

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.121.42

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

## ОТКРЫТИЕ СПИНА ЭЛЕКТРОНА \*)

С. Гаудсмит

1

В последние годы у некоторых моих коллег пробудился интерес к истории физики. По-моему, это — возрастное явление. Они очень хотели бы вновь пережить прекрасные годы открытий атомов и квантов. К сожалению, подобные исследования часто вырождаются в приоритетные вопросы, несущественные для науки, но щекочущие чувства.

В прежние времена историки естествознания приходили в волнение, найдя документы некоего бедняги, сделавшего прежде времени важное открытие, однако не опубликованное им. Я полагаю, что подобные случаи — лишь исторические казусы. Научная работа только тогда завершена, когда она опубликована. Только тогда коллеги могут ею воспользоваться и оценить ее. Иногда случается, что ученый публикует новую идею, когда его коллеги еще не готовы ее воспринять. Позднее новая идея будет вновь открыта и признана верной. Если продолжить выяснение всех обстоятельств, то иногда оказывается, что ученый, первым открывший новое, лишь правильно угадал, ибо в те годы, когда он работал, еще не хватало важных данных, подкрепивших позже идею. Я придерживаюсь того мнения, что в подобном случае первооткрыватель заслуживает лишь скромного признания.

Многие историки очень красиво описали, как, по их мнению, было сделано то или иное открытие. К сожалению, весьма маловероятно, что процесс открытия протекал столь же логично, как это изображено в подобных беллетризованных рассказах. Счастье и случай играют обычно гораздо большую роль, чем это готовы признать участники. Есть также предубежденные историки, которые используют исторические факты для доказательства заранее составленного мнения, особенно в приоритетных вопросах. Подсознательные фрейдовские ошибки в подобных случаях иногда играют ту же роль, что и неисправленные типографские ошибки. Например, автор желает показать, что Эйнштейн свои важнейшие идеи взял у Лоренца. При этом случается так, что он в своей статье по недосмотру датирует цитату из Лоренца годом раньше. Я знаю аналогичный пример в истории спина электрона. Я хочу подчеркнуть, что такие ошибки сделаны не сознательно.

У меня есть еще одна претензия к историкам физики. Они изображают дело так, как будто вся физика создана горстью гениев. Это горькая

\*) Доклад, сделанный после вручения автору медали имени Макса Планка на съезде физиков 1965 г. во Франкфурт-Хойсте 4 октября 1965 г. S. A. G o u d s m i t, Die Entdeckung des Elektronenspins, Phys. Blätter 21, 445 (1965). Перевод С. М. Райского.

несправедливость по отношению ко многим физикам, благодаря которым стали возможными великие открытия гениев. Подобные упрощения могут отпугнуть начинающих, так как они сознают, что, пожалуй, никогда не достигнут таких успехов, как Эйнштейн или Гейзенберг. Тенденция описать историю физики, ограничиваясь работами небольшой группы героев, вероятно, заимствована из работ по общей истории. Там мы также слышим о царе или диктаторе, которого автор восхваляет или обвиняет, тогда как массы, его поддерживающие, ради удобства историка, остаются забытыми.

Историки несправедливы и по отношению к физикам-экспериментаторам. Хотя для истории и очень важны эволюции идей, однако не следует пренебрегать гениями среди физиков-экспериментаторов, чьи открытия и результаты необходимы и для появления новых идей, и для их доказательств.

Недавно историки ввели новую методику — так называемую «изустную историю». Они полагают, что, желая выяснить, что произошло в двадцатые годы, следует просто спросить об этом кого-нибудь, кто при сем присутствовал. Это рискованно, так как изображение событий спустя сорок лет сильно подвержено влиянию всего того, что происходило за этот срок.

Опубликованные научные статьи также не могут служить очень надежными историческими источниками. В хорошей статье автор пытается убедить читателей; при этом он обычно выбирает иной ход рассуждений, нежели тот, которым он пришел к своей идее. Точно так же цитаты в сносках научной статьи служат часто не тому, чтобы помочь читателю, а чтобы придать вес статье. Например, авторы одной из рукописей, поступивших в журнал «Physical Review», упоминают статью в трудно доступном итальянском периодическом издании, поскольку эта статья, опубликованная также в «Zeitschrift für Physik», принадлежит двум лауреатам Нобелевской премии. Если бы авторы действительно читали итальянское или немецкое изложение, то они нашли бы в конце примечание к корректуре, где указано, что такой же результат уже раньше был опубликован в журнале «Physical Review» малоизвестным физиком.

