1968 г. Январь **Том 94, вып. 1**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.126.33

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОСМИЧЕСКИХ МЮОНОВ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЙ

И. Л. Розенталь

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительно интенсифицировалось исследование космических мюонов. Подобный интерес обусловлен не только интригующей разницей в массах мюона и электрона при видимом тождестве их взаимодействий (что является одной из самых интересных проблем физики элементарных частиц (см., например, [1]); изучение свойств космических мюонов может пролить свет на многие характеристики взаимодействий при очень больших энергиях. Здесь можно наметить следующие важные проблемы, которые решаются или (в определенной части) решены при изучении космических мюонов больших энергий.

1. Поиски гипотетических аномальных (т. е. неэлектромагнитных и неслабых) взаимодействий мюонов, быстро возрастающих с их энергией.

2. Обнаружение гипотетических частиц с промежуточным взаимодействием (константа взаимодействия лежит между константами сильного и электромагнитного взаимодействий).

3. Выяснение условий генерации K-мезонов при очень больших энергиях.

4. Определение энергии самого быстрого пиона, возникающего в множественных процессах, происходящих при энергиях $\gtrsim 10^{12}$ *эв*.

5. Определение сечения фотоядерных процессов при энергиях, недоступных для современных ускорителей.

Вопросы 1 и 3—5 подробно рассмотрены в гл. IV, поэтому мы здесь не будем останавливаться на путях решения этих задач.

Поиски частиц с промежуточным взаимодействием, начатые в работе [2], основаны на простой идее — исследовании жесткой компоненты космических лучей на глубинах, когда уже практически отсутствует ядерно-активная компонента космических лучей, но поглощение мюонов еще незначительно. На подобных глубинах, равных 10—100 метрам водного эквивалента (*м* в. э.), относительное взаимодействие подобных гипотетических частиц было бы наиболее эффективным.

Отметим далее, что для физиков, занимающихся изучением свойств элементарных частиц, вопрос об их источниках имеет, в известном смысле, второстепенное значение. Важны лишь характеристики потоков элементарных частиц (энергия, интенсивность и т. д.). Поэтому может показаться неоправданным подчеркивание в заголовке статьи «взаимодействия космических мюонов». Решающим оправданием этого является то обстоятельство, что предмет статьи составляют мюоны с энергиями $\gtrsim 10^{11}$ *эв*, возникающие пока лишь при взаимодействии космических лучей. Именно поэтому изучение мюонов больших энергий остается их привилегией.

Вместе с тем для цельности изложения представляется полезным кратко осветить современную ситуацию в том пункте, который затрагивается в статье и решается также на ускорителях. Здесь имеется в виду, пожалуй, самый «животрепещущий» вопрос об аномальном взаимодействии, которое независимо от его формы должно сказываться в той или иной степени при малых и больших энергиях мюонов *). Можно отметить четыре подхода к исследованию аномального взаимодействия мюонов на ускорителях:

а) Измерение магнитного момента мюона. Этот метод (как мы увидим) — наилучший, поскольку теоретическое значение магнитного момента не зависит от сильных взаимодействий.

Магнитный момент $\bar{\mu}$ мюона, с точностью до величин $\sim \alpha^2$, равен [3]

$$\bar{\mu}=\bar{\mu}_0\left[1+\frac{\alpha}{2\pi}+0{,}75\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2\right]=1{,}0011654\bar{\mu}_0; \qquad (\text{B},1)$$

$\bar{\mu}_0$ — дираковский магнитный момент мюона. Наиболее точные экспериментальные данные были получены [4] по измерению фактора $(g-2)$ **):

$$\bar{\mu}=(1{,}001162\pm 5\cdot 10^{-6})\,\bar{\mu}_0. \qquad (\text{B},2)$$

Возможные аномалии заключены в ошибке измерения магнитного момента; вклад неэлектромагнитных взаимодействий в магнитный момент $\delta\bar{\mu}\leqslant 5\cdot 10^{-6}\,\bar{\mu}_0$. Этот вклад можно трактовать со следующих позиций (см., например, [5]). В феноменологическом плане возможная аномалия может быть истолкована как нарушение квантовой электродинамики

---

*) Подробное изложение ситуации до 1962—1963 г. при небольших энергиях см. в [1].

**) Несколько более точные данные получены в недавней работе той же группы[4] (F. Farley et al., Nuovo Cimento 45, 281 (1966)): $\bar{\mu}=(1{,}001165\pm 3\cdot 10^{-6})\,\bar{\mu}_0$. (*Примечание при корректуре.*)

при достаточно больших передаваемых импульсах Λ или малых расстояниях $l \sim 1/\Lambda$ *). Существование величин Λ и l можно понять и как проявление структуры мюона.

Можно показать, что

$$\Lambda \sim \mu \sqrt{\frac{\alpha}{3\pi} \frac{\bar{\mu}_0}{|\delta\bar{\mu}|}}, \tag{В,3}$$

где μ — масса мюона. Подобную аномалию можно также понять как проявление конкретного дополнительного взаимодействия мюона. В частности, если предположить, что оно возникает в результате обмена гипотетическим векторным мезоном с массой m_χ [6, 7], то имеет место следующее неравенство:

$$\frac{f^2}{3\pi}\left(\frac{\mu}{m_\chi}\right)^2 \leqslant \frac{|\delta\bar{\mu}|}{\bar{\mu}_0}; \tag{В,4}$$

f — константа связи с гипотетическим полем. Для сопоставления со слабым взаимодействием удобно ввести размерную константу

$$F = \frac{f^2}{m_\chi^2} \sim \frac{f^2}{\Lambda^2}.$$

Из (В,1)—(В,4) следует, что $\Lambda \sim 2 - 3$ *Гэв*, $l \sim (2 \div 3)\cdot 10^{-15}$ *см*. Константа $F \leqslant 10^{-4}/\mu^2$, т. е. верхний предел константы F, полученный на основе (В, 4), примерно на три порядка выше, чем константы слабого взаимодействия $g \sim 2\cdot 10^{-7}/\mu^2$ **).

б) Другим методом анализа взаимодействий мюона в условиях, когда отсутствует сильное взаимодействие, является изучение μ — e-рассеяния. Некоторой трудностью этого метода является неприятная падающая зависимость сечения σ_δ образования δ-электрона от квадрата передаваемого 4-импульса [8]:

$$\sigma_\delta \backsim (q^2)^{-1/2}. \tag{В,5}$$

Кроме того, нужно достаточно точно знать спектр падающих мюонов, что является непростой задачей (особенно в космических лучах; см. гл. III).

Поэтому, несмотря на то, что уже давно отмечена важность исследования μ — e-рассеяния (см., например, [8]), до сих пор на ускорителе проведено лишь одно исследование μ — e-рассеяния при энергии $E_\mu \sim 8$ *Гэв* [9]. Оказалось, что вплоть до расстояний порядка $7\cdot 10^{-14}$ *см* имеется хорошее согласие между опытом и расчетами на основе квантовой электродинамики.

в) Образование мюонных пар на нуклонах с точки зрения интересующего нас вопроса структуры мюона имеет тот недостаток, что в реакции участвуют нуклоны, имеющие заведомо структуру. Это обстоятельство особенно сказывается в наиболее интересной области — при больших импульсах, передаваемых мюонным парам. Для уменьшения влияния ядра обычно отбирают случаи с малым передаваемым ядру импульсом, что соответственно уменьшает статистическую точность опытов. Недавно при исследовании образования мюонных пар было получено, что $l \leqslant 2\cdot 10^{-14}$ *см* [10].

г) При изучении упругого рассеяния мюонов на нуклонах нет способов избежать влияния нуклонных формфакторов. Поэтому, строго говоря, подобные опыты предназначены для исследования в большей степени ядерной структуры, чем мюонной. Можно, однако, путем сопоставления кривых рассеяния мюонов и электронов на нуклонах попытаться

*) Здесь и далее $\hbar = c = 1$.

**) Более точное предельное значение константы F получается на основе нейтринных опытов (см. гл. IV, § 1).

определить возможную разницу структур электрона и мюона *). Необходимо подчеркнуть, что опыты по рассеянию мюонов сложны из-за сильной зависимости сечения рассеяния от импульсов мюонов и необходимости весьма точного определения малых углов рассеяния (при наличии сильного фона).

Наиболее интересные опыты по рассеянию мюонов на протонах были поставлены недавно в группе Л. М. Ледермана [11]. Из этих опытов можно заключить, что

$$\left[\left(\frac{1}{\Lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{\Lambda_e}\right)^2\right]^{-1} \geqslant 2\ (\textit{Гэв})^2. \qquad (В,6)$$

Используя сделанные ранее оценки величины Λ, можно получить $\Lambda_e \geqslant 1$ *Гэв*; $l_e = 3\cdot 10^{-14}$ *см*. Λ_e, l_e — импульс и расстояние, при которых не сказывается структура электрона. Таким образом, изучение на ускорителях процессов с участием мюонов при сравнительно больших передаваемых импульсах привело к важному (но, в некотором смысле, негативному) результату: отсутствию дополнительных взаимодействий и «структурности» при не очень больших энергиях мюона ($\sim$3—5 *Гэв*) и импульсах Λ ($\sim$2—3 *Гэв*).

В заключение скажем коротко о плане статьи. В гл. I анализируется точность вычислений сечения взаимодействия быстрых мюонов. Такой анализ необходим для количественных сопоставлений с экспериментальными результатами.

В гл. II рассматривается прохождение мюонов через большие толщи вещества. Определенное внимание уделено вычислению флуктуаций пробегов, что необходимо для анализа опытов на больших глубинах.

В гл. III приводятся основные результаты экспериментального исследования космических мюонов. Полезно отметить, что здесь выбраны характеристики, которые количественно установлены относительно надежно.

В гл. IV анализируются физические результаты, полученные в опытах с космическими мюонами. Эта глава представляет наибольший интерес для физиков, не интересующихся специальными вопросами.

Отметим, наконец, что в статье большое внимание уделено количественным характеристикам взаимодействия мюонов большой энергии. Необходимость подобного подхода диктуется следующими причинами: а) увеличивающейся точностью экспериментальных исследований космических мюонов, б) необходимостью строго обосновать сделанные в статье выводы, в) желанием автора опровергнуть бытующее иногда мнение о невозможности получить количественные оценки характеристик взаимодействия элементарных частиц при исследовании космических лучей.

Подчеркнем в заключение, что вопросы, затронутые в статье, не исчерпывают всю проблему космических мюонов, а, скорее, отражают субъективную точку зрения на важность тех или иных направлений исследований.

I. СЕЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЫСТРЫХ МЮОНОВ

1. Тормозное излучение

Сечение тормозного излучения релятивистскими мюонами на неподвижном ядре в первом борновском приближении вычислялось на основе метода Бете — Гайтлера в ряде работ [2-4]. В наиболее удобной форме, объединяющей весь диапазон испускаемых фотонов, сечение представлено в статье [14]. Однако в использованной аппроксимации [14] принималось уста-

*) Предполагая (из-за отсутствия отклонений в значении магнитного момента), что мюон—точечная частица.

релое значение размеров ядер. Учет современных данных о радиусах ядер [15] приводит к следующему выражению для сечения:

$$\sigma_r(E_{0\mu}, v)\,dv = \\ = \alpha\left(2Zr_0\frac{m}{\mu}\right)^2\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}v+v^2\right)\frac{dv}{v}\ln\left(\frac{\frac{3}{2}k\frac{\mu}{m}Z^{-2/3}}{\frac{k\sqrt{e}}{2}\frac{\mu^2}{mE_{0\mu}}\frac{v}{1-v}Z^{-1/3}+1}\right), \quad (1,1)$$

где $v = E_\gamma/E_{0\mu}$, $E_{0\mu}$ и E_γ — начальная энергия мюона и энергия фотона, μ и m — массы мюона и электрона; $r_0 = e^2/m$, Z — заряд мишени, $k \sim 190$ (константа). Если параметр

$$\gamma \sim 100\frac{\mu^2}{mE_{0\mu}}\frac{v}{1-v}Z^{-1/3} \gg 1$$

(отсутствие экранирования), то

$$\sigma_r(E_{0\mu}, v)\,dv = \alpha\left(2Zr_0\frac{m}{\mu}\right)^2\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}v+v^2\right)\frac{\ln\left(\frac{3}{\sqrt{e}}\frac{100}{\gamma}\frac{\mu}{m}Z^{-2/3}\right)}{v}\,dv. \quad (1,2)$$

Если $\gamma \ll 1$ (полное экранирование), то

$$\sigma_r(E_{0\mu}, v) = \alpha\left(2Zr_0\frac{m}{\mu}\right)^2\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}v+v^2\right)\ln\left(\frac{3}{2}\frac{\mu}{m}KZ^{-2/3}\right). \quad (1,3)$$

Возникает вопрос о точности формул (1,1)—(1,3) (см. [16]). Выражение (1,1) аппроксимирует сечение, вычисленное при определенных физических предположениях, с точностью до 2%. При вычислении допускались следующие пренебрежения:

1) образованием фотонов в поле электронов атомной оболочки;
2) радиационными поправками;
3) влиянием среды;
4) отдачей.

Кроме того, диаграммы с участием виртуальных адронов учитывались приближенно, путем введения конечного размера ядра.

5) Вычисления проводились в первом борновском приближении. Наибольшую поправку в сечение излучения вносит взаимодействие мюонов с электронами. Этот процесс был рассмотрен в работах [16-18]. Приближенно сечение σ_{er} взаимодействия мюона с электроном можно представить в виде суммы двух величин [17] *):

$$\sigma_{er} = \sigma_{1er} + \sigma_{2er} = 4\alpha r_0^2\left(\frac{m}{\mu}\right)^2\frac{\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}v+v^2\right)}{v}\ln\frac{2E_{0\mu}(1-v)}{\mu v} + \\ + \frac{8}{3}\alpha r_0^2\frac{m}{E_\gamma}\frac{\ln\frac{m}{\mu v}}{v}, \quad (1,4)$$

$\sigma_{2er} \sim (\mu^2/mE_\gamma)\,\sigma_{1er}$; поэтому при энергиях $E_{0\mu} \ll \mu^2/m$ основную роль играет σ_{2er}; если $E_{0\mu} \gg \mu^2/m$, то основной вклад вносит слагаемое σ_{1er}, которое, как легко видеть, совпадает с точностью до незначительного логарифмического фактора (отражающего разницу в радиусах ядра и электрона) с сечением излучения мюона на неподвижном заряде $Z = 1$ [16] (формула (1,2)). Это обстоятельство легко понять, поскольку эффективный передаваемый импульс падает с увеличением $E_{0\mu}$ и поэтому при достаточно больших энергиях влияние отдачи электрона пренебрежимо мало́. Тогда при

---

*) Точное выражение для сечения см. в [8], но для дальнейшего достаточно приближения (1, 4).

энергиях $E_{0\mu} \gg \mu^2/m$ полное сечение σ_{rt} можно представить в форме

$$\sigma_{rt}=\alpha\left(2r_e\frac{m}{\mu}\right)^2 Z\left(\frac{4}{3}-\frac{4}{3}v+v^2\right)\times$$
$$\times\frac{1}{v}\left\{Z\ln\left(\frac{\frac{3}{2}k\frac{\mu}{m}Z^{-2/3}}{\frac{k\sqrt{e}}{2}\frac{\mu^2}{mE_{0\mu}}\frac{v}{1-v}Z^{-1/3}+1}\right)+\ln\frac{2E_{0\mu}(1-v)}{\mu v}\right\}. \quad (1,5)$$

Формула (1,5) не учитывает интерференции излучения от электронов атомной оболочки и их взаимного экранирования.

