

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

533.9

ДВИЖЕНИЕ И РАСПЛЫВАНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ПЛАЗМЕ*А. В. Гуревич, Е. Е. Цедилина***СОДЕРЖАНИЕ**

Введение	609
а) Основные уравнения	611
б) Кинетические коэффициенты	612
§ 1. Диффузионное расплывание неоднородностей	616
1.1. Уравнение амбиполярной диффузии в плазме, находящейся в магнитном поле	616
1.2. Решение уравнения амбиполярной диффузии. Коэффициент диффузии	618
а) Слабо ионизированная плазма	619
б) Произвольная степень ионизации	620
в) Поляризация неоднородности. Возмущения магнитного поля	622
1.3. Расплывание малых возмущений. Функция Грина	623
а) Малые расстояния	623
б) Асимптотическое поведение	624
в) Форма неоднородности	625
г) Время жизни неоднородности	626
1.4. Влияние движения нейтральных молекул и вихревого электрического поля	627
а) Движение молекул	627
б) Вихревое электрическое поле	628
в) Установление квазинейтрального состояния	629
§ 2. Движущиеся неоднородности	630
2.1. Уравнение движения неоднородностей	631
2.2. Решение уравнения движения	632
а) Скорость амбиполярного дрейфа	632
б) Плазма в электрическом поле	634
2.3. Расплывание и форма движущихся неоднородностей	636
а) Функция Грина. Дисперсионный механизм расплывания	636
б) Форма и время жизни неоднородности	638
Заключительные замечания	641
Цитированная литература	641

ВВЕДЕНИЕ

Возникновение в плазме электрических и магнитных полей, оказывающих сильное, а зачастую определяющее влияние на ее движение, составляет основную особенность динамики плазмы, отличающую ее от динамики нейтральных газов. Эта особенность в полной мере проявляет себя при движении и расплывании макроскопических неоднородных образований — неоднородностей в плазме. Действительно, вследствие различия в скоростях диффузии и дрейфа электронов и ионов электронная и ионная компоненты неоднородности всегда стремятся разделиться. При этом образуется нескомпенсированный электрический заряд, создающий внутреннее электрическое поле. Оно затормаживает быстро движущиеся частицы

и ускоряет медленные, препятствуя разделению зарядов. В результате неоднородность движется и расплывается таким образом, что концентрации электронов и ионов в ней почти одинаковы. При этом внутреннее электрическое поле оказывает сильное воздействие на движение неоднородности в целом, благодаря чему появляются электрические токи, создающие внутреннее магнитное поле, которое в свою очередь может оказать существенное влияние. В конечном итоге именно внутренние поля определяют скорость общего движения неоднородности, быстроту и характер ее расплывания.

При описании движений в плазме в условиях, когда размеры неоднородностей много больше длины свободного пробега частиц, систему гидродинамических уравнений для всех компонент плазмы (электронов, ионов, нейтральных молекул) необходимо рассматривать совместно с уравнениями Максвелла для поля. В общей постановке эти уравнения охватывают чрезвычайно широкую область динамики плазмы. В настоящей статье мы имеем в виду осветить гораздо более узкий и вместе с тем ясно очерченный круг вопросов. А именно, в первой главе будет рассмотрено диффузионное расплывание неоднородностей в плазме в магнитном поле. В отсутствие внешнего магнитного поля этот процесс был впервые рассмотрен Шоттки¹, который показал, что он сводится к обычной диффузии, названной «амбиполярной». Внутреннее электрическое поле оказывает при этом влияние лишь на величину коэффициента диффузии, плазма же, находящаяся в магнитном поле, анизотропна. Воздействие внутреннего электрического поля на движение электронов и ионов в анизотропной плазме приводит не только к изменению величины коэффициента диффузии, но и к возникновению замкнутых электрических токов. Благодаря этому процесс диффузионного расплывания неоднородностей в плазме, находящейся в магнитном поле, качественно отличен от обычной диффузии.

Далее, в плазме часто имеется дрейф заряженных частиц, вызванный неоднородностью магнитного поля, внешним электрическим полем, ветром нейтральных молекул или другими причинами. Анализ характера движения и расплывания неоднородностей в условиях дрейфа посвящена вторая глава. Внутреннее электрическое поле оказывает при этом еще более сильное воздействие на процессы в плазме. Оно приводит, в частности, к расщеплению неоднородностей и к появлению особого («дисперсионного») механизма расплывания неоднородностей, более энергичного, чем диффузия.

Ниже рассматривается в основном движение и расплывание неоднородностей в безграничной плазме. Это существенно в первую очередь для физики ионосферы, околоземного и космического пространства. Диффузия играет, например, важную роль в вопросах об образовании и форме ионосферных слоев²⁻⁹, об облаках искусственной ионизации, создаваемых с помощью ракет и высотных взрывов¹⁰⁻¹⁴, о происхождении и структуре ионосферных неоднородностей¹⁵⁻¹⁸ и, в частности, неоднородностей в слое E , связанных с гидродинамической турбулентностью^{19,20}, и т. д. Диффузионные процессы играют определяющую роль при формировании следов метеоров и искусственных тел (ракет, спутников) в ионосфере²¹⁻²³, рассеянии на них радиоволн²⁴⁻²⁸.

Аналогичные вопросы возникают и в лабораторной плазме при исследовании неоднородностей, размеры которых значительно меньше размеров всей системы. Они существенны, в частности, при анализе устойчивости²⁹⁻³². Мы не останавливаемся здесь на результатах конкретных работ, в которых решались задачи о распределении и времени жизни плазмы в лабораторных установках. Они изложены в обзорной статье Голанта³³ (см. также³⁴⁻³⁵). Не затрагивается здесь также обширная и важная

проблема диффузии в неустойчивой плазме, подробно рассмотренная в обзорах Кадомцева³¹, Веденова³², Кота³⁷ и др. *).

а) **О с н о в н ы е у р а в н е н и я.** Движение и распливание неоднородных образований, характерные размеры которых много больше длины свободного пробега частиц, описывается совокупностью макроскопических уравнений для всех компонент плазмы **):

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_e = 0, \quad (0,1)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}_i = 0, \quad (0,2)$$

$$\mathbf{j}_e = -\frac{\hat{\sigma}_e}{e} \left(\mathbf{E} + \frac{[\mathbf{V}_m \mathbf{H}]}{c} \right) - \hat{D}_e \nabla N_e + N_e \mathbf{V}_m, \quad (0,3)$$

$$\mathbf{j}_i = \frac{\hat{\sigma}_i}{e} \left(\mathbf{E} + \frac{[\mathbf{V}_m \mathbf{H}]}{c} \right) - \hat{D}_i \nabla N_i + N_i \mathbf{V}_m, \quad (0,4)$$

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} + \nabla (\mathbf{V}_m N_m) = 0,$$

$$MN_m \left[\frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial t} + (\mathbf{V}_m \nabla) \mathbf{V}_m \right] = -\nabla (N_m T) - \eta \Delta \mathbf{V}_m - \\ - \frac{\eta}{3} \nabla (\nabla \mathbf{V}_m) - m \hat{v}_{em} (\mathbf{V}_m N_e - \mathbf{j}_e) - M_i \hat{v}_{im} (N_i \mathbf{V}_m - \mathbf{j}_i). \quad (0,5)$$

Плазма здесь для простоты предполагается состоящей из электронов, одного сорта однозарядных ионов и нейтральных молекул. N_e , N_i , N_m — концентрации этих частиц. $\mathbf{E}$ — электрическое, а $\mathbf{H}$ — магнитное поле, $\mathbf{j}_e$ и $\mathbf{j}_i$ — потоки электронов и ионов³⁶, $\mathbf{V}_m$ — гидродинамическая скорость молекул в той же системе координат, M , M_i и m — массы молекул, ионов и электронов, e — заряд электрона, c — скорость света. Далее, $\hat{\sigma}_e$, $\hat{\sigma}_i$, $\hat{D}_e$ и $\hat{D}_i$ — тензоры проводимости и диффузии для электронов и ионов, η — коэффициент вязкости, $\hat{v}_{em}$ и $\hat{v}_{im}$ — тензоры столкновений электронов и ионов с молекулами. Все эти величины определяются с помощью кинетической теории; они будут приведены в следующем разделе. Заметим лишь здесь, что члены с тензорами $\hat{v}_{em}$ и $\hat{v}_{im}$ в уравнении (0,5) описывают трение нейтрального газа, вызванное столкновениями молекул с электронами и ионами. Тензоры столкновений $\hat{v}_{em}$ и $\hat{v}_{im}$ не являются независимыми — они могут быть выражены с помощью тензоров проводимости и диффузии. Их введение в ряде случаев оказывается полезным. Уравнения (0,1) — (0,5) записаны в предположении, что рассматриваемые процессы изотермичны. В противном случае к ним следовало бы присоединить также уравнения для температур электронов, ионов и молекул ***).

*) Заметим, что для времени жизни неоднородностей в плазме могут оказаться существенными также рекомбинация, ионизация, прилипание и другие микропроцессы, не рассматриваемые в настоящей работе. Такие процессы важны, например, в нижней ионосфере; они могут оказать заметное влияние на диффузию^{58,85}.

**) Для применимости уравнений (0,1) — (0,4) достаточно, чтобы в направлении, ортогональном к магнитному полю, размер неоднородности был много больше ларморовского радиуса ионов.

***). Изотермичность диффузионных процессов в безграничной плазме, по-видимому, хорошо выдерживается. Дело в том, что процесс теплопроводности в плазме, не связанный требованиями квазинейтральности, идет всегда энергичнее, чем диффузия.

Уравнения движения плазмы следует дополнить уравнениями Максвелла:

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi e (N_i - N_e), \quad (0,6)$$

$$[\nabla \mathbf{E}] = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (0,7)$$

$$\nabla \mathbf{H} = 0, \quad (0,8)$$

$$[\nabla \mathbf{H}] = \frac{4\pi e}{c} (\mathbf{j}_i - \mathbf{j}_e). \quad (0,9)$$

В уравнении (0,9) мы пренебрегли током смещения $\left(\frac{1}{4\pi e} \frac{\partial E}{\partial t}\right)$, имея в виду, что ниже рассматриваются лишь сравнительно медленные, квазистационарные процессы. Укажем также на возможность еще одного важного упрощения исходных уравнений. А именно, при сравнительно больших масштабах неоднородностей, когда выполнено условие

$$R_D |\nabla N| \ll N \quad (0,10)$$

(здесь N — концентрация электронов и ионов, $R_D = (T/4\pi e^2 N)^{1/2}$ — дебаевский радиус), плазма квазинейтральна, т. е. концентрации электронов и ионов приближенно равны друг другу:

$$N_i \simeq N_e. \quad (0,11)$$

Тогда уравнения непрерывности для электронов и ионов (0,1) и (0,2) можно заменить одним уравнением для совместной концентрации $N = N_e = N_i$:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0. \quad (0,12)$$

Очевидно, что это возможно лишь при выполнении дополнительного условия:

$$\nabla \mathbf{j}_e = \nabla \mathbf{j}_i = \nabla \mathbf{j}. \quad (0,13)$$

Условие (0,13) всегда может быть удовлетворено выбором продольного электрического поля $E_{||} = \nabla \phi$. Таким образом, дополнительное условие (0,13) следует теперь рассматривать как уравнение, определяющее продольное электрическое поле и заменяющее уравнение Пуассона (0,6). Последнее при заданном поле E определяет разность в концентрациях электронов и ионов $N_e - N_i$, необходимую для создания поля. В силу условия (0,10) эта разность концентраций составляет лишь малую часть порядка $(R_D |\nabla N| / N)^2$ от N . С такой точностью выполняется, следовательно, условие квазинейтральности плазмы (0,11).

Таким образом, при выполнении условия (0,10) можно рассматривать квазинейтральные движения неоднородной плазмы. Исходные уравнения (0,1), (0,2) и (0,6) заменяются при этом уравнениями (0,11) — (0,13).

б) Кинетические коэффициенты. Слабо ионизированная плазма.

Компоненты тензора электронной проводимости в слабо ионизированной плазме в магнитном поле имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{||}^e &= \sigma_{ZZ}^e = e^2 N_e K_{0e}(0) / m v_{em}, \\ \sigma_{XZ}^e &= \sigma_{ZX}^e = \sigma_{YX}^e = \sigma_{ZY}^e = 0, \\ \sigma_{\perp}^e &= \sigma_{XX}^e = \sigma_{YY}^e = e^2 N_e v_{em} K_{0e}(q_H) / m (\omega_H^2 + v_{em}^2), \\ \sigma_{\Lambda}^e &= \sigma_{XY}^e = -\sigma_{YX}^e = -e^2 N_e \omega_H K_{0e}(q_H) / m (\omega_H^2 + v_{em}^2). \end{aligned} \quad (0,14)$$

Здесь ось Z направлена по магнитному полю, $q_H = \omega_H / v_{em}$, $\omega_H = eH / mc$ — гиромагнитная частота, v_{em} — частота соударений электрона с нейтральными молекулами, играющая основную роль в слабо ионизированной плазме:

$$v_{em} = \frac{2\sqrt{2}\pi N_m}{3} \left(\frac{m}{T_e} \right) \int_0^\infty v^2 \exp \left\{ -\frac{mv^2}{2T_e} \right\} dv \int_0^\pi \sin \theta (1 - \cos \theta) q_{em}(v, \theta) d\theta, \quad (0,15)$$

где N_m — концентрация молекул, T_e — температура электронов, $q_{em}(v, \theta)$ — дифференциальное эффективное сечение столкновения электрона с молекулой. Например, если $q_{em} = q_0 / 4\pi v$, то

$$v_{em} \approx N_m q_0. \quad (0,16)$$

Если сечение соударения не зависит от скорости электрона $q_{em} = \sigma_{0e} / 4\pi$ (столкновение с упругим шариком), то

$$v_{em} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} N_m \sigma_{0e} \sqrt{\frac{T_e}{m}}. \quad (0,17)$$

Коэффициенты K_{se} и K_{ee} в слабо ионизированной плазме близки к единице. При $\omega_H / v_{em} \gg 1$ они всегда равны единице. Конкретный вид их при произвольном значении ω_H / v_{em} определяется характером зависимости сечения q от скорости v . Например, в случае (0,16) K_{se} и K_{ee} строго равны единице. Для модели столкновений с упругими шариками (0,17) коэффициенты K_{se} и K_{ee} приведены в ³⁸ (см. также ³⁹, стр. 70). Выражения для частоты столкновений v_{em} и коэффициентов K_{se} и K_{ee} при другой зависимости сечения столкновения q от скорости v можно найти в работе Шкарофского ⁴⁰ *).

В аналогичной форме может быть представлен и тензор ионной проводимости $\hat{\sigma}_i$, только концентрацию и массу электронов, N_e и m в формулах (0,14) следует заменить на концентрацию и массу ионов — N_i , M_i , а электронную гирочастоту ω_H — на ионную $\Omega_H = eH / M_i c$. Частота столкновений ионов с молекулами (столкновения упругих шариков) согласно ⁴¹ определяется выражением

$$v_{im} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} N_m \sigma_{0i} \left(\frac{TM}{M_i(M+M_i)} \right)^{1/2}. \quad (0,18)$$

Здесь M — масса молекул, σ_{0i} — полное сечение рассеяния при столкновении иона и молекулы. В ⁴¹ можно найти выражения для v_{im} и при других законах взаимодействия.

Коэффициенты $K_{si}(\Omega_H / v_{im})$ и $K_{ei}(\Omega_H / v_{im})$, если $M_i \ll M$, совпадают с соответствующими коэффициентами $K_{se}(\omega_H / v_{em})$ и $K_{ee}(\omega_H / v_{em})$ при одинаковой зависимости сечения столкновения от скорости. Если же $M_i \gg M$, то коэффициенты K_{si} и K_{ei} существенно более близки к единице, чем K_{se} , K_{ee} .

