висмута, с точностью расчета и эксперимента совпадает в области $H_{nk} < 0.5$ э со спектром осцилляций поверхностного сопротивления, наблюдаемым на опыте.

3. По приведенным выше формулам нетрудно найти выражения для любых параметров поверхностных электронных состояний, в частности, для геометрических характеристик траекторий скачущих электронов. На рис. 18 приведены результаты численного расчета для первого поверхностного уровня в висмуте. Соответствующие величины для олова при поле 1 э таковы:

$$\Delta E_1 \simeq 1.8^{\circ} \text{ K}, \quad R \simeq 5 \text{ cm},$$

$$x \simeq 0.05 \text{ cm}, \quad z_1 \simeq 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}, \quad \alpha \simeq 20', \quad \delta \simeq 10^{-5} \text{ cm}.$$

Траектории электронов, находящихся в более высоких квантовых состояниях, имеют соответственно бо́льшие размеры. Полученные значения угла а по порядку величины совпадают с оценками для a_{max} , приведенными в п. 1 гл. VI; поэтому следует считать, что изложенные там соображения о большой вероятности зеркального отражения электронов поверхностью металла справедливы для рассматриваемого эффекта.

Анализируя рассеяние электронов, движущихся по скачущим траекториям, надо различать две его части: рассеяние в объеме металла и рассеяние при столкновении с поверхностью металла. В свою очередь первое



Рис. 18. Численные характеристики траектории электрона, находящегося на первом магнитном поверхностном уровне в висмуте (n = 1). Длина скачка по поверхности $x \cong 0,05$ см.

следует разделить на рассеяние на фононах и на примесях, второе — на рассеяние на поверхностных фононах и на неровностях поверхности. Обе фононные части рассеяния, быстро убывающие с температурой, вследствие малой энергии и импульса фононов при низкой температуре, как известно, могут служить причиной рассеяния электронов лишь на малые углы порядка отношения импульса фонона к импульсу электрона. Но существование спектра разрешенных магнитных поверхностных уровней должно приводить к тому, что в результате рассеяния на малый угол электрон может только перейти с одного уровня на другой или зеркально отразиться и остаться на прежнем уровне, если энергетические условия исключают возможность перехода, например, на более высокий уровень. По этой причине столкновения электронов с поверхностью не должны нарушать систему магнитных поверхностных уровней и зеркальное отражение скачущих электронов следует считать преобладающим над их диффузным рассеянием.

4. Обнаруженный в эксперименте рост амплитуды осцилляций при понижении температуры (гл. IV) по закону $A(T^{\circ}) \cong A(0) [1 - (T^{\circ}/6)]$, по-видимому, обусловлен улучшением разрешения уровней с понижением температуры вследствие увеличения времени жизни уровней, связанного с ростом длины свободного пробега электронов в объеме металла, а также с изменением заселенности уровней. Это последнее должно быть весьма существенным, поскольку энергия возбуждения поверхностных состояний, близка к температуре образца в эксперименте. Так, например, в описываемых опытах наблюдался магнитный спектр резонансного поглощения квантов с энергией $\sim 0.5^{\circ}$ К при температуре образца $4.2-1.6^{\circ}$ К (в работе ⁸ энергия квантов достигала $\sim 3.5^{\circ}$ К).

Как показывает опыт (рис. 17), разрешение резонансов и амплитуда осцилляций падают с увеличением магнитного поля более 0,5 э. Отчасти это может происходить вследствие того, что с ростом поля траектории скачущих электронов прижимаются к поверхности металла, увеличивается частота их столкновений с поверхностью металла и поэтому растет вероятность рассеяния электрона на большой угол, т. е. рассеяния, выбивающего электрон из системы поверхностных состояний. Усилению рассеяния способствует также увеличение угла α с ростом поля.

Таблица П

«Серия	«Серия Баль-	«Серия Пащена»	«Серия
Лаймана»	мера»		Брекетта»
$1 \rightarrow 2$ $1 \rightarrow 3$ $1 \rightarrow 4$ $1 \rightarrow 5$ $1 \rightarrow 6$	$\begin{array}{c} -\\ 2 \rightarrow 3\\ 2 \rightarrow 4\\ 2 \rightarrow 5\\ 2 \rightarrow 6\end{array}$	$\begin{array}{c} - \\ - \\ 3 \rightarrow 5 \\ 3 \rightarrow 6 \end{array}$	$\dot{4} \rightarrow 6$