Учет этих факторов при полном экранировании был произведен для случая излучения электронами [19, 20].

При переносе полученных в этих работах соотношений на излучение мюонами нужно второе слагаемое в фигурной скобке положить равным $1{,}2\ln\,(^3/_2k\mu Z^{-2/3}/m)$.

Наиболее неясный пункт в оценке точности приведенных формул — это оценка радиационных поправок. Вклад в сечение, обусловленный радиационными поправками [21], для случая, когда можно пренебречь взаимодействием атомов среды,

$$-\Delta\sigma_r\sim 0{,}7\,\frac{\alpha}{\pi}\ln\frac{E_\gamma}{\Delta E}\,\sigma_r, \quad (1,6)$$

где ΔE — некоторая минимальная энергия, характерная для измеряющего прибора.

К сожалению, нас интересует сечение процесса в веществе (т. е. когда измерительный прибор отсутствует и плотность вещества достаточно велика). Тогда, учитывая, что величина ΔE находится под знаком логарифма (и поэтому ее точное значение не очень существенно), можно попытаться для ее оценки использовать соображения размерности [16]. Наиболее простое выражение с размерностью энергии и состоящее из атомных постоянных и констант вещества имеет вид

$$\Delta E\sim\frac{NZ^2}{A}\,e^2\rho R_\text{ф}^2\sim 10\ \text{эв}, \quad (1,7)$$

N — число Авогадро, e — заряд электрона, ρ — плотность, $R_\text{ф}$ — радиус атома по Томасу — Ферми. Полагая $E_{0\mu}=10^{12}$ эв, $E_\gamma=\overline{E}_\gamma\sim$ $\sim E_{0\mu}/\ln\,(E_{0\mu}/\mu)\sim 10^{11}$ эв, получаем $\Delta\sigma_r\sim 0{,}05\ \sigma_r$.

Оценку влияния среды на сечение тормозного излучения легко произвести [16], основываясь на упрощенном выражении для фактора среды, полученном И. И. Гуревичем [22]. Оказалось, что в области $E_{0\mu}\sim 10^{12}$ эв среда уменьшает сечение тормозного излучения на $10^{-3}\div 10^{-4}\%$.

Эффективный импульс отдачи равен

$$q_\text{эфф}\sim\frac{\mu^2E_\gamma}{E_{0\mu}(E_{0\mu}-E_\gamma)}\sim\frac{\mu^2E_\gamma}{E_{0\mu}^2}. \quad (1,8)$$

Полагая $E_\gamma=\overline{E}_\gamma$ и считая, что эффект отдачи несуществен для $q_\text{эфф}\ll M$ (M — масса нуклона), получаем условие $\mu^2/10E_{0\mu}\ll M$, или $E_{0\mu}\gg 1$. Разумеется, такое слабое условие недостаточно обосновано, хотя бы потому, что (1,8) получено в ультрарелятивистском приближении. Но для релятивистских энергий ($E_{0\mu}\gg\mu$) и не слишком больших q влияние отдачи должно быть мало́. Для оценки отклонения от первого борновского приближения напомним, что оно обусловливается разложением по двум параметрам: $\alpha Z/v$ и $\alpha Z/v'$ (v и v' —скорости мюона до и после столкновения). В релятивистском случае поправка [23], связанная с конечностью первого параметра, порядка $0{,}1\,(Z/82)^2\,\sigma_r$. Влияние второго параметра сказывается, если $1-v' \sim 1$. Тогда поправка равна [24]

$$\frac{\mu E_\gamma Z^{1/3}}{E_\mu (E_\mu - E_\gamma)}\,\sigma_r.$$

Для легких и средних элементов ($Z \sim 10 \div 30$), которые нас будут впоследствии интересовать, обе поправки очень малы ($\sim 0{,}1 \div 1\%\ \sigma_r$).

Таким образом, учитывая все эти замечания для достаточно больших энергий ($E_{0\mu} \gg 10^{11}$ *эв*), полное сечение σ_{rt} можно представить в форме

$$\sigma_{rt} = 0{,}95\alpha \left(2r_0 \frac{m}{\mu}\right)^2 Z(Z+\xi)\left(\frac{4}{3}+v^2-\frac{4}{3}v\right)\frac{1}{v}\times$$
$$\times \ln\left(\frac{\frac{3}{2}k\frac{\mu}{m}Z^{-2/3}}{\frac{k\sqrt{e}}{2}\frac{\mu^2}{mE_{0\mu}}\frac{v}{1-v}Z^{-1/3}+1}\right). \qquad (1{,}9)$$

Наибольшую неопределенность вносит величина радиационных поправок. Полагая, что эта неопределенность едва ли превышает само значение $|\Delta\sigma_r|$, можно сказать, что точность формулы (1,9) порядка $\sim 5\%$.

2. Прямое образование пар

Прямое образование пар мюонами описывается диаграммами, изображенными на рис. 1. Точное вычисление сечения представляет достаточно сложную задачу вследствие необходимости интегрирования дифференциального сечения по углам. В работе [25] проведено вычисление с логарифмической точностью, но при интегрировании по углам допущены некоторые

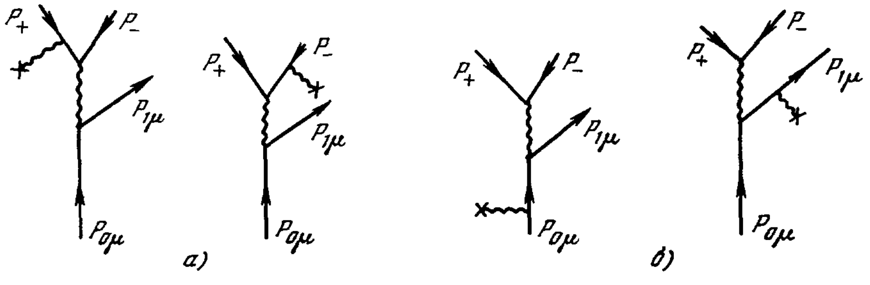

Рис. 1.

непоследовательности. Более последовательный расчет в логарифмическом приближении провел Ф. Ф. Терновский [26]. Наиболее точный расчет был проведен недавно С. Р. Кельнером [27] *). Приведем результаты вычислений сечения прямого образования пар с точностью до величин $(m/\varepsilon_p)^2$ и (μ/E_0) [27]:

$$\sigma_{p_3} = \sigma_{p_3}^a + \sigma_{p_3}^b, \qquad (1{,}10)$$

$$\sigma_{p_3}^{a,b} = \frac{2}{\pi}(Zr_e\alpha)^2 \frac{\Phi_{a,b}}{\varepsilon_p}\frac{E_{0\mu}}{E_{1\mu}} \qquad (1{,}11)$$

*) Когда писалась эта статья, формулы (1,10) и (1,11) еще не были опубликованы. Автор благодарит С. Р. Кельнера за предоставление своих результатов до их опубликования.

($E_{1\mu}$ — энергия мюона после столкновения).

$$\Phi_a^{(\text{н})} = 2\left[\ln\frac{\varepsilon_p(1-v_p^2)}{2m\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2}\right]\left[a_1\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - b_1 - \frac{c_1}{1+x}\right] - a_1 f\left(\frac{1}{1+x}\right) + \\ + b_1 x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + \frac{c_1}{1+x}, \qquad (1,12)$$

$$a_1 = \frac{1}{3}(2+v_p)^2\left(1+\frac{\varepsilon_p^2}{2E_{0\mu}E_{1\mu}}\right) + \frac{x}{3}(3+v_p^2),$$

$$b_1 = \frac{1}{3}(2+v_p^2), \qquad c_1 = \frac{1}{3}(x+v_p^2) + \frac{1}{6}\frac{\varepsilon_p^2}{E_{0\mu}E_{1\mu}},$$

$$v_p = \frac{\varepsilon_+ - \varepsilon_-}{\varepsilon_p}, \qquad \varepsilon_p = \varepsilon_+ + \varepsilon_-, \qquad x = \left(\frac{\mu}{m}\right)^2\frac{\varepsilon_p^2}{E_{0\mu}E_{1\mu}}\frac{(1-v_p^2)}{4}.$$

$f(z) = -\int\limits_0^z \frac{\ln|1-x|}{x}\,dx$ — функция Спенса*).

Условие отсутствия экранирования

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_+\varepsilon_-}\left(m^2 + \mu^2\frac{\varepsilon_+\varepsilon_-}{E_{0\mu}E_{1\mu}}\right) \gg Z^{1/3}m\alpha.$$

$$\Phi_a^{(\text{э})} = 2\ln\left(kZ^{-1/3}\sqrt{1+x}\right)\left[a_1\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - b_1 - \frac{c_1}{1+x}\right] + \\ + a_1 f\left(\frac{1}{1+x}\right) - d_1\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{2}{3}\frac{c_1}{1+x} + \frac{1}{18}(1-v_p^2); \qquad (1,13)$$

$$d_1 = b_1 x + \frac{1}{18}(1-v_p^2)\left(\frac{E_{0\mu}}{E_{1\mu}} + \frac{E_{1\mu}}{E_{0\mu}}\right) + \frac{1}{18}x(3-v_p^2).$$

Условие полного экранирования

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_+\varepsilon_-}\left(m^2 + \mu^2\frac{\varepsilon_+\varepsilon_-}{E_{0\mu}E_{1\mu}}\right) \ll Z^{1/3}m\alpha.$$

$$\Phi_b^{(\text{н})} = \left\{\left[\ln\left(\frac{E_{0\mu}E_{1\mu}(1-v_p^2)}{(1+x)m^2}\right) - 1\right]\left[a_2\ln(1+x) + \frac{b_2}{4}(1-v_p^2) + c_2\frac{x}{1+x}\right] - \\ - a_2 f\left(\frac{x}{1+x}\right) - b_2\frac{1-v_p^2}{4x}\ln(1+x) - c_2\frac{x}{1+x}\right\}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2, \qquad (1,14)$$

где

$$a_2 = \left[\frac{E_{0\mu}}{E_{1\mu}} + \frac{E_{1\mu}}{E_{0\mu}} - \frac{2}{3}\right]\left[\frac{1+v_p^2}{4} - \frac{1-v_p^2}{4x}\right] - \frac{1}{3}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2,$$

$$b_2 = \frac{E_{0\mu}}{E_{1\mu}} + \frac{E_{1\mu}}{E_{0\mu}} - \frac{2}{3}, \qquad c_2 = \frac{1-v_p^2}{3} - \frac{1}{12}\frac{\varepsilon_p^2}{E_{0\mu}E_{1\mu}}(1+v_p^2) + \frac{1}{3}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2. \qquad (1,15)$$

---

*) Основные свойства функции Спенса:

$$f(x) + f(1-x) = \frac{\pi^2}{6} - \ln x\cdot\ln|1-x|,$$

$$f(1) = -2f(-1) = \frac{2}{3}f(2) = 2f\left(\frac{1}{2}\right) + (\ln 2)^2 = \frac{\pi^2}{6}.$$

В этом случае условие отсутствия экранирования

$$\frac{E_{0\mu}E_{1\mu}m}{\mu^2\varepsilon_p} \ll \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}\left(1+\frac{1}{x}\right).$$

$$\Phi_b^{(э)} = \left\{2\ln\left(\frac{\mu}{m}kZ^{-1/3}\sqrt{1+(1/x)}\right)\left[a_2\ln(1+x)+\frac{b_2(1-v_p^2)}{4}+c_2\frac{x}{1+x}\right]+\right.$$
$$\left.+a_2 f\left(\frac{x}{1+x}\right)+d_2\ln(1+x)+\frac{2}{3}c_2\frac{x}{1+x}+\frac{1}{18}(1-v_p^2)\right\}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2, \quad (1,16)$$
$$d_2 = b_2\frac{(1-v_p^2)}{4}-\frac{2}{9}\left(\frac{1-v_p^2}{4x}-\frac{1+v_p^2}{4}\right)+\frac{1}{9}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2.$$

Условие полного экранирования

$$\frac{E_{0\mu}E_{1\mu}\cdot m}{\mu^2\varepsilon_p} \gg \frac{1}{Z^{1/3}\alpha}\left(1+\frac{1}{x}\right).$$

Соотношения между $\sigma_{p_3}^a$ и $\sigma_{p_3}^b$ имеют вид

$$\frac{\sigma_{p_3}^b}{\sigma_{p_3}^a} \sim \left(\frac{\varepsilon_p}{E_{1\mu}}\right)^2 \frac{1}{\ln\left(\frac{\varepsilon_p}{m}\right)}, \qquad m \ll \varepsilon_p \ll m\left(\frac{E_{1\mu}}{\mu}\right), \quad (1,17)$$

$$\frac{\sigma_{p_3}^b}{\sigma_{p_3}^a} \sim \left(\frac{\varepsilon_p}{E_{1\mu}}\right)^2 \ln\left(\frac{\varepsilon_p}{m}\right), \qquad m\left(\frac{E_{1\mu}}{\mu}\right) \ll \varepsilon_p \ll E_{1\mu}. \quad (1,18)$$

Возникает далее вопрос о роли различных поправок к сечению (1,10). Естественно, что вследствие сложности расчетов прямого образования пар, поправки, аналогичные тем, которые оценивались для тормозного излучения, до сих пор не рассматривались. Однако для основных поправок (влияние орбитальных электронов и радиационные поправки) порядок их величины должен совпадать с порядком поправок к тормозному излучению. Поэтому окончательное выражение для сечения выглядит следующим образом:

$$\sigma_p^{a,b} = 2\frac{0,95}{\pi}Z(Z+\xi)(r_e\alpha)^2\frac{\Phi_{a,b}}{\varepsilon_p}\frac{E_{0\mu}}{E_{1\mu}}. \quad (1,19)$$

3. Электромагнитно-ядерные реакции под действием мюонов

Образование ядерно-активных частиц при взаимодействии мюонов с нуклоном описывается диаграммой, приведенной на рис. 2. К сожалению, правая часть этой диаграммы, содержащая нуклонный формфактор, не может быть вычислена современными методами. Поэтому вычисление сечения подобных процессов сводят к оценке двух диаграмм рис. 3, где при вычислении диаграммы 3, *б* используют «экспериментальное» значение сечения образования пионов реальными фотонами. Столь грубый подход к решению задачи делает, в некотором смысле, иллюзорной все возрастающую точность вычислений сечения «ядерного» взаимодействия мюонов. Скорее, вычисления, проведенные в последние годы [28–30], подтвердили правомерность приближения Вейцзеккера — Вильямса, использованного еще в первой работе Джорджа [33] *), посвященной вычислению

*) Современное развитие метода Вейцзеккера — Вильямса и его применение ко многим задачам (см., например, [31,32]).

мюон-ядерного сечения. К счастью, однако, два обстоятельства делают столь грубый подход оправданным. Нас будут в основном далее интересовать энергетические потери быстрых мюонов в веществе. Оказалось, что: 1) эта величина слабо зависит от различных предположений, заложенных в модели вычисления сечения мюон-ядерного сечения, и 2) сама величина потерь в грунте на мюон-ядерные процессы составляет менее 10% полной величины потерь (см. гл. II).

