1967 г. Август *Том 92, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

530.145.1

МАКС ПЛАНК И НАЧАЛО КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ *)

М. Дж. Клейн

1. ВВЕДЕНИЕ

14 декабря 1900 года Макс Планк изложил Немецкому физическому обществу свой вывод закона распределения излучения абсолютно черного тела. В физике впервые появилось понятие кванта энергии. Если вспомнить те огромные следствия, к которым привела квантовая теория, то станет удивительным, что подробному изучению тех оснований, которые заставили Планка сделать первый радикальный шаг, приведший к идее квантов, было уделено так мало внимания. Конечно, в литературе много раз описывалось происхождение квантовой теории, но почти все эти описания исторически неточны, некритичны и совершенно дезориентируют как в отношении собственной работы Планка, так и в отношении той ситуации, в которой они появились. Имеются статьи Планка [1] в историческом плане, которые дают яркую и последовательную картину его собственных взглядов на развитие квантовой теории, а также прекрасная, но очень мало известная монография Розенфельда [2] о ранних годах развития квантовой теории; эта монография излагает работы Планка в чисто историческом аспекте.

Мне кажется, что есть еще два важных, связанных между собой вопроса, на которые нужно дать ответ, если мы хотим полностью понять решающий шаг Планка и глубину вызванного им разрыва с предшествовавшим мышлением. Первый вопрос, действительно, исторический: *знал ли Планк о законе распределения излучения по частотам, который Рэлей вывел как необходимое следствие классической физики?* Большинство авторов отвечает на этот вопрос утвердительно, считая введение Планком квантов ответом на заявление о «кризисе», вызванном противоречием между классической теорией и экспериментальными результатами, и внутренней несостоятельностью классической теории, проявившейся в «ультрафиолетовой катастрофе». Фактически не было такого кризиса или, может быть, лучше сказать, что такой кризис не был осознан. Все работы по излучению абсолютно черного тела, выполненные до лета 1900 года, вовсе не использовали всего, что могла дать для этой проблемы классическая физика. Только в июле 1900 года лорд Рэлей опубликовал заметку в две страницы, в которой он впервые вывел классический закон распределения, но смысл статьи Рэлея вообще не был понят еще в течение некоторого времени. Планк не ссылался на заметку Рэлея ни в своих статьях 1900 и 1901 годов, ни в статьях о происхождении квантовой теории, опубликованных много лет спустя. Все это делает вероятным предположение, что

*) Martin J. Klein, Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory, Arch. Hist. Exact. Sci. 1, 459 (1962). Перевод С. Г. Суворова.

Планк знал о работе Рэлея, но не придавал ей большего значения, чем другим статьям, опубликованным примерно в то же время, в которых были сделаны более или менее априорные попытки найти уравнение, которое описывало бы экспериментальные результаты. Причины, по которым Планк не очень заинтересовался тем, что сейчас представляется важнейшим вкладом Рэлея, следует искать в тех предпосылках, из которых исходил Планк, в его подходе к проблеме излучения, а также и в той манере, в которой Рэлей излагал свои результаты.

Второй вопрос, который я считаю важным, относится к методу, который Планк фактически использовал в выводе закона распределения: *в чем отошел Планк от методов Больцмана при статистическом вычислении энтропии, исходя из представления о квантах*? Сам Планк в обеих исходных статьях и в последних обзорах указывал, что единственное его новшество состояло в том, что он довольно непосредственно сочетал подход Больцмана с дискретностью энергии. Однако Розенфельд[3] говорит, что метод вычисления Планком энтропии с классической точки зрения Больцмана представляется как «чистая ересь».

Планк в некоторых пунктах фактически отошел от метода Больцмана, и понадобилось немало лет, чтобы полностью раскрыть смысл его исходной позиции. Тем не менее, никто не пытался понять, насколько Планк находился под влиянием статьи Больцмана, которая служила ему путеводной нитью в круге идей, совершенно чуждых ему до осени 1900 года.

Обсуждение двух этих вопросов является главной темой настоящей статьи. Это обсуждение требует подробного изложения содержания работы Планка и той общей обстановки, в которой она создавалась; это будет сделано в следующем разделе. Последний раздел этой статьи посвящен другой проблеме, которая заслуживает дальнейшего изучения: почему прошло почти пять лет прежде, чем смелое решение Планком проблемы излучения привлекло к себе внимание исследования?

2. ОБЩАЯ ОБСТАНОВКА

В 1897 году, когда Планк впервые обратил внимание на проблему излучения абсолютно черного тела, ему было почти сорок лет, и его научная деятельность была посвящена главным образом выяснению смысла второго закона термодинамики и изучению его следствий. Внимание Планка к проблеме излучения привлекло то обстоятельство, что теорема Кирхгофа требовала универсального характера закона распределения. Кирхгоф[4] и независимо от него Бальфур Стюарт показали, что природа излучения при тепловом равновесии в замкнутой оболочке, стенки которой сохраняются при постоянной температуре, совершенно не зависит от свойств любых находящихся в ней материальных тел, в том числе и от стенок, когда все эти тела находятся в состоянии равновесия с излучением. В этом случае спектральное распределение излучения «представляет нечто абсолютное,— говорит Планк,— и так как я всегда считал поиски абсолютного самой возвышенной целью всей научной деятельности, я горячо принялся за работу»[5].

Некоторые свойства этой универсальной функции температуры и частоты, описывающей равновесное спектральное распределение, уже были найдены на протяжении двух предшествовавших десятилетий. Чтобы сформулировать их, условимся записывать эту функцию в виде $\rho(\nu, T)$, где $\rho(\nu, T)\,d\nu$ есть энергия теплового излучения в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, приходящаяся на единицу объема, при абсолютной температуре T. В 1879 году Стефан[6] экспериментально установил, что полная плотность энергии, проинтегрированная по всем частотам, пропорциональна

четвертой степени температуры; таким образом, функция $\rho(\nu, T)$ удовлетворяет уравнению

$$\int_0^\infty \rho(\nu, T)\, d\nu = \sigma T^4, \tag{1}$$

где σ — константа. Этот экспериментальный результат в 1884 году был обоснован теоретически Больцманом[7], который применил к излучению второй закон термодинамики, трактуя при этом излучение как газ, давление которого находилось как давление излучения, вытекающее из электромагнитной теории Максвелла. В 1893 году Вин[8] извлек из второго закона термодинамики другое следствие, которое наложило на функцию $\rho(\nu, T)$ распределения энергии существенное ограничение. Речь идет о законе смещения Вина, который требовал, чтобы функция $\rho(\nu, T)$ имела форму

$$\rho(\nu, T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \tag{2}$$

где $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ зависит только от отношения частоты и температуры *).

В добавление к этим двум законам, выраженным в уравнениях (1) и (2), существовал еще один важный результат, известный Планку, когда он начинал свою работу по проблеме излучения. Это — закон распределения, предложенный Вином[9] в 1896 году. Вин представил функцию $\rho(\nu, T)$ $\left(\text{или функцию } f\left(\frac{\nu}{T}\right)\right)$ в явной форме:

$$\rho(\nu, T) = \alpha\nu^3 e^{-\beta\frac{\nu}{T}}, \tag{3}$$

где α и β — константы. Он привел теоретический аргумент в пользу правильности уравнения (3), но, как писал Рэлей[10]: «Если рассматривать с теоретической стороны, этот результат представляется мне немногим более чем просто догадкой».

Существенно, что в конце девяностых годов не было вывода закона распределения Вина, скорее его можно было рассматривать как адекватное объяснение всех доступных в то время экспериментальных результатов, относящихся к распределению энергии в излучении абсолютно черного тела. Казалось разумным предположить, что та фундаментальная теория излучения, какую предполагал развить Планк, должна была бы завершиться обоснованием закона распределения Вина, если бы эта теория находилась в согласии с экспериментом.

В первой[11] из серии из пяти статей, которые Планк представил Прусской Академии наук в 1897—1899 годах, он изложил свою программу исследований по теории излучения. Эта программа естественно возникла из его более ранней работы по термодинамике, поскольку он поставил себе целью описать в рамках электродинамики необратимый переход излучения к равновесию. Его идея заключалась в том, что если консервативная система, состоящая из электромагнитного излучения в замкнутой полости, взаимодействует с набором гармонических осцилляторов, то можно было бы показать ее переход к равновесному состоянию, не прибегая к каким-

*) Можно показать, что закон смещения Вина включает в себя закон Стефана — Больцмана, так как

$$\int_0^\infty \rho(\nu, T)\, d\nu = \int_0^\infty \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu = T^4 \int_0^\infty x^3 f(x)\, dx,$$

а последний интеграл, если он существует, есть просто число.

