

539.165.2+539.141

## БЕТА-РАДИОАКТИВНОСТЬ И ЯДЕРНЫЕ СИЛЫ \*)

*И. Е. Тамм*

Теория  $\beta$ -распада Ферми систематически развивается в несколько обобщенном виде и применяется к расчету взаимодействия нейтронов с протонами. Показано, что различные модификации теории приводят к широкому классу операторов взаимодействия, включая операторы гейзенберговского и майорановского типов, а также их комбинацию с оператором  $J(r) \sigma_{nr} \sigma_{pr} P(r_p, r_n)$ . Изменение взаимодействия в зависимости от расстояния между частицами происходит достаточно быстро, но абсолютная величина взаимодействия, рассчитанная из данных по  $\beta$ -распаду, чрезвычайно мала. Следовательно, ядерные силы можно объяснить на основе современной теории, только если предположить, что гамильтониан, описывающий взаимодействие тяжелой частицы с электронно-нейтринным полем, содержит по крайней мере два члена с двумя произвольными константами, которые должны быть определены из сравнения теории с экспериментом. Таким образом, в настоящее время естественно считать, что количественная связь ядерных сил с  $\beta$ -распадом невозможна. Далее показано, что модификация теории, предложенная Конопинским и Уленбеком, а также две другие в некоторых отношениях эквивалентные модификации не только согласуются с экспериментальными данными о форме  $\beta$ -спектра, но также могут удовлетворительно объяснить корреляцию между временем жизни  $\beta$ -радиоактивных изотопов и максимальной энергией испускаемых ими электронов и позитронов.

\*) Предварительное сообщение было опубликовано в *Nature (Lnd.)* **133**, 981 (1934). Воспроизводится по *Phys. Zs. Sowjetunion* **10** (5), 567 (1936). Перевод с англ. И. В. Андреева и И. И. Ройзена.

## § 1. ВВЕДЕНИЕ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Сразу после открытия нейтрона в 1932 г. Гейзенберг высказал мысль, что взаимодействие нейтрона с протоном обязано обмену электрическим зарядом между этими частицами, и впоследствии показал, что эта гипотеза в несколько видоизмененной форме, приданной ей Майораной, удовлетворительно объясняет основные черты структуры и устойчивости ядра.

С другой стороны, Ферми<sup>1</sup> предложил в 1934 г. теорию  $\beta$ -радиоактивности, в которой протон может при определенных условиях превращаться в нейтрон и наоборот; при этом электрический заряд тяжелой частицы изменяется благодаря испусканию или поглощению двух легких частиц — нейтрино и электрона или позитрона. Теория Ферми, таким образом, содержит определенный механизм обмена электрическим зарядом между протоном и нейтроном\*), который рассматривался Гейзенбергом как основа взаимодействия этих частиц, и делает возможным теоретический расчет этого взаимодействия, основанный на данных по  $\beta$ -распаду.

Хорошо известно, что электромагнитное взаимодействие электрических зарядов тесно связано с законами испускания и поглощения фотонов электрическим зарядом, так что кулоновский закон взаимодействия может быть теоретически выведен из законов испускания и поглощения фотонов\*\*). При помощи аналогичных рассуждений можно определить обменное взаимодействие тяжелых частиц из законов  $\beta$ -распада. Другими словами, испускание и поглощение легких частиц (электронов, позитронов, нейтрино) тяжелыми частицами (протонами и нейтронами) должно быть связано со взаимодействием тяжелых частиц (поле Гейзенберга — Ферми) таким же образом, как испускание и поглощение фотонов связано со взаимодействием электрических зарядов (поле Максвелла). Сам Ферми (частное сообщение Гейзенбергу, неопубликовано\*\*\*), Д. Иваненко<sup>3</sup> и автор<sup>4</sup> пришли к этому выводу независимо и почти одновременно\*\*\*\*).

Указанный расчет нейтрон-протонного взаимодействия, основанный на теории  $\beta$ -распада Ферми, был выполнен мною около двух лет назад<sup>4</sup>; его результат был очень разочаровывающим: хотя рассчитанное взаимодействие изменялось очень быстро с расстоянием  $r$  между частицами (на не слишком малых расстояниях оно изменялось как  $r^{-5}$ ), его абсолютная величина при  $r \sim 10^{-13}$  см оказалась примерно в  $10^{16}$  раз меньше, чем нужно. Это несоответствие побудило меня выдвинуть другую гипотезу о природе внутриядерных сил<sup>6</sup>, и я потратил более года на разработку этой гипотезы, прежде чем окончательно пришел к выводу, что она полностью неправомерна.