Надежным источником истории физики служат, пожалуй, старые письма. Письма, написанные рукою, более откровенны и написаны без стеснений. Письма, написанные в двадцатые годы на машинке, рассчитаны на более широкую публику и поэтому особенно тщательно обдуманы авторами.

После этих критических замечаний по поводу истории физики я могу указать также на достигнутые в этой области успехи, так как недавно произошло многообещающее событие. Для книги «Источники истории квантовой физики» (с доктором Томасом С. Куном в качестве директора этого проекта) собирается теперь материал, который, по-видимому, пригоден для действительно объективного рассмотрения событий этого важного отрезка времени. Я прошу каждого, кто владеет письмами, заметками или другой полезной неопубликованной информацией, установить связь с Т. С. Куном.

В трудах Н. Р. Хансона<sup>1</sup> по философии и истории новой физики обсуждаются физические понятия, а не физики как таковые, поэтому эти труды могут дать более правильное описание исторических фактов. Я не могу, однако, судить, удалась ли автору полностью попытка правильно и объективно представить события. Далее я хотел бы указать на статью М. Клейна, особенно на его прекрасные заметки о Максе Планке<sup>2</sup>. Появилась, следовательно, надежда, что мои критические замечания скоро утратят силу.

Теперь я расскажу мою собственную историю об открытии спина электрона. Она, конечно, будет содержать все те ошибки, о которых я говорил, хотя я снова прочитал полученные тогда мною письма моих коллег, написанные от руки. Я расскажу эту историю в первом лице — не из-за недостатка скромности, а наоборот, чтобы подчеркнуть, что это лишь мое представление хода событий, их развития, в том виде, как я их воспринял и пережил. При этом я буду особенно стараться не «угадывать» чужих мыслей. Например, я не могу понять, почему Паули в своем Нобелевском докладе заявил, что его статья<sup>3</sup> 1924 г. о сверхтонкой структуре «повлияла на Гаудсмита и Уленбека при их требовании ввести спин электрона». Что это было не так, я уже разъяснил несколько лет назад в одной публикации<sup>4</sup>. Статью Паули 1924 г. нельзя, конечно, рассматривать как работу, в которой введено понятие спина, являющегося свойством индивидуальной частицы. Паули ожидал, что момент количества движения существует только у сложных ядер, где он обусловлен движением частиц. Он не предсказал ни сверхтонкой структуры, ни ядерного момента для водорода. В действительности, спин протона был открыт лишь в 1927 г., и отнюдь не в результате рассмотрения тонкой структуры. Спин протона введен Хундом<sup>5</sup> и вскоре после этого строго обоснован Деннисоном<sup>6</sup> в его гениальном разъяснении аномального поведения удельной теплоемкости молекулярного водорода.

В хронологическом порядке первым многозначительным для меня событием было то, что мой учитель, старший преподаватель реального училища фон Лойцен, который сам был учеником Зеемана, познакомил меня в 1919 г. с Эрэнфестом. В начале 1920 г. я должен был прервать недели на две обучение в Лейдене, чтобы сопровождать моего отца в деловой поездке в Ройтлинген. Эрэнфест настойчиво рекомендовал мне посетить Пашена в расположенном неподалеку Тюбингене. Пашен принял меня как своего коллегу, а не как 18-летнего студента. Он продемонстрировал подтверждение блестящей релятивистской теории тонкой структуры Зоммерфельда — линию гелия 4686 Å. Я находился под сильным впечатлением оказанного мне приема и решил позднее изучить все об этой важной спектральной линии. В следующем году (1921 г.) я провел несколько летних месяцев в Тюбингене, где Пашен сам ввел меня в технику спектроскопии. Пашен был крупным физиком и замечательным человеком. В нынешнем году будут праздновать его столетний юбилей. К сожалению, он почти забыт физиками и оставлен без внимания историками, хотя его труды являются основополагающими для развития атомной физики. В более поздние годы я вернулся в Тюбинген, чтобы использовать с Баком то, чему я научился у Пашена. Когда Пашена пригласили в Берлин, Герлах, в качестве его преемника, заботился о поддержании атмосферы гостеприимства в Тюбингене.