Идентифицированные на рыс. 17 квантовые переходы в спектре магнитных поверхностных уровней

В табл. II приведены значения квантовых чисел переходов $n \rightarrow k$, идентифицированных и отмеченных на магнитном спектре рис. 17 тонкими вертикальными линиями. Наблюдаемые интенсивности линий спектра поглощения в каждой серии растут с уменьшением разности k - n до k - n = 2, при которой имеет место наиболее интенсивная линия серии (жирные числа в таблице); первые линии серий оказываются слабее других. Явно немонотонная зависимость интенсивности линий от поля и закономерное изменение интенсивности в пределах каждой серии указывают на то, что она зависит главным образом от вероятности переходов между уровнями, определяемой плотностью состояний и их заселенностью.

Уменьшение интенсивности линий поглощения с ростом номера *n* исходного состояния, т. е. при переходе от серии к серии направо в табл. 11, очевидно, объясняется тем, что заселенность термически возбужденных поверхностных состояний падает по мере увеличения энергии возбуждения (15), растущей с номером уровня *n*.

Количественный анализ данных о ширине и амплитуде линий спектра должен быть отложен до появления детальной теории эффекта, учитывающей рассмотренные выше его особенности.

VIII. СОПУТСТВУЮЩИЕ ЯВЛЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭФФЕКТА

Осцилляции поверхностного сопротивления металла, возникающие вследствие резонансного поглощения квантов СВЧ излучения при переходах электронов между стационарными поверхностными состояниями, возбуждаемыми слабым магнитным полем, служат, несомненно, самым убедительным доказательством их существования и прямым методом их количественного изучения. Но есть также и другие явления, сопутствующие рассматриваемому в этой статье эффекту, обнаруживаемые в экспериментах иного характера. Исследование этих явлений представляет большой интерес как для изучения самого основного эффекта, так и с целью использования его как инструмента исследования некоторых свойств металлов. Не менее привлекательны также возможности поиска новых явлений, существование которых можно предсказать ¹¹.

1. Прежде всего следует упомянуть возбуждение магнитного поверхностного уровня нормальных электронов в сверхпроводнике, находящемся в слабом магнитном поле, меньшем его критической величины. Это явление было обнаружено в работе ³¹ на алюминии и изучено на олове в работе ¹², содержание которой кратко изложено в письме ³²; там же приведены результаты опытов с индием. Явление состоит в возникновении пика резонансного поглощения, обнаруживаемого при измерении зависимости поверхностного сопротивления сверхпроводника от магнитного поля при том условии, что квант излучения СВЧ меньше порога возбуждения пар: $hv < 2\Delta$ (T°), где Δ (T°) — ширина щели в спектре сверхпроводника.

Теория магнитных поверхностных состояний в сверхпроводниках I рода дана в работе ³³; причину их появления можно просто объяснить на основе представлений, развитых в гл. V—VI. Часть имеющихся в сверхпроводнике нормальных электронов двигается вдоль его поверхности по скачущим траекториям под действием постоянного магнитного поля, проникающего в сверхпроводник по закону $H(z) = He^{-z/\lambda}$. Конечно, возвращаются к поверхности только те электроны, которые уходят в глубь металла не более чем на расстояние $z \sim \lambda$. Вследствие неоднородности поля H(z) траектории электронов не являются дугами окружностей, как в нормальном металле, но сильно вытянуты вдоль поверхности, причем малое изменение глубины залегания траектории приводит к резкому ее удлинению.

Движение таких электронов можно рассматривать как движение в яме, ограниченной потенциалами

$$V(0) = \infty$$
, $V_s(z) = -\frac{e}{c} v_F H \lambda e^{-z/\lambda}$.

В этой яме помещается лишь один магнитный поверхностный уровень, лежащий на глубине $E_1 \sim (e/c) v_F H \lambda < \Delta$ под нижней границей континуума нормальных состояний N энергетического спектра электронов сверхпроводника (рис. 19). При $T^{\circ} \neq 0$ некоторое количество термически возбужденных электронов находится на уровне 1; поглощая кванты СВЧ излучения $hv \gg E_1$, они могут переходить в состояния N. Если частота v задана, то по мере увеличения поля H и роста E_1 растет и поглощение вследствие увеличения плотности состояний N, в которые происходят переходы. Максимум поглощения будет иметь место при $E_1 = hv$, после чего оно снова упадет. Описанная картина вполне согласуется с экспериментом не только качественно, но и количественно ³².

