

535.80

ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПУТЕМ ЭФФЕКТИВНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ОБЪЕКТА

А. Н. Королев

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что любая оптическая система обладает ограниченной разрешающей способностью, которая обусловлена волновой природой света. По классической теории Аббе и Рэлея это ограничение связано с дифракцией и определяется длиной волны используемого излучения и числовой апертурой оптической системы. Стремление к повышению разрешающей способности находило поэтому естественный выход в увеличении апертуры оптической системы и в уменьшении длины волны используемого излучения.

Разрешающая способность по Рэлею определяется минимальным различимым расстоянием между двумя точечными источниками света одинаковой интенсивности. Следует отметить, что разрешающая способность, определенная таким образом, может быть значительно увеличена и, как показано многими авторами, нет принципиальных ограничений для различения двух точечных источников света в пространстве изображения¹⁻⁴. Это связано с тем фактом, что при использовании в качестве входного сигнала двух δ -функций имеет место априорное ограничение размеров входного воздействия. Разрешающая способность в этом случае ограничивается не дифракцией, а шумами оптической системы и приемника излучения. Предложен ряд методов⁵⁻⁸, предназначенных для различения двух точечных источников света за пределом рэлеевского разрешения оптической системы, однако такое «увеличение разрешающей способности» не оказывает никакого влияния на предельную пространственную частоту, передаваемую оптической системой. Это объясняется тем, что при рассмотрении столь узкого класса входных сигналов исключена возможность ответа на вопрос о работе рассматриваемой оптической системы при более широком классе входных воздействий. Поэтому далее будем связывать с понятием «разрешающая способность» предельную пространственную частоту, передаваемую оптической системой в пространстве изображений.

Имеются объективные возможности повышения разрешающей способности сверх классического предела за счет перераспределения роли отдельных параметров оптической системы при формировании изображения. К таким параметрам, определяющим информационную емкость оптического канала связи, следует отнести поле зрения, угловую апертуру и спектр временных частот, пропускаемых системой.

Проанализировать эти возможности позволяет концепция степеней свободы волнового поля при передаче изображения с помощью оптической системы. Для рассмотрения этой концепции следует остановиться на

некоторых представлениях теории информации в области передачи изображения с помощью оптических систем. Рассматривая оптическую систему как линию связи, осуществляющую передачу информации об объекте в пространство изображения, можно провести аналогию между образованием оптического изображения и передачей электрических сигналов. Если в технике электрической связи сигнал является функцией времени, то при передаче оптического изображения «сигнал» — функция пространственной координаты; временным частотам электрических сигналов соответствуют оптические пространственные частоты. Наиболее полно эта аналогия раскрывается при передаче изображения телевизионным способом. В этом случае при поэлементном сканировании изображения пространственные координаты преобразуются во временные, а пространственные

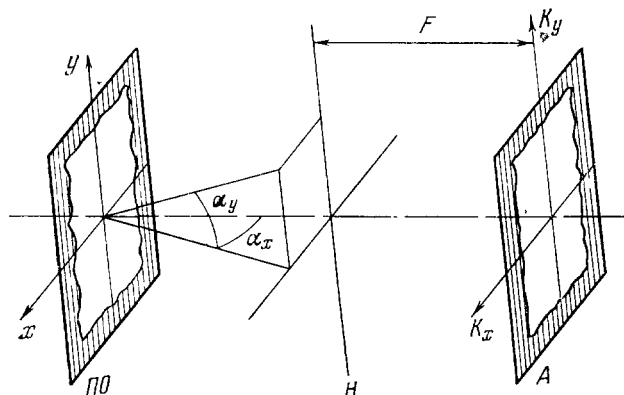


Рис. 1. К теореме Д. Габора.

ПО — плоскость объекта, Н — главная плоскость линзы, А — апертурная плоскость, F — фокусное расстояние. x, y — координаты плоскости объекта, α_x , α_y — апертурные углы, K_x , K_y — координаты плоскости Фурье.

частоты объекта определяют частотный спектр электрического сигнала.

Эта аналогия позволяет рассмотреть вопросы формирования изображения с помощью оптической системы на основе общих представлений теории информации, которая была создана для электрических линий связи⁹.

Из теории информации известна теорема «отсчетов» (или sampling-теорема), которая определяет информационную емкость используемого канала в технике связи:

Если временная функция $f(t)$ с предельной частотой W , исчезающе малая вне интервала $0 \leq t \leq T$, принимается каналом связи с шириной полосы от 0 до W гц, то при этом будет передано только $2WT$ данных, причем сообщение определяется полностью и строго через значения функции в «точках отсчета» $t = n/2W$ для всех значений $0 \leq n \leq 2WT$.

Д. Габор сформулировал аналог этой теоремы для передачи изображения с помощью оптической системы:

Предположим, что плоскость объекта, превышающая по площади квадрат длины волны, ограничена черным экраном (рис. 1). Предположим также, что существует подобное ограничение в апертурной плоскости оптической системы. Тогда в области, ограниченной этими двумя черными экранами, существует n независимых решений волнового уравнения $\Delta^2 u + (2\pi/\lambda)^2 u = 0$, причем n определяется выражением

$$n = \lambda^{-2} \iiint dx dy d(\sin \alpha_x) d(\sin \alpha_y). \quad (1)$$

Таким образом, любая световая волна, проходящая через плоскость объекта и через апертурную плоскость, может быть разложена в n собственных решений с n комплексными коэффициентами^{10, 11}.

Проведем количественную оценку информационной емкости оптической системы с точки зрения волновой теории света¹².

Пусть плоская монохроматическая волна, распространяющаяся в направлении z ,

$$u_0 = e^{2\pi i \left(\frac{z}{\lambda} - \nu t \right)}, \quad (2)$$

падает на двумерный объект, расположенный в плоскости $z = 0$; λ и ν — соответственно длина волны и частота светового излучения. Непосредственно за объектом амплитуда будет иметь вид

$$u(x, y, 0; t) = t(x, y) e^{-2\pi i \nu t}, \quad (3)$$

где $t(x, y)$ — комплексное амплитудное пропускание объекта.

Интересно определить амплитуду волны для любого значения $z > 0$. Известно, что на основе представлений теории Фурье любой объект всегда может рассматриваться как суперпозиция некоторой бесконечной системы пространственных гармоник, каждая из которых может быть охарактеризована ориентацией, пространственной частотой и амплитудой.

Разложим функцию $t(x, y)$ в компоненты Фурье по формуле

$$t(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(f_x, f_y) e^{2\pi i(xf_x + yf_y)} df_x df_y. \quad (4)$$

Каждая компонента в разложении Фурье — бесконечная пространственная волна с периодом $1/f_x$ и $1/f_y$ в направлениях x и y . Функция $T(f_x, f_y)$ определяет амплитуду каждой из компонент Фурье.

На основании принципа суперпозиции амплитуда в любой точке за объектом может быть вычислена путем суммирования отдельных волн, соответствующих пропусканию каждой компоненты Фурье. Благодаря явлению дифракции на синусоидальных решетках, ориентация, частота и амплитуда которых определяются разложением Фурье, плоские волны, соответствующие каждой компоненте Фурье, распространяются в направлениях, определяемых направляющими косинусами

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \lambda f_x, \\ \cos \beta &= \lambda f_y, \\ \cos \gamma &= \lambda \left[\frac{1}{\lambda^2} - (f_x^2 + f_y^2) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Очевидно, что для $f_x^2 + f_y^2 > \frac{1}{\lambda^2}$ получаются затухающие волны, амплитуда которых экспоненциально уменьшается в направлении z , и они практически исчезают на расстоянии нескольких длин волн. Отсюда следует известный вывод о том, что свет с длиной волны λ , независимо от обстоятельств, не будет нести информацию о деталях объекта, размеры которых меньше $\lambda/2$.

Рассмотрим теперь, как распространяется информация об объекте, зафиксированная в прошедшей через него световой волне, при увеличении расстояния z . Если картина распределения освещенности за объектом меняется очень быстро, так что объект становится неразличим, модули фурье-трансформации $T(f_x, f_y)$ не меняются вообще. Это понятно, так как каждая точка фурье-образа плоского объекта с координатами f_x, f_y соответствует определенному направлению распространения световой волны, которое в свободном пространстве не меняется. При $z \rightarrow \infty$ все сходство с объектом теряется и распределение освещенности становится идентичным фурье-образу объекта.

Если поместить на некотором расстоянии z от объекта линзу с определенными конечными размерами, то будет потеряна часть информации об объекте, заключенная в компонентах Фурье, световые волны от которых проходят за пределами зрачка этой линзы. Поэтому линза пропустит только те пространственные частоты, для которых

$$\arccos \left\{ \lambda \left[\frac{1}{\lambda^2} - (f_x^2 + f_y^2) \right]^{1/2} \right\} \leq \frac{\alpha}{2}, \quad (6)$$

где α — апертурный угол линзы.

Число степеней свободы волнового поля при передаче изображения с помощью оптической системы можно определить как число независимых реально существующих параметров, необходимого для полного описания волнового поля, формирующего изображение объекта.

Для простоты рассчитаем число N степеней свободы волнового поля в пространстве изображений для оптической системы с прямоугольной апертурой, считая, что поверхность изображения — прямоугольник с размерами L_x и L_y ¹³. Для расчета удобно сделать следующее предложение: пусть распределение амплитуд в плоскости объекта повторяется с периодичностью L_x и L_y в направлениях x и y . Это предположение не должно влиять на результат, так как, очевидно, никакой информации не добавляется. При этом спектр пространственных частот объекта становится дискретным и сохраняются следующие пространственные частоты:

$$k_x = \frac{2\pi n_x}{L_x}, \quad k_y = \frac{2\pi n_y}{L_y}, \quad n_x, n_y = 0, \pm 1, \dots \quad (7)$$

Поэтому число степеней свободы поля монохроматической световой волны с учетом апертуры системы будет равно

$$\left(1 + L_x \frac{k'_x}{\pi} \right) \left(1 + L_y \frac{k'_y}{\pi} \right), \quad (8)$$

где k'_x и k'_y — предельные пространственные частоты, пропускаемые оптической системой в направлениях x и y соответственно.

Кроме того, для каждой степени свободы волнового поля имеются два независимых состояния поляризации, которые могут быть использованы для передачи изображения.

Если объект является нестационарным, т. е. изменяющимся во времени или перемещающимся, то необходимо рассмотреть также временные параметры оптической системы, связанные со свойствами света. В этом случае каждая пространственная степень свободы волнового поля может быть рассмотрена как отдельная независимая временная линия связи, которая имеет

$$N_t = 2(1 + \Delta\nu\Delta t) \quad (9)$$

степеней свободы в интервале частот $\Delta\nu$ за время наблюдения Δt (см. теорему отсчетов, стр. 262). Для поля монохроматической волны $N_t = 2$, так как достаточно двух независимых параметров для определения амплитуды и фазы волны.