В 1921 г. я полагал, что вывел релятивистскую формулу для дублетов в спектрах атомов, аналогичную формуле Зоммерфельда для рентгеновских дублетов. Эрэнфест, как он мне позже рассказал, был уверен, что мои рассуждения были ошибочными, однако он не хотел меня обескураживать. Он побудил меня написать краткое сообщение об этом в «Naturwissenschaften» и более подробное изложение<sup>7</sup> в «Archives des Sciences Exactes et Naturelles», незначительном журнале, печатавшемся в Голландии на французском языке. Однако я очень гордился этими первыми публикациями, хотя их никто не читал.

Позже, в 1924 г., эта формула была снова найдена Ланде, а кроме того, — Милликеном. Они обосновали свои выводы большим числом

новых экспериментальных фактов. Моя более ранняя работа была лишь, как мы говорим в Америке, «lucky guess»: мне повезло. Проблема дублетов, а затем и мультиплетов захватила меня в последующие годы.

Эренфест, который тем временем обнаружил, что из меня не выйдет настоящего теоретика, рекомендовал меня на работу в лабораторию Зеемана в Амстердаме. Первую половину недели я был физиком-экспериментатором в Амстердаме, вторую половину работал в Лейдене в группе Эренфеста.

В те годы я писал различные статьи о сложных спектрах и эффекте Зеемана. Я занимался интенсивностью рентгеновских линий с Костером и получил вместе с Кронигом, посетившим в 1924 г. Голландию, формулы для интенсивности зеемановских компонент. Эти формулы были результатом вдохновенных догадок, так как квантовой механики еще не существовало. Чтобы угадать правильные формулы, мы применили наряду с интуицией формализм квантовых чисел в форме таинственных законов сумм. Я хорошо освоил применение подобных квантовомеханических правил. Должен теперь сознаться, что я тогда впал в серьезное заблуждение. Я полагал, что этот формализм был главной составной частью теоретической физики. Эренфест мне позднее разъяснил, что мои знания о настоящей теории были совершенно недостаточными. К счастью, я был полностью посвящен во всю совокупность экспериментальных данных по спектрам атомов и результатов наблюдений в смежных областях. Тогдашняя ситуация была очень близка к тому, что сейчас делают в рамках  $SU(6)$ -симметрии в современной физике элементарных частиц. Однако для проверки своих предположений физики в 1925 г. располагали значительно большим и более точным экспериментальным материалом, чем сегодня.

В начале мая 1925 г. я опубликовал работу<sup>8</sup>, в которой показал, что применение принципа Паули можно существенно упростить, если воспользоваться квантовыми числами Ланде  $m_l$  и  $m_s$  вместо тех, которые применил Паули. Этим способом можно непосредственно определить мультиплетную структуру атомных уровней. Как оказалось позднее, важным результатом было то, что квантовое число всегда равнялось  $+\frac{1}{2}$  или  $-\frac{1}{2}$ .

Мне следовало уже тогда подумать о спине электрона, но так как я был только формалистом, то это физическое истолкование мне на ум не пришло.

Я послал оттиск этой работы в Копенгаген. Крониг, с которым я работал над формулами интенсивности, подтвердил получение моей статьи, но в его пространном письме речь идет по преимуществу о важной работе Гейзенберга, готовящейся к печати; о спине Крониг не обмолвился ни словом.

Здесь я должен ввести в мою историю Уленбека. Георг Уленбек прервал свое обучение в Лейдене, чтобы стать домашним учителем голландского посла в Риме. Там он серьезно изучил классическую физику, однако он имел лишь самые скудные представления о бурно развивающейся области строения атомов и их спектров. Мне приходит на память, что он упомянул имена Вольтерра и Леви-Чивита, которые тогда мне ничего не говорили.

Я должен отметить также один поступок Уленбека в бытность его в Риме, имевший важное значение для современной физики. Эренфест написал ему, чтобы он разыскал молодого человека по имени Ферми, который опубликовал несколько многообещающих работ. Ферми как раз вернулся из Геттингена, полностью потеряв мужество и будучи убежден, что он никогда не сможет стать хорошим физиком. Уленбек настойчиво

посоветовал ему не оставлять физику, пока тот некоторое время не проведет у Эрэнфеста в Лейдене. К счастью для физики, Ферми послушался этого совета. Я встретился с ним впервые, когда он приехал в Лейден в 1924 г.