либо предположениям, лежащим вне законов электромагнетизма. Для Планка такое доказательство завершило бы понимание второго закона термодинамики. Планк полагал, что он понимал основной механизм необратимого поведения системы: этот механизм состоял в том, что осциллирующий диполь испускает электромагнитную энергию в виде сферической волны, изменяя характер падающего на него излучения явно необратимым образом.

Непосредственное продвижение Планка в направлении реализации этих идей было сразу же остановлено критикой Больцмана [12]. Больцман, больше чем кто-либо другой, мог увидеть недостатки в рассуждениях Планка, так как он сам на протяжении многих лет интересовался природой необратимости и из довольно горького опыта знал тонкости этой проблемы и трудности, преграждавшие путь к пониманию этого неуловимого понятия. Всего лишь за несколько месяцев перед тем он вновь заявил о существенно статистическом происхождении необратимости и должен был отстаивать свои идеи против нападок, предпринятых Цермело, учеником Планка. Ответы Больцмана Цермело, по-видимому, еще не были осознаны Планком, так как в той же самой статье он одобрительно упомянул о работе Цермело и подверг сомнению успешность объяснения необратимости, данного кинетической теорией. Разумеется, эта ситуация не помешала Больцману указать Планку, что в уравнениях электромагнетизма не было ничего, что исключало бы процессы, обратные тем, которые рассматривал Планк, так что законы электромагнетизма сами по себе не определяли необратимого перехода излучения к равновесию, аналогично тому, как с помощью законов механики нельзя описать необратимый процесс установления равновесия в газе. Нужны были дополнительные предположения, гипотеза статистического типа о беспорядочном характере исходного состояния, вроде той, какую Больцман в свое время ввел в теорию газов. Тогда, говорил Больцман, можно было бы вывести для излучения теорему, которая была бы аналогична второму закону термодинамики и играла бы роль H-теоремы в кинетической теории газов. В конце концов Планк. хотя и не сразу, принял критику Больцмана как обоснованную и сформулировал гипотезу о «естественном излучении», которая обеспечивает необратимость, подобно тому как в кинетической теории это делала больцмановская гипотеза о «молекулярном хаосе».

В последующих исследованиях Планк продолжал обсуждать связь между излучением и осциллирующими диполями. Гармонические осцилляторы были избраны не потому, что они мыслились как действительная модель материи, а скорее в силу того, что из теоремы Кирхгофа следовало, что распределение равновесного излучения не зависело от системы, с которой связано излучение, а осцилляторы являлись простейшим объектом для рассмотрения. Важным результатом этой работы [13] явилось доказательство теоремы, связывающей спектральное распределение $\rho(\nu, T)$ со средней энергией $\bar{u}_\nu(T)$ гармонического осциллятора частоты ν. Эта теорема, выведенная из равенства испускаемой и поглощаемой осциллятором энергий в состоянии равновесия, имела вид

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\bar{u}_\nu(T), \tag{4}$$

где c — скорость света.

Из уравнения (4) очевидно, что Планку необходимо было определить только $\bar{u}_\nu(T)$, среднюю энергию гармонического осциллятора при температуре T, чтобы получить точную форму закона распределения. Весьма примечательно, что хотя в классической статистической механике имелось

«хорошо известное» простое решение для $u_\nu(T)$, полученное на основе теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы, Планк не только не использовал его, но и ни тогда, ни позже ясно не понимал факта его существования (этот вопрос будет снова обсуждаться в следующем разделе). Вместо этого Планк использовал, как он определял позднее, «термодинамический» метод, считая, что связь между энергией и энтропией осциллятора подходит более, чем связь между энергией и температурой. Эта связь была введена им в пятой и последней статье[13] упомянутой серии путем определения

$$S = -\frac{u}{\beta\nu}\ln\frac{u}{ae\nu}, \tag{5}$$

где S — энтропия осциллятора, u — его энергия (ранее обозначенная через $\bar{u}_\nu(T)$), β и a — константы и e — основание натуральных логарифмов. В первоначальной статье Планк, вводя это определение, не мотивировал его, но из его позднейших рассуждений в той же статье, а также из его более позднего обзора этой работы представляется наиболее вероятным, что он руководствовался формой закона распределения Вина (уравнение (3)) *).

Установив посредством уравнения (5) значение энтропии осциллятора, Планк мог затем определить энтропию излучения, находящегося с ним в равновесии, и перейти к доказательству того, что полная энтропия была монотонно возрастающей функцией времени,— именно то свойство, которое требуется от энтропии вторым законом. Тому, что Планк смог также показать, что равновесное распределение определялось законом Вина (уравнение (3)), едва ли следует удивляться, так как этот результат, как это уже отмечалось, неизбежно следовал из его выбора выражения энтропии, даваемого уравнением (5). Планк писал, что он был поражен простотой связи, выраженной в уравнении (5), и отчасти тем фактом, что $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, которое входило непосредственно в его вычисление, было прямо пропорционально величине $(-u^{-1})$. Однако он сознавал, что его выбор специального выражения для энтропии как функции энергии определил конечный результат — закон распределения, и он привел доводы, которые, казалось, должны показать, что этот выбор однозначно определен требованиями согласованности с законом смещения и вторым законом термодинамики. Свой вывод он выразил следующими словами[14]: «Я убежден, что отсюда следует заключить, что определение энтропии излучения, а также соответствующий ему закон распределения энергии Вина, есть необходимое следствие применения принципа возрастания энтропии к электромагнитной теории излучения и что в силу этого пределы справедливости этого закона, если они вообще будут иметь место, совпадают с пределами второго закона термодинамики. Поэтому дальнейшая экспериментальная проверка этого закона, естественно, приобретает все более существенный интерес».

---

*) Из уравнений (3) и (4) следует, что $u = \frac{ac^3}{8\pi}\nu e^{-\beta\frac{\nu}{T}}$. Из этого последнего результата можно найти

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta\nu}\ln\left(\frac{8\pi}{ac^3}\frac{u}{\nu}\right).$$

А так как $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial u}$, то интегрированием можно получить S как функцию u как раз в форме уравнения (5), где $a = \frac{ac^3}{8\pi}$.

Эти аргументы и замечания были сделаны в статье, представленной в Академию 18 мая 1899 года и были дословно повторены Планком в статье[15] в «Annalen der Physik», которая заключала серию из пяти академических статей. Статья в «Annalen» была получена издателями 7 ноября 1899 года и появилась в печати в начале 1900 года. К тому времени, когда Планк правил корректуру этой статьи, «дальнейшая экспериментальная проверка», к которой он призывал, была выполнена. Результаты этой проверки были уже опубликованы; они вынудили его добавить в корректуре замечание, отмечающее, что отклонения от закона распределения Вина уже наблюдались экспериментально. Как и указывал ранее Планк, отклонения от закона Вина создали действительно трудную проблему с точки зрения его теории, и Планк приступил к пересмотру своих аргументов в некоторых деталях. В статье, полученной издателями «Annalen» 22 марта 1900 года, он сообщил свои новые соображения. Экспериментальная ситуация была все же неясной, так как новейшие измерения Пашена подтверждали закон Вина, а исследования Луммера и Прингсгейма[16], которые были распространены на более длинные волны, указывали на серьезные отклонения. Впрочем, Тизен[17] предложил новый закон распределения (независимо от исследований Луммера и Прингсгейма), который был сформулирован в соответствии с фактами и в то же время был согласован с законом Стефана — Больцмана и законом смещения. Пересмотр Планком гипотез и рассуждений, изложенных в его прежней работе, привел его к выдвижению новых аргументов; на этот раз он пытался вывести формулу, которую ранее предполагал для соотношения энергии и энтропии. Однако Планк нашел, что для того, чтобы удовлетворить второму закону термодинамики, т. е. для того, чтобы получить монотонное возрастание энтропии со временем, было бы достаточно, чтобы $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ была любой отрицательной функцией энергии u; специальная форма $-\frac{g(u)}{u}$, эквивалентная закону Вина, с точки зрения термодинамики не была необходимой.

Однако Планк пришел к заключению, что закон распределения Вина мог бы еще быть выведен, если допустить самое вероятное предположение о функциональной зависимости производной по времени от энтропии. И опять он завершал свои аргументы распределением Вина, хотя и не смог найти для них полновесного термодинамического обоснования.