Таким образом, общее число степеней свободы волнового поля при формировании изображения с помощью оптической системы можно записать в виде

$$N = 2N_t \left(1 + L_x \frac{k'_x}{\pi} \right) \left(1 + L_y \frac{k'_y}{\pi} \right). \quad (10)$$

Для $L_x k'_x \gg 1$ и $L_y k'_y \gg 1$, что имеет место в большинстве случаев,

$$N \approx 2N_t L_x L_y \frac{k'_x k'_y}{\pi^2} = 2N_t S W, \quad (11)$$

где $W = k'_x k'_y / \pi^2$ — ширина полосы пространственных частот, пропускаемая системой, $S = L_x L_y$ — площадь объекта.

Величина SW , представляющая собой произведение площади объекта на максимальную пространственную частоту, определяет, очевидно, число пространственных степеней свободы волнового поля объекта, используемых для формирования изображения (ср. с теоремой Габора, стр. 262).

Поскольку волновое поле при формировании изображения является носителем информации, справедливо будет следующее утверждение: инвариантным для данной системы является только число N степеней свободы волнового поля ($N = \text{const}$), а не ширина полосы пропускания пространственных частот.

Таким образом, оказывается возможным превзойти предельную пропускаемую пространственную частоту f' для данной системы путем эффективного использования степеней свободы волнового поля объекта при соответствующем уменьшении одного из других сомножителей в формуле (11). Этот тезис лежит в основе методов формирования изображения, которые будут рассмотрены ниже.

В соответствии с концепцией степеней свободы волнового поля как основного инварианта оптической системы возможно:

- 1) увеличить ширину полосы передаваемых пространственных частот путем уменьшения ширины полосы передаваемых временных частот (в предельном случае при нулевой ширине полосы передаваемых пространственных частот использовать для передачи пространственной информации временные частоты);
- 2) увеличить ширину полосы в направлении x с соответствующим сокращением полосы в направлении y , причем так, что исходная двумерная полоса пространственных частот W останется неизменной;
- 3) увеличить ширину полосы передаваемых пространственных частот путем уменьшения полезного поля объекта;
- 4) удвоить ширину полосы пропускания оптической системы, используя для формирования изображения два независимых состояния поляризации световых волн.

Для осуществления этих возможностей предложен и осуществлен ряд оригинальных оптических систем, формирование изображения с помощью которых позволяет превзойти классический предел разрешающей способности. Общим для всех этих систем является то, что в сопряженных плоскостях пространства предмета и пространства изображения помещают специальные устройства, расщепляющие световые пучки (рис. 2). Устройство M_1 в пространстве предмета расщепляет падающий световой пучок на несколько когерентных пучков, освещающих объект под различными углами падения. При прохождении этих пучков через объект происходит

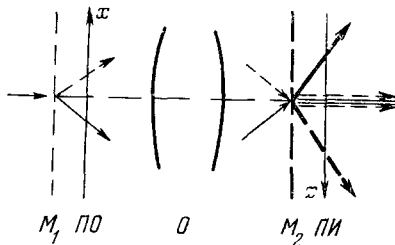


Рис. 2. Обобщенная схема, поясняющая принцип увеличения разрешающей способности оптических систем при использовании устройств, расщепляющих световые пучки.

M_1 и M_2 — расщепляющие устройства, установленные в пространстве предмета и в пространстве изображения, PO — плоскость объекта, PI — плоскость изображения, O — линза.

дифракция световых волн на каждой пространственной частоте объекта. Таким образом в пространстве изображения системы появляется несколько волн, соответствующих одному и тому же компоненту пространственной частоты объекта. Но в оптической системе, у которой выполняется свойство инвариантности в пространстве, должна быть только одна волна, соответствующая одной пространственной частоте объекта. Поэтому устройство M_2 , установленное в пространстве изображений, воздействует на все волны, соответствующие одному компоненту пространственной частоты, таким образом, чтобы соединить их в одном направлении. При этом, однако, возникают волны с другими нежелательными направлениями. Исключение или нейтрализация этих волн являются основной проблемой при осуществлении таких систем. Если эта задача решена, то удастся получить пространственно-инвариантное изображение объекта.

Далее будут описаны некоторые варианты устройств, позволяющих повысить разрешающую способность оптических систем сверх классического предела путем эффективного использования степеней свободы волнового поля объекта. Кроме того, в конце статьи будут рассмотрены методы получения пространственной информации при использовании только временных степеней свободы.

II. УВЕЛИЧЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ ПУТЕМ СОКРАЩЕНИЯ ВРЕМЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Согласно теореме инвариантности ширина полосы пространственных частот оптической системы может быть увеличена от W до $\hat{W} > W$ с помощью уменьшения полосы временных частот от $\Delta\nu$ до $\hat{\Delta\nu} < \Delta\nu$ при $\hat{W} \hat{\Delta\nu} = W \Delta\nu$, причем все остальные составляющие N остаются неизменными.

Основная идея этого метода — передать в различных временных частотных полосах шириной $\hat{\Delta\nu}$, лежащих внутри полосы $\Delta\nu$ обычной системы, информацию о различных пространственных частотных полосах. Это выполняется путем освещения объекта когерентными волнами, падающими на объект под различными углами и имеющими различные временные частоты. Такие волны могут быть получены при дифракции одной волны на движущейся решетке или ультразвуковой бегущей волне в жидкости или твердом теле (эффект Бриллюэна).

В работах ^{14, 15} описана оптическая система, основанная на этом принципе и позволяющая увеличить разрешающую способность в одном направлении. В этой системе используются оптически сопряженные решетки, расположенные в плоскости объекта и плоскости изображения и перемещающиеся синфазно в направлении, перпендикулярном к штрихам решеток. Не останавливаясь подробно на этом частном случае, рассмотрим более общий вариант с использованием двумерных решеток, позволяющих увеличить разрешающую способность оптической системы в двух направлениях ¹⁶.

Предположим, что плоская световая волна с частотой излучения ν_0 падает нормально на двумерную решетку M_1 с постоянными d_x , d_y в направлении x и y . Амплитудное пропускание решетки

$$M_1(x, y) = \sum_{j, l=0, \pm 1, \dots} m_{j, l} e^{2\pi i \left(\frac{jx}{d_x} + \frac{ly}{d_y} \right)}. \quad (12)$$

Решетка M_1 движется с постоянной скоростью v (v_x , v_y) в плоскости x , y .

Амплитуда волны непосредственно за решеткой M_1 есть

$$e^{-2\pi i v_0 t} M_1(x - v_x t, y - v_y t) = \sum_{j, l=0, \pm 1, \dots} m_{j, l} \exp \left\{ 2\pi i \left[\frac{j v_x}{d_x} + \frac{l v_y}{d_y} - \left(v_0 + \frac{j v_x}{d_x} + \frac{l v_y}{d_y} \right) t \right] \right\}. \quad (13)$$

Уравнение (13) показывает, что исходная световая волна после дифракции на пространственных структурах решетки с частотой j/d_x , l/d_y будет иметь компоненты волнового вектора

$$k_x^{(s)} = 2\pi \frac{j}{d_x}, \quad k_y^{(s)} = 2\pi \frac{l}{d_y} \quad (14)$$

и временные частоты

$$v_{j, l} = v_0 + \frac{j v_x}{d_x} + \frac{l v_y}{d_y}. \quad (15)$$

Как известно, угол падения волны, освещающей объект, определяет полосу пространственных частот, проходящую через оптическую систему. Поэтому при получении когерентных волн с различными компонентами

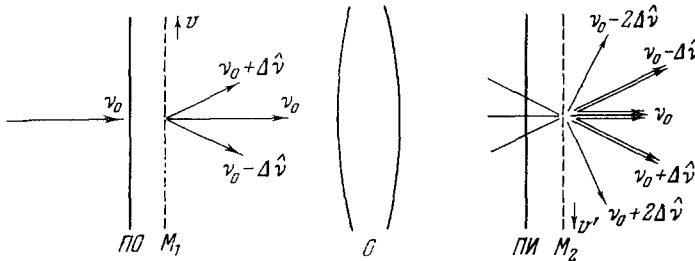


Рис. 3. Оптическая схема метода с синхронно перемещающимися масками.

M_1 и M_2 — оптические сопряженные решетки в пространстве предмета и пространстве изображения, $ПО$ — плоскость объекта, $ПИ$ — плоскость изображения, G — линза, v , v' — скорости масок M_1 и M_2 соответственно.

волнового вектора и с различной временной частотой становится возможным передавать информацию о различных полосах пространственных частот с помощью различных полос временных частот. Чтобы эти отдельные полосы временных частот не перенакладывались, они должны отличаться одна от другой по меньшей мере на величину $\Delta \hat{v}$. Это условие определяет векторную скорость решетки v (v_x , v_y):

$$\frac{v_x}{d_x} + \frac{v_y}{d_y} \geq \Delta \hat{v}, \quad (16)$$

причем полоса временных частот $\Delta \hat{v}$ должна быть достаточной для передачи временных изменений объекта.

Устройство для осуществления этого метода (рис. 3) состоит из решетки M_1 , движущейся со скоростью v в плоскости между объектом и оптической системой (в частном случае — в плоскости объекта), и из решетки M_2 , движущейся в сопряженной плоскости пространства изображений с сопряженной скоростью v' . Постоянные решетки M_1 и M_2 также должны быть сопряженными, а линии обеих решеток должны располагаться параллельно друг другу.

Пусть с помощью описываемой системы получается изображение объекта с пространственными частотами f_x , f_y и собственной временной частотой v (для стационарного объекта $v = 0$). Действие решетки M_1 на

исходную световую волну эквивалентно освещению объекта когерентными волнами с компонентами волнового вектора $k_x^{(s)}, k_y^{(s)}$ ($j, l = 0, \pm 1, \dots$). После взаимодействия с пространственными частотами объекта световые волны будут иметь компоненты волнового вектора $2\pi (f_x + j/d_x)$, $2\pi (f_y + l/d_y)$ и временную частоту $\nu + \nu_0 + \frac{jv_x}{d_x} + \frac{lv_y}{d_y}$.

Часть этих волн, которая пропускается оптической системой с конечной угловой апертурой, дифрагирует в пространстве изображений на пространственных частотах $j'/d_x, l'/d_y$ решетки M_2 . При этом получаются световые волны с компонентами волнового вектора

$$2\pi \left[f_x + \frac{j+j'}{d_x} \right], \quad 2\pi \left[f_y + \frac{l+l'}{d_y} \right] \quad (17)$$

и временной частотой $\nu + \nu_0 + \frac{(j+j')v_x}{d_x} + \frac{(l+l')v_y}{d_y}$. (Предполагается, что увеличение между пространством предмета и пространством изображения равно 1.)

Чтобы получаемое изображение было пространственно инвариантным, необходимо использовать для формирования изображения только компоненту волнового вектора с $j' = -j$ и $l' = -l$. В этом случае только одна волна с компонентами $2\pi f_x, 2\pi f_y$ и временной частотой $\nu + \nu_0$ будет соответствовать в пространстве изображения рассматриваемому объекту.