Тензоры диффузии для электронов и ионов в слабо ионизированной плазме связаны с тензорами проводимости соотношениями Эйнштейна (см. ⁴², стр. 251):

$$\hat{D}_e = -\frac{T_e}{e^2 N_e} \hat{\sigma}_e, \quad \hat{D}_i = \frac{T_i}{e^2 N_i} \hat{\sigma}_i. \quad (0,19)$$

Тензор столкновений электронов с нейтральными молекулами $\hat{v}_{em}$ может быть представлен в форме

$$\hat{v}_{em} = v_{em} \hat{K}_{em}, \quad (0,20)$$

*) В ⁴⁰, ⁸⁶ численные результаты приводятся для функций h_σ и q_σ , связанных с K_σ и K_e соотношениями

$$K_\sigma(q_H) = \frac{(1 + q_H^2) q_\sigma(q_H)}{q_\sigma^2(q_H) + q_H^2 h_\sigma^2(q_H)}, \quad K_e(q_H) = \frac{(1 + q_H^2) h_\sigma(q_H)}{q_\sigma^2(q_H) + q_H^2 h_\sigma^2(q_H)}.$$

где ν_{em} — частота столкновений, рассмотренная выше, а $\hat{K}_{em}$ — тензор коэффициентов. Компоненты тензора $\hat{K}_{em}$ могут быть выражены с помощью функций K_σ и K_ϵ , рассматривавшихся выше,

$$\begin{aligned} K_{em\parallel} &= K_{em\perp}(0) = \frac{1}{K_{\sigma e}(0)}, \\ K_{em\perp} &= \frac{K_{\sigma e}(q_H)(1+q_H^2)}{K_{\sigma e}^2(q_H) + q_H^2 K_{\epsilon e}^2(q_H)}, \\ K_{em\Lambda} &= \frac{q_H [K_{\epsilon e}(q_H) - K_{\sigma e}^2(q_H)]}{K_{\sigma e}^2(q_H) + q_H^2 K_{\epsilon e}^2(q_H)}. \end{aligned} \quad (0,21)$$

Здесь $q_H = \omega_H / \nu_{em}$. Коэффициенты $K_{em\perp}$ и $K_{em\Lambda}$ для случая столкновений с упругими шариками (0,17) приведены в табл. I. В совершенно аналогичной форме может быть представлен и тензор ионно-молекулярных столкновений $\hat{\nu}_{im}$. Только частота ν_{em} при этом заменяется на ν_{im} , ω_H — на Ω_H , а функции $K_{\sigma e}$ и $K_{\epsilon e}$ — на $K_{\sigma i}$ и $K_{\epsilon i}$ соответственно. Кроме того, изменяется знак функции $K_{im\Lambda}$.

Таблица I

$\frac{\omega_H}{\nu_{em}}, \frac{\omega_H}{\nu_{ei}}$	$K_{em\perp}$	$K_{em\Lambda}$	$K_{ei\perp}$	$K_{ei\Lambda}$	$\frac{\omega_H}{\nu_{em}}, \frac{\omega_H}{\nu_{ei}}$	$K_{em\perp}$	$K_{em\Lambda}$	$K_{ei\perp}$	$K_{ei\Lambda}$
0,	0,884	0	0,513	0	1,0	0,927	0,0937	0,577	0,356
0,01	0,884	0,0018	0,513	0,0021	2,0	0,997	0,0342	0,644	0,279
0,05	0,879	0,0085	0,513	0,0110	4,0	0,982	0,0094	0,796	0,113
0,1	0,885	0,176	0,513	0,0241	6,0	0,992	0,0032	0,854	0,0524
0,2	0,895	0,0332	0,522	0,0654	10,0	1,0	0	0,946	0,0146
0,5	0,915	0,538	0,544	0,236					

Заметим, что тензоры столкновений $\hat{\nu}_{em}$ и $\hat{\nu}_{im}$ входят не только в уравнения движения нейтральных молекул (0,5), но и в уравнения для скорости макроскопического движения электронов и ионов:

$$m N_e \hat{\nu}_{em} \mathbf{V}_e = -e N_e \mathbf{E} - \frac{e}{c} [\mathbf{V}_e \mathbf{H}] N_e - T_e \nabla N_e, \quad (0,22)$$

$$M_i N_i \hat{\nu}_{im} \mathbf{V}_i = e N_i \mathbf{E} + \frac{e}{c} N_i [\mathbf{V}_i \mathbf{H}] - T_i \nabla N_i. \quad (0,23)$$

Используя эти уравнения, легко установить связь тензоров столкновений с тензорами проводимости, выраженную формулами (0,21)*).

Важно, что для столкновений электронов с нейтральными молекулами тензор коэффициентов $\hat{K}_{em} = \hat{\nu}_{em} / \nu_{em}$ весьма близок к единичному. В еще большей степени это относится к тензору $\hat{K}_{im}$. Поэтому при приближенных расчетах можно с достаточной точностью заменять тензоры столкновений $\hat{\nu}_{em}$ и $\hat{\nu}_{im}$ скалярными величинами — частотами столкновений ν_{em} и ν_{im} . Такое приближение названо в ³⁹ «элементарной теорией». В приближении «элементарной теории» выражения для тензоров проводимости и диффузии даются по-прежнему формулами (0,14) с $K_\sigma = K_\epsilon \equiv 1$. В отсутствие магнитного поля (при $H \rightarrow 0$) тензоры проводимости, диффузии, столкновений переходят, естественно, в скалярные величины, равные продольной компоненте соответствующего тензора.

*) В операторной форме связь тензора столкновений с тензором проводимости в слабо ионизированной плазме имеет простой вид:

$$\hat{\sigma}_{em} = \frac{e^2 N_e}{m} (\hat{\nu}_{em} - \hat{\omega}_H)^{-1}, \quad \hat{\sigma}_{im} = \frac{e^2 N_i}{M_i} (\hat{\nu}_{im} + \hat{\Omega}_H)^{-1},$$

где

$$\hat{\omega}_H \mathbf{x} = \frac{e}{mc} [\mathbf{H}, \mathbf{x}], \quad \hat{\Omega}_H \mathbf{x} = \frac{e}{M_i c} [\mathbf{H}, \mathbf{x}].$$

Произвольная степень ионизации

Выше мы рассматривали лишь слабо ионизированную плазму, когда основную роль играют столкновения с нейтральными молекулами. При более высоких степенях ионизации существенными становятся также столкновения между электронами и ионами. Чтобы учесть их, при вычислении тензоров проводимости и диффузии следует добавить в левую часть уравнений (0,22), (0,23) члены $mN_e\hat{v}_{ei}(\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_i)$ и $mN_e\hat{v}_{ei}(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e)$ соответственно. Здесь $\hat{v}_{ei}$ — тензор столкновений между электронами и ионами:

$$\hat{v}_{ei} = v_{ei}\hat{K}_{ei}, \quad (0,24)$$

где v_{ei} — частота столкновений:

$$v_{ei} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 N_i}{m^{1/2} T_e^{3/2}} \ln \Lambda, \quad (0,25)$$

N_i — концентрации ионов, $\ln \Lambda = \ln (T_e R_D / e^2)$ — кулоновский логарифм (R_D — дебаевский радиус).

Тензор $\hat{K}_{ei}$ имеет вид (0,21), т. е. по-прежнему описывается двумя функциями $K_{ei\perp}(q_H)$ и $K_{ei\parallel}(q_H)$, ($K_{ei\parallel} = K_{ei\perp}(0)$). Эти функции для полностью однократно ионизированной плазмы представлены в зависимости от ω_H/v_{ei} в табл. 1. Из таблицы видно, что отклонение тензора $\hat{K}_{ei}$ от единичного в общем более значительно, чем в случае соударений с молекулами*). В частично ионизированной плазме, когда существенны столкновения электронов как с нейтральными молекулами, так и с ионами, вид функций $K_{ei\perp}$ и $K_{ei\parallel}$ меняется в зависимости от величины отношения v_{ei}/v_{em} . То же относится и к функциям $K_{em\perp}$, $K_{em\parallel}$, $K_{im\perp}$, $K_{im\parallel}$. В общем случае можно, по-видимому, сказать, что функции $K_{\perp}$ и $K_{\parallel}$ меняются между соответствующими функциями в слабо ионизированной и в полностью ионизированной плазме, приведенными в табл. 1**). Важно подчеркнуть также, что в реальных условиях обычно гирочастота сравнима с частотой столкновений лишь в слабо ионизированной плазме. При высоких степенях ионизации плазмы, когда $v_{ei} \gg v_{em}$, гирочастота обычно много больше частоты столкновений. Например, в ионосфере $\omega_H \sim v_{em}$ на высотах $h \sim 80 \div 90$ км, а $\omega_H \sim v_{im}$ при $h \sim 100 \div 120$ км. На этих высотах ионосферная плазма слабо ионизирована. На высотах же порядка 200 км и более, где плазма сильно ионизирована, гирочастота на два-три порядка больше частоты столкновений. Тензоры коэффициентов $\hat{K}$ при этом близки к единичному. В этих условиях можно ограничиться приближением «элементарной» теории, полагая тензоры коэффициентов $\hat{K}$ равными единичному. В таком приближении, с точностью до малых членов порядка $m v_{em}/M_i v_{im} \sim \sqrt{m/M} \ll 1$, компоненты тензоров проводимости и диффузии при произвольной степени ионизации плазмы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{e\parallel} &= \frac{e^2 N_e}{m(v_{em} + v_{ei})}, \quad \sigma_{e\perp} = \frac{e^2 N_i}{mA} \left[v_{ei} + v_{em} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right) \right], \\ \sigma_{e\Lambda} &= -\frac{e^2 N_e}{mA} \omega_H [1 + m v_{ei}/M_i v_{im} + \Omega_H^2/v_{im}^2], \\ \sigma_{i\parallel} &= \frac{e^2 N_i}{M_i v_{im} (v_{ei} + v_{em})}, \quad \sigma_{i\perp} = \frac{e^2 N_i}{M_i v_{im} A} (v_{em}^2 + v_{em} v_{ei} + \omega_H^2), \\ \sigma_{i\Lambda} &= \frac{e^2 N_i \Omega_H}{M_i v_{im}^2 A} (v_{em}^2 + M_i v_{ei} v_{im}/m + \omega_H^2), \end{aligned}$$

*) Заметим, что для полностью Z-кратно ионизированной плазмы отличие тензора $\hat{K}_{ei}$ от единичного оказывается еще более сильным. Это следует из работ 42, 44, 45.

**) Кинетические коэффициенты для электронов при произвольной степени ионизации плазмы вычислялись в 40. В этой работе, однако, не учитывалось движение ионов, что справедливо, по-видимому, лишь в случае переменного электрического поля достаточно высокой частоты $\omega \gg \Omega_H$. В общей форме процессы переноса в трехкомпонентной плазме рассматривались в 46. Тензоры проводимости и диффузии электронов и ионов при произвольной степени ионизации выражены с помощью тензоров столкновений в 43.

$$\begin{aligned}
D_{e\parallel} &= T \left(1 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \right) / m (v_{em} + v_{im}), \quad D_{i\parallel} = T (v_{em} + 2v_{ei}) / M_i v_{im} (v_{em} + v_{ei}) \\
D_{e\perp} &= \frac{T}{mA} \left[(v_{em} + v_{ei}) \left(1 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \right) + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} (v_{em} + 2v_{ei}) \right], \\
D_{e\Lambda} &= -\frac{T \omega_H}{mA} \left\{ 1 + 3 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right\}, \\
D_{i\perp} &= \frac{T}{M_i v_{im} A} \left[(v_{em} + v_{ei}) (v_{em} + 2v_{ei}) + \omega_H^2 \left(1 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \right) \right], \\
D_{i\Lambda} &= \frac{T \Omega_H}{M_i v_{im}^2 A} \left\{ v_{em}^2 + \omega_H^2 - \frac{M_i}{m} v_{ei} v_{im} \right\}, \\
A &= (v_{em} + v_{ei})^2 + \omega_H^2 \left(1 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right). \tag{0,26}
\end{aligned}$$

Из приведенных формул видно, что соотношения (0,19) справедливы лишь в слабо ионизированной плазме *).

Коэффициент кинетической вязкости в газе нейтральных молекул при различных законах взаимодействия между ними приведен в 41. Например, для модели столкновений упругих шариков

$$\eta = 0,563 \frac{\sqrt{MT}}{\sigma_0}, \tag{0,27}$$

где σ_0 — полное сечение рассеяния при столкновении.

§ 1. ДИФФУЗИОННОЕ РАСПЛЫВАНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

1.1. Уравнение амбиполярной диффузии в плазме, находящейся в магнитном поле

Рассмотрим распывание квазинейтральной неоднородности в плазме **). Пренебрежем при этом влиянием вихревого электрического поля и движения молекул. Роль обоих этих факторов обсуждена ниже в разделе 1.4, где показано, что в широком классе условий их влияние действительно несущественно. Общее уравнение, описывающее диффузионное распывание неоднородностей, следует тогда непосредственно из уравнений (0,12), (0,13). Подставляя в них выражения (0,3), (0,4) для потоков электронов и ионов и учитывая, что $E = -\nabla\phi$, где ϕ — потенциал электрического поля, получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{1}{2} (\nabla \hat{D}_i \nabla + \nabla \hat{D}_e \nabla) N + \frac{1}{2e} (\nabla \hat{\sigma}_e \nabla - \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \phi, \\
\frac{1}{e} (\nabla \hat{\sigma}_e \nabla + \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \phi &= (\nabla \hat{D}_i \nabla - \nabla \hat{D}_e \nabla) N. \tag{1,1}
\end{aligned}$$

*) Отметим, что компоненты полного тензора электропроводности плазмы $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_e + \hat{\sigma}_i$ в том же приближении имеют вид ($N_e = N_i = N$):

$$\begin{aligned}
\sigma_{\parallel} &= \frac{e^2 N}{m (v_{em} + v_{ei})}, \quad \sigma_{\perp} = \frac{e^2 N}{mA} \left(v_{em} + v_{ei} + \frac{\Omega_H}{v_{im}} \omega_H \right), \\
\sigma_{\Lambda} &= -\frac{e^2 N \omega_H}{mA}.
\end{aligned}$$

**) Вопрос об установлении квазинейтрального состояния рассмотрен в разделе 1.4в, где показано, что при выполнении условия (0,10) или более точного условия (1,48) произвольный начальный заряд быстро растекается и устанавливается квазинейтральное состояние, распывающееся диффузионным путем.

Здесь $\hat{\sigma}_e$, $\hat{D}_e$ и $\hat{\sigma}_i$, $\hat{D}_i$ — тензоры проводимости и диффузии электронов и ионов. В стационарных условиях в слабо ионизированной плазме уравнения такого типа рассматривались Джонсоном и Хулбертом³.

В слабо ионизированной плазме, когда столкновения электронов с ионами несущественны и тензоры $\hat{\sigma}_e$ и $\hat{\sigma}_i$ пропорциональны N , выполняется следующее условие:

$$(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla) (\nabla \hat{\sigma}_i \nabla) = (\nabla \hat{\sigma}_i \nabla) (\nabla \hat{\sigma}_e \nabla). \quad (1,2)$$

Оно выполняется также при произвольной степени ионизации в линейном приближении, когда $N = N_0 + \delta N$ и тензоры $\hat{\sigma}_e$ и $\hat{\sigma}_i$ зависят лишь от однородной концентрации N_0 . В этих случаях, умножая первое из уравнений (1,1) на $(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla + \nabla \hat{\sigma}_i \nabla)$, а второе на разность этих же величин, можно исключить потенциал электрического поля. Уравнение амбипольной диффузии принимает тогда вид^{47, 48}

$$(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla + \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \frac{\partial N}{\partial t} = [(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla) (\nabla \hat{D}_i \nabla) + (\nabla \hat{\sigma}_i \nabla) (\nabla \hat{D}_e \nabla)] N. \quad (1,3)$$

В отсутствие магнитного поля проводимость и коэффициент диффузии — скалярные величины. Уравнения (1,1) имеют в этом случае вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{D_e \sigma_i + D_i \sigma_e}{\sigma_e + \sigma_i} \Delta N, \\ (\nabla \sigma_e + \nabla \sigma_i) \nabla \phi &= e (\nabla D_i - \nabla D_e) \nabla N. \end{aligned} \quad (1,4)$$

Здесь учтены соотношения $\sigma_i \nabla \sigma_e = \sigma_e \nabla \sigma_i$ и $\sigma_e \nabla D_i = -\sigma_i \nabla D_e$, выполненные при произвольной степени ионизации плазмы с точностью до малых членов порядка $mv_{em}/Miv_{im} \sim \sqrt{m/M_i}$. Первое из этих уравнений является уравнением амбипольной диффузии, полученным Шоттки¹ (см. также^{33, 34, 42, 49, 50}). К нему же сводится уравнение (1,1) для строго продольной или строго поперечной диффузии при наличии магнитного поля. В последнем случае, естественно, $\sigma_e = \sigma_{e\perp}$, $D_e = D_{e\perp}$ и т. д.

Уравнения (1,1), (1,3) — четвертого порядка. Они существенно отличаются от обычного уравнения диффузии в анизотропной среде:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D_{\parallel} \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + D_{\perp} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \right). \quad (1,5)$$

Следует отметить, что авторы ряда работ, посвященных диффузии в плазме в магнитном поле, получали уравнение амбипольной диффузии в виде (1,5). Для этого при выводе условие (0,13) $\text{div } \mathbf{j}_e = \text{div } \mathbf{j}_i$ заменялось более сильным условием $\mathbf{j}_e = \mathbf{j}_i$, т. е. накладывалось дополнительное требование, запрещающее в плазме вихревые токи (см., например,^{21, 33, 36, 51, 52}). Такое требование сильно ограничивает класс возможных решений. Оно не вытекает из исходных уравнений и в общем случае необосновано (см.⁵³).