Однако в октябре 1900 года экспериментальная картина значительно изменилась. Самое тщательное исследование Рубенса и Курльбаума с длинными волнами в широком диапазоне температуры с несомненностью показали, что закон распределения Вина неадекватен. Эти новые измерения ясно показали также, что для очень длинных волн функция распределения $\rho(\nu, T)$ принимает совершенно другую форму, становясь пропорциональной абсолютной температуре T. Планк был информирован[18] об этих результатах Рубенсом и Курльбаумом за несколько дней до того, как они были доложены Немецкому физическому обществу 19 октября 1900 года, так что он имел возможность обдумать результаты и подготовить обширное «замечание» при обсуждении представленной Курльбаумом статьи[19]. Это «дискуссионное замечание» было посвящено «улучшению закона распределения Вина»[20]; улучшение это представляло собой новый закон распределения, широко известный теперь как закон распределения Планка. Аргументы в пользу этого нового закона распределения и обсуждение его непосредственных результатов будут изложены в следующем разделе нашей статьи.

3. РЭЛЕЙ, ПЛАНК И ПРОБЛЕМА РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Теперь перед Планком стояла задача определить закон распределения, который согласовался бы как с положительным результатом его собственных работ, так и с новыми экспериментальными открытиями Рубенса и Курльбаума. Поскольку $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ уже играла видную роль в его прежнем анализе того, как энтропия возрастала со временем, для Планка было естественно сосредоточить свое внимание на форме этой функции. Мы уже видели, что, когда справедливо распределение Вина, отрицательная величина, обратная $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, просто пропорциональна u. Следующая простейшая возможность состоит в том, чтобы представить величину $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, или, точнее, ее обратную величину с отрицательным знаком, пропорциональной u^2. Легко видеть, что при этом u, а следовательно, и $\rho(\nu, T)$ будут пропорциональны T именно так, как это обнаружили Рубенс и Курльбаум в предельном случае для длинных волн. Точные формы для всего интервала низких и высоких частот можно было бы тогда получить, беря величину $-\left(\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}\right)^{-1}$ пропорциональной $u(\gamma + u)$, где γ — константа, зависящая от частоты. На этом основании, опираясь на простоту и характер поведения в пределе, Планк предложил закон распределения

$$\rho(\nu, T) = \frac{A\nu^3}{e^{B\frac{\nu}{T}} - 1}, \tag{6}$$

где A и B — константы. Это и есть закон, вытекающий из только что упомянутого предположения относительно $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, где частотная зависимость определена законом смещения совместно с уравнением (4) *).

Адекватность предложенного Планком закона распределения была сразу же подтверждена. Планк так описывал это позднее [21]: «На следующее же утро меня посетил мой коллега Рубенс. Он пришел сообщить мне, что после закрытия собрания он всю ночь сопоставлял мою формулу с результатами своих измерений и в каждом пункте обнаружил удовлетворительное совпадение... Более поздние измерения снова и снова подтверждали мою формулу излучения, притом чем более тонкие методы измерения применялись, тем все более точной находили формулу».

Теперь одним из ключевых пунктов при выборе Планком формулы распределения стал тот факт, что она находилась в согласии с экспериментальными результатами, будучи пропорциональной T в пределе для

---

*) Взяв $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ пропорциональной $-[u(\gamma + u)]^{-1}$, можно интегрированием найти $\frac{\partial S}{\partial u}$ как функцию от u. Но эта величина равна T^{-1}, как следует из второго закона термодинамики; таким образом, легко получить u в форме $\frac{d_1}{\left(e^{\frac{d_2}{T}} - 1\right)}$, где d_1 и d_2 — зависящие от частоты константы. Используя уравнение (4), получаем, что

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi d_1}{c^3}\nu^2 \frac{1}{e^{\frac{d_2}{T}} - 1},$$

так что обе величины d_1 и d_2 должны быть пропорциональны ν для того, чтобы удовлетворить закону смещения; иначе говоря, должно быть справедливым уравнение (6).

области малых частот. Формулы такого типа встречались в литературе и ранее; в подстрочном примечании Планк ссылался на эмпирическую формулу, предложенную Луммером и Янке [22], которая обладала тем же свойством. Однако он не сослался на другую статью, в которой не только предполагалось, что закон распределения пропорционален T для длинных волн, но и устанавливалась его связь с основными идеями статистической механики; речь идет о статье лорда Рэлея [10].

В июне 1900 года Рэлей опубликовал в «Philosophical Magazine» короткую заметку, озаглавленную «Замечания о законе полного излучения». На двух страницах он показал, что если к «видам эфирного колебания» можно применить теорему статистической механики о равномерном распределении энергии по степеням свободы, то закон распределения энергии для абсолютно черного тела будет однозначно определен, и он будет иметь форму, радикально отличающуюся от закона распределения Вина. Рэлей хорошо сознавал условный характер этого вывода, говоря, что «эта проблема должна быть решена экспериментом; а тем временем я решаюсь предложить модификацию (распределения Вина), которая априорно кажется мне более вероятной. Рассуждения на эту тему встречаются с трудностями, которые связаны с учением Больцмана — Максвелла о равномерном распределении энергии. Согласно этому учению каждый вид колебания должен быть предпочитаем в одинаковой степени, и хотя по некоторым еще не объясненным причинам теория в целом не оправдывается, по-видимому, вероятно, что она может применяться к более низким частотам».

Метод, примененный Рэлеем при выводе закона распределения энергии излучения, существенно отличается от метода Планка. Его аргумент относился непосредственно к излучению и не нуждался в ссылке на материальную систему, с которой излучение находилось в равновесии. Число стоячих волн или дозволенных видов (степеней свободы) электромагнитных колебаний в замкнутой полости, частота которых лежит в интервале между ν и $\nu + \Delta\nu$, пропорционально $\nu^2 d\nu$. Такой вывод следовал из рассуждений, весьма характерных для автора «Теории звука». Согласно учению Больцмана — Максвелла, т. е. теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы, средняя энергия каждой из этих степеней при тепловом равновесии была бы, независимо от частоты, пропорциональна T и универсальной константе. Отсюда сразу же следует, что функция распределения $\rho(\nu, T)$ должна иметь форму

$$\rho(\nu, T) \sim \nu^2 T. \tag{7}$$

Как отметил Рэлей, она согласуется с законом смещения.

Хотя Рэлей и не стремился явно подчеркнуть это в указанной заметке, ему было совершенно ясно, что закон распределения в этой форме, по-видимому, не мог выполняться для всех частот, так как это приводило бы к концентрации бесконечной энергии в области высоких частот; интеграл $\rho(\nu, T)$ по частотам расходился бы. Это, несомненно, объясняет как ссылку Рэлея на «более низкие частоты», так и заключение его статьи. Получив результаты, выраженные в уравнении (7), Рэлей добавил: «Если мы введем экспоненциальный множитель, то в окончательном виде выражение будет иметь форму

$$\rho(\nu, T) \sim \nu^2 T e^{-\beta \frac{\nu}{T}}. \tag{8}$$

Я не могу сказать, выражает ли (это уравнение) наблюдаемые факты столь же хорошо (как и распределение Вина). Я надеюсь, что этот вопрос может скоро получить решение в руках различных экспериментаторов, занимающихся этим предметом».

Последнее уравнение Рэлея явно подразумевало, в виде только догадки, то, каким образом точный результат классической теории, выраженный уравнением (7), может быть модифицирован для более высоких частот; это, по-видимому, было единственным в его статье, что привлекло внимание тех, кому она адресовалась. Это очевидно из статьи [23], которую Рубенс и Курльбаум представили Прусской Академии 25 октября 1900 года, меньше чем через неделю после того, как новое распределение Планка попало в поле их зрения. Рубенс и Курльбаум провели систематическое сравнение своих результатов с пятью различными формулами, которые были предложены для закона распределения: формулами Вина (уравнение (3)), Планка (уравнение (6)), Рэлея (уравнение (8)) и двумя другими, предложенными Тизеном, а также Луммером и Янке. Они пришли к выводу, что в согласии с их результатами были только формула Планка и формула Луммера и Янке, и они отдали предпочтение формуле Планка на том основании, что она была проще. (Формула Луммера и Янке содержала в экспоненте ν/T в степени 1,3, где число 1,3 было подобрано исключительно для подгонки результатов.)

Следует подчеркнуть, что Рубенс и Курльбаум обсуждали работу Рэлея, так сказать, в той же тональности, какую они применяли, имея дело с явно заранее подогнанными формулами, не имевшими теоретического обоснования. Они не сумели понять того фундаментально важного факта, что их результаты показали, что при низких частотах ρ пропорционально T, в полном согласии с выводом Рэлея о том, что равномерное распределение энергии должно быть применимо к «низким частотам». Когда два года спустя статья Рэлея печаталась в его «Научных трудах», он получил возможность отметить, что ρ пропорциональна T при низких частотах. «Это как раз то, чему я придавал особое значение. Вскоре после этого высказанное выше ожидание было подтверждено важными исследованиями Рубенса и Курльбаума, которые работали с исключительно длинными волнами».