Отметим, что возбуждение магнитного поверхностного уровня нормальных электронов наблюдалось на находящихся в состоянии сверхпроводимости металлах, поверхности Ферми которых имеют почти цилиндрические части, т. е. на металлах, на которых ранее наблюдался основной эффект образования поверхностных уровней в магнитном поле.

2. Волновые функции ψ_n (z) магнитных поверхностных состояний были найдены в п. 3 гл. VI, и графики их изображены на рис. 15. Распределение плотности для электронов, находящихся в *n*-м состоянии, дается функцией $|\psi_n(z)|^2$, осциллирующей с увеличением глубины z на расстояниях порядка $10^{-5}-10^{-3}$ см с периодом, зависящим от металла, напряженности магнитного поля и номера состояния. В результате этого наложение магнитного поля приводит к неоднородности распределения электронов в поверхностном слое металла и влияет на условия их движения, в частности на их взаимодействие с поверхностью, увеличивая вероятность зеркального отражения. Неизбежным следствием рассмотренного влияния магнитного поля на поведение электронов в металле должна быть зависимость поверхностного сопротивления металла от слабого магнитного поля. Эта зависимость, не связанная с условиями резонансного поглощения квантов, должна наблюдаться на любой частоте, при которой глубина скин-слоя δ сравнима по порядку величины с периодом осциллирующей части волновой функции ψ_n (z), т. е. $\delta \sim z_n \sim 10^{-3} - 40^{-5}$ см. В предельном случае нулевой частоты это явление должно обнаруживаться в тонких монокристаллах, например в вискерах и эпитаксиальных слоях толщиной порядка z_n . Здесь следует заметить, что спектр магнитных поверхностных состояний в тонких образцах должен существенно отличаться от спектра



Рис. 19. Слева — схема образования магнитного поверхностпого уровня I в энергетическом спектре электронов сверхпроводника и квантовых переходов в нем (dn/dE плотность состояпий, Λ (T°) — энергетическая щель). Справа — ход потенциала как функция расстояния zот поверхности в нормальном металле V(z) п в сверхпроводнике $V_s(z)$ (λ — глубина проникповения магнитного поля; пунктиром схематически показаны магнитные поверхностные уровни в нормальном металле).

в толстых образцах того же металла. Так, в тонкой пластине должна иметь место интерференция ψ -функций состояний, связанных с противоположными поверхностями образца; возможно также явление отсекания высших состояний толщиной образца.

Рассматриваемое явление имеет хорошо известный аналог — эффект Шубникова — де Гааза, заключающийся в зависимости объемного сопротивления металла от сильного магнитного поля, вызывающего расщепление поверхности Ферми на уровни Ландау, существенное вблизи ее экстремальных сечений. Подобно этому эффекту, поверхностное сопротивление металла должно зависеть от слабого магнитного поля, возбуждающего поверхностные электронные уровни, локализованные вблизи пояска эффективности поверхности Ферми. Несомненно, что именно этой причиной обусловлена не находившая себе ранее объяснения нелинейная зависимость поверхностного сопротивления олова, висмута и галлия от слабого магнитного поля на частотах порядка мегагерц, наблюдавшаяся в опытах ³⁴⁻³⁶.

Результат исследований галлия особенно интересен потому, что осцилляции его поверхностного сопротивления на СВЧ до сих пор еще не наблюдались и обнаруженное в работе ³⁶ явление — пока единственное свидетельство того, что в галлии возбуждаются магнитные поверхностные уровни. Аналогичная ситуация имеет место с калием, на котором недавно также замечена нелинейная зависимость поверхностного сопротивления от слабого магнитного поля на частоте в несколько мегагерц³⁷.

Аномалия поведения поверхностного сопротивления меди в слабом поле, наблюдавшаяся в работе ³⁸ на СВЧ, очевидно, также указывает на существование поверхностных уровней. Правда, причиной этой аномалии может быть квантовое резонансное поглощение, но суть дела от этого не меняется: в любом случае нелинейная зависимость поверхностного сопротивления от слабого магнитного поля свидетельствует о возбуждении в металле магнитных поверхностных уровней.