Выделение необходимого компонента волнового вектора из совокупности (17) может быть осуществлено с помощью временного частотного фильтра с полосой пропускания $\Delta\hat{\nu}$, настроенного на частоту $\nu + \nu_0$. Однако небольшие сдвиги временной частоты ν_0 , получаемые при движении решеток, вызывают необходимость использования узкой полосы $\Delta\hat{\nu}$. Это делает применение временных частотных фильтров практически нецелесообразным. Поэтому получение изображения с помощью временного частотного фильтра может быть заменено получением изображения с временной константой $\tau = (\Delta\hat{\nu})^{-1}$.

Представляет интерес рассмотреть передаточную функцию и функцию рассеяния такой модифицированной системы в сравнении с аналогичными функциями обычной оптической системы. Если для получения эффекта сверхразрешения используются решетки с амплитудным пропусканием:

$$\left. \begin{aligned} M_1(x, y) &= \sum_{j, l=0, \pm 1, \dots} m_{j, l} e^{2\pi i \left(\frac{jx}{d_x} + \frac{ly}{d_y} \right)}, \\ M_2(x, y) &= \sum_{j, l=0, \pm 1} m'_{j, l} e^{2\pi i \left(\frac{jx}{d_x} + \frac{ly}{d_y} \right)}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

то можно показать, что при выполнении временной частотной фильтрации выходного сигнала в соответствии с указанными условиями получается пространственно-инвариантная система с передаточной функцией

$$D(f_x, f_y) = \sum_{j, l=0, \pm 1, \dots} \hat{m}_{j, l} D_{\pi} \left(f_x - \frac{j}{d_x}, f_y - \frac{l}{d_y} \right), \quad (19)$$

где $\hat{m}_{j, l} = m'_{j, l} m_{-j, -l}$, $D_{\pi}(f_x, f_y)$ — передаточная функция линзы. Функция рассеяния будет определяться выражением

$$\hat{F}(x, y) = F(x, y) \hat{M}(x, y), \quad (20)$$

где $F(x, y)$ — функция рассеяния обычной системы и

$$\hat{M}(x, y) = \sum_{j, l=0, \pm 1, \dots} \hat{m}_{j, l} \exp \left[2\pi i \left(\frac{ix}{d_x} + \frac{ly}{d_y} \right) \right] \quad (24)$$

является функцией кросс-корреляции амплитудного пропускания решеток M_1 и M_2 .

При рассмотрении последующих методов повышения разрешающей способности мы не будем останавливаться на передаточной функции и функции рассеяния, так как они имеют сходный характер.

III. УВЕЛИЧЕНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ В НАПРАВЛЕНИИ x ПУТЕМ СООТВЕТСТВУЮЩЕГО УМЕНЬШЕНИЯ ЕЕ В НАПРАВЛЕНИИ y

Этот метод может быть эффективно использован для объектов, у которых спектр пространственных частот имеет большую ширину в направлении x и малую ширину в направлении y (крайний случай — одномерный объект)^{13, 17}. Очевидно, что высокие частоты такого объекта в направлении x за пределом полосы пропускания системы не будут пропущены и воспроизведены в изображении, в то время как спектр частот в направлении y не будет заполнять полосу пропускания оптической системы (рис. 4).

Необходимо преобразовать спектр пространственных частот таким образом, чтобы он подходил для передачи пространственных частот оптической системы. После прохождения через оптическую систему спектр пространственных частот должен быть снова восстановлен в первоначальном виде, чтобы получить пространственно-инвариантное изображение объекта.

Для простоты рассмотрим одномерный объект с амплитудным пропусканием

$$T(x) = \cos 2\pi f x, \quad (22)$$

который освещается нормально падающей монохроматической волной. Частота f не пропускается оптической системой, так как $f > f'$, где f' — предельная пространственная частота, пропускаемая оптической системой.

В плоскости объекта помещают маску M_1 , которая представляет решетку с косинусоидальным распределением пропускания, повернутую на некоторый малый угол φ по отношению к оси y . Ее пропускание можно записать в виде

$$M_1(x, y) = \cos [2\pi f_0 (x \cos \varphi + y \sin \varphi)]. \quad (23)$$

Объект и маска вместе образуют совокупный объект со сложным пропусканием

$$u(x, y) = \frac{1}{2} \cos \{2\pi [x(f + f_0 \cos \varphi) + y f_0 \sin \varphi]\} + \frac{1}{2} \cos \{2\pi [x(f - f_0 \cos \varphi) - y f_0 \sin \varphi]\}. \quad (24)$$

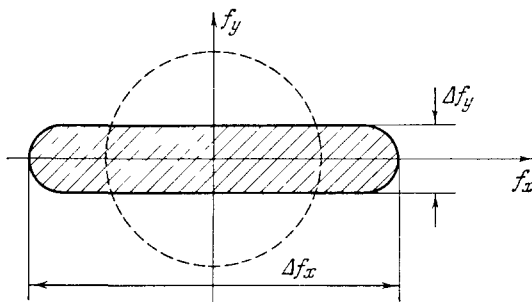


Рис. 4. Спектр пространственных частот, передаваемый линзой, и частотный спектр используемого объекта.

Δf_x и Δf_y — ширины спектра объекта в направлениях x и y .

При таком наложении объекта и маски получают муаровые полосы с пространственными частотами $f + f_0 \cos \varphi$, $f - f_0 \cos \varphi$ и $f_0 \sin \varphi$. При определенной величине f_0 и φ пространственная частота $f - f_0 \cos \varphi$ может быть пропущена оптической системой. В этом случае в плоскости изображения получается распределение освещенности

$$u'(x, y) = \frac{1}{2} \cos \{2\pi [x(f - f_0 \cos \varphi) - yf_0 \sin \varphi]\}. \quad (25)$$

Для выделения пространственной частоты f объекта в плоскости изображения помещают идентичную, оптически сопряженную с маской M_1 маску M_2 , после которой (для случая $\Gamma = 1 \times$) получаем

$$T'(x, y) = \frac{1}{4} \cos 2\pi f x + \frac{1}{4} \cos \{2\pi [x(f - 2f_0 \cos \varphi) - 2yf_0 \sin \varphi]\}. \quad (26)$$

Член уравнения (26) $\frac{1}{4} \cos 2\pi f x$, не зависящий от координаты y , представляет собой изображение исходного объекта, пространственная частота которого f находилась за пределом полосы пропускания оптической системы. Чтобы добиться сходства изображения и объекта, следует уничтожить

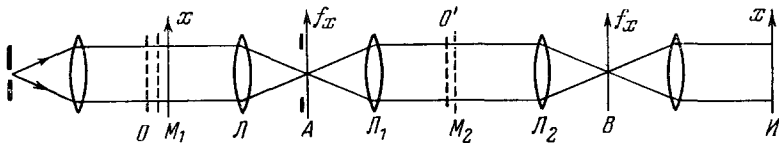


Рис. 5. Оптическая схема, демонстрирующая преобразования спектра пространственных частот объекта.

M_1 и M_2 — оптически сопряженные решетки в пространстве предмета и пространстве изображения, O — плоскость объекта, $И$ — плоскость изображения, O' — промежуточное изображение объекта, L — линза, A — фурье-плоскость линзы L , L_1, L_2 — оптическая система, переносящая спектр частот из плоскости A в плоскость B .

члены, зависящие от y . Это можно осуществить с помощью вертикальной цилиндрической линзы или путем пространственной фильтрации спектра частот изображения с помощью горизонтального щелевого фильтра.

Рассмотрим преобразование спектров пространственных частот на всех этапах процесса формирования изображения в описанном методе. Эти преобразования удобно наблюдать с помощью схемы, показанной на рис. 5.

Если одномерный аperiodический объект расположен в плоскости O , то в фурье-плоскости A получается соответствующий ему спектр пространственных частот, показанный на рис. 6, *а*. Периодическая маска M_1 с косинусоидальным распределением пропускания будет представлена в фурье-плоскости A двумя точками, соответствующими ее пространственной частоте и ориентации, и точкой, соответствующей нулевой частоте (рис. 6, *б*). При наложении объекта и маски получается сложный спектр, который представляет собой результат воздействия маски на объект (рис. 6, *в*). Апертура линзы (для удобства будем считать ее квадратной) (рис. 6, *г*) пропустит только часть полученного сложного спектра (рис. 6, *д*), причем, как видно из рисунка, в этой пропущенной части спектра содержатся все частоты объекта, хотя их расположение несколько нарушено. Оптическая система L_1, L_2 переносит распределение частот в фурье-плоскости A в плоскость B . Маска M_2 , идентичная маске M_1 и установленная в плоскости изображения, деформирует спектр пространственных частот. Эта деформация спектра имеет такой же характер, как

при наложении объекта и маски M_1 (рис. 6, *e*). При этом получается восстановленный спектр объекта с некоторыми добавками к спектру, расположенными в направлении f_y , которые искажают изображение объекта. Их можно ликвидировать с помощью узкого целевого частотного фильтра, пропускание которого показано на рис. 6, *ж* и который помещается в плоскости B . Через этот фильтр будут пропущены только те частоты (рис. 6, *з*), которые соответствуют спектру объекта. В результате в плоскости I получается пространственно-инвариантное изображение объекта O с пространственными частотами, лежавшими ранее за пределом пропускания оптической системы.

Таким образом, если спектр объекта заполняет, к примеру, не более $1/k$ частотной области линзы в направлении f_y , оказывается возможным получить изображение деталей объекта с пространственной частотой f_x , в k раз превышающей предельную пропускаемую линзой частоту. При этом, однако, размер частотной области получаемого изображения $(\Delta f_x \cdot \Delta f_y)$ никогда не может превысить частотной области $(\Delta f'_x \cdot \Delta f'_y)$, передаваемой линзой. Это наглядно видно из рис. 6, *д*.

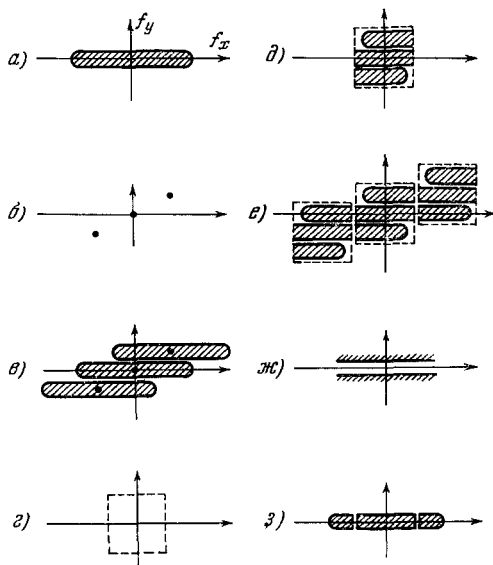


Рис. 6. Спектры пространственных частот: а) объекта, б) маски M_1 , в) эффективного объекта, состоящего из O и M_1 , г) область передачи линзы L , д) частотный спектр, пропущенный линзой L , е) спектр, полученный в результате взаимодействия промежуточного изображения O с маской M_2 , ж) спектр пропускания фильтра пространственных частот, з) спектр окончательного изображения.

