

**ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС И ПЛАЗМЕННЫЕ  
ЭФФЕКТЫ В МЕТАЛЛАХ***А. Я. Бланк, М. И. Каганов*

Явление ферромагнитного резонанса (ФМР) состоит в возбуждении переменным высокочастотным полем однородной прецессии магнитных моментов в постоянном магнитном поле. Реакция системы магнитных моментов на переменное электромагнитное поле может быть описана с помощью магнитной проницаемости  $\mu(\omega)$  ( $\omega$  — частота переменного поля), зависимость которой от частоты и обнаруживает резонансный характер. Вычисление магнитной проницаемости составляет важную задачу теории ФМР и может быть произведено различными способами в рамках той или иной модели. Обычно считают, что ферромагнитные свойства металлов связаны с локализованными в узлах кристаллической решетки магнитными моментами не полностью заполненных  $d$ - и  $f$ -оболочек атомов. Система магнитных моментов описывается уравнением типа Ландау — Лифшица<sup>1</sup>. Другой подход состоит в рассмотрении единой системы взаимодействующих друг с другом электронов, обладающей отличным от нуля полным магнитным моментом  $M$ <sup>2, 3</sup>. Однако сразу заметим, что частотная зависимость магнитной проницаемости вблизи резонансной частоты, вообще говоря, мало чувствительна к модели металла, в рамках которой производится рассмотрение.

Ферромагнитный резонанс можно наблюдать, измеряя либо объемное поглощение энергии радиочастотного поля, либо коэффициент отражения волны от поверхности образца.

Первый способ удобен в тех условиях, когда длина электромагнитной волны велика по сравнению с размерами образца и применяется, как правило, при наблюдении ФМР в ферромагнитных диэлектриках (или ферритах). Это связано с тем, что в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн, в котором наблюдается ФМР, показатель преломления феррита несущественно отличается от единицы. Поэтому обычно применяемые образцы оказываются малыми по сравнению с длиной волны, т. е. осуществляется квазистационарная ситуация.

В металлах из-за большой концентрации электронов проводимости имеет место обратный случай (скин-эффект). Поэтому ФМР в металлах естественно наблюдать с помощью отражения электромагнитной волны. Для характеристики отраженной волны удобно пользоваться понятием поверхностного импеданса, в зависимости которого от частоты проявляется ФМР.

Возбуждение неоднородной прецессии магнитных моментов — спиновых волн — обычно называют спин-волновым резонансом<sup>4</sup>. Существование спиновой волны связано с обменным взаимодействием между электронами. С макроскопической точки зрения учет обменного взаимодействия проявляется в пространственной дисперсии — зависимости магнитной

проницаемости  $\hat{\mu}$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$ , т. е.  $\hat{\mu} = \mu(\omega, \mathbf{k})$ . Следует заметить, что закон дисперсии спиновых волн также не является специфической чертой рассматриваемой модели металла и в случае длинных волн может быть записан в виде

$$\omega = \omega_0(\Phi) + \frac{A}{h}(ak)^2,$$

где константа  $A$  — порядка температуры Кюри  $\theta_C$ ,  $a$  — постоянная решетки; активационная энергия  $\hbar\omega_0$  определяется величиной реального магнитного поля, действующего внутри металла, и зависит от угла  $\Phi$  между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и статическим моментом  $\mathbf{M}_s$ .

Следует обратить внимание на весьма любопытное обстоятельство, характерное для высокочастотных свойств ферромагнетиков. Обменное взаимодействие — истинная причина существования ферромагнетизма — непосредственно входит только в ту часть высокочастотной магнитной восприимчивости, которая связана с пространственной дисперсией. Характерные частоты в  $\mu(\omega)$  определяются сравнительно слабыми релятивистскими взаимодействиями (энергией анизотропии, взаимодействием с внешним полем, диполь-дипольными взаимодействиями). Поэтому роль пространственной дисперсии в ферромагнетиках (особенно в ферромагнитных металлах; см. ниже) весьма существенна.

Формально это проявляется в том, что мерой роли пространственной дисперсии при рассмотрении электромагнитных свойств ферромагнетика является не отношение  $\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2$ , где  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  — длина электромагнитной волны,

а величина  $\frac{A}{\hbar\omega_0} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2$ , что непосредственно видно из закона дисперсии спиновой волны. Хотя эту величину надо сравнивать не с единицей, а с относительной расстройкой резонанса  $\Delta\omega/\omega_0$ , минимальное значение которой определяется шириной линии, в радиочастотной области ( $\lambda \sim 1 \div 10$  см) даже в самых совершенных диэлектрических образцах условие  $\frac{A}{\hbar\omega_0} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \gg \Delta\omega/\omega_0$ , конечно, невыполнимо. Однако в металлах интересующее нас соотношение выполняется сравнительно легко, так как длина волны в металле в результате скин-эффекта на несколько порядков меньше длины волны в вакууме. Разумеется, это условие выполняется, если достаточно мала относительная расстройка резонанса, определяемая шириной линии ФМР. В последние годы появилось большое число исследований ФМР в весьма чистых металлах при низких температурах. В подобных экспериментах наблюдаются сравнительно узкие линии ФМР — порядка нескольких десятков эрстед (см., например, <sup>5, 6</sup>). Как будет показано, учет пространственной дисперсии в металле приводит к сдвигу и уширению линии ФМР того же порядка величины. Таким образом, учет пространственной дисперсии является актуальной задачей теории ФМР в металлах.

Подчеркнем еще раз, что проявление пространственной дисперсии в магнетиках облегчается своеобразием закона дисперсии спиновых волн, у которых динамическая часть (зависимость от волнового вектора) определяется большим обменным взаимодействием, а активационная энергия — малыми релятивистскими взаимодействиями. В диэлектриках, в которых пространственная дисперсия существенна в области экситонного поглощения <sup>7</sup>, ситуация не такова: и энергия активации, и зависимость от волнового вектора обусловлены одними и теми же взаимодействиями. Для диэлектриков «облегчающими» обстоятельствами служат малость длины волны в оптическом диапазоне и существование весьма узких линий.

Эффекты пространственной дисперсии в металле существенны как в магнитной проницаемости, так и в проводимости  $\hat{\sigma}$ . Электроны проводимости не только создают благодаря скин-эффекту неоднородность магнитного момента, необходимую для проявления обменных эффектов, но и сами сравнительно легко могут быть поставлены в условия сильной пространственной дисперсии (аномальный скин-эффект <sup>8</sup>).

Ферромагнитный резонанс наблюдается в сравнительно сильных магнитных полях, при которых становится существенным влияние магнитного поля на динамику электронов проводимости. Движение электронов в магнитном поле приводит, в частности, к существованию гальваномагнитных эффектов и к появлению в металле спиральных и других слабозатухающих волн <sup>9</sup>. Эта область сравнительно недавно стала доступной эксперименту, так как появились весьма совершенные образцы ферромагнитных металлов. Рид и Фосетт <sup>10</sup> измерили магнетосопротивление никеля и железа при низких температурах. Андерсон и Голд <sup>11</sup> наблюдали эффект де-Гааза — ван-Альвена в никеле. Граймс <sup>12</sup> обнаружил в никеле спиральную волну.

Наиболее характерное отличие ФМР в металлах от ФМР в диэлектриках связано со специфической ролью электронов проводимости. Плазменный подход к ферромагнитному металлу означает учет временной и пространственной дисперсии магнитной восприимчивости при рассмотрении коллективных возбуждений в электронном газе. Другими словами, ферромагнитный металл можно рассматривать как плазму, причем в ее волновых свойствах проявляются не только характерные ветви колебаний электронного газа <sup>9, 13</sup>, но и специфические магнитные ветви, связанные с макроскопическими колебаниями намагниченности.

Сложная зависимость магнитной проницаемости и удельной электропроводности от частоты и волнового вектора приводит к весьма своеобразной картине распространения волн в подобных средах. Высокочастотным свойствам ферро- и антиферромагнитных металлов и полупроводников в последнее время посвящено большое число теоретических исследований <sup>14</sup>.

## § 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

При рассмотрении электромагнитных свойств ферромагнитного металла следует исходить из уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{h} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{e} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{b}$  — магнитная индукция,  $\mathbf{j}$  — плотность тока,  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{h}$  — напряженности соответственно электрического и магнитного переменных полей,  $c$  — скорость света.

Уравнения (1) нужно дополнить материальными уравнениями, которые в случае пространственно однородной среды имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) &= - \int \hat{\sigma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{e}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt', \\ \mathbf{b}(\mathbf{r}, t) &= \int \hat{\mu}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{h}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt'. \end{aligned} \quad (2)$$

Интегральная форма записи материальных уравнений (2) отражает нелокальный характер связи между током и магнитной индукцией, с одной стороны, и электрическим и магнитными полями — с другой. В случае

пространственно однородной среды интегральные соотношения (2) содержат разностные ядра  $\sigma(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  и  $\mu(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , что облегчает последующий переход к фурье-представлению. При учете границы металл, очевидно, перестает быть однородным и соотношения (2), вообще говоря, уже не имеют места. В ряде случаев, однако, оказывается возможным пользоваться выражениями  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\mu}$ , определенными для безграничного металла (см. ниже).

При рассмотрении ФМР мы ограничиваемся линейной теорией. Это означает, что  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\mu}$  не зависят от амплитуды высокочастотного поля, однако, разумеется, зависят от внешнего статического магнитного поля  $H_e$ .

Плотность тока может быть вычислена с помощью функции распределения электронов проводимости  $f$ . Плотность тока определяется выражением

$$\mathbf{j} = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int \mathbf{v} f d\mathbf{p}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость электрона.

Мы ограничиваемся классическим рассмотрением, хотя в сравнительно сильных магнитных полях условие квантования  $\hbar\omega_H > T$  ( $\omega_H$  — циклотронная частота,  $T$  — температура) может оказаться выполненным. Тем не менее, это рассмотрение вполне оправдано, поскольку учет квантования движения электронов приводит к наложению на «классические» кривые малых осцилляций, амплитуда которых определяется соотношением  $\hbar\omega_H/\epsilon_F$  ( $\epsilon_F$  — граничная энергия Ферми), величина которого сравнима с единицей лишь в полях порядка  $10^8$  э \*).

Функция распределения электронов  $f$  находится из кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f + \frac{2\pi}{T_H} \frac{\partial f}{\partial \phi} + e\mathbf{e} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ст}} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\phi$ ,  $T_H = 2\pi\omega_H^{-1}$  — фаза и период обращения электронов по орбите,  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ст}}$  — интеграл столкновений.

Интеграл столкновений  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ст}}$  описывает (наряду с другими механизмами диссипации) взаимодействие электронов с колебаниями плотности магнитного момента — со спиновыми волнами. Однако детализация диссипативных механизмов и, тем более, расчет релаксационных констант не входят в нашу задачу. Там, где будет возможно, мы вовсе будем опускать интеграл столкновений (например, при  $\omega \gg \nu$ , где  $\nu$  — средняя частота столкновений). В некоторых случаях мы будем использовать т-приближение, т. е. истинный интеграл столкновений заменять выражением  $f/\tau \equiv \nu f$  ( $\tau$  — среднее время свободного пробега). Такая замена, по сути дела, оправдана только в условиях аномального скин-эффекта <sup>16</sup>, когда «приходной» интегральный член в операторе столкновений значительно меньше «уходного». В области нормального скин-эффекта характер оператора столкновений нас вовсе не должен интересовать — в этом случае в окончательные формулы войдут только макроскопические характеристики металла — компоненты тензора электропроводности.

\*) Это утверждение справедливо, строго говоря, для статических величин (сопротивление и т. п.). В высокочастотной области (особенно вблизи резонансов) возможны эффекты (например, квантовый циклотронный резонанс <sup>15</sup>), которые определяются именно квантованием движения электронов в магнитном поле.

Отметим еще, что мы исходим из «газового» приближения. Однако почти во всех случаях учет ферми-жидкостного взаимодействия не изменит окончательных результатов (см. <sup>17</sup>, § 1).

Приведем известные выражения для фурье-компонент тензора проводимости  $\sigma_{ik}(\omega, \mathbf{k})$  в ряде предельных случаев <sup>18, 9</sup>.

#### А. Проводимость в отсутствие магнитного поля

В условиях нормального скин-эффекта ( $kl \ll 1$ , где  $l = v_0\tau$ ,  $v_0$  — скорость электронов на границе Ферми) проводимость существенно различна в зависимости от соотношения между частотой электромагнитного поля  $\omega$  и частотой столкновений  $\nu$ .

При  $\omega \ll \nu$  металл характеризуется статической проводимостью  $\sigma_{ik}^{(0)}$  (для изотропного металла  $\sigma_0$ ).

При  $\omega \gg \nu$  проводимость металла — мнимая величина <sup>17</sup>:

$$\sigma_{ik} = i \frac{D_{ik}}{\omega}. \quad (5)$$

Элементы матрицы  $D_{ik}$  по порядку величины совпадают с квадратом плазменной частоты металла. Для изотропного металла в газовом приближении

$$D_{ik} = \omega_L^2 \delta_{ik}, \quad \omega_L^2 = \frac{4\pi N e^2}{m^*}, \quad (6)$$

где  $N$  — плотность электронов,  $m^*$  — модуль эффективной массы.

В условиях предельно аномального скин-эффекта ( $kl \gg 1$ ) нас будут интересовать поперечные относительно направления волнового вектора элементы тензора  $\sigma_{ik}$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{3\pi}{4} \frac{B_{\alpha\beta}}{|\mathbf{k}|}, \quad (7)$$

где  $B_{\alpha\beta} = \frac{8e^2}{3(2\pi\hbar)^3} \int_0^{2\pi} \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{K(\varphi)} d\varphi$ , а  $\mathbf{n}$  — орт нормали к поверхности Ферми.

$K(\varphi)$  — гауссова кривизна поверхности в точках, где  $n_z = 0$ . Для изотропного электронного спектра

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{3\pi}{4} \frac{N e^2}{\rho_0 |\mathbf{k}|} \delta_{\alpha\beta}. \quad (8)$$

Здесь  $\rho_0$  — радиус ферми-сферы.

#### Б. Проводимость в магнитном поле

В ферромагнитном металле на электрон проводимости действует сила Лоренца  $\frac{e}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{B}]$ , где  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}_s$ ,  $\mathbf{H}$  — магнитное поле, действующее внутри ферромагнетика, которое должно быть определено решением магнитостатической задачи. Проводимость  $\sigma_{ik}$  определяется величиной индукции  $\mathbf{B}^*$ ).

Рассматривая металл в магнитном поле, мы будем считать магнитное поле достаточно сильным, т. е. будем предполагать выполненным неравенство  $\omega_s \tau \gg 1$ . Это означает, что радиус орбиты электронов  $r$  много меньше длины пробега  $l$ .

Параметром, определяющим величину пространственной дисперсии электропроводности, является  $kR$ , где  $R = l \left| \frac{\mathbf{v} - i\omega}{\omega_H} \right|$ ;  $R$  совпадает с цикло-

\*) Мы не учитываем аномальный холл-эффект, так как при низких температурах он не существует <sup>19</sup>.

тронным радиусом  $r$  при  $\omega \ll \nu$ . В условиях слабой пространственной дисперсии ( $kR \ll 1$ ) поперечная часть тензора проводимости имеет вид

$$\sigma_{\alpha\beta}(\omega, 0) = \frac{Ne^2}{m^*} \frac{\omega_H}{\omega_H^2 - (\omega - i\nu)^2} \begin{pmatrix} \frac{\nu - i\omega}{\omega_H} & -1 \\ 1 & \frac{\nu - i\omega}{\omega_H} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Индексы  $\alpha, \beta$  принимают значения  $x$  и  $y$ . Ось  $z$  выбрана вдоль направления магнитного поля ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$ ).

Если частота переменного поля мала по сравнению с циклотронной частотой  $|\omega + i\nu| \ll \omega_H$ , выражение (9) упрощается. Множитель, стоящий перед скобками в (9), принимает вид  $\frac{Nec}{B}$ . Выражение (9) справедливо для одной группы носителей в предположении изотропного спектра.

В сильном магнитном поле при замкнутой поверхности Ферми холловские элементы электропроводности ( $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ ) значительно больше диагональных элементов  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  ( $|\sigma_{xy}| \gg \sigma_{xx}, \sigma_{yy}$ ). В случае двух групп носителей

$$\sigma_{xy} = \frac{(N_1 - N_2)ec}{B}, \quad (10)$$

где  $N_1$  ( $N_2$ ) — плотность электронов («дырок»). Выражение для холловских элементов электропроводности при замкнутой поверхности Ферми не зависит от закона дисперсии электронов.