Вернемся к сформулированному выше выводу о существования зависимости сопротивления тонких монокристаллов от слабого магнитного поля на нулевой частоте, т. е. на постоянном токе. Экспериментальные исследования этого эффекта, строго говоря, до сих пор не производились. В опытах по измерению сопротивления тонких образцов металлов ²³⁻²⁵, обсуждавшихся в п. 1 гл. VI, исследовавшиеся образцы находились в магнитном поле Земли и в поле измерительного тока — оба порядка 1 *э*; зависимость сопротивления от поля малой напряженности не изучалась. По этим причинам постановка указанных опытов не отвечала условиям, необходимым для изучения рассматриваемого эффекта. Единственный косвенный вывод, который может быть сделан из их результатов, состоит в том, что неожиданно большая вероятность зеркального отражения электронов поверхностью образцов, обнаруженная в этих опытах, возможно, объясняется возникновением в них поверхностных уровней, возбуждавшихся имевшимся на образце неконтролировавшимся магнитным полем.

Из сказанного с очевидностью следует необходимость постановки опытов с тонкими образцами, целью которых будут обнаружение и исследование нового явления зависимости сопротивления проводников от магнитного поля в области малых напряженностей на нулевой или низкой частоте.

3. Зависимость поверхностного сопротивления металла от слабого магнитного поля на частоте порядка мегагерц рассматривалась в предыдущей главе как проявление зависимости от поля проводимости поверхностного слоя металла. Однако поверхностное сопротивление определяется не только проводимостью, но и диэлектрической проницаемостью и магнитной восприимчивостью проводника, поэтому его зависимость от магнитного поля в принципе может объясняться влиянием поля на значение любой из этих трех характеристик проводника. Диэлектрическая проницаемость поверхностного слоя проводника может меняться под действием поля вследствие зависимости концентрации электронов от глубины при возбуждении магнитных поверхностных уровней.

Магнитная восприимчивость проводника неизбежно должна изменяться при возбуждении поверхностных уровней слабым магнитным полем, аналогично тому, как сильное магнитное поле, вызывающее появление уровней Ландау, приводит к эффекту де Гааза — ван Альфена, заключающемуся в зависимости объемной статической магнитной восприимчивости металла от магнитного поля. Суть эффекта состоит в том, что возбуждение поверхностных состояний приводит к появлению инфинитных траекторий скачущих по поверхности металла электронов, образующих слоистый поверхностный ток, магнитный момент которого направлен параллельно внешнему магнитному полю (см. рис. 18). Таким образом, в поверхностном слое проводника должен возникать парамагнетизм, характерный для слабого магнитного поля, который будет проявляться в нарушении обычной линейной зависимости от поля магнитного момента металла (диамагнитного или парамагнитного). Отметим, что этот парамагнетизм должен обладать анизотропией, связанной с формой поверхности Ферми и особенно существенной для ее цилиндрических частей; последнее обстоятельство имеет большое значение для постановки экспериментов.

Магнитные свойства металла теоретически исследовались в серии работ Дингля; в частности, им рассмотрено влияние поверхности металла на диамагнетизм Ландау и эффект де Гааза — ван Альфена ³⁹. Однако особенности магнитной восприимчивости металла, к которым должно привести возбуждение поверхностных состояний электронов слабым магнитным полем, до сих пор никак не изучались. Совершенно очевидна важность экспериментальных поисков этого нового эффекта и его исследований, но при этом не менее ясны и большие трудности, которые стоят на пути осуществления таких экспериментов. Речь идет об измерении малых изменений магнитной восприимчивости слабомагнитных металлов в очень слабых магнитных полях.

4. Основы теории магнитных поверхностных уровней, изложенные в гл. VI, имеют весьма общее значение и могут быть применены к анализу поведения любых заряженных квазичастиц в любом проводнике, помещенном в магнитное поле подходящей величины и направления. Рассматриваемый проводник должен быть охлажден до достаточно низкой температуры, иметь большую длину свободного пробега заряженных квазичастиц и гладкую поверхность, — этим требованиям вполне возможно удовлетворить в эксперименте. В то же время возникновение поверхностных состояний в принципе не связано с какими бы то ни было ограничениями, касающимися энергетического спектра квазичастиц — формы поверхности Ферми или даже самого ее существования, — распределение квазичастиц может быть и максвелловским. В равной мере нет необходимости и в монокристалличности образца —, конечно, лишь постольку, поскольку это не снижает до недопустимых пределов длину свободного **п**робега квазичастиц.