IV. УВЕЛИЧЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЗА СЧЕТ УМЕНЬШЕНИЯ ПОЛЯ ОБЪЕКТА^{13, 18}

Оптическая схема устройства, реализующего этот метод, изображена на рис. 7. Обе маски, M_1 и M_2 , являются оптически сопряженными решетками; маска M_1 помещена в пространстве объекта, маска M_2 — в пространстве изображения, причем они не совпадают с плоскостью объекта и изображения. Предполагается, что маски являются линейчатыми решетками, которые дают при прохождении света только два дифракционных порядка. (Имеются в виду фазовые или амплитудно-фазовые решетки, которые не дают нулевого порядка дифракции.)

Монохроматическая сферическая волна, излучаемая точкой P в плоскости объекта, расщепляется маской M_1 на две сферические волны, которые как бы исходят из точек P_{+1} и P_{-1} , причем их боковой сдвиг от точки P равен

$$\pm \Delta x = z_0 \frac{\lambda}{d}, \quad (27)$$

где z_0 — расстояние между плоскостью объекта O и маской M_1 , d — постоянная решетки M_1 . λ — длина волны используемого излучения.

Точки P_{+1} и P_{-1} передаются оптической системой в плоскость изображения соответственно как P'_{+1} , P'_{-1} . Сферические волны, исходящие от

P'_{+1} и P'_{-1} , расщепляются в результате дифракции на маске M_2 на соответствующие пары сферических волн, как бы исходящих из точек P' , P'_{+2} и P' , P'_{-2} . Как видно из рис. 7, изображение точки P получается при этом с угловой апертурой в направлении x , превышающей угловую апертуру

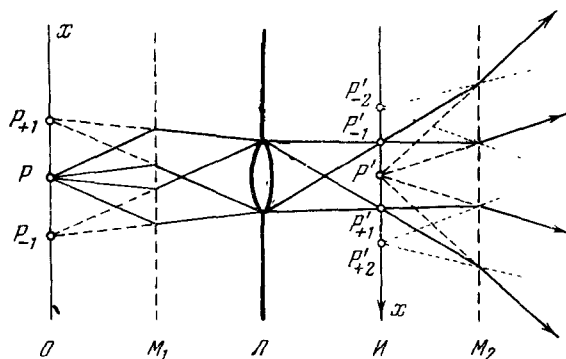


Рис. 7. Схема метода увеличения разрешающей способности оптической системы за счет сокращения поля объекта.

M_1 и M_2 — оптически сопряженные решетки в пространстве предмета и пространстве изображения, O — плоскость объекта, $И$ — плоскость изображения, $Л$ — линза.

При использовании маски M_1 с постоянной решетки d угловая апертура системы может быть определена, исходя из условий дифракции света при наклонном падении:

$$\sin \frac{\theta'}{2} - \sin \varphi = \frac{\lambda}{d}, \quad (29)$$

где θ' — эффективная угловая апертура системы, φ — угол дифракции света, падающего на маску M_1 под углом $\theta'/2$; отсюда

$$\sin \frac{\theta'}{2} = \frac{D}{2a} + \frac{\lambda}{d} \left(1 - \frac{z_0}{a}\right). \quad (30)$$

Таким образом, при использовании масок M_1 и M_2 получаем увеличение апертуры системы, определяемое членом $\lambda/d [1 - (z_0/a)]$ уравнения (30). Очевидно, мы можем удвоить угловую апертуру оптической системы и воспроизвести в изображении пространственные частоты объекта от 0 до $2f'_x$, где f'_x — предельная пространственная частота, передаваемая оптической системой в направлении x при обычном ее использовании. Это соответствует соотношению

$$\frac{\lambda}{d} (a - z_0) = \frac{D}{2}. \quad (31)$$

В случае, если имеет место соотношение

$$\frac{\lambda}{d} (a - z_0) > \frac{D}{2}, \quad (32)$$

световые лучи, исходящие от объекта в направлении оптической оси или под небольшим углом к ней, после дифракции на маске M_1 не попадут в оптическую систему. В результате будет потеряна информация о низких пространственных частотах объекта, которым соответствуют эти лучи, но будут пропущены оптической системой высокие пространственные частоты, превышающие $2f'_x$.

оптической системы без масок. Угловая апертура в направлении y не изменяется.

Определим эффективную угловую апертуру системы при использовании масок M_1 и M_2 , имеющих два порядка дифракции.

Для оптической системы без масок угловая апертура будет определяться, очевидно, величиной

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2a}, \quad (28)$$

где θ — угловая апертура линзы, a — расстояние от объекта до линзы, D — диаметр линзы.

Следует отметить, что при удвоении апертуры оптической системы с помощью этого метода необходимо вдвое сократить полезную площадь объекта, которая может быть без нарушений перенесена в плоскость изображения. Это связано с тем, что при дифракции на маске M_2 сферических волн от точек P'_{+1} и P'_{-1} , кроме точки P' , появляются два дополнительных изображения точки P , а именно P'_{+2} и P'_{-2} . Если объект занимает зону $L_x > 2\Delta x$, то описанная оптическая система не может передать его полностью в пространство изображения; для получения изображения могут быть использованы только зоны объекта шириной $2\Delta x$ (Δx из уравнения (25)), параллельные оси y . Эти зоны объекта должны быть разделены непрозрачными полосами, пропускание которых равно нулю и ширина которых также равна $2\Delta x$. В этом случае нарушающие точки P'_{+2} и P'_{-2} будут расположены в зоне темных полос и не будут искажать изображение объекта. Это значит, что в соответствии с концепцией инвариантности числа степеней свободы волнового поля для данной оптической системы при удвоении ширины полосы пространственных частот необходимо вдвое уменьшить полезную площадь объекта.

Если в системе используются линейчатые решетки, создающие более двух дифракционных порядков, или скрещенные решетки, для описания работы такой системы следует прибегнуть к более общей теории, которая рассмотрена в работе ¹⁸. Очевидно, при использовании решеток с n дифракционными порядками возможно увеличение ширины полосы пространственных частот в n раз, однако при этом необходимо уменьшение полезного поля объекта до $1/n$ первоначальной величины. В этом случае экран, перекрывающий объект, будет иметь непрозрачные полосы в n раз шире прозрачных. При использовании скрещенных решеток необходимо использовать соответствующий экран со скрещенными непрозрачными зонами. В результате происходит уменьшение полезного поля объекта, эквивалентное расширению двумерной полосы пропускания пространственных частот.

V. УДВОЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПУТЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН С ДВУМЯ НАПРАВЛЕНИЯМИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Как уже указывалось при обобщенном рассмотрении описываемых методов, общим для всех таких систем является использование расщепляющих световые пучки устройств, помещенных в сопряженных пространствах пространства объекта и пространства изображения. До сих пор обсуждались методы формирования изображения, использовавшие в качестве таких устройств амплитудные, фазовые и амплитудно-фазовые решетки. При этом увеличение эффективной апертуры оптической системы получалось за счет дифракции света на этих решетках.

В качестве подобных устройств могут быть использованы также дву-преломляющие призмы (Рошона, Сенармона, Волластона и др.). В этом случае увеличение эффективной апертуры системы связано с изменением направления света для двух взаимно перпендикулярных компонент поляризации после прохождения таких призм ¹⁹⁻²².

Если объекты не обладают двойным лучепреломлением и дихроизмом, то изменение амплитуды и фазы света при прохождении через объект не зависит от состояния поляризации падающего света. Для этих объектов достаточно одной компоненты поляризации, чтобы получить изображение; вторая компонента поляризации может быть использована для передачи в пространство изображений таких параметров объекта, которые не проходят через оптическую систему при обычном ее использовании. В этом

случае две взаимно перпендикулярные компоненты поляризации представляют собой два независимых носителя информации.

Простая схема, поясняющая сущность этого метода, изображена на рис. 8. В сопряженных плоскостях пространства объекта и пространства изображения помещены призмы Волластона, которые, как известно, отклоняют симметрично от оптической оси две взаимно перпендикулярные компоненты поляризованного света. Воздействие призмы Волластона B_1 на освещающее излучение приводит к тому, что объект как бы освещается светом от двух источников, одинаково смещенных в разные стороны от используемого источника. Поляризатор P , установленный перед призмой, ориентирован под углом 45° к направлениям колебаний, выделяемым призмой, что позволяет получить два освещающих световых пучка одинаковой интенсивности. При этом излучение обоих мнимых источников

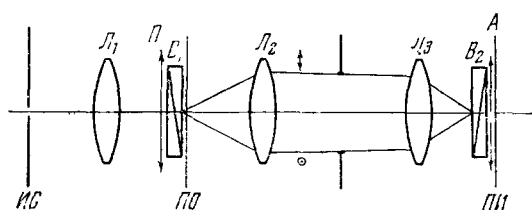


Рис. 8. Схема метода, использующего для расширения световых пучков двоякопреломляющие призмы.

ИС — источник света, ПО — плоскость объекта, ПИ — плоскость изображения, L_1 — линза, L_2, L_3 — оптическая система, передающая изображение из ПО в ПИ. B_1 и B_2 — оптически сопряженные призмы Волластона, установленные в пространстве предмета и в пространстве изображения, P — поляризатор, A — анализатор.

для обоих источников, что не имеет отношения к объекту. Этот недостаток устраняется в описываемом методе с помощью второй призмы Волластона B_2 , установленной перед изображением. Призма B_2 снова сводит световые пучки обеих компонент поляризации в общее направление. Это означает, что оба спектра пространственных частот объекта, занимавшие в фурье-плоскости два различных положения, снова сводятся в одно место. Для того чтобы обе части этого совокупного спектра, поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях, могли интерферировать друг с другом и создавать единое изображение, устанавливается анализатор A , ориентированный под углом 45° к направлениям поляризации, выделяемым призмой B_2 . Если расщепление освещающих лучей призмой B_1 равно апертурному углу оптической системы, получается удвоение разрешающей способности оптической системы по сравнению с обычным когерентным освещением при нормальном падении.

VI. ПОВЫШЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПУТЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ВИДЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЛИ ФАЗЫ ВОЛНЫ

Если дифракционному пятну в плоскости изображения соответствует некоторый конечный участок A в плоскости объекта, то об элементах объекта, принадлежащих этому участку, в обычной системе нельзя получить никакой информации.

света поляризовано во взаимно перпендикулярных плоскостях.

В результате освещение объекта при нормальном падении световой волны как бы заменяется двусторонним косым освещением. Двустороннее косое освещение от двух когерентных источников используют часто с целью увеличения разрешающей способности при работе с обычным микроскопом. При этом, однако, в плоскости изображения наблюдается система интерференционных полос от нулевых порядков дифракции

Однако, как показано в работе ²³, возможно разрешить отдельные элементы объекта в области дифракционного пятна, если искусственным образом придавать каждому элементу некоторый дополнительный параметр, отличающий его от другого соседнего элемента. Таким параметром может быть длина волны светового излучения или фаза волны.