Тем временем Бете и Пайерлс<sup>7</sup> указали, что определенные модификации в математической формулировке теории Ферми (введение производных волновой функции легкой частицы в гамильтониане, описывающем  $\beta$ -распад) могут, вероятно, устранить указанное противоречие и могут привести к нейтрон-протонному взаимодействию правильного порядка величины. Позднее Конопинский и Уленбек<sup>8</sup> показали, что модификация такого рода необходима для объяснения распределения  $\beta$ -частиц по энергии. Конкретная модификация, предложенная этими авторами, не только находится в наилучшем согласии с экспериментальными кривыми распре-

\*) Например, нейтрон может испустить электрон и нейтрино, превратившись при этом в протон, в то время как протон может поглотить легкие частицы, испущенные нейтроном, и превратиться в нейтрон.

\*\*) Мы не касаемся здесь осложнений, возникающих из-за того, что закон Кулона связан с продольными, а не с поперечными световыми волнами; эти осложнения будут обсуждены в § 4.

\*\*\*) См. статью Гейзенберга<sup>2</sup>

\*\*\*\*) См. также<sup>5</sup>.

деления \*), но, как будет показано в § 6, также удовлетворительно объясняет корреляцию между временем жизни  $\beta$ -радиоактивных изотопов и максимальной энергией  $\beta$ -частиц, испущенных ими. С другой стороны, она не устраняет противоречия между величиной ядерных сил и данными по  $\beta$ -распаду.

Новый шаг был сделан Вико<sup>10</sup>, который показал, что аномальная величина магнитного момента протона и существование магнитного момента нейтрона могут быть качественно объяснены с помощью теории Ферми и что необходимо допустить указанную связь между  $\beta$ -распадом и ядерными силами, чтобы объяснить порядок величины этих моментов.

Гейзенберг в очень интересной работе на эту тему<sup>2</sup> обратил внимание на два важных пункта. Электронно-нейтринное поле приводит не только к взаимодействию тяжелых частиц, но также и к соответствующей собственной энергии этих частиц. Наиболее вероятно, что эта энергия, будучи гораздо большей, чем электромагнитная энергия протона, ответственна за величину и примерное равенство масс нейтрона и протона. Собственная энергия зависит в основном от размера частиц и становится бесконечной в случае точечных частиц. Это хорошо известно из теории электрона, но, в то время как радиус электрона очень мал по сравнению с атомными размерами, радиус тяжелых частиц, вероятно, равен по порядку величины ядерным размерам, так что силы взаимодействия тяжелых частиц на внутриядерных расстояниях очень сильно зависят от способа, которым конечный размер частиц вводится в теорию.

Помимо этого, Гейзенберг указывает в цитированной работе, что теория Ферми приводит к обменным силам гейзенберговского, а не майорановского типа. Согласно первоначальному предположению Гейзенберга взаимодействие протона и нейтрона может быть описано оператором энергии

$$V_H = -I (|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|) P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2}, \quad (1,1)$$

где  $\mathbf{r}_n$  и  $\mathbf{r}_p$  — координаты и  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$  — спиновые матрицы нейтрона и протона,  $I$  — положительная функция расстояния  $|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|$  между ними и  $P$  — оператор перестановки, обменивающий  $\mathbf{r}_n$  и  $\mathbf{r}_p$ . Такое предположение, однако, несовместимо с исключительной устойчивостью  $\alpha$ -частицы и с другими фактами. Это побудило Майорана ввести вместо  $V_H$  оператор

$$V_M = -I (|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|) P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p), \quad (1,2)$$

отличающийся от (1,1) отсутствием оператора  $1/2 (1 + \sigma_n \sigma_p)$ , осуществляющего перестановку спинов частиц.  $V_M$ , несомненно, является гораздо лучшим приближением к действительности, чем  $V_H$ , хотя Ферми<sup>11</sup> недавно показал, что, в противоположность предположению Майорана, оператор взаимодействия должен каким-то образом содержать спиновые матрицы  $\sigma_n$  и  $\sigma_p$ . Наиболее вероятно, что оператор взаимодействия  $V$  соответствует в действительности линейной комбинации  $V_H$  и  $V_M$ , пожалуй, с некоторыми добавочными членами (ср. § 7).