Представляет также интерес асимптотика тензора проводимости металла с равными концентрациями электронов и «дырок» ( $N_1 = N_2 = N$ ). В этом случае недиагональные (холловские) элементы тензора  $\sigma_{\alpha\beta}$  обращаются в нуль ( $\omega \gg \nu$ ):

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{Nec}{B} \begin{pmatrix} -i\frac{\omega}{\omega_H} & 0 \\ 0 & -i\frac{\omega}{\omega_H} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Случай  $kR \ll 1$  редко осуществляется в металлах. Приведенные формулы могут оказаться полезными для ферромагнитных полупроводников (ферритов). В металле обычно имеет место обратное условие

$$kR \gg 1. \quad (12)$$

Рассмотрим асимптотику тензора проводимости при условии (12) в случае поперечного распространения волны по отношению к магнитному полю ( $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$ )<sup>9</sup>. Ось  $z$ , как и прежде, выберем вдоль магнитного поля, ось  $x$  направим вдоль волнового вектора. Диагональные элементы тензора  $\sigma_{ik}$  асимптотически равны

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{zz} &\approx \sigma(\omega, \mathbf{k}) = \frac{3\pi i}{4} \frac{Ne^2}{|\mathbf{k}|p_0} \operatorname{ctg} \frac{\pi(\omega + i\nu)}{\omega_H}, \\ \sigma_{yy} &= \frac{3Ne^2(\nu - i\omega)}{mk^2v_0^2} \left[ 1 - \frac{\pi(\omega + i\nu)}{2|\mathbf{k}|v_0} \operatorname{ctg} \frac{\pi(\omega + i\nu)}{\omega_H} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Недиагональные элементы тензора оказываются при этом в  $kR$  раз меньше, чем диагональные, и ими можно пренебречь. Выражение (13) при частотах, близких к  $n\omega_H$ , где  $n$  — целое число, описывает циклотронный резонанс<sup>13</sup>. Разлагая  $\operatorname{ctg} \frac{\pi(\omega + i\nu)}{\omega_H}$  вблизи  $n\omega_H$ , найдем

$$\sigma(\omega, \mathbf{k}) = \frac{3i}{4} \frac{Ne^2}{|\mathbf{k}|p_0} \frac{\omega_H}{\omega - n\omega_H + i\nu}. \quad (14)$$

В случае низких частот ( $|\omega + i\nu| \ll \omega_H$ )  $\operatorname{ctg} \frac{\pi(\omega + i\nu)}{\omega_H}$  можно заменить на  $\frac{\omega_H}{\pi(\omega + i\nu)}$ , и  $\sigma(\omega, \mathbf{k})$  приобретает вид

$$\sigma(\omega, \mathbf{k}) = \frac{3i}{4} \frac{Ne^2}{(\omega + i\nu) |\mathbf{k}| R}. \quad (15)$$

Приведенные выше асимптотические выражения для тензора проводимости крайне просты, и существенно облегчающим вычисления обстоятельством является возможность их использования при рассмотрении граничных задач. Эта возможность основана на «безразличии» электронов к граничным условиям при  $kR \gg 1$ . Как показано в работе Азбеля и Канера<sup>16</sup>, импеданс, вычисленный с помощью выражения для проводимости безграничного металла, отличается от импеданса, полученного в результате решения точной граничной задачи, несущественным действительным множителем порядка единицы. Нечувствительность электронов к граничным условиям в случае аномального скин-эффекта (при  $H = 0$ ) проявляется, в частности, в том, что значения импеданса при зеркальном и диффузном отражении электронов от границы металла отличаются лишь множителем  $\frac{8}{9}$ <sup>8, 20</sup>. Физическая причина нечувствительности поверхностного

импеданса к граничным условиям для электронов состоит в том, что основной вклад в импеданс вносят электроны, скользящие вдоль поверхности металла и, следовательно, не испытывающие столкновений с границей.

Обсудим теперь выражение для магнитной проницаемости металла. Если считать магнитные моменты локализованными в узлах решетки, то магнитная проницаемость может быть вычислена с помощью уравнения типа Ландау — Лифшица, описывающего прецессию момента  $\mathbf{M}$  в магнитном поле:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma [\mathbf{M}, \mathbf{H}_{\text{эфф}}] - \frac{\lambda}{M^2} [\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}_{\text{эфф}}]], \quad (16)$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение, а эффективное магнитное поле для изотропного металла имеет вид

$$\mathbf{H}_{\text{эфф}} = \mathbf{H} + \alpha \Delta \mathbf{M}. \quad (17)$$

Здесь  $\alpha$  — обменная константа, равная  $\frac{A}{\mu_B M_s} a^2$ ,  $\mu_B$  — магнетон Бора.

Диссипация в уравнении (16) учтена феноменологически при помощи обратного времени релаксации магнитных моментов  $\lambda$ . Вопрос о форме диссипативного члена в уравнении для магнитного момента является предметом специального обсуждения (см. по этому поводу, например, <sup>21</sup>) и мы не будем на этом останавливаться.

Решение уравнения (16) в линейном приближении относительно переменной части магнитного момента  $\mathbf{m}$  приводит к следующему выражению для магнитной проницаемости безграничного металла<sup>1</sup> в наиболее простом случае распространения волны вдоль магнитного поля:

$$\mu_{ik}(\omega, \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \mu_1 & i\mu_2 & 0 \\ -i\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\mu_1 = \frac{\Omega \Omega_1 - (\omega + i\lambda)^2}{\Omega^2 - (\omega + i\lambda)^2}, \quad \mu_2 = \frac{4\pi\gamma M_s (\omega + i\lambda)}{\Omega^2 - (\omega + i\lambda)^2}, \quad (19)$$

где  $\Omega = \gamma M_s (\alpha k^2 + H/M_s)$  и  $\Omega_1 = \Omega + 4\pi\gamma M_s$ . Ось  $z$  выбрана вдоль направления волнового вектора.

При пренебрежении диссипацией ( $\lambda = 0$ ) элементы тензора оказываются сингулярными в точке  $\omega = \Omega$ . Это является следствием резонансного поглощения энергии электромагнитного поля. В ряде случаев поглощение энергии определяется эффективной магнитной проницаемостью<sup>22</sup>, которая представляет собой комбинацию элементов тензора  $\mu_{ik}$ . Это приводит к изменению частоты резонансного поглощения.

При приближении к резонансной частоте, очевидно, нельзя пренебрегать обменным членом в формулах (19) (об этом уже говорилось во введении). Поскольку значения волнового вектора, определяемые из дисперсионного уравнения, вообще говоря, комплексны, учет обменного взаимодействия приводит как к сдвигу, так и к уширению резонансной линии и тем самым изменяет форму резонансной кривой.

Формулы, аналогичные (18) и (19), могут быть получены исходя из других более реальных моделей, учитывающих роль электронов проводимости в формировании магнитного момента металла<sup>23</sup>. Наиболее общим подходом к этой проблеме, пожалуй, является ферми-жидкостной подход, при котором ферромагнитный металл рассматривают как систему ферми-частиц с обменным взаимодействием, обладающую магнитным моментом. Магнитная проницаемость в этой модели была вычислена Кондратенко<sup>3, 24</sup> (см. приложение).

Формулы для магнитной восприимчивости безграничного металла могут быть использованы для вычисления поверхностного импеданса ферромагнетика в тех случаях, когда выполняются следующие граничные условия для магнитного момента: либо  $\mathbf{m} = 0$  на границе, либо  $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} = 0$ <sup>25</sup>. Это возможно благодаря следующему. Обычно при вычислении импеданса удобно продолжить электрическое и магнитное поля на область вне металла. Такое продолжение можно осуществить двумя способами: либо  $\mathbf{e}(z)$  предполагается четной функцией, а  $\mathbf{h}(z)$  — нечетной, либо наоборот.

Если выполнено условие  $\mathbf{m} = 0$  на границе, то, продолжая магнитное поле нечетным образом на область  $z < 0$ , получим для фурье-компоненты линеаризованного уравнения (16)

$$-\omega \mathbf{m}_k = \gamma [\mathbf{M}_s, \mathbf{h}_k - \alpha k^2 \mathbf{m}_k] + \gamma [\mathbf{m}_k, \mathbf{H}], \quad (20)$$

откуда следует соотношение

$$\mathbf{m}_k = \hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{h}_k, \quad (21)$$

где  $\hat{\chi}(\omega, \mathbf{k})$  — восприимчивость безграничного металла. Импеданс \*) в случае  $\mathbf{m}(0) = 0$  обозначим  $\zeta_p$ . Из уравнений Максвелла при четном продолжении электрического поля находим

$$\zeta_p = \frac{2}{\pi i} \int_0^\infty \frac{\mu(\omega, x) dx}{x^2 - \epsilon(\omega, x) \mu(\omega, x)}. \quad (22)$$

Здесь  $\epsilon(\omega, x) = \frac{4\pi i \sigma(\omega, x)}{\omega}$  и  $\mu(\omega, x)$  соответственно — диэлектрическая и магнитная проницаемости металла, определяемые элементами тензоров  $\sigma_{ik}$  и  $\mu_{ik}$  в зависимости от геометрии задачи. Мы перешли к интегрирова-

\*) Тензор поверхностного импеданса инвариантным образом можно ввести равенством  $e_\alpha = \zeta_{\alpha\beta} [\mathbf{h}, \mathbf{n}]_\beta$ , имеющим место на границе ( $\mathbf{n}$  — орт нормали к поверхности), или с помощью соотношения  $Z_{\alpha\beta} = \partial e_\alpha / \partial J_\beta$ , где  $J_\beta$  — компонента полного тока в объеме металла. Оба определения совпадают ( $Z_{\alpha\beta} = \frac{4\pi}{c} \zeta_{\alpha\beta}$ ), но мы будем пользоваться обоими.



нию по  $x$ , где  $x = \frac{ck}{\omega}$  — показатель преломления волны с волновым вектором  $k$ .

В случае  $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$  на границе, соотношение (21) может быть получено при четном продолжении магнитного поля. Поверхностный импеданс в этом случае ( $\zeta_n$ )

$$\zeta_n^{-1} = \frac{2}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon(\omega, x) dx}{x^2 - \varepsilon(\omega, x) \mu(\omega, x)}. \quad (23)$$

Следует отметить, что четное и нечетное продолжения поля  $e$  соответствуют весьма специальным граничным условиям для функции распределения электронов, однако в связи со сказанным ранее о нечувствительности импеданса к характеру поведения электронов на границе это обстоятельство не играет большой роли. Если пренебречь пространственной дисперсией магнитной восприимчивости, то получающиеся при этом выражения для импеданса либо просто совпадают (нормальный скин-эффект), либо отличаются несущественным множителем (предельный аномальный скин-эффект). Если отсутствует пространственная дисперсия как магнитной, так и диэлектрической проницаемости, из формул (22) и (23) следует известное выражение

$$\zeta_p = \zeta_n = \left( \frac{\mu(\omega)}{\varepsilon(\omega)} \right)^{1/2}. \quad (24)$$

При общем граничном условии для магнитного момента ни четное, ни нечетное продолжения поля не позволяют перейти к использованию магнитной восприимчивости безграничного металла.

## §. 2. НОРМАЛЬНЫЙ СКИН-ЭФФЕКТ

Диэлектрическая проницаемость металла в условиях нормального скин-эффекта в случае низких частот — мнимая, в случае высоких — вещественная, но отрицательная. И в том, и в другом случае электромагнитное поле не проникает в металл. При низких частотах электрическое поле затухает на глубине скин-слоя  $\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$ , а в случае высоких частот испытывает полное отражение.

Рассмотрение ферромагнитного проводника в этих же условиях показывает, что частотная зависимость магнитной восприимчивости  $\mu = \mu(\omega)$  существенно изменяет электромагнитные свойства металла. Это обстоятельство наиболее очевидно в случае высоких частот ( $\omega\tau \gg 1$ ). Дисперсионное уравнение  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu$  в этом случае принимает вид

$$k^2 = -\frac{\omega_L^2}{c^2} \frac{\omega_a - \omega}{\omega_r - \omega}. \quad (25)$$

Нетрудно видеть, что в сравнительно узкой области частот  $\omega_r < \omega < \omega_a$  в металле может распространяться незатухающая электромагнитная волна. Ее закон дисперсии имеет вид

$$\omega = \frac{\omega_L^2 \omega_a + \omega_r c^2 k^2}{\omega_L^2 + c^2 k^2}. \quad (26)$$

Соответствующая кривая изображена на рис. 1. Эта волна обладает аномальной дисперсией. На возможность существования волны с отрицатель-

ной групповой скоростью в высокочастотной плазме в области, где  $\epsilon < 0$ ,  $\mu < 0$ , впервые обратил внимание Пафомов<sup>26</sup> (см. также<sup>26a</sup>). Ферромагнитный металл представляет собой естественный пример среды, в которой эта ситуация может осуществиться.

В условиях ФМР часто реализуется низкочастотный случай. При этом металл характеризуется статической проводимостью  $\sigma_0$ , и волновой вектор является комплексным. В случае распространения волны параллельно магнитному полю ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel O_z$ )

$$k_{\pm}^2 = -\frac{4\pi i \sigma_0 \omega}{c^2} (\mu_1 \pm i\mu_2) = \frac{4\pi i \sigma_0 \omega}{c^2} \frac{\Omega_1 \mp \omega}{\Omega_1 \mp \omega}, \quad (27)$$

где индексы  $\pm$  соответствуют циркулярно поляризованным волнам. При поперечном распространении ( $\mathbf{k} \perp O_x$ ) дисперсионное уравнение резонирующей волны имеет вид

$$k^2 = -\frac{4\pi i \sigma_0 \omega}{c^2} \frac{\det \hat{\mu}}{\mu_1} = -\frac{4\pi i \sigma_0 \omega}{c^2} \frac{\Omega_1^2 - \omega^2}{\Omega \Omega_1 - \omega^2}. \quad (28)$$

Необыкновенная волна, магнитное поле в которой параллельно постоянному полю  $\mathbf{H}$ , не взаимодействует с магнитными моментами. В случае продольного распространения частота однородного резонанса равна  $\gamma H$ , а при поперечном распространении  $\gamma(HB)^{1/2}$ .

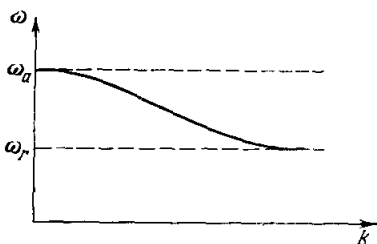


Рис. 1.

В общем случае распространения волны под углом  $\varphi$  к направлению магнитного поля, как можно убедиться, частота однородного резонанса равна  $\gamma H \cos \varphi + \gamma (HB)^{1/2} \sin \varphi$ . Импеданс ферромагнитного металла в условиях нормального скин-эффекта был вычислен Аментом и Радом<sup>27</sup> и впоследствии рядом авторов<sup>28-31</sup>.

При учете пространственной дисперсии в уравнении Ландау — Лифшица возникает необходимость в дополнительном граничном условии для магнитного момента. Амент и Радом<sup>27</sup> предположили, что на границе обращается в нуль нормальная производная магнитного момента:  $\partial \mathbf{m} / \partial z|_{z=0} = 0$ . Однако ряд соображений приводит к более общему граничному условию вида

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial z} + \chi \mathbf{m} = 0. \quad (29)$$

Происхождение этого условия, как показал Пинкус<sup>30</sup>, связано с характером поля анизотропии на границе. Согласно<sup>30</sup> с хорошей точностью  $\chi = -\frac{\omega_a}{\omega_e} a^{-1}$ , где  $\hbar \omega_a$  — энергия поверхностной анизотропии, которая может значительно превосходить объемную, а  $\hbar \omega_e$  по порядку величины равно обменному интегралу. Из уравнения (29) видно, что параметр  $\chi$  следует сравнивать с величиной волнового вектора  $k$ . Даже в случае наиболее коротких волн  $ka \sim 10^{-2}$  и при  $\omega_a \sim 0,1 \omega_e$  отношение  $\chi/k \simeq 10$ , т. е. на границе приближенно выполняется условие  $\mathbf{m} = 0$ . Условие Амента и Радо  $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} = 0$  справедливо, таким образом, только при отсутствии поверхностной анизотропии.

Следуя работе<sup>31</sup>, вычислим поверхностный импеданс при граничном условии (29). Пусть магнитное поле  $\mathbf{H} \parallel O_z$  параллельно поверхности металла, волна распространяется нормально к поверхности вдоль оси  $y$ . Поверхностный импеданс для случая магнитного поля, нормального к поверхности

металла, может быть найден из полученного ниже выражения простой заменой обозначений.

Решение дисперсионного уравнения электромагнитных волн в металле в рассматриваемом случае имеет вид

$$2(kd)^2 = -\frac{H}{4\pi M_s} + \left(\frac{\omega}{4\pi\gamma M_s}\right)^2 \pm \sqrt{\left(\frac{H}{4\pi M_s} - \frac{\omega^2}{(4\pi\gamma M_s)^2}\right)^2 - \frac{8id^2}{\delta^2}}, \quad (30)$$

где  $d = a(A/\mu_B M_s)^{1/2}$ . При выводе было учтено, что параметры  $d/\delta$  и  $H/4\pi M_s$  малы сравнительно с единицей.