Сущность метода состоит в том, что для освещения объекта используется волновое поле, которое в плоскости объекта имеет определенное распределение по частоте излучения, или волновое поле с фиксированным соотношением фаз освещающих пучков в плоскости объекта. В первом случае освещение объекта может быть осуществлено с помощью дисперсионных систем, производящих разложение светового излучения по длинам волн. Для второго варианта могут быть использованы интерференционные устройства, позволяющие получить пространственный градиент

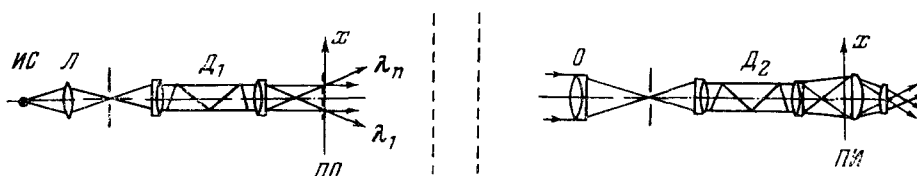


Рис. 9. Схема метода формирования изображения, использующего дисперсионные системы, осуществляющие разложение светового излучения по длинам волн.

ИС — источник света с широким спектром излучения, Л — осветительная линза, D_1 и D_2 — дисперсионные системы, ПО — плоскость объекта, ПИ — плоскость изображения, О — объектив.

фазы светового излучения. Такие дополнительные параметры, пространственно связанные с плоскостью объекта, представляют собой степени свободы волнового поля, с помощью которых можно осуществить передачу пространственной информации. Общая теорема инвариантности не отражает информационного значения этих степеней свободы в явном виде и, очевидно, должна быть расширена. Количественное увеличение информационной емкости оптического канала связи при использовании этих дополнительных параметров будет рассмотрено ниже при конкретном обсуждении методов.

Процесс формирования изображения с использованием длины волны или фазы можно пояснить следующим образом. Пусть при освещении объекта каждому его элементу в пределах участка A соответствует определенное значение длины волны λ (или фазы φ). Совокупность элементов объекта в направлении оси x можно рассматривать как некоторое распределение освещенности $I = f_1(x)$. Использование дисперсионной системы для освещения объекта вносит дополнительное условие $\lambda = f_2(x)$. Если область дисперсии осветительной системы совпадает в плоскости объекта с участком A , то каждому значению λ будет соответствовать определенное значение освещенности $I = F(\lambda)$. Это распределение освещенности представляет собой функцию длины волны и не зависит от координаты. Используя в пространстве изображений вторую дисперсионную систему, для которой $\lambda = f_3(x')$, где x' — координата в плоскости изображения, при $I = F(\lambda)$ получаем распределение освещенности в изображении участка A в виде $I = f_4(x')$.

Рассмотрим систему формирования изображения, в которой используются дисперсионные системы, осуществляющие разложение светового излучения по длинам волн. На рис. 9 представлена оптическая схема такого устройства, которое может быть использовано для формирования изображений объектов с одномерным распределением оптической плотности. Широкий сплошной спектр источника излучения, получаемый

с помощью дисперсионной системы D_1 (любой спектральный прибор, позволяющий получить плоский спектр с определенной дисперсией и разрешающей способностью), проектируется в плоскость объекта $ПО$. При этом каждой зоне одномерного объекта в направлении x , соответствующем направлению дисперсии системы, будет соответствовать определенное значение длины волны λ . Объект трансформирует распределение освещенности в спектре, изменяя интенсивность излучения для каждой длины волны в соответствии с распределением оптической плотности в направлении x . Для воспроизведения изображения объекта достаточно теперь получить спектр светового излучения, прошедшего через объект, и зарегистрировать его с помощью неселективного приемника. При этом для передачи светового излучения можно использовать оптическую систему с пространственным разрешением, равным нулю, например световод.

Разрешающая способность описанного метода формирования изображения определяется только величиной линейной дисперсии используемых дисперсионных систем и их спектральной разрешающей способностью. Поэтому для данного случая можно определить число пространственных степеней свободы в виде

$$N_x = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda}, \quad (33)$$

где $\Delta\lambda$ — ширина используемого спектра светового излучения, $\delta\lambda$ — минимальный разрешаемый спектральный интервал.

Очевидно, к этому методу нельзя подходить с обычных позиций. На языке теории связи можно сказать, что в этом случае передача информации о каждом элементе объекта производится по своему частотному каналу и процесс передачи изображения сводится к частотной модуляции в пространстве объекта и частотной демодуляции в пространстве изображения. В связи с этим система обладает интересными преимуществами: во-первых, дифракция не накладывает ограничения на разрешающую способность и, во-вторых, фазовые искажения световых волн за объектом не нарушают процесса формирования изображения. Поэтому без ущерба для передачи изображения между объектом и приемной системой можно поместить даже неоднородную среду или диффузно рассеивающую среду, у которой рассеяние не зависит от длины волны, лишь бы до приемной системы доходил световой поток, достаточный для его регистрации.

Теперь рассмотрим другой метод, в котором в пространстве предмета и изображения используются фазовые дисперсионные системы. При этом освещение объекта производится таким образом, что плоскость объекта совпадает с полем интерференции, в котором имеется некоторый градиент разности хода (или фазы) в направлении, совпадающем с направлением изменения оптической плотности в одномерном объекте.

На рис. 10 представлена оптическая схема, реализующая этот метод. В качестве фазовых дисперсионных систем используются интерференционные клинья Фабри — Перо; освещение производится источником белого света. При соответствующем выборе направления и угла клина K_1 каждая зона объекта в направлении x будет освещаться световыми лучами с определенной разностью хода Δl , определяемой толщиной соответствующей зоны интерференционного клина. Разность фаз лучей, определяемая как

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta l}{\lambda} \quad (34)$$

(где λ — длина волны света), будет периодически меняться в направлении x и достигать одинаковых значений в тех местах, где разность хода лучей в клине меняется на целое число λ . Шаг изменения фазы в линейной мере

будет равен

$$l = \frac{\lambda}{2} \gamma \Gamma, \quad (35)$$

где γ — угол клина K_1 , Γ — увеличение оптической системы $L_2 L_3$.

Пусть освещенный таким образом объект проектируется оптической системой $O_1 O_2$ в плоскость изображения. Для того чтобы в один и тот же дифракционный максимум не попали два соседних порядка интерференции,

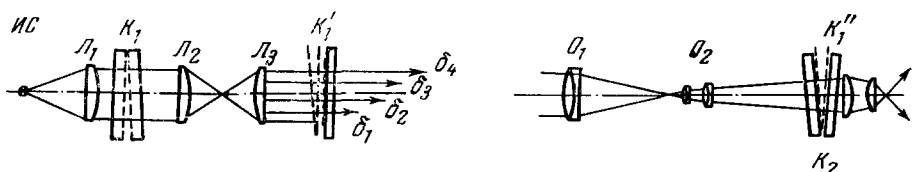


Рис. 10. Схема метода формирования изображения, использующего сопряженные фазовые дисперсионные системы.

ИС — источник света с широким сплошным спектром излучения, L_1 — осветительная линза, K_1 , K_1' и K_1'' — интерференционный клин Фабри — Перо и его изображения, $L_2 L_3$ — оптическая система, проектирующая изображение клина K_1 в плоскость объекта, $O_1 O_2$ — оптическая система, формирующая изображение объекта, K_2 — интерференционный клин Фабри — Перо, расположенный в плоскости изображений.

необходимо, чтобы разрешающая способность этой системы в линейной мере была равна интервалу l в пространстве объекта. Тогда участки объекта, освещенные световыми пучками с одинаковой разностью фаз, но с разностью хода, отличающейся не менее чем на λ , попадут в различные дифракционные максимумы.

Чтобы выявить распределение освещенности в пределах дифракционного пятна в изображении объекта, т. е. за пределами разрешающей способности оптической системы, достаточно в плоскости изображения установить интерференционный клин K_2 . При положении, когда соответствующие участки клиньев K_1 и K_2 , создающие равные разности хода пучков, будут сопряжены друг с другом, можно наблюдать интерференцию в белом свете. Так как теперь изображение каждого отдельного элемента (зоны одномерного объекта) будет определяться шириной интерференционного максимума, а не дифракционного, это вызывает повышение разрешающей способности системы в $l'/\Delta p$ раз, где l' — ширина дифракционного максимума, Δp — ширина интерференционного максимума (рис. 11). Ширина последнего, как известно, определяется коэффициентом отражения R зеркальных покрытий на плоскостях клина. Так как отношение $l'/\Delta p$ может достигать 10—20 и более, это вызывает соответственно повышение разрешающей способности в 10—20 раз по сравнению с обычными системами.

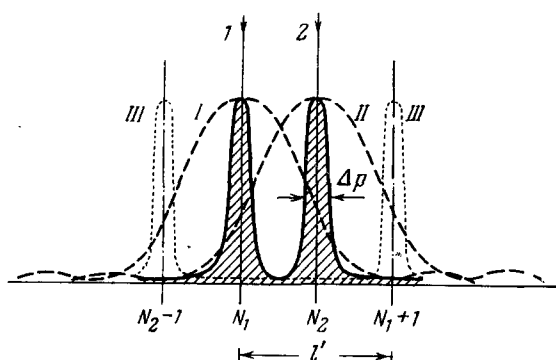


Рис. 11. Дифракционное распределение (кривые I и II) и распределение освещенности в интерференционной картине при многократных отражениях (кривая III).

l' — полуширина дифракционного распределения и расстояние между соседними интерференционными порядками, Δp — полуширина интерференционного распределения.

Для описанной системы получаем число пространственных степеней свободы

$$N_x = (N_x)_л (N_x)_ф = (N_x)_л \frac{\pi}{\delta\varphi}, \quad (36)$$

где $(N_x)_л$ — число пространственных степеней свободы для используемой оптической системы, $(N_x)_ф$ — дополнительные степени свободы, связанные с использованием фазовых дисперсионных систем, $\delta\varphi = (1 - R)/\sqrt{R}$ — ширина интерференционного максимума, выраженная через фазу. Величина $\pi/\delta\varphi$ имеет определенный физический смысл и соответствует в теории многолучевой интерференции понятию «числа эффективных пучков».

Рассмотрим теперь, к чему приводит такое увеличение разрешающей способности системы в направлении x . Для этого следует проанализировать, как изменяется освещение объекта при введении интерференционного клина K_1 . Предположим, что интерференционный клин K_1 освещается параллельным пучком белого света. Если на интерференционный клин падает плоский волновой фронт, то, как известно, в результате многократных отражений на зеркалах клина после прохождения получается «набор» волновых фронтов, повернутых на угол $2\gamma n$ по отношению к падающему лучу, где γ — угол клина, n — порядковый номер отражения падающей световой волны от зеркал интерференционного клина. Полученные в результате отражений световые волны являются когерентными, сдвинутыми по фазе и убывающими по интенсивности. Освещение объекта такими когерентными световыми волнами, направленными под различными углами к плоскости объекта, приводит к расширению полосы пространственных частот, передаваемых системой в направлении x . При этом компенсация разностей фаз освещающих пучков производится с помощью интерференционного клина K_2 .

Следует отметить, что получаемый после интерференционного клина K_1 «набор» волновых фронтов, освещающих объект, занимает некоторое пространство вдоль оси z , определяемое приближенно величиной

$$\Delta z = 2tN_{эфф}, \quad (37)$$

где t — толщина клина K_1 , $N_{эфф}$ — число эффективных пучков для зеркал клина K_1 . Вследствие того, что световые волны, определяемые этими фронтами, являются когерентными, принципиально невозможно в этом случае различить элементы объекта, расположенные в направлении оси z в пределах зоны Δz .