В опытах на СВЧ по обнаружению и исследованию осцилляций поверхностного сопротивления металла наблюдались хорошо разрешенные линии спектра резонансного поглощения квантов при переходах электронов между разными магнитными поверхностными уровнями. Для разрешения спектральных линий необходимо наличие в металле группы электронов, обладающих идентичными спектрами поверхностных состояний. Существование такой группы идентичных квазичастиц обеспечивается цилиндрической поверхностью Ферми, в согласии с экспериментами, проведенными на олове, кадмии, индии, вольфраме, алюминии и висмуте, поверхности Ферми которых имеют почти цилиндрические части ^{1, 6-10}. Спектры магнитных поверхностных уровней электронов, принадлежащих другим нецилиндрическим частям поверхностей Ферми, в этих опытах не разрешались и могли проявляться лишь как широкая (сравнительно с разрешаемыми линиями) область нерегулярной зависимости поверхностного сопротивления металла от магнитного поля. Такое явление наблюдалось, по-видимому, на меди 38.

Разрешение спектра магнитных поверхностных уровней электронов, принадлежащих нецилиндрическим поверхностям Ферми, в принципе может быть достигнуто при условии значительного сужения резонансных линий путем понижения температуры и улучшения качества образдов. При этом условии должны обнаружиться спектры магнитных поверхностных уровней электронов экстремальных сечений поверхности Ферми, подобно тому, что имеет место при циклотронном резонансе. В таких экспериментах удалось бы изучать спектры нескольких экстремальных групп носителей тока в каждом поливалентном металле и спектры электронов одновалентных металлов, которые до сих пор еще не наблюдались.

Пока условия высокого разрешения спектров магнитных поверхностных уровней не достигнуты, их существование в различных проводниках может быть установлено при помощи рассмотренных выше нерезонансных явлений. Наиболее простой метод обнаружения поверхностных состояний — это измерение магнитных поверхностного сопротивления на средних частотах. Этот путь уже испытан и привел к результатам, убедительно свидетельствующим о возбуждении поверхностных уровней в галлии³⁶, меди³⁸ и калии³⁷. Отметим, что поверхность Ферми галлия⁴⁰ сложна и, по-видимому, имеет почти цилиндрические части, тогда как поверхность Ферми меди⁴¹ цилиндрических частей не имеет, а поверхность Ферми калия⁴² — почти правильная сфера. Надо, однако, иметь в виду, что вследствие неопределенности причины зависимости поверхностного сопротивления от слабого магнитного поля (проводимость, магнитная восприимчивость, диэлектрическая проницаемость), связанной с отсутствием достаточных знаний об эффекте, этот метол слепует считать качественным и малопригодным для изучения эффекта.

5. Перспективы исследования магнитных поверхностных уровней привлекают прежде всего возможностью обнаружения ряда новых явлений, которые должны иметь место в проводниках в области слабых магнитных полей, возбуждающих эти состояния. В области сверхвысоких частот ближайшая задача состоит в достижении высокого разрешения спектров магнитных поверхностных уровней, что существенно расширит возможности и результативность исследований уже известных спектров и позволит изучать спектры экстремальных групп носителей тока.

В области низких частот и на нулевой частоте прежде всего надо попытаться обнаружить зависимости проводимости и магнитной восприимчивости проводника от слабого магнитного поля. Эти два эффекта следует рассматривать как основные проявления существования магнитных поверхностных уровней. Хотя эффекты эти, несомненно, слабы, ценность их изучения для исследования магнитных состояний весьма велика, в особенности в тех случаях, когда СВЧ спектры неразрешимы.

Целую группу новых явлений откроет применение накачки энергии на резонансной частоте какого-либо из переходов между поверхностными магнитными уровнями. Можно предложить следующий эксперимент, как самый простой: производится накачка путем облучения образца квантами, равными энергии возбуждения одного из верхних уровней, и изучается испускаемое образцом излучение на более низких частотах, соответствующих переходам между нижними уровнями (соотношение частот накачки и излучения не будет кратным). Достаточно мощная накачка может изменить распределение электронов по поверхностным уровням и вследствие этого повлиять на проводимость и магнитную восприимчивость, а вместе с тем и на поверхностное сопротивление металла. Наконец, накачка энергии может привести к созданию разности потенциалов между различными точками образца, как это происходит при плазменных явлениях.

Другую группу новых явлений составят геометрические и размерные эффекты. Прежде всего следует указать на зависимость спектра магнитных поверхностных уровней от кривизны поверхности металла. С классической точки зрения, вследствие большой длины скачков электронов по поверхности металла спектр образца с поверхностью, обладающей малой кривизной, должен отличаться от спектра плоского образца. В свою очередь спектр тонкой пластинки, толщина которой порядка высоты скачущих траекторий, должен отличаться от спектра толстого образца, прежде всего вследствие интерференции состояний, связанных с разными ее поверхностями. Кроме того, в тонких образцах должно иметь место явление отсекания верхних квантовых состояний размерами образца, вполне подобное классическому размерному эффекту — отсеканию траекторий электронов толщиной образца ^{3, 4}.