Условия непрерывности  $e_z$  и  $h_x$  на границе, а также граничное условие для магнитного момента (29) запишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} h_{1x} + h_{2x} &= h_{0x}, \\ k_1 h_{1x} + k_2 h_{2x} &= \frac{4\pi i \sigma_0}{c} \xi h_{0x}, \\ k_1^2 (ik_1 + \chi) h_{1x} + k_2^2 (ik_2 + \chi) h_{2x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

При получении последнего из уравнений (31) мы воспользовались тем обстоятельством, что вблизи резонанса справедливо соотношение

$$m_{ix} = \frac{k_i^2 \delta^2}{8\pi i} h_{ix} \quad (i = 1, 2). \quad (32)$$

Из условия совместности системы (31) находим

$$\frac{4\pi i \sigma_0}{c} \xi = \frac{k_1 k_2 (k_1 + k_2 - i\chi)}{k_1^2 + k_1 k_2 + k_2^2 - i\chi (k_1 + k_2)}. \quad (33)$$

Подставляя сюда значения  $k_1$  и  $k_2$  из формулы (30), получим явное выражение для импеданса. Для сравнения с результатами Аменты и Радо<sup>27</sup> удобно перейти к принятым ими обозначениям. Полагая

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 = \kappa^2, \quad \frac{\omega}{4\pi\gamma M_s} = \omega', \quad \frac{H}{4\pi M_s} = \eta, \quad \frac{4\pi\sigma_0\kappa\delta}{c} \xi = \xi', \quad \xi = \chi\kappa\delta,$$

найдем

$$\xi' = -\frac{(\sqrt{\eta - \omega'^2 - 2(1+i)\kappa} - \xi)(1+i)\kappa}{\eta - \omega'^2 - (1+i)\kappa - \xi \sqrt{\eta - \omega'^2 - 2(1+i)\kappa}}. \quad (34)$$

Введем эффективную проницаемость по формуле

$$\xi = \left(\frac{\mu_{\text{эфф}}}{\varepsilon_{\text{эфф}}}\right)^{1/2}, \quad \varepsilon_{\text{эфф}} = \frac{4\pi i \sigma_0}{\omega}. \quad (35)$$

$\mu_{\text{эфф}} = \mu' - i\mu''$  согласно (30), (33) и (35) определяется следующим образом:

$$\kappa\mu_{\text{эфф}} = \kappa(\mu' + i\mu'') = \left[ \frac{\sqrt{N+1-2i+\xi}}{N-i-\xi \sqrt{N+1-2i}} \right]^2, \quad (36)$$

где  $N = \kappa^{-1}(\eta - \omega'^2 - \kappa)$ .

Если  $\xi = 0$  ( $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$  на границе), то

$$\kappa\mu_{\text{эфф}} = \frac{N+1-2i}{(N-i)^2}. \quad (37)$$

Если  $\xi = \infty$  ( $m = 0$  на границе), то

$$\kappa\mu_{\text{эфф}} = \frac{1}{N+1-2i}. \quad (38)$$

Выражения (37), (38) совпадают с результатами Радо и Уиртмана<sup>32</sup>. Связь между  $\mu'$  и  $\mu''$  при различных значениях  $\xi$  изображена на рис. 2. Экспериментальные точки взяты из работы<sup>32</sup>. Как видно из рисунка, результаты эксперимента можно описать, считая, что  $\xi$  меняется в зависи-

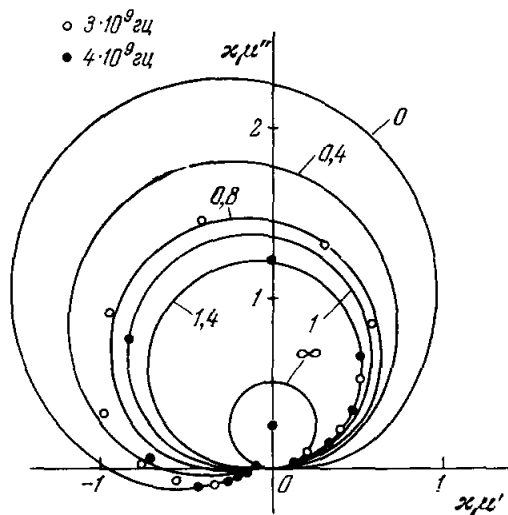


Рис. 2.

мости от величины внешнего магнитного поля и частоты в пределах 0,4—1,0. Заметим, что  $\xi \sim 1$  означает, что обменное взаимодействие на границе и поверхностная анизотропия играют одинаковую роль.

Сдвиг и уширение резонанса, как это следует из формул (36)—(38), имеют одинаковый порядок величины вне зависимости от поведения моментов на границе:

$$\frac{\Delta H}{H} \simeq \frac{4\pi M_s}{H} \frac{d}{\delta}. \quad (39)$$

Если пренебречь пространственной дисперсией, то согласно формуле (24) импеданс при отсутствии диссипации обращается в бесконечность на резонансной частоте. Учет пространственной дисперсии делает импеданс конечным при всех частотах. Это оправдывает пренебрежение диссипативными членами в уравнении (16), если

$$\lambda \ll 4\pi\gamma M_s \frac{d}{\delta}.$$

При разумных значениях величин  $4\pi\gamma M_s \frac{d}{\delta} \sim 10^8 \text{ сек}^{-1}$ . Форма линии ФМР в условиях нормального скин-эффекта при учете пространственной дисперсии магнитной восприимчивости вычислена в работе<sup>25</sup>.

### § 3. ПРЕДЕЛЬНЫЙ АНОМАЛЬНЫЙ СКИН-ЭФФЕКТ

Фактическое вычисление импеданса ферромагнитного металла в условиях аномального скин-эффекта представляет собой весьма трудную задачу, ввиду нелокальной связи между током и полем. При произвольном характере отражения электронов от границы металла поверхностный импеданс выражается довольно сложным образом через ядро интегрального соотношения, связывающего фурье-компоненты плотности тока и поля. В столь общей постановке задачи поверхностный импеданс может быть вычислен в ряде предельных случаев<sup>33, 34</sup> либо исследован численными методами<sup>35</sup>. Однако использование выражений для диэлектрической и магнитной проницаемостей безграничного металла, как уже говорилось, не вносит существенной ошибки в величину поверхностного импеданса, но существенно облегчает расчет.

Запишем выражение для диэлектрической проницаемости согласно формуле (8) следующим образом:

$$\varepsilon(\omega, x) = \frac{3\pi i}{4} \frac{\omega_L^2 c}{\omega^2 v_0 x} = i \frac{x_0}{x}, \quad x_0 = \frac{3\pi}{4} \frac{\omega_L^2 c}{\omega^2 v_0}. \quad (40)$$

$v_0 = \frac{p_0}{m}$  — фермиевская скорость, а  $x = \frac{ck}{\omega}$ .

Пусть магнитное поле перпендикулярно к поверхности металла. Для волны, распространяющейся вдоль магнитного поля, магнитная проницаемость согласно (18) имеет вид

$$\mu(\omega, x) = \frac{\gamma H + \omega_M - \omega - i\lambda + (k_0 d)^2 \omega_M x^2}{\gamma H - \omega - i\lambda + (k_0 d)^2 \omega_M x^2}, \quad (41)$$

где  $k_0 = \omega/c$ , а  $\omega_M = 4\pi M_s$ .

Используя формулу (22), находим в случае  $m = 0$  на границе

$$\zeta = \frac{2}{\pi i} \int_0^\infty \frac{\gamma H + \omega_M - \omega - i\lambda + (k_0 d)^2 \omega_M x^2}{\omega_M (k_0 d)^2 x^5 + (\gamma H - \omega - i\lambda) x^3 - i x_0 \omega_M} x dx. \quad (42)$$

Вдали от частоты резонанса  $\omega_p = \gamma H$  можно пренебречь пространственной дисперсией, положив  $d = 0$ . Магнитную проницаемость в этом случае удобно записать в форме  $\mu = |\mu| e^{i\vartheta}$ , где

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\lambda \omega_M}{(\gamma B - \omega)(\gamma H - \omega)} \quad (0 < \vartheta < \pi). \quad (43)$$

Импеданс  $\zeta_p$  оказывается в этом случае равным<sup>33</sup>

$$\zeta_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{3\pi^2} \frac{\omega^2 l}{\sigma_0 c} \right)^{1/2} |\mu|^{2/3} e^{\frac{i}{3}(2\vartheta - \pi)}. \quad (44)$$

Таким образом, в случае аномального скин-эффекта особенность поверхностного импеданса имеет порядок  $|\omega_p - \omega|^{-2/3}$ , в отличие от  $|\omega_p - \omega|^{-1/2}$  при нормальном скин-эффекте.

Учет пространственной дисперсии приводит к конечным значениям импеданса даже при пренебрежении диссипативными механизмами. Ферромагнитный резонанс при этом проявляется в существовании экстремума на кривой зависимости  $\operatorname{Re} \zeta$  от частоты или внешнего магнитного поля. Обменные эффекты обуславливают также сдвиг резонансной частоты и уширение линии, одинаковые по порядку величины. Рассматривая  $\gamma H - \omega$  вблизи резонанса как малый параметр, найдем

$$\Delta H \sim \left( \frac{\sigma_0^2}{l^2} d^6 \frac{\omega^2}{c^4} \right)^{1/5} 4\pi M_s. \quad (45)$$

Импеданс при  $\frac{\partial m}{\partial n} = 0$  на границе отличается от выражения (45) численным множителем порядка единицы.

Случай магнитного поля, параллельного поверхности, рассмотрен в работе<sup>34</sup>.

Точная форма резонансной кривой может быть исследована лишь численно. Отметим в связи с этим работу Херста и Пранга<sup>35</sup>, в которой вычислены кривые ФМР для ряда металлов, исходя из предположения о диффузном характере отражения электронов от границы и условия  $\frac{\partial m}{\partial n} \big|_{z=0} = 0$ . Рассчитанные ими кривые зависимости  $\operatorname{Re} \zeta$  от внешнего

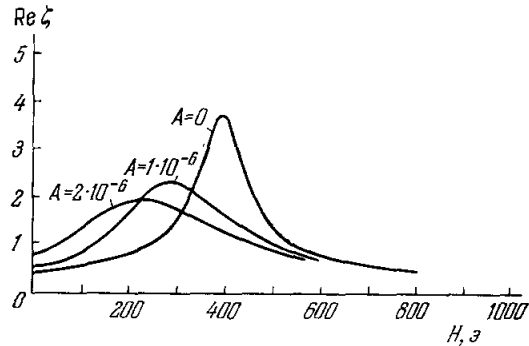


Рис. 3.

поля  $H_e$  для никеля при ориентации поля параллельно поверхности металла и частоте 5 Мгц приведены на рис. 3 ( $A = \frac{1}{2} \alpha M_s^2$ ). Форма линии, как отмечается в работе, определяется, вообще говоря, тремя параметрами — эффективной массой электронов, обменной константой и величиной анизотропии. Поэтому сравнение рассчитанных кривых с экспериментальными представляется затруднительным.

#### § 4. ФЕРРОМАГНИТНЫЙ МЕТАЛЛ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ. СЛАБАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ

До сих пор мы пренебрегали влиянием магнитного поля на движение электронов проводимости. Переменное поле при этом практически не проникает в металл и взаимодействие спиновых волн с электромагнитным полем происходит лишь в узком слое шириной  $\delta$ . Эта ситуация может не иметь места, если металл помещен в сильное магнитное поле, при котором циклотронный радиус становится меньше длины свободного пробега:

$$r < l. \quad (46)$$

Сравнительно недавно выяснилось, что в этих условиях в металле могут распространяться слаботухающие электромагнитные волны. Во многих металлах были обнаружены спиральные волны; в висмуте, обладающем равными концентрациями электронов и дырок, наблюдались магнитогидродинамические волны. Существование слаботухающих электромагнитных волн приводит к положительным значениям эффективной диэлектрической проницаемости и обуславливает ряд резонансных эффектов. Теория электромагнитных волн в металлах в магнитном поле исследовалась многими авторами (см. обзор<sup>9</sup>; там же даны указания на экспериментальные работы).

Рассмотрение ферромагнитного металла в сильном магнитном поле в условиях (46) обнаруживает большую аналогию с теорией электромагнитных свойств ферродиелектриков. В области частот, в которой положительна эффективная магнитная проницаемость, ферромагнитный проводник обладает селективной прозрачностью и проявляет резонансные свойства, аналогичные наблюдавшимся в диэлектриках. В результате сильного взаимодействия между колебаниями магнитного момента и слаботухающими волнами видоизменяется общая картина распространения электромагнитных волн в металле.

Как уже говорилось выше, параметром, характеризующим пространственную дисперсию электронов в магнитном поле, является величина  $kR$ . При  $kR \ll 1$  в металле могут распространяться спиральные и магнитогидродинамические волны. Связь между спиновыми и электромагнитными волнами при  $kR \ll 1$  изучалась Штерном и Кэлленом<sup>36</sup> и Бланком<sup>37</sup>.

Рассмотрим безграничный ферромагнитный металл ( $N_1 \neq N_2$ ) в условиях распространения спиральных волн.

В сильном магнитном поле диссипативные элементы тензора проводимости пропорциональны  $1/H^2$ , а холловские —  $1/H$ , если число «дырок» не равно числу электронов. Таким образом, металл в рассматриваемых условиях характеризуется холловской проводимостью и магнитной проницаемостью (18) и (19). Для простоты изложения мы не будем учитывать пространственную дисперсию магнитной проницаемости. Учет пространственной дисперсии магнитной проницаемости несущественно изменит общую дисперсионную картину. Ниже (см. § 5) мы обсудим ряд эффектов, обязанных учету обменного взаимодействия.

Из уравнений Максвелла нетрудно получить дисперсионное уравнение связанных спиновой и спиральной волн:

$$k_{\pm}^2 = \frac{4\pi\omega\sigma_H}{c^2} [\omega_r (\omega_r \cos^2 \varphi + \omega_a \sin^2 \varphi) - \omega^2]^{-1} \times \\ \times \{\omega_M \pm (\omega_r \omega_a - \omega^2)^{1/2} [\omega_a (\omega_r \cos^2 \varphi + \omega_a \sin^2 \varphi - \omega^2)^{1/2} |\cos \varphi|^{-1}]\}, \quad (47)$$

где  $\omega_2 = \gamma H$ ,  $\omega_a = \gamma B$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_s$ ,  $\varphi$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{H}$ .

Из выражения (47) непосредственно следует, что при  $\sigma_H > 0$  при всех частотах  $k_{\pm}^2 < 0$ .

Зависимость  $k_{\pm}^2$  от  $\omega$  представлена схематически на рис. 4. Пунктирными линиями обозначены зависимости  $k^2$  от  $\omega$  для спиральной и спиновой волн при пренебрежении их взаимодействием. Спиновая волна в рассматриваемом приближении имеет вид  $\omega = \omega'_r$ , где  $\omega'_r = [\omega_r (\omega_r \cos^2 \varphi + \omega_a \sin^2 \varphi)]^{1/2}$ . Параметром связи спиновой и спиральной волн является отношение  $M_s/H$ , которое, вообще говоря, не мало.

Уравнение (47) несправедливо при  $\varphi = \pi/2$ . Это направление является исключительным, поскольку при  $\varphi = \pi/2$  спиральные волны обладают сильным затуханием<sup>38</sup>. Затухание спиральных волн мало, если  $\cos \varphi > r/l$ .

При  $\varphi = 0$  спектр волны принимает более простой вид:

$$k_{\pm}^2 = \frac{4\pi\sigma_H\omega}{c^2} \frac{\omega_a - \omega}{\omega_r - \omega}. \quad (48)$$

При малых и больших частотах спектр приближается к спектру спиральной волны.

Условие  $kR \ll 1$  накладывает ограничение на близость к точке резонанса ( $\omega = \omega'_r$ ). Используя формулу (47), получим

$$\frac{\omega'_r - \omega}{\omega'_r} \gg 4\pi\sigma_H \frac{v_0^2}{c^2} \frac{\omega_M}{\omega_H^2}. \quad (49)$$

В общем случае распространения волн под произвольным углом к направлению магнитного поля поперечная относительно  $\mathbf{k}$  часть поля связанной волны (47) эллиптически поляризована. Введем систему координат  $x, y, z$ . Направим ось  $z$  вдоль  $\mathbf{k}$ , а ось  $x$  перпендикулярно к векторам  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{H}$ . Коэффициент эллиптичности определяется отношением

$$\frac{e_x}{e_y} = i \left| \frac{\omega_r \omega_a - \omega^2}{\omega_a (\omega_r \cos^2 \varphi + \omega_a \sin^2 \varphi) - \omega^2} \right|^{1/2} = \beta. \quad (50)$$

При  $\varphi = 0$  волна становится циркулярно поляризованной. При  $\varphi \neq 0$  в сравнительно узком интервале частот  $\omega_a \omega_r (\cos^2 \varphi + \frac{\omega_a}{\omega_r} \sin^2 \varphi) \gg \omega^2 \gg \omega_a \omega_r$  волна оказывается плоскополяризованной.

Перейдя к эллиптически поляризованным волнам  $e_{\pm} = e_x \pm \beta e_y$ , после исключения переменного магнитного поля запишем систему уравнений Максвелла в виде

$$\frac{\partial^2 e_{\pm}}{\partial z^2} + \frac{4\pi\omega}{c^2} (\tilde{\mu}_{x\eta} \pm \sqrt{\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{\eta\eta}}) \tilde{\sigma}_{x\eta} e_{\pm} = 0. \quad (51)$$

Здесь

$$\tilde{\sigma}_{x\eta} = \sigma_H |\cos \varphi|^{-1}, \quad \tilde{\mu}_{x\eta} = \text{Im } \tilde{\mu}_{x\eta}.$$

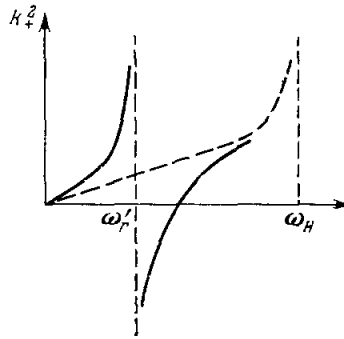


Рис. 4.