Однако теория  $\beta$ -распада Ферми в ее первоначальной форме, а также ее модификации, предложенные Бете и Пайерлсом, Конопинским и Уленбеком, приводят к оператору взаимодействия гейзенберговского типа. Это есть следствие предположения, общего для всех этих теорий и состоящего в том, что электронно-нейтринное поле, подобно электромагнитному

\*) Противоречие между теоретическими кривыми распределения для тяжелых элементов и распределением электронов, испущенных RaE, полученное экспериментально Серджентом, устранено позднейшими измерениями А. Алиханова, А. Алиханова и Б. Джелепова<sup>9</sup>.

полю, может быть описано четырехвектором  $A_\lambda$ , компоненты которого содержат волновые функции электрона и нейтрино или их производные. Однако в равной мере возможно, что электронно-нейтринное поле описывается не четырехвектором, а, например, антисимметричным тензором второго или третьего ранга или комбинацией векторов и тензоров. Если это так, то оператор взаимодействия, как оказывается, имеет общий вид \*)

$$V = - \left[ I_1(r) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2} + I_2(r) + I_3(r) \frac{(\sigma_n \mathbf{r})(\sigma_p \mathbf{r})}{r^2} \right] P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p), \quad (1,3)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p$ , т. е. он равен комбинации гейзенберговского и майорановского операторов с оператором, пропорциональным  $(\sigma_n \mathbf{r})(\sigma_p \mathbf{r})/r^2$ . Если поле можно описать четырехвектором  $A_\lambda$ ,  $I_2(r)$  и  $I_3(r)$  становятся тождественно равными нулю. Но если майорановский член  $I_2(r)$  не исчезает, тогда, как правило, гейзенберговский член  $I_1(r)$  и член  $I_3(r)$  также отличаются от нуля и только некоторые очень специальные случаи составляют исключение из правила. Таким образом, теория приводит к обобщению принятого в настоящее время предположения, согласно которому  $V$  равно сумме  $V_H$  и  $V_M$ .

Мы исследовали возможное влияние члена, пропорционального  $(\sigma_n \mathbf{r})(\sigma_p \mathbf{r})/r^2$ , на рассеяние нейтронов на протонах и обнаружили, что он не изменяет существенно зависимость рассматриваемого сечения от энергии нейтронов.

Представляется, таким образом, что теория очень удовлетворительна с качественной точки зрения, так как она проясняет внутреннюю связь между столь различными явлениями и свойствами, как  $\beta$ -распад, взаимодействие нейтронов и протонов, аномалия их магнитных моментов и величина их масс. Но с количественной точки зрения современное состояние теории полностью неудовлетворительно.

Кажется невозможным найти такой вариант теории, который содержал бы только одну произвольную константу (типа фермиевской константы  $g$ ) и удовлетворительно количественно описывал бы как взаимодействие нейтронов с протонами, так и основные черты  $\beta$ -распада. Теорию можно согласовать с известными в настоящее время экспериментальными фактами, выбрав подходящую линейную комбинацию простых гамильтонианов, содержащую по крайней мере две произвольные константы таким образом, что первый член гамильтониана ответствен за законы  $\beta$ -распада, но не имеет отношения к ядерным силам, в то время как второй член не имеет отношения к  $\beta$ -распаду и ответствен за ядерные силы (§ 7). Однако такая процедура, будучи совершенно произвольной, уничтожает количественную связь между  $\beta$ -распадом и ядерными силами и, таким образом, лишает теорию ее наиболее привлекательных черт. Только более глубокое проникновение в природу электронно-нейтринного поля может дать возможность для построения последовательной теории без искусственных предположений такого рода.

Вероятно, по крайней мере некоторые из трудностей, с которыми столкнулась теория, происходят из-за недостатков современных теорий электрона и нейтрино. Во-первых, теоретический расчет ядерных сил существенно зависит от предположений, сделанных относительно электронной волновой функции при очень высоких энергиях порядка  $2 \cdot 10^8$  эв (ср. стр. 433). За неимением лучшей теории мы в своих расчетах предположили, что волновое уравнение Дирака справедливо вплоть до таких высоких энергий. В настоящее время невозможно оценить ошибку

\*) Другие члены, например,  $- I_4(r) \frac{(\sigma_n - \sigma_p) \mathbf{r}}{r} P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p)$ , также могут присутствовать в некоторых случаях, но мы здесь будем игнорировать эту возможность.