Здесь следует сказать о том, что при определении числа степеней свободы волнового поля при передаче изображения с помощью оптической системы речь шла о передаче изображения двумерных объектов. Однако оптическая система переносит в пространство изображений трехмерную информацию об объекте и в общем случае следует говорить о трехмерной функции передачи оптической системы и определять соответствующее число степеней свободы волнового поля ²⁴. Принимая это во внимание, можно сделать вывод о том, что описанный метод также находится в полном соответствии с концепцией инвариантности числа степеней свободы волнового поля при формировании изображения. Следствием увеличения разрешающей способности в направлении x является в этом случае сокращение разрешающей способности в направлении z , и число степеней свободы волнового поля, соответствующее передаче трехмерной информации об объекте, очевидно, остается неизменным.

Это заключение позволяет провести аналогию между описанным методом формирования изображения и интерференционной микроскопией,

в которой известно соотношение неопределенностей Ингельстама для определения поперечной и продольной координат элемента объекта^{25, 26}. С этой точки зрения можно считать, что объект в описанном методе дополняется искусственно созданной фазовой структурой, которая, изменяясь по известному закону в направлении z , может быть использована для формирования изображения элементов объекта с повышенной разрешающей способностью в направлении x .

VII. МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ, ПОЗВОЛЯЮЩИЕ УВЕЛИЧИТЬ РАЗРЕШАЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ В ДВУХ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

Нами рассмотрен ряд методов, позволяющих увеличить разрешающую способность оптической системы в одном направлении путем эффективного использования степеней свободы волнового поля объекта. При этом, как видно из описания методов, необходимо иметь а priori некоторые сведения об объекте, чтобы использовать тот или иной метод формирования изображения с повышенной разрешающей способностью. Каждый из этих методов может быть использован только для ограниченного класса объектов, например для объектов, не зависящих от времени, не обладающих двойным лучепреломлением и т. д.

Теперь следует остановиться на возможности использования описанных методов формирования изображения для увеличения разрешающей способности в двух направлениях и эффективного применения их для широкого ряда объектов с двумерным распределением оптической плотности.

Для достижения этой цели предложены три варианта²⁷:

- 1) использование суперпозиционных масок, одинаковым образом расщепляющих световой пучок, но имеющих различную ориентацию;
- 2) вращение вокруг оптической оси устройств, используемых для расщепления светового луча;
- 3) использование двух различных типов устройств для повышения разрешающей способности в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Возможность применения первого варианта была уже упомянута в гл. II и IV. В работе²⁸ проводится анализ вариантов использования синхронно перемещающихся одномерных решеток для формирования изображения двумерных объектов с повышенной разрешающей способностью, причем рассматривается случай, когда решетки расположены в плоскости объекта и изображения. Очевидно, используемые решетки следует перемещать так, чтобы за время регистрации изображения система оставалась пространственно-инвариантной. Если использовать скрещенные решетки, перемещающиеся таким образом, что направление перемещения делит пополам угол между линиями решеток, то в этом случае в плоскости изображения получатся различные условия освещения для зон, параллельных направлению движения решеток, а передача пространственных гармоник будет зависеть от их ориентации. Поэтому такая система не может быть эффективно использована для формирования изображения двумерных объектов.

В той же работе²⁸ обсуждается второй вариант использования синхронно перемещающихся одномерных решеток при сочетании их линейного и вращательного движения и определяется передаточная функция для такого метода формирования изображения. Рис. 12 показывает, как расширяется в этом случае полоса передаваемых пространственных частот, если решетки занимают последовательно положения $\varphi = 0, 45, 90$ и 135° .

В случае использования синусоидальных решеток с пространственной частотой f_0 и при непрерывном вращении решеток передаточная функция линзы получает некоторую добавку в виде функции, симметричной относительно f_0 и имеющей ширину $2f'$ (где f' — предельная пространственная частота, передаваемая линзой). На рис. 13 изображена

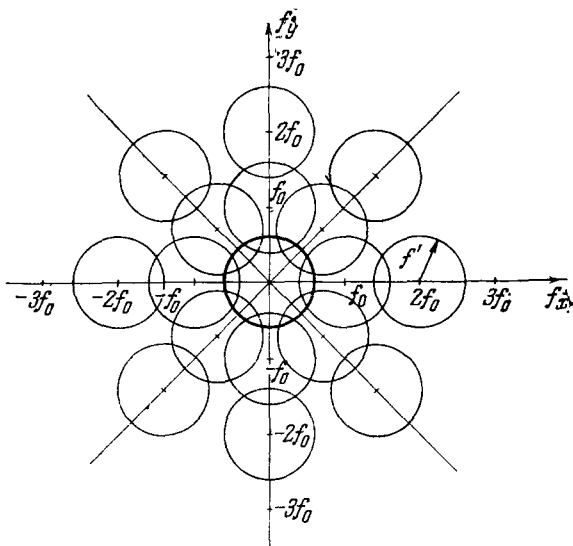


Рис. 12. Расширение полосы передаваемых пространственных частот при последовательном повороте решеток через 45° .

передаточная функция линзы и добавочные члены, получаемые при использовании решеток с частотами $f_0 = f', 1,5f', 2f', 2,5f'$. Утверждается, что можно получить величину модуляции около 15% в точке с предельной пространственной частотой f' . Этот вариант формирования изображений двумерных объектов с помощью оптической системы с повышенной разрешающей способностью в одном направлении исследовался автором совместно с А. И. Карташевым²⁹. В качестве системы с повышенной разрешающей способностью в одном направлении в работе использовался объектив со щелевой диафрагмой в плоскости входного зрачка. При этом отношение разрешающих способностей во взаимно перпендикулярных направлениях (вдоль и поперек щели) составляло 50 : 1. Такая оптическая система может рассматриваться как аналог описанных выше систем, разрешающая способность которых зависит от направления. Формирование изображения производилось путем многократного последовательного наложения изображений при различной ориентации направления максимальной разрешающей способности оптической системы: на одной фотопластинке последовательно во времени экспонировались изображения объекта для 36 положений щелевой диафрагмы, вращающейся вокруг оптической оси объектива (через 5°).

На рис. 14, а показано изображение объекта, полученное с помощью объектива со щелевой диафрагмой при ее фиксированном положении, на рис. 14, б — изображение того же объекта, полученное при вращении диафрагмы вокруг оптической оси указанным выше способом. (Объект представляет собой совокупность светящихся точек.)

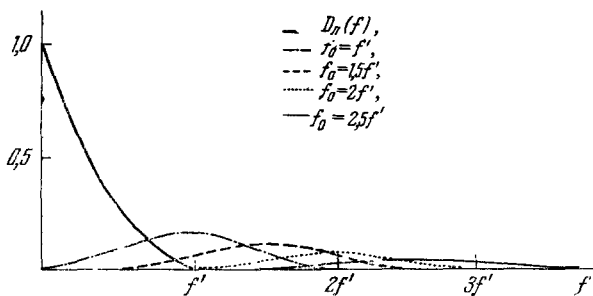


Рис. 13. Функция передачи оптической системы при использовании линейного и вращательного движения решеток.

Распределение освещенности в изображении точки позволяет судить о разрешающей способности оптической системы. Для описываемого метода формирования изображения характер этого распределения можно определить, если взять за основу распределение освещенности в изображении точки для направления, перпендикулярного к щели, и предположить, что

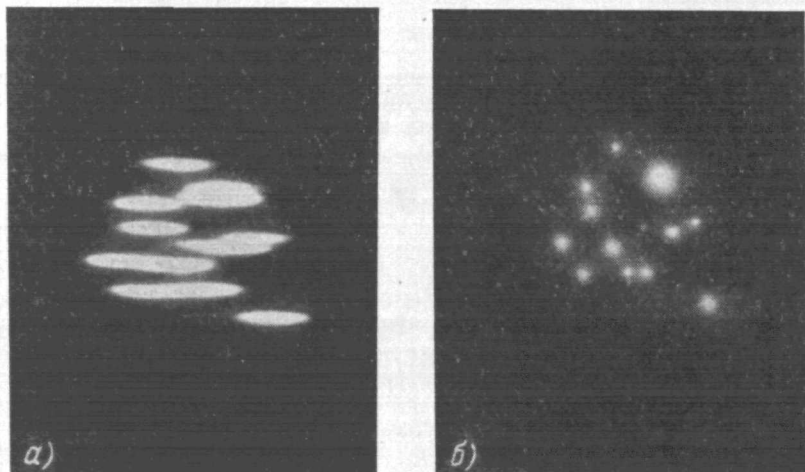


Рис. 14. а) Изображение объекта, полученное с помощью оптической системы с повышенной разрешающей способностью в одном направлении; б) изображение того же объекта, полученное при вращении оптической системы с повышенной разрешающей способностью в одном направлении вокруг оптической оси.

относительная освещенность для любой координаты распределения при вращении щелевой диафрагмы сокращается пропорционально площади кольцевых зон, которые имеют равную ширину в радиальном направлении и радиус которых соответствует координате определяемого распределения. (Это предположение справедливо для случая, когда разрешающая способность оптической системы в одном направлении значительно превышает разрешающую способность в остальных направлениях, а ширина кольцевых зон определяется распределением освещенности в изображении точки для направления максимального разрешения.)

На рис. 15 приведены кривая 1 дифракционного распределения освещенности в изображении точки (функция рассеяния) для объектива диаметром 1,2 мм, соответствующего ширине щелевой диафрагмы, и расчетная кривая 2 для описанного метода формирования изображения. Из сравнения кривых 1 и 2 можно сделать вывод, что диаметр пятна в изображении точки, ограниченного уровнем освещенности, составляющем 50% максимального, для описанного метода формирования изображения меньше в 15 раз.

В работе ²⁹ обсуждается также возможность регистрации двумерного изображения при вращении системы вокруг оптической оси с помощью

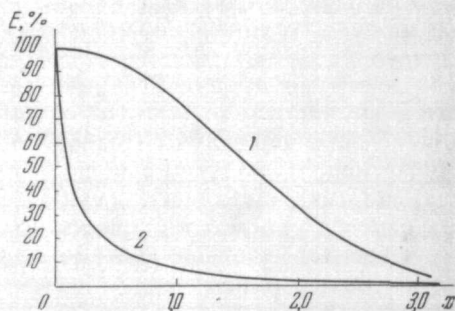


Рис. 15. Теоретическое распределение освещенности в изображении точки:

1 — при диаметре объектива 1,2 мм, соответствующем ширине щели, 2 — при описанном методе формирования изображения (x — координата в плоскости изображения, E — величина относительной освещенности).

двухступенчатого негативно-позитивного метода. В этом методе сначала получают негативные изображения объекта для отдельных положений щелевой диафрагмы и затем суммируют их путем последовательного наложения при печати на фотопластинку или бумагу. Такой метод дает возможность исключить хвосты распределений освещенности, которые дают сильный ореол в рассмотренном негативном методе и снижают разрешающую способность.