В общем виде в Л-системе дифференциальное сечение мюон-нуклонного процесса можно представить в форме [29]

$$\frac{d^2\sigma_{\mu N}}{dq^2\,d\varepsilon_\pi}=\frac{\alpha}{8\pi^2}\,\frac{1}{(E_{0\mu}^2-\mu^2)}\,\frac{1}{q^4}\left\{L^{(1)}\left(E_{0\mu}^2+E_{1\mu}^2\right)q^2-2\mu^2\varepsilon_\pi^2-\frac{q^4}{2}\right\}+$$

$$+L^{(2)}\left(2\mu^2-q^2\right)q^2\},\qquad(1,20)$$

где $L^{(1)}$ и $L^{(2)}$ — некоторые произвольные функции инвариантов, характеризующих мюон-нуклонное взаимодействие, ε_π — суммарная энергия

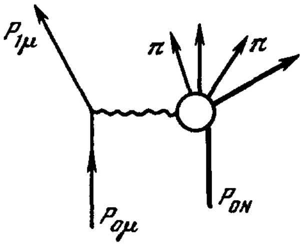

Рис. 2.

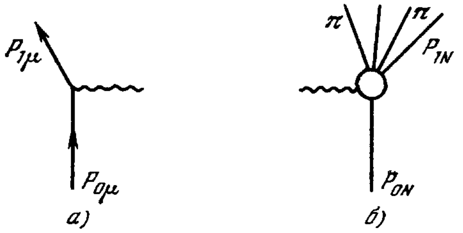

Рис. 3.

ядерно-активных частиц, q^2 — квадрат 4-импульса виртуального фотона (см. рис. 3).

Функции $L^{(1)}$ и $L^{(2)}$ учитывают структуру нуклона, но, вообще говоря, не обязаны совпадать с формфакторами нуклона, полученными при изучении рассеяния электронов на нуклонах. Сечение процесса, представленного на диаграмме 3, *б*, имеет вид

$$\sigma_{\gamma N}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_\pi}\left[L^{(1)}\varepsilon_\pi^2-L^{(2)}q^2\right]_{q^2\to 0}.\qquad(1,21)$$

Допуская, что $L^{(2)}\sim L^{(1)}$, и полагая, что функция $L^{(1)}$ не имеет сингулярностей при $q^2\to 0$, можно (1,21) переписать в форме

$$\sigma_{\gamma N}=\left.\frac{L^{(1)}\varepsilon_\pi}{4\pi}\right|_{q^2\to 0}\qquad(1,22)$$

и пренебречь слагаемым, пропорциональным $L^{(2)}$ в (1,20). В этом случае легко установить связь между $\sigma_{\mu N}$ и $\sigma_{\gamma N}$. Установим связь между формулой (1,20) и сечениями, полученными методом Вейцзеккера — Вильямса [33] и Кесслерами [28], которые использовали полюсное приближение. Для этого проинтегрируем (1,20) (при $L^{(1)}$, определяемом формулой (1,22) и $L^{(2)}=0$) в кинематических пределах изменения q^2. В ультрарелятивистском случае ($\varepsilon_p\gg\mu$)

$$q_{\min}^2\sim\frac{\mu^2\varepsilon_\pi^2}{E_{0\mu}E_{1\mu}},\qquad(1,23)$$

$$q_{\max}^2\sim 2M\varepsilon_\pi.$$

Положим

$$L_1^{(1)}=\frac{4\pi\sigma_{\gamma N}}{\varepsilon_\pi}\left(\frac{\lambda^2}{q^2+\lambda^2}\right)^2, \quad \lambda=\mathrm{const}, \tag{1,24}$$

$$L_2^{(1)}=\frac{4\pi\sigma_{\gamma N}}{\varepsilon_\pi} \tag{1,25}$$

и проинтегрируем (1,20) по q^2 в пределах от $q^2_{\min}$ до $q^2_{\max}$. В дальнейших оценках при $L=L_1^{(1)}$ положим $\lambda\sim 1$ *Гэв*, что примерно соответствует радиусу нуклона (конкретно, $\lambda^2=0{,}365$ *Гэв*^{2}) и $\varepsilon_\pi\gg\lambda$, $\varepsilon_\pi\ll E_{0\mu}$. Тогда

$$\frac{d\sigma_{\mu N}}{d\varepsilon_\pi}\sim\frac{2\alpha}{\pi\varepsilon_\pi}\sigma_{\gamma N}\ln\left(\frac{\lambda E_{0\mu}}{\mu\varepsilon_\pi}\right). \tag{1,26}$$

Это выражение (с точностью до несущественного множителя под знаком логарифма) совпадает с выражением, полученным методом Вейцзеккера — Вильямса:

$$\frac{d\sigma_{\mu N}}{d\varepsilon_\pi}=\frac{2\alpha}{\pi\varepsilon_\pi}\sigma_{\gamma N}\ln\frac{E_{0\mu}}{\varepsilon_\pi}. \tag{1,27}$$

Если выбрать $L^{(1)}=L_2^{(1)}$, то

$$\frac{d\sigma_{\mu N}}{d\varepsilon_\pi}\sim\frac{\alpha}{\pi}\frac{\sigma_{\gamma N}}{\varepsilon_\pi}\ln\left(\frac{ME^3_{0\mu}}{\mu^2\varepsilon^2_\pi}\right). \tag{1,28}$$

Если

$$\left(\frac{E_{0\mu}}{\mu}\right)^2\gg\frac{E_{0\mu}M}{\varepsilon^2_\pi}$$

(по существу, это условие вытекает из $\varepsilon_\pi\gg\mu$), то

$$\frac{d\sigma_{\mu N}}{d\varepsilon_\pi}\sim\frac{2\alpha}{\pi}\frac{\sigma_{\gamma N}}{\varepsilon_\pi}\ln\frac{E_{0\mu}}{\mu}. \tag{1,29}$$

В методе, намеченном японской группой [29], неопределенность вычислений свелась к неопределенности выбора функции L. В работах [28, 33] результаты не содержат произвольных функций, но, по существу, возможный источник ошибок тот же. Для анализа вернемся к рис. 3. Здесь есть два источника ошибок: 1) пренебрежение изменением состояния мюона (метод Вейцзеккера — Вильямса) и 2) замена $\sigma_{\gamma N}$ $(q^2\neq 0)$ на $\sigma_{\gamma N}$ $(q^2=0)$. Для оценки ошибки, происходящей вследствие этой замены, воспользуемся следующим рассуждением. Сечение процесса, изображенного на диаграмме рис. 3, *б*, может зависеть, в частности, от следующих инвариантов: q^2, qp_1, qp_2, ..., qp_n, где p_i — 4-импульс i-й частицы *). Допустим далее, что сечение $\sigma_{\gamma N}$ — непрерывная функция только этих инвариантов, причем истинное значение $\sigma_{\gamma N}$ соответствует $q^2=0$. Тогда $\sigma_{\gamma N}$ $(q^2\neq 0)$ практически не будет отличаться от $\sigma_{\gamma N}$ $(q^2=0)$, если все qp_i $(q^2\neq 0)$ будут мало отличаться от qp_i $(q^2=0)$.

Более конкретно,

$$qp_i\,(q^2\neq 0)-qp_i\,(q^2=0)\ll qp_i.$$

Это условие эквивалентно условию

$$q^2\ll m_i^2, \tag{1,30}$$

*) Мы отвлекаемся от тривиальных инвариантов $p_i^2=m_i^2$.

что в свою очередь приводит к условию

$$\varepsilon_\pi \ll \frac{m_l}{\mu} E_{0\mu}. \qquad (1,31)$$

Так как $m_\pi \sim \mu$, это практически эквивалентно

$$\varepsilon_\pi \ll E_{0\mu}. \qquad (1,32)$$

Однако это условие и есть условие применимости метода Вейцзеккера — Вильямса. Таким образом, точный учет диаграммы рис. 3, *а* практически не улучшает результаты вычислений диаграммы рис. 2 методом Вейцзеккера —Вильямса*) .

Возникает вопрос о практической возможности использовать формулы (1,26)—(1,29), поскольку они содержат неизвестный параметр $\sigma_{\gamma N}$ (использование прямых данных, полученных на ускорителях, необоснованно вследствие того, что сечение $\sigma_{\gamma N}$ измерено лишь для энергий $\sim$ *Гэв*). Чтобы исключить эту неопределенность, целесообразно выполнить следующую процедуру [16, 34]: проинтегрировать сечения (1,26)—(1,29) по спектру космических мюонов (о спектре см. гл. III) и затем сопоставить полученные выражения с экспериментальными данными [34, 35]. Если представить $\sigma_{\gamma N} = h \cdot 10^{-28}$ *см*^{2}/*нукл*, то величина h имеет значения, приведенные в табл. I.

Таблица I

Модели	Вейцзеккера-Вильямса	Кесслеры	$L^{(1)}=L_1^{(1)}$	$L^{(1)}=L_2^{(1)}$
h	1,4	0,18	0,8	0,38

Нужно сказать, что значение $h \sim 1$ согласуется с величиной h, полученной на ускорителе при значительно меньших энергиях ($\sim$ *Гэв*).

II. ПРОХОЖДЕНИЕ МЮОНОВ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

1. Средние потери мюонов

а) Ионизационные потери. Для энергий $E_{0\mu} \gg \mu^2/m$ ионизационные потери в стандартном грунте ($Z = 11$, $A = 22$) можно (в соответствии со Штернхеймером [36]) выразить в форме

$$-\frac{dE}{dx}(u) = \left[1,9 + 0,08 \ln \frac{E_{0\mu}}{\mu}\right] [\text{Мэв} \cdot г^{-1} см^2]. \qquad (2,1)$$

Часто дают более точное значение коэффициентов в формуле (2,1), однако это едва ли оправдано вследствие существенной зависимости их от деталей строения электронной оболочки в атомах, что учесть точно очень трудно.

---

*) Заметим, что условие (1,31) имеет весьма общий характер. Так, для прямого образования пар это условие имеет вид $\varepsilon_p \ll \frac{m}{\mu} E_{0\mu}$. Поскольку в области $\varepsilon_p \lesssim \frac{m}{\mu} E_{0\mu}$ находится максимум сечения, нет ничего удивительного, что метод Вейцзеккера — Вильямса дал для этого процесса хорошие результаты.

б) Потери на тормозное излучение. Используя формулу (1,9) после интегрирования по dv, легко получить

$$-\frac{dE}{dx}(r) = 0{,}95\alpha\left(2r_0\frac{m}{\mu}\right)^2 Z(Z+\xi)\left[\ln C - \frac{17}{18} + I\right]\frac{E_N N}{A}\,[г^{-1}см^2]; \qquad (2,2)$$

$$I = \frac{1}{1-B}\left\{[1-B(1-\ln B)]\left[\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\frac{B}{1-B}+\frac{B^2}{(1-B)^2}\right]+\right.$$
$$\left.+\left[\frac{B^2}{2}\left(\frac{1}{2}-\ln B\right)-\frac{1}{4}\right]\left[\frac{4}{3}+\frac{2B}{1-B}\right]+\left[\frac{1}{9}-\frac{B^3}{3}\left(\frac{1}{3}-\ln B\right)\right]\frac{1}{(1-B)^2}\right\},$$

$$C = \frac{3}{\sqrt{e}}\frac{E_{0\mu}}{\mu}Z^{-1/3}, \qquad B = \frac{2}{k\sqrt{e}}\frac{E_{0\mu}m}{\mu^2}Z^{1/3}.$$

Формула (2,2) получена интегрированием по v от 0 до 1. В действительности, нужно интегрировать до некоторого $v_{\max} < 1$, определяемого применимостью формулы (1,10), полученной в релятивистском приближении. По порядку величины $v_{\max} \sim 1 - t\mu/E_\mu$, $t \sim 1$. Однако поправка, обусловленная заменой $v_{\max}$ на единицу, невелика и по порядку величины равна

$$\frac{\mu}{E_\mu}\ln\left(\frac{E_\mu}{t\mu}\right).$$

Полагая $t = 10$, получаем, что даже в случае $E_\mu \sim 10^{12}$ *эв* поправка менее 1%. Если $E_\mu/\mu \to \infty$, то в этом асимптотическом пределе

$$\frac{dE_\mu}{dx}(r) = 0{,}95\alpha\left(2r_0\frac{m}{\mu}\right)^2 Z(Z+\xi)\left[\ln\left(\frac{3}{2}\frac{k\mu}{m}Z^{-2/3}\right)-\frac{17}{18}\right]\frac{E_\mu N}{A}\,[г^{-1}см^2]. \qquad (2,3)$$

Нужно отметить, что вплоть до довольно больших энергий ($\sim 10^{12}$ *эв*) этот асимптотический предел еще не достигается *).

Приведем численные значения $-dE/dx\,(r)$ для стандартного грунта (табл. II).

Таблица II

$\frac{E_\mu}{\mu}$	10^4	10^5	∞
$\left(-\frac{dE}{dx}(r)\Big/E\right)$, $г^{-1}см^2$	$1{,}7\cdot10^{-6}$	$1{,}8\cdot10^{-6}$	$1{,}82\cdot10^{-6}$

Приблизительно имеем: $dE\,dx/(r) \backsim Z^2/A$.

в) Потери на образование пар. В соответствии с работой [26] (учитывая, помимо того, образование пар на электронах и радиационные поправки) потери на образование пар имеют вид [16]

$$-\frac{dE}{dx}(p) = 0{,}95\frac{2}{3\pi}\frac{(Z\alpha r_e)^2}{A}NL\int_0^E \Phi(R')\,d\varepsilon_p\,[г^{-1}см^2], \qquad (2,4)$$

где

$$\Phi(R') = \left[\frac{64}{15}(R')^2+\frac{38}{15}+\frac{19}{15(R')^2}+\frac{1}{1+(R')^2}\right]\times$$
$$\times\frac{\sqrt{1+(R')^2}}{R}\ln\frac{\sqrt{1+(R')^2}+R'}{\sqrt{1+(R')^2}-R'}-4\left[\frac{7}{3}+\frac{32}{15}(R')^2\right]\ln(2R')-\frac{32}{15}-\frac{38}{15}(R')^2$$

*) Это обстоятельство было отмечено ранее авторами работы [14].

и
$$R'=\frac{\varepsilon_p\mu}{2E_{0\mu}m}.$$

Эта формула верна для случая полного экранирования.

Интегрирование более точной формулы (1,19) дает [27]

$$-\frac{dE}{dx}(p)=0{,}95\,\frac{19\pi}{9}(\alpha r_e)^2 Z(Z+\xi)\times$$
$$\times\frac{m}{\mu}\left(\ln\frac{E_\mu}{4\mu}-\frac{11}{6}\right)\frac{N}{A}E\ [г^{-1}см^2] \qquad (2,5)$$

— отсутствие экранирования,

$$-\frac{dE}{dx}(p)=0{,}95\,\frac{19\pi}{9}(\alpha r_e)^2 Z(Z+\xi)\frac{m}{\mu}\left(\ln 2kZ^{-1/3}-\frac{2}{57}\right)\frac{N}{A}E\ [г^{-1}см^2] \qquad (2,6)$$

— полное экранирование.

Приведем численные значения потерь на образование пар, полученные в соответствии с формулами (2,4) и (2,6) (табл. III).