в результатах вычислений, вызываемую этим, несомненно, неправильным предположением.

Второй очевидный слабый пункт современной теории связан с введенным Ферми предположением, согласно которому волновое уравнение для нейтрино отличается от дираковского волнового уравнения для электрона только величиной констант  $m$  и  $e$ , которые полагаются равными нулю. Уравнение Дирака приводит к существованию четырехвектора плотности тока  $\psi^+ \gamma^\alpha \psi$  с равной нулю дивергенцией, причем этот вектор имеет в случае электрона хорошо определенный физический смысл. Однако в случае, например, фотонов такого четырехвектора плотности тока, временная компонента которого всегда положительна, не существует вовсе. Следовательно, уравнение Дирака не может быть справедливым для фотонов. Если нейтрино, подобно фотону, не обладает электрическим зарядом или массой покоя, понятие о (положительной) плотности нейтрино также едва ли имеет какой-либо физический смысл. Рассмотрения такого рода были проведены Румером<sup>12</sup>, который пришел к выводу, что уравнение Дирака с  $m = e = 0$  не может быть справедливым для нейтрино и что нужно искать другие возможности. Однако и в теории нейтрино, предложенной Румером, сталкиваешься со всеми упомянутыми выше трудностями при попытке количественно объяснить явления одновременно при малых и при высоких энергиях (т. е. как  $\beta$ -распад, так и ядерные силы \*).

## § 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЯЖЕЛОЙ ЧАСТИЦЫ С ЭЛЕКТРОННО-НЕЙТРИННЫМ ПОЛЕМ

Теория  $\beta$ -распада Ферми, основанная на аналогии с теорией электрона, легко может быть обобщена. Рассмотрим частицу, которая в отсутствие поля сил подчиняется волновому уравнению Дирака. Можно доказать при очень общих предположениях, что поле, действующее на такую частицу (или, более точно, действие поля сил на такую частицу), может быть описано скаляром  $a$ , псевдоскаляром  $b$ \*\*), четырехвектором  $A_\mu$  и двумя четырехмерными антисимметричными тензорами  $F_{\mu\nu}$  и  $G_{\mu\nu\lambda}$  второго и третьего рангов и что волновое уравнение частицы при наличии поля должно иметь вид \*\*\*)

$$-imc\psi + \gamma^\mu p_\mu \psi = \frac{1}{c} \left( ia + \gamma^\mu A_\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu \gamma^\nu F_{\mu\nu} + \frac{i}{6} \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma G_{\mu\nu\sigma} + \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^4 b \right) \psi. \quad (2,1)$$

Это сразу следует из трансформационных свойств дираковских матриц  $\gamma^\mu$ , если пренебречь возможностью, что оператор взаимодействия между полем и тяжелой частицей содержит импульс  $p_\mu$  частицы, и если предположить, что поле можно описать четырехмерными тензорными величинами. Но даже если сделать более общее предположение, что действие поля описывается набором спиноров, можно показать, что этот набор спиноров эквивалентен набору тензоров, перечисленных выше \*\*\*\*).

\*) Путь, свободный от трудностей, указывается в очень важной работе Гейзенберга<sup>13</sup>. (Примечание при корректуре.)

\*\*) Псевдоскаляр изменяет знак при зеркальном преобразовании  $x = -x$ ,  $y = -y$ ,  $z = -z$ ,  $t = t$ .

\*\*\*) Мы используем обозначения Паули<sup>14</sup>.

\*\*\*\*) Записывая волновое уравнение Дирака для свободной частицы в спинорной форме и вводя в это уравнение добавочные члены, описывающие действие поля, нетрудно увидеть, что ранг спиноров поля может быть только 0 или 2. Чтобы доказать утверждение, приведенное в тексте, нужно только принять во внимание, что волновое уравнение должно быть самосопряженным и инвариантным относительно зеркального преобразования.