Рубенс и Курльбаум были не единственными, кто не заметил этот центральный пункт в статье Рэлея, который он, по-видимому, недостаточно подчеркнул. Я уже указывал, что Планк не делал ссылок на Рэлея в своем октябрьском (1900 года) сообщении. Не ссылался он на Рэлея и в статьях, появившихся спустя несколько месяцев, в которых он ввел понятие кванта. Это отсутствие ссылок на Рэлея может выглядеть так, будто Планк не знал о его работах, как это и заключает Розенфельд; однако я нахожу эту гипотезу мало вероятной. В то время Планк на протяжении более трех лет в сущности все свои усилия посвящал проблеме излучения, и невероятно, чтобы он пропустил что-либо по этому предмету, написанное ведущим физиком и опубликованное в большом журнале. Более того, мы знаем, что Рубенс и Курльбаум видели статью Рэлея и должны были сослаться на нее при подготовке своего собственного доклада спустя неделю после того, как Планк предложил им свое новое уравнение. Таким образом, мы знаем, что Планк был полностью осведомлен о попытках экспериментаторов сопоставить свои результаты с законами распределения его и других. Наконец, в своей статье [24] от 14 декабря 1900 года Планк явно сослался на статью Рубенса и Курльбаума, в которой была процитирована работа Рэлея. Поэтому трудно поверить, что Планк не был осведомлен о статье Рэлея.

Тем не менее, нетрудно понять, почему Планк не обратил внимания на важность рассуждений Рэлея: в образе мышления Планка все выступало против того, чтобы быть склонным к восприятию идей Рэлея. Рэлей сформулировал свой аргумент так, что он был бы ясным лишь тому, кто в трудах Больцмана и Максвелла был как у себя дома. Упоминая

попутно о трудностях выполнения теоремы о равномерном распределении энергии, он имел в виду внушить здоровое беспокойство по поводу нерешенной проблемы об удельной теплоемкости газов. Сам Рэлей еще в начале года писал о проблеме равномерного распределения энергии. Однако Планк мыслил совершенно в другом направлении. Он сам говорит нам, что статистическая механика вовсе не была ему по душе. В своей «Научной автобиографии», касаясь полемики по поводу энергетики, в которой он оказался в согласии с Больцманом против господствовавшей школы энергетиков, возглавляемой Оствальдом, он писал [25]: «После всего, что я рассказал, я мог в этой дуэли умов играть роль лишь секунданта Больцмана, секунданта, услуги которого явно не ценились и даже не замечались им. Его особенно раздражал тот факт, что я был не только равнодушен, но в известной степени даже враждебен к атомной теории, которая была основой всех его исследований. Причина этого заключалась в том, что в то время я считал, что принцип возрастания энтропии имеет не менее непреложную ценность, чем сам принцип сохранения энергии, в то время как Больцман толковал первый только как вероятностный закон, другими словами, как принцип, который мог допускать исключения».

Замечание Планка о том, каково было его отношение к статистической механике в 1900 году, подтверждается ссылкой на его произведения, опубликованные еще до этой даты. Во всей своей работе о значении и роли второго закона термодинамики Планк никогда не применял методов статистической механики, никогда не ссылался на статистическое толкование энтропии Больцманом. В 1887 году Планк начинал цикл статей [26] «О принципе возрастания энтропии», прямо указав на то, что он хотел расширить серию следствий, выводимых из второго закона термодинамики, «взятого самого по себе, т. е. независимо от каких-либо представлений о природе молекулярных движений». В своей лекции в 1891 году [27] Планк допускал существование кинетических или молекулярных методов как альтернативу чисто термодинамическим, которые он находил гораздо более по душе; сразу же после начальных успехов молекулярных методов он продолжал указывать на разочарование в них. «Тот, кто изучает труды двух ученых, которые, вероятно, наиболее глубоко проникли в анализ молекулярных движений, Максвелла и Больцмана, не будет в состоянии противостоять впечатлению, что замечательная физическая интуиция и математическое остроумие, проявленные в преодолении этих проблем, не находятся в соответствующей пропорции с плодотворностью достигнутых результатов». Такое же отношение к молекулярному методу Планк проявил и в предисловии к первому изданию (1897) «Трактата по термодинамике» [28], в котором он указывал на «непреодолимые препятствия» и «существенные трудности, связанные с механическим толкованием фундаментальных принципов термодинамики».

Справедливость требует сказать, что часто выражавшееся Планком недоверие к молекулярному методу статистической механики в целом сделало весьма мало вероятным, чтобы он захотел, хотя бы и очень кратко, обсуждать метод Рэлея или даже чтобы он принял его серьезно, если бы к этому был вынужден. Как мы увидим в следующем разделе, вероятно, было даже очень полезно, что над мышлением Планка не довлела жесткая классическая система, какая довлела над Рэлеем.

4. ВВЕДЕНИЕ КВАНТОВ

«Но даже если бы формула излучения оказалась абсолютно точной, то в качестве только удачно отгаданной интерполяционной формулы она все же имела бы очень ограниченное значение. Поэтому со дня ее нахожде-

ния я занимался задачей раскрытия ее действительного физического смысла, и этот вопрос невольно привел меня к исследованию связи между энтропией и вероятностью, т. е. к образу мыслей Больцмана; после нескольких недель самой напряженной в моей жизни работы темнота рассеялась и начали просвечивать новые невиданные дали» [29].

В этих словах, много лет спустя, Планк описал свои усилия между 19 октября и 14 декабря 1900 года, до той даты, когда он представил свои результаты Немецкому физическому обществу в статье, озаглавленной «К теории закона распределения энергии в нормальном спектре» [24]. В течение этих двух месяцев Планк успешно изменил направление всех своих предшествующих идей, приняв и усвоив понимание Больцманом соотношения между энтропией и вероятностью. Кроме того, он создал понятие, которому суждено было со временем изменить самые основные черты физической теории. Эти два аспекта того, что он сделал, почти неразделимо переплетены вместе в двух уже упомянутых статьях, а также в более развернутой статье, опубликованной вскоре в «Annalen der Physik» [30]. Тем не менее, мы должны постараться разделить их здесь, если хотим понять, в чем состоит то новое, что сделал Планк.

Прежняя работа Планка показала, что необходим был только один ключевой шаг для получения теории спектра излучения: правильное теоретическое определение связи между энергией u и энтропией S гармонического осциллятора с частотой ν. Если бы это было известно, средняя энергия осциллятора могла бы быть найдена, а функция распределения $\rho(\nu, T)$ была бы затем установлена с помощью уравнения (4), которое связывает u и $\rho(\nu, T)$. (Может быть, уместно вновь подчеркнуть то обстоятельство, что гармонические осцилляторы вошли в его картину только потому, что Планк, используя свободу, предоставленную теоремой Кирхгофа, избрал их как простейшую материальную систему, которая может находиться в равновесии с электромагнитным излучением.) Как мы видели, прежние попытки Планка установить связь между S и u на общих термодинамических основаниях, дополненных правдоподобными аргументами, не имели успеха. Он был совершенно уверен, что знает, каким это соотношение должно быть (из работы, рассмотренной в последнем разделе); если предположенный им закон распределения (уравнение (6)) был справедлив, как это, по-видимому, и было, то из этого следует уравнение

$$S = \frac{A'}{B}\left[\left(1+\frac{u}{A'\nu}\right)\ln\left(1+\frac{u}{A'\nu}\right)-\frac{u}{A'\nu}\ln\frac{u}{A'\nu}\right], \qquad (9)$$

где A и B суть константы уравнения (6), $A' = A\frac{c^3}{8\pi^2}$ *). Чтобы установить уравнение (9), нужны были новые методы, и, как уже было сказано, Планк нашел их в работе Больцмана.

Согласно Больцману энтропия системы в данном состоянии пропорциональна логарифму вероятности этого состояния. В свою очередь вероятность может быть найдена как число комплексий*), число индивидуальных микроскопических распределений, совместимых с данным

---

*) Из уравнений (4) и (6) следует, что $u = \frac{A'\nu}{\left(e^{B\frac{\nu}{T}}-1\right)}$. Уравнение энтропии выводится из этого последнего уравнения для $\frac{1}{T}$, которое равно $\frac{\partial S}{\partial u}$, путем его последующего интегрирования.