Таким образом, оптическая система с повышенной разрешающей способностью в одном направлении может быть использована для получения изображения объектов не только линейчатой структуры, но и объектов с произвольным двумерным распределением яркости. При описанном методе формирования изображения эффективная разрешающая способность становится одинаковой для всех направлений и значительно превышает разрешающую способность исходной системы, не достигая, однако, максимальной.

VIII. ПЕРЕДАЧА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ ВРЕМЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ПРИ УМЕНЬШЕНИИ ШИРИНЫ ПОЛОСЫ ПЕРЕДАВАЕМЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПРАКТИЧЕСКИ ДО НУЛЯ

Несмотря на то, что этот метод нельзя рассматривать как чисто оптический, так как формирование изображения осуществляется с помощью дополнительного радиоэлектронного устройства, представляет интерес рассмотреть его информационную емкость в отношении передачи пространственной информации.

Если метод сводится к поэлементному сканированию изображения объекта, то система объектив — приемник будет иметь только одну пространственную степень свободы. Например, в телевизионном передающем устройстве светочувствительная мишень телевизионной трубки воспринимает в каждый отдельный момент времени только один элемент изображения, несмотря на то, что сам объектив, проектирующий изображение на мишень трубки, может передать большое число пространственных элементов.

Возможен и другой вариант передачи изображения, когда производится сканирование объекта с помощью перемещающейся диафрагмы¹⁹ или освещающего луча (телевизионная система бегущего луча). В этом случае можно обойтись вообще без оптической системы, направляя световую энергию, прошедшую (или отраженную) через каждый элемент объекта, непосредственно на приемник светового излучения.

Очевидно, что изображение, переданное с помощью временного канала связи, может иметь

$$N_{x,y} = N_t = 2\Delta\nu \cdot \Delta T \quad (38)$$

степеней свободы, где $\Delta\nu$ — ширина полосы временных частот, используемая для передачи изображения, ΔT — время, в течение которого передается изображение (см. теорему отсчетов).

Величины $\Delta\nu$ и ΔT выбираются в зависимости от рода используемого канала связи. Так, для фототелеграфа полоса $\Delta\nu$ составляет порядка нескольких килогерц и время ΔT — несколько минут, а передача изображения из космоса осуществляется при соответствующей ширине полосы в течение нескольких часов. При телевизионном методе передачи изображения получается (для отечественного стандарта) $(625)^2$ пространственных степеней свободы при времени передачи кадра $1/25$ сек и ширине полосы временных частот порядка 6 Мгц.

Ярким примером использования временных степеней свободы для передачи пространственной информации являются высокоразрешающие когерентные радиолокационные системы бокового обзора с синтезированной апертурой. В этих системах источником информации об объекте служит интерференционное поле, представляющее собой результат пространственно-временного взаимодействия электромагнитных волн, отраженных от объекта, и когерентного излучения антенны. Пространственная запись этого интерференционного поля на пленке эквивалентна голограмме и содержит информацию об объекте, которая может быть выделена при последующей обработке. Такая РЛС обеспечивает пространственное разрешение, даже если апертура антенны близка к нулю и система представляет собой одномерный канал, используемый для передачи сигнала, зависящего от времени.

Пусть радарная антенна, установленная на самолете, летящем горизонтально со скоростью v_x , облучает земную поверхность электромагнитными волнами с частотой ν_0 ¹⁶. Рассмотрим, как получается информация о структуре местности в направлении x вдоль траектории полета (рис. 16). Амплитуда волны, отраженной точечным объектом O ($x_0, y_0, z_0 = 0$) и полученной антенной в точке P ($x = v_x t, y = 0, z$), такова:

$$u_s(t) = u_0 \exp[-i\omega_0(t - t_{p0})], \quad (39)$$

где u_0 — постоянная, зависящая от отражательной способности объекта, $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ и t_{p0} — задержка во времени, определяемая длиной пути антенна — объект — антенна из выражения

$$t_{p0} = 2c^{-1}[(x - x_0)^2 + y_0^2 + z^2]^{1/2} = \frac{2r_0}{c} + \frac{(x - x_0)^2}{r_0 c}, \quad (40)$$

где $r_0 = (y_0^2 + z^2)^{1/2}$, c — скорость электромагнитных волн.

Полученный сигнал смешивается с когерентным исходным сигналом частоты ν_0 , получаемым в приемном устройстве:

$$u_r(t) = u_r \exp(-i\omega_0 t). \quad (41)$$

Результирующий временной сигнал $u_r^*(t) u_s(t) + u_r(t) u_s^*(t)$ усиливается и превращается в пространственный путем записи на движущуюся пленку. Если скорость пленки $\bar{v}_x$, то положению $\bar{x}$ на пленке соответствует момент наблюдения t и положение самолета x :

$$\bar{x} = \bar{v}_x t = \frac{\bar{v}_x}{v_x} x. \quad (42)$$

Сигнал на планке, соответствующий точечному объекту O , есть

$$u_r^*(\bar{x}) u_s(\bar{x}) + u_r(\bar{x}) u_s^*(\bar{x}) = u_r^* u_0 \exp i\varphi(\bar{x}), \quad (43)$$

где

$$\varphi(\bar{x}) = 2k_0 r_0 + \left(\frac{v_x}{v_x}\right)^2 k_0 \frac{(\bar{x} - \bar{x}_0)^2}{r_0}, \quad (44)$$

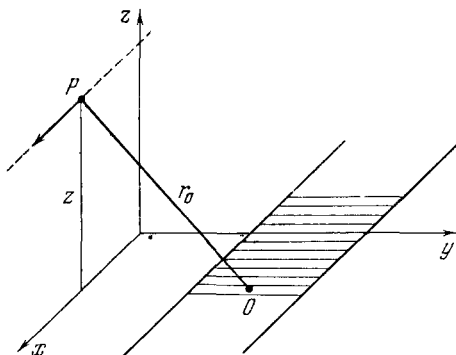


Рис. 16. Схема действия РЛС с синтезированной апертурой.

P — антенна радара, установленная на самолете, летящем на высоте z со скоростью v_x , O — точечный объект на местности.

и $k_0 = 2\pi\nu_0/c$. Этот сигнал представляет собой эквивалент обычной голограммы типа Френеля, преобразованный в масштабе $\bar{v}_x/v_x$.

Фаза $\varphi(x)$ записанного сигнала раскладывается в ряд Тейлора относительно точки x' :

$$\varphi(x) = \varphi(x') + \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=x'} (x-x') + \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \Big|_{x=x'} (x-x')^2 + \dots \quad (45)$$

При этом первая производная фазы в точке $x = x'$ является локальной пространственной частотой в этой точке:

$$k_x(x') = \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=x'}. \quad (46)$$

Поэтому локальные пространственные частоты, представленные в результирующем сигнале (43), можно получить путем дифференцирования уравнения (44)

$$k_x(x) = \frac{2k_0(x-x_0)}{r_0}. \quad (47)$$

Земная поверхность, освещенная одновременно лучом радара, имеет линейную протяженность L_x в направлении x :

$$L_x = r_0 \frac{\lambda_0}{D_x}, \quad (48)$$

где λ_0 — длина волны электромагнитного излучения, испускаемого антенной радара, D_x — диаметр антенны. Поэтому принимаемый сигнал охватывает ширину полосы пространственных частот

$$\Delta k_x = \frac{2k_0 L_x}{r_0}. \quad (49)$$

Известно, что для любого волнового процесса имеет место соотношение неопределенностей, ограничивающее точность одновременного определения координаты x и соответствующей компоненты k_x волнового вектора:

$$\delta x \cdot \delta k_x \geq 2\pi. \quad (50)$$

Поэтому разрешающая способность определяется соотношением

$$\Delta x = \frac{2\pi}{\Delta k_x} = \frac{\lambda_0 r_0}{2L_0} = \frac{D_x}{2}, \quad (51)$$

в то время как для обычной радарной системы $\Delta x = L_x$.

Для того чтобы получить и записать сигнал, соответствующий ширине полосы локальных пространственных частот Δk_x , необходимы такие ширина полосы временного канала $\Delta\omega_0$ и ширина полосы пространственных частот $\Delta\bar{k}_x$ на пленке, чтобы

$$v_x \Delta k_x = \Delta\omega_0 = \bar{v}_x \Delta\bar{k}_x. \quad (52)$$

За отрезок времени ΔT самолет пролетает расстояние $s_x = v_x \Delta T$ и полученный сигнал записывается на пленке длиной $\bar{s}_x = \bar{v}_x \Delta T$. Число степеней свободы сигнала, полученного от поля объекта s_x , передается приемным каналом в интервале времени ΔT в пределах ширины полосы временных частот $\Delta\nu_0$ и окончательно записывается на отрезке пленки $\bar{s}_x$ в пределах полосы пространственных частот $\Delta\bar{k}_x$. Можно записать

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{2s_x \Delta k_x}{2\pi}, \\ N_t &= 2\Delta\nu_0 \Delta T, \\ N_{\bar{x}} &= \frac{2\bar{s}_x \Delta\bar{k}_x}{2\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Таким образом, пространственная информация, получаемая с помощью такой радиолокационной системы, имеет N_x степеней свободы, причем

$$N_x = N_t = N_{\bar{x}}. \quad (54)$$

Получение информации о структуре объекта в направлении y , перпендикулярном к направлению полета, с точки зрения обсуждаемого вопроса не имеет существенных отличий и сводится к регистрации интерференционного поля, эквивалентного голограмме Фраунгофера.

Близкая аналогия между описанными когерентными РЛС и оптической голографией делает необходимым определение информационной емкости голограмм и анализ ограничивающих ее факторов. Важность такого анализа определяется широким практическим использованием голографии в настоящее время.

IX. ЧИСЛО СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ, ЗАФИКСИРОВАННОЕ В ГОЛОГРАММЕ

Как известно, голограмма получается в результате интерференции световых волн, рассеянных объектом, и падающей световой волны. При этом носителем информации об объекте является фаза светового излучения.

Обсуждая вопрос об эффективном использовании степеней свободы волнового поля при формировании изображения, интересно определить, какое число степеней свободы волнового поля объекта фиксируется при голографическом процессе в голограмме данного размера¹⁶. Фотопластинку, используемую для записи голограммы, будем рассматривать как систему для фиксации двумерного распределения интенсивности волнового поля, имеющую предельную пространственную частоту.

Определим информационную емкость голограммы типа Френеля. Пусть световая волна, освещающая объект, и опорная волна — монохроматические с частотой излучения ν_0 ; объект не зависит от времени. Схема получения голограммы показана на рис. 17. Сферическая волна, исходящая из точки объекта x_0, y_0 в плоскости $z = -z_0$, имеет в точке x, y в плоскости голограммы $z = 0$ амплитуду

$$u_s(x, y; t) = u_0 \exp \{ -i [\omega_0 t - \varphi(x, y)] \}, \quad (55)$$

где

$$\varphi(x, y) = k_0 [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2]^{1/2} \quad (56)$$

и $k_0 = 2\pi\nu_0/c$. Предполагается, что опорная волна является плоской и что она накладывается на плоскость голограммы с амплитудой

$$u_r(x, y; t) = u_r \exp(-i\omega_0 t). \quad (57)$$

Так как фотопластинка чувствительна к распределению интенсивности, фиксируется картина зоны Френеля

$$u_r^*(x, y; t) u_s(x, y; t) = u_r^* u_0 \exp[i\varphi(x, y)], \quad (58)$$

соответствующая данной точке объекта.