Таблица III

Формулы	(2,4)	(2,6)	Теория Мурота и др.
$\left[-\frac{dE}{dx}(p)\Big/E\right]$, $г^{-1}\ см^2$	$1{,}9\cdot10^{-6}$	$2{,}3\cdot10^{-6}$	$1{,}8\cdot10^{-6}$

В последнем столбце табл. III приводится величина потерь, вычисленная в соответствии с теорией Мурота и др. [25, 15]. К сожалению, до сих пор нет формулы для сечения образования пар во всем диапазоне энергий, аналогичной соотношению (1,9) *). Существуют лишь выражения для предельных (с точки зрения экранирования) случаев. Поэтому интересно грубо сопоставить интервалы энергии для области полного экранирования в процессах тормозного излучения и образования пар.

Для оценки проделаем следующую процедуру. Найдем среднее значение $\bar{v}_p$ и $\bar{\varepsilon}_p$ и подставим затем эти значения в соотношения, определяющие условие полного экранирования:

$$\bar{v}_p\sim\frac{\int\limits_0^1 dv_p}{\int\limits_{v_{p\,\min}}^1\frac{dv_p}{v_p}}=-\frac{1}{\ln v_{p\,\min}}. \qquad (2,7)$$

По порядку величины $v_{p\,\min}\sim\mu/E_\mu$. Поэтому

$$\bar{v}_p\sim\frac{1}{\ln\frac{E_\mu}{\mu}},\quad \bar{\varepsilon}_p\sim\frac{m}{\mu}E_\mu.$$

Условие полного экранирования для тормозного излучения

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\mu^2}{m}\frac{\bar{v}}{E_\mu}Z^{-1/3}\ll 1,$$

*) Важная задача вычисления потерь для промежуточных случаев была решена лишь в самое последнее время (см. доклад С. Р. Кельнера и Ю. Д. Котова на Международной конференции по космическим лучам, Канада, 1967 г.). (*Примечание при корректуре.*)

или

$$\frac{E_\mu}{\mu} \gg \frac{\mu \bar{v} Z^{-1/3}}{\alpha m} \sim 10^3. \qquad (2,8)$$

Для прямого образования пар условие экранирования имеет приблизительную форму

$$\frac{E_\mu}{\mu} \gg \frac{Z^{-1/3}}{\alpha} \sim 10^2. \qquad (2,9)$$

Условие (2,9) более слабое, чем (2,8); это указывает на то, что полное экранирование для процесса прямого образования пар наступает раньше, чем для тормозного излучения.

г) Потери на мюон-ядерные процессы

$$-\frac{dE_\mu}{dx}(N) = N \int\limits_0^{E_\mu} \varepsilon_\pi \, d\sigma_{\mu N}, \qquad (2,10)$$

где $d\sigma_{\mu N}$ определяется соотношениями (1,26)—(1,29).

Подставляя сечения для фотоядерных процессов, представленные в табл. I, легко вычислить величину $dE_\mu/dx(N)$ [16, 30]. Характерной особенностью результатов, полученных при разных моделях, является удивительная нечувствительность величины потерь к выбранным моделям. В работе [16] для всех моделей

$$-\frac{dE_\mu}{dx}(N) \sim 4 \cdot 10^{-7} E_\mu \, [г^{-1} см^2]. \qquad (2,11)$$

К. Кабаякава [30] получил также для разных моделей

$$-\frac{dE_\mu}{dx}(N) \sim 3 \cdot 10^{-7} E_\mu \, [г^{-1} см^2]. \qquad (2,12)$$

Устойчивость величины ядерных потерь к изменению моделей, с одной стороны, и относительно малый их вклад ($\sim 6 \div 8\%$) в полную величину потерь, с другой, дают веские основания полагать, что отсутствие строгих выражений для мюон-ядерных процессов незначительно снижает точность определения суммарных потерь мюонов *).

2. Средний пробег мюонов

Зависимость величин a и b от энергии имеет, строго говоря, логарифмический характер. Поэтому уравнение, определяющее средний пробег,

$$-\frac{dE_\mu}{dx} = a + bE_\mu \qquad (2,13)$$

нужно решать численно. Однако приближенно можно положить в некотором интервале

$$a = \text{const}, \quad b = \text{const} \qquad (2,14)$$

не зависящими от E_μ. Тогда

$$E_\mu(x) = \frac{(a + bE_{0\mu}) \, e^{-bx} - a}{b} \qquad (2,15)$$

и пробег

$$R = \frac{1}{b} \ln \left(1 + \frac{b}{a} E_{0\mu}\right). \qquad (2,16)$$

*) Графическое представление потерь см. в докладе А. Д. Ерлыкина (Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, v.2). (*Примечание при корректуре.*)

Для оценки погрешности, обусловленной заменой (2,14), можно проделать следующую процедуру. Вычислим пробег по формуле (2,16), полагая $a = \overline{a}$ и $b = \overline{b}$ ($\overline{a}$ и $\overline{b}$ — средние значения этих величин в данном интервале), и затем сопоставим вычисленные цифры с значениями R, полученными численно Кабаякавой [30]. Разумеется, для подобных сопоставлений нужно выбрать значения $\overline{a}$ и $\overline{b}$, полученные в работе [30]. Выберем наиболее интересный интервал $E_{0\mu} = 10^{12} \div 10^{13}$ *эв*. В этом интервале $\overline{a} = 2{,}6$ *Мэв·г*$^{-1}$*см*^{2}, $b = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ *г*$^{-1}$ *см*^{2}.

В табл. IV сведены результаты сопоставления.

Таблица IV

$E_{0\mu} \cdot 10^{-12}$, *эв*	$R_1 \cdot 10^{-5}$, *г·см*$^{-2}$ (по формуле (2,16))	$R_2 \cdot 10^{-5}$, *г·см*$^{-2}$ (численные расчеты [30])	$\left(\frac{R_1-R_2}{R}\right)$, %
1	2,43	2,60	0,07
2	3,65	3,89	0,07
3	4,63	4,75	0,03
4	5,32	5,4	0,015
5	5,89	5,93	0,01
7	6,70	6,74	0,005
10	7,64	7,63	0

В последнем столбце таблицы приведены значения разностей «точных» и приближенных значений R в процентах. Чтобы оценить, имеют ли допущенные неточности практическое значение, вычислим dR/da и dR/db. В интересующем нас интервале $E_{0\mu}$ имеем

$$\ln\left(1 + \frac{b}{a} E_{0\mu}\right) \sim 1 \div 3.$$

Поэтому по порядку величины

$$\frac{dR}{db} \sim -\frac{R}{b} \quad \text{и} \quad \frac{dR}{da} \sim -\frac{R}{a}.$$

Как мы видели, точность определения $b \sim 10\%$. Поэтому неточность, обусловленная погрешностью b, превышает погрешность, обусловленную заменой «точного» решения уравнения (2,13) приближенным решением (2,15) и (2,16).

3. Кривая поглощения

Пусть $P(E_\mu, x)$ — дифференциальный спектр мюонов на глубине x. Интенсивность $P(E_\mu, x)$ связана со спектром на уровне моря $P(E_\mu, 0)$ следующим соотношением:

$$P(E_\mu, x) = P[\varphi(E_\mu, x); 0] \frac{d\varphi}{dE_\mu}, \tag{2,16'}$$

где функция φ определяется соотношением $E_{0\mu} = \varphi(E_\mu, x)$. В первом приближении для вычисления φ можно использовать (2,15). Тогда, если

$$P(E_\mu, 0) = DE_\mu^{-(\gamma+1)}, \tag{2,17}$$

$$D = \text{const}, \quad \gamma = \text{const},$$

то

$$P(E_\mu, x) = D \frac{b^{\gamma+1} e^{bx}}{[(a + bE_\mu) e^{bx} - a]^{\gamma+1}}. \tag{2,18}$$

Интегральный спектр мюонов на глубине x

$$T(E_\mu, x) = D\frac{b^\gamma}{\gamma}[e^{bx}(E_\mu b + a) - a]^{-\gamma}. \tag{2,19}$$

Кривая поглощения (т. е. зависимость полной интенсивности мюонов от количества вещества над установкой) имеет вид

$$T(0, x) = \frac{D}{\gamma}\left(\frac{b}{a}\right)^\gamma (e^{bx} - 1)^{-\gamma}. \tag{2,20}$$

Представляет интерес зависимость кривой поглощения от ошибок в определении параметров a и b. Изменение параметра a приводит к смещению абсолютного значения T (0, x), в то время как ошибка в значении величины b влечет также и изменение показателя γ *).

Из (2,21) легко получить

$$\frac{dT(0, x)}{da} = -\frac{T(0, x)}{\gamma a}. \tag{2,21}$$

Зависимость $dT(0, x)/db$ значительно сложнее: например, $dN/db = 0$ при значении

$$\frac{xe^{bx}}{e^{bx} - 1} = \frac{\gamma}{b}$$

(если $\gamma \sim 2{,}5$; $b = 4 \cdot 10^{-6}$ $г^{-1}см^2$, что соответствует $x \sim 5 \cdot 10^5$ $г \cdot см^{-2}$).

Для крайних значений

1) $xb \ll 1$:

$$\frac{dT(0, x)}{db} \sim \frac{T(0, x)}{b}(\gamma - 1), \tag{2,22}$$

2) $xb \gg 1$:

$$\frac{dT(0, x)}{db} \sim T(0, x)\left(\frac{\gamma}{b} - x\right). \tag{2,23}$$

4. Флуктуации пробегов мюонов

Сочетание падающего спектра мюонов и флуктуационного характера их энергетических потерь приводит к флуктуациям пробегов мюонов и некоторому характерному изменению кривой поглощения, что впервые было отмечено в работах [37, 13]. Физически причина изменения кривой поглощения заключается в том, что данный пробег R будет иметь частицы с энергиями меньшими или бóльшими, чем это задается (2,16). Однако из-за падающего спектра частиц с меньшими энергиями значительно больше, чем частиц с бóльшими энергиями. Это приводит к изменению кривой поглощения.

Вычисление интенсивности с учетом флуктуаций сводится к решению уравнения, похожего на то, которым описываются каскадные процессы:

$$-\frac{\partial P(E_\mu, x)}{\partial x} + a\frac{\partial P(E_\mu, x)}{\partial E_\mu} = \int_0^1 \left[P(E_\mu, x) - \frac{1}{1-v}P\left(\frac{E_\mu}{1-v}, x\right)\right]\sigma_t(E_\mu, v)\,dv, \tag{2.24}$$

где $\sigma_t = \sigma_r + \sigma_p + \sigma_N$.

Это уравнение решалось аналитически для предельно малых и больших глубин [13]. В общем виде аналитическое выражение дано недавно Нишимурой [38] (см. также [30]). В простой приближенной форме решение (2,24) было найдено в работе [39].

*) Если определять величину b по кривой поглощения.

Уравнение (2,24) решалось также методом Монте-Карло [40, 41]. Подчеркнем, что все решения (2,24) получены для степенного спектра (2,17) и при постоянных значениях функций a и b. Для целых значений γ решение имеет относительно простой вид [30, 138].

Полная интенсивность $T_f(0, x)$ на глубине x с учетом флуктуаций представляется в виде разложения

$$T_f(0, x) = D \frac{1}{a^{\gamma}\gamma!} \sum_{s=\gamma}^{\infty} \frac{\partial A(s)}{\partial s} e^{-A(s)x} \prod_{i=1}^{\gamma-1} [A(s) - A(i)], \tag{2,25}$$

где

$$A(s) = A_r(s) + A_p(s) + A_N(s), \tag{2,26}$$

$$A_{r,\,p,\,N} = \int_0^1 [1 - (1 - v)^s]\, \sigma_{r,\,p,\,N}\, dv. \tag{2,27}$$

Отношение

$$r = \frac{T(0, x)}{T_f(0, x)} = \left\{ \frac{1}{(\gamma-1)!} \left(\frac{e^{bx} - 1}{b} \right)^{\gamma} \sum_{s=\gamma}^{\infty} \frac{\partial A(s)}{\partial s} e^{-A(s)x} \prod_{i=1}^{\gamma-1} [A(s) - A(i)] \right\}^{-1}. \tag{2,28}$$

Сравнительно простое выражение для интегрального спектра $T(E_\mu, x)$ получается для произвольного γ, если $E_\mu > \varepsilon_\mu$ [13]:

$$T(E_\mu, x) = De^{-6\cdot 10^5 x A(\gamma)} F(E_\mu), \tag{2,29}$$

$$F(E_\mu) = E_\mu^{-(\gamma+1)} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n C_{\gamma+n}^{n} K_{\gamma,\,n} \left(\frac{\varepsilon_\mu}{E_\mu} \right)^n, \tag{2,30}$$

$$K_{\gamma,\,n} = \frac{nK_{\gamma,\,n-1}}{A(\gamma+n) - A(\gamma)}, \quad K_{\gamma,\,0} = 1.$$

$\varepsilon_\mu \sim 1{,}5\cdot 10^{12}$ *эв* имеет смысл суммарных ионизационных потерь на одной радиационной единице для мюонов. Приведем значения коэффициентов $A_{r,\,p,\,N}$ и $A'_{r,\,p,\,N} = \frac{\partial A}{\partial s}$, вычисленные в соответствии с функциями $\sigma_{r,\,p,\,N}$, принятыми в работе [30] *) (табл. V).

Таблица V

s	$A_r\cdot 10^6$	$A_p\cdot 10^6$	$A_N\cdot 10^6$	$A'_r\cdot 10^6$	$A'_p\cdot 10^6$	$A'_N\cdot 10^6$
1	1,74	2,06	0,28			
2	2,72	4,08	0,50	0,75	2,0	0,19
3	3,32	6,04	0,60	0,56	1,95	0,15
4	3,81	7,97	0,81	0,45	1,90	0,13
5	4,23	9,87	0,93	0,37	1,88	0,12
6	4,56	11,74	1,05	0,32	1,84	0,11
7	4,87	13,58	1,15	0,28	1,82	0,10
8	5,13	15,38	1,23	0,24	1,80	0,09
9	5,38	17,16	1,32	0,22	1,78	0,08
10	5,59	18,84	1,40	0,21	1,76	0,07

*) Функции σ, приведенные в настоящей работе и работе [30], незначительно отличаются друг от друга. Далее обсуждается вопрос о том, что для оценки флуктуаций подобное различие несущественно.

Приведем далее значения r, вычисленные К. Кабаякавой [30] для различных значений γ и x (табл. VI).

Таблица VI

$x \cdot 10^{-5}$, $г \cdot см^{-2}$	r				(2,31)
	$\gamma=2$	$\gamma=2{,}5$	$\gamma=3$	$\gamma=3{,}5$	$\gamma=2{,}5$
2	0,99	0,96	0,92	0,88	0,91
4	0,95	0,87	0,78	0,69	0,83
6	0,89	0,75	0,62	0,50	0,76
8	0,81	0,62	0,47	0,34	0,68
10	0,71	0,49	0,33	0,22	0,61

Для r можно предложить довольно простую аппроксимацию*)

$$r \sim e^{-0{,}15(\gamma-1{,}3)x}. \tag{2,31}$$

В последнем столбце табл. VI приведены значения коэффициента r, вычисленные по формуле (2,31). Кривая поглощения с учетом флуктуаций в относительно простой форме была рассчитана Г. Т. Зацепиным и Е. Д. Михальчи [39].