**) См. примечание переводчика в конце статьи, стр. 698. (*Ред.*)

состоянием. Раз этот общий подход был принят, то задача Планка состояла в том, чтобы найти метод определения W, числа комплексий его системы осцилляторов. Достаточно рассмотреть N осцилляторов с частотой ν, полная энергия которых U_N равна тогда N, умноженному на среднюю энергию u осциллятора. Так как энтропия — аддитивная функция, S_N будет равно N, умноженному на S — энтропию одного осциллятора:

$$U_N = Nu, \tag{10а}$$

$$S_N = NS. \tag{10б}$$

Энтропия системы N осцилляторов S_N равна теперь константе пропорциональности k, умноженной на логарифм W:

$$S_N = k \ln W, \tag{11}$$

где аддитивная константа, которая может появиться, кладется равной нулю. Затем Планк сделал такое же допущение, какое делал и Больцман, а именно, что все комплексии в системе равновероятны, так что W может быть получена путем подсчета числа комплексий. *Кроме того*, существенно, что произвести эту процедуру подсчета удается лишь при условии, что распределяемая между осцилляторами энергия не может рассматриваться как непрерывно меняющаяся бесконечно делимая величина. Вместо этого ее следует трактовать как величину, состоящую из целого числа конечных одинаковых частей, точнее сказать, для W должны существовать конечные значения. Планк говорит о них как об элементах энергии ε и пишет

$$U_N = P\varepsilon, \tag{12}$$

где P — целое (огромное) число, представляющее полное число элементов энергии.

После этого допущения очевидно, что имеется конечное число комплексий, равное числу способов, которыми P элементов энергии может быть распределено между N осцилляторами. Это число W дается комбинаторным анализом:

$$W = \frac{(N+P-1)!}{P!\,(N-1)!} \cong \frac{(N+P)^{N+P}}{P^P N^N}, \tag{13}$$

где вторая, приближенная формула получается, если пренебречь единицей при больших числах N и P и использовать формулу Стирлинга для факториалов. Из уравнений (11) и (13) следует уравнение для энтропии

$$S_N = k\,\{(N+P)\ln(N+P) - P\ln P - N\ln N\}. \tag{14}$$

При замене P/N на u/ε и S_N/N — на S, согласно уравнениям (10) и (12) энтропия S одного осциллятора, выраженная через его среднюю энергию u, получает форму

$$S = k\left\{\left(1+\frac{u}{\varepsilon}\right)\ln\left(1+\frac{u}{\varepsilon}\right) - \frac{u}{\varepsilon}\ln\frac{u}{\varepsilon}\right\}. \tag{15}$$

На этой стадии рассуждений величина элементов энергии ε совершенно произвольна. Однако на самом деле S должна зависеть от частоты осцилляторов, так же как и от u, в соответствии с законом смещения Вина, а так как k есть универсальная константа, то эта частота должна стать

зависимой от ε. Действительно, закон смещения требует, чтобы энтропия имела вид *)

$$S = g\left(\frac{u}{\nu}\right), \tag{16}$$

так что элемент энергии ε должен быть пропорционален частоте осциллятора:

$$\varepsilon = h\nu, \tag{17}$$

где h — вторая естественная универсальная константа в теории. Выражение для S как функции u теперь полностью определено через константы h и k:

$$S = k\left\{\left(1 + \frac{u}{h\nu}\right)\ln\left(1 + \frac{u}{h\nu}\right) - \frac{u}{h\nu}\ln\frac{u}{h\nu}\right\}. \tag{18}$$

Этот результат имеет точно такую же форму, как и уравнение (9), и поэтому соответствующий ему закон распределения будет **)

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{19}$$

Численное значение обеих констант было определено из экспериментальных результатов: плотность полной энергии, или константа Стефана σ (в уравнении (1)), определяет одну комбинацию h и k, а отношение частоты к температуре при максимуме распределения определяет вторую комбинацию h и k. Из экспериментальных данных Планк вычислил, что $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ *эрг·сек*, а $k = 1{,}346 \cdot 10^{-16}$ *эрг/град*. По какой смысл следует приписать этим константам?

14 декабря 1900 года в своем докладе Немецкому физическому обществу Планк сослался на «другие соотношения», выведенные из его теории, «которые имеют, как мне кажется, большое значение для других областей физики, а также для химии». Я думаю, что не может быть сомнения в том, что при этом он имел в виду важность двух констант, которые он вычислил, в частности, константы k. В конце этой первой статьи по квантовой теории Планк отметил, что так как k есть универсальный фактор пропорциональности, связывающий энтропию с логарифмом W, он следует из работы Больцмана по энтропии газа, откуда

$$k = \frac{R}{N_0}, \tag{20}$$

где R — газовая константа, которая появляется в уравнении макроскопического состояния идеального газа, а N_0 — число Авогадро, т. е. число молекул в грамм-молекуле. Так как значение R было точно установлено, то, вычисляя k, Планк тем самым определял и число Авогадро.

---

*) Уравнения (2) и (4) требуют, чтобы $u = \nu f\left(\frac{\nu}{T}\right)$. Эквивалентный способ написания этого результата $T = \nu F\left(\frac{u}{\nu}\right)$. Используя тот факт, что $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial u}$, получают $\frac{\partial S}{\partial u} = \frac{1}{\nu F\left(\frac{u}{\nu}\right)}$, так что после интегрирования по u S представится просто как функция $\frac{u}{\nu}$.

**) Уравнение (19) тождественно уравнению (6), в котором константы A и B определяются сравнением уравнений (9) и (18). Уравнение (19) можно также получить непосредственно из уравнения (18) дифференцированием последнего по u, чтобы ввести температуру, применив затем уравнение (4).

Он получил для него значение $6{,}175 \cdot 10^{23}$ молекул на моль. Непосредственно следовали и другие величины, например, константа Лошмидта — число молекул в кубическом сантиметре газа при стандартных условиях, и величина кинетической энергии молекулы. Менее очевиден был, особенно в 1900 году, тот факт, что элементарная единица электрического заряда e была теперь также определена по существу как отношение макроскопической константы Фарадея к числу Авогадро. Значение e, найденное Планком, было $4{,}69 \cdot 10^{-10}$ СГСЕ.

Планк вполне сознавал важность этих определений основных естественных констант. Это оказалось возможным именно в рамках его теории. Как он сказал, «поскольку теория в целом верна, все эти соотношения претендуют не на приближенную, а на абсолютную справедливость... Их проверка более прямыми методами является столь же важной, сколь и необходимой задачей дальнейшего исследования». Эти слова появились в заключение обсуждаемой статьи, а когда спустя несколько недель Планк переписал эту работу для «Annalen der Physik» [31], он отделил эти соображения о естественных константах от принципиального аргумента, касающегося распределения излучения, чтобы придать им то значение, которое они вполне заслужили. В своих более поздних статьях Планк тщательно отмечал по разным поводам, что хотя k условились именовать как константу Больцмана, сам Больцман никогда не придавал ей большого значения и не принимал каких-либо мер к ее численной оценке.

Определенные Планком значения N_0 и e были намного лучше оценок этих основных величин, появившихся до тех пор в литературе. Фактически прямого определения N_0 не было; единственные имеющиеся в распоряжении оценки N_0 были весьма непрямыми оценками, базирующимися на слишком упрощенных моделях, взятых из кинетической теории газов. (Оценки N_0 по этому методу впервые были выполнены старшим коллегой Больцмана, Лошмидтом, в 1865 году.) Непосредственного определения N_0 не было вплоть до 1908 года, когда Перрен начал серию своих экспериментов, которые должны были дать, по существу, прямое определение N_0, но это определение было менее надежно, чем у Планка. Что касается e — единицы элементарного заряда, приходящейся на электрон, то попытки непосредственного определения ее тогда только что были начаты в лаборатории Дж. Дж. Томсона в Кембридже; хороших измерений не было вплоть до работы Милликена, осуществленной почти на десятилетие позднее [32]. Доклад Перрена [33] на первом Сольвеевском конгрессе дает яркую картину состояния этих фундаментальных констант к тому времени, и прямо указывает, почему Планк придавал столь большое значение этому аспекту своей теории.

5. БОЛЬЦМАН, ПЛАНК И КВАНТЫ

Вернемся теперь к статистическому вычислению Планка, в ходе которого были введены кванты энергии. Это вычисление было довольно подробно описано в последнем разделе, в том виде, как представлял его сам Планк. Это было необходимым предварительным условием к обсуждению вопроса, поставленного во введении: в чем Планк отошел от метода Больцмана? Я думаю, что этот вопрос может быть лучше всего рассмотрен путем сравнения анализа Планка с собственной трактовкой Больцмана, касающейся близко связанной проблемы; эта трактовка изложена в мемуаре [34], на который Планк неоднократно ссылается. Этот большой мемуар Больцмана «Об отношении между вторым законом термодинамики и теорией вероятности» опубликован в 1877 году; в нем подробно изложена статистическая интерпретация энтропии, освобожденная от трудностей трактовки перехо-

да к равновесию. Самая значительная проблема, которую Больцман рассматривает в этой статье в виде простого введения к применяемым понятиям и методам, имеет замечательное сходство с собственной проблемой Планка [35].