Умножая (2,1) на  $ic\gamma^4$  и полагая

$$\gamma^4 = \beta = \rho_3, \quad \gamma^k = -i\beta\alpha_k, \quad \alpha_k = \rho_1\sigma_k,$$

где  $\rho_k$  и  $\sigma_k$  — обычные дираковские матрицы, получаем

$$\left( mc^2\rho_3 - ih \frac{\partial}{\partial t} + c\rho_1(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}) \right) \psi = \\ = -\{\rho_3 a + A_0 - \rho_1(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{A}) + \rho_3(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}) + \rho_2(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{E}) + \rho_1 B_0 + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{B}) - \rho_2 b\} \psi, \quad (2,2)$$

где  $A_0$ ,  $\mathbf{A}$  — компоненты  $A_\lambda$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — компоненты  $F_{\mu\nu}$ :  $F_{12} = H_3$ ,  $F_{14} = -E_1$  и т. д.,  $B_0$ ,  $\mathbf{B}$  — компоненты  $G_{\lambda\mu\nu}$ :

$$B_0 = -G_{123}, \quad B_1 = G_{230}, \quad B_2 = G_{310}, \quad B_3 = G_{120}, \quad (2,3)$$

причем  $\mathbf{B}$  — аксиальный трехмерный вектор, а  $B_0$  — трехмерный псевдоскаляр. Полагая  $A_\mu$  равным умноженному на  $e$  четырехмерному потенциалу электромагнитного поля и отбрасывая все другие члены в правой части (2,2), получим уравнение Дирака для электрона; с другой стороны, предпологая, что  $F_{\lambda\nu}$  пропорционален тензору электромагнитного поля, и отбрасывая все остальные члены, получаем волновое уравнение, обсуждавшееся несколько лет тому назад Паули в его теории нейтрино.

Для волнового уравнения тяжелой частицы также может быть принята форма (2,1) или (2,2) с той разницей, что состояние тяжелой частицы зависит не только от ее пространственных координат  $\mathbf{r}$  и ее спиновой координаты  $s$ , но также и от внутренней «зарядовой координаты»  $\rho$ , которая определяет, является ли частица нейтроном ( $\rho = +1$ ) или протоном ( $\rho = -1$ ). Следовательно, волновая функция тяжелой частицы будет иметь не 4, а 8 компонент и величины  $m$ ,  $\rho_\mu$ ,  $a$ ,  $A_\mu$  и т. д. должны рассматриваться как операторы в пространстве зарядовой координаты  $\rho$ . Чтобы описать тот факт, что возбуждение электронно-нейтринного поля (испускание или поглощение нейтрино и электрона) связано с изменением заряда тяжелой частицы, мы должны положить в (2,1)

$$a = aQ^+ + a^*Q, \quad A_\mu = A_\mu Q^+ + A_\mu^*Q, \quad F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}Q^+ + F_{\mu\nu}^*Q \text{ и т. д.}, \quad (2,4)$$

где  $Q$  и  $Q^+$  — гейзенберговские матрицы:

$$Q = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad Q^+ = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad (2,5)$$

действующие на зарядовую координату  $\rho$  частицы.  $Q$  соответствует переходу протона в нейтрон, а  $Q^+$  — обратному переходу. Величины  $a$  и  $a^*$ ,  $A_\mu$  и  $A_\mu^*$  и т. д. должны быть комплексно-сопряженными, если волновое уравнение самосопряженно. В волновом уравнении нетрудно учесть действие электромагнитного поля на протон и разницу в массах протона и нейтрона, но мы наверняка можем пренебречь этими эффектами в нашем рассмотрении \*).

Рассмотрев релятивистское волновое уравнение для тяжелой частицы с тем, чтобы установить трансформационные свойства величин  $a$ ,  $A_\mu$  и т. д.,

\*) Волновые уравнения для тяжелых частиц, исследованные Вейцеккером в его недавней работе <sup>15</sup>, также содержатся в наших общих формулах (2,1) и (2,4). Например, его «Ansatz  $H_c$ » соответствует следующему выбору тензоров поля:

$$a = -i\varphi^+\chi, \quad A_\lambda = -\frac{1}{2}\varphi^+\gamma_\lambda\chi, \quad F_{\lambda\mu} = 0, \\ G_{\lambda\mu\nu} = \frac{i}{2}\varphi^+\gamma_\lambda\gamma_\mu\gamma_\nu\chi, \quad b = -\varphi^+\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^4\chi.$$

(Примечание при корректуре.)