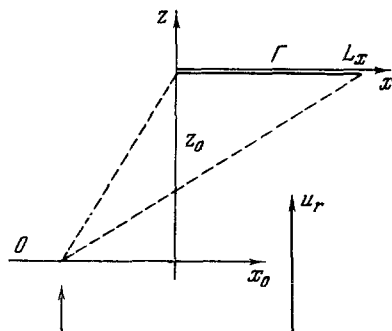


Рис. 17. Получение голограммы Френеля.

O — объект ($x_0 \leq 0$), Γ — пластинка голограммы ($x \geq 0$), u_r — опорный пучок.

Из уравнения (56) локальные пространственные частоты в точке x, y в плоскости голограммы равны

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{d\varphi}{dx} = \frac{k_0(x-x_0)}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2]^{1/2}} \approx \frac{k_0(x-x_0)}{z_0}, \\ k_y &= \frac{d\varphi}{dy} = \frac{k_0(y-y_0)}{[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2]^{1/2}} \approx \frac{k_0(y-y_0)}{z_0} \end{aligned} \quad (59)$$

при условии

$$\frac{|x-x_0|}{z_0} \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{|y-y_0|}{z_0} \ll 1.$$

Если объект ограничен до $x_0 \leq 0$, а пластина голограммы до $x \geq 0$, все пространственные частоты объекта будут лежать в правой половине плоскости $k_x - k_y$, т. е. речь идет о голограммах с одной боковой полосой.

Рассмотрим, какая полоса пространственных частот объекта в направлении x фиксируется на голограмме данного размера L_x с предельной пространственной частотой k'_x . Из уравнения (59) находим, что для поля объекта вблизи $x_0 = 0$ записываются на голограмме пространственные частоты

$$0 \leq k_x \leq \frac{k_0 L_x}{z_0}. \quad (60)$$

Предполагается, что $L_x \leq L_m$, где

$$L_m = \frac{z_0 k'_x}{k_0} \quad (61)$$

— максимальная полезная длина пластинки голограммы. Пространственные частоты, полученные при $x > L_m$, выше предельной частоты фотопластинки не фиксируются.

Соотношение (60) можно выразить как

$$0 \leq k_x \leq k_0 \sin \alpha_x, \quad (62)$$

где α_x — угол, под которым пластина голограммы видна из точки объекта $x_0 = 0$. Максимальный полезный угловой размер голограммы определяется из условия

$$\sin \alpha_m = \frac{k_x}{k_0}. \quad (63)$$

(Для эмульсий с предельной частотой $f'_x = \frac{k'_x}{2\pi} = 1000$ а/мм, используемых для видимой области спектра, $\alpha_m \approx 30^\circ$.)

Рассмотрим ширину полосы пространственных частот объекта, фиксируемую в голограмме в зависимости от положения точки объекта в плоскости $x_0 - y_0$. Для поля объекта в интервале $0 \leq x_0 \leq L_m - L_x$ фиксируются пространственные частоты

$$\frac{k_0(-x_0)}{z_0} \leq k_x \leq \frac{k_0(L_x - x_0)}{z_0}. \quad (64)$$

При этом ширина полосы пространственных частот составляет

$$\Delta k_x(x_0) = \frac{k_0 L_x}{z_0}. \quad (65)$$

Для поля объекта в интервале $L_m - L_x \leq -x_0 \leq L_m$ фиксируются пространственные частоты

$$\frac{k_0(-x_0)}{z_0} \leq k_x \leq k'_x = \frac{k_0 L_m}{z_0},$$

т. е. ширина полосы пространственных частот

$$\Delta k_x(x_0) = \frac{k_0(L_m + x_0)}{z_0} \quad (66)$$

и уменьшается линейно до нуля на краю поля объекта при $x_0 = -L_m$.

Фотопластинка длиной L_x с предельной пространственной частотой k'_x может зафиксировать одномерный пространственный сигнал с

$$(N_x)_{\max} = \frac{L_x k'_x}{\pi} = L_x L_m \frac{k_0}{\pi z_0} \quad (67)$$

степенями свободы. Если пластинка записывает голограмму, то $(N_x)_{\max}$ является верхним пределом для числа степеней свободы волнового поля, которые могут быть зафиксированы.

Покажем, что в голограмме с одной боковой полосой возможности фотопластинки используются не полностью, т. е. что $N_x < (N_x)_{\max}$.

Число степеней свободы волнового поля, зафиксированное в интервале Δx голограммы, равно $2\Delta x \Delta k_x(x)/2\pi$, где $\Delta k_x(x)$ — ширина полосы пространственных частот, которая присутствует в данном интервале и может быть зарегистрирована эмульсией. Из условия наличия одной боковой полосы ($x \geq 0$, $x_0 \leq 0$) следует, что пространственные частоты $k_x(x) \leq k_0 x/z_0$ отсутствуют на голограмме, поэтому

$$\Delta k_x(x) = k'_x - \frac{k_0 x}{z_0}. \quad (68)$$

Полное число степеней свободы пространственного сигнала $u_r^* u_s$, записанное на всей пластинке, равно

$$N_x = 2(2\pi)^{-1} \int_0^{L_x} \Delta k_x(x) dx = 2L_x \left(L_m - \frac{1}{2} L_x \right) \frac{k_0}{2\pi z_0}. \quad (69)$$

Можно показать, что при интегрировании по всему полю объекта L_m число степеней свободы

$$N_x = 2(2\pi)^{-1} \int_0^{L_m} \Delta k_x(x_0) dx_0 \quad (70)$$

с учетом соотношений (65), (66) получается равным величине, определенной по формуле (69).

Эффективность, с которой используется информационная емкость фотопластинки для голограмм Френеля, равна

$$\eta = \frac{N_x}{(N_x)_{\max}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{L_x}{L_m}. \quad (71)$$

Для пластинки длиной L_x минимальное расстояние $(z_0)_{\min}$, при котором пластинка имеет максимальную полезную длину, можно определить по формуле (см. уравнение (61))

$$(z_0)_{\min} = L_x \frac{k_0}{k'_x}. \quad (72)$$

Тогда уравнение (71) можно записать в виде

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \frac{(z_0)_{\min}}{z_0}. \quad (73)$$

Отсюда видно, что эффективность использования фотопластинки η постоянна и зависит от расстояния z_0 между объектом и голограммой. Очевидно, что информационная емкость пластинки используется более эффек-

тивно, если объект отодвигается дальше. Если для голограмм Фраунгофера с одиночной боковой полосой $z_0 \rightarrow \infty$, то достигается эффективность $\eta = 1$.

Однако, ввиду того что разрешающая способность голограмм³⁰⁻³² определяется выражением

$$\Delta x = \lambda_0 \frac{z_0}{2L_x}, \quad (74)$$

разрешение для более близких объектов будет лучше, чем для удаленных.

Прямоугольная фотопластинка с длиной L_x , L_y в направлениях x и y соответственно может зафиксировать пространственное волновое поле посредством

$$(N_{x,y})_{\max} = \left(\frac{L_x k'_x}{\pi} \right) \left(\frac{L_y k'_y}{\pi} \right) \quad (75)$$

степеней свободы. Полагая, что эмульсия изотропна, устанавливаем $k'_x = k'_y$. Так как условие наличия одной боковой полосы не ограничивает компоненты k_y пространственных частот, можно показать, что

$$N_y = (N_y)_{\max} = \frac{L_y k'_y}{2\pi}.$$

Отсюда следует, что эффективность, с которой используется информационная емкость двумерной фотопластинки в голографии с одной боковой полосой, равна

$$\eta = \frac{N_{x,y}}{(N_{x,y})_{\max}} = \frac{N_x}{(N_x)_{\max}}.$$

Х. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным параметром, определяющим информационную емкость системы при формировании изображения, является число степеней свободы волнового поля N , которое может быть передано системой в пространство изображения. Это число N является неизменным для данной системы. Поэтому ширина полосы пространственных частот, передаваемая системой, может быть увеличена, но при обязательном условии сокращения одного из других факторов, определяющих N .

В заключение автор выражает благодарность А. И. Карташеву и Н. Р. Батарчуковой за участие в обсуждении материалов и ценные указания при подготовке статьи.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. H. W o l t e r, Ann. d. Phys. 7, 341 (1950).
2. G. T o r a l d o d i F r a n c i a, JOSA 45, 497 (1955).
3. I. H a r r i s, JOSA 54, 931 (1964).
4. Я. И. Х у р г и н, В. П. Я к о в л е в, Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике, М., Физматгиз, 1962.
5. E. L a u, Phys. Zs. 38, 446 (1937).
6. A. L o h m a n n, D. P a r i s, Optik 22, 226 (1965).
7. P. L a s o m m e, Optica Acta 1, 33 (1954).
8. К. Д. С и н е л ь н и к о в, А. Н. Р я з а н о в, Оптика и спектроскопия 5, 184 (1958).
9. H. W o l t e r, Physica 6, 457 (1958).
10. D. G a b o r, Proc. of the Symposium on Astronomical Optics, Amsterdam, 1956, стр. 17.
11. K. M i y a m o t o, JOSA 50, 856 (1960).
12. D. G a b o r, Progr. Optics 1, 109 (1961).

13. W. Lukosz, JOSA 56, 1463 (1966).
 14. W. Lukosz, Zs. Naturforsch. 18a, 436 (1963).
 15. W. Lukosz, M. Marchand, Optica Acta 10, 241 (1963).
 16. W. Lukosz, JOSA 57, 932 (1967).
 17. M. Grimm, A. Lohmann, JOSA 56, 1151 (1966).
 18. A. Bachl, W. Lukosz, JOSA 57, 163 (1967).
 19. M. Franson, Nuovo Cimento, Suppl. 9, 283 (1952).
 20. A. Lohmann, Optica Acta 3, 97 (1957).
 21. W. Gartner, A. Lohmann, Zs. Phys. 174, 18 (1963).
 22. A. Lohmann, D. Paris, Appl. Optics 3, 1037 (1964).
 23. А. И. Карташев, Оптика и спектроскопия 9, 394 (1960).
 24. R. Frieden, JOSA 57, 56 (1967).
 25. E. Ingelstam, Ann. Phys 7, 309 (1954).
 26. E. Menzel, Optik und Spektroskopie aller Wellenlänge, Berlin, 1962, стр. 18.
 27. D. Paris, B. Morgenstern, JOSA 53, 1342 (1963).
 28. D. Paris, B. Morgenstern, JOSA 54, 1282 (1964).
 29. А. И. Карташев, А. Н. Королев, Оптика и спектроскопия 23, 450 (1967).
 30. Д. Строук, Введение в когерентную оптику и голографию, М., «Мир», 1967.
 31. А. А. Пистолькорс, ДАН СССР 172, 334 (1967).
 32. Б. П. Константинов, А. Н. Зайдель, В. Б. Константинов, Ю. И. Островский, ЖТФ 36, 1718 (1966).
-