Принципиальная связь рассматриваемого эффекта с поверхностью проводника создает новые возможности изучения свойств поверхности или, в более общем плане, границы между двумя средами, от которой может происходить отражение носителей тока. Специфическая особенность открывающегося подхода заключается в возможности исследования поверхности изнутри проводника и исследования внутренней границы двух сред, лежащей на макроскопической глубине. Таким образом, проблема изучения границы проводника получает новую экспериментальную базу и направление, которые дают надежду на существенное продвижение. Имеющиеся к настоящему времени данные опытов, касающиеся физических свойств поверхностей проводников, в частности характера взаимодействия носителей тока с поверхностью, весьма скудны. Проблеме поверхностных состояний посвящено лишь несколько теоретических статей (например, ⁴³), восходящих к работе Тамма ⁴⁴; в этих работах не учитывалась роль магнитного поля.

Заканчивая этот краткий обзор перспектив новых исследований, отметим, что магнитные поверхностные уровни играют для поверхностного слоя проводника или его тонких образцов такую же роль, что и уровни Ландау для объема массивного металла. Приведенные соображения отнюдь не исчерпывают множества явлений, которые должны иметь место как следствие возбуждения магнитных поверхностных уровней. Любые свойства поверхностного или тонкого слоя проводника, связанные с состоянием энергетического спектра носителей тока в нем, должны обнаруживать зависимость от слабого магнитного поля. Это перечисление следует расценивать лишь как ориентировочную программу поисков на ближайшее будущее.

IX. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осцилляторная зависимость поверхностного сопротивления металла на СВЧ от слабого магнитного поля была обнаружена чисто эмпирическим путем в ходе исследований, имевших целью изучение свойств электронов проводимости металлов¹. Лишь через семь лет в результате ряда работ было найдено объяснение этого нового эффекта и развита его теория.

В основе теории эффекта лежит идея о необходимости учета роли электронов, скачущих вдоль поверхности металла при своем движении внутри него; траектории этих электронов представляют собой дуги, опирающиеся концами на поверхность металла⁹. Квантование периодического движения таких электронов, зеркально отражающихся от поверхности металла, позволило построить согласующуюся с опытом теорию магнитных поверхностных уровней²¹.

Таким образом, новый эффект оказался фундаментальным квантовым явлением, заключающимся в возникновении в поверхностном слое металла под действием слабого магнитного поля стационарных связанных состояний электронов. Причина появления системы дискретных магнитных поверхностных квантовых уровней электронов та же самая, вследствие которой под действием сильного магнитного поля в объеме металла существуют уровни Ландау: квантование замкнутых фазовых траекторий электронов согласно условию Бора — Зоммерфельда. Эффект должен иметь весьма широкое распространение. Дело в том, что для возникновения магнитных поверхностных уровней необходимы лишь низкая температура, большая длина свободного пробега заряженных квазичастиц и гладкость поверхности образца; никаких ограничений на характер энергетического спектра квазичастиц не накладывается. Поэтому магнитные поверхностные связанные состояния заряженных квазичастиц могут возникать не только в металле в нормальном или сверхпроводящем состоянии, но и в любом неметаллическом проводнике.

Геометрические размеры квантовой системы магнитных поверхностных состояний, определяемые периодом осциллирующей части волновой функции связанного состояния, имеют вполне макроскопический порядок величин. Поэтому новый эффект следует отнести к категории макроскопических квантовых эффектов; известные к настоящему времени два макроскопических квантовых эффекта, связанных со сверхпроводимостью и сверхтекучестью, описаны в обзоре ⁴⁵.

Новый квантовый эффект, исследованиям которого посвящена эта статья. — не только еще один новый эффект, как бы ни был он интересен сам по себе. Этот фундаментальный эффект создает основу целой области физических исследований - как экспериментальных, так и теоретических, - предметом которых должен стать ряд новых явлений, которые еще предстоит открыть, но существование которых, как следствие основного эффекта, можно предсказать. Действительно, возбуждение системы магнитных поверхностных уровней означает изменение энергетического спектра заряженных квазичастиц под действием слабого магнитного поля. Следствием этого изменения должна быть зависимость от слабого магнитного поля всех свойств поверхностного слоя проводника или тонкого образца, определяемых состоянием спектра носителей его тока в нем. Примерами могут служить: поверхностное сопротивление, магнитная восприимчивость, электропроводность, тепловые свойства и пр.