описывающих электронно-нейтринное поле, мы с этого момента будем иметь дело только с его нерелятивистским приближением. Подставляя (2,4) в (2,2), переходя к нерелятивистскому приближению и пренебрегая всеми членами, квадратичными по полевым величинам  $a$ ,  $A_\mu$  и т. д., а также членами, линейными по полевым величинам, но пропорциональными скорости тяжелой частицы, получим

$$\left( \frac{p^2}{2m} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = -V\psi, \tag{2,6}$$

$$V = Q[a^* + A_0^* + (\sigma\mathbf{H}^*) + (\sigma\mathbf{V}^*)] + Q^+[a + A_0 + (\sigma\mathbf{H}) + (\sigma\mathbf{V})], \tag{2,7}$$

где  $\sigma$  ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ) означает теперь не матрицы Дирака, а матрицы Паули. Мы возвратимся к первоначальному предположению Ферми, если удержим в правой части (2,7) только члены, содержащие  $A_0$  и  $A_0^*$ . Заметим, что  $\mathbf{H}$  в (2,7) совершенно не зависит от  $A_0$  и  $A$ . Уравнение Паули для электрона содержит также член, пропорциональный  $(\sigma\mathbf{H})$ , где  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$  — напряженность магнитного поля. Однако этот член из-за его релятивистского характера опускается в нерелятивистском уравнении Шрёдингера (2,6). Члены  $(\sigma\mathbf{H})$  и  $(\sigma\mathbf{V})$  в (2,7) очень важны, так как если их опустить, настоящая теория с необходимостью приведет к обменно-взаимодействию гейзенберговского (но не майорановского) типа.

Величины, описывающие электронно-нейтринное поле, должны быть однородными линейными формами квантованных волновых функций  $\Phi$  и  $\chi$  электрона и нейтрино (или их производных). Эти волновые функции могут быть разложены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \sum_{n,l} b_n^l \Phi_n^l, & \Phi^* &= \sum_{n,l} b_n^{l*} \Phi_n^{l*}, \\ \chi &= \sum_{\nu,\lambda} c_\nu^\lambda \chi_\nu^\lambda, & \chi^* &= \sum_{\nu,\lambda} c_\nu^{\lambda*} \chi_\nu^{\lambda*}. \end{aligned} \right\} \tag{2,8}$$

$\Phi_n^l$  и  $\chi_\nu^\lambda$  являются собственными функциями свободного движения электрона и нейтрино (только в теории  $\beta$ -распада тяжелых ядер необходимо принимать во внимание влияние кулоновского поля ядер на движение электронов). Мы обозначим импульсы этих частиц через  $p_n$  и  $p_\nu$ . Индексы  $l$  и  $\lambda$  служат для того, чтобы различить состояния частиц, характеризующиеся данным импульсом  $p_n$  или  $p_\nu$ , но отличающиеся знаком энергии или направлением спина. Чтобы избежать непрерывности энергетического спектра, мы налагаем на волновые функции обычные условия периодичности.

Так как мы интересуемся испусканием и поглощением электронов и нейтрино, мы должны использовать метод вторичного квантования. Согласно этому методу квантованные амплитуды  $b_n^{l*}$  в (2,8) являются операторами, означающими рождение электрона в состоянии  $(n, l)$ , в то время как  $b_n^l$  являются соответствующими операторами уничтожения. Эти операторы можно определить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} b_n^l \Psi(N_1^1, N_1^2, N_2^1, \dots, N_n^l, \dots) - \\ = \varepsilon (1 - N_n^l) \Psi(N_1^1, N_1^2, N_2^1, \dots, 1 - N_n^l, \dots), \\ b_n^{l*} \Psi(N_1^1, N_1^2, N_2^1, \dots, N_n^l, \dots) - \\ = \varepsilon N_n^l \Psi(N_1^1, N_1^2, N_2^1, \dots, 1 - N_n^l, \dots), \end{aligned} \right\} \tag{2,9}$$

где  $N_n^l$  означает число (0 или 1) электронов в состоянии  $(n, l)$  и  $\varepsilon$  — знак, зависящий некоторым (не существенным для нас) образом от числа электронов, находящихся в состояниях, отличающихся от состояния  $(n, l)$ .