Больцман рассматривает простую модель газа, состоящего из N молекул, в которой энергия каждой индивидуальной молекулы может принимать только определенные дискретные значения, образующие арифметическую прогрессию $0, \varepsilon, 2\varepsilon, \ldots, M\varepsilon$. Здесь выявляется его толкование этой модели. «Конечно, эта фикция не соответствует какой-либо реализуемой механической ситуации, но зато эту задачу гораздо легче описать математически, притом она прямо переходит в задачу, которую и надлежит исследовать, если допустить, что соответствующие величины становятся бесконечными. Этот метод рассмотрения проблемы на первый взгляд кажется очень абстрактным; тем не менее он в общем есть наиболее быстрый способ достижения цели в подобных проблемах, и если бы кто-либо считал, что все бесконечное в природе никогда не имеет смысла, кроме случаев предельных процессов, то бесконечное разнообразие возможных энергий, приходящихся на каждую молекулу, невозможно было бы понять как-либо иначе, чем при помощи предельного случая, который возникает, когда каждая молекула может получать все большие и большие скорости».

Далее Больцман обращает внимание на возможные состояния этой газовой модели, когда ей передается полная энергия $P\varepsilon$, где P — большое целое число. Любое такое состояние характеризуется набором целых чисел $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M$, которые представляют число молекул, имеющих энергию $0, \varepsilon, \ldots, M\varepsilon$. Величины ω подчинены двум ограничениям

$$\sum_{r=1}^{M} \omega_r = N, \tag{21}$$

$$\sum_{r=1}^{M} r\omega_r = P, \tag{22}$$

которые выражают фиксированное число частиц и полную энергию. Каждое из этих состояний, характеризуемое набором чисел ω_r, может быть достигнуто многими способами, о которых Больцман говорит как о комплексиях, зависящих от того, какие из молекул обладают энергиями $0, \varepsilon, \ldots$ Число комплексий для данного распределения ω_r легко подсчитывается; оно выражается через

$$W_B = \frac{N!}{\omega_0!\,\omega_1!\ldots}. \tag{23}$$

Больцман сделал основное предположение, что любая данная комплексия (в которой, например, молекула номер один имеет энергию 17ε, молекула номер два имеет энергию 3ε и т. д.) встречается с такой же вероятностью, как и любая другая комплексия. (Он считает это предположение правдоподобным, сравнивая ситуацию с игрой в лото или бинго.) В таком случае следует, что вероятность состояния, характеризуемого набором ω_r, равна W_B для этого состояния, деленной на $\sum W_B$, где сумма берется по всем наборам ω_r, совместимым с уравнениями (21) и (22).

Далее, в процедуре Больцмана существенно то, что он отыскивает такое состояние, т. е. тот набор чисел ω_r, для которого W_B максимально, так как это есть то наиболее вероятное состояние, которое он отождествляет с состоянием термодинамического равновесия. Здесь нет необходимости повторять вычисление, посредством которого достигается максимум W_B, а ω_r в равновесном состоянии оказываются подчиненными «распределению Больцмана», т. е. ω_r в равновесном состоянии пропорциональ-

ны $e^{-\beta' r\varepsilon}$, где константа β' оказывается пропорциональной $\frac{1}{T}$. Однако важно напомнить, что в соответствующей стадии вычисления Больцман переходит к пределу, в котором ε принимает значение нуль, а M переходит в бесконечность таким образом, что молекулы могут реально принимать в с е значения энергии. Для Больцмана введение ε есть искусственный прием, который делает возможным вычисление (и делает постижимым континуум!).

Мы можем теперь сравнить процедуру Больцмана с методом, которым разрешал свою проблему Планк. (Формальное сходство проблем умышленно подчеркнуто применением одинаковой записи.) Первое явное различие между двумя методами состоит в трактовке содержания, которое вкладывается в величину W. В методе Больцмана величина W_B в уравнении (23) есть число комплексий, детальное расписание энергий по индивидуальным молекулам, совместимое с данным распределением. Оно пропорционально вероятности одного состояния ω_r, сравниваемого с другим. Планк же, с другой стороны, никогда не вводил величин, аналогичных ω_r. Для него W из уравнения (13) есть вероятность п о о п р е д е л е н и ю: у него нет никакой «модели» для трактовки этой вероятности в каком-либо смысле, аналогичном больцмановскому. Так, приравняв $k \ln W$ энтропии, Планк говорит: «По моему мнению, это условие, по-существу, равносильно определению вероятности W, потому что в гипотезах, лежащих в основании электромагнитной теории излучения, мы не имеем абсолютно никакого отправного пункта для суждения о такой вероятности, в котором был бы определенный смысл».

Далее, Планк вовсе не вычисляет число комплексий, относящихся к наиболее вероятному состоянию. Вместо этого он придает величине W смысл, согласно которому W является полным числом таких комплексий для *всех* наборов ω_r, удовлетворяющих уравнениям (21) и (22). Другими словами, у Планка W равна величине, которую Больцман назвал $\sum W_B$, а эквивалент уравнению (13) появляется в больцмановском мемуаре, когда он вычисляет $\sum W_B$, нормализующий фактор для его вероятностей.

Естественно, хотя и довольно неостроумно, спросить, почему Планк отошел от методики Больцмана в этом специальном случае. Если бы он продолжал действовать по методу Больцмана, он пришел бы точно к такому же результату для средней энергии осциллятора, а именно, $\frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}-1}$. Розенфельд [36] говорит о том, что Планк фактически отправлялся от уравнения (9) для энтропии осциллятора, которое зависело от предполагаемого им закона распределения, и шел от него к соответствующей форме для S_N — энтропии N осцилляторов. Если S_N должна быть дана выражением вида $k \ln W$, то W определялась затем в форме, до некоторой степени похожей на $\frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P}$. *Далее, этот последний результат мог быть принят* как разумное приближение к $\frac{(N+P-1)!}{(N-1)!\,P!}$, что является типичной формулой теории сочетаний; как мы только что видели, она действительно появляется в статье Больцмана, на которую Планк ссылается. Это довольно вероятное предположение хорошо подтверждается высказыванием самого Планка в его статье [16], написанной в 1943 году.

Существует еще и другой аспект комбинаторного метода Планка, который заслуживает здесь обсуждения. Спустя несколько лет после появления работы Планка, когда Эйнштейн далеко продвинул теорию вперед, показав, что само излучение ведет себя так, как если бы оно состояло

из квантов энергии, физики стремились заново истолковать в том же духе рассуждения Планка. Эта попытка рассмотреть планковские элементы энергии как в некотором смысле частицы энергии, казалась правдоподобной, но она была совершенно несовместима с комбинаторной трактовкой, которая должна бы иметь эти «частицы» как данные, как если бы закон распределения Планка был уже получен. Это обстоятельство было указано Эренфестом в 1911 году [37], а затем более подробно в 1914 году [38]. (Последняя статья особенно замечательна тем, что она содержит простой графический вывод уравнения (13) на основе комбинаторных формул; этот вывод теперь дается в общей форме.) В результате Эренфест показал, что «частицы», подлежащие подсчету согласно уравнению (13), не являются независимыми частицами в обычном смысле. В действительности они суть частицы, подчиняющиеся статистике Бозе — Эйнштейна, но это понятие могло стать ясным только через несколько лет [39].

Этот значительный, комбинаторного характера, отход от Больцмана все же менее поразителен, чем тот, который мы теперь рассмотрим. Как мы уже видели, Больцман также использовал «элементы энергии» ε для того, чтобы реализовать свой комбинаторный метод, но Больцман всегда был готов перейти к пределу $\varepsilon \to 0$, если дискретность не была больше необходима для анализа. Очевидно, что работа Планка по самой сущности не позволяет, чтобы ε могло стремиться к нулю, если ставилась задача получить истинный закон распределения. По-видимому, Планк даже не рассматривал возможность принятия этого предела. Как мы уже видели, это связано с тем, что он явно не принимал теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы и всего, что она в себе содержит.