Тензор  $\tilde{\mu}_{\alpha\beta}$  имеет вид

$$\tilde{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{\omega_r^2 - \omega^2} \begin{pmatrix} \omega_a (\omega_r \cos^2 \varphi + \omega_a \sin^2 \varphi) - \omega^2 & i\omega_M \cos \varphi \\ -i\omega_M \cos \varphi & \omega_r \omega_a - \omega^2 \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Введем поверхностный импеданс для эллиптически поляризованных волн с помощью формул

$$e_{\pm}(0) = Z_{\pm} J_{\pm} + Z' J_{\mp}, \quad J_{\pm} = J_x \pm \beta J_y, \quad (53)$$

где  $J$  — полный ток в объеме металла. Элементы этого импеданса связаны с элементами тензора  $Z_{\alpha\beta}$  следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\pm} &= \frac{1}{2} (Z_{xx} + Z_{yy}) \pm \frac{1 - \beta^2}{2\beta} Z_{xy}, \\ Z' &= \frac{1}{2} (Z_{xx} - Z_{yy}) - \frac{1 + \beta^2}{2\beta} Z_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Выражая с помощью уравнений Максвелла электрическое поле на границе через полный ток в объеме металла и используя дисперсионное уравнение связанных волн, после несложных вычислений получим

$$Z_+ = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\pi\omega}{\sigma_{xy}}} (\tilde{\mu}_{xx} + \tilde{\mu}_{yy}) \frac{[(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2} + \tilde{\mu}_{xy}']^{1/2}}{(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2}}, \quad (55)$$

$$Z_- = -\frac{i}{c} \sqrt{\frac{\pi\omega}{\sigma_{xy}}} (\tilde{\mu}_{xx} + \tilde{\mu}_{yy}) \frac{[(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2} - \tilde{\mu}_{xy}']^{1/2}}{(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2}}, \quad (56)$$

$$Z' = \frac{i}{c} \sqrt{\frac{\pi\omega}{\sigma_{xy}}} (\tilde{\mu}_{xx} - \tilde{\mu}_{yy}) \frac{[(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2} - \tilde{\mu}_{xy}']^{1/2}}{(\tilde{\mu}_{xx}\tilde{\mu}_{yy})^{1/2}}. \quad (57)$$

Таким образом, элемент  $Z_+$  импеданса в используемом приближении в диапазоне существования слабозатухающей волны (47) является вещественным, что обусловлено проникновением волны с поляризацией «плюс» вглубь металла. Элемент  $Z_-$  — мнимый; это соответствует отражению волны с поляризацией «минус» от поверхности ферромагнетика.

Зависимость поверхностного импеданса от частоты, величины магнитного поля и угла  $\varphi$  в общем случае довольно сложна. В наиболее простом случае продольного распространения

$$Z_+ = \frac{4\pi}{\omega_L c} \sqrt{\omega\omega_H} \sqrt{\frac{\omega_a - \omega}{\omega_r - \omega}}, \quad (58)$$

$$Z_- = -i \frac{4\pi}{\omega_L c} \sqrt{\omega\omega_H} \sqrt{\frac{\omega_a + \omega}{\omega_r + \omega}}. \quad (59)$$

Недавно Граймс<sup>12</sup> сообщил о проведенном им эксперименте на никелевой пленке, в которой наблюдались стоячие электромагнитные волны. Не вдаваясь в детали расчета возбуждения связанной волны в резонаторе, обсудим эксперимент Граймса.

При возбуждении в пленке стоячей волны волновой вектор принимает дискретные значения и в зависимости от способа возбуждения волны оказывается равным  $n\pi/d$  или  $(n + \frac{1}{2})\pi/d$ , где  $d$  — толщина пленки (соответственно тому, узел или пучность электрического поля имеют место на поверхности пленки).

Таким образом, значения  $k$  фиксированы. Если, кроме того, фиксирована частота, то при определенном значении внешнего магнитного поля  $H_e$  должно наблюдаться резонансное возбуждение волны в пленке. В эксперименте Граймса возбуждение стоячей волны осуществлялось при



нескольких частотах. Это позволило получить зависимость резонансной частоты от магнитного поля. Электромагнитная волна распространялась параллельно направлению магнитного поля, которое в свою очередь было перпендикулярно к поверхности металла. Зависимость  $\omega$  от резонансных значений внешнего магнитного поля  $H_e$  в области  $H_e > 8$  кэ представляет собой прямую, экстраполяция которой приводит к пересечению с осью  $H_e$  в точке  $H_M = 6,5 \pm 0,2$  кэ. Это значение поля согласно <sup>39</sup> соответствует в пределах экспериментальной ошибки величине магнитного момента насыщения никеля ( $H_M = 4\pi M_s$ ). В эксперименте <sup>12</sup> имело место возбуждение первой гармоники, т. е.  $k = \pi/d$ .

Рассмотрим дисперсионное уравнение связанной спин-спиральной волны (48). В геометрии эксперимента <sup>12</sup>  $H + 4\pi M_s = H_e$ , где  $H$  — поле внутри пленки. Отсюда  $H = H_e - 4\pi M_s$  и, следовательно,  $B = H_e$ . Уравнение (48) примет, таким образом, следующий вид:

$$\gamma H_e (k\delta)^2 = \omega \frac{\gamma H_e - \omega}{\gamma (H_e - 4\pi M_s) - \omega}. \quad (60)$$

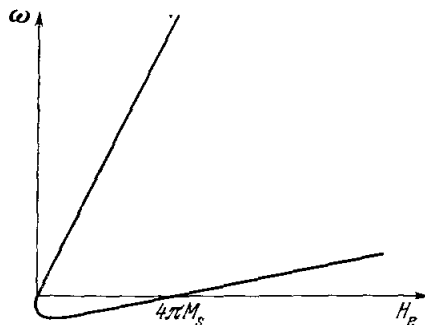


Рис. 5.

Кривая  $\omega = \omega(H_e)$ , соответствующая уравнению (60), представляет собой гиперболу, проходящую через точки  $\omega = 0$ ,  $H_e = 0$  и  $\omega = 0$ ,  $H_e = 4\pi M_s$ , асимптотами которой являются прямые  $\omega = \gamma (H_e - H_0) + \omega_0$  и  $\omega = \gamma k^2 \delta^2 (H_e - H_0)$ , где  $H_0 = -\frac{8\pi M_s (k\delta)^2}{[1 - (k\delta)^2]^2}$ ,  $\omega_0 = -\frac{\omega_M (k\delta)^2 (1 + (k\delta)^2)}{[1 - (k\delta)^2]^2}$  (рис. 5). Физический смысл имеют лишь достаточно близкие к асимптотам участки гиперболы, поскольку величина магнитного поля ограничена снизу условием  $r < l$ . При  $l \sim 10^{-2}$  см отсюда следует  $H > 10^3$  э.

Верхняя ветвь гиперболы соответствует возбуждению однородного ФМР, в то время как нижняя представляет собой спиральную ветвь связанной волны и соответствует возбуждению неоднородных колебаний.

Решения уравнения (60) относительно частоты имеют вид

$$2\omega_{\pm} = \gamma H \left[ 1 + k^2 \delta^2 \pm \sqrt{(1 - k^2 \delta^2)^2 + \frac{16\pi M_s}{H} k^2 \delta^2} \right]. \quad (61)$$

Считая  $k\delta < 1$ , что, по-видимому, имело место в эксперименте <sup>12</sup>, получим:

для верхней ветви

$$\omega_+ = \gamma H \left( 1 + \frac{4\pi M_s}{H} k^2 \delta^2 \right) \quad (62)$$

и для нижней ветви

$$\omega_- = \gamma H k^2 \delta^2 \left( 1 - \frac{4\pi M_s}{H} \right). \quad (63)$$

Как видно из выражения (63), спиральная ветвь пересекает ось  $H_e$  в точке  $H_M = 4\pi M_s$ .

Если диссипация мала, должна наблюдаться система резонансных частот, изображенных на рис. 6. Если  $r/l < 1$ , это возможно для нескольких гармоник  $\left( 2n + 1 \gg \frac{r}{l} n^2 \right.$  или  $n < 2 \frac{l}{r} \left. \right)$ . Затухание, связанное с релак-

сацией магнитного момента, всегда значительно меньше затухания, обусловленного рассеянием электронов.

Возможность распространения в металле спиральной волны, как известно, связана с характером электронных траекторий на поверхности Ферми<sup>38</sup>. Результаты теоретического и экспериментального исследования электронного спектра никеля<sup>40</sup> позволяют считать, что при произвольной ориентации магнитного поля большая часть электронных траекторий — замкнутые кривые. Компенсация электронного и «дырочного» объемов в никеле не имеет места. Эти заключения находятся в согласии с наблюдением спиральной волны. Следует отметить, что в сравнительно узком интервале углов порядка нескольких градусов вблизи направлений  $\langle 111 \rangle$  в никеле существуют открытые траектории. Это должно привести к исчезновению спин-спиральной волны при соответствующей ориентации магнитного поля.

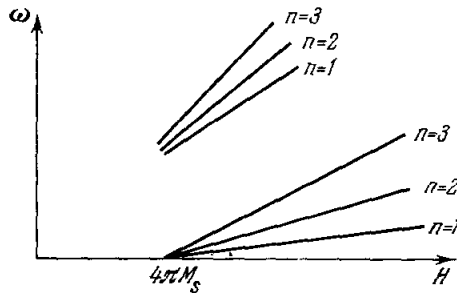


Рис. 6.

Связь спиральных волн с колебаниями магнитного момента проявляется также в сдвиге частоты (62) и уширении  $\Delta\omega$  линии ФМР:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_M + \omega_M (k\delta)^2 \frac{r}{l}, \quad (64)$$

где  $\Delta\omega_M$  — собственная ширина линии ферромагнитного резонанса. Как видно из формул (62) и (64),

сдвиг резонансной частоты в  $l/r$  раз превышает затухание, обусловленное рассеянием электронов проводимости.

В экспериментах Родбелла<sup>5</sup> наблюдался ферромагнитный резонанс на Ni, причем ширина линии  $\Delta H$  была порядка 50 э. В эксперименте<sup>6</sup> имела место ширина линии ФМР порядка 40 э. Наблюдение сдвига резонансной частоты (62) возможно, если толщина пленки порядка или менее  $\delta (4\pi M_s / \Delta H)^{1/2}$ , т. е. на пленках  $\lesssim 10^{-4}$  см.

Обнаружение связанной спин-спиральной волны делает актуальным рассмотрение связи спиновых волн с другими электромагнитными возбуждениями в металлах<sup>37, 41</sup>. В металлах с равными концентрациями электронов и «дырок» ( $N_1 = N_2 = N$ ), как уже говорилось выше, могут распространяться магнитогидродинамические волны<sup>9</sup>. Характер их распространения различен в зависимости от соотношения между частотой волны и «доплеровским уширением»  $k_H v_0$ , где  $k_H$  — проекция волнового вектора  $k$  на магнитное поле  $H$ . Если

$$v \ll k_H v_0 \ll \omega \ll \omega_H, \quad (65)$$

то, используя асимптотику тензора проводимости (11) и обычное выражение для магнитной проницаемости, получим следующее дисперсионное уравнение связанных спиновой и магнитогидродинамических волн ( $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$ ):

$$k_{\pm}^2 = \frac{\omega^2}{v_a^2} \frac{\cos^2 \varphi}{\omega_r'^2 - \omega^2} \{ (\omega_a^2 - \omega_r^2) \sin^2 \varphi + 2(\omega_r \omega_a - \omega^2) \cos^2 \varphi \pm \pm [(\omega_a^2 - \omega^2)^2 \sin^4 \varphi + 4(\omega_M \omega)^2 \cos^4 \varphi]^{1/2} \}, \quad (66)$$

где  $v_a = H/[4\pi N(m_1 + |m_2|)]^{1/2}$  — альфвеновская скорость,  $m_2$  — «дырочная» масса.

Параметром связи волн является по-прежнему отношение  $4\pi M_s/H$ . Однако, в то время как в случае спиральной волны имело место распространение лишь одной волны (отвечающей знаку «плюс» в уравнении (47)), в металле с равными концентрациями двух групп носителей при условии (65) оказывается возможным распространение обеих волн. При пренебрежении взаимодействием волн, соответствующая знаку «минус» в выражении (66), переходит в альфвеновскую, а знаку «плюс» — в быструю (согласно (65)  $\frac{\omega}{k} > v_0$ ) магнитозвуковую. Как показывают вычисления, спектр связанной быстрой волны аналогичен спектру связанной спиральной, изображенному на рис. 4. У альфвеновской волны зависимость волнового вектора от частоты имеет нерезонансный характер. Эта зависимость изображена на рис. 7.

При  $\varphi = 0$  выражение (66) упрощается:

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{v_a} \sqrt{\frac{\omega_a \mp \omega}{\omega_r \pm \omega}}. \quad (67)$$

Связанные магнитогидродинамические волны в общем случае ( $\varphi \neq 0$ ) обладают эллиптической поляризацией. При  $\varphi = 0$  поле поляризовано циркулярно, причем вектор электрического поля в  $\pm$  волнах вращается в противоположных направлениях. В узком интервале углов  $\varphi$ , близких к  $\pi/2$ , характер распространения волн существенно изменяется.

В частном случае  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  асимптотика тензора  $\sigma_{ik}$  имеет вид (в системе  $x, \eta, \xi$ )

$$\sigma_{ik} = \sigma_H \begin{pmatrix} -i\omega\omega_H^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & i\omega_H\omega^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & -i\omega\omega_H^{-1} \end{pmatrix}. \quad (68)$$

При этом быстрая магнитозвуковая волна распространяется как в обычном металле<sup>9</sup>, не взаимодействуя с колебаниями магнитного момента. Волна, отвечающая выбору знака «минус» в решении дисперсионного уравнения, не является в этом случае аналогом альфвеновской волны и имеет следующий спектр:

$$k_{-}^2 = \frac{\omega_L^2}{c^2} \frac{\omega_a^2 - \omega^2}{\omega^2 - \omega_a\omega_r}. \quad (69)$$

Волновой вектор веществен в сравнительно узком интервале частот  $\omega_r < \omega < (\omega_a\omega_r)^{1/2}$ . Поперечная часть электрического поля в этой волне параллельна  $\mathbf{H}$ .

Условие существования рассмотренных связанных волн  $k_H v_0 \ll \omega$  или  $H \gg (4\pi N m)^{1/2} v_0$  в обычных металлах может выполняться лишь в полях порядка  $10^6$  э. В металлах с малой концентрацией носителей это условие является вполне реальным.

Рассмотрим распространение связанных магнитогидродинамических волн в металлах с  $N_1 = N_2$  в условиях сильной пространственной дисперсии при выполнении неравенства

$$v \ll \omega \ll k_H v_0 \ll \omega_H, \quad (70)$$

которое может иметь место в не слишком больших полях, удовлетворяющих условию

$$v_a \ll v_0. \quad (71)$$

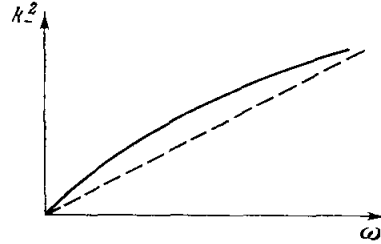


Рис. 7.

Как можно показать <sup>42</sup>, при выполнении неравенств (71) тензор  $\sigma_{ik}$  оказывается диагональным, причем при  $\varphi \neq 0$

$$|\sigma_{yy}| \ll |\sigma_{zz}|.$$

Вследствие этого  $z$ -компонента электрического поля в связанной волне пренебрежимо мала. Полагая  $e_z$  равным нулю, из уравнений Максвелла получим дисперсионное уравнение связанной волны

$$k_-^2 = \frac{\omega^2}{v_a^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_r \omega_a} \cos^2 \varphi \quad \left( \text{при } \varphi \neq \frac{\pi}{2} \right). \quad (72)$$

Медленная магнитозвуковая волна в рассматриваемом случае во всем интервале изменения частоты обладает мнимым волновым вектором.

При  $\varphi = 0$  пространственная дисперсия проводимости не играет роли и обе волны становятся слабозатухающими. Спектр их совпадает со спектром, определяемым выражением (67).

При выводе приведенных в настоящем параграфе формул использовалась изотропная зависимость энергии электрона от импульса. Обобщение на произвольный спектр носителей в большинстве случаев не является существенным и содержится в работе <sup>37</sup>. Однако при выполнении неравенства (70) характер электронного спектра оказывается существенным в связи с доминирующей ролью бесстолкновительного затухания. Как показано Канером и Скобовым <sup>43, 9</sup>, слабозатухающие волны в металле в случае произвольной поверхности Ферми в условиях (70) могут распространяться лишь в том случае, если магнитное поле параллельно оси симметрии кристалла. В этом случае бесстолкновительное затухание (механизм Ландау) отсутствует. В случае произвольной ориентации магнитного поля по отношению к осям симметрии бесстолкновительное затухание оказывается значительным, в результате чего дисперсионное уравнение не имеет вещественных решений. Исключение представляет электромагнитная волна, линейно поляризованная вдоль  $\mathbf{H}$  (подробнее см. <sup>43</sup>). Дисперсионное уравнение этой волны в ферромагнитном металле принимает вид (при  $\varphi \neq 0$ )

$$\frac{\hbar k^2}{2M} = \omega \left( \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_r^2} \right)^{1/2} |\sin 2\varphi|^{-1}, \quad (73)$$

$$M = \frac{\hbar}{c} |4\pi e^2 v(\varepsilon_F)|^{1/2},$$

где  $v(\varepsilon_F)$  — плотность электронных состояний на границе Ферми.