Отметим, что сопоставление значений r, вычисленных различными методами, проводилось в работе [30]. Отличие, как правило, не превышает $\sim 10\%$. Вместе с тем точность измерений интенсивности на больших глубинах ($\sim (6 \div 8)\cdot 10^5$ $г \cdot см^{-2}$), где только и существенны флуктуации, пока значительно хуже. Поэтому едва ли пока погрешности вычислений флуктуации играют сколько-нибудь значительную роль. Заметим, в частности, что несущественны приближения, использованные для сечений σ_p и σ_N (вследствие сложности σ_p и неясностей, связанных с вычислением σ_N). Дело в том, что основную ($\sim 80\%$) роль во флуктуациях пробегов мюонов играет тормозное излучение, сечение которого хорошо известно и имеет сравнительно простой вид.

III. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОСМИЧЕСКИХ МЮОНОВ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЙ

1. Энергетический спектр вертикальных мюонов на уровне моря

Энергетический спектр мюонов на уровне моря является важнейшей характеристикой для всего круга проблем, связанных с быстрыми космическими мюонами. Для мюонов с энергией $\gtrsim 10^{12}$ *эв* существуют три основных метода измерения энергетического спектра. Единственный прямой метод заключается в измерении отклонения мюонов в магнитном поле под небольшими (~ 10 *м* в. э.) глубинами грунта. Магнитный метод имеет значительное преимущество, связанное с тем, что все величины, определяющие импульс мюонов, измеряются непосредственно. Этот метод основан на соотношении

$$P_\mu = 300 H\rho \tag{3,1}$$

(H — интенсивность магнитного поля — в эрстедах, ρ — радиус кривизны отклонения мюонов в магнитном поле — в *см*; тогда P_μ — в *эв*). Несмотря на кажущуюся простоту этого метода, он встречается со

*) Иную аппроксимацию функции r см. в [71].

значительными трудностями при измерении импульсов в области энергий $\geqslant 10^{12}$ *эв*. Причины их лежат в существовании пределов точности измерения величины ρ и трудности создания большого магнитного поля в значительной области пространства. Если же уменьшить область действия магнитного поля, то установка проигрывает в светосиле, что влечет за собой неизбежное уменьшение статистической точности.

Наиболее тщательно измерения проводились с помощью магнита и неоновых трубок А. Волфендейлом и сотрудниками в течение многих лет [40, 42, 43]. В последних работах приводятся данные для дифференциального и интегрального спектров. Из этих результатов можно получить, что $\gamma = 2,2$ в области энергий $E_\mu \leqslant 3\cdot10^{11}$ *эв*, в области $3\cdot10^{11}$ *эв* $\leqslant E_\mu \leqslant$ $\leqslant 3\cdot10^{12}$ *эв* $\gamma = 2,6$. Оценка ошибки в определении γ дает значение $\Delta\gamma = 0,2$. Магнитные измерения спектра мюонов проводились также Холмсом и др. [44] и Нашем и др. [45]. В работе [45] спектр мюонов определялся вплоть до энергии $4\cdot10^{11}$ *эв*; он хорошо согласуется с данными работы [43].

Измерения Холмса согласуются с [45] вплоть до энергий $\sim 2\cdot10^{11}$ *эв*, а затем резко расходятся ($\gamma \sim 1,8 \div 1,9$). По-видимому, причина расхождения заключается в том, что непосредственно в установке [44] можно было измерять импульсы вплоть до $E_\mu \sim 10^{11}$ *эв*, а затем вводились поправки на геометрию установки, что являлось в данном случае довольно неоднозначной процедурой.

Более косвенный метод измерения энергетического спектра основан на регистрации распределения ливней, вызванных мюонами. Преимущество метода — очень большая светосила, недостаток — необходимость пересчета от первичных данных к спектру мюонов. Распределение ливней по числу частиц на глубине x

$$\Psi(n)\,dn = dn \int_0^\infty P(E_\mu, x)\,dE_\mu \int_0^\infty \sigma(E_\mu, E_s)\,dE_s \times \\ \times \int_\Omega W(E_s, z, \theta, \varphi, n)\,dz\,d\theta\,d\varphi, \qquad (3,2)$$

где $W(E_s, z, \theta, \varphi, n)$ — вероятность образования ливня с числом частиц n вторичными частицами с суммарной энергией E_s, движущегося под зенитным и азимутальным углами θ и φ и проходящего через элемент площади установки dz. Ω — некоторая область интегрирования, определяемая геометрией установки. Интеграл (3,2) упрощается благодаря двум обстоятельствам: 1) В сечение σ основной вклад вносит тормозное излучение. Так, в области энергий 10^{11}—10^{12} *эв* образование пар и δ-процесс вносят вклад порядка нескольких процентов (см., например, [46]). Сечение $\sigma_r \sim 1/E_\gamma$. 2) Каскадные кривые обладают резким максимумом, а $n_{\max} \backsim E_\gamma$. Поэтому в простейших случаях кривая $\Psi(n)$ приблизительно подобна кривой $P(E_\mu, x)$. Однако для точных расчетов нужно вычислить функцию W, что обычно нелегко. Для случая, когда измерения проводятся с установками, в которых каскадная кривая регистрируется в одной точке *), имеется принципиальная трудность: зависимость от θ берется из расчетов, содержащих некоторые неопределенные факторы. Поэтому шагом вперед является применение ионизационного калориметра [47], впервые использованного для исследования мюонов в МИФИ [48]. Здесь ливень, образованный мюонами, регистрируется во многих точках, что позволяет оценить непосредственно направление движения мюона (угол θ) и оце-

*) Например, в обычно употребляемом способе измерения распределения толчков в ионизационных камерах.

нить энергию ливня, вызванного мюонами. В табл. VII сведены значения γ, определенные в последнее время ионизационным методом.

Таблица VII

Метод	γ	Интервал энергии, *эв*
Толчки [49]	$2{,}4\pm0{,}1$	$10^{11}-6\cdot10^{12}$
Толчки [50]	$2{,}5\pm0{,}3$	$10^{12}-4\cdot10^{12}$
Толчки [51]	$2{,}5\pm0{,}3$	$3\cdot10^{11}-2\cdot10^{12}$
Толчки [52]	$2{,}15\pm0{,}15$	$4\cdot10^{11}-4\cdot10^{12}$
Калориметр [53] *)	$(2{,}5\pm0{,}2)$	$3\cdot10^{11}-3\cdot10^{12}$

*) Измерения [53] проведены с помощью калориметра, расположенного в Тбилиси.

Нужно подчеркнуть, что все данные, полученные ионизационным методом, дают хорошо совпадающие результаты: $\gamma \sim 2{,}4 \div 2{,}6$ (исключая работу группы НИИЯФ [52], которая, впрочем, в пределах двойной статистической ошибки, согласуется с данными других работ).

Следующий метод определения мюонного спектра сводится к его вычислению по спектру γ-квантов, измеренных на больших высотах [54, 55]. В основе этого метода, развитого в работах [54–56], лежит вычисление спектров пионов и каонов с последующим подсчетом числа фотонов и мюонов. При непосредственной генерации пионов принимаются обычные схемы распадов

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu,$$
$$\pi^0 \to 2\gamma,$$
$$\varphi_{\pi^0}(E_0, E_\pi) = \frac{1}{2}\varphi_{\pi^\pm}(E_0, E_\pi). \tag{3,3}$$

Для генерации каонов с последующим их распадом на γ-кванты и мюоны учитываются следующие моды распадов:

$$\begin{aligned} &K^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu \quad (60\% \text{ всех распадов } K^\pm\text{-частиц}),\\ &K^0 \to 2\pi^0 \quad (30\%),\\ &K^0 \to \pi^+ + \pi^- \quad (70\%),\\ &\varphi_{K^0}(E_0, E_K) = \varphi_{K^\pm}(E_0, E_K). \end{aligned} \tag{3,4}$$

φ_{π^0}, $\varphi_{\pi^\pm}$, φ_{K^0}, $\varphi_{K^\pm}$ — соответственно дифференциальные энергетические спектры π^0-, $\pi^\pm$-, K^0-, $K^\pm$-мезонов, образованных первичной космической частицей (которую мы будем в дальнейшем полагать нуклоном) с энергией E_0. Воспользуемся для дальнейшего формулой для вероятности $w_{\pi,K}$ распада π- или K-мезона на отрезке атмосферы $x - x_1$ (путь отсчитывается от границы атмосферы)

$$w_{\pi,K}(x - x_1) = u_{\pi,K}\, e^{\frac{x_1}{L_B}} \left(\frac{x_1}{L_B}\right)^{u_{\pi K}} \int\limits_{x_1/L_B}^{x/L_B} \frac{e^{-x}}{x^{u_{\pi,K}+1}}\, dx, \tag{3,5}$$

где $L_B \sim (85 \pm 5)$ *г·см*$^{-2}$ — пробег нуклонов относительно взаимодействия;

$$u_{\pi,K} = \frac{l m_{\pi,K}}{E_{\pi,K}\tau_{0,\pi,K}};$$

$m_{\pi, K}$ — масса пиона или каона; $l \sim 8000$ *м*; $\tau_{0,\ \pi,\ K}$ — время жизни покоящегося мезона. Тогда полное число $N_{\pi, K}dE$ частиц с энергией $E \div E + dE$, распавшихся на пути от границы атмосферы до уровня x, будет таково:

$$N_{\pi,\ K}\, dE = dE u_{\pi,\ K} \int\limits_{E}^{\infty} \Phi\,(E_0)\, \varphi_{\pi,\ K}\,(E_0,\ E)\, dE_0 \times$$

$$\times \int\limits_{0}^{x/L_{\text{в}}} dy \frac{e^{-y}}{y^{u_{\pi,\ K}+1}} \int\limits_{0}^{y} e^{\left(1-\frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{п}}}\right)} t^{u_{\pi,\ K}}\, dt. \qquad (3,6)$$

$L_{\text{п}}$ — пробег нуклонов относительно поглощения, $L_{\text{п}} \sim (120 \pm 5)$ *г·см*$^{-2}$; $\Phi\,(E_0)$ — дифференциальный энергетический спектр первичных нуклонов. Интеграл (3,6) имеет следующие особенности: 1) спектр генерации пионов и каонов входит исключительно в первый интеграл, который легко оценить из (3,3) или (3,4) и экспериментальных данных [54], полагая, что измеренные на очень больших высотах γ-кванты образуются непосредственно при распаде π^0-мезонов (а не в результате каскадных процессов); 2) интеграл (3,6) легко оценить для важного предельного случая $u_{\pi,\ K} \ll 1$, $x \gg L_{\text{в}}$:

$$N_{\pi,\ K}\, dE \sim dE \frac{u_{\pi,\ K} \int\limits_{E}^{\infty} \Phi\,(E_0)\, \varphi_{\pi,\ K}\,(E_0,\ E)\, dE_0}{1-\frac{L_{\text{в}}}{L_{\text{п}}}}. \qquad (3,7)$$

От спектров (3,6), (3,7) легко перейти к дифференциальному спектру мюонов $P\,(E_\mu,\ 0)$ (пренебрегая поглощением мюонов в атмосфере). Для этого нужно учесть кинематику распадов (3,3), (3,4). Например, для схемы (3,3) $E_\mu \sim 0{,}8E_\mu$. Из соотношения (3,7) можно сделать следующий вывод. Схема распада (при достаточно больших энергиях E_μ) сказывается лишь на абсолютной интенсивности мюонов, не затрагивая его форму. Единственным параметром расчета является отношение $L_{\text{в}}/L_{\text{п}}$, известное с достаточно хорошей точностью ($\sim$10%). Определенное таким образом значение показателя γ приблизительно равно 2,6 в области энергий $3 \cdot 10^{11}$—10^{12} *эв* и $\gamma = 2{,}8$ в области энергий 10^{12}—$6 \cdot 10^{12}$ *эв*.

Таким образом, все три метода дают в области энергии мюонов $3 \cdot 10^{11}$—$3 \cdot 10^{12}$ *эв* хорошо совпадающие результаты: $\gamma \sim 2{,}5$—$2{,}6$. Суммарную ошибку определения величины γ оценить по различным методам довольно затруднительно, но в большинстве работ дается ошибка в определении этой величины порядка 0,1—0,2. Цифра $\gamma = 2{,}5 \pm 0{,}2$ представляется сейчас очень правдоподобной.

Абсолютное значение интенсивности мюонов можно оценить, используя данные [43]:

$$T\,(E_\mu,\ 0) = 10^{-6} \left(\frac{E_\mu}{3 \cdot 10^{11}}\right)^{-2{,}5 \pm 0{,}2} \text{см}^2\text{сек}^{-1}\text{стер}^{-1} \qquad (3,8)$$

$$(3 \cdot 10^{11}\ \text{эв} < E_\mu < 3 \cdot 10^{12}\ \text{эв}).$$

2. Энергетический спектр быстрых мюонов, движущихся под большими зенитными углами

Энергетический спектр мюонов с энергиями $\gtrsim 10^{11}$ *эв* и движущихся под большими зенитными углами исследовался в нескольких работах. Первые ориентировочные измерения [57] привели к тому, что при $E_\mu > 10^{11}$ *эв* и зенитных углах $\theta > 75°$ показатель степени $\gamma_2 \sim 1{,}75$—$2{,}0$.

Более детальное исследование этого вопроса было проведено на калориметре МИФИ [48, 58] и с помощью магнитного спектрометра [59]. В обеих работах установки были поставлены в положение, когда регистрировались мезоны, движущиеся в направлениях, близких к горизонтали. С помощью калориметра исследовался энергетический спектр в области $2\cdot 10^{11}$—$3\cdot 10^{12}$ *эв* и $55° < \theta < 90°$. В магнитном спектрографе изучались мюоны

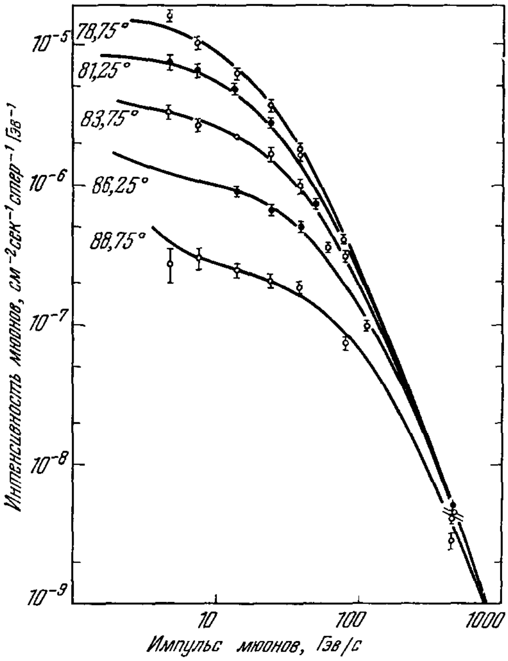

Рис. 4. Энергетические спектры мюонов под большими зенитными углами.

Сплошные кривые — результаты расчетов в предположении, что все мюоны возникают при $\pi-\mu$-распаде [59].