В безграничной плазме, которая и будет рассматриваться в дальнейшем, имеют место естественные условия на бесконечности: $N \rightarrow N_0$, $\phi \rightarrow 0$. Заметим, что если граничные и начальные условия задачи не содержат никаких характерных размеров, то уравнения (1,1), (1,3), (1,4) допускают автомодельное решение вида

$$N(\mathbf{r}, t) = t^{-\alpha} N(\xi), \quad (1,6)$$

где $\xi = \mathbf{r}/\sqrt{t}$, а α — константа. Преобразование (1,6) уменьшает число переменных в рассматриваемых уравнениях. Последние сохраняют при этом свой вид, только $\frac{\partial N}{\partial t}$ заменяется на $-\left(\alpha + \frac{\xi}{2} \nabla\right) N$, причем оператор ∇

Ω_H/v_{im} . Из формулы (1,13) видно, что при $\omega_H \Omega_H/v_{em} v_{im} \ll 1$, т. е. $H \ll \frac{c}{e} (M_i m v_{em} v_{im})^{1/2}$, влияние магнитного поля несущественно и диффузия изотропна. В обратных условиях возникает значительная анизотропия. Именно этот случай изображает кривая $\Omega_H/v_{im} = 0,5$ на рис. 1. В сильном магнитном поле при $\Omega_H \gg v_{im}$, т. е. $H \gg M_i v_{im} \frac{c}{e}$ анизотропия очень сильна. В этом случае при значениях угла β , не слишком близких к $\pi/2$, коэффициент $D_a(\beta)$ приближенно равен

$$D_a(\beta) \simeq \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) (D_{i\parallel} \cos^2 \beta + D_{i\perp} \sin^2 \beta), \quad (1,17)$$

где $D_{i\parallel}$ и $D_{i\perp}$ — коэффициенты продольной и поперечной диффузии ионов. В этих условиях диффузия идет со скоростью ионной диффузии, увеличенной в $(1 + T_e/T_i)$ раз. Однако при углах, очень близких к $\pi/2$ (при $\frac{\pi}{2} -$

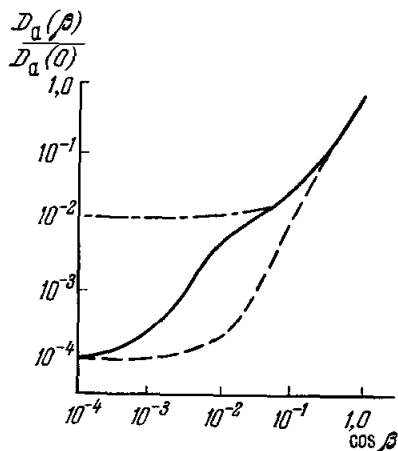


Рис. 2.

— $\beta \lesssim \frac{v_{im}}{\Omega_H} \sqrt{\frac{m v_{em}}{M_i v_{im}}}$) коэффициент $D_a(\beta)$ резко убывает до значения $D_{\perp i} \times (1 + T_e/T_i) \sqrt{\frac{m v_{em}}{M_i v_{im}}}$. Это видно из рис. 2, где изображена в логарифмическом масштабе зависимость D_a от $\cos \beta$ для $\Omega_H/v_{im} = 10$. Пунктирная кривая изображает $D_0(\beta)$, штрих-пунктирная — коэффициент $D_a(\beta)$, вычисленный по формуле (1,17).

Указанная особенность в ходе функции $D_a(\beta)$ при углах β , близких к $\pi/2$, существенно сказывается на характере распыливания неоднородностей в сильном магнитном поле. В самом деле, учтем,

что если неоднородность сильно вытянута вдоль H , то ее фурье-образ имеет резкий максимум при углах β , близких к $\pi/2$. Ширина этого максимума $\Delta\beta \sim R_{\perp}/R_{\parallel}$, где $R_{\parallel}$ и $R_{\perp}$ — характерные размеры неоднородности вдоль и поперек магнитного поля. Отсюда ясно, что характер распыливания неоднородности существенно различается в зависимости от ее формы, точнее, от соотношения между $R_{\parallel}$ и $R_{\perp}$. Действительно, если

$$R_{\perp}/R_{\parallel} \gg \frac{v_{im}}{\Omega_H} \sqrt{\frac{m v_{em}}{M_i v_{im}}}, \quad (1,18)$$

то наличие резкого минимума коэффициента диффузии мало сказывается на распылиании неоднородности. В этом случае можно пользоваться приближенной формулой (1,17) для $D_a(\beta)$. При этом неоднородность поперек магнитного поля движется со скоростью поперечной диффузии ионов, увеличенной в $(1 + T_e/T_i)$ раз. В случае же очень сильно вытянутых вдоль H неоднородностей, когда выполняется условие, обратное (1,18), скорость распыливания неоднородности поперек поля гораздо меньше — порядка скорости поперечной диффузии электронов. Таким образом, быстрота распыливания неоднородности в плазме поперек магнитного поля существенно зависят от ее формы.

б) Произвольная степень ионизации. При произвольной степени ионизации плазмы существенны как столкновения с ней-

Подставляя в этом случае в выражение (1,12) общие формулы (0,26) для σ и D , находим

$$D_a(\beta) = \frac{2T \left[\left(1 + \frac{v_{ei}}{v_{em}}\right)^2 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta \left(1 + 2 \frac{mv_{ei}}{M_i v_{im}}\right) + \frac{\omega_H^2 \Omega_H^2}{v_{em}^2 v_{im}^2} \cos^4 \beta \right]}{M_i v_{im} \left[\left(1 + \frac{v_{ei}}{v_{em}}\right)^2 + \frac{\Omega_H \omega_H}{v_{im} v_{em}} \left(1 + \frac{v_{ei}}{v_{em}}\right) + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \left(1 + \frac{mv_{ei}}{M_i v_{im}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2}\right) \cos^2 \beta \right]} \quad (1,19)$$

Малыми членами порядка $mv_{em}/M_i v_{im} \sim \sqrt{m/M_i}$ здесь пренебрегалось в сравнении с единицей. Кроме того, для простоты принято, что $T_e = T_i = T$. Формула (1,19) получена Григорьевым⁶³.

При $v_{ei} = 0$ выражение (1,19) совпадает с формулой (1,13), рассмотренной в предыдущем разделе. При $H = 0$ коэффициент диффузии (1,19) переходит в (1,14); столкновения электронов с ионами не влияют, следовательно, на диффузию в отсутствие магнитного поля. Тот же результат получается и при продольной диффузии в магнитном поле ($\beta = 0$). Для поперечной диффузии ($\beta = \pi/2$) столкновения электронов с ионами, наоборот, очень существенны. В этом случае, как показано Голантом^{64, 33},

$$D_{\perp} = \frac{2T(v_{em} + v_{ei})}{M_i v_{im}(v_{ei} + v_{em}) + m\omega_H^2}. \quad (1,20)$$

Отсюда видно, что столкновения электронов с ионами оказывают определяющее влияние на поперечную диффузию при высоких степенях ионизации плазмы. При $v_{em} \rightarrow 0$ формула (1,20) приводит к хорошо известному выражению, определяющему поперечную диффузию в сильно ионизированной плазме⁶⁵:

$$D_{\perp} = \frac{2T}{m} \frac{v_{ei}}{\omega_H^2}. \quad (1,21)$$

Зависимость коэффициента диффузии D_a от угла β в общем аналогична случаю слабо ионизированной плазмы. Это видно из рис. 3, где представлена зависимость $\frac{D_a(\beta)}{D_a(0)}$ для $\frac{mv_{em}}{M_i v_{im}} = 10^{-3}$ при различных значениях параметров Ω_H/v_{im} и v_{ei}/v_{em} : кривая 1 — для $\Omega_H/v_{im} = 29,5$; $v_{ei}/v_{em} = 3,7$; 2 — для $\Omega_H/v_{im} = 3,5 \cdot 10^2$, $v_{ei}/v_{em} = 40$; 3 — для $\Omega_H/v_{im} = 2,4 \cdot 10^4$; $v_{ei}/v_{em} = 4 \cdot 10^3$ *). Пунктиром на рисунке нанесены кривые (1,16), где $D_{\parallel}$ и $D_{\perp}$ определены формулами (1,14), (1,20). Из рисунка видно, что пунктирные кривые по-прежнему значительно отличаются от сплошных. Однако с увеличением частоты столкновений электронов с ионами (точнее, с увеличением отношения $mv_{ei}/M_i v_{im}$) различие между ними ослабевает и при $mv_{ei}/M_i v_{im} \gg 1$ становится малым. Следовательно, при $v_{ei} \gg \frac{M_i}{m} v_{im}$ диффузионное расплывание неоднородностей в плазме в магнитном поле близко к обычному диффузионному процессу в анизотропной среде с коэф-

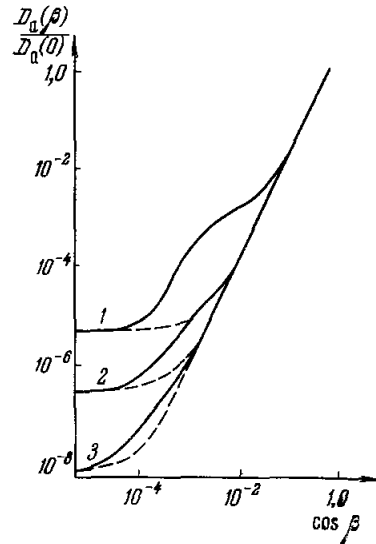


Рис. 3.

*) Эти значения параметров соответствуют высотам 150, 200 и 400 км в ионосфере.

коэффициентами диффузии $D_{\parallel}$ и $D_{\perp}$, определенными выражениями (1,14), (1,20). Это же нетрудно усмотреть и из формулы (1,19). Действительно, при $v_{ei} \gg \gg v_{im} M_i/m$, пренебрегая малыми членами, находим

$$D_a(\beta) = \frac{2T}{M_i v_{im}} \cos^2 \beta + \frac{2T v_{ei}}{M_i v_{im} v_{ei} + m \omega_H^2} \sin^2 \beta. \quad (1,22)$$

Таким образом, при больших значениях отношения $m v_{ei}/M_i v_{im}$ амбиполярная диффузия в плазме приобретает характер, близкий к обычной диффузии в анизотропной среде. Нетрудно понять и причину этого явления. Дело в том, что указанные ранее особенности в диффузии плазмы поперек магнитного поля связаны с большим различием в скоростях поперечной диффузии электронов и ионов. Ионы поперек сильного магнитного поля диффундируют, в общем, много быстрее электронов. В результате электронная и ионная компоненты неоднородности разделяются и появляется электрический заряд, препятствующий движению ионов поперек поля. Тот же заряд приводит к усилению движения электронов поперек поля за счет образования токов, за счет проводимости. Это и позволяет неоднородности расплываться поперек поля со скоростью, значительно превышающей скорость поперечной диффузии электронов. Однако с увеличением степени ионизации плазмы скорость поперечной диффузии электронов возрастает и при $m v_{ei} > M_i v_{im}$ приближается к скорости поперечной диффузии ионов. При $m v_{ei} \gg M_i v_{im}$ электроны и ионы диффундируют поперек поля одинаково с коэффициентом диффузии (1,21); поэтому и эффекты, связанные с различием в скорости поперечной диффузии электронов и ионов, ослабевают, что мы и видели выше. Следует вместе с тем подчеркнуть, что и в тех случаях, когда эти эффекты, вообще говоря, невелики, на больших расстояниях $r \gg \sqrt{D}t$, они по-прежнему оказываются весьма существенными и даже определяющими (см. раздел 1.3б).

в) Поляризация неоднородности. Возмущения магнитного поля. Потенциал электрического поля в неоднородности определяется вторым уравнением (1,1). Фурье-компоненты потенциала Φ_k равны

$$\Phi_k = \frac{e[(D_{i\parallel} - D_{e\parallel}) \cos^2 \beta + (D_{i\perp} - D_{e\perp}) \sin^2 \beta]}{(\sigma_{e\parallel} + \sigma_{i\parallel}) \cos^2 \beta + (\sigma_{e\perp} + \sigma_{i\perp}) \sin^2 \beta} \delta N_k, \quad (1,23)$$

где β по-прежнему угол между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$, а δN_k — фурье-компоненты возмущений концентрации (1,11). Учитывая, что $D_{e\parallel} \gg D_{i\parallel}$, а $D_{i\perp} > D_{e\perp}$ в сильном магнитном поле, видим, что знак Φ_k меняется в зависимости от угла β . Следовательно, знак потенциала электрического поля в неоднородности в сильном магнитном поле зависит от ее формы: он становится положительным при переходе к очень сильно вытянутым вдоль поля неоднородностям. Такими же особенностями обладает, естественно, и разность концентраций электронов и ионов в неоднородности:

$$\delta N_{ik} - \delta N_{ek} = \frac{(D_{e\parallel} - D_{i\parallel}) \cos^2 \beta + (D_{e\perp} - D_{i\perp}) \sin^2 \beta}{(\sigma_{e\parallel} + \sigma_{i\parallel}) \cos^2 \beta + (\sigma_{e\perp} + \sigma_{i\perp}) \sin^2 \beta} \frac{k^2}{4\pi} \delta N_k. \quad (1,24)$$

Процесс расплывания неоднородности в магнитном поле сопровождается возникновением замкнутого электрического тока $\mathbf{j}$:

$$\mathbf{j} = e(\mathbf{j}_i - \mathbf{j}_e), \quad \nabla \mathbf{j} = 0,$$

где $\mathbf{j}_i$ и $\mathbf{j}_e$ — потоки ионов и электронов (0,3), (0,4). Это приводит к появлению и магнитных возмущений. Компоненты Фурье возмущений магнитного поля имеют вид

$$\delta \mathbf{H}_k = i \frac{4\pi}{ck^2} [\mathbf{k} \mathbf{j}_k] = \frac{4\pi e}{ck^2} \delta N_k \left\{ [\mathbf{k} (\hat{D}_i - \hat{D}_e) \mathbf{k}] + [\mathbf{k}, (\hat{\sigma}_e + \hat{\sigma}_i) \mathbf{k}] \times \right. \\ \left. \times \frac{(D_{e\parallel} - D_{i\parallel}) \cos^2 \beta + (D_{e\perp} - D_{i\perp}) \sin^2 \beta}{(\sigma_{e\parallel} + \sigma_{i\parallel}) \cos^2 \beta + (\sigma_{e\perp} + \sigma_{i\perp}) \sin^2 \beta} \right\}. \quad (1,25)$$

В частности, в слабо понижированной плазме, подставляя выражения для компонент тензоров диффузии и проводимости, получаем отсюда ⁴⁷

$$\delta N_k = -\frac{4\pi e}{c} \delta N_k \times \frac{\langle T_e + T_i \rangle \left\{ \left(\frac{\omega_H}{v_{em}} \right)^2 \cos \beta \left[\frac{k}{k} \frac{H_0}{H_0} \right] + \frac{\omega_H}{v_{em}} \left(1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} \cos^2 \beta \right) \left(\frac{H_0}{H_0} - \frac{k}{k} \cos \beta \right) \right\}}{M_i v_{im} \left[1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta (1 + \Omega_H^2 / v_{im}^2) \right]}.$$

При $H=0$, а также в случае строго продольной диффузии, возмущения магнитного поля отсутствуют, что и должно быть.

1.3. Расплывание малых возмущений. Функция Грина

Рассмотрим теперь расплывание неоднородностей, которые в начальный момент времени имели очень малые (точечные) размеры: $\delta N(\mathbf{r}, 0) = n_0 \delta(\mathbf{r})$. Фурье-образ такой начальной неоднородности — константа: $\delta N_k(0) = n_0$. Из (1,10) и (1,14) следует тогда, что в любой момент времени возмущения концентрации частиц описываются выражением

$$\delta N(\mathbf{r}, t) = n_0 \int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - D_a(\beta)k^2 t} d^3k = n_0 G(\mathbf{r}, t). \quad (1,26)$$

Функция $G(\mathbf{r}, t)$ является функцией источника, или функцией Грина, для уравнения (1,3)*.