Как показывают оценки, приведенные в <sup>43</sup>, волна (73) может существовать в магнитных полях, величина которых ограничена неравенством

$$\frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{v_0}{v_a} \right)^3 \gg 1. \quad (74)$$

Для хороших металлов  $N \sim 10^{22}$  и это условие означает  $H \ll 10^3 \omega^{1/4}$ . Подчеркнем, что эта волна обязана своим существованием анизотропии поверхности Ферми. При  $\varphi = 0$  волна отсутствует. Как видно из (73), волновой вектор веществен во всей допустимой области частот, за исключением интервала  $\omega_r < \omega < \omega_a$ . Импеданс волны с поляризацией равен

$$Z_{\eta\eta} = \frac{4\pi}{c^2} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2M} |\sin 2\varphi|} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_a \omega_r}}. \quad (75)$$

Связанные магнитогидродинамические и спиновые волны, вероятно, могут быть обнаружены в достаточно чистом железе при низких температурах, поскольку в железе имеют место равные концентрации электронов и «дырок» <sup>40</sup>.

### § 5. ФЕРРОМАГНИТНЫЙ МЕТАЛЛ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ. СИЛЬНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ <sup>44, 45, 25</sup>

Рассмотрим распространение электромагнитной волны в ферромагнитном металле в условиях пространственной дисперсии, когда выполнено условие

$$kR \gg 1. \quad (76)$$

Наиболее интересной с физической точки зрения оказывается в этом случае геометрия, при которой магнитное поле перпендикулярно к направлению распространения волны. Это обстоятельство связано с возможностью распространения при указанной ориентации поля слабозатухающих волн, в то время как в случае магнитного поля, параллельного волновому вектору, коэффициенты дисперсионного уравнения оказываются комплексными и результаты, по существу, аналогичны тем, которые имеют место в отсутствие магнитного поля.

Направим ось  $O_x$  вдоль  $\mathbf{k}$ , ось  $O_z$ , по-прежнему, выбрана по направлению магнитного поля  $\mathbf{H}$ . Тензор  $\sigma_{ik}$  в этом случае диагонален и определяется формулой (13). Благодаря диагональности тензора  $\sigma_{ik}$  дисперсионные уравнения необыкновенной и обыкновенной волн разделяются:

$$k^2 = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \sigma_{xx}(\omega, \mathbf{k}), \quad (77)$$

$$k^2 = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\det \hat{\mu}}{\mu_{yy}} \sigma_{zz}(\omega, \mathbf{k}). \quad (78)$$

Необыкновенная волна (77), магнитное поле в которой параллельно постоянному полю, не взаимодействует с колебаниями магнитного момента. В обыкновенной волне компоненты поля  $e_x$ ,  $e_y$  равны нулю.

Используя (13) и выражение для магнитной восприимчивости (18), (19), запишем дисперсионное уравнение обыкновенной волны в форме

$$k^3 = -\pi \frac{\omega_L^2}{c^2 v_0} \omega \frac{\omega_a^2 + \omega_2 \alpha k^2 - \omega^2}{\omega_r^2 + \omega_1 \alpha k^2 - \omega^2} \operatorname{ctg} \pi \frac{\omega}{\omega_H}. \quad (79)$$

Здесь  $\omega_2 = \gamma (HB)^{1/2}$ ,  $\omega_a = \gamma B$ ;  $\omega_1 = \gamma (H + B)$  и  $\omega_2 = 2\gamma B$ .

Поскольку «обменные» слагаемые существенны лишь в непосредственной окрестности резонанса, при качественном исследовании спектра (79) ими можно пренебречь. При этом спектр существенно зависит от соотношения между величинами  $\omega_r$ ,  $\omega_a$  и  $\omega_H$ . Спектральная зависимость для ряда случаев, в которых частоты  $\omega_r$ ,  $\omega_a$  и  $\omega_H$  являются величинами одного порядка, схематически представлена на рис. 8. Слабозатухающие волны, очевидно, могут существовать вблизи частоты ферромагнитного резонанса  $\omega_r$ , антирезонанса  $\omega_a$  и вблизи циклотронных частот  $n\omega_H$ . Последний случай рассматривался Канером и Скобовым <sup>9</sup> для обычного металла.

Вблизи частоты  $\omega_r$  волновой вектор в формуле (79) обращается в бесконечность, что соответствует спин-волновому резонансу. При этом возбуждаются спиновые волны с известным законом дисперсии

$$\omega = \omega_r + \alpha \frac{\omega_1}{2\omega_r} k^2. \quad (80)$$

Когда «расстройка» резонанса велика по сравнению с обменным слагаемым,  $|\omega_r - \omega| > \alpha \frac{\omega_1}{2\omega_2} k^2$ , вблизи частоты ФМР существует электромагнитная волна с законом дисперсии

$$\omega = \omega_r + \frac{\pi}{2} \frac{\omega_L^2}{c^2 v_0 k^3} (\omega_a^2 - \omega_r^2) \operatorname{ctg} \pi \frac{\omega_r}{\omega_H}. \quad (81)$$

Условие ее существования является

$$k^5 \ll \frac{\omega_L^2}{c^2 v_0} \frac{\omega_M \omega_r}{a}.$$

Условие (76) в этом случае выполняется без труда. Как видно из выражения (81), волна обладает аномальной дисперсией.

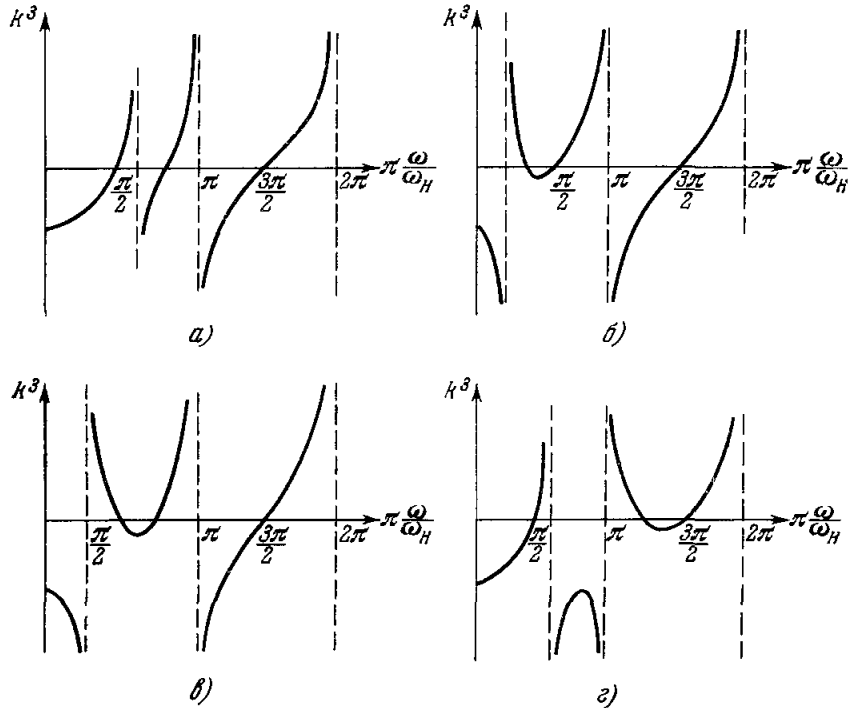


Рис. 8.

Вблизи антирезонанса при  $|\omega - \omega_a| \gg \alpha k^2$  существует волна с законом дисперсии

$$\omega = \omega_a - \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{2\omega_a} \frac{c^2 r}{\omega_L^2} k^3. \quad (82)$$

Поскольку в самой точке антирезонанса условие  $kr > 1$  нарушается, условие близости к ней имеет вид

$$\omega_a - \omega \gg \left( \frac{\delta_L}{r} \right)^2 \omega_M, \quad \left( \delta_L = \frac{c}{\omega_L} \right).$$

Эта волна также обладает аномальной дисперсией.

Наконец, вблизи циклотронной частоты при  $v \ll n\omega_H - \omega \ll \omega_H$  выражение для спектра волны принимает вид

$$k^3 = \frac{(1 - \omega/n\omega_H)^{-1}}{r\delta_L^2} \frac{\omega_a^2 - (n\omega_H)^2}{\omega_r^2 - (n\omega_H)^2}. \quad (83)$$

В связи с формулой (83) отметим возможность совпадения циклотронной частоты, либо кратной ей, с частотой ФМР при значении  $\omega_r = n\omega_H$ . Это возможно, так как циклотронная частота  $\omega_H$  определяется эффективной массой ( $\omega_H = eB/m^*c$ ). Совпадение частот будет иметь место при

определенных значениях поля, равных

$$H_n = \frac{4\pi M_s}{\left(\frac{m^*}{2m}\right)^2 n^2 - 1}. \quad (84)$$

Как видно отсюда, для совпадения частот необходимо, чтобы выполнялось условие  $2m < gm^*$ . Спектр слабозатухающей волны (при  $H = H_n$ ) запишется в виде

$$\omega = \omega_r - \left(\frac{\omega_a \omega_M}{k^2 r \delta_L^2}\right)^{1/2}. \quad (85)$$

Перейдем к вычислению поверхностного импеданса. В пренебрежении обменными эффектами магнитная проницаемость имеет вид

$$\mu(\omega) = \frac{(\omega_a^2 - \omega^2)(\omega_r^2 - \omega^2) + 2i\lambda\omega\omega_a\omega_M}{(\omega_r - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2}. \quad (86)$$

Как и раньше, запишем (86) в форме

$$\mu = |\mu| e^{i\vartheta}, \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{2\lambda\omega\omega_a\omega_M}{(\omega_a^2 - \omega^2)(\omega_r^2 - \omega^2)} \quad (0 < \vartheta < \pi). \quad (87)$$

Полагая для простоты  $\omega \ll \omega_H$ , представим  $\varepsilon(\omega, x)$  в виде

$$\varepsilon(\omega, x) = -\frac{\omega_L^2 c}{\omega^2 r} \frac{(\omega^2 + v^2)^{-1/2}}{x} e^{-i\varphi}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{v}{\omega} \quad (0 < \varphi < \pi/2). \quad (88)$$

Используя выражения (87) и (88), найдем с помощью (22)

$$\zeta_p = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{\omega}{c} |\mu|^{2/3} \left(\frac{v_0 c^2 (\omega^2 + v^2)^{1/2}}{\omega_L^2 \omega_H \omega}\right)^{1/3} \exp \left\{ i \left( \frac{2}{3} \vartheta + \frac{\varphi}{3} - \frac{\pi}{2} \right) \right\}. \quad (89)$$

Вне области существования слабозатухающих волн при пренебрежении диссипацией ( $v = \lambda = 0$ ) импеданс (89) оказывается мнимым, что соответствует полному отражению внешней электромагнитной волны. Заметим, что в предельном случае  $\lambda \ll \omega \ll v$  выражение (89) может быть получено из выражения для поверхностного импеданса металла в условиях аномального скин-эффекта в отсутствие магнитного поля<sup>34</sup>, если ввести эффективную проводимость  $\sigma_{\text{эфф}} = \sigma_0 \omega_H \tau$ . В области слабозатухающих волн (80)–(83) импеданс становится комплексным. Как нетрудно видеть из выражения (87), в области существования слабозатухающих волн  $\vartheta = \pi$ , а  $\varphi$  можно положить равным нулю. При этом фаза в формуле (89) становится равной  $\pi/6$ .

Можно было бы ожидать, что в области существования незатухающих волн импеданс будет действительным, как, например, в случае распространения спиральных волн в металле или электромагнитных волн в диэлектрике. Комплексность импеданса в рассматриваемом случае является следствием аномальности скин-эффекта и обусловлена тем обстоятельством, что поле в металле вблизи границы представляет собой суперпозицию как затухающих, так и незатухающих волн.

Вблизи частоты циклотронного резонанса  $\omega \ll \omega_H$  при  $|\omega_H - \omega| \gg v$

$$\zeta_p = \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{n\omega_H}{c} \left(\frac{(n\omega_H)^2 - \omega_a^2}{(n\omega_H)^2 - \omega_r^2}\right)^{2/3} \left(\frac{c^2 r}{\omega_L^2} \frac{n\omega_H - \omega}{\omega_H}\right)^{1/3} (1 - i\sqrt{3}) \quad (90)$$

(при получении этой формулы для определенности предположено, что  $\omega_a, \omega_r < \omega_H$ ).

Ранее указывалось на возможность совпадения частоты ФМР с циклотронной частотой  $\omega_H$ . Наблюдение этого эффекта при изотропном энергетическом спектре требует одновременного изменения как частоты элек-

ромагнитной волны, так и величины приложенного поля  $H$ . При анизотропном спектре имеется более благоприятная возможность осуществления указанного эффекта. При анизотропной зависимости энергии электрона от импульса циклотронная частота, как известно, зависит от ориентации постоянного поля по отношению к кристаллографическим осям. При определенных направлениях поля в плоскости, параллельной поверхности металла, циклотронная частота может оказаться равной частоте ферромагнитного резонанса. При этом, как следует ожидать, должно иметь место резкое изменение формы резонансной кривой.

Как показывает расчет<sup>44</sup>, поверхностный импеданс в пренебрежении диссипацией в этом случае обладает корневой особенностью в точке резонанса ( $\xi \sim |\omega - \omega_r|^{-1/2}$ ), в отличие от особенности  $|\omega - \omega_r|^{-2/3}$ , имеющей место в условиях аномального скин-эффекта (89).

При пренебрежении пространственной дисперсией магнитной проницаемости характер поведения магнитных моментов на границе, разумеется, не играет роли, и поверхностный импеданс  $\zeta_n$ , по-прежнему, отличается от  $\zeta_p$  во всех выше рассмотренных случаях лишь множителем порядка единицы.

Рассмотрим теперь влияние пространственной дисперсии вблизи резонанса на форму резонансной кривой. Наиболее интересной с физической точки зрения оказывается область частот,

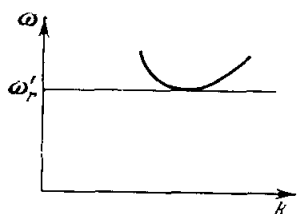


Рис. 9.

в которой  $\operatorname{ctg} \pi \frac{\omega}{\omega_H} > 0$ . Отметим прежде всего,

что в рассматриваемом случае, как показывают вычисления, обменные эффекты не дают вклада в ширину кривой, обуславливая, однако, сдвиг резонанса. В окрестности смещенной резонансной частоты учет пространственной дисперсии приводит к существенному изменению формы резонансной кривой.

Исследуем сначала поверхностный импеданс в случае  $m(0) = 0$ . Считая по-прежнему  $\omega \ll \omega_H$ , запишем дисперсионное уравнение (79) вблизи резонанса в форме

$$P(\eta) = x^5 + \eta x^3 + 1 = 0, \quad (91)$$

где мы перешли к безразмерной переменной  $x = k/q$ ,  $q^5 = \omega_L^2 / \beta c^2 r$ ,  $\beta = \alpha / 4\pi$ . Параметр  $\eta = \xi / \beta q^2$ , где  $\xi = (\omega_r - \omega) / \Omega$ , характеризует близость к резонансу. Функция  $\omega(k)$  схематически изображена на рис. 9. Как видно из рисунка, кривая  $\omega(k)$  имеет экстремум при значении  $\omega = \omega_r$ , которое является точкой окончания спектра. При частотах, больших  $\omega_r$ , в металле возбуждаются слабозатухающие волны (80) и (81), в то время как при меньших частотах поле не проникает в металл. Частоту  $\omega_r$  следует отождествить со смещенной резонансной частотой. Сдвиг резонанса может быть легко найден из условий  $P(\eta_0, x_0) = 0$  и  $P'_x(\eta_0, x_0) = 0$ . Отсюда  $x_0^5 = 3/2$ ,  $\eta_0 = -\frac{5}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{2/5} \approx -2$ , и смещенная частота оказывается равной

$$\omega_r = \omega_r - \eta_0 \Omega \beta q^2 \approx \omega_r + 2 \Omega \beta q^2. \quad (92)$$

При  $H \sim 10^4$  э,  $\theta_c \sim 10^{13}$  эрг,  $\delta_L \sim 10^{-5}$  см сдвиг резонанса имеет следующий порядок величины:

$$\frac{\omega_r - \omega_r}{\omega_r} \approx \frac{\Omega}{\omega_r} \beta q^2 \sim \left(\frac{\theta_c}{\mu_B M_s}\right)^{3/5} \left(\frac{a^3}{\delta_L^2 r}\right)^{2/5} \approx 10^{-2}. \quad (93)$$

Это соответствует сдвигу резонансного поля порядка  $10 \div 100$  э. Отметим, что ширина линии ФМР, обусловленная столкновениями электронов, мала сравнительно со сдвигом в силу малости параметра  $(kl)^{-1}$ .



Поверхностный импеданс  $\zeta_p$  запишем в виде

$$\zeta_p = \frac{2}{\pi i} \frac{\omega}{\beta c g^3} J_p(\eta), \quad J_p(\eta) = \int_0^\infty \frac{x dx}{x^5 + \eta x^3 + 1}, \quad (94)$$

вблизи  $\eta = \eta_0$  найдем

$$J_p(\eta) \simeq \begin{cases} \frac{2\pi i}{5} |\eta - \eta_0|^{-1/2} & \eta < \eta_0, \\ \frac{2\pi}{5} (\eta - \eta_0)^{-1/2} & \eta > \eta_0. \end{cases} \quad (95)$$

Вдали от резонанса (при  $|\eta| \gg |\eta_0|$ ) справедливо выражение (89).