По-видимому, этот аспект работы Планка был признан впервые в 1905 году; это очень ясно выявилось в ходе обмена мнениями между Джинсом и лордом Рэлеем на страницах «Nature». В выпуске от 18 мая 1905 года Рэлей повторил свое вычисление, произведенное пять лет назад (см. выше, раздел 3), но на этот раз он позаботился о включении всего, что касалось констант пропорциональности, о которых он ранее не беспокоился. При этом он получил закон распределения

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \tag{24}$$

и, как он отмечал, этот закон имеет ту же форму, как и закон Планка в уравнении (19), взятый в предельном случае для низких частот (т. е. когда $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$); этот предел Планк подробно не рассматривал. Из него следовало, что величина k, а следовательно, число Авогадро N_0, в принципе могло быть определено из экспериментальной оценки $\varrho(\nu, T)$ при низких частотах, применяя уравнение (24), без ссылки на само распределение Планка. Рэлей продолжал далее: «Критическое сравнение двух приемов (т. е. его собственного и планковского) представляло бы интерес, но пока последующая аргументация Планка не имела успеха, я не в состоянии принять его метод. Поскольку его формула применима ко всем длинам волн, она имела бы большее значение, если бы она была надежно установлена. С другой стороны, рассуждение, ведущее к уравнению (24), очень просто, и эта формула представляется мне необходимым следствием закона равномерного распределения энергии, установленного Больцманом и Максвеллом. Мне трудно понять, как другой прием, также базирующийся на идеях Больцмана, может привести к иному результату».

Рэлей сделал в своем вычислении фактическую ошибку в отношении множителя, равного восьми, которая вскоре была отмечена Джинсом.

(Однако уравнение (24) правильно, и оно является предельной формой закона Планка.) Рэлей [41] охотно признал свою ошибку, но вернулся к тому же вопросу: «Но пока точное согласие результатов в случае очень длинных волн удовлетворено в такой степени, как это есть, остается неудовлетворенным пожелание, выраженное в моем первом письме, по поводу сравнения приемов. На принцип равномерного распределения энергии в применении к недлинным волнам должно быть наложено некоторое ограничение».

Повторное требование Рэлея критически обсудить ситуацию, было, по крайней мере отчасти, удовлетворено Джинсом [42] в выпуске «Nature» от 27 июля 1905 года. (В то время, и в течение ряда лет позднее, Джинс делал все возможное, чтобы рассчитать излучение абсолютно черного тела на строго классических основаниях, сохраняя теорему о равномерном распределении энергии, как вообще справедливую, и объясняя отклонения от нее как следствие того, что в этом случае отсутствует точное термодинамическое равновесие.) Джинс предпринял резкую критику аргументов Планка по двум принципиальным пунктам. Это те два пункта, которые мы уже обсуждали, и по которым Планк разошелся с Больцманом. Так, Джинс напал на то, что Планк использовал W как «вероятность», но вместе с тем не указал никакой совокупности объектов, зная которую, можно было бы подсчитать вероятности, и что невозможно было бы ввести такую совокупность с априорно вероятностным законом, совместимым с аргументами Планка. Вторым пунктом возражения было указание на то, что Планк не имел права не переходить к пределу, при котором $\varepsilon = 0$. Если бы это было сделано, выражение для средней энергии осциллятора свелось бы у Планка к величине kT, в соответствии с теоремой о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Джинс признавал, что Планк принял ε равной $h\nu$, благодаря использованию закона смещения Вина, но он доказывал, что ничто в законе смещения не определяло значения h. «между тем статистическая механика дает нам точную информацию об истинном значении h, а именно $h = 0$». Если словом «истинное» обозначают значение, находящееся в согласии с теоремой о равномерном распределении энергии, то Джинс был прав. Только Джинс ошибался, полагая, что «методы обоих являются результатом методов статистической механики и теоремы о равномерном распределении энергии». Таким был метод Джинса, но, конечно, не метод Планка.

Глубокий разрыв между идеями Планка и Больцмана наиболее наглядно обнажил Эренфест [43]. Он указал на то, что работа Планка фактически заново поставила весь вопрос о статистическом обосновании второго закона термодинамики; в самом деле, планковские элементы энергии привели к радикальному изменению в априорном представлении о весе функции, введенной в фазовое пространство. Статистическая механика Больцмана была построена на предположении, что областям равных объемов в фазовом пространстве должны быть априорно приписаны равные веса, но если энергия должна рассматриваться как дискретная переменная, то для того, чтобы заново построить обоснование, необходима принципиально новая гипотеза.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Революционная идея не всегда признается таковой, даже тем, кто ее предлагает. Планковское понятие кванта энергии практически оставалось непризнанным в физической литературе свыше пяти лет. Его формула излучения была принята как описывающая простым и адекватным образом экспериментальные факты, но теория, которую он предложил

как обоснование этой формулы, не привлекала внимания вплоть до 1905 года. Хотя это фактическое игнорирование того, что позднее было признано в качестве главного успеха в физике, может показаться случайным, существуют различные возможные объяснения этого факта. Наиболее очевидным является то, что в 1900 году теория излучения не стояла в центре внимания физиков. В то время в физике был сделан ряд выдающихся открытий, которые привлекли внимание лучших физиков; я хочу только напомнить читателю, что рентгеновские лучи были открыты в 1895 году, радиоактивность — в 1896, электроны — в 1897, радий — в 1898 году и т. д.

Эти беспримерные успехи конкурировали с работой Планка; но последняя страдала также и от других серьезных помех. Как раз в это время, когда не только атом, но даже составляющие его части встали в центре экспериментальных исследований, значительная и влиятельная группа теоретиков на континенте выступила против всей атомистической теории [44]. Такие люди, как Оствальд, Мах и Дюгем, в различной степени отрицали значение всей программы кинетической теории газов и общего атомистического, механистического воззрения в физике, которое защищал Больцман. Больцман вел энергичную полемику, в частности, против Оствальда, в конце 90-х годов, чувствуя себя обязанным подтвердить неизбежность атомизма в естественных науках». (В борьбе против «энергетической» школы Планк в 1896 году присоединился к Больцману, несмотря на то, что в то время ему мало импонировала работа Больцмана, указав, что «энергетики» неправильно представляли себе подлинный смысл второго закона термодинамики.)

Серьезность атаки, предпринятой Оствальдом и другими против кинетической молекулярной теории, можно почувствовать в тоне предисловия, написанного Больцманом в 1898 году ко второму тому его «Теории газа» [45]. «Когда первая часть этой книги была напечатана, я уже почти полностью закончил рукопись настоящей, второй и последней части, в которой наиболее трудные разделы предмета не обсуждались. Как раз в это время (1896) умножились нападки на кинетическую теорию. Теперь я убежден, что эти нападки целиком основывались на неправильном представлении, и что кинетическая теория далеко не сыграла своей роли в науке ... По моему мнению, наука много потеряла бы, если бы кинетическая теория была предана временному забвению в силу того, что в данное время преобладает враждебное к ней отношение, как, например, в свое время была предана забвению волновая теория благодаря авторитету Ньютона. Я сознаю, насколько бессильной является личность против течения времени. Но все же в моих силах содействовать тому, чтобы когда кинетическая теория будет еще раз возрождена, не было бы слишком много того, что будет как бы заново открываться; с этой целью я изложил в этом томе самые трудные разделы кинетической теории, а именно те, которые наиболее подвержены неправильному толкованию, и я постарался дать по возможности доступное изложение их, по крайней мере в общих чертах».

Тогда Планк вполне умышленно связал свои идеи с идеями Больцмана в статьях по квантам, как раз в то время, когда сам Больцман был в глубокой опале у школы «энергетиков». (Это придает чувство горечи замечанию Планка: «В качестве противовеса против почти разочарования, я получил большое удовлетворение от того факта, что Людвиг Больцман в письме, подтверждающем получение моей статьи, дал мне понять, что он заинтересовался моими идеями и в принципе согласен с ними» [46].) Несомненно, что статьи Планка по квантам, умышленно выдержанные в духе Больцмана, препятствовали их признанию, по крайней мере на континенте.

В Англии, как мы уже видели, Рэлей и Джинс выясняли значение работ Планка в 1905 году. Все же, конечно, будет справедливым сказать, что ни Рэлей, ни Джинс не сочувствовали идее квантов энергии, и ни один из них не был заинтересован в развитии этой идеи сколько-нибудь дальше. Такая революционная идея могла пустить корни и вырасти только в уме достаточно проницательном, чтобы видеть ее сложности, и достаточно смелом, чтобы немедленно развивать ее в различных направлениях. К счастью для науки, такой ум созрел, и глубокий смысл понятия, введенного Планком, стал обнаруживаться в работе Альберта Эйнштейна.