с энергиями 10^{10} *эв* $\leqslant E_\mu \leqslant 5\cdot 10^{11}$ *эв* и $77° < \theta < 90°$. Оба метода дали результаты, хорошо согласующиеся между собой. Для потока мюонов, усредненных по интервалу углов 55—90°, можно предложить следующую аппроксимацию [58] *):

$$T_г^{\cdot}(E_\mu, 0) = 10^{-5}\left(\frac{E_\mu}{10^{11}}\right)^{-2,1\pm 0,15} \text{ см}^{-2}\text{сек}^{-1}\text{стер}^{-1}. \qquad (3,9)$$

На рис. 4 приведены энергетические спектры мюонов для больших зенитных углов (78,75°; 81,25°; 83,75°; 86,25°; 88,75°) [59].

3. Кривая поглощения мюонов в грунте

Зависимость интенсивности мюонов от глубины грунта над установкой исследовалась неоднократно. Наиболее детальные измерения кривой поглощения были проведены с помощью 4-кратных совпадений японо-индийской группой [61] в золотых копях (Индия). Средняя плотность грунта

*) Отметим, что предварительные результаты по измерению спектра горизонтальных мюонов, полученного по переходному излучению, согласуются с другими данными [60].

над шахтой 3,02 $г \cdot см^{-3}$, среднее значение $\overline{Z} = 12{,}9$; среднее значение $\overline{A} = 26{,}3$. Ошибку в определении глубины авторы оценивают в 2%. Мы примем в дальнейшем эту цифру. Однако следует отметить, что эта цифра получена при предположении, что грунт над шахтой состоит из роговой обманки (*Hovnblende*). Авторы утверждают, что этот минерал занимает

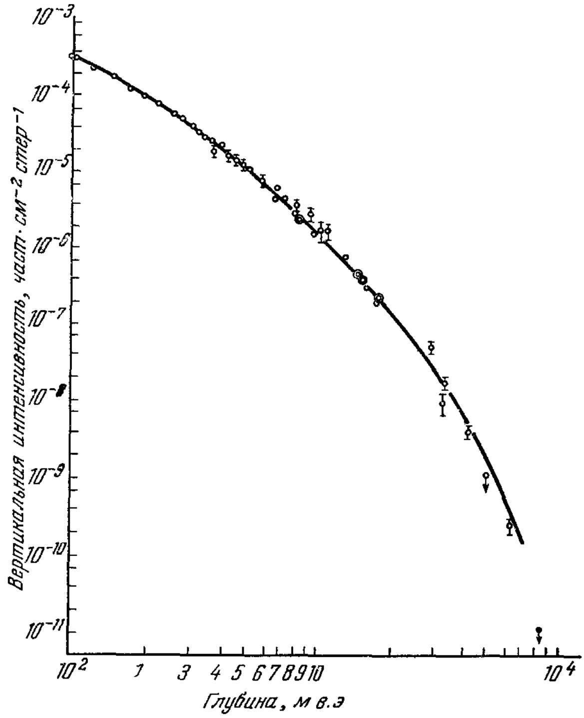

Рис. 5. Зависимость интенсивности мюонов от глубины.

Данные многих авторов собраны Мияке и др. [59].

$>90\%$, а скорее 98% всего объема. Вместе с тем из табл. II (см. [61]) следует, что лишь $\sim 60\%$ всех проб содержат этот минерал. На рис. 5, заимствованном из [61], приводятся данные об интенсивности мюонов на разных глубинах.

Несмотря на вероятное отклонение состава грунта при различных измерениях, полученные результаты хорошо согласуются друг с другом, особенно при $x \leqslant 2000$ *м* в. э.

4. Угловое распределение мюонов на больших глубинах

Угловое распределение мюонов измерялось Ранделлом и Хейзеном [62] на глубине 850 *м* в. э., Боллинджером [63] на глубине 1840 *м* в. э. и англо-индийской группой [64] на глубинах 816, 1812 и 4100 *м* в. э. Угловое распределение на глубине x, обозначаемое $I\,(x,\,\theta)$, обычно аппроксимируется следующей функцией:

$$I\,(x,\,\theta) = T\,(0,\,x)\cos^n\theta, \quad n = \mathrm{const}. \tag{3,10}$$

В таблице VIII сведены значения показателя n, полученного в упомянутых работах.

Таблица VIII

x, *м* в. э.	n
816 [64]	$1,9\pm0,2$
850 [62]	$2,3\pm0,3$
1812 [64]	$3,0\pm0,2$
1840 [63]	$3,15\pm0,2$

5. Положительный избыток

Измерение отношения $P_+(E_\mu, 0)/P_-(E_\mu, 0)$ числа положительных мюонов с энергией E_μ к числу отрицательных мюонов с той же энергией

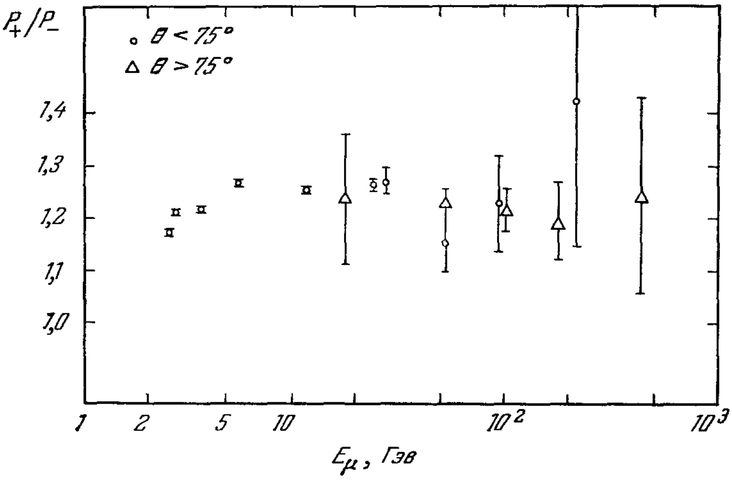

Рис. 6. Зависимость положительного избытка от энергии [65].

на уровне моря определялось неоднократно по измерениям в магнитном поле.

На рис. 6 (см. [65]) представлены раздельно отношения P_+/P_- для углов $\theta<75°$ и $\theta>75°$. Наиболее примечательным является приблизительная независимость величины этого отношения от энергии в весьма широком интервале.

IV. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Верхняя граница аномального взаимодействия мюонов

Под аномальным взаимодействием нужно понимать взаимодействие, отличное от описанных в гл. I. Поиски подобных взаимодействий являются в рамках современных полевых представлений единственной надеждой понять загадочную разницу масс мюона и электрона. Если дополнительные взаимодействия характерны также и для мюонных нейтрино, то важное значение могут иметь опыты с нейтрино, входящим в состав космических лучей [54].

Не останавливаясь на многих попытках сконструировать подобные взаимодействия *), мы коснемся двух работ [7, 66]. В работе И. Ю. Кобзарева и Л. Б. Окуня [7] рассматривается гипотеза существования векторного бозона, взаимодействующего с мюоном, но не взаимодействующего с электроном. Такой векторный бозон распадается с ядерным временем на пару мюонов. Однако введенное таким образом векторное взаимодействие медленно меняется с энергией, а величина его константы ограничивается сверху результатами, полученными при измерении магнитного момента (см. Введение), а также сечений взаимодействия мюонных нейтрино, что было отмечено авторами [7]. Если использовать значение константы F, полученное на основе определения магнитного момента, то сечение σ_V аномального взаимодействия мюонного нейтрино $\sim 10^{-31}$—10^{-32} *см*^{2}. В работе [68] изучалось упругое рассеяние нейтрино на протонах

$$\nu_\mu + p \longrightarrow \nu_\mu + p. \qquad (4,1)$$

Оказалось, что $\sigma_{\nu N} < 2\cdot 10^{-37}$ *см*^{2}; этот опыт отодвигает верхнюю границу значения F до значения $\sim 10^{-6}/\mu^2$, которое по порядку величины совпадает с константой слабого взаимодействия, что практически закрывает модель аномального взаимодействия мюонов, медленно меняющегося с энергией. М. А. Марков [66] ввел быстро растущее с энергией псевдовекторное взаимодействие. На основании опытов, проведенных на ускорителях, для этой модели константа $g^2 < 10^{-6}$ — 10^{-7}. Интересно, что подобное взаимодействие будет источником рождения μ-пар, что приведет к дополнительным энергетическим потерям мюонов.

Экспериментальные поиски аномального взаимодействия мюонов большой энергии можно сейчас вести тремя путями.

а) Сопоставление энергетического спектра мюонов на уровне моря и кривой поглощения. Из формулы (2,20) следует, что измерение кривой поглощения позволяет установить однозначную связь между экспериментальным значением величин b и γ. Поскольку показатель γ измеряется независимо, по измерению кривой поглощения можно определить b. К сожалению, непосредственно спектр измерен вплоть до энергии $\sim 3\cdot 10^{12}$ *эв* (см. (3.1)), что соответствует глубинам $\sim(3\div 4)\cdot 10^3$ *м* в. э., в то время как экспериментальные данные о кривой поглощения получены до глубин ~ 8000 *м* в. э., что соответствует энергиям $E_\mu \sim 10^{13}$ *эв*. Поэтому, строго говоря, последующие рассуждения относятся к энергиям $E_\mu \sim 10^{12}$ *эв*; однако можно оценить верхнюю границу b, экстраполируя спектр мюонов на уровне моря в область $E_\mu \sim 10^{13}$ *эв*. До сих пор все измерения спектров космических лучей показали, что величина γ увеличивается (хотя и очень слабо) с увеличением энергии. Поэтому естественно допустить, что подобная экстраполяция дает нижнюю границу значений γ. Как следует из формулы (4,2), уменьшение γ даст увеличение b, поэтому вычисление при экстраполированном значении γ даст верхнюю границу b. Подобная процедура была развита Мияке и др. [41], которые получили $b \leqslant 4{,}8\cdot 10^{-6}$ *г*$^{-1}$*см*^{2}. Теоретическое значение b, вычисленное по формулам (2,2), (2,6), (2,11), дает цифру 5,1. Неопределенность этой величины $\sim 5\%$ (за счет неполного экранирования (см. табл. II), неточности вычисления радиационных поправок и σ_N), что дает $\Delta b_{\text{теор}} \sim 0{,}3$. Неточность в экспериментальном определении связана с ошибками в определении γ **). Для того чтобы найти связь между ошибкой $\Delta\gamma$ и неточностью вычисления Δb, надо приравнять нулю

---

*) Обзор этого вопроса см. в [67].

**) Небольшие расхождения в оценке флуктуаций меньше экспериментальных ошибок измерения интенсивности, которые, например, для глубин 6000 *м* в. э. составляют $\sim 25\%$ значения средней величины.

полную производную от величины $T(0, x)$, определяемой из (2,20). Получаем

$$db = -\frac{\ln\left[\frac{E_\mu b}{a\,(e^{bx}-1)}\right]}{\gamma\left(\frac{1}{b}-\frac{xe^{bx}}{e^{bx}-1}\right)}\,d\gamma, \tag{4,2}$$

где $E_\mu = 3\cdot 10^{11}$ *эв* — нормированная константа в спектре мюонов (3,8). Для значений $\gamma = 2{,}5$, $x = 5\cdot 10^5$ *г·см*$^{-2}$, $\Delta\gamma = 0{,}2$ получаем $\Delta b \sim 6 \times 10^{-7}$ *г*$^{-1}$*см*^{2}. Таким образом, наиболее вероятная неточность в определении b составляет $\sim 10\%$; эта цифра является наиболее вероятным пределом аномального взаимодействия. Крайний случай получается, если положить вклад в потери от фотоядерных процессов равным нулю. Тогда возможный вклад от гипотетических взаимодействий даст $\leqslant 0$, $2b$*).

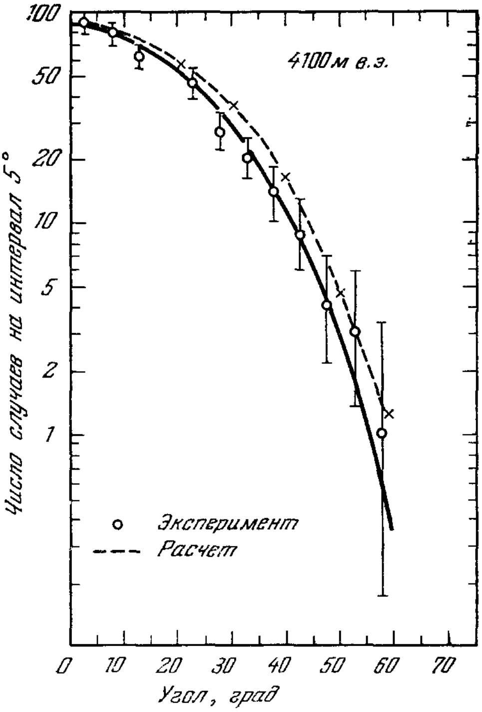

Рис. 7. Угловое распределение мюонов на глубине 4100 *м* в. э.

Сплошная линия — эксперимент; пунктирная — расчет.

б) Сопоставление энергетических спектров мюонов, измеренных магнитным и ионизационным методами. При вычислении спектра по ионизационным точкам или с помощью калориметров предполагается, что ионизация вызывается тормозным излучением. Если существует аномальное взаимодействие мюонов, обусловливающее появление фотонов или электронов с энергией, близкой к энергии мюона, то спектр, полученный по ионизации, должен располагаться выше, чем измеренный магнитным методом. К сожалению, ошибки измерений велики, достигая в области $E_\mu \gg 3\cdot 10^{12}$ *эв* около 50%. С этой точностью оба спектра совпадают. Поэтому даже игнорирование при вычислении спектра по толчкам фотоядерных процессов, составляющих $\sim 15\%$ тормозного излучения, не обнаруживается на опыте.

в) Сопоставление теоретического и экспериментального углового распределений под большими толщинами грунта. Расчет углового распределения мюонов на уровне моря приводился рядом авторов. Детальные вычисления приведены в работе [69]. Дифференциальный спектр мюонов под различными углами выражается в виде

$$\mathcal{F}(E_\mu, 0, \theta) = \mathcal{F}(E_\mu, 0, 0)\,p\,(E_\mu, \theta), \tag{4,3}$$

где $p\,(E_\mu, \theta)$, вообще говоря, сложная функция обоих параметров, однако

*) Подчеркнем, что этот вывод базируется на уравнении (2, 20) с постоянным значением b. В области $E_\mu \sim 10^{13}$ *эв* величина b очень слабо меняется. Представляется очень вероятным, что проистекающая вследствие этого ошибка в определении величины b изменяется мало.

для больших энергий ($E_\mu > 10^{12}$ *эв*) эта функция упрощается:

$$p(E_\mu, \theta) \sim e^{2,3\,\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}. \qquad (4,4)$$

Исходя из (4,3), (4,4), (2,31), (2,16), можно получить угловое распределение мюонов на больших глубинах [70]:

$$\mathcal{P}(E_\mu,\ x,\ \theta) = \frac{T(E_\mu, 0, 0)}{\gamma} \exp\left\{-\gamma\left[\ln\frac{a}{b} + \ln\left\{\exp\left(\frac{xb}{\cos\theta}\right) - 1\right\}\right] + 2,3\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} + \frac{0,1b(\gamma-1,3)\,x}{\cos\theta}\right\}. \qquad (4,5)$$

При использовании (4,5) были вычислены угловые распределения мюонов на глубине 4100 *м* в. э. Сопоставление теоретического (формула (4,5) при $b = 5\cdot 10^6$ $г^{-1}см^2$) и экспериментального [64] распределений демонстрирует хорошее согласие (рис. 7). Сопоставление теоретического и экспериментального распределений, полученных другими авторами, также не обнаружило заметных отклонений (см. [70–72]).