Проведем теперь в (1,26) интегрирование по d^3k . Введем для этого в пространстве векторов $\mathbf{k}$ сферические координаты: $k, \mu = \cos \beta = \mathbf{k}\mathbf{H}/kH$ и φ — угол между плоскостями $\mathbf{r}\mathbf{H}$ и $\mathbf{k}\mathbf{H}$. Интегрируя тогда по dk , получаем ⁶⁶:

$$G(\mathbf{r}, t) = G(r, \alpha, t) = \frac{1}{3\pi^{5/2} t^{3/2}} \int_0^1 \frac{d\mu}{D_a^{3/2}(\mu^2)} \int_0^\pi \exp \left\{ -\frac{r^2 B^2}{4D_a(\mu^2)t} \right\} \left\{ 1 - \frac{r^2 B^2}{4D_a(\mu^2)t} \right\} d\varphi, \quad (1,27)$$

$$B = \mu \cos \alpha + \sqrt{1 - \mu^2} \sin \alpha \cos \varphi.$$

Здесь α — угол между $\mathbf{r}$ и $\mathbf{H}$.

а) Малые расстояния. При $r \ll \sqrt{Dt}$ из (1,27) находим:

$$G(0, t) = \frac{1}{8\pi^{3/2} t^{3/2}} \int_0^1 \frac{d\mu}{D_a^{3/2}(\mu^2)}. \quad (1,28)$$

Отсюда видно, что возмущения концентрации в центре неоднородности, пропорциональные $G(0, t)$, с течением времени убывают как $t^{-3/2}$, т. е. так же, как и при обычной диффузии. Значение $G(0, t)$ (точнее, значение интеграла в формуле (1,28)) характеризует быстроту расплывания неоднородности. Оно существенно зависит от скорости диффузии как

*) Общее решение линеаризованного уравнения (1,3) может быть выражено с помощью функции Грина при произвольном начальном возмущении $\delta N(\mathbf{r}', 0)$ и при наличии источника $I(\mathbf{r}', t')$:

$$\delta N(\mathbf{r}, t) = \int \delta N(\mathbf{r}', 0) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t) d^3r' + \int_0^t \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') I(\mathbf{r}' t') d^3r' dt'.$$

электронов, так и ионов. В частности, в слабо ионизированной плазме при $\omega_H \gg v_{em}$:

$$I = \int_0^1 \frac{d\mu}{D_a^{3/2}(\mu^2)} \simeq D_{i\parallel}^{-3/2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^{-3/2} \left\{1 + \left(\frac{\Omega_H}{v_{im}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_H}{v_{em}}\right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_H}{v_{im}}\right)^{3/2}\right\}. \quad (1,29)$$

В сильно ионизированной плазме ($v_{ei} \gg M_i v_{im}/m$) при $T_e = T_i$ из (1,22) получаем

$$I \simeq 2^{-3/2} D_{i\parallel}^{-3/2} \left\{1 + \frac{m\omega_H^2}{M v_{im} v_{ei}}\right\}. \quad (1,30)$$

Из (1,29) и (1,30) видно, что значения интеграла I в сильном магнитном поле возрастают пропорционально H^2 . Соответственно уменьшается быстрота расплывания неоднородности. Интересно, что в сильном магнитном поле $\omega_H \gg v_{ei}$, $\Omega_H \gg v_{im}$ выражения (1,29) и (1,30) при $T_e = T_i$ могут быть представлены в виде

$$I = \frac{1}{\sqrt{(2D_{i\parallel})(2D_{i\perp})(2D_{e\perp})}}, \quad (1,31)$$

где $D_{i\parallel}$, $D_{i\perp}$, $D_{e\perp}$ — соответственно коэффициенты продольной и поперечной диффузии электронов и ионов. Сравним это выражение со значением $I = 1/\sqrt{D_{\parallel} D_{\perp}^2}$, получающимся при обычной диффузии в анизотропной среде. Естественно принять, что коэффициент амбиполярной диффузии вдоль магнитного поля $D_{a\parallel} = 2D_{i\parallel}$. Из (1,31) тогда следует, что эффективный коэффициент диффузии плазмы поперек магнитного поля является средним квадратичным между удвоенными коэффициентами поперечной диффузии электронов и ионов.

б) Асимптотическое поведение. Определим теперь характер возмущений на больших расстояниях от основной неоднородности $r \gg 2\sqrt{Dt}$. Рассмотрим наиболее простой случай, когда $\mathbf{r} \parallel \mathbf{H}$, т. е. $\cos \alpha = 1$. В этом случае

$$G(r, 0, t) = G_{\parallel}(r, t) = \frac{1}{8\pi^{3/2} t^{3/2}} \int_0^1 \frac{d\mu}{D_a^{3/2}(\mu^2)} \left(1 - \frac{r^2 \mu^2}{2D_a(\mu^2)t}\right) \exp\left\{-\frac{r^2 \mu^2}{4D_a(\mu^2)t}\right\}. \quad (1,32)$$

Переходя вместо μ к новой переменной $x = r\mu/2\sqrt{D_a(\mu^2)t}$, переписываем интеграл (1,32) в виде

$$G_{\parallel}(r, t) = \frac{1}{4\pi^{3/2} t r} \int_0^{r/2\sqrt{D_a(1)t}} \frac{e^{-x^2} [1 - 2x^2] dx}{D_a - \mu^2 D_a'}. \quad (1,33)$$

Здесь и ниже $D_a' = \frac{dD_a}{d\mu^2}$, $D_a'' = \frac{d^2 D_a}{(d\mu^2)^2}$ и т. д. В интеграле (1,33) существенны значения $x \sim 1$. Учитывая, что $r/2\sqrt{Dt} \gg 1$, заменяем верхний предел интегрирования на ∞ . Раскладывая знаменатель в ряд в окрестности $\mu = 0$ и выражая μ через x , находим, что

$$G_{\parallel}(r, t) = -\frac{3D_a''(0)t}{\pi r^5}. \quad (1,34)$$

В частности, для слабо ионизированной плазмы, когда $D_a(\mu^2)$ дано выражением (1,13),

$$G_{\parallel}(r, t) = \frac{12D_{i0}t [1 + \Omega_H^2/v_{im}^2] [1 + \omega_H^2/v_{em}^2] \frac{\omega_H^3 \Omega_H}{v_{em}^3 v_{im}}}{\pi r^5 [1 + \omega_H \Omega_H / v_{em} v_{im} t^3]} \quad (1,35)$$

Отсюда видно, что с ростом расстояния возмущения концентрации δN убывают пропорционально $1/r^5$. С ростом магнитного поля они увеличиваются. В частности, в сильно замагниченной плазме ($\Omega_H \gg v_{im}$) δN растет пропорционально H^2 . При $H \rightarrow 0$ коэффициент $D_a''(0)$ стремится к нулю пропорционально H^4 . При $H = 0$ асимптотическое выражение для $G_{\parallel}$ вырождается и функция Грина экспоненциально убывает с расстоянием, как и при обычной диффузии.

Изменение асимптотического поведения функции Грина при диффузии в плазме в магнитном поле является следствием нарушения аналитичности ее компонент Фурье G_k в окрестности точки $k = 0$. Действительно, согласно (1,26)

$$G_k = \exp \{ - D_a(\mu^2) k^2 t \}.$$

Отсюда видно, что если $D_a(\mu^2) = C_0 + C_1 \mu^2$, где $\mu = k_z/k$, то $D_a k^2$ — аналитическая функция k и функция G_k также является аналитической функцией k . Если же коэффициент диффузии имеет другую зависимость от μ^2 (определенную, например, формулой (1,12)), то в точке $k = 0$ возникает особенность. Эта особенность и является причиной изменения асимптотических свойств функции Грина. Физическая причина явления состоит в том, что характер возмущений на больших расстояниях от основной неоднородности определяется влиянием электрического заряда, а не диффузией.

Выше был рассмотрен лишь случай $\alpha = 0$. Аналогичные вычисления показывают, что и при произвольном угле α между r и H возмущения концентрации на больших расстояниях по-прежнему пропорциональны t/r^5 ⁶⁶.

в) Ф о р м а н е о д н о р о д н о с т и. Функция Грина G зависит от трех переменных: расстояния r , угла α и времени t . Из формулы (1,27) следует, однако, что произведение $t^{3/2}G$ является функцией лишь двух переменных: угла α и $x = r/2\sqrt{2D_{i\parallel}t}$. Так и должно быть, поскольку функция Грина в безграничной плазме определяется автомодельным уравнением (1,6). Удобно поэтому рассматривать безразмерную функцию $G(x, \alpha) = G(r, t, \alpha)/G(0, t)$, где $G(0, t) \sim 1/t^{3/2}$ — значение функции Грина при $r = 0$, определенное формулой (1,28).

Результат численного расчета функции $G(x, \alpha)$ представлен на рис. 4 (слабо ионизированная плазма, $\Omega_H/v_{im} = 1$, $mv_{em}/Mv_{im} = 3 \cdot 10^{-3}$). Функция G в зависимости от x приведена здесь для различных значений угла α : кривые 1, 2, 3, 4 построены соответственно для $\cos \alpha = 0; 0,9; 0,99; 1$. Из рисунка видно, что при малых значениях x функция G экспоненциально резко падает. При $x \sim 1$ быстрота падения функции G значительно ослабевает. При больших значениях x согласно приведенным выше асимптотическим выражениям G убывает пропорционально $1/x^5$. При малых x функция G особенно быстро убывает в направлении, ортогональном к маг-

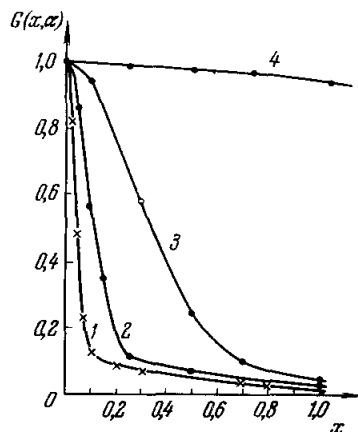


Рис. 4.

нитному полю ($\cos \alpha = 0$), чего и следовало ожидать. Анизотропия функции $G(x, \alpha)$ при $x \sim 0,1$ весьма сильна; при $x \sim 1$ она гораздо менее ярко выражена.

Кривые $G(x, \alpha) = \text{const} = G_0$ характеризуют форму, приобретаемую неоднородностью в процессе ее расплывания в плазме. Они представлены на рис. 5, а в логарифмическом масштабе для различных значений G_0 , указанных на рисунке. На рис. 5, б кривая $G_0 = 0,03$ изображена в обычном масштабе. По осям абсцисс и ординат указаны значения величины x , а угол α отсчитывается от оси ординат, которая направлена вдоль магнитного поля. Из рисунка видно, что неоднородность в плазме вследствие расплывания приобретает форму, значительно отличающуюся от эллипсоидов, возникающих при обычной диффузии в анизотропной среде.

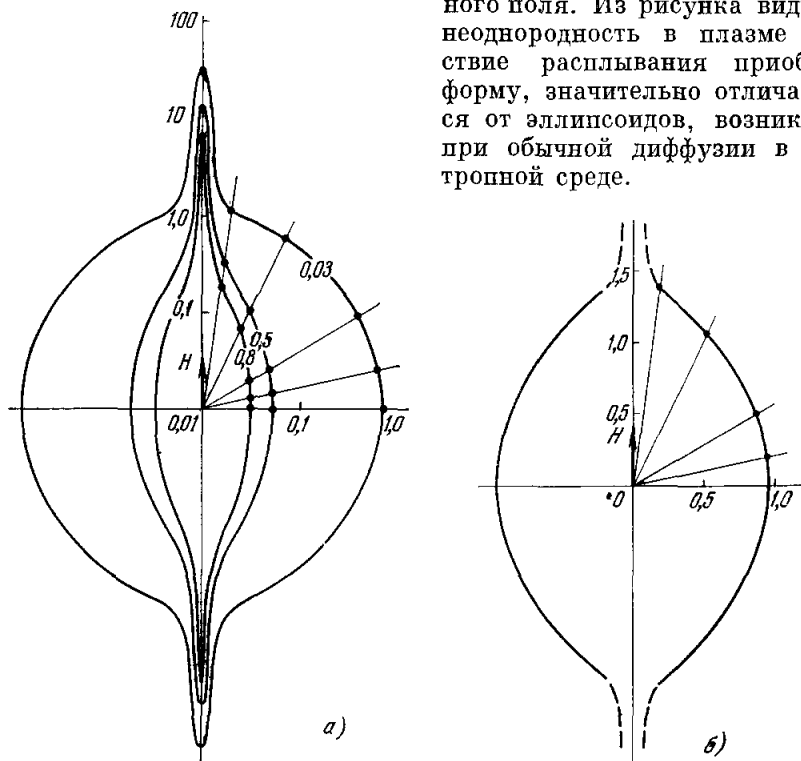


Рис. 5.

г) **Время жизни неоднородности.** Временем жизни неоднородности естественно назвать время, в течение которого возмущение концентрации частиц в максимуме неоднородности $\delta N(0, t)$ уменьшится в p раз, где p — заданное число (например, 10 или 100). Пусть в начальный момент времени возмущение концентрации в максимуме неоднородности было $\delta N(0, 0)$. Время жизни неоднородности t определится тогда из соотношения $\delta N(0, 0) = p \delta N(0, t)$. Воспользовавшись для $\delta N(0, t)$ выражениями (1,26) и (1,28), получаем отсюда:

$$\frac{t}{t_0} = \left\{ \int_0^1 \left[\frac{D_{i\parallel} (1 + T_e/T_i)}{D_a (\mu^2)} \right]^{3/2} d\mu \right\}^{2/3}, \quad (1,36)$$

$$t_0 = \left[\frac{n_0 p}{\delta N(0, 0)} \right]^{2/3} / 4\pi D_{i\parallel} (1 + T_e/T_i). \quad (1,37)$$

Здесь t_0 — время жизни неоднородности в плазме в отсутствие магнитного поля, $n_0 = \int \delta N(r, 0) d^3r$ — полное число частиц в начальной неоднород-

ности *). Отношение $n_0/\delta N(0,0)$ — порядка R_0^3 , где R_0 — характерный размер начальной неоднородности. Из формулы (1,37) следует, что время жизни неоднородности пропорционально $R_0^2/D_{i||}$.

С ростом магнитного поля время жизни неоднородности возрастает. Например, в слабо ионизированной плазме, как следует из (1,29) и (1,36),

$$t/t_0 = \left\{ 1 + \left(\frac{\Omega_H}{v_{im}} \right)^2 + \left(\frac{\omega_H}{v_{em}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_H}{v_{im}} \right)^{3/2} \right\}^{2/3}$$

Отсюда видно, что в сильном магнитном поле время жизни неоднородности пропорционально $H^{4/3}$. При произвольной степени ионизации плазмы в сильном магнитном поле ($\Omega_H \gg v_{im}$, $\omega_H > v_{ei}$)

$$t/t_0 = D_{i||}^{2/3}/D_{i\perp}^{1/3}D_e^{1/3}.$$

1.4. Влияние движения нейтральных молекул и вихревого электрического поля

а) Движение молекул. Выше пренебрегалось движением нейтральных молекул ($V_m=0$). В действительности, при расплывании неоднородности электронно-ионной компоненты плазмы из-за столкновений с молекулами возникает движение и нейтрального газа. Естественно ожидать, что при $N \ll N_m$ оно лишь слабо скажется на диффузионном расплывании неоднородностей.

Рассмотрим вначале слабо ионизированную плазму в отсутствие магнитного поля. В этом случае дисперсионное уравнение для системы линеаризованных уравнений (0,12), (0,13), (0,3) — (0,5), описывающих квазинейтральное движение электронов, ионов и нейтральных молекул при $T_e = T_i = T$, записывается в виде

$$(i\omega + D_\eta k^2)^2 \left\{ i\omega^3 + \omega^2 k^2 \left(D_a + \frac{4}{3} D_\eta \right) - i\omega k^2 \left(D_a \frac{N}{N_m} v_{im} - S^2 \right) - k^4 S^2 D_a \right\} = 0. \quad (1,38)$$

Здесь $D_\eta = \eta/M_i N_m$ — коэффициент вязкости, S — скорость звука в нейтральном газе, D_a — коэффициент амбиполярной диффузии (1,14). Уравнение (1,38) имеет четыре корня. Корень $\omega = iD_\eta k^2$ описывает затухание гидродинамических движений несжимаемого газа нейтралов ($V \perp k$), корни $\omega = i\frac{2}{3} D_\eta \pm Sk \sqrt{1 + 2N/N_m}$ — звуковые волны **). Наконец, корень

$$\omega = ik^2 \frac{T_e + T_i}{M_i v_{im} + M_i v_{im} (T_e + T_i) N/TN_m} \quad (1,39)$$

описывает диффузионное расплывание неоднородностей концентрации электронов и ионов — амбиполярную диффузию. Из (1,39) видно, что при малых степенях ионизации поправка к коэффициенту диффузии, связанная с движением молекул, невелика. При высоких степенях ионизации она становится значительной.