Специфической чертой нового направления исследований является область слабых магнитных полей, в которой разыгрываются сам основной эффект и его следствия. Необходимо подчеркнуть, что эта область слабых магнитных полей до сих пор совершенно не привлекала внимания физиков, поскольку было распространено мнение, что воздействие слабого поля на вещество не может быть существенным.

Конечно, едва ли мыслимо предвидеть значение и ценность результатов, какие могут быть получены при изучении явлений, которые еще предстоит найти и сделать орудиями физического эксперимента. Но совершенно ясно, что новая область исследований проводников в слабых магнитных полях заслуживает самого пристального внимания и интенсивного развития.

В последнее время появилось несколько работ ⁴⁶⁻⁵², посвященных изучению магнитных поверхностных уровней. Лекция ⁴⁶ представляет собой обзор исследований эффекта. Следует отметить, что в лекции сообщается о наблюдении СВЧ спектра магнитных поверхностных уровней в галлии, выполненном в работе ⁴⁹. Этот факт подтверждает приведенное в п. 2 гл. VIII объяснение нелинейной зависимости от слабого магнитного ноля поверхностного сопротивления металлов на частотах порядка мегагерц ³⁴⁻³⁶. В статье ⁴⁷ рассмотрены некоторые аспекты теории, в частности, вычислены осцилляции поверхностного сопротивления образца вследствие резонансного поглощения СВЧ энергии электронами при их переходах между магнитными поверхностными уровнями. Диссертация ⁴⁸ содержит теоретическое исследование эффекта, диссертация ⁴⁹ — экспериментальное; их результаты включаются в публикации мерилендских физиков. Так, в статье ⁵⁰ подробно изложена теория спектра магнитных поверхностных уровней, вычислено поверхностное сопротивление образца, рассмотрен вопрос о ширине спектральной линии в связи с временем жизни магнитных поверхностных уровней.

В работе ⁵¹ рассмотрены изменения в спектре магнитных поверхностных уровней, вызываемые геометрическими особенностями образца металла: спектр тонкого образца, спектр образца с цилиндрической поверхностью и спектр образца, поверхность которого имеет периодические неровности (реплика с оптической дифракционной решетки). Отметим, что существование первых двух геометрических эффектов предсказано в пп. 2 и 5 гл. VIII.

В статье 52 проанализированы теоретические расчеты формы спектральных линий и выполнено сравнение с экспериментами на индии. Найденные таким путем характеристики электронов металла согласуются (с точностью измерений и расчетов) с результатами независимых экспериментов. Интересно отметить, что вероятность зеркального отражения электронов поверхностью образца оказалась равной ~ 0,9.

Институт физических проблем ÂH CCCP

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. М. С. Хайкпн, ЖЭТФ 39, 212 (1960).
- М. Я. Азбель, Э. А. Канер, ЖЭТФ 32, 896(1957); Э. А. Канер, М. Я. Азбель, ЖЭТФ 33, 1462 (1957).
- 3. М. С. Хайкип, ЖЭТФ 41, 1773 (1961).

- 4. М. С. Хайкии, ЖЭТФ 43, 59 (1962).
 5. М. С. Хайкии, ПТЭ 3, 95 (1962).
 6. J. F. Косh, A. F. Кір, Low Temperature Physics LT-9, Plenum Press, NY, 1965, стр. В 818.

- стр. В 818.
 7. Е. Fawcett, W. M. Walsh, Jr., Phys. Rev. Lett. 8, 476 (1962); R. Herr-mann, Phys. Stat. Sol. 21, 703 (1967).
 8. J. F. Koch, C. C. Kuo, Phys. Rev. 143, 470 (1966).
 9. М. С. Хайкин, Письма ЖЭТФ 4, 164 (1966).
 10. М. С. Хайкин, Труды Х Международной конференции по физике низких тем-ператур, т. 3, М., 1966, стр. 105.
 11. М. С. Хайкин, ЖЭТФ 55, № 11 (1968).
 12. J. F. Koch, C. С. Kuo, Technical Report No. 674, Univ. of Maryland, 1967.
 13. В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 49, 107 (1965).
 14. Л. А. Фальковский, УФН 94 (1), 3 (1968).
 15. Р. Т. Мина, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 51, 62 (1966).