Из (2,9) следует

$$b_n^{l*} b_n^l = N_n^l, \quad b_n^l b_n^{l*} = 1 - N_n^l. \quad (2,10)$$

Квантованные амплитуды  $c_v^\lambda, c_v^{\lambda*}$  волновых функций нейтрино определяются точно таким же образом.

Определения (2,9) совпадают с определениями, использованными Ферми<sup>1</sup>, в то время как определения, использованные Паули<sup>14</sup>, отличаются от (2,9) взаимной заменой  $b_n^l$  и  $b_n^{l*}$ . В противоположность мнению, выраженному Конопинским и Уленбеком, именно фермиевские, а не паулевские определения являются правильными, так как паулевские определения, если их использовать в расчете вероятности излучения, приводят к физически бессмысленным результатам. Кроме того, паулевские определения  $b_n^l$  и  $b_n^{l*}$  несовместимы с соотношениями (2,10)\*, которыми сам Паули пользовался<sup>14</sup>.

Волновое уравнение для системы, состоящей из тяжелой частицы и электронно-нейтринного поля, может быть записано, например, в виде, избранном Ферми:

$$\left( H_h + H_f + V - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi = 0, \quad (2,11)$$

где  $H_h$  и  $H_f$  — гамильтонианы тяжелых частиц и поля, а  $V$  — оператор взаимодействия. В частности,

$$H_f = \sum_{nl} N_n^l \hbar \omega_n^l + \sum_{v\lambda} M_v^\lambda \hbar \omega_v^\lambda, \quad (2,12)$$

причем  $\hbar \omega_n^l$  и  $\hbar \omega_v^\lambda$  являются энергиями электрона в состоянии  $(n, l)$  и нейтрино в состоянии  $(v, \lambda)$ ,  $M_v^\lambda$  — число (0 или 1) нейтрино в состоянии  $(v, \lambda)$ .

Однако член  $H_f$  может быть исключен из волнового уравнения для системы. Подставляя в (2,11)

$$\Psi = e^{-iH_f t/\hbar} \psi,$$

получаем

$$\left( H_h + e^{iH_f t/\hbar} V e^{-iH_f t/\hbar} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = 0.$$

Далее, из (2,9) и (2,12) следует, что

$$e^{iH_f t/\hbar} b_n^l e^{-iH_f t/\hbar} = b_n^l e^{-i\omega_n^l t},$$

$$e^{iH_f t/\hbar} b_n^{l*} e^{-iH_f t/\hbar} = b_n^{l*} e^{i\omega_n^l t}.$$

Так как  $V$  содержит  $b_n^l$  и  $b_n^{l*}$  только в виде комбинаций  $b_n^l \varphi_n^l$  и  $b_n^{l*} \varphi_n^{l*}$ , можно включить временной множитель  $e^{-i\omega_n^l t}$  в волновую функцию электрона, определив ее как

$$\varphi_n^l = e^{-i\omega_n^l t} \Phi_n^l(\mathbf{r}, s) \quad (2,13)$$

\*) Соотношения (2,9) могут быть представлены в следующем виде:

$$(N_n^{l'} | b_n^l | N_n^{l''}) = \varepsilon \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (N_n^{l'} | b_n^{l*} | N_n^{l''}) = \varepsilon \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Так как  $\varepsilon^2 = 1$ , получаем соотношения

$$b_n^{l*} b_n^l = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad b_n^l b_n^{l*} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

совпадающие с (2,10).



( $s$  означает спиновую координату), вместо того чтобы определять  $\varphi_n^l$  только как функцию  $\mathbf{r}$  и  $s$ . (Это определение необходимо, если записываем волновое уравнение в виде (2,11).) Используя определение (2,13) для  $\varphi_n^l$  и соответствующее определение для нейтринной волновой функции  $\chi_n^l$ , приходим к уравнению

$$\left( H_h + V - ih \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = 0. \tag{2,14}$$

Наше предыдущее уравнение (2,6) есть специальный случай (2,14). Заметим, что  $\psi$  зависит не только от пространственных, спиновой и зарядовой координат  $\mathbf{r}$ ,  $s$ ,  $\rho$  тяжелой частицы, но также и от переменных  $N_n^l$  и  $M_n^\lambda$ , описывающих состояние поля, хотя частота  $\omega$  в функции  $\psi$  не зависит от энергии  $H_f$  поля.