Интересно, что коэффициент амбиполярной диффузии (1,39) сохраняет смысл и при $N_m \rightarrow 0$: в этом случае $\omega = ik^2 TN_m/M_i N v_{im}$. Вместе с тем известно, что в полностью ионизированной изотермической плазме в отсутствие магнитного поля диффузионное расплывание неоднородностей не осуществляется. Дело в том, что для диффузионного расплывания неоднородности необходимо создать состояние с постоянным давлением. В частности, процесс амбиполярной диффузии в изотермической плазме в отсутствие магнитного поля всегда является процессом взаимной диффузии электронно-ионного газа и газа нейтральных молекул. Нетрудно видеть, что при этом всегда выполняется соотношение

$$\delta N_m(r, t) = -\frac{T_e + T_i}{T} \delta N(r, t). \quad (1,40)$$

*) Формула (1,36) справедлива в предположении, что время жизни неоднородности достаточно велико: $t > R_{0\perp}^2/D_{e\perp}^{1/2}D_{i\perp}^{1/2}$, где $R_{0\perp}$ — характерный размер начальной неоднородности в плоскости, ортогональной к H . При больших значениях числа p , как ясно из (1,36), указанное условие всегда выполнено.

**) Продольные волны в частично ионизированном газе рассматривались, например, в работах ^{88, 89}.

Благодаря этому возмущение давления $\Delta p = T \delta N_m + T_e \delta N_e + T_i \delta N_i \equiv 0$, так что полное давление в плазме постоянно. Если $N/N_m \ll 1$, то давление нейтралов не сказывается на взаимной диффузии, как это и имеет место обычно при диффузии в газовых смесях⁴¹. При $N/N_m \gtrsim 1$ оно, наоборот, весьма существенно. Однако при $N \gg N_m$, как ясно из формулы (1,40), диффузионным путем могут расплываться лишь очень слабые возмущения концентрации заряженных частиц: $\delta N \sim \delta N_m \ll N_m$. В полностью ионизированной плазме (при $N_m = 0$) такие движения вообще невозможны.

При наличии магнитного поля дисперсионное уравнение с учетом движения нейтралов имеет в общем случае весьма сложный вид⁴³. При продольной диффузии $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$ корень, описывающий амбиполярную диффузию, по-прежнему определяется выражением (1,39). При поперечной диффузии $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$

$$\omega = ik^2 D_{a\perp} / \left[1 + \frac{N(T_e + T_i)}{N_m T (1 + \omega_H \Omega_H / v_{im} v_{em})} \right],$$

где $D_{a\perp}$ — коэффициент поперечной амбиполярной диффузии (1,15). Отсюда видно, что магнитное поле лишь ослабляет влияние движения нейтральных молекул на диффузию. По-видимому, и в общем случае при выполнении условия

$$N(T_e + T_i) \ll N_m T \quad (1,41)$$

движение нейтральных молекул не сказывается на амбиполярной диффузии*).

б) Вихревое электрическое поле. Выше всегда предполагалось, что электрическое поле $\mathbf{E}$ — продольное. Учет теперь влияния и вихревого электрического поля на движение ионов и электронов. Иначе говоря, вместо уравнения (0,6) будем рассматривать полную систему квазистационарных уравнений Максвелла (0,6) — (0,9). Общее дисперсионное уравнение, описывающее расплывание квазинейтральных неоднородностей, записывается тогда в виде⁴⁸

$$i\omega^3 + A(D_M k^2)\omega^2 - iB(D_M k^2)^2\omega - C(D_M k^2)^3 = 0, \quad (1,42)$$

где $D_M = c^2/4\pi\sigma_e$ — магнитная вязкость. Коэффициенты A, B, C в слабо ионизированной плазме имеют такой вид:

$$\begin{aligned} A &= 2 + p + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} (1 + \cos^2 \beta), \\ B &= 1 + 2p + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} (1 + 2p \cos^2 \beta) + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right), \\ C &= p \left[1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \cos^2 \beta \right) \right]. \end{aligned}$$

Здесь β — по-прежнему угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$, а p — безразмерный параметр:

$$p = \frac{D_{a\parallel}}{D_M} = \frac{4\pi}{c^2} (\sigma_{e\parallel} D_{i\parallel} + \sigma_{i\parallel} D_{e\parallel}) = \frac{(T_e + T_i)}{mc^2} \frac{4\pi e^2 N}{M_i v_{im} v_{em}}. \quad (1,43)$$

Дисперсионное уравнение (1,42) — третьего порядка. Все его корни ω пропорциональны k^2 , и следовательно, расплывание квазинейтральных неоднородностей в плазме при учете вихревого поля в общем случае описывается тремя независимыми диффузионными процессами.

Например, при поперечной диффузии ($\cos \beta = 0$) корни дисперсионного уравнения (1,42) имеют вид

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= ik^2 D_M \left\{ p + 1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} \mp \sqrt{(p-1)^2 + \frac{\Omega_H^2 \omega_H^2}{v_{im}^2 v_{em}^2} + \frac{2\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} (p+1)} \right\}, \\ \omega_3 &= ik^2 D_M. \end{aligned}$$

При небольших значениях параметра $p \ll 1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}}$ корень ω_1 равен $ik^2 D_{a\perp}$, где $D_{a\perp}$ — коэффициент поперечной амбиполярной диффузии (1,15). Именно этот корень

*) Следует подчеркнуть, что в настоящем разделе рассматривалось лишь движение молекул, вызванное расплыванием электронно-ионной неоднородности. Газ нейтралов как целое предполагался покоящимся. Роль движения всего газа нейтральных частиц обсуждается в следующем параграфе.

описывает распывание возмущений концентрации частиц. Два других корня в тех же условиях гораздо больше — порядка D_M . Они описывают распывание магнитных возмущений.

При продольной диффузии ($\cos \beta = 1$):

$$\omega_1 = ik^2 D_{a||},$$

$$\omega_{2,3} = ik^2 D_M \left[1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}} \pm i \frac{\omega_H}{v_{em}} \right].$$

Первый из этих корней описывает продольную амбиполярную диффузию, два других — распывание магнитных возмущений. Последний процесс носит не только диффузионный, но и волновой характер. При условии $\Omega_H \ll v_{im}$, $\omega_H \gg v_{em}$ соответствующие волны оказываются слабо затухающими. Закон дисперсии для них — квадратичный ($\omega \sim k^2$). Эти волны наблюдаются в земной магнитосфере⁹⁰⁻⁹² («свистящие атмосферика») и в твердых телах⁶⁷⁻⁷⁰ («геликоны»).

При произвольном направлении диффузии, если выполнено условие

$$p = \frac{4\pi e^2 N (T_e + T_i)}{m M c^2 v_{im} v_{em}} \ll 1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}}, \quad (1.44)$$

один из диффузионных корней, ω_1 , много меньше двух других. Именно этот минимальный корень описывает распывание возмущений концентрации частиц. Он совпадает с коэффициентом амбиполярной диффузии (1.13).

Таким образом, в общем случае распывание квазинейтральных неоднородностей в плазме представляет собой совокупность трех независимых диффузионных процессов, которые описывают изменение во времени возмущений магнитного поля и концентрации электронов и ионов. При выполнении условия (1.44) процессы эти разделяются: два из них протекают гораздо быстрее третьего, связанного как раз с распыванием возмущений концентрации частиц. На последний процесс вихревое электрическое поле не оказывает существенного влияния. Он совпадает с амбиполярной диффузией, рассматривавшейся выше. Условие (1.44) ограничивает давление электронно-ионной компоненты плазмы. В частности, в достаточно сильном магнитном поле $\omega_H \Omega_H > v_{em} v_{im}$ условие (1.44) имеет простой физический смысл: давление электронно-ионного газа $N(T_e + T_i)$ должно быть меньше давления магнитного поля $H^2/4\pi$. В реальных условиях в космической и лабораторной плазме это требование обычно хорошо выполнено.

в) У с т а н о в л е н и е к в а з и н е й т р а л ь н о г о с о с т о я н и я. Выше всегда рассматривались квазинейтральные неоднородности, т. е. предполагалось, что нескомпенсированный электрический заряд уже успел рассосаться. Это справедливо, разумеется, лишь для достаточно медленных процессов.

Рассмотрим теперь распывание произвольной начальной неоднородности в плазме и покажем, как образуется квазинейтральное состояние, являющееся исходным для амбиполярной диффузии⁴⁷.

В слабо ионизированной плазме уравнения (0,1) — (0,6) принимают такой вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_e}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\frac{\hat{\sigma}_e}{e} \mathbf{E} \right) - \nabla \cdot (\hat{D}_e \nabla N_e) &= 0, \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\hat{\sigma}_i}{e} \mathbf{E} \right) - \nabla \cdot (\hat{D}_i \nabla N_i) &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= -4\pi e (N_i - N_e), \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

При выводе уравнений (1.45) пренебрегалось, как обычно, движением нейтральных молекул и влиянием вихревого электрического поля. Примем, как и ранее, что неоднородность является лишь слабым возмущением основной концентрации однородной плазмы $\delta N_{e,i} \ll N_0$. Раскладывая искомые функции δN_e , δN_i и $\mathbf{E}$ в интеграл Фурье по координатам, из (1.45) получим следующую систему уравнений для функций $\delta N_{ek}(t)$ и $\delta N_{ik}(t)$:

$$\frac{\partial N_{ek}}{\partial t} + (D_{||e} \cos^2 \beta + D_{\perp e} \sin^2 \beta) k^2 \delta N_{ek} + 4\pi (\sigma_{e||} \cos^2 \beta + \sigma_{e\perp} \sin^2 \beta) (\delta N_{ek} - \delta N_{ik}) = 0, \quad (1.46a)$$

$$\frac{\partial N_{ik}}{\partial t} + (D_{||i} \cos^2 \beta + D_{\perp i} \sin^2 \beta) k^2 \delta N_{ik} + 4\pi (\sigma_{i||} \cos^2 \beta + \sigma_{i\perp} \sin^2 \beta) (\delta N_{ik} - \delta N_{ek}) = 0. \quad (1.46b)$$

Решение линейных уравнений (1,46) можно записать так:

$$\begin{aligned}\delta N_{ke}(t) &= \delta N_{ek}^{(1)} e^{i\omega_1 t} - \delta N_{ek}^{(2)} e^{i\omega_2 t}, \\ \delta N_{ki}(t) &= \delta N_{ik}^{(1)} e^{i\omega_1 t} + \delta N_{ik}^{(2)} e^{i\omega_2 t},\end{aligned}\quad (1,47)$$

где ω_1 и ω_2 — корни характеристического уравнения. Если характерные размеры возмущенной области велики в сравнении с дебаевским радиусом R_D (условие 0,10), то

$$\sigma_e \gg D_e k^2, \quad \sigma_i \gg D_i k^2. \quad (1,48)$$

В этом случае корни ω_1 и ω_2 имеют простой вид:

$$\omega_1 = 4\pi i [(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta], \quad (1,49a)$$

$$\begin{aligned}\omega_2 = ik^2 \frac{(\sigma_{||e} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp e} \sin^2 \beta)(D_{||i} \cos^2 \beta + D_{\perp i} \sin^2 \beta) +}{(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta} \times \\ \times \frac{(\sigma_{||i} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp i} \sin^2 \beta)(D_{||e} \cos^2 \beta + D_{\perp e} \sin^2 \beta)}{(\sigma_{||e} - \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} - \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta}.\end{aligned}\quad (1,49b)$$

Для $\delta N_{ke}^{(1)}$, $\delta N_{ke}^{(2)}$, $\delta N_{ki}^{(1)}$, $\delta N_{ki}^{(2)}$ при этом получаем:

$$\delta N_{ke}^{(1)} = \frac{\sigma_{||e} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp e} \sin^2 \beta}{(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta} [\delta N_{ke}(0) - \delta N_{ki}(0)], \quad (1,50)$$

$$\delta N_{ki}^{(1)} = \frac{\sigma_{||i} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp i} \sin^2 \beta}{(\sigma_{||e} - \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} - \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta} [\delta N_{ki}(0) - \delta N_{ke}(0)],$$

$$\delta N_{ke}^{(2)} = \delta N_{ki}^{(2)} = \frac{(\sigma_{||e} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp e} \sin^2 \beta) \delta N_{ki}(0) + (\sigma_{||i} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp i} \sin^2 \beta) \delta N_{ke}(0)}{(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta}. \quad (1,51)$$

Здесь $\delta N_{ke}(0)$ и $\delta N_{ki}(0)$ — фурье-компоненты начального возмущения плотности электронов и ионов.

Из (1,47) — (1,51) видно, что корень ω_1 описывает растекание первоначального нескомпенсированного заряда в плазме, пропорционального $[\delta N_{ki}(0) - \delta N_{ke}(0)]$. Заряд исчезает очень быстро, и через время

$$\Delta t \gg 1/4\pi [(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta] \quad (1,52)$$

неоднородность становится квазинейтральной $\delta N_{ke}(t) = \delta N_{ki}(t)^*$. Расплывание квазинейтральных неоднородностей описывает второй корень ω_2 . Этот процесс совпадает с амбиполярной диффузией, рассматривавшейся выше. Он идет гораздо медленнее, чем растекание первоначального заряда, поскольку $\omega_2/\omega_1 \approx (kR_D)^2 \ll 1$.

Таким образом, квазинейтральное состояние плазмы устанавливается за время (1,52) и (1,52a). При выполнении условий (0,10) или (1,48) время установления мало в сравнении с характерным временем амбиполярной диффузии.

§ 2. ДВИЖУЩИЕСЯ НЕОДНОРОДНОСТИ

Выше рассматривалось диффузионное расплывание неоднородностей в плазме. При этом предполагалось, что в однородной (невозмущенной) плазме газ электронов и ионов покоится. В реальных условиях, однако, электроны и ионы часто совершают еще общее движение — дрейф. Дрейф может быть вызван различными причинами: внешним электрическим

*) При выборе условия (1,52) использовались макроскопические уравнения. Поэтому его выполнение необходимо лишь в достаточно плотной плазме, когда частота столкновений электронов ν больше плазменной частоты ω_0 : $\nu \gg \omega_0$. Если $\nu \ll \omega_0$, то установление квазинейтрального состояния осуществляется путем излучения плазменных волн. Время установления порядка $1/\omega_0$. Условие (1,52) заменяется в этом случае условием

$$\Delta t \gg 1/\omega_0. \quad (1,52a)$$

полем, движением нейтрального газа (ветром), неоднородностью магнитного поля, гравитационным полем и т. д.

При наличии дрейфа в плазме неоднородность движется. Если скорости дрейфа электронов и ионов V_e, V_i одинаковы — $V_e = V_i$, то с такой же скоростью, естественно, будет двигаться вся неоднородность. Однако обычно электроны и ионы дрейфуют с различными скоростями. Тогда дрейф стремится разделить электронную и ионную компоненты неоднородности. При этом возникает электрическое поле, препятствующее разделению. В результате действия поля неоднородность движется с некоторой промежуточной между V_e и V_i средней скоростью, причем концентрации электронов и ионов в ней всегда равны друг другу. Однако то же электрическое поле приводит к расплыванию неоднородности. Этот механизм расплывания движущихся неоднородностей, называемый здесь «дисперсионным», в корне отличен от диффузии. Он приводит к «расщеплению» движущейся неоднородности. Анализ вопроса о движении и расплывании неоднородностей в плазме в условиях дрейфа посвящен настоящий параграф.

2.1. Уравнение движения неоднородностей

Предположим выполненным условие (0,10), т. е. будем рассматривать лишь движение квазинейтральной плазмы. Пренебрежем, как и ранее, влиянием внутреннего вихревого электрического поля и возмущениями в движении нейтрального газа. Тогда из уравнений (0,12) и (0,13) непосредственно следует уравнение, описывающее движение и расплывание неоднородной плазмы и являющееся обобщением на случай плазмы с дрейфом уравнения амбиполярной диффузии (1,1). Действительно, подставляя в (0,12), (0,13) выражения (0,3) и (0,4) для потоков электронов и ионов и учитывая их дрейфовое движение, имеем:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (NV_{e0} + NV_{i0}) - \frac{1}{2} (\nabla \hat{D}_i \nabla + \nabla D_e \nabla) N - \frac{1}{2e} (\nabla \hat{\sigma}_e \nabla - \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \varphi = 0, \\ \frac{1}{e} (\nabla \hat{\sigma}_e \nabla + \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \varphi = \nabla (NV_{e0} - NV_{i0}) + \nabla (\hat{D}_i \nabla - \nabla \hat{D}_e \nabla) N. \quad (2,1)$$

Здесь φ — потенциал внутреннего электрического поля, V_{e0} и V_{i0} — скорости дрейфа электронов и ионов:

$$V_{e0} = U_m - \frac{\hat{\sigma}_e}{eN} \left\{ E_0 + \frac{1}{c} [U_m H] - \frac{mg}{e} \right\} - \frac{\hat{\sigma}_{He} T_e}{2e^2 N} \left(\frac{[H \nabla H]}{H^2} + \frac{[H, (H \nabla) H]}{H^3} \right), \quad (2,2)$$

$$V_{i0} = U_m + \frac{\hat{\sigma}_i}{eN} \left\{ E_0 + \frac{1}{c} [U_m H] + \frac{Mg}{e} \right\} + \frac{\hat{\sigma}_{He} T_i}{2e^2 N} \left(\frac{[H \nabla, H]}{H^2} + \frac{[H, (H \nabla) H]}{H^3} \right).$$

Здесь E_0 — внешнее электрическое поле, U_m — скорость нейтралов, g — ускорение силы тяжести. Выражения (2,2) можно получить из (0,3), (0,4) подстановкой вместо E эффективной силы, действующей на электроны и ионы в поле тяготения и в неоднородном магнитном поле (см. ^{57, 65, 71}). Тензоры $\hat{\sigma}_{He}$ и $\hat{\sigma}_{Hi}$ в приближении элементарной теории совпадают с $\hat{\sigma}_e$ и $\hat{\sigma}_i$ *). Поэтому в системе координат, движущейся вместе с нейтральным газом, скорости дрейфа V_{e0} и V_{i0} совпадают со скоростями, вызываемыми

*) Отличие тензоров $\hat{\sigma}_{He}$ и $\hat{\sigma}_{Hi}$ от $\hat{\sigma}_e$ и $\hat{\sigma}_i$ связано с тем, что эффективная сила, действующая на частицу, движущуюся в неоднородном магнитном поле, зависит от ее скорости ($F \sim V^2$). Это сказывается лишь на виде тензора столкновений или тензора коэффициентов R .