- 14. Л. А. Фальковский, зФП 34 (П. 5 (1966). 15. Р. Т. Мина, М. С. Ханкии, ЖЭТФ 51, 62 (1966). 16. Р. Т. Мина, В. С. Эдельман, М. С. Хайкин, ЖЭТФ 51, 1363 (1966). 17. А. В. Ріррагd, Proc. Roy. Soc. A224, 273 (1954). 18. J. P. d'Haenens, D. L. Carter, Phys. Rev. 140, 1992 (1965). 19. A. P. van Gelder, Phys. Lett. 22, 7 (1966). 20. T su Wei Nee, R. E. Prange, Technical Report № 668, Univ. of Maryland, 1967 1967.

- Т ч. Wei Nee, R. Е. Ргапде, Phys. Lett. 25A, 582 (1967).
 Т ч. Wei Nee, R. Е. Ргапде, Phys. Lett. 25A, 582 (1967).
 М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖӘТФ 47, 878 (1964).
 А. J. Learn, R. S. Spriggs, Journ. Appl. Phys. 34, 3012 (1963).
 Д. Ларсон, Б. Т. Бойко, ФММ 21, 450 (1966).
 В. И. Сара, Циски, ЖЭТФ 4, 244 (4966).

- 25. Р. В. И саева, Письма ЖЭТФ 4, 311 (1966). 26. А. М. Косевич. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ 29, 743 (1955). 27. В. А. Фок, Дифракция радноволи вокруг земпой поверхности, М.-Л., Изд-во AH CCCP, 1946.
- 28. M. Abramowitz, I. A. Stegun, Eds., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, Washington, Gov. Print. Off., 1964.
- 29. М. С. Хайкин, В. С. Эдельман, ЖЭТФ **49**, 1695 (1965). 30. Н. Б. Брандт, Т. Ф. Долголенко, Н. Н. Ступоченко, ЖЭТФ **45**, 1319 (1963).
- 31. W. V. Budzinski, M. Garfunkel, Phys. Rev. Lett. 16, 1100 (1966); 17. 24 (1967).

- 32. J. F. Koch, P. A. Pincus, Phys. Rev. Lett. **19**, 1044 (1967). 33. P. A. Pincus, Phys. Rev. **158**, 346 (1967).

- 34. В. Ф. Гантмахер, Ю. В. Шарвин, ЖЭТФ 39, 512 (1960).
 35. В. Ф. Гантмахер, Письма ЖЭТФ 2, 557 (1965).
 36. J. F. Cochran, C. A. Shiffman, Phys. Rev. 140, A1678 (1965).
 37. В. П. Цой, Частное сообщение.

- 38. A. F. Kip, D. N. Langenberg, T. W. Moor, Phys. Rev. 124, 359 (1961).
 39. R. B. Dingle, Proc. Roy. Soc. A219, 463 (1953).
 40. W. A. Reed, J. A. Marcus, Phys. Rev. 126, 1298 (1962).
 41. A. S. Joseph, A. C. Thorsen, E. Gertner, L. E. Valby, Phys. Rev. 446 (1962). 148, 569 (1966).

- 5. 569 (1900).
 42. D. Shoen berg, P. J. Stiles, Proc. Roy. Soc. A281, 62 (1964).
 43. V. Heine, Proc. Phys. Soc. 81, 300 (1963).
 44. I. Татт, Phys. Zs. Sowjetunion 1, 732 (1932).
 45. Л. Н. Питаевский, УФН 90 (4), 623 (1966).
 46. J. F. Koch, Magnetic field induced surface quantum states in metals, Technical Report No. 744, Univ. of Maryland, 1967; публикуется в сборнике «Electrons in Metals). tals».
- 47. H. J. Fischbeck, J. Mertsching, Phys. Stat. Sol. 27, 345 (1968). 48. T. W. Nee, Ph. D. Thesis, Univ. of Maryland, 1968.

- 43. 1. W. Nee, Ph. D. Thesis, Univ. of Maryland, 1965.
 49. J. D. Jensen, Ph. D. Thesis, Univ. of Maryland, 1968.
 50. R. E. Prange, Tsu-Wei Nee, Phys. Rev. 168, 779 (1968).
 51. R. E. Prange, Phys. Rev. 171, 737 (1968).
 52. T. W. Nee, J. F. Koch, R. E. Prange, Surface quantum states and impedance oscillations in a weak magnetic field-numerical aspects, Technical Report No. 816, USA (1997). Univ. of Maryland, 1968; публикуется в «Phys. Rev.»