Таким образом, учет пространственной дисперсии магнитной проницаемости приводит к корневой особенности импеданса, в отличие от особенности  $|\omega_r - \omega|^{-2/3}$ , без учета обменного взаимодействия. Зависимость

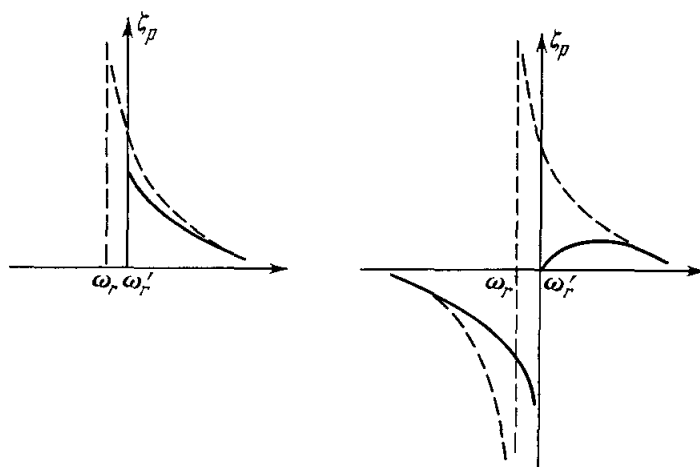


Рис. 10.

импеданса от частоты при  $m = 0$  на границе изображена на рис. 10. При стремлении обменной константы к нулю максимальное значение  $\text{Im } \zeta_p$  при  $\omega > \omega_r$  возрастает, сдвиг резонанса стремится к нулю и кривая приближается к своей предельной форме.

Аналогичным образом исследуем поверхностный импеданс в случае  $\partial m / \partial z |_{z=0} = 0$ :

$$\zeta_n^{-1} = \frac{2}{\pi i} \frac{c}{\omega} \beta^{2/5} \left( \frac{\omega_0^2}{c^2 r} \right)^{3/5} J_n(\eta), \quad J_n(\eta) = \int_0^\infty \frac{(x^2 + \eta) dx}{x^5 + \eta x^3 + 1}. \quad (96)$$

Рассмотрим  $J_n(\eta)$  при  $\eta > \eta_0$ . Интеграл при этом не содержит особенностей на пути интегрирования. Легко видеть, что в этой области  $\frac{dJ_n(\eta)}{d\eta} > 0$ . При  $\eta \gg \eta_0$

$$J_n(\eta) = 2\pi\eta^{2/3}/3\sqrt{3} > 0. \quad (97)$$

С другой стороны, вблизи точки окончания спектра интеграл равен

$$J_n(\eta_0 + \delta) \simeq -\frac{2\pi}{5} (\eta - \eta_0)^{1/2} < 0. \quad (98)$$

Таким образом, существует значение  $\eta > \eta_0$ , при котором  $J_n(\eta)$  обращается в нуль (оценки показывают, что оно лежит между нулем

и единицей). Существование нуля у функции  $J_n(\eta)$  приводит к обращению в бесконечность мнимой части импеданса  $\zeta_n$ .

При  $\eta < \eta_0$  знаменатель в (96) имеет вещественные корни. Вблизи  $\eta_0$

$$J_n \simeq -\frac{2\pi i}{5} (\eta_0 - \eta)^{1/2}. \quad (99)$$

При  $|\eta| \gg |\eta_0|$ , как уже говорилось выше,  $\zeta_n$  отличается от  $\zeta_p$  лишь вещественным множителем порядка единицы.

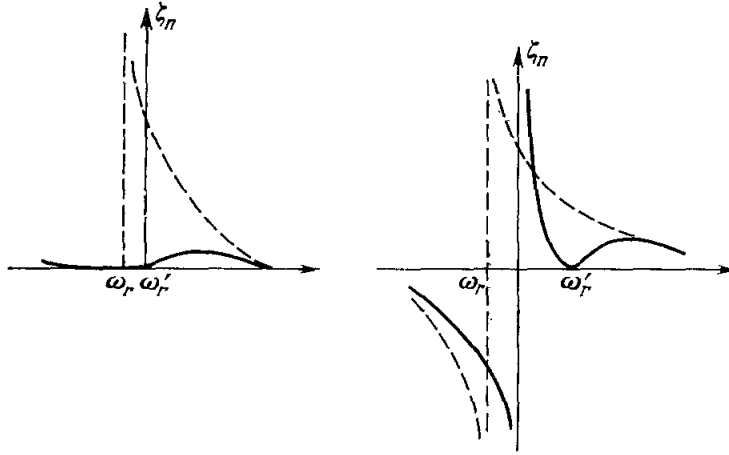


Рис. 11.

Окончательно резонансная кривая при  $m'(0) = 0$  представлена на рис. 11. Заметим, что в этом случае реальная часть импеданса в резонансе обращается в нуль.

Сравнение резонансных кривых рис. 10 и 11 показывает, что поверхностный импеданс вблизи резонанса в двух предельных случаях ( $m = 0$  и  $m'(0) = 0$  на границе) резко различен. В связи с этим представляет интерес вычисление импеданса при общем условии (29). Опуская вычисления, содержащиеся в работе <sup>25</sup>, приведем окончательный результат:

$$\zeta = \begin{cases} C_1 \chi / [iC_2 + \chi (\eta_0 - \eta)^{1/2}], & \eta \leq \eta_0, \\ -iC_1 \chi / [C_2 + \chi (\eta - \eta_0)^{1/2}], & \eta \geq \eta_0, \end{cases} \quad (100)$$

где постоянные  $C_1 = \frac{4\omega_r}{5c\beta q^3}$  и  $C_2 = \frac{4}{5}q$ . Как видно из формулы (108), при выполнении на границе общего условия (29) импеданс в резонансе остается конечным.

Заметим, что при подходе к резонансу со стороны больших частот производная  $\frac{d}{d\eta} \operatorname{Re} \zeta$  имеет особенность. При подходе со стороны меньших частот в бесконечность обращается производная  $\frac{d}{d\eta} \operatorname{Im} \zeta$ .

Область применимости полученных формул определяется неравенствами (76) и (46). Полагая  $k = qx_0$  ( $x_0 \sim 1$ ), получим

$$kR \sim \left[ \left( \frac{r^2}{\delta_{La}} \right)^2 \frac{4\pi \mu_B M_s}{\theta_C} \right]^{1/5}, \quad (101)$$

что в полях  $H \sim 10^4$  а составляет  $10^2$ . Заметим, что условие  $kR \gg 1$  вблизи ФМР выполняется легко, так как в непосредственной окрестности

резонанса становится аномально большой эффективная магнитная проницаемость.

Аномальное поведение поверхностного импеданса в зависимости от характера граничного условия для магнитного момента становится понятным, если рассмотреть распределение поля в глубине металла. Для простоты ограничимся случаем  $\mathbf{m}(0) = 0$ . Электрическое поле в металле описывается выражением

$$\mathbf{e}(z) = \frac{\mathbf{h}(0)}{\pi i} \frac{\omega}{c\beta q^3} \int_0^\infty \frac{x(e^{iqzx} + e^{-iqzx}) dx}{x^5 + \eta x^3 + 1}. \quad (102)$$

При  $\eta < \eta_0$  знаменатель подынтегрального выражения в (102) обладает двумя близкими к вещественной оси корнями, расположенными в верхней и нижней полуплоскостях. Интегрируя в верхнем и нижнем квадрантах полуплоскости  $x > 0$  соответственно в первом и во втором интегралах, получим в области частот  $\text{Re } \eta < 0$ ,  $|\eta| \gg |\eta_0|$  (т. е. в области существования слабо затухающих волн) для поля на бесконечности

$$\mathbf{e}(z) = 2\mathbf{h}(0) \frac{\omega}{c\beta q^3} \left( \frac{\exp(-i|\eta|^{-1/3} qz)}{3|\eta|^{2/3}} + \frac{\exp(i|\eta|^{1/2} qz)}{2|\eta|^{3/2}} \right). \quad (103)$$

Первое слагаемое соответствует распространению волны с аномальной дисперсией (81). Фаза в этой волне нарастает к границе, в то время как энергия распространяется в сторону положительных  $z$ . Второй член в (103) описывает слабозатухающую спиновую волну (80).

Вблизи точки окончания спектра вещественные положительные корни дисперсионного уравнения сливаются. При частотах, меньших  $\omega_r$ , слабозатухающие волны отсутствуют. Рассмотрим распределение поля в этом случае. Преобразуем выражение (102), выразив поле через амплитуду падающей волны  $E_0$ :

$$e(z) = \frac{2}{\pi i} \frac{\omega}{c\beta q^3} \frac{E_0}{1 + \zeta_p} \int_0^\infty \frac{x dx \cos qzx}{x^5 + \eta x^3 + 1}. \quad (104)$$

Как указывалось выше, вблизи частоты смещенного резонанса импеданс  $\zeta_p$  имеет корневую особенность. Эту же особенность имеет и интеграл в выражении (104). Вычисляя интеграл с учетом этого обстоятельства, находим

$$e(z) = 2E_0 \cos(qzx_0), \quad (105)$$

т. е. поле имеет вид стоячей волны. При этом падающая волна испытывает полное отражение и энергия не проникает вглубь металла.

При более общем граничном условии (29) поле внутри металла в резонансе по-прежнему представляет собой стоячую волну, а параметр  $\chi$  определяет фазу поля. Это является причиной существенной зависимости импеданса в резонансе ( $\omega = \omega_r$  или  $\eta = \eta_0$ ) от граничного условия для магнитного момента.

## § 6. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СПИН-СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН СО ЗВУКОВЫМИ. ТРОЙНОЙ РЕЗОНАНС <sup>46</sup>

До сих пор мы не учитывали того обстоятельства, что кроме электромагнитных колебаний в металле могут распространяться звуковые волны. Имеется большое число работ, в которых исследуются связанные звуковые и электромагнитные волны в металлах <sup>47, 48</sup>. С другой стороны, неодно-

кратно обсуждался вопрос о связи между магнитными (спиновыми) и упругими волнами, которая при определенных условиях приводит к ферроакустическому резонансу<sup>49</sup>.

Оставляя в стороне вопросы теории распространения звука в магнетиках<sup>50</sup>, в настоящем параграфе мы остановимся только на тех особенностях во взаимодействии магнитной и звуковой волн, которые обусловлены существованием коллективных возбуждений в системе электронов в магнитном поле. Для простоты мы рассмотрим взаимодействие спин-спиральной волны со звуком.

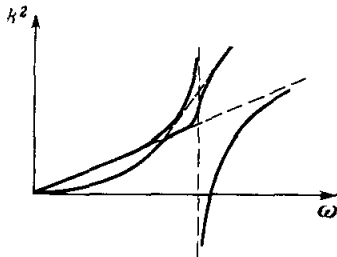


Рис. 12.

Исходная для рассмотрения система уравнений состоит из уравнения Максвелла, уравнений динамической теории упругости и уравнения движения магнитного момента. Предположение о том, что выполнены условия распространения спиральных волн ( $r \ll l$ ,  $kR \ll 1$ ) означает возможность пользоваться формулой (10) для электропроводности (рассматриваются металлы с неравным числом электронов и «дырок»). Очевидно, что в наиболее

простом случае распространения волн вдоль магнитного поля уравнения для продольной и поперечной волн в изотропной по отношению к упругим и магнитострикционным свойствам среде разделяются. Дисперсионное уравнение для поперечной циркулярно поляризованной волны имеет следующий вид:

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 s^2}\right) \left(1 - \frac{4\pi\sigma_H\omega}{k^2 c^2} \frac{\gamma B - \omega}{\gamma H - \omega}\right) = \frac{4\pi\gamma M_s}{\gamma H - \omega} \frac{v_M^2}{s^2} \left(1 - \frac{4\pi\sigma_H\omega}{k^2 c^2}\right) + \frac{4\pi\sigma_H\omega}{k^2 c^2} \frac{v_a^2}{s^2} + 2 \frac{4\pi\sigma_H\omega}{k^2 c^2} \frac{4\pi\gamma' M_s}{B} \frac{\gamma M_s}{\gamma H - \omega} \frac{v_a^2}{s^2}, \quad (106)$$

где  $s$  — скорость звука,  $v_M^2 = \frac{(\gamma' M_s)^2}{4\pi\rho}$ ,  $v_a^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho}$ ,  $\rho$  — плотность вещества,  $\gamma'$  — константа магнитострикции. Мы ограничились рассмотрением магнитострикционного и индукционного взаимодействий между электронной, спиновой и решеточной подсистемами. Деформационное взаимодействие мы не учитывали. О его роли в магнитном поле см<sup>48</sup>.

Правая часть уравнения (106) мала сравнительно с единицей, так как  $v_M^2/s^2 \ll 1$  и  $v_a^2/s^2 \ll 1$ . Зависимость  $k^2$  от  $\omega$ , описываемая этим уравнением, изображена на рис. 12.

Условие резонанса между звуковой и связанной спин-спиральной волнами заключается в совпадении волновых векторов и частот:

$$\omega = \frac{4\pi\sigma_H s^2}{c^2} \frac{\gamma B - \omega}{\gamma H - \omega}. \quad (107)$$

Две резонансные частоты, определяемые из (107), равны

$$2\omega_{1,2} = \gamma H + 4\pi\sigma_H s^2 c^{-2} \pm [(\gamma H + 4\pi\sigma_H s^2 c^{-2})^2 - 16\pi\sigma_H c^{-2} s^2 \gamma B]^{1/2}, \quad (108)$$

откуда следует, что резонанс осуществляется лишь в том случае, если

$$H + \frac{H_0^2}{H + 4\pi M_s} > 2H_0, \quad H_0^2 = 4\pi N m s^2. \quad (109)$$

Вдали от резонансных частот поправки к невозмущенным законам дисперсии малы — они пропорциональны правой части уравнения. Вблизи резонансных частот  $\omega_{1,2}$  связь между ветвями колебаний, естественно, усили-

вается и поправки к невозмущенным законам дисперсии возрастают:

$$\frac{\omega - \omega_{1,2}}{\omega_{1,2}} = \pm \sqrt{\frac{\pi \sigma H}{\omega_{1,2}}} \left( -\frac{4\pi \gamma M_s}{\gamma H - \omega_{1,2}} \frac{v_M}{c} + \frac{v_a}{c} \right). \quad (110)$$

Если  $4\pi M_s/H \ll 1$ , то между магнитной и спиральной волнами имеет место слабая связь и можно говорить о трех типах квазинезависимых колебаний, дисперсионное уравнение для которых удобно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 s^2}\right) \left(1 - \frac{4\pi \sigma H \omega}{k^2 c^2}\right) \left(1 - \frac{\omega}{\gamma H}\right) = \\ = \eta_e \frac{4\pi \sigma H \omega}{k^2 c^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2 s^2}\right) + \eta_s \left(1 - \frac{4\pi \sigma H \omega}{k^2 c^2}\right) + \\ + \eta_i \frac{4\pi \sigma H \omega}{k^2 c^2} \left(1 - \frac{\omega}{\gamma H}\right) + 2 \frac{4\pi \sigma H \omega}{k^2 c^2} \sqrt{\eta_e \eta_i \eta_s}, \end{aligned} \quad (111)$$

где параметры  $\eta_e = \frac{4\pi M_s}{H}$ ,  $\eta_s = \frac{4\pi M_s}{H} \frac{v_M^2}{s^2}$  и  $\eta_i = \frac{v_a^2}{s^2}$  являются константами связи между

различными волнами. Существование трех типов слабо взаимодействующих волн позволяет осуществить «тройной» резонанс, т. е. одно временное совпадение частот и волновых векторов звуковой, магнитной и спиральной волн. Это совпадение будет иметь место при значении магнитного поля  $H = H_{\text{кр}}$ , где

$$H_{\text{кр}}^2 = 4\pi N m s^2 \sim 10^3 \text{ э}; \quad (112)$$

при этом  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 - \gamma H_{\text{кр}}$ ,  $\gamma H_{\text{кр}} = 4\pi \sigma H s^2 c^{-2}$ .

Рассмотрим расщепление дисперсионных кривых в этом случае. Дисперсионное уравнение (111) вблизи частоты  $\omega_0$  тройного резонанса имеет вид

$$\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^3 = (\eta_e + \eta_i - \eta_s) \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) + 2(\eta_i \eta_e \eta_s)^{1/2}. \quad (113)$$

Полагая  $1 - \frac{\omega}{\omega_0} = x$  ( $\eta_i \eta_e \eta_s$ )<sup>1</sup>, запишем (113) в форме

$$x^3 = \varepsilon x + 2, \quad (114)$$

где  $\varepsilon = (\eta_e + \eta_i - \eta_s) (\eta_i \eta_e \eta_s)^{-1}$ . Заметим, что поскольку всегда  $\varepsilon > 3$ , все корни уравнения (114) вещественны.

Используя малость двух констант связи ( $\eta_i, \eta_s \ll \eta_e$ ), т. е. то обстоятельство, что  $\varepsilon > 1$ , нетрудно найти «раздвижку» дисперсионных кривых в области резонанса.