эффективным внешним электрическим полем $E_{эфф}$. Последнее, однако, различно для электронов и ионов:

$$\begin{aligned} E_{эфф, e} &= E_0 + \frac{1}{c} [U_m H] - \frac{mg}{e} - \frac{T_e}{2e^2 N} \left(\frac{[H, \nabla H]}{H^2} + \frac{[H, (H \nabla) H]}{H^3} \right), \\ E_{эфф, i} &= E_0 + \frac{1}{c} [U_m H] + \frac{Mg}{e} + \frac{T_i}{2e^2 N} \left(\frac{[H, \nabla H]}{H^2} + \frac{[H, (H \nabla) H]}{H^3} \right). \end{aligned} \quad (2,3)$$

Граничные условия уравнения (2,1) имеют по-прежнему вид (1,7).

Если неоднородность является лишь возмущением основной концентрации однородной плазмы N_0 , т. е. если $N = N_0 + \delta N$, где $\delta N \ll N_0$, то уравнение (2,1) можно линеаризовать и исключить ϕ . Оно принимает вид:

$$\begin{aligned} &(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla + \nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \frac{\partial \delta N}{\partial t} + \left[(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla) \frac{\partial}{\partial N_0} (N_0 V_{i0} \nabla) + \right. \\ &\left. + (\nabla \hat{\sigma}_i \nabla) \frac{\partial}{\partial N_0} (N_0 V_{e0} \nabla) \right] \delta N - [(\nabla \hat{\sigma}_e \nabla) (\nabla \hat{D}_i \nabla) + (\nabla \hat{\sigma}_i \nabla) (\nabla \hat{D}_e \nabla)] \delta N = 0. \end{aligned} \quad (2,4)$$

Здесь тензоры $\hat{\sigma}_e$, $\hat{\sigma}_i$, $\hat{D}_e$, $\hat{D}_i$ и скорости V_{e0} , V_{i0} зависят лишь от концентрации однородной плазмы N_0 .

Решения линеаризованного уравнения (2,4) будут рассмотрены ниже*). Важно подчеркнуть ограничения, вытекающие из самой постановки линеаризованной задачи в однородной плазме с однородным магнитным полем. Действительно, дрейфовые скорости электронов и ионов не равны друг другу. Следовательно, в плазме течет ток постоянной плотности. Этот ток создает собственное магнитное поле, которое неоднородно. Оно приводит к нарушению однородности плазмы. Поэтому имеет смысл рассматривать лишь неоднородности, размеры которых ограничены условием:

$$L < \frac{c}{V} R_D. \quad (2,5)$$

Здесь R_D — дебаевский радиус, $V = |\mathbf{V}| = |\mathbf{V}_{i0} - \mathbf{V}_{e0}|$, L — размер неоднородности в направлении, ортогональном к $\mathbf{V}$: $L = V \delta N / (\mathbf{V} \nabla \delta N)$. При выполнении условия (2,5) давление собственного магнитного поля меньше давления плазмы, так что оно не может существенно нарушить ее однородность. Заметим, что если задача рассматривается в однородном магнитном поле H_0 , то, кроме (2,5), должно выполняться и условие

$$L < \frac{c}{V} \frac{H_0}{e N_0}, \quad (2,6)$$

которое вытекает из ограничения величины неоднородного магнитного поля тока требованием его малости в сравнении с H_0 . Если давление внешнего магнитного поля $H_0^2/4\pi$ больше давления плазмы $2N_0 T$, то существенным является лишь условие (2,6).

2.2. Решение уравнения движения

а) Скорость амбиполярного дрейфа. Решение линейного уравнения (2,4) в безграничной плазме находится путем разложения искомой функции в интеграл Фурье по координатам. Это дает:

$$\delta N(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \delta N_k(0) e^{ik(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0(\beta)t) - D\alpha(\beta)k^2 t} d^3k, \quad (2,7)$$

*) Движение и распыление цилиндрических неоднородностей с сильным возмущением концентрации $\delta N \sim N_0$ (метеорные следы в ионосфере) рассматривалось в ряде работ 72-77. Задача в них, однако, не решалась строго. Были сделаны предположения, не всегда достаточно обоснованные, точность полученных результатов поэтому не ясна.

где $\delta N_k(0)$ — фурье-компоненты начального возмущения концентрации, $D_a(\beta)$ — коэффициент амбиполярной диффузии (1,12), $V_a(\beta)$ — скорость амбиполярного дрейфа:

$$V_a = \frac{(\sigma_{||e} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp e} \sin^2 \beta) \frac{\partial}{\partial N_0} (N_0 V_{i0}) + (\sigma_{||i} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp i} \sin^2 \beta) \frac{\partial}{\partial N_0} (N_0 V_{e0})}{(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta}. \quad (2,8)$$

Эта формула выражает скорость движения квазинейтральной неоднородности (скорость амбиполярного дрейфа) через скорости дрейфа электронов и ионов в однородной плазме V_{e0} и V_{i0} . Весьма важно, что скорость дрейфа V_a оказывается зависящей от угла β между волновым вектором $\mathbf{k}$ и направлением магнитного поля $\mathbf{H}_0$. Следовательно, различные фурье-компоненты неоднородности имеют различные скорости. Это означает, что, рассматривая произвольную неоднородность, мы можем говорить лишь о некоторой средней скорости ее движения. Последняя зависит от фурье-спектра неоднородности, т. е. от ее формы. Кроме того, дисперсия скорости амбиполярного дрейфа $V_a(\beta)$ приводит к расплыванию неоднородностей, аналогичному расплыванию волновых пакетов в диспергирующей среде.

Учитывая выражение (2,2) для скоростей дрейфа электронов и ионов в однородной плазме, можно формулу (2,8) переписать в виде

$$V_a = U_m + \frac{1}{e} \frac{(\sigma_{||e} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp e} \sin^2 \beta) \frac{\partial \hat{\sigma}_i}{\partial N} E_{\text{эфф}, i} - (\sigma_{||i} \cos^2 \beta + \sigma_{\perp i} \sin^2 \beta) \frac{\partial \hat{\sigma}_e}{\partial N_0} E_{\text{эфф}, e}}{(\sigma_{||e} + \sigma_{||i}) \cos^2 \beta + (\sigma_{\perp e} + \sigma_{\perp i}) \sin^2 \beta}. \quad (2,9)$$

Здесь $E_{\text{эфф}, i}$ и $E_{\text{эфф}, e}$ — эффективные электрические поля для электронов и ионов, определенные формулами (2,3). В слабо ионизированной плазме проводимость пропорциональна N_0 и, следовательно, $\partial \hat{\sigma} / \partial N_0 = \hat{\sigma} / N_0$. При произвольной степени ионизации компоненты тензоров $\partial \hat{\sigma}_e / \partial N_0$ и $\partial \hat{\sigma}_i / \partial N_0$ в приближении элементарной теории имеют такой вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{||i}}{\partial N_0} &= \frac{e^2 v_{em}^2}{M_i v_{im} (v_{em} + v_{ei})^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{||e}}{\partial N_0} = \frac{e^2 v_{em}}{m (v_{em} + v_{ei})^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{\perp i}}{\partial N_0} &= \frac{e^2 v_{em}^2}{M_i v_{im} A^2} \left\{ (v_{em} + v_{ei})^2 + \omega_H^2 \left(2 + 2 \frac{v_{ei}}{v_{em}} - \frac{v_{ei}^2}{v_{em}^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_H^4}{v_{em}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} + 2 \frac{v_{ei} v_{em}}{v_{im}^2} \left(\frac{m}{M_i} \right)^2 \right) \right\}, \\ \frac{\partial \sigma_{\perp e}}{\partial N_0} &= \frac{e^2 v_{em}}{m A^2} \left\{ (v_{em} + v_{ei})^2 + \omega_H^2 \left(1 + 2 \frac{v_{ei}}{v_{em}} + 2 \frac{m v_{ei}^2}{M_i v_{em} v_{im}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \omega_H^2 \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \left(2 + 2 \frac{v_{ei}}{v_{em}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right) \right\}, \\ \frac{\partial \sigma_{\Lambda i}}{\partial N_0} &= \frac{e^2 \omega_H v_{em}}{M_i v_{im} A^2} \left\{ (v_{em} + v_{ei}) \left(2 v_{ei} + \frac{m v_{em}^2}{M_i v_{im}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \omega_H v_{em} \frac{\Omega_H}{v_{im}} \left[2 + \left(\frac{v_{ei}}{v_{em}} \right)^2 + \frac{2 v_{ei} M_i v_{im}}{m v_{em}^2} \right] + \frac{\omega_H^3}{v_{em}} \frac{\Omega_H}{v_{im}} \left[1 + \left(\frac{\Omega_H}{v_{im}} \right)^2 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2,10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\Lambda e}}{\partial N_0} &= - \frac{e^2 \omega_H}{m A^2} \left\{ v_{em}^2 - v_{ei}^2 + \omega_H^2 \left[1 + \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \left(2 + \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \omega_H^2 \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \left(2 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$A = (v_{em} + v_{ei})^2 + \omega_H^2 \left(1 + 2 \frac{m v_{ei}}{M_i v_{im}} + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right).$$

Выражения (2,9), (2,10) и (2,3) решают вопрос о скорости движения квазинейтральной неоднородности в плазме, т. е. скорости амбиполярного дрейфа.

Заметим здесь, что в отсутствие магнитного поля дрейф в плазме может вызвать внешнее электрическое поле и движение нейтралов. Из формулы (2,9) для этого случая следует:

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{U}_m + \frac{\left(\sigma_e \frac{\partial \sigma_i}{\partial N_0} - \sigma_i \frac{\partial \sigma_e}{\partial N_0} \right)}{e (\sigma_e + \sigma_i)} \mathbf{E}_0.$$

Учитывая соотношение $\sigma_e \frac{\partial \sigma_i}{\partial N_0} = \sigma_i \frac{\partial \sigma_e}{\partial N_0}$, находим, что скорость амбиполярного дрейфа в отсутствие магнитного поля равна скорости нейтрального газа. Она не зависит от величины внешнего электрического поля. Это и понятно: квазинейтральная неоднородность $\delta N_e = \delta N_i$ в плазме во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}$ поляризуется, но не движется, так как действующая на нее сила $\mathbf{F} = e\mathbf{E} (\delta N_e - \delta N_i)$ равна нулю (с точностью до малых членов порядка $(kR_D)^2$).

б) Плазма в электрическом поле. Для скорости амбиполярного дрейфа в слабо ионизированной плазме, находящейся во внешнем электрическом поле $\mathbf{E}_0$ и магнитном поле $\mathbf{H}_0$, из (2,9) получаем ⁷⁸

$$\mathbf{V}_a = \frac{e}{M_i v_{im} A} \left\{ \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta \mathbf{E}_0 + \frac{\omega_H}{v_{em}} \left(1 + \frac{\omega_H}{v_{em}} \frac{\Omega_H}{v_{im}} \cos^2 \beta \right) \frac{[\mathbf{E}_0 \mathbf{H}]}{H} - \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \frac{\mathbf{H} (\mathbf{E}_0 \mathbf{H})}{H^2} \right\},$$

$$A = 1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2} \right) + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}}. \quad (2,11)$$

В отсутствие магнитного поля скорость $\mathbf{V}_a$ обращается в нуль. Зависимость скорости дрейфа от $\cos \beta$ при различных значениях ω_H представлена на рис. 6. Здесь по оси ординат отложены компоненты скорости дрейфа $\mathbf{V}_a$ в единицах $\frac{eE \cos \alpha}{M_i v_{im}}$: V_1 — компонента по направлению магнитного поля, V_2 — холловская компонента (в направлении $[\mathbf{E} \mathbf{H}]$), V_3 — компонента в направлении $[\mathbf{H} [\mathbf{E} \mathbf{H}]]$; $\cos \alpha = (\mathbf{H} \mathbf{E}) / HE = 1/\sqrt{2}$, $mv_{em}/M_i v_{im} = 0,01$ (в тех же единицах и при тех же значениях $\cos \alpha$ и $mv_{em}/M_i v_{im}$ построены кривые на последующих рисунках). С ростом H при $\omega_H < v_{em}$ нарастает прежде всего холловская компонента скорости (пропорциональная $[\mathbf{E} \mathbf{H}]$). Это видно из рис. 6, а, на котором представлена скорость $\mathbf{V}_a$ для $\omega_H = 0,5 v_{em}$. При $\omega_H \sim v_{em}$ скорость $\mathbf{V}_a$ порядка скорости ионного дрейфа $eE/M_i v_{im}$. Все компоненты $\mathbf{V}_a$ при этом одного порядка, что видно из рисунка 6, б ($\omega_H = v_{em}$). При $\omega_H \gg v_{em}$ область углов β , близких к $\pi/2$ (т. е. $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$), оказывается выделенной. Компонента скорости $\mathbf{V}_a$, параллельная $\mathbf{H}$ при $\cos \beta \rightarrow 0$, резко возрастает, достигая при $\Omega_H \sim v_{im}$ скорости электронного дрейфа eE/mv_{em} . Это видно из рисунка 6, в ($\omega_H = 50v_{em}$). В сильном магнитном поле скорость $\mathbf{V}_a$ убывает с ростом отношения Ω_H/v_{im} (рис. 6, г) ($\omega_H = 100 v_{em}$). Однако компонента $\mathbf{V}_a$, параллельная $\mathbf{H}$, по-прежнему сильно возрастает при $\cos \beta \rightarrow 0$.

