

## ВОЛНЫ И КВАНТЫ \*)

## Л. де Броиль

Рассмотрим движущееся со скоростью  $v = \beta c$  ( $\beta < 1$ ) тело с собственной массой  $m_0$ . В соответствии с принципом инертности энергии, это тело должно обладать внутренней энергией, равной  $m_0 c^2$ . Вместе с тем принцип квантов заставляет приписать эту энергию некоему синусоидальному процессу с частотой  $v_0$ , для которой справедливо соотношение

$$h v_0 = m_0 c^2,$$

где  $c$  — по-прежнему предельная скорость в теории относительности, а  $h$  — постоянная Планка.

Для неподвижного наблюдателя общей энергии движущегося тела соответствует частота  $v = \frac{m_0 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}}$ . Однако если этот неподвижный наблюдатель наблюдает периодический процесс, происходящий внутри движущегося тела, он увидит его замедленным и припишет ему частоту  $v_1 = v_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ . Для него этот процесс будет изменяться по закону

$$\sin 2\pi v_1 t.$$

Допустим теперь, что в момент времени  $t = 0$  движущееся тело совпадет в пространстве с волной, обладающей определенной выше частотой и распространяющейся в том же направлении, что и тело, со скоростью  $c/\beta$ . Эту волну, перемещающуюся со скоростью, большей  $c$ , нельзя сопоставить с переносом энергии. Мы будем рассматривать ее лишь как фиктивную волну, связанную с перемещением движущегося тела.

Я утверждаю, что если в момент времени  $t = 0$  существует определенное соотношение фаз векторов рассматриваемой волны и периодического процесса в движущемся теле, то оно будет сохраняться и в дальнейшем. В самом деле, в момент времени  $t$  движущееся тело находится на расстоянии  $vt = x$  от начала отсчета и внутренний процесс в нем определяется выражением  $\sin 2\pi v_1 x/v$ .

Волна в этой точке представляется в виде

$$\sin 2\pi v \left( t - \frac{x\beta}{c} \right) = \sin 2\pi v x \left( \frac{1}{v} - \frac{\beta}{c} \right).$$

Поскольку эти синусы равны, соотношение фаз сохраняется, если

$$v_1 = v(1 - \beta^2);$$

из определения величин  $v_1$  и  $v$  ясно, что последнее соотношение всегда выполняется.

Для доказательства сформулированного выше чрезвычайно важного положения мы пользовались только специальным принципом относительности и постулатом о справедливости квантового соотношения как для неподвижного, так и для движущегося наблюдателя.

Приложим теперь высказанное выше положение к атому света. Ранее я показал (см. *Journal de Physique* 3, 422 (1922)), что атом света следует рассматривать как частичку с ничтожно малой массой ( $< 10^{-50}$  г), движущуюся со скоростью, равной  $c$  (лишь чуть меньшей  $c$ ). Таким

\*) Louis de Broglie, Ondes et quanta, Compt. Rend. 177, 507 (1923).  
Перевод Н. А. Райской.

образом, мы приходим к следующему утверждению: Атом света, эквивалентный по своей полной энергии излучению с частотой  $v$ , является центром протекания внутреннего периодического процесса, и с точки зрения неподвижного наблюдателя его фаза в любой точке пространства равна фазе волны с частотой  $v$ , распространяющейся в том же направлении со скоростью, почти точно равной (хотя и чуть большей) постоянной, называемой скоростью света.

Рассмотрим теперь электрон, движущийся по замкнутой траектории с постоянной скоростью, значительно меньшей скорости света. В момент времени  $t = 0$  движущееся тело находится в точке  $O$ . Связанная с электроном фиктивная волна, исходящая из  $O$  и движущаяся на всем своем пути со скоростью  $c/\beta$ , догоняет электрон в момент времени  $\tau$  в точке  $O'$ , причем  $OO' = \beta c\tau$ .

Таким образом,

$$\tau = \frac{\beta}{c} [\beta c (\tau + T_r)], \text{ или } \tau = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} T_r,$$

где  $T_r$  — период обращения электрона по своей замкнутой траектории. Фаза собственного движения электрона при его перемещении из  $O$  в  $O'$  изменяется по закону

$$2\pi v_1 \tau = 2\pi \frac{m_0 c^2}{\hbar} T_r \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Здесь почти неизбежно предположить, что траектория электрона устойчива лишь тогда, когда при встрече фиктивной волны с электроном в точке  $O'$  их фазы одинаковы: волна с частотой  $v$  и скоростью  $c/\beta$  должна находиться в резонансе на протяжении всей своей траектории. Отсюда следует, что должно выполняться условие

$$\frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} T_r = nh,$$

где  $n$  — целое число.