2. О рождении *K*-мезонов при очень больших энергиях

К вопросу о доле *K*-мезонов, образованных при столкновении частиц высоких энергий, можно, опираясь на данные о космических мюонах, подойти с различных позиций.

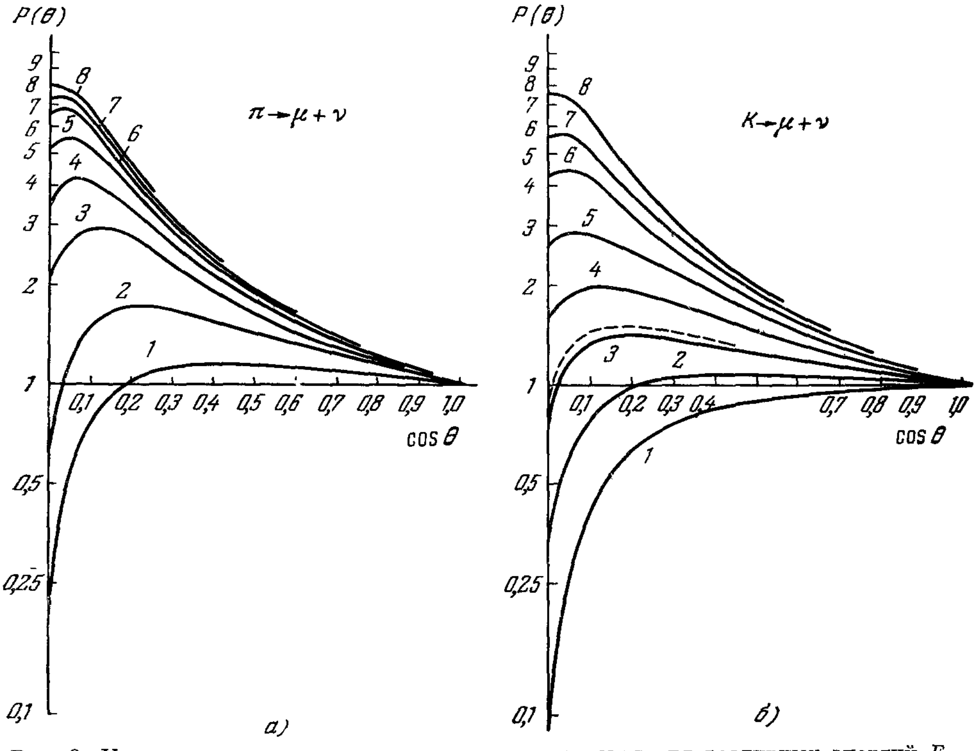

Рис. 8. Угловые распределения мюонов на уровне моря для различных энергий E_μ. *1* — $E_\mu = 10^{11}$ *эв*; *2* — $E_\mu = 2\cdot 10^{11}$ *эв*; *3* — $E_\mu = 5\cdot 10^{11}$ *эв*; *4* — $E_\mu = 10^{12}$ *эв*; *5* — $E_\mu = 2\cdot 10^{12}$ *эв*; *6* — $E_\mu = 5\cdot 10^{12}$ *эв*; *7* — $E_\mu = 10^{13}$ *эв*; *8* — $E_\mu = 10^{14}$ *эв*. Все кривые нормированы к вертикальной интенсивности. Пунктир на рис. 8, *б* учитывает процесс *K*—π—μ [69].

а) Угловое распределение мюонов на уровне моря. Из-за различия во временах жизни и массах пионов и каонов величины u_π и u_K (см. (3,5) и (3,6)) существенно отличны. Поэтому в области энергий, где пробеги относительно распада и взаимодействия данного сорта частиц сравниваются ($E_\mu \sim 10^{11}-10^{12}$ *эв*), существенную роль в генерации мюонов будет играть распределение плотности воздуха на пути мезонов. Распределение плотности, естественно, зависит от зенитного угла, что приводит к зависимости угловых распределений мюонов от механизма их генерации (K — μ-распад, π — μ-распад, непосредственная генерация мюонов). На рис. 8 приведены угловые распределения мюонов для двух механизмов их генерации [69]. На рис. 8 сплошные линии представляют расчетные данные [59] об энергетическом распределении мюонов, полученные в предположении, что все они возникают вследствие π — μ-распада. Как видно из рисунка, наблюдается хорошее согласие между результатами опыта и расчетами. Волфендейлом и сотрудниками [59] оценивается, что наилучшее согласие в области $E_\mu < 5\cdot 10^{11}$ *эв* получается, если $n_K/n_\pi < 0{,}2$; во всяком случае, $n_K/n_\pi < 0{,}4$ (n_K и n_π — числа K- и π-мезонов, образованных в элементарном акте). Энергия K- и π-мезонов, ответственных за генерацию космических мюонов, примерно в 5—10 раз меньше, чем энергия первичных частиц (см. (4,3)). Поэтому приведенные выше величины n_K/n_π относятся к энергии первичных частиц, равной $E_0 \leqslant (2 \div 5)\cdot 10^{12}$ *эв*. Вопрос о механизме генерации мюонов рассматривался также на основе углового распределения, измеренного с помощью калориметра [48, 58]. Было получено, что подавляющая часть мюонов генерируется в π — μ- или K — μ-распадах.

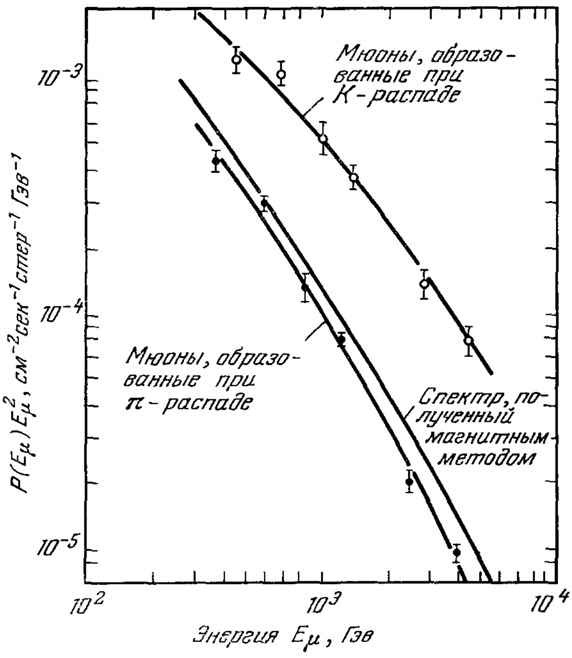

Рис. 9. Энергетические спектры мюонов, измеренные непосредственно (магнитным методом) и рассчитанные при гипотезе K — μ-распада (верхняя кривая) и π — μ-распада (нижняя кривая) [56].

б) Абсолютное измерение интенсивности мюонов. Из формул (3,5) и (3,6) следует, что абсолютная интенсивность мюонов определяется величинами u. На рис. 9 приведены спектры мюонов, полученные на основании измерений спектров фотонов на больших высотах (см. (3,1)) и расчетов в предположении, что источниками мюонов являются π — μ- и K — μ-распады [56] (см. также более раннюю работу [73]). Здесь же приводится спектр мюонов, измеренный А. Волфендейлом и сотрудниками магнитным методом. Как видно, данные хорошо согласуются с допущением о том, что практически все мюоны образуются в π — μ-распаде. На долю K — μ-распада приходится не более 10—20% распадов. Здесь уместно сделать следующее замечание: формулы (3,5) и (3,6) получены в предположении, что пробег пионов и каонов равен пробегу нуклонов. В действительности, сечения взаимодействия пионов и каонов, по-видимому, несколько меньше сечения взаимодействия нуклонов [74]. Это обстоятельство увеличит значения ординат обеих расчетных кривых рис. 9, что еще более увеличит расхождение между измеренным спектром мюонов и расчетным, основанном на гипотезе K — μ-распада.

в) Измерение поляризации космических мюонов. Не вдаваясь в детали интересного вопроса о поляризации космических мюонов (см. теорию и литературу в [1]), отметим лишь, что измерения ее величины привели к выводу, что в области $E_\mu = 2 \div 5$ *Гэв* отношение $n_K/n_\pi \leqslant 0{,}2 \div 0{,}3$ [75, 76]. К этому разделу следует сделать два замечания. Величина отношения $n_K/n_\pi \leqslant 0{,}2$ согласуется с прямыми измерениями, полученными в работе, относящейся к энергиям $\gtrsim 10^{12}$ *эв* [77]. Мюоны обязаны своим происхождением распаду частиц, уносящих примерно 15—20% первичной энергии (см. (4,3)). Поэтому все выводы этого раздела относятся именно к этим наиболее быстрым вторичным частицам.

3. О доле энергии, уносимой самыми быстрыми пионами

Из формулы (3,6) следует, что вследствие быстро падающего характера спектра $\Phi(E_0)$ эффективный вклад в спектр мюонов вносят пионы с наибольшими энергиями. Как было отмечено Н. Л. Григоровым [78], отношение числа пионов к числу первичных нуклонов в том же энергетическом интервале определяется величиной $n_э\alpha^{\gamma-1}$ *), где $n_э \sim 1$ — эффективное число пионов с наибольшей энергией, α — доля уносимой ими энергии. По независимым измерениям спектров первичных нуклонов и мюонов можно определить, таким образом, $n_э\alpha^{\gamma-1}$, которое оказалось равным $\sim 0{,}07$—$0{,}1$. Отсюда $\alpha \sim 0{,}15 \div 0{,}20$ ($n_э = 1$). Такой вывод на основании различных моделей был сделан многими авторами (например, [55, 78-80]; см. также ранние работы [81, 82]).

4. О роли изобар в множественных процессах

Питерс [83] выдвинул гипотезу о возникновении гиперонов в множественных процессах. Распад гиперонов приводит к появлению быстрых пионов, что обеспечивает нужный спектр мюонов [79, 80]; однако эта гипотеза приводит к неправильному знаку зарядового избытка [80, 83]. Поэтому впервые в работе [80] был предложен и рассмотрен изобарный механизм, который может дать правильные значения интенсивности мюонов и знака зарядового избытка.

Вообще говоря, очень часто появление изобар в множественных процессах с последующей генерацией быстрых пионов кажется довольно произвольной гипотезой **), если бы не одно важное обстоятельство: приблизительная независимость величины положительного избытка от энергии (см. (3,5)).

Действительно, если положительный заряд первичной частицы равномерно распределяется между вторичными частицами, то величина положительного избытка должна падать с увеличением энергии первичной частицы. Величину этого уменьшения можно оценить следующим образом. Пусть при некоторой энергии $E_0^{(1)}$ число вторичных заряженных частиц равно $n_з^{(1)}$, а при энергии $E_0^{(2)} > E_0^{(1)}$ $n_з^{(2)}$. В такой простой модели

$$\frac{P_+}{P_-} \sim \frac{n_з+2}{n_з}.$$

*) Более точно, $n_э\alpha^{\gamma_0}$, где γ_0 — показатель спектра первичных частиц; $\gamma_0 \sim \gamma - 1$ (если $E_\mu > 10^{11}$ *эв*).

**) Возможная роль изобар в процессах взаимодействия частиц высокой энергии была постулирована ранее [84].

Полагая $n_з \sim E_0^{1/4}$, $n_з(10^{10}\ эв) = 5$ и учитывая, что измерения положительного избытка проводились в интервале изменения E_0 от 10^{10} *эв* до 10^{12} *эв*, получаем, что P_+/P_- должно уменьшиться примерно на 20% *).

Приблизительное постоянство положительного избытка можно объяснить, полагая, что первичный положительный заряд неравномерно распределяется среди вторичных, но преимущественно передается самому быстрому пиону [80]. Механизм подобного явления можно понять в рамках современных представлений, используя простейшие одномезонные диаграммы. Но даже и в такой схеме нужно сделать дополнительные предположения:

а) падающая частица является, как правило, протоном;

б) барионы уносят бо́льшую часть ее заряда и энергии, чем вторичные пионы.

Несмотря на очень сильные предположения, подобный подход благодаря его единственности привлек в последнее время внимание [85, 86]. Нужно, однако, подчеркнуть, что в рамках изобарного механизма следует, безусловно, ожидать все же некоторого изменения величины положительного избытка. Здесь идет речь о следствии тривиального допущения, что при изменении энергии E_0 изменяется вклад изобар данного сорта, что обусловливает изменение изотопических соотношений в узлах однозначных диаграмм.

5. Сечение фотоядерных процессов при больших энергиях

Как уже упоминалось (см. (1,3)), сечение неупругих фотоядерных процессов вплоть до энергий $\sim 10^{11}$ *эв* остается приблизительно постоянным и равным $\sim 10^{-28}$ *см*^{2}/*нукл*.

V. КОСМИЧЕСКИЕ МЮОНЫ И НЕЙТРИНО

Мы здесь не будем касаться всей большой проблемы космических нейтрино и ограничимся лишь рассмотрением тех вопросов, где пересекаются пути исследований обоих типов частиц.

а) Мюоны являются основным источником нейтрино, возникающих в атмосфере и под землей. Энергетические спектры вторичных нейтрино рассчитывались в ряде работ (см. [87, 88]).

б) Кривая поглощения мюонов может служить для оценки верхней границы сечения взаимодействия нейтрино (Б. М. Понтекорво, А. Е. Чудаков [89]). Действительно, на любой глубине измерения интенсивность счета является суммарной интенсивностью событий, вызванных мюонами и нейтрино. Полагая вклад мюонов равным нулю, можно получить верхнюю границу сечения взаимодействия нейтрино. Анализ кривой поглощения, полученной японо-индийской группой [61], дал первые оценки границы сечения нейтринно-нуклонного рассеяния [89]: $\sigma_{\nu N} < 10^{-34}$ *см*^{2} **).

в) Космические мюоны являются фоном, мешающим исследовать взаимодействие нейтрино. Так как сечение взаимодействия мюонов более чем на 10 порядков превышает сечение взаимодействия нейтрино, а потоки обоих типов частиц примерно одинаковы, при изучении космических нейтрино нужно по возможности устранить фон от мюонов. Для этого нужно использовать два фактора: 1) поместить установку глубоко под землей и 2) измерять нейтрино, идущее из земли (земля для нейтрино практически прозрачна [90]).

*) Графические результаты аналогичной оценки см. в [85].

**) В настоящее время с помощью экспериментов на ускорителях граница сечения $\sigma_{\nu N}$ отодвинута до значения 10^{-37} *см*^{2} [68].

VI. НЕКОТОРЫЕ ЯВЛЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С МЮОНАМИ, НО НЕ ПОЛУЧИВШИЕ ПОЛНОГО ОБЪЯСНЕНИЯ

Здесь мы остановимся на некоторых явлениях, которые приводят к интересным выводам. Однако вследствие уникальности экспериментальных оснований и неточностей расчетов, к заключениям этим следует относиться со значительной осторожностью.