Полагая  $\varepsilon \simeq \eta_e (\eta_i \eta_s)^{-1/2}$ , найдем: для спин-спиральной волны

$$\omega = \omega_0 (1 \pm \eta_e^{1/2}),$$

для звуковой

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i \eta_s}{\eta_e} \right)^{1/2} \right].$$

Зависимость частоты вблизи резонансной от волнового вектора изображена на рис. 13. Отметим, что акустическая ветвь колебаний в этом случае практически не изменяется.

Аналогичное рассмотрение может быть проведено для спин-альфвеновской и других типов связанных электромагнитных волн.

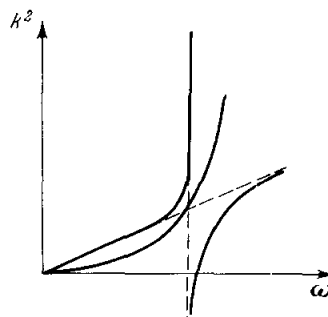


Рис. 13.

## § 7. ЭЛЕКТРОНЫ ПРОВОДИМОСТИ И СПЕКТР СПИНОВЫХ ВОЛН

При рассмотрении высокочастотных свойств ферромагнитного металла мы интересовались взаимодействием коллективных возбуждений в системе электронов проводимости со спиновыми волнами. При этом спектр спиновых волн предполагался заданным. Существует, кроме того, прямое взаимодействие электронов со спиновыми волнами. Это взаимодействие заключается в поглощении и испускании спиновых волн электронами проводимости и сопровождается переворотом спина электрона. Оно приводит, в частности, к конечным временам релаксации как электронов, так и магнонов, обуславливая пороговые эффекты в затухании спиновых волн. Вообще говоря, это взаимодействие является малым, что оправдывает предыдущее рассмотрение. Взаимодействие спиновых волн с коллективными возбуждениями электронной системы, как было показано, перестраивает длинноволновую часть спектра магнонов. В прямом взаимодействии с электронами принимают участие магноны с большими импульсами (порядка фермиевского). Таким образом, оба взаимодействия можно рассматривать независимо.

Прямое взаимодействие магнонов с электронами во многом аналогично электрон-фононному взаимодействию в металлах. Так же как и последнее, оно приводит к особенностям в спектре спиновых волн, аналогичным особенностям Мигдала — Кона<sup>51,52</sup> в фононном спектре. Спецификой ферромагнитного металла является то обстоятельство, что поверхности Ферми, соответствующие двум возможным ориентациям спина электрона проводимости, в результате обменного взаимодействия оказываются раздвинутыми. Как правило, эта «раздвижка» имеет порядок величины  $\sqrt{\theta_c \epsilon_F}$ .

Происхождение особенностей в спектре спиновых волн можно понять, исходя из следующих соображений. Особенности в спектре существуют при тех значениях импульсов магнонов, при которых включается или выключается механизм прямого взаимодействия с электронами. Эти значения импульса являются пороговыми, соответствуя обращению в нуль затухания спиновых волн. Прямое взаимодействие электрона и спиновой волны сопровождается законами сохранения импульса

$$\mathbf{p} + \mathbf{q} = \mathbf{p}' \quad (115)$$

и энергии

$$\epsilon^\pm(\mathbf{p}) = \epsilon^\mp(\mathbf{p}'). \quad (116)$$

Здесь  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  — импульсы электрона в начальном и конечном состояниях,  $\mathbf{q}$  — импульс магнона,  $\epsilon^\pm(\mathbf{p})$  — энергия электрона со спином, ориентированным вдоль (+) или против (—) направления намагниченности. В выражении (116) учтено, что энергия магнона мала по сравнению с фермиевской энергией.

В начальном и в конечном состояниях электрон находится на поверхностях Ферми, соответствующих противоположным ориентациям спина. Из закона сохранения импульса (115), изображенного на рис. 14, следует, что пороговыми значениями импульса являются значения  $q = p_+ \pm p_-$ , где  $p_\pm$  — граничные импульсы для электронов с противоположными направлениями спинов.

В случае произвольного закона дисперсии электронов пороговые значения импульса определяются аналогичным образом, но зависят от направления волнового вектора спиновой волны. В случае изотропного электронного спектра пороговые значения импульсов магнонов образуют в  $\mathbf{p}$ -пространстве две концентрические сферы с радиусами  $p = p_+ \pm p_-$  (аналог поверхности Кона). При произвольном законе дисперсии эти поверхности определяются формой поверхности Ферми.

На возможность существования особенности в спектре спиновых волн при  $q = p_+ \pm p_-$  впервые обратил внимание Кон<sup>52</sup> (см. также<sup>53</sup>). На особенность в магнотонном спектре при  $q = p_+ - p_-$  указали Кондратенко<sup>24</sup> и независимо Конторович<sup>54</sup>. Характер особенности в обоих случаях одинаков:  $\Delta\omega \sim x \ln x$ , где  $x = q - (p_+ \pm p_-)$ . Говорить об изменении спектра можно, очевидно, в том случае, если затухание при этом сравнительно мало. В данном случае малость затухания обеспечивается малостью параметра  $\sqrt{\frac{\theta_C}{\varepsilon_F}}$ <sup>24</sup>. Особенность типа  $x \ln x$  является довольно слабой, однако усложнение электронного энергетического спектра может, вообще говоря, привести к усилению особенности<sup>55</sup>.

Как показано в работе<sup>56</sup>, квантующее магнитное поле существенно усиливает особенность Мигдала — Кона в фононном спектре. Продолжая аналогию спиновых волн с фононами, можно было бы ожидать усиления особенности при  $q = p_+ - p_-$ , а также появления в спектре и затухании спиновых волн ряда резонансных эффектов, аналогичных существующим в фононном спектре металлов в магнитном поле (осцилляции геометрического резонанса<sup>57</sup>, акустический циклотронный резонанс<sup>58</sup>, гигантские квантовые осцилляции затухания фононов<sup>59</sup>). Однако из-за большой величины «раздвижки» поверхностей Ферми электронов с противоположными направлениями спинов эти эффекты оказываются невозможными в спектре спиновых волн. Влияние орбитального движения электронов проводимости на спектр спиновых волн в металле изучалось в работе<sup>60</sup>. В то время как отмеченные выше резонансные эффекты требуют для своего осуществления практически недостижимых магнитных полей\*), в не слишком сильных полях, определяемых условием  $kr \ll 1$ , возникает эффект не зависящий от магнитного поля перенормировки скорости спиновой волны. Именно, при  $kr \ll 1$  спектр спиновых волн имеет следующий вид:

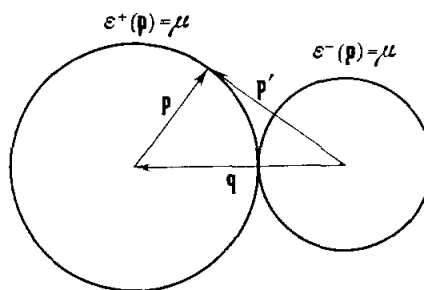


Рис. 14.

$$\omega = \gamma H - \frac{\sqrt{\theta_C \varepsilon_F}}{\hbar} (ka)^2. \quad (117)$$

Выражение (125) получено для случая ориентации волнового вектора спиновой волны перпендикулярно к направлению постоянного поля. Таким образом, коэффициент при  $k^2$  в спектре спиновых волн оказывается в  $\sqrt{\frac{\varepsilon_F}{\theta_C}}$  раз больше члена  $\frac{\theta_C}{\hbar} a^2$ , который при  $H = 0$  имеет противоположный знак. Это обстоятельство приводит к наличию минимума на дисперсионной кривой, изображенной на рис. 15. Абсолютная величина минимума весьма мала:  $\Delta\omega \sim \omega \sqrt{\frac{\theta_C}{\varepsilon_F} \frac{\hbar \omega_H}{\varepsilon_F}}$ . Заметим, что благодаря большой величине «раздвижки» ферми-поверхностей существование перенормировки спектра спиновых волн не зависит от соотношения между частотой спиновой волны  $\omega$  и временем свободного пробега электронов  $\tau$ .

\*) Например, условием существования гигантских квантовых осцилляций в спектре спиновых волн является неравенство  $\mu_B H > \theta_C \frac{\theta_C}{\varepsilon_F}$ .

Рассмотренное выше прямое взаимодействие спиновых волн с электронами проводимости может проявиться также при распространении в ферромагнитном металле звуковой волны. Фононный спектр ферромагнитного металла изучался Конторовичем и Олейником<sup>61</sup>. Как показано в этой работе, в спектре фононов в ферромагнитном металле существуют особенности при значении импульса фонона, равном как  $p_+ \pm p_-$ , так и  $2p_+$ . В то время как особенности первого типа возникают благодаря взаимодействию фононов со спиновыми волнами и соответствуют электронным переходам с одной ферми-поверхности на другую, особенности другого типа

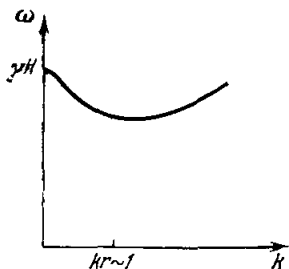


Рис. 15.

связаны с распадом фонона на электрон и «дырку», происходящим без переворота спина. Таким образом, в ферромагнитном металле имеет место расщепление «обычной» особенности Мигдала — Кона на две, соответствующие двум поверхностям Ферми подмагниченных электронов проводимости.

Как отмечено в работе<sup>61</sup>, при некотором критическом значении магнитного поля порядка  $10^4$  э в точке особенности  $q = p_+ - p_-$  возможно совпадение частот звуковой и спиновой волн (своеобразный «тройной» резонанс, ср. § 6). Совпадение частот в случае «тройного» резонанса приводит к сравнительно большому сдвигу частоты ферроакустического резонанса, что может явиться одним из способов обнаружения этой особенности.

§ 8. ЗАМЕЧАНИЯ ОБ АНТИФЕРРОМАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ В МЕТАЛЛАХ

Резонансная зависимость магнитной восприимчивости от частоты, существенно меняющая характер коллективных возбуждений металла, имеет место не только в ферро-, но и в антиферромагнетиках. При рассмотрении коллективных возбуждений в антиферромагнитных металлах надо иметь в виду следующие обстоятельства.

1. Статическая намагниченность антиферромагнетика (по сравнению с ферромагнетиком) очень мала. Это приводит к тому, что резонансная зависимость магнитной восприимчивости проявляется в более узкой частотной области<sup>62</sup>.

2. У одноосных антиферромагнетиков с положительной константой анизотропии частоты антиферромагнитного резонанса даже при не слишком больших полях сдвинуты (по сравнению с ферромагнетиками) в область более коротких волн. Из-за этого легко осуществляется ситуация, при которой можно пренебречь влиянием магнитного поля на электропроводность, но необходимо учитывать ее частотную (временную) дисперсию. Другими словами, при рассмотрении волновых свойств антиферромагнитного металла часто можно пользоваться плазменной формулой для эффективной диэлектрической проницаемости электронного газа. Отметим, что в этом случае (экзотическом — для ферромагнитного металла) в антиферромагнитном металле могут распространяться слабозатухающие волны, причем при благоприятных условиях (тонкие линии антиферромагнитного резонанса) появляются дополнительные волны, обусловленные обменным взаимодействием спинов<sup>63</sup>.

3. Магнитная структура антиферромагнетика весьма чувствительна к величине и направлению магнитного поля. Это, естественно, проявляется и в высокочастотных свойствах антиферромагнитного металла, в частности, в зависимости его поверхностного импеданса от частоты<sup>63</sup>.



# ПРИЛОЖЕНИЕ

## Магнитная восприимчивость ферромагнитного металла

Следуя работе <sup>24</sup>, рассмотрим систему электронов с отличным от нуля полным магнитным моментом, находящуюся в магнитном поле  $H$ . Магнитное поле будем считать слабым. Таким образом, магнитное поле играет роль фактора упорядочения электронных спинов; его влиянием на электронный спектр можно пренебречь.

Мы ограничимся изотропным случаем и для простоты будем рассматривать однозонную модель.

Магнитный момент системы определяется выражением

$$M = -2i\mu_B \lim_{\tau \rightarrow +0} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{i\epsilon\tau} S_{\alpha\beta} G_{\beta\alpha}(p), \quad (П.1)$$

где  $\epsilon$  — адиабатический параметр,  $\hat{S}^i$  ( $i = x, y, z$ ) — спиновые матрицы Паули и  $G_{\alpha\beta}(p)$  — компонента Фурье электронной функции Грина.

Магнитная восприимчивость может быть вычислена обычным образом:

$$\chi_{ik} = -\frac{\partial M_i}{\partial h_k}, \quad (П.2)$$

с помощью (П.1), если известно изменение гриновской функции во внешнем переменном поле.

Пусть система находится под воздействием малого возмущения  $u_{\alpha\beta}$ . Изменение функции Грина в линейном по  $u$  приближении имеет, как известно, вид <sup>64</sup>

$$\delta G_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}(p) U_{\gamma\delta}(k) G_{\delta\beta}(p+k) - i G_{\alpha\gamma_1}(p) G_{\gamma_2\beta}(p+k) \int \frac{dq}{(2\pi)^4} G_{\gamma_4\gamma}(q+k) U_{\gamma\delta}(k) G_{\delta\gamma_2}(q) \Gamma_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4}(p, q; k). \quad (П.3)$$

Здесь  $\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(p, q; k) \equiv \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(p, q, p+k, q-k)$  — вершинная часть (определение и свойства вершинной части см. <sup>64</sup>).

Полагая  $U_{\gamma\delta}(k) = 2\mu_B S_{\gamma\delta} h$  и используя (П.1), (П.2) и (П.3), получим для восприимчивости следующее выражение:

$$\begin{aligned} \chi_{ik} = & -4i\mu_B^2 \lim_{\tau \rightarrow +0} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{i\epsilon\tau} S_{\alpha\beta}^i G_{\beta\gamma}(p) S_{\gamma\delta}^k G_{\delta\alpha}(p+k) - \\ & -4\mu_B^2 \lim_{\tau \rightarrow +0} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{i\epsilon\tau} S_{\alpha\beta}^i G_{\beta\gamma_1}(p) G_{\gamma_2\alpha}(p+k) \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \times \\ & \times G_{\gamma_4\gamma}(q+k) S_{\gamma\delta}^k G_{\delta\gamma_2}(q) \Gamma_{\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4}(p, q; k). \quad (П.4) \end{aligned}$$

В силу обменного характера межэлектронного взаимодействия отличны от нуля лишь следующие компоненты вершинной части (индексами 1 и 2 различаются ориентации спина соответственно вдоль и против направления поля  $H$ ):

$$\begin{aligned} & \text{продольные} \quad \Gamma_{1111}, \Gamma_{2222}, \Gamma_{1212}, \Gamma_{2121} \\ & \text{и поперечные} \quad \Gamma_{1221}, \Gamma_{2112}. \end{aligned} \quad (П.5)$$

Продольные компоненты вершинной части соответствуют обменной корреляции между электронами без «переворачивания» спина и обуславливают возбуждения нуль-звукового типа (подробнее см. <sup>24</sup>). Поперечные компоненты  $\Gamma$  соответствуют обменной корреляции между состояниями, отличающимися направлениями спина, и связаны с возбуждениями типа спиновых волн. Очевидно, таким образом, что магнитная восприимчивость определяется поперечными компонентами вершинной части.

В самом деле, направим ось  $z$  вдоль магнитного поля  $H$ . Функцию Грина электронов  $G_{\alpha\beta}$  можно представить тождественным образом в виде

$$G_{\alpha\beta}(p) = G_+(p) P_{\alpha\beta}^+ - G_-(p) P_{\alpha\beta}^-, \quad (П.6)$$

где  $P_{\alpha\beta}^{\pm} = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \pm S_{\alpha\beta}^z$  — проекционные операторы, а  $G_{\pm}(p)$  — функции Грина электронов со спинами в состояниях соответственно 1 и 2:

$$G_{\pm}(p) = \frac{a_{\pm}}{\epsilon - \epsilon_{\pm}(p) - \mu_{\pm} \pm i\delta \operatorname{sgn} \epsilon}. \quad (П.7)$$

Здесь  $\varepsilon$  — частотная переменная,  $\delta$  — адиабатический параметр,  $\mu$  — химический потенциал (одинаковый, конечно, для обеих электронных подсистем),  $\varepsilon_{\pm}(p)$  — энергии электронов со спинами в состояниях вдоль и против поля,  $a_{\pm}$  — нормировочные константы порядка единицы.

Используя (II,5), (II,6) и свойства матриц Паули, найдем для элементов магнитной восприимчивости  $\chi_{\pm} = \chi_1 \pm i\chi_2$  ( $\chi_1 = \chi_{xx} = \chi_{yy}$ ,  $\chi_2 = \chi_{xy} = -\chi_{yx}$ ), соответствующих циркулярно поляризованным волнам,

$$\chi_{\pm}(\omega, \mathbf{k}) = -2i\mu_B^2 \lim_{\tau \rightarrow +0} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{i\varepsilon\tau} \left\{ G_{\pm}(p) G_{\mp}(p+k) - \right. \\ \left. - iG_{\mp}(p) G_{\pm}(p+k) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} G_{\pm}(q) G_{\mp}(q+k) \Gamma_{\pm}(p, q; k) \right\}. \quad (\text{II},8)$$

Здесь  $\Gamma_{\pm}$  обозначены компоненты вершинной части соответственно  $\Gamma_{2112}$  и  $\Gamma_{1221}$ . Таким образом, для вычисления восприимчивости (II,8) необходимо найти явный вид поперечных компонент  $\Gamma$ .