Одобрение Эрэнфеста послужило началом блестящей карьеры Ферми. (Вы уже заметили, конечно, что моя история вертится больше вокруг Эрэнфеста, чем вокруг спина.)

Когда Уленбек вернулся в Лейден, Эрэнфест предложил нам работать вместе во время летних каникул 1925 г. Я должен был научить Уленбека чудесам квантовых векторных чисел, а он меня — чему-нибудь из настоящей физики.

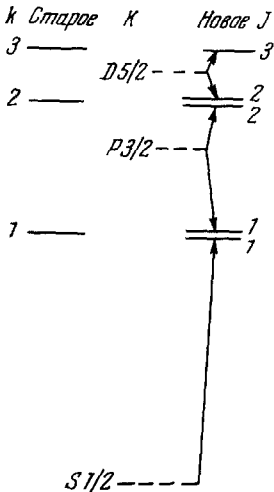
Непредубежденность и свежесть восприятия Уленбека, когда он занялся атомными проблемами, множество его скептических замечаний и умных вопросов привели нас к ряду новых существенных результатов. Первым результатом было совершенно новое истолкование тонкой структуры спектра водорода<sup>9</sup>. Я не вполне понял ход мыслей Уленбека, опиравшегося на одну статью Венцеля. Но мне нравилось то, что в нашей схеме спектр водорода стал специальным случаем спектров щелочных элементов и рентгеновских спектров. Старая «релятивистская» формула для дублетов была логическим следствием нашей новой схемы. Я особенно был доволен тем, что мы, наконец, объяснили таинственную компоненту линии гелия 4686 Å, наблюдаемую Пашеном, но запрещенную теорией Зоммерфельда. Уленбек и я опубликовали эту работу в голландском журнале «Physica». Мы явно не понимали важности этого открытия. Другая работа о квантовых векторных связях и  $g$ -факторах Ланде была послана нами в «Zeitschrift für Physik». Слэтер<sup>10</sup> пришел несколько позже независимо от нас в Америке к тем же результатам для спектра водорода.

Однажды утром, кажется, это было в конце летних каникул, я рассказал Уленбеку о принципе Паули, применив, естественно, квантовые числа  $m_l$  и  $m_s$ . Он немедленно указал на то, что это означает наличие у всех электронов четырех степеней свободы, как если бы каждый электрон имел спин.

В этом месте моего рассказа я хотел бы еще раз отметить, что как физики мы с Уленбеком мало походили друг на друга. Это лучше всего объяснить на следующем упрощенном примере. Когда я ему рассказал о  $g$ -факторах Ланде, то он спросил, к моему большому удивлению: «Кто такой Ланде?». Когда же он упомянул четыре степени свободы электрона, то я спросил его: «А что такое степень свободы?».

После его замечания о спине мы сразу увидели, что полностью выясняется, почему  $m_s$  всегда равно  $+\frac{1}{2}$  или  $-\frac{1}{2}$ . Далее мы увидели, что все случаи расщепления Зеемана могут быть объяснены, если приписать электрону магнитный момент, равный одному целому магнетону Бора. Кроме того, стало ясно, что спин находится в полном согласии с нашим новым толкованием спектра водорода. Позднее мне удалось сформулировать правильные выражения для тонкой структуры спектра водорода, комбинируя релятивистские формулы Зоммерфельда с формулами для рентгеновских дублетов и дублетов щелочных элементов. Для меня это было завершением проблемы. Спин чрезвычайно упростил смысл квантовых векторов, точно так же как и их связь с атомными спектрами, и это была моя область в физике. Но Уленбек — настоящий физик. Он всерьез принял модель и изучил теорию вращающихся заряженных тел. Эрэнфест показал нам одну старую работу, опубликованную Абрагамом в 1903 г. Из всего этого я понял очень мало.