Барретт и др. [91] на глубине ~ 1600 *м* в. э. измеряли зависимость частоты совпадений разрядов в двух системах счетчиков от расстояния между ними. В этой зависимости был обнаружен излом на малых ($\sim 1 \div 2$ *м*) расстояниях между системами счетчиков. Авторы [91] истолковали этот излом как проявление двух различных процессов: мюоны широких ливней отвечали за совпадения на больших расстояниях, в то время как на малых ($\leqslant 1 \div 2$ *м*) расстояниях совпадения вызываются локальными ливнями, возникшими в грунте. Однако более детальный анализ последнего предположения [92] показал, что такое объяснение встречается со значительными трудностями, если учитывать лишь известные в данный момент взаимодействия мюонов. Наибольший вклад (из-за геометрии установки) на малых расстояниях дает прямое образование мюонных пар мюонами в электромагнитном поле. Но и этот процесс приводит к меньшему эффекту, чем наблюдалось.

В течение многих лет группа МГУ (см. [2]) изучала широкие мюонные ливни и коррелированные толчки в ионизационных камерах и энергетический спектр мюонов. Для объяснения полученных ими экспериментальных данных авторы предложили гипотезу существования новой тяжелой частицы с промежуточным взаимодействием*).

Интересно отметить случай [34, 35], когда энергия мюон-ядерного ливня ~ 300 *Гэв*, что указывает на сравнительно большое сечение мюон-ядерных процессов с большим выделением энергии.

VII. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Исследование космических мюонов больших энергий привело к ряду интересных физических следствий.

1. При энергиях $E_\mu \lesssim 10^{12}$ *эв* аномальное взаимодействие мюонов дает, по-видимому, вклад в суммарное электромагнитное взаимодействие не более 10% (в рамках схемы наших расчетов при самых крайних предположениях этот вклад может достичь не более 20%) (см. гл. IV, 1).

2. При взаимодействиях нуклонов с энергиями $\sim 10^{12}$ *эв* с легкими ядрами возникает пион, уносящий примерно 15—20% энергии первичной частицы (гл. IV, 3).

3. Этот пион уносит часть заряда первичной, бóльшую, чем остальные пионы (гл. IV, 4).

4. При энергиях нуклонов $\lesssim 10^{12}$ *эв* отношение $n_K/n_\pi < 0{,}2$, но во всяком случае $< 0{,}4$ (гл. IV, 2).

5. Полное сечение фотоядерных процессов вначале до энергий $E_\mu \sim 10^{11}$ *эв* остается приблизительно постоянным (гл. I, 3 и гл. IV, 5).

Полученные результаты позволяют наметить некоторые перспективы изучения космических мюонов.

С нашей точки зрения важны следующие эксперименты:

1) Изучение энергетического спектра вплоть до больших энергий с большей точностью и под различными углами. Эти измерения нужно проводить с помощью различных методик.

---

*) Последние измерения группы НИИЯФ (С. Н. Вернов и др. [97]) не подтвердили существования таких частиц. (*Примечание при корректуре.*)

2) Уточнение зависимости положительного избытка от энергии.

3) Изучение ядерного взаимодействия мюонов больших энергий. В частности, для этого следует использовать калориметр (см. [48]).

4) Уточнение кривой поглощения в грунте и изучение кривой поглощения в воде. В последние годы намечается некоторый интерес к этому вопросу [93-96].

Московский инженерно-физический институт

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. О. Вайсенберг, Мю-мезон, М., «Наука», 1964.
2. С. Н. Вернов, Г. Б. Христиансен, Ю. А. Нечин, Б. А. Хренов, О. В. Веденеев, Ю. А. Фомин, Вопросы физики элементарных частиц, т. 5, Ереван, 1966, стр. 591.
3. A. Peterman, Helv. Phys. Acta 30, 407 (1957).
4. G. Charpak, F. Y. Farley, R. Garwin, T. Miller, J. Sens, A. Zichim, Nuovo Cimento 37, 1241.
5. И. Ю. Кобзарев, Вопросы физики элементарных частиц, т. 5, Ереван, 1962. стр. 244.
6. B. Youvet, L. Goldzahl, Nuovo Cimento 18, 702 (1960).
7. И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь, ЖЭТФ 41, 1205 (1961).
8. В. Г. Кириллов-Угрюмов, А. А. Петрухин, Л. А. Прохорова, И. Л. Розенталь, в сб. «Некоторые вопросы физики элементарных частиц и атомного ядра», М., Атомиздат, 1962, стр. 77.
9. C. Barcentoss, B. Hyams, G. Knopp, P. Marin, U. Stierbin, Phys. Rev. 129, 2759 (1963).
10. J. K. De Pagter, A. Boyarski, G. Glass, Y. Friedman, H. Kendall, M. Gettner, J. Lorrabee, R. Weinstein, Phys. Rev. Lett. 12, 739 (1964).
11. Л. М. Ледерман, в сб. «Вопросы физики элементарных частиц», т. 5, Ереван, 1966, стр. 187.
12. R. Christy, S. Kusaka, Phys. Rev. 59, 405 (1941).
13. И. Л. Розенталь, В. Н. Стрельцов, ЖЭТФ 35, 1440 (1958).
14. А. А. Петрухин, В. В. Шестаков, в сб. «Физика элементарных частиц», М., Атомиздат, 1966.
15. R. Hofstadter, Rev. Mod. Phys. 28, 214 (1956).
16. Ю. Д. Котов, И. Л. Розенталь, Изв. АН СССР, сер. физ. 28, 1866 (1964).
17. А. Д. Ерлыкин, В. Д. Михайлов, в сб. «Физика элементарных частиц», М., Атомиздат, 1966.
18. В. М. Галицкий, С. Р. Кельнер, ЖЭТФ 52, 1427 (1967).
19. Y. A. Wheeler, W. A. Lamb. Phys. Rev. 101, 1836 (1956).
20. О. И. Довженко, А. А. Поманский. Труды ФИАН 26, 166 (1964).
21. П. Фомин, ЖЭТФ 34, 227 (1958); 35, 707 (1958).
22. И. И. Гуревич, в сб. «Некоторые вопросы физики ядра и элементарных частиц», М., Атомиздат, 1962.
23. H. Olsen, Phys. Rev. 99, 1335 (1955).
24. U. Fano, H. Koch, Y. Motz, Phys. Rev. 112, 1679 (1958).
25. T. Murota, A. Ueda, H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. 16, 482 (1956).
26. Ф. Ф. Терновский, ЖЭТФ 37, 793 (1959).
27. С. Р. Кельнер, Ядерная физика 5, № 5 (1967).
28. D. Kessler, P. Kessler, Nuovo Cimento 4, 601 (1956).
29. K. Daiyasu, K. Kobayakawa, T. Murota, T. Nakano, J. Phys. Soc. Japan 17, Suppl. AIII, 344 (1962).
30. K. Kobayakava, Nuovo Cimento B47, 156 (1967).
31. И. Я. Померанчук, И. М. Шмушкевич, Nucl. Phys. 23, 452 (1961).
32. А. М. Бадалян, Я. А. Смородинский, ЖЭТФ 40, 1231 (1961); А. М. Бадалян, ЖЭТФ 41, 1315 (1961).
33. Е. Джордж, в сб. «Физика космических лучей», т. I, М., ИЛ, 1954.
34. S. Higashi et al., Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, Jaipur, 1963, v. 6, стр. 53.
35. S. Higashi et al., J. Phys. Soc. Japan 17, Suppl. AIII, 362 (1962).
36. Р. Штернхеймер, в сб. «Принципы и методы регистрации элементарных частиц», М., ИЛ, 1963.
37. M. Mando, P. Sona, Nuovo Cimento 10, 1275 (1953).
38. J. Nishimura, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays. Jaipur, v. 6, 1964, стр. 224.

39. Г. Т. Зацепин, Е. Д. Михальчи, J. Phys. Soc. Japan **17**, Suppl. AIII, 356 (1962); Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, II, стр. 997.
40. P. J. Hayman, N. S. Palmer, A. W. Wolfendale, Proc. Roy. Soc, **275A**, 391 (1963).
41. S. Miyake, V. S. Narasinham, R. V. Ramana-Murthy, Nuovo Cimento **32**, 1524 (1964).
42. F. Ashton et al., Nature **185**, 364 (1960).
43. P. J. Hainman, A. W. Wolfendale, Proc. Phys. Soc. **80**, 710 (1962). J. Osborne, A. W. Wolfendale, N. S. Palmer, Proc. Phys. Soc., **84**, 911 (1964); J. Osborne, S. S. Said, A. W. Wolfendale, Proc. Phys. Soc. **86**, 93 (1965).
44. J. E. Holmes, B. J. Owen, A. L. Rodjers, Proc. Phys. Soc. **78**, 505 (1961).
45. R. M. Bull, N. F. Nash, B. S. Rastin, Nuovo Cimento **40**, 365 (1965).
46. S. Hirokawa, H. Komori, S. Ogawa, Nuovo Cimento **4**, 736 (1956).
47. Н. Л. Григоров, В. С. Мурзин, И. Д. Раппопорт, ЖЭТФ **34**, 506 (1958).
48. В. В. Борог, В. Г. Кириллов-Угрюмов, А. А. Петрухин, И. Л. Розенталь, В. В. Шестаков, в сб. «Физика элементарных частиц», М., Атомиздат, 1966.
49. Д. Д. Красильников, Изв. АН СССР, сер. физ. **28**, 1854 (1964).
50. S. Higashi, T. Kitamura, J. Watase, M. Oda, J. Tanaka, Nuovo Cimento **32**, 1 (1964).
51. В. А. Безус, Л. Д. Гедеванишвили, Р. Е. Казаров, В. Г. Кириллов-Угрюмов, Ю. Д. Котов, Р. Е. Куридзе, И. Л. Розенталь, И. И. Сакварелидзе, Изв. АН СССР, сер. физ. **30**, 1662 (1966).
52. С. Н. Вернов, О. В. Веденеев, Ю. А. Нечин, А. А. Силаев, Б. А. Хренов, Г. Б. Христиансен, Изв. АН СССР, сер. физ. **31**, 1555 (1967).
53. Р. Е. Казаров, Ю. Д. Котов, Р. Е. Куридзе, В. М. Логунов, Изв. АН СССР, сер. физ. **31**, № 8 (1967).
54. J. Duthie, P. H. Fowler, A. Kaddoura, D. M. Perkins, K. Pinkau, Nuovo Cimento **24**, 122 (1962).
55. Л. Т. Барадзей, В. И. Рубцов, Ю. А. Смородин, М. В. Соловьев, Б. В. Толкачев, Труды ФИАН **26**, 224 (1964).
56. Y. L. Osborne, A. W. Wolfendale, Proc. Phys. Soc. **84**, 901 (1964).
57. Н. Н. Горюнов, Г. Т. Зацепин, ЖЭТФ **39**, 271 (1960).
58. В. В. Борог, В. Г. Кириллов-Угрюмов, А. А. Петрухин, И. Л. Розенталь, В. В. Шестаков, Изв. АН СССР **30**, № 10 (1966); Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, VII, стр. 962; Ядерная физика **3**, 783 (1966).
59. F. Ashton, P. McKeown, J. Pattison, P. V. Ramana-Murthy, A. W. Wolfendale, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, Jaipur, v. 6, стр. 72, 1963. P. McKeown et al, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, VII, стр. 994.
60. Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, Изв. АН СССР, сер. физ. **28**, 1864 (1964).
61. S. Miyake, V. S. Norasinham, P. V. Ramana-Murthy, Nuovo Cimento **32**, 1505 (1964).
62. C. A. Randall, W. E. Hazen, Nuovo Cimento 8, 878 (1958).
63. L. M. Bollinger, см. Ж. Пайн, Р. Девиссон, К. Грейзен, Труды Моск. конф. по космическим лучам, т. 1, 1960, стр. 293.
64. C. V. Achar, V. S. Narasinham, P. V. Romana-Murthy, D. R. Creed, J. B. Pattison, A. W. Wolfendale, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, VII, стр. 989.
65. P. Mc. Keown, S. S. Said, J. Wdowczyk, A. W. Wolfendale, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, VII, стр. 937.
66. М. А. Марков, Письма ЖЭТФ **3**, 98 (1966).
67. А. И. Никишов, И. Л. Розенталь, в сб. «Некоторые вопросы физики элементарных частиц и атомного ядра», Атомиздат, 1962.
68. H. Faissner, J. Kielmann, A. Staude, T. Alvager, Nuovo Cimento **32**, 782 (1964).
69. Г. Т. Зацепин, В. А. Кузьмин, ЖЭТФ **39**, 1677 (1960).
70. А. А. Петрухин, И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **44**, 1618 (1963).
71. А. А. Петрухин, Кандидатская диссертация (МИФИ, 1966).
72. Н. П. Ильина, Изв. АН СССР, сер. физ. **30**, 1674 (1966).
73. J. Duthie, P. H. Fowler, A. Kaddoura, D. H. Perkins, K. Pinkan, Nuovo Cimento **24**, 122 (1962).
74. В. С. Барашенков, Сечения взаимодействия элементарных частиц, М., «Наука», 1966.

75. Б. А. Долгошеин, Б. И. Лучков, В. И. Ушаков, ЖЭТФ **42**, 949 (1962).
76. Т. Л. Асатиани, Р. О. Шахратунян, Изв. АН СССР, сер. физ. **28**, 1861 (1964).
77. D. H. Perkins, Proc. Int. Conf. Theory Very High Energy, Geneva, CERN, 1961.
78. Н. Л. Григоров, ЖЭТФ **45**, 1545 (1963).
79. P. Babu, Y. Pal, Phys. Soc. Japan **17**, Suppl. AIII, 322 (1962).
80. Ю. Д. Котов, И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **43**, 1411 (1962).
81. Г. Т. Зацепин, ЖЭТФ **19**, 1104 (1949); Докторская диссертация (ФИАН, 1954).
82. Н. Л. Григоров, Докторская диссертация (ФИАН, 1954).
83. B. Peters, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, Jaipur, 1963, v. 5, стр. 423; Nuovo Cimento **23**, 88 (1962).
84. Г. Т. Зацепин, Труды Межд. конф. по косм. лучам, т. I, М., 1960, стр. 170.
85. Н. Л. Григоров, В. Я. Шестоперов, Изв. АН СССР, сер. физ. **28**, 1778 (1964).
86. Л. А. Волкова, Г. Т. Зацепин, Proc. Int. Conf. Cosm. Rays, London, 1965, VII, стр. 935.
87. М. А. Марков, И. М. Железных, Nucl. Phys. **27**, 385 (1961).
88. Л. А. Волкова, Г. Т. Зацепин, Изв. АН СССР, сер. физ. **29**, 1740 (1965).
89. Б. М. Понтекорво, А. Е. Чудаков, ЖЭТФ **43**, 1966 (1962).
90. М. А. Марков, Нейтрино, М., «Наука», **1964**.
91. P. H. Barret, L. N. Bollinger, G. Cocconi, Y. Eisenberg, K. Greisen, Rev. Mod. Phys, **24**, 138 (1952).
92. И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **36**, 943 (1959).
93. Ю. Н. Вавилов, Г. И. Пугачева, В. М. Федоров, Изв. АН СССР, сер. физ. **28**, 1857 (1964).
94. Н. П. Ильина, Л. И. Сарычева, М., Ядерная физика **4**, № 1 (1966).
95. В. Шестериков, Дипломная работа, МИФИ, 1966.
96. S. Higashi, T. Kitamura, S. Miyamoto, J. Nishima, T. Takahashi, J. Watase, Nuovo Cimento **43**, 334 (1966).
97. С. Н. Вернов и др., Изв. АН СССР, сер. физ. **31**, 1523, 1555 (1967).