Как показал Ландау в общей теории ферми-жидкости<sup>65</sup>, спектр коллективных возбуждений ферми-системы определяется полюсами вершинной части, возникающими от слияния особенностей гриновских функций электронов при малой передаче импульса ( $\mathbf{k} \rightarrow 0$ ). Рассмотрим уравнение для вершинной части

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(p, p'; k) = \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(1)}(p, p') - \\ - i \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Gamma_{\alpha\kappa_1\gamma\kappa_2}^{(1)}(p, q) G_{\kappa_2\kappa_3}(q) G_{\kappa_4\kappa_1}(q+k) \Gamma_{\kappa_3\beta\kappa_4\delta}(q, p'; k), \quad (\text{II},9)$$

где  $\Gamma^{(1)}$  — не содержащая особенности часть  $\Gamma$  (благодаря чему в ней положено  $\mathbf{k} = 0$ ). Это уравнение может быть записано формально в виде

$$\Gamma = \Gamma^{(1)} - i\Gamma^{(1)}GG\Gamma \quad (\text{II},10)$$

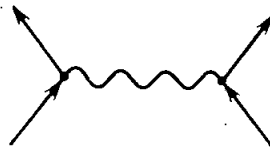
или, в эквивалентной форме,

$$\Gamma = \Gamma^{(1)} - i\Gamma GG\Gamma^{(1)}. \quad (\text{II},11)$$

Обозначим  $\Gamma^{\omega}$  предел вершинной части при  $\mathbf{k}$ , стремящемся к нулю. Положив в уравнении (II,11)  $\mathbf{k}$  равным нулю и исключив с помощью полученного уравнения для  $\Gamma^{\omega}$  неособую часть  $\Gamma^{(1)}$  из уравнения (II,10), получим формальное уравнение, связывающее  $\Gamma$  и  $\Gamma^{\omega}$ ,

$$\Gamma = \Gamma^{\omega} - i\Gamma^{\omega} [GG - (GG)_{\omega}] \Gamma. \quad (\text{II},12)$$

Поскольку взаимодействие между электронами, приводящее к «переворачиванию» спина, состоит в испускании (поглощении) спиновой волны, величине  $\Gamma^{\omega}$  можно сопоставить диаграмму



и, соответственно, аналитическое выражение

$$\Gamma^{\omega}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \omega) = g(\mathbf{p}) D(\omega) g(\mathbf{p}'), \quad (\text{II},13)$$

где  $D(\omega) = (\omega - 2\mu_B H)^{-1}$  — пропагатор спиновой волны (с  $\mathbf{k} = 0$ ).

Выражение (II,13) может быть получено и непосредственным вычислением. Для этого определим явным образом реакцию системы на малое возмущение и сравним ее с (II,3). Тем самым находится необходимое уравнение для  $\Gamma^{\omega}$ , решением которого является (II,13).

Пусть поле циркулярно поляризованной волны описывается выражением

$$\left. \begin{aligned} h_x(t) &= h_0 \cos \omega t, \\ h_y(t) &= h_0 \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II},14)$$

Гамильтониан взаимодействия электронов с переменным магнитным полем записан в стандартной форме

$$H_{\text{вз}} = 2\mu_B \int d\mathbf{r} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{x}) S_{\alpha\beta} \mathbf{h}(t) \psi_{\beta}(\mathbf{x}) \quad (\text{II},15)$$

или в терминах циркулярно поляризованных волн

$$H_{B3} = \mu_B \int d\mathbf{r} \psi^+(x) [S_- h_+ + S_+ h_-] \psi(x) = H_1 + H_1^\dagger. \quad (\text{П},16)$$

Здесь  $\psi(x)$ ,  $\psi^+(x)$  — квантованные операторы частиц. Изменение последних в линейном по  $H_{B3}$  приближении согласно уравнению движения определяется выражением

$$\tilde{\psi}_\alpha(x) = \psi_\alpha(x) + i \int_{-\infty}^t dt' [V(t'), \psi_\alpha(x)] \quad (\text{П},17)$$

и

$$\tilde{\psi}_\alpha^+(x) = \psi_\alpha^+(x) + i \int_{-\infty}^t dt' [V(t'), \psi_\alpha^+(x)],$$

где  $V(t) = V_1(t) + V_1^\dagger(t)$ ,  $V_1(t) = e^{iH_0 t} H_1 e^{-iH_0 t}$  ( $H_0$  — невозмущенный гамильтониан системы).

Коммутируя оператор  $e^{iH_0 t}$  с  $H_1$  и учитывая, что единственным не коммутирующим с  $H_1$  членом в невозмущенном гамильтониане является слагаемое  $2\mu_B H \int \psi_\alpha^+(x) S_{\alpha\beta}^z \psi_\beta(x) d\mathbf{r}$ , описывающее взаимодействие электронов с постоянным магнитным полем, найдем явный вид оператора  $V_1(t)$ :

$$V_1(t) = e^{i(\omega - 2\mu_B H)t} \mu_B h_0 \int d\mathbf{r} \psi_\alpha^+(x) S_{\alpha\beta}^- \psi_\beta(x). \quad (\text{П},18)$$

Формула (П,17) принимает, таким образом, вид

$$\tilde{\psi}_\alpha(x) = S_{\alpha\beta} \psi_\beta(x) \quad \text{и} \quad \tilde{\psi}_\alpha^+(x) = \tilde{\psi}_\beta^+ S_{\beta\alpha}^+, \quad (\text{П},19)$$

где

$$S_{\alpha\beta}(t) = \delta_{\alpha\beta} + \frac{\mu_B h S_{\alpha\beta}^+ e^{-i(\omega - 2\mu_B H)t}}{\omega - 2\mu_B H + i\delta} + \frac{\mu_B h S_{\alpha\beta}^- e^{i(\omega - 2\mu_B H)t}}{\omega - 2\mu_B H - i\delta}. \quad (\text{П},20)$$

Используя (П,19), (П,20) и (П,6), найдем вариацию функции Грина:

$$\delta G_{\alpha\beta} = \frac{\mu_B h e^{i(\omega - 2\mu_B H)t}}{\omega - 2\mu_B H - i\delta} [G_- - G_+] S_{\alpha\beta}^- + \frac{\mu_B h e^{-i(\omega - 2\mu_B H)t}}{\omega - 2\mu_B H + i\delta} [G_- - G_+] S_{\alpha\beta}^+. \quad (\text{П},21)$$

Переходя в выражении (П,21) в фурье-представление и сравнивая его с (П,3), приходим к уравнениям для поперечных компонент  $\Gamma_\pm^\omega$  вблизи резонанса:

$$1 - i \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Gamma_+^\omega(p, q; -\omega) G_+(q) G_-(q - \omega) = \frac{G_+^{-1}(p) - G_-^{-1}(p)}{\omega - 2\mu_B H - i\delta}, \quad (\text{П},22)$$

$$1 - i \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \Gamma_-^\omega(p, q; \omega) G_-(q) G_+(q + \omega) = \frac{G_+^{-1}(p) - G_-^{-1}(p)}{\omega - 2\mu_B H + i\delta}. \quad (\text{П},23)$$

Вблизи резонанса можно пренебречь единицей в левой части уравнений (П,22) и (П,23). Будем искать их решение в виде

$$\Gamma_\pm^\omega(p, p'; \omega) = \mp a^2 \frac{g(p) g(p')}{\omega \pm 2\mu_B H}, \quad (\text{П},24)$$

где  $g(p) = G_+^{-1} - G_-^{-1}$ .

Подставляя (П,24) в (П,22) и (П,23) и учитывая, что

$$-i \int [G_+(p) - G_-(p)] \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} = n_+ - n_- \quad (\text{П},25)$$

( $n_\pm$  — плотность частиц в состояниях 1 и 2), найдем нормировочную константу  $a$ :

$$a^2 = (n_+ - n_-)^{-1} = \frac{\mu_B}{M},$$

где  $M$  — полный магнитный момент металла.

Величины  $g(p)$  являются плавными функциями аргумента и могут быть взяты вблизи граничного импульса  $p_0$ . Как видно из формулы (П,24), величина  $\sqrt{\frac{\mu_B}{M}} g(p_0)$

играет роль константы взаимодействия электронов со спиновыми волнами. Величина  $g(p_0)$ , как видно из ее определения, пропорциональна энергетической щели  $\varepsilon_0$  между ферми-поверхностями электронов в состояниях 1 и 2. Для  $s$ -электронов, например,  $\varepsilon_0 \sim \sqrt{\theta_C \varepsilon_F}$  и константа взаимодействия  $\sim \left(\frac{\mu_B}{M} \theta_C \varepsilon_F\right)^{1/2}$ , для  $d$ -электронов  $\varepsilon_0 \sim \theta_C$  и константа связи  $\sim \left(\frac{\mu_B}{M} \theta_C\right)^{1/2}$ .

Теперь с помощью (П,24) нетрудно найти вершинную часть. Полагая в уравнении (П,12)

$$\Gamma_{\pm} = \mp \sqrt{\frac{\mu_B}{M}} \frac{g(p) g(p')}{\omega \pm [2\mu_B H + \Pi(k)]}, \quad (\text{П,26})$$

получим для поляризационного оператора  $\Pi(k)$

$$\Pi(k) = -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} g^2(p) G_{\pm}(p) [G_{\pm}(p-k) - G_{\pm}(p, \varepsilon - \omega)]. \quad (\text{П,27})$$

При  $k$ , стремящемся к нулю, интеграл (П,27), как можно убедиться непосредственным вычислением, пропорционален  $\alpha k^2$ , где  $\alpha$  по порядку величины совпадает с температурой Кюри. Таким образом, спектр спиновых волн имеет обычную структуру.

Выражения для магнитной восприимчивости (П,8) с помощью (П,26) примут следующий окончательный вид:

$$\chi_{\pm}(\omega, k) = -2i\mu_B^2 \lim_{\tau \rightarrow +0} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \left\{ G_{\pm}(p) G_{\mp}(p+k) \pm \right. \\ \left. \pm ig(p) G_{\mp}(p) G_{\pm}(p+k) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{G_{\pm}(q) G_{\pm}(q+k) g(q)}{\omega \pm (2\mu_B H + \alpha k^2)} \right\}. \quad (\text{П,28})$$

Вблизи резонанса первое слагаемое можно опустить. В случае изотропного закона дисперсии (см. (П,7)) интегралы в (П,28) могут быть легко вычислены, и восприимчивость запишется стандартным образом:

$$\chi_{\pm}(\omega, k) = \frac{\mu_B M_0}{\Omega \mp \omega}, \quad (\text{П,29})$$

где  $M_0 = M \frac{\theta_C}{\varepsilon_F}$  — магнитный момент насыщения.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. D. Landau, E. M. Lifschits, Sow. Phys. 8, 113 (1935).
2. А. А. Абрикосов, И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ 35, 771 (1958).
3. П. С. Кондратенко, ЖЭТФ 47, 1536 (1964).
4. Z. Frait, Phys. Stat. Sol. 2, 1417 (1962). (Имеется русский перевод в сб. «Тонкие ферромагнитные пленки», М., «Мир», 1964.)
5. D. S. Rodbell, J. Appl. Phys. 30, 1879 (1959); Phys. Rev. Letts 13, 471 (1964).
6. T. G. Phillips, Proc. Roy. Soc. 292, 224 (1966).
7. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., «Наука», 1965.
8. G. E. H. Reuter, E. H. Soudheimer, Proc. Roy. Soc. A195, 336 (1948).
9. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН 89, 367 (1966).
10. W. A. Reed, E. Fawcett, Phys. Rev. 136, A422 (1964).
11. J. R. Anderson, A. V. Gold, Phys. Rev. Letts 10, 227 (1963).
12. C. G. Grimes, Plasma effects in solids (7th International conference on the physics of semiconductors, Dunod, Paris, 1964).
13. А. А. Веденов, УФН 84, 533 (1964); A. G. Chynoveth, S. J. Buchsbaum, Phys. Today 11, 26 (1965). (См. перевод: УФН 90, 179 (1966)).
14. В. Г. Барьяхтар, М. А. Савченко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ 50, 576 (1966); ФТТ 8, 2168 (1966); В. Г. Весселаго, Е. Г. Рудашевский, ФТТ 8, 2862 (1966).
15. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, А. А. Слущкин, ЖЭТФ 43, 1464 (1962).
16. М. Я. Азбель, Э. А. Канер, ЖЭТФ 32, 896 (1957).
17. В. Л. Гинзбург, Г. П. Мотулевич, УФН 87, 389 (1965).
18. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, УФН 87, 389 (1965).

19. Н. В. Волькенштейн, Исследование кинетических явлений в переходных металлах и некоторых сплавах. (Доклад, составленный по опубликованным работам, представленным на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Харьков, 1966 г.)
20. М. Я. Азбелъ, М. И. Каганов, ДАН СССР **102**, 49 (1955).
21. Г. В. Скроцкий, Л. В. Курбатов, в сб. «Ферромагнитный резонанс», М., Физматгиз, 1961.
22. C. Kittel, Phys. Rev. **73**, 155 (1948).
23. C. Zener, Phys. Rev. **81**, 440 (1951); T. Kasuja, Progr. Theor. Phys. **16**, 45 (1956); K. Yosida, Phys. Rev. **106**, 893 (1957); M. Ruderman, C. Kittel, Phys. Rev. **81**, 869 (1951).
24. П. С. Кондратенко, ЖЭТФ **50**, 769 (1966).
25. А. Я. Бланк, М. И. Каганов, ЖЭТФ **49**, 807 (1965).
26. В. Е. Пафомов, ЖЭТФ **36**, 1853 (1959).
- 26а. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
27. W. S. Ament, G. T. Rado, Phys. Rev. **97**, 1558 (1955).
28. J. R. McDonald, Phys. Rev. **103**, 280 (1956).
29. R. F. Soohoo, J. Appl. Phys. **32**, 1485 (1961); Phys. Rev. **131**, 594 (1963).
30. P. Pincus, Phys. Rev. **118**, 658 (1960).
31. М. И. Каганов, Ю. И. Лу, Изв. АН СССР, сер. физ. **25**, 1375 (1961).
32. T. Rado, J. P. Weertman, Phys. Rev. **94**, 1386 (1954).
33. В. Л. Гуревич, ЖЭТФ **38**, 1497 (1957).
34. В. Л. Гуревич, ЖТФ **28**, 2352 (1958).
35. L. L. Hirst, R. E. Prange, Phys. Rev. **139**, A892 (1965).
36. E. Stern, E. Callen, Phys. Rev. **131**, 512 (1963).
37. А. Я. Бланк, ЖЭТФ **47**, 325 (1964).
38. Ф. Г. Басс, А. Я. Бланк, М. И. Каганов, ЖЭТФ **45**, 1081 (1963).
39. П. Бозорт, Ферромагнетизм, М., ИЛ, 1956.
40. H. Ehrenreich, H. R. Phillip, D. J. Oleschna, Phys. Rev. **131**, 2469 (1963); A. S. Joseph, A. C. Thorsen, Phys. Rev. Letts **11**, 554 (1963).
41. K. S. Mendelson, H. N. Spector, Phys. Stat. Sol. **9**, 787 (1965).
42. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, ЖЭТФ **45**, 610 (1963).
43. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, ЖЭТФ **46**, 1106 (1964).
44. А. Я. Бланк, М. И. Каганов, Ю. И. Лу, ЖЭТФ **47**, 623 (1964).
45. Yu. Lu, Acta Physica Sinica **20**, 623 (1964).
46. А. Я. Бланк, М. И. Каганов, ФТТ **8**, 2340 (1966).
47. Р. Акрамов, ФТТ **5**, 1310 (1963).
48. В. Г. Скобов, Э. А. Канер, ЖЭТФ **46**, 273 (1964).
49. А. И. Ахнестер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, ЖЭТФ **36**, 216 (1959).
50. К. Б. Власов, Докторская диссертация, Харьков, 1965.
51. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, **34**, 1438 (1958).
52. W. Kohn, Phys. Rev. Letts **3**, 393 (1959).
53. E. Woll, S. Nettel, Phys. Rev. **123**, 796 (1961).
54. В. М. Конторович, Международный симпозиум по рассеянию нейтронов в твердых телах, Дубна, июль 1965 г.
55. А. М. Афанасьев, Ю. М. Каган, ЖЭТФ **43**, 1456 (1962); М. И. Каганов, А. И. Семененко, ЖЭТФ **50**, 630 (1966).
56. А. Я. Бланк, Э. А. Канер, ЖЭТФ **50**, 1013 (1966).
57. A. V. Pippard, Phil. Mag. **2**, 1147 (1957).
58. Э. А. Канер, ЖЭТФ **43**, 216 (1962).
59. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, ЖЭТФ **40**, 786 (1961).
60. А. Я. Бланк, П. С. Кондратенко, ЖЭТФ **52** (1967).
61. В. М. Конторович, И. Н. Олейник, Доклад на Международной конференции LT-X, Москва, 1966.
62. В. Г. Барьяхтар, Е. Г. Рудашевский, М. А. Савченко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ **51**, 250 (1966).
63. М. И. Каганов, Р. П. Янкелевич, ЖЭТФ **51**, 1703 (1966).
64. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, М., Физматгиз, 1962.
65. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).