При конкретизации зависимости  $V$  от операторов  $b_n^l$ ,  $b_n^{l*}$ ,  $c_n^\lambda$ ,  $c_n^{\lambda*}$  можно предположить, что испускание электрона в  $\beta$ -распаде связано с испусканием нейтрино, а испускание позитрона связано с испусканием антинейтрино (т. е. с поглощением нейтрино; предположение Ферми), или же можно поменять ролями нейтрино и антинейтрино (Конопинский и Уленбек). Оба предположения приводят к одинаковым физическим результатам, если считать, что волновое уравнение для нейтрино отличается от волнового уравнения Дирака для электрона только нулевой величиной  $m$  и  $e$ . Мы выберем второй вариант (испускание электрона сопровождается испусканием антинейтрино), так что оператор  $V$  (уравнение (2,6)) будет содержать операторы  $Q$ ,  $b_n^l$ ,  $c_n^\lambda$  в комбинациях  $Qb_n^l c_n^{\lambda*}$  и  $Q^+ b_n^{l*} c_n^\lambda$ .

### § 3. ВЕЛИЧИНЫ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОННО-НЕЙТРИННОЕ ПОЛЕ

Мы должны теперь сделать некоторые определенные предположения о собственных функциях нейтрино. Как было упомянуто в § 2, нетрудно видеть, что действие электронно-нейтринного поля на тяжелую частицу должно описываться спинорами нулевого или второго ранга. Так как электронная волновая функция  $\varphi$  соответствует спинорам первого ранга, волновая функция  $\chi$  нейтрино должна, очевидно, соответствовать спинорам нечетного ранга. Согласно Ферми волновое уравнение для нейтрино является специальным случаем волнового уравнения Дирака для электрона, характеризующимся тем, что  $m = e = 0$ , так что  $\chi$  соответствует паре спиноров первого ранга. С другой стороны, Румер предполагает, что  $\chi$  есть спинор третьего ранга. Мы в дальнейшем будем придерживаться первоначального предположения Ферми с тем, чтобы исследовать его возможные следствия.

Мы получаем эквивалент первоначальной теории Ферми, положив в (2,7) все полевые величины, за исключением  $A_0$ , равными нулю, и предположив

$$A_\mu = g\varphi^+ \gamma_\mu \chi,$$

что приводит к

$$A_0 = g\varphi^* \chi, \tag{3,1}$$

где  $g$  — константа (отметим, что  $\varphi^+ = i\varphi^* \gamma^4$  и  $A_4 = iA_0$ )<sup>14</sup>.

Конопинский и Уленбек<sup>16</sup> построили все четыре возможных полярных вектора, содержащих линейно либо волновые функции  $\varphi^+$  и  $\chi$ , либо их производные, и показали, что асимметрия  $\beta$ -спектров может быть объяснена только в том случае, если производная нейтринной волновой функции имеет более высокий порядок, чем производная электронной

волновой функции. Общее выражение для вектора, удовлетворяющего этому условию, имеет вид

$$A_{\mu} = ig \frac{\partial^s \varphi^+}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots},$$

что приводит к

$$A_0 = \frac{g}{c} \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \beta \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}. \quad (3,2)$$

Конопинский и Уленбек предполагают, что  $s = 0$ .

Аналогичным образом нетрудно построить все возможные скаляры  $a$  и антисимметричные тензоры  $F_{\lambda\mu}$  и  $G_{\lambda\mu\nu}$ , содержащие линейно либо  $\varphi^+$  и  $\chi$ , либо их производные. Например, все возможные выражения для  $F_{\lambda\mu}$  могут быть сведены к комбинациям следующих выражений:

$$F_{\lambda\mu} = g \left( \frac{\partial \varphi^+}{\partial x_{\lambda}} \frac{\partial \chi}{\partial x_{\mu}} - \frac{\partial \varphi^+}{\partial x_{\mu}} \frac{\partial \chi}{\partial x_{\lambda}} \right),$$

$$F_{\lambda\mu} = g \left( \varphi^+ \gamma_{\lambda} \frac{\partial \chi}{\partial x_{\mu}} - \varphi^+ \