Нормальная компонента скорости дрейфа $V_n = (\mathbf{k} \mathbf{V}_0)/k$ определялась в работе Клеммова и Джонсона ⁷⁹. Она зависит не только от угла β между направлением волнового вектора $\mathbf{k}$ и магнитным полем, но и от другого угла, характеризующего направление вектора $\mathbf{k}$. Скорость V_n в зависимости от $\cos \beta$ представлена на рис. 7, а при $\mathbf{k} \parallel [\mathbf{E} \mathbf{H}]$, а на рис. 7, б при $\mathbf{k} \perp [\mathbf{E} \mathbf{H}]$. Кривая 1 построена для $\omega_H = v_{em}$, 2 — для $\omega_H = 50v_{em}$, 3 — для $\omega_H = 100 v_{em}$. Из рис. 7 видно, что и нормальная компонента скорости дрейфа сильно меняется с изменением угла β . В сильном магнитном поле

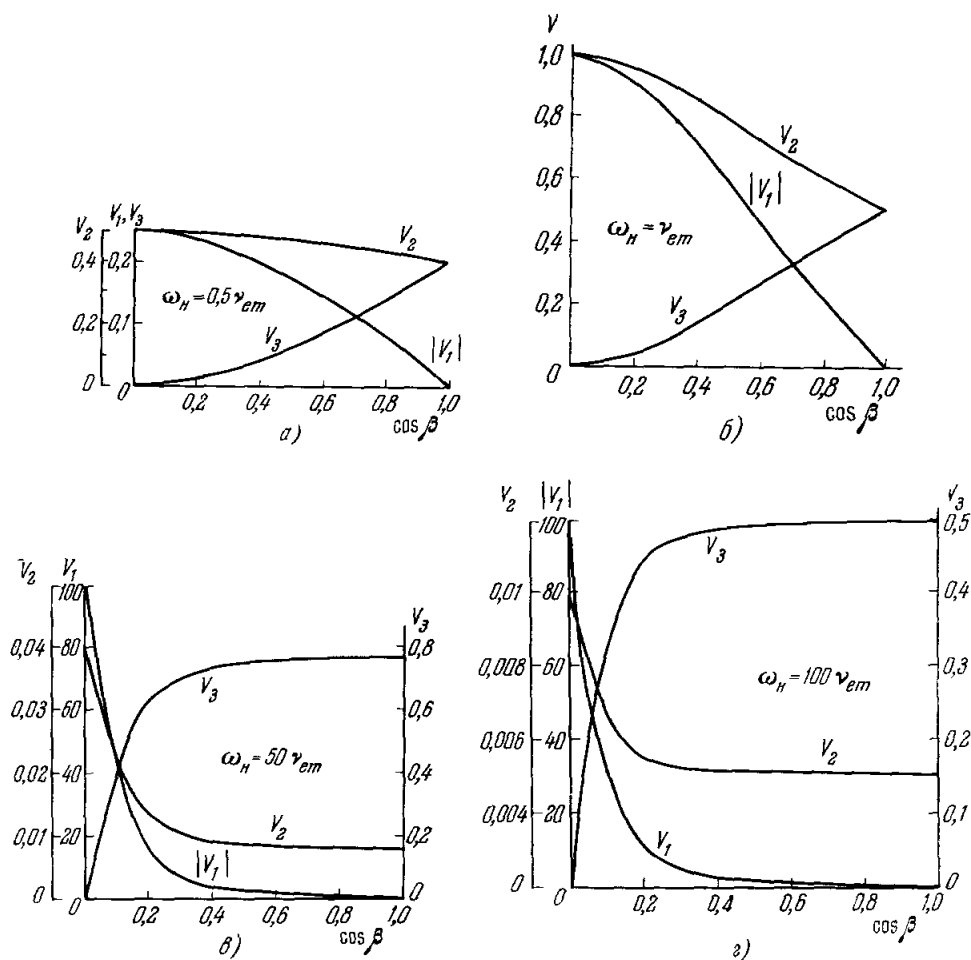


Рис. 6.

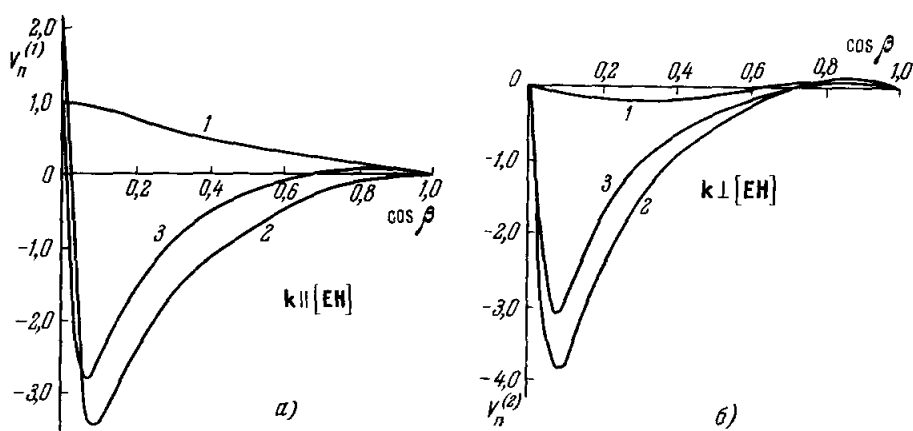


Рис. 7.

нормальная компонента скорости дрейфа при углах β , близких к $\pi/2$, резко возрастает.

В случае скрещенных полей $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ компонента V_a , параллельная $\mathbf{H}$, наиболее сильно зависящая от угла β , исчезает. Этот случай особенно интересен, так как эффективное электрическое поле при других механизмах дрейфа, как ясно из (2,3), обычно ортогонально к магнитному полю. Скорость V_a лежит тогда в плоскости, ортогональной к $\mathbf{H}$. Годограф скорости

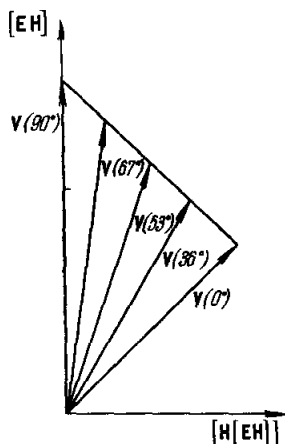


Рис. 8.

в зависимости от угла β в случае, когда $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, представлен на рис. 8 ($\omega_H = v_{em}$). Видна значительная дисперсия скорости дрейфа.

Дисперсия скорости амбиполярного дрейфа приводит, прежде всего, к влиянию формы неоднородности на среднюю скорость ее движения. Действительно, если неоднородность сильно вытянута вдоль магнитного поля, то основной вклад в ее фурье-спектр вносит область углов β , близких к $\pi/2$. В этом случае неоднородность может двигаться со скоростью дрейфа электронов. Скорость не очень сильно вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей лишь порядка скорости ионного дрейфа. Дисперсия дрейфовой скорости приводит также к дисперсионному распыливанию (затуханию) неоднородностей. Оно будет рассмотрено в следующем разделе.

В сильно ионизированной плазме при условиях $\Omega_H \gg v_{im}$, $v_{ei} \gg v_{em}$ (эти условия соответствуют ионосферным на высотах, превышающих 200 ÷ 300 км) в скрещенных полях $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ дисперсия невелика и неоднородность движется со скоростью ⁸⁰⁻⁸²

$$V_a = c [\mathbf{E}\mathbf{H}] / H^2. \quad (2,12)$$

Это связано с тем, что в указанных условиях скорости дрейфа электронов и ионов приближенно равны друг другу. Компоненты скорости дрейфа в направлениях $\mathbf{H}$ и $[\mathbf{H}|\mathbf{E}\mathbf{H}]$ при этом малы; для этих компонент, однако, по-прежнему имеет место значительная дисперсия.

2.3. Распыливание и форма движущихся неоднородностей

а) Функция Грина. Дисперсионный механизм распыливания. Распыливание неоднородностей, которые в начальный момент имели очень малые (точечные) размеры, при наличии дрейфа описывается формулами (1,26) и (1,27), где

$$B = \mu\gamma + \sqrt{(1-\mu^2)(1-\gamma^2)} \cos \varphi, \quad \gamma = \rho\mathbf{H}/\rho H, \quad \rho = \mathbf{r} - V_a(\mu^2)t. \quad (2,13)$$

Здесь $\mu = \cos \beta = k\mathbf{H}/kH$, φ — угол между плоскостями $\mathbf{r}\mathbf{H}$ и $\mathbf{k}\mathbf{H}$.

Максимум функции G достигается при $\rho = 0$. При диффузии без дрейфа это условие определяет одну максимальную точку $\mathbf{r} = 0$; при дрейфе с одной скоростью V_0 — тоже лишь одну точку $\mathbf{r} = V_0 t$. В нашем случае из-за дисперсии скорости дрейфа $V_a = V_a(\mu^2)$ условие $\rho = 0$ в каждый момент времени t удовлетворяется не для одной точки, а для одномерного множества точек — кривой, определяемой соотношением

$$\mathbf{r} = V_a(\mu_0^2)t, \quad (2,14)$$

где μ_0 пробегает все значения от 0 до 1. С течением времени кривая максимумов (2,14) перемещается в пространстве, вытягиваясь и сохраняя подо-

бие. Это видно из рис. 9, где кривые максимумов (2,14) построены в плоскости, ортогональной к $\mathbf{H}$, для моментов времени $t_1 < t_2 < t_3$ *).

Длина кривой максимумов линейно растет со временем. Соответственно должно убывать максимальное значение функции Грина. Следовательно, дисперсия дрейфовой скорости приводит к расплыванию неоднородностей. Этот процесс дисперсионного расплывания быстрее диффузионного, но идет он лишь вдоль кривой максимумов. В направлениях, ортогональных к этой кривой, неоднородность расплывается за счет диффузии. В результате одновременного действия дисперсионного и диффузионного механизмов концентрация частиц в движущихся неоднородностях должна убывать со временем быстрее, чем в покоящихся, когда существенна одна диффузия.

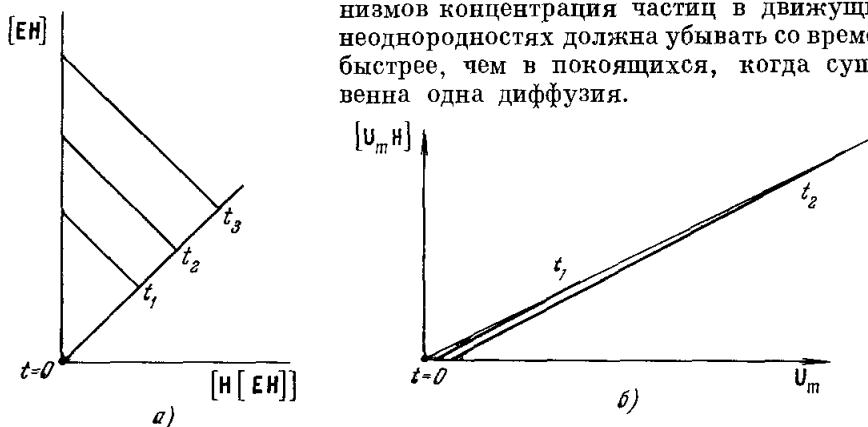


Рис. 9.

Асимптотические значения функции $G(\mathbf{r}, t)$ в точках, лежащих на кривой максимумов (2,14), т. е. для $\mathbf{r}$ и t , удовлетворяющих соотношению $\mathbf{r} = V_a(\mu_0^2)t$, могут быть вычислены с помощью метода перевала⁶⁶. При этом оказывается, что главный максимум функции G определяется условием $\mathbf{r} = V_a(0)t$. Значение функции Грина в нем равно

$$G(\mathbf{r} = V_a(0)t) = 0,641\pi^{-3}D_a^{-5/4}(0)[1 - \gamma^2(0)]^{-1/4} \left[\frac{d}{d\mu^2} \left| V_a(\mu^2) - V_a(0) \right| \right]_{\mu=0}^{-1/2} t^{-7/4}. \quad (2,15)$$

Таким образом, в главном максимуме концентрация убывает со временем, как $1/t^{7/4}$. Этот максимум движется со скоростью $V_a(0)$. Иначе говоря, скорость движения главного максимума неоднородности определяется формулами (2,8) или (2,9) при $\cos^2 \beta = 0$.

Второй максимум движется со скоростью $V(\mu^2)$, где μ_{01}^2 удовлетворяет условию $\mu_{01}^2 + \gamma(\mu_{01}^2) = 1$. Функция Грина в этом максимуме убывает как $t^{-15/8}$. При $\gamma = 0$ второй максимум движется со скоростью $V_a(1)$. Функция Грина в этом случае убывает как $t^{-11/8}$.

В остальных направлениях кривой максимумов (2,14) функция Грина падает пропорционально $1/t^2$. Таким образом, концентрация частиц в движущихся неоднородностях падает со временем быстрее, чем в покоящихся, когда $G_{\max} \sim \frac{1}{t^{3/2}}$. В этом увеличении скорости расплывания и проявляется дисперсионный механизм расплывания неоднородностей.

*) Кривые на рис. 9, а построены для случая, когда дрейф в плазме вызван внешним электрическим полем, ортогональным к $\mathbf{H}$ (условия те же, что и на рис. 8). На рис. 9, б дрейф происходит под действием ветра нейтралов, движущихся со скоростью U_m , ортогональной к $\mathbf{H}$ ($\omega_H = 50 \nu_{em}$). В обоих случаях кривая максимумов близка к прямой и лежит в плоскости, ортогональной к $\mathbf{H}$. В общем случае — это пространственная кривая.

б) Ф о р м а и в р е м я ж и з н и н е о д н о р о д н о с т и. Как указывалось выше, в асимптотическом выражении для функции Грина при наличии в плазме дрейфа выделяются два максимума. Соответственно,

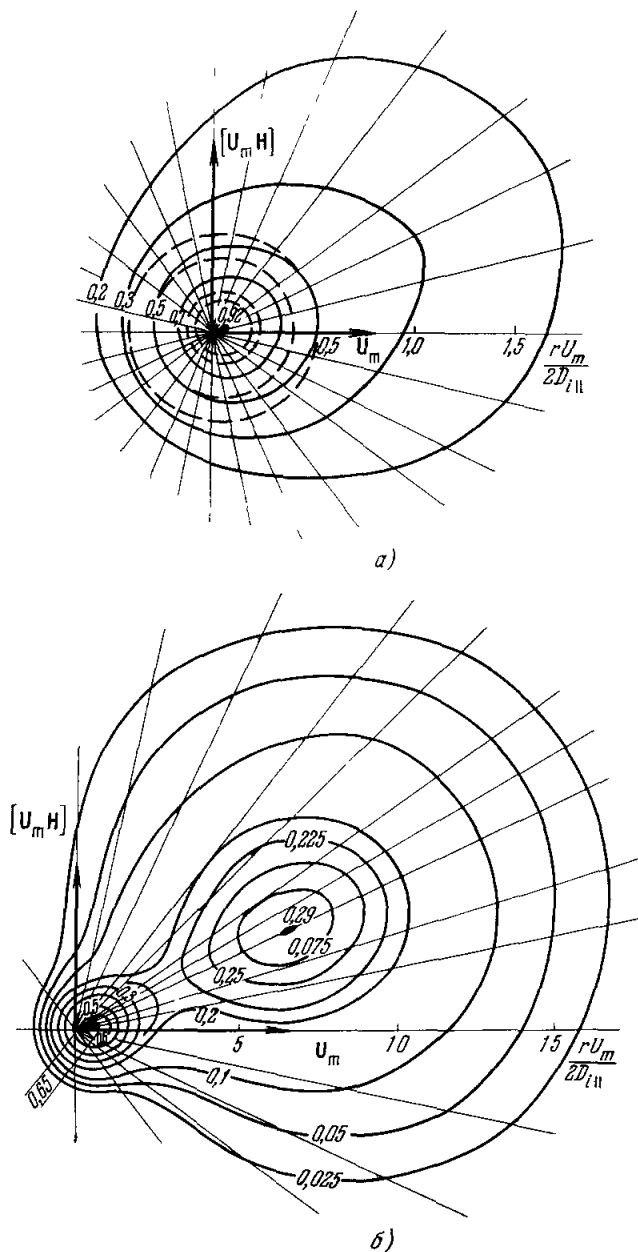


Рис. 10.

неоднородность в процессе движения должна как бы «расщепиться» на две, движущиеся с существенно различными скоростями, $V_a(0)$ и $V_a(\mu_{01})$. Кроме того, она вытягивается в направлении кривой максимумов (2,14), соединяющей оба указанных максимума. Направление, в котором вытягивает-

ся неоднородность, в общем случае не совпадает с направлением магнитного поля.

На рис. 10, *a* и *б* представлены кривые равных концентраций для двух моментов времени в движущейся неоднородности⁸³. Рассматривается слабо ионизированная плазма, дрейф вызван движением нейтрального газа со скоростью U_m в направлении, ортогональном к H . В этом случае скорость амбиполярного дрейфа:

$$V_a = \frac{\left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \cos^2 \beta\right) U_m + \frac{\Omega_H \omega_H^2}{v_{im} v_{em}^2} \cos^2 \beta \left[U_m \frac{H}{H} \right]}{1 + \frac{\Omega_H}{v_{im}} \frac{\omega_H}{v_{em}} + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2}\right) \cos^2 \beta}. \quad (2,16)$$

При численном расчете, представленном на рис. 10, принималось, что $\omega_H/v_{em} = 50$, $\Omega_H/v_{im} = 0,5$. На рис. 10 приведены кривые постоянного отношения $G(r, t)/G_g(0, t)$ в плоскости, ортогональной к H , где $G(r, t)$ — значение функции Грина для движущейся неоднородности, а $G_g(0, t)$ — значение функции Грина в максимуме неоднородности, если бы она покоилась и расплывание ее определялось только диффузией (1,28). Кривые на рис. 10, *a* построены для момента времени $t = 2D_{i||}/U_m^2$, а на рис. 10, *б* — для $t = 20 D_{i||}/U_m^2$. При $t < 2D_{i||}/U_m^2$ форма неоднородности определяется диффузионным расплыванием. Из рис. 10, *a* видно, что при $t = 2D_{i||}/U_m^2$ влияние дрейфа на форму неоднородности уже весьма значительно (кривые, определяемые одной диффузией, изображены на рисунке пунктиром). При $t \gg 2D_{i||}/U_m^2$ форма неоднородности полностью определяется дрейфом. Неоднородность расщепляется — появляются два максимума. Это видно из рис. 10, *б*. Главный максимум неоднородности согласно (2,15) и (2,16) в рассматриваемом случае перемещается в направлении U_m с небольшой скоростью:

$$V_a(0) = U_m / \left[1 + \frac{\Omega_H \omega_H}{v_{im} v_{em}} \right] = 0,0385 U_m. \quad (2,17)$$

Значение отношения $G(r, t)/G_g(0, t)$ в главном максимуме при $t = 20D_{i||}/U_m^2$ уже значительно меньше единицы; это уменьшение является следствием действия дисперсионного механизма расплывания. Второй максимум согласно асимптотическим формулам перемещается в направлении, не совпадающем с направлением движения главного максимума:

$$V_a(1) = \frac{1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2}}{1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2}\right) + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{em} v_{im}}} U_m + \frac{\frac{\Omega_H \omega_H^2}{v_{im} v_{em}^2}}{1 + \frac{\omega_H^2}{v_{em}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{im}^2}\right) + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{im} v_{em}}} \left[U_m \frac{H}{H} \right] = \\ = 0,794 U_m + 0,397 \left[U_m \frac{H}{H} \right]. \quad (2,18)$$

Скорость второго максимума по величине более чем в двадцать раз превышает скорость главного максимума.