Мы составили краткое сообщение<sup>11</sup> о спине и передали его Эренфесту, чтобы направить в «Naturwissenschaften». По рассказам Уленбека, к этому времени изучение им модели и обсуждение ее с Лоренцом обескуражили его настолько, что мы решили взять обратно свою работу. Однако уже было поздно: как нам сообщил Эренфест, статья была послана в журнал. Я уже об этом ничего не помню; это могло произойти во время моего пребывания в Амстердаме. Я не понял мотивов Уленбека. С моей ограниченной точки зрения я не мог заметить ничего ложного в понятии спина. Это точно подходило к моему спектроскопическому векторному формализму. Я вспоминаю только, что Эренфест сказал мне: «Спин может быть и ошибкой, но у тебя нет пока никакой репутации, следовательно, тебе нечего терять, если ты это опубликуешь».



Сравнение «старого» (Зоммерфельд) и «нового» (спин) истолкования  $n = 3$  уровня атома водорода.

Теперь пользуются квантовыми числами

$$l = k - 1 = K - 1/2$$

$$\text{и } j = J - 1/2.$$

Я не сомневался в том, что он найдет правильный ответ, а именно — дублетную формулу Рентгена. Мое предсказание в конце концов сбылось. Если бы мы знали, как нужно рассчитать дублет, то мы бы нашли, что результат вдвое больше наблюдаемого.

К счастью, как раз в это время Лейден посетили Бор и Эйнштейн — в начале декабря 1925 г., — чтобы участвовать в праздновании 75-летия со дня рождения Лоренца. Мы много дискутировали с ними обоими на квартире Эренфеста. К концу все присутствующие были убеждены, что понятие спина правильно, но коэффициент 2 остался загадкой. В тот же месяц Уленбек и я подготовили вторую публикацию<sup>12</sup> в «Nature», содержащую наше новое истолкование спектра водорода (см. рисунок).

Тогда Бор совершил ошибку. Вместо Уленбека он пригласил с визитом в Копенгаген меня. В продолжение приблизительно шести недель, в январе и феврале 1926 г., Бор безуспешно пытался заставить меня понять проблему, поднятую спином, в особенности непонятный разрыв между синглетами и триплетами в спектре нейтрального гелия. Эта проблема намного превосходила мои способности. Бор отослал меня домой.

Вскоре Гейзенберг снова прибыл в Копенгаген, и, как известно, данное им замечательное решение этой проблемы повело к далеко идущим и глубоким следствиям.

Когда я был в Копенгагене, Л. Г. Томас, который приехал из Кембриджа, получил предложение исследовать таинственный коэффициент 2. В известной работе <sup>13</sup> он показал, что чисто релятивистская прецессия, которая не была замечена другими, вызывает как раз желаемый эффект. Бор предложил мне по пути домой из Копенгагена сделать остановку в Гамбурге, чтобы убедить Паули в справедливости теории спина. Но я в этом не преуспел. Мои объяснения работы Томаса не удовлетворили Паули. Кроме того, он полагал, что эффект Зеемана в спектре водорода не согласуется с нашим толкованием. Позднее, когда Паули детально проштудировал работу Томаса, он написал мне открытку, датированную 13 марта 1926 г., в которой он взял обратно свои возражения.

На этом должна была бы закончиться вся история. Однако я должен еще обсудить обстоятельства, касающиеся слухов, которые держатся в течение многих лет. Фактические обстоятельства, давшие повод к этим слухам, изложены в письме, которое я получил от Томаса из Копенгагена в марте 1926 г., после появления наших публикаций. Абзац, о котором идет речь, в переводе звучит так: «Я полагаю, что тебе и Уленбеку очень повезло, что ваша работа о вращающемся электроны была опубликована и обсуждена до того, как об этом услышал Паули. Похоже, что Крониг более года назад думал о вращающемся электроны и что-то разрабатывал по этому вопросу. Первый человек, которому он это показал, был Паули. Паули высмеял все дело до такой степени, что первый человек стал и последним, и никто больше об этом ничего не услышал. Все это показывает, что непогрешимость божественной сущности не распространяется на ее самозванного наместника на земле».