В первой [47] из трех замечательных статей, написанных весной 1905 года, Эйнштейн указал на закон распределения, который требовался классической физикой,—«закон Рэлея — Джинса» (см. выше, уравнение (24)), и подчеркнул как его несовместимость с экспериментом, так и его внутреннюю парадоксальную природу, вследствие бесконечной энергии излучения, которую он в себе заключает. Очевидно, это было сделано совершенно независимо от статьи Рэлея 1900 года, на которую Эйнштейн не ссылается, и нет оснований считать, что он о ней знал. Эйнштейн отметил также, как это сделал и Рэлей одновременно в последнем разделе письма в «Nature», что определение Планком числа Авогадро фактически не зависит от его формулы излучения и что тот же результат можно получить из классической формулы при использовании экспериментальных результатов, относящихся к излучению абсолютно черного тела. Как писал Эйнштейн много лет спустя [48], все эти проблемы, так же как и глубокое расхождение между квантами Планка и классической физикой, «стали мне ясны уже вскоре после появления основной работы Планка». В добавление к этим проблемам, которые Рэлей тоже видел, Эйнштейн показал, что неклассическая часть планковской формулы излучения, так сказать, предел Вина, имела замечательное следствие. Как показал Эйнштейн с помощью весьма простого аргумента, она означала, что само излучение ведет себя так, как если бы оно состояло из квантов энергии, величина которых $h\nu$. Это далеко выходило за пределы тех выводов, которые сделал сам Планк, так как Планк квантовал только энергию материального (вещественного) осциллятора, а не излучения. На нескольких страницах Эйнштейн продолжал показывать, что такие явления, как фотоэлектрический эффект, правило Стокса для флуоресценции и фотоионизация газов, могли бы быть легко поняты, исходя из того, что свет состоит из квантов энергии $h\nu$. Ни одно из этих явлений не было объяснимо на основе электромагнитной волновой теории света.

Эйнштейн хорошо понимал, что все это указывало на начало новой эры в физике, и это понимание он выразил в заглавии своей статьи, указывая, что эта работа предлагает «эвристическую точку зрения». Он видел, что необходимы были радикальные изменения основ: «Но даже не имея замены для классической механики, я все-таки мог видеть, к каким следствиям ведет этот закон теплового излучения».

Влияние квантовой теории Планка на физику в этот период может быть лучше всего выражено словами Эйнштейна [48]: «Это выглядело так, точно из-под ног ушла земля и нигде не было видно твердой почвы, на которой можно было бы строить».

Примечание переводчика. Термин «комплексии» широко применялся в научной литературе того времени. Мы сохраняем его из опасения слишком модернизировать его заменой взгляды автора. Эйнштейн в те же времена (1907) определял термин «комплексии» как «разные возможные способы, которыми может быть мысленно реализовано данное состояние» (см. Альберт Эйнштейн, Собр. научн. трудов, т. III, М., «Наука», 1967, ст. 22, стр. 217, а также ст. 19, стр. 189).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Существуют три ретроспективных обзора:
   а) Нобелевская речь Планка: Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie, Leipzig, 1920 (см. перевод в сборнике: Макс Планк, Единство физической картины мира, «Наука», 1966 (без списка цитированной литературы), а также: М. Планк, Физические очерки, Госиздат, 1925 (со списком цитированной литературы):
   б) Naturwissenschaften **31**, 153 (1953);
   в) Wissenschaftliche Selbstbiography, Leipzig, 1948 (см. перевод в сборнике [1а]).
2. L. Rosenfeld, La première phase de l'évolution de la théorie des quanta. *Osiris* **2**, 149 (1936).
3. L. Rosenfeld, Max Planck et la définition statistique de l'entropie, в сб. Max Planck — Festschrift 1958, Berlin, 1958, стр. 203.
4. E. T. Whittaker, A History of the Theories of Aether and Electricity, London, 1951, v. 1, стр. 371.
5. M. Planck, см. [1в].
6. J. Stefan, Wien. Ber. **79**, 391 (1879).
7. L. Boltzmann, Wied. Annalen **22**, 291 (1884); см. также: М. Планк. Теория теплового излучения, гл. 2.
8. W. Wien, Wied. Annalen **52**, 132 (1894).
9. W. Wien, Wied. Annalen **58**, 662 (1896).
10. Lord Rayleigh, Phil. Mag. **49**, 539 (1900). Перепечатано в его Scientific Papers (Cambrige, 1903), vol. IV, стр. 483.
11. M. Planck, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. 57 (1897); Phys. Abh. I, 493.
12. L. Boltzmann, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. 660, 1016 (1897).
13. M. Planck, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. 440 (1849); Phys. Abh. I, 560. Особенно стр. 575—581. Теорему в той форме, которая процитирована в тексте, см. I, 724.
14. M. Planck, Phys. Abh. I, 597.
15. M. Planck, Ann. Phys. **1**, 69 (1900); Phys. Abh. I, 614.
16. O. Lummer, E. Pringsheim, Verh. dtsch. Physik. Ges. **1**, 215 (1899).
17. M. Thiesen, Verh. dtsch. Physik. Ges. **2**, 37 (1900).
18. См. [1б]. M. Planck, Phys. Abh. III, 262.
19. M. Planck, Phys. Abh. III, 404.
20. M. Planck, Ueber eine Verbesserung der Vienschen Spektralgleichung, Verh. dtsch. Phys. Ges. **2**, 202 (1900); Phys. Abh. I, 687.
21. M. Planck, см. [1в]; Phys. Abh. III, 394.
22. O. Lummer, E. Jahnke, Ann. Phys. **3**, 288 (1900).
23. H. Rubens, F. Kurlbaum, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., 929, 1900.
24. M. Planck, Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum, Verh. dtsch. Physik. Ges. **2**, 237 (1900); Phys. Abh. I, 8, 698.
25. M. Planck, см. [1в]; Phys. Abh. III, 387.
26. M. Planck, Wied. Ann. **30**, 562 (1887); Phys. Abh. I, 196.
27. M. Planck, Z. Phys. Chem. **8**, 647 (1891); Phys. Abh. I, 372.
28. M. Planck, Treatise on Thermodynamics, New York, 1945.
29. M. Planck, см. [1а]; Phys. Abh. III, 125.
30. M. Planck, Ann. Phys. **4**, 553 (1901); Phys. Abh. I, 717.
31. M. Planck, Ann. Phys. **4**, 564 (1901); Phys. Abh. I, 728.
32. R. A. Millikan, The Electron, Chicago, 1917.
33. J. Perrin, Les Preuves de la Réalité Moléculaire, в La Théorie du Rayonnement et les Quanta (ред. П. Ланжевена и Л. де Бройля), Paris, 1912, стр. 153.
34. L. Boltzmann, Wien. Ber. **76**, 373 (1877). Перепечатано в его Wissenschaftliche Abhandlungen II, 164, Leipzig, 1909.
35. См. дискуссию: R. Dugas, La Théorie Physique au sens de Boltzmann, Neuchâtel, 1959; особенно гл. 6 (вторая часть) и гл. 4 (третья часть).
36. L. Rosenfeld, см. [2], стр. 167.
37. P. Ehrenfest, Ann. Phys. **36**, 91 (1911).
38. P. Ehrenfest, H. Kammerlingh-Ones, Proc. Amsterdam Acad. **17**, 870 (1914). *Обе предыдущие статьи перепечатаны:* P. Ehrenfest, Collected Scientific Papers, ed. by M. J. Klein, Amsterdam, 1959, стр. 185 и 353 соответственно.
39. M. J. Klein, Proc. Amsterdam Akad. B. **62**, 41 (1959).
40. Lord Rayleigh, Nature **72**, 54 (1905).
41. Lord Rayleigh, Nature **72**, 243 (1905).
42. J. Jeans, Nature **72**, 293 (1905).
43. P. Ehrenfest, Phys. Zs. **15**, 657 (1914). См. также его статью в Naturwissenschaften **11**, 543 (1923). Обе статьи перепечатаны в его Collected Scientific Papers, стр. 347, 463.

44. R. Dugas[35], гл. 6—8 (первая часть) и гл. 5 (третья часть).
45. L. Boltzmann, Vorlesungen über Gastheorie, Leipzig, 1898, Bd 2, 5 (сокр. перевод: Л. Больцман, Лекции по теории газов, М., Гостехиздат, 1956. Цитированное в тексте предисловие в русском переводе не дано).
46. M. Planck, см. [1a]; Phys. Abh. III, 126.
47. A. Einstein, Ueber einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes bettreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Ann. Phys. **17**, 132 (1905) (см. перевод: Альберт Эйнштейн, Собрание научных трудов, «Наука», 1966, т. III, 92).
48. A. Einstein, Autobiographisches, в сборнике: Philosopher-Scientist, ed. by P. A. Schilpp, New York, 1949, стр. 45 (см. перевод: УФН **59**, 71 (1956), а также в сб. «Эйнштейн и современная физика», М., Гостехиздат, 1956, стр. 27).