Значения отношения $G(r, t)/G_g(0, t)$ для главного максимума (G_1), второго максимума (G_2) и точки перевала (G_3) для разных моментов времени t представлены в табл. II. Из таблицы видно, что концентрация частиц во втором максимуме в течение некоторого времени убывает медленнее, чем в первом. Относительная высота второго максимума поэтому нарастает, приближаясь к высоте первого максимума. Происходит как бы перекачка частиц из первого во второй максимум. Значение функции G в перевальной точке, разделяющей максимумы, падает гораздо быстрее, чем в обоих максимумах. Это показывает, что расщепление движущейся неоднородно-

Таблица II

$\frac{tU_m^2}{D_{i }}$	G_1	G_2	G_3	$\frac{tU_m^2}{D_{i }}$	G_1	G_2	G_3
0	1	—	—	50	0,54	0,27	0,098
2	0,92	—	—	200	0,44	0,25	0,045
20	0,65	0,29	0,22	800	0,34	0,23	0,020

сти на две с течением времени усиливается. Первая из этих двух неоднородностей сильно вытянута вдоль магнитного поля. Она перемещается со скоростью $V_a(0)$. Вторая, вытянутая в плоскости, ортогональной к H , движется со скоростью $V_a(1)$.

Время жизни движущейся неоднородности t естественно по-прежнему определить как время, в течение которого концентрация частиц в максимуме неоднородности уменьшится в заданное число раз (в p раз). Для рассматриваемого здесь случая оно представлено на рис. 11. По оси ординат отложено отношение t/t_0 , где t_0 — время жизни неоднородности в плазме в отсутствие магнитного поля (1,37); по оси абсцисс — безразмерная

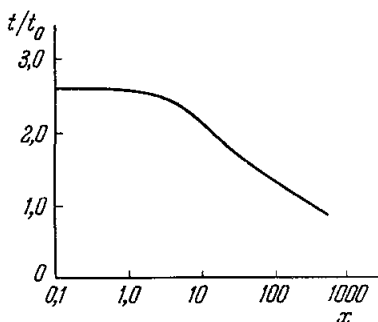


Рис. 11.

величина $x = \frac{U_m}{D_{i||}} \left[\frac{n_0 p}{\delta N(0,0)} \right]^{1/3}$. Величина

x пропорциональна $U_m R_0 / D_{i||}$, где $R_0 \sim [n_0 / \delta N(0,0)]^{1/3}$ — характерный размер начальной неоднородности. Из рисунка видно, что при $x \ll 1$ движение фактически не сказывается на времени жизни неоднородности; в обратных условиях, при $x \gg 1$, время жизни заметно уменьшается.

Нетрудно убедиться, что и в общем случае, если выполнено условие

$$\frac{p^{1/3} R_0 |V_a(1) - V_a(0)|}{D_{i||}} \ll 1, \quad (2,19)$$

то основную роль играет диффузионное распыление и время жизни неоднородности определяется формулами (1,36) и (1,37). При выполнении условия, обратного (2,19), существенно влияет и дрейфовое распыление. Оно заметно уменьшает время жизни неоднородности.

Остановимся в заключение на условиях, ограничивающих область применения уравнения (2,1), описывающего амбиполярное движение и распыление неоднородностей концентрации электронов и ионов в плазме. Уравнение (2,1) получено в пренебрежении влиянием вихревого электрического поля и возмущения движения молекул. Кроме того, при наличии дрейфа возникают поправки к использовавшимся при выводе уравнения (2,1) выражениям для потоков электронов (0,3) и ионов (0,4). Эти поправки связаны с влиянием инерционных $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}$ и нелинейных $(\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V}$ членов в уравнениях для макроскопических скоростей ионов и электронов. Влияние последних факторов выяснено в работах ^{43, 84}, где показано, что роль их незначительна при условии

$$V_a^2 \ll V_T^2, \quad (2,20)$$

где V_T — тепловая скорость ионов. Можно полагать, что роль возмущений

движения молекул тоже несущественна при выполнении условия (2,20) (где V_T — тепловая скорость молекул), дополненного условием (1,41).

Вихревое электрическое поле при наличии дрейфа, как уже указывалось выше, приводит к нарушению общей однородности плазмы, что ограничивает размеры рассматриваемых здесь неоднородностей (2,5) и (2,6). Кроме того, при учете влияния вихревого электрического поля, как указывалось выше (раздел 1.46), возникают три типа диффузионных процессов. Однако при условии (1,44) связанные с этим поправки к амбиполярной диффузии и дрейфу, по-видимому, невелики.

Таким образом, для применения уравнения (2,4) при описании движения и расплывания неоднородностей необходимо выполнение условий (1,41), (1,44), (2,5), (2,6), (2,20). Кроме того, следует еще раз подчеркнуть, что все рассмотрение проведено здесь лишь в предположении общей устойчивости плазмы.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Для дальнейших исследований движения и расплывания макроскопических неоднородных образований в плазме целесообразно отметить следующее. Вопрос о поведении неоднородных возмущений в ламинарной безграничной плазме может считаться в общем выясненным. Цель дальнейшей работы состоит в основном в решении существенно нелинейных задач (когда начальная концентрация частиц в неоднородности во много раз превосходит концентрацию однородной плазмы), а также в учете границ и, разумеется, в решении аналогичных вопросов для неустойчивой (турбулентной) плазмы. Желательно подробно исследовать влияние различных микропроцессов в плазме на структуру и характер расплывания неоднородностей.

Дальнейший прогресс в изучении рассмотренных явлений тормозится, однако, из-за отсутствия ясных и достаточно полных экспериментальных данных. Прежде всего, следует изучить на опыте влияние формы неоднородности на скорость ее движения (2,2а) и быстроту расплывания (§ 1.2а). Интересно было бы наблюдать эффект расщепления движущихся неоднородностей (§ 2.3б), выделить их дисперсионное затухание (§ 2.3а). Зависимость скорости амбиполярного дрейфа от угла между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}$ (§ 2.2а), по-видимому, может быть исследована на опыте с помощью радиоволн, направленных под разными углами к магнитному полю и рассеянных неоднородностью. Форму движущихся неоднородностей, вероятно, можно изучить непосредственно путем добавления светящихся или поглощающих ионизированных примесей*). Широкое экспериментальное исследование различных особенностей движения и расплывания неоднородностей в плазме представляется необходимым.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Schottky, Phys. Zs. 25, 635 (1924).
2. V. C. A. Ferraro, Terr. Magn. and Atm. Elect. 50, 213 (1945); 51, 427 (1946).
3. M. H. Johnson, E. O. Hulbert, Phys. Rev. 79, 802 (1950).

*) Возможно, что сложные формы искусственных неоднородностей, наблюдавшиеся в ионосфере^{12,13}, связаны с рассматриваемыми здесь эффектами. Форма неоднородностей, наблюдавшихся Бирманом⁹³, находится в согласии с теорией (см. раздел 1.3в).

4. E. R. Schmerling, *Nature* **188**, 133 (1960).
5. H. Rishbeth, *Nature* **193**, 56 (1961).
6. J. A. Lyon, *Nature* **193**, 55 (1961).
7. P. C. Kendall, *J. Atm. Terr. Phys.* **24**, 85 (1962).
8. S. Chandra, *J. Atm. Terr. Phys.* **26**, 113 (1964).
9. I. E. C. Gliddon, *Planet. Space Sci.* **13**, 959 (1965).
10. F. F. Marmo, I. Pressman, *Planet. Space Sci.* **2**, 174 (1960).
11. I. Y. Rees, *Planet. Space Sci.* **3**, 35 (1961).
12. N. W. Rosenberg, *J. Geoph. Res.* **68**, 3057 (1963).
13. S. P. Zimmerman, K. S. Champion, *J. of Geoph. Res.* **68**, 3049 (1963).
14. Н. П. Марьин, *Геомагнетизм и аэрномия* **4**, 647 (1963).
15. Б. Н. Гершман, *Геомагнетизм и аэрномия* **3**, 878 (1963).
16. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, *Геомагнетизм и аэрномия* **5**, 843 (1965).
17. S. Kato, *Space Sci. Rev.* **4**, 223 (1965).
18. M. Dagg, *J. Atm. and Terr. Phys.* **10**, 194 (1957); **11**, 139 (1957).
19. F. Villars, H. Feshbach, *J. Geoph. Res.* **68**, 1303 (1963).
20. Е. А. Новиков, *Изв. АН СССР, сер. геоф.* **11**, 1624 (1960).
21. В. П. Докучаев, *Радиофизика (Изв. вузов)* **3**, 50 (1960).
22. Я. Л. Альперт, А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, *Искусственные спутники в разреженной плазме*, М., Наука, 1964.
23. C. D. Watkins, *Nature* **206**, 1027 (1965).
24. T. R. Kaiser, *Phylos. Mag. Suppl.* **2**, 499 (1953).
25. J. S. Guenhaw, E. L. Neufeld, *J. Atm. Terr. Phys.* **6**, 133 (1955); **3**, 780 (1963).
26. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, *Геомагнетизм и аэрномия* **3**, 823 (1963); **6**, 842 (1966).
27. Ю. К. Калинин, *Геомагнетизм и аэрномия* **4**, 124 (1964).
28. Е. И. Филалко, *Геомагнетизм и аэрномия* **5**, 97 (1965).
29. Б. Б. Кадомцев, *ЖТФ* **31**, 1273 (1961).
30. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, *УФН* **73**, 701 (1961).
31. Б. Б. Кадомцев, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, 188, М., Госатомиздат, 1964.
32. А. А. Веденов, *Теория турбулентной плазмы*, М., ВИНТИ, 1965.
33. В. Е. Голант, *УФН* **79**, 377 (1963).
34. A. Simon, *An Introduction to Thermonuclear Research*, London, Pergamon Press, 1959.
35. F. C. Hoh, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 267 (1962).
36. W. P. Allis, *Handbuch d. Physik*, Springer-Verlag, Berlin, v. 21, 1956.
37. O. Cote, *Turbulent diffusion of Sodium Vapor Tails in the Upper Atmosphere*, NASA Report CR-301, 1965.
38. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, *УФН* **70**, 201 (1960).
39. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, М., Физматгиз, 1960.
40. J. P. Shkarofsky, *Canad. J. Phys.* **39**, 1619 (1961).
41. С. Чепмен, Т. Каулинг, *Математическая теория неоднородных газов*, М., ИЛ, 1960.
42. С. И. Брагинский, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 1, 183, М., Госатомиздат, 1963.
43. Е. Е. Цедиллина, *Кандидатская диссертация*, Москва, 1966.
44. R. Landshoff, *Phys. Rev.* **76**, 904 (1949); **82**, 442 (1951).
45. A. R. Hochstim, *Convergent transport coefficients in plasma (preprint)*, 1965.
46. М. В. Самохин, *ЖТФ* **33**, 667, 675 (1963).
47. А. В. Гуревич, *ЖЭТФ* **44**, 1302 (1963).
48. А. В. Гуревич, Е. Е. Цедиллина, *Геомагнетизм и аэрномия* **5**, 251 (1965).
49. В. Л. Грановский, *Электрический ток в газе*, М.—Л., Гостехиздат, 1952, стр. 310.
50. Н. А. Капцов, *Электрические явления в газах и в вакууме*, М., Гостехиздат, 1950.
51. Б. Н. Гершман, *Радиотехника и электроника* **1**, 720 (1956).
52. R. W. Friedrichs, F. Mastrup, *Phys. Fluids* **6**, 36 (1963).
53. L. H. Holway, *Phys. Fluids* **8**, 1207 (1965).
54. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, М., Гостехиздат, 1953.
55. В. Е. Голант, О. Б. Данилов, А. П. Жилинский, *ЖТФ* **33**, 1043 (1963).

56. А. С. Сыргой, В. Л. Грановский, *Радиотехника и электроника* 5, 1522 (1960).
 57. А. И. Морозов, А. С. Соловьев, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 2, 177, М., Госатомиздат, 1963.
 58. Э. И. Гинзбург, *Радиофизика (Изв. вузов)* 8, 626 (1965).
 59. L. H. Holway, *J. of Geophys. Res.* 70, 3635 (1965).
 60. M. A. Biondi, S. C. Brown, *Phys. Rev.* 75, 1700 (1949).
 61. A. Simon, *Phys. Rev.* 98, 317 (1955).
 62. I. S. Townsend, *Philos. Mag.* 25, 459 (1938).
 63. Г. И. Григорьев, *Геомагнетизм и аэронавтика* 4, 183 (1964).
 64. В. Е. Голант, *ЖТФ* 30, 881 (1966).
 65. Л. Спитцер, *Физика полностью ионизованного газа*, М., Мир, 1965.
 66. А. В. Гуревич, Е. Е. Цедилина, *Геомагнетизм и аэронавтика* 6, 255 (1966).
 67. P. Aigrain, *Proc. Int. Conf. on Semiconductor Physics*, Prague, 1960, стр. 224.
 68. R. Bowers, G. Legendy, F. Rose, *Phys. Rev. Letts* 7, 339 (1961).
 69. J. A. Lehan, P. C. Thonemann, *Proc. Phys. Soc.* 85, 301 (1965).
 70. I. R. Klozenberg, B. McNamara, P. C. Thonemann, *J. of Fluid Mech.* 21, 543 (1965).
 71. Д. В. Сивухин, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 1, 7, М., Госатомиздат, 1963.
 72. D. F. Martyn, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A246, 306 (1953).
 73. K. Weeks, *J. Atm. Terr. Phys., Special Suppl. Proc. Polar. Atmospher. Symposium II*, p. 12, 1957.
 74. S. Kato, *Planet. Space Sci.* 11, 823, 1297 (1963); 12, 1 (1964).
 75. P. C. Clemmow, M. A. Johnson, K. Weeks, *Rep. Conf. on Phys. of Ionosphere*, London, *Phys. Soc.* 136, 1955.
 76. W. G. Baker, D. F. Martyn, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A246, 281 (1953).
 77. В. П. Докучаев, *Радиофизика (Изв. вузов)* 1, 34 (1958).
 78. Е. Е. Цедилина, *Геомагнетизм и аэронавтика* 5, 679 (1965).
 79. P. C. Clemmow, M. A. Johnson, *J. Atm. Terr. Phys.* 16, 21 (1959).
 80. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург, *Радиофизика (Изв. вузов)* 2, 8 (1959).
 81. I. P. Dougherty, *J. Geophys. Res.* 64, 2215 (1959).
 82. D. F. Farley, *J. Geophys. Res.* 68, 6083 (1963).
 83. А. В. Гуревич, Е. Е. Цедилина, *Геомагнетизм и аэронавтика* 7 (1967).
 84. В. Физала, *Геомагнетизм и аэронавтика* 6, 597 (1966).
 85. В. Л. Грановский, *Радиотехника и электроника* 11, 371 (1966).
 86. J. P. Shkarofsky, T. W. Johnson, M. P. Bachynski, *Particle Kinetics in Plasma*, Eddison Wesley, Reeding—Mass. 1966.
 87. E. Wasserstrom, C. H. Su, R. F. Probstein, *Phys. Fluids* 8, 56 (1965).
 88. G. M. Sessler, *Phys. Fluids* 7, 90 (1964).
 89. U. Ingard, K. W. Gentle, *Phys. Fluids* 8, 1396 (1965).
 90. L. R. Storey, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A246, 113 (1953).
 91. Б. Н. Гершман, В. А. Угаров, *УФН* 72, 235 (1960).
 92. Б. Н. Гершман, *УФН* 89, 201 (1966).
 93. L. Biermann, Доклад на XV ассамблее URSI, Мюнхен, 1966.
-