Покажем, что написанное выше условие устойчивости совпадает с этим условием в теориях Бора и Зоммерфельда для траекторий, пробегаемых с постоянной скоростью. Пусть  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  — проекции количества движения электрона на оси прямоугольной системы координат. Общее условие устойчивости, сформулированное Эйнштейном, записается следующим образом:

$$\int_0^{T_r} (p_x dx + p_y dy + p_z dz) = nh,$$

где  $n$  — целое число \*).

В данном случае его можно переписать; тогда, как и выше, получим

$$\int_0^{T_r} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (v_x + v_y + v_z) dt = \frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} T_r = nh.$$

\*.) В случае квазипериодических движений никакие новые трудности не возникают. Необходимость удовлетворить сформулированным в тексте условиям для бесконечного ряда псевдoperиодов приводит к условиям Зоммерфельда.

При достаточно малых скоростях находим для электрона, обращающегося с угловой скоростью  $\omega$  по окружности радиуса  $R$ , исходную формулу Бора

$$m_0\omega R^2 = \frac{nh}{2\pi}.$$

Если скорость движения электрона на своей траектории непостоянна, то при малом  $\beta$  по-прежнему остается справедливой формула Бора—Эйнштейна. Если же  $\beta$  велико, то ситуация становится более сложной и потребует специального дополнительного изучения.

Продолжая исследования в том же направлении, мы пришли к важным результатам, которые вскоре будут опубликованы. В настоящее время мы уже можем, учитывая кванты света, объяснить дифракционные и интерференционные явления.

## КВАНТЫ СВЕТА, ДИФРАКЦИЯ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ \*)

Л. де Броиль

I. В предыдущем сообщении \*\*) мы показали, что для описания перемещения со скоростью  $\beta c$  ( $\beta < 1$ ) тела наблюдатель должен его связать с нематериальной синусоидальной волной, распространяющейся в том же направлении со скоростью  $c/\beta = c^2/v$ . Частота этой волны равна отношению полной энергии относительно наблюдателя рассматриваемого движущегося тела к постоянной Планка  $\hbar$ . Можно считать скорость  $\beta c$  «скоростью группы» волн, распространяющихся со скоростями  $c/\beta$  и обладающих частотами  $\frac{m_0c^2}{\hbar\sqrt{1-\beta^2}}$ , соответствующими значениям  $\beta$ , мало отличающимся друг от друга. Не рассматривая физического смысла такой волны (эта трудная задача должна решаться в рамках расширенной теории электромагнетизма), напомним, что фаза движущегося тела совпадает с фазой участка волны, находящейся в том же месте. Мы будем называть эту волну «волной фазы».

Как показывают дифракционные явления, атомы света, существование которых мы постулируем, распространяются не только по прямой. Таким образом, представляется неизбежным видоизменить принцип инерции. Мы предлагаем положить в основу динамики свободной материальной точки следующий постулат: «В каждой точке своей траектории свободно движущееся тело равномерно перемещается вдоль направления распространения своей волны фазы, т. е. (в изотропной среде) по нормали к поверхностям равной фазы». В общем случае движущееся тело будет следовать вдоль прямолинейной траектории, задаваемой принципом Ферма для волны фазы; этот принцип здесь легко спутать с принципом наименьшего действия, примененным в форме принципа Мопертюи к движущемуся телу. Но если движущееся тело должно пройти через отверстие, размеры которого малы по сравнению с длиной волны, приписываемой волне фазы, то в общем случае траектория тела искривится как лучевая траектория дифрагировавшей волны. Это спасает закон со-

\*) Louis de Broglie, Quanta de lumière, diffraction et interférences, Compt. Rend. 177, 548 (1923). Перевод Н. А. Райской.

\*\*) Compt. Rend. 177, 507 (1923). В этом сообщении я ввел ненужное ограничение: условия Бора остаются справедливыми даже в случае очень больших непостоянных скоростей.