Крониг вернулся в Колумбийский университет и опубликовал в «Nature» и «Proceedings of the National Academy» работу <sup>14</sup>, в которой он попытался показать, что гипотеза спина не может быть правильной. Его первое возражение было такое же, какое прежде выдвинул Лоренц: буквальное истолкование спина приводит в классике к невозможной модели электрона. Вторым возражением против нашей гипотезы было то, что она некорректным образом предсказывает большой магнитный момент ядра, так как ядро атома содержит электроны. На Кронига не произвело впечатления то, что гипотеза спина с того времени, когда он о ней думал, получила поддержку, например, в новом истолковании тонкой структуры спектра водорода и квантовых чисел  $m_s$  и  $m_l$  в принципе Паули. Фактом является и то обстоятельство, что в тот ранний период (начало 1925 г.) и принцип Паули еще не был опубликован, хотя он, вероятно, обсуждался. В январе 1925 г. Ланде написал мне в открытке из Тюбингена: «Мы много дискутировали с господином Кронигом, причем это было особенно интересно, когда все это происходило в присутствии Паули». Он не упоминает, однако, содержания дискуссий. Крониг изложил свою точку зрения на историю спина в прекрасной статье <sup>15</sup> «Поворотный пункт» (The Turning Point).

Быховский и Юри <sup>16</sup> также опубликовали статью, которая показывает, что они занимались проблемой спина электрона. Однако они нашли, что получается ошибочный результат для величины дублетного расщепления. Они воспользовались неверным значением магнитного момента и, конечно, не знали о коэффициенте 2, полученном Томасом.

Несомненно, некоторые физики до меня и Уленбека должны были думать о спине электрона. Однако, к нашему счастью, эта идея пришла к нам как раз к тому времени, когда мы были насыщены основательными

знаниями структуры атомов и спектров, и как раз после того, как мы пришли к правильному пониманию спектра водорода и релятивистского дублетного расщепления. Поэтому мы были в состоянии привести сильные доводы в обоснование нашей гипотезы.

Это все, что я могу вам сообщить об открытии спина электрона. Я все еще полагаю, что подобного рода описание микроисторических событий имеет не очень большую ценность. Возможно все же, начинающие увидят отсюда, что вовсе не нужно быть гением, чтобы внести вклад в науку, хотя быть гениальным вовсе не мешает. Каждый вклад, каждое творческое достижение дает безграничное удовлетворение. Однако будет ли этот вклад иметь большое значение — иногда вопрос счастливого случая. Часто это выясняется (в том числе и для автора) лишь много позже. Идея спина, с ее широкими ответвлениями в ядерной физике, в физике элементарных частиц и даже в технологии, как я полагаю, один из самых выдающихся успехов новой физики. Не хочу упустить возможности добавить, что этого не сознавали в 1925 году ни Уленбек, ни я. Я убежден, что так было и с большинством ученых, сделавших открытия.

Brookhaven National Laboratory, Upton — New York

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. N. R. H a n s o n, *The Concept of the Positron и Patterns of Discovery*. Cambridge University Press (1963 и 1958).
2. M a r t i n J. K l e i n, *Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory*, *Arch. for History of Exact. Sci.* **1**, 459 (1962) (см. перевод: УФН **92**, 679 (1967); P l a n c k, *Entropy and Quanta 1901—1906*, *The Natural Philosopher* **1**, 83 (1963).
3. W. P a u l i, *Naturwiss.* **12**, 741 (1924).
4. S. A. G o u d s m i t, *Phys. Today* **14**, 18 (1961).
5. F. H u n d, *Zs. Phys.* **42**, 93 (1927).
6. D. M. D e n n i s o n, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A115**, 483 (1927).
7. S. G o u d s m i t, *Naturwiss.* **9**, 995 (1921); *Arch. Néerl. Sci. Ex. et Nat.* **IV**, 116 (1922).
8. S. G o u d s m i t, *Zs. Phys.* **32**, 794 (1925).
9. S. G o u d s m i t und G. E. U h l e n b e c k, *Physica* **5**, 266 (1925).
10. J. G. S l a t e r. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **11**, 732 (1925).
11. G. E. U h l e n b e c k und S. G o u d s m i t, *Naturwiss.* **13**, 953 (1925).
12. G. E. U h l e n b e c k and S. G o u d s m i t, *Nature* **117**, 264 (1926).
13. L. H. T h o m a s, *Nature* **117**, 514 (1926).
14. R. K r o n i g, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **12**, 328 (1926); *Nature* **117**, 550 (1926).
15. R. K r o n i g, в сб. *Theoretical Physics in the Twentieth Century (Memorial Volume to Pauli)*, Ed. V. F. W e i s s k o p f und M. F i e r z, Interscience Publ., New York, 1960.
16. F. R. B i c h o w s k y and H. C. U r e y, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **12**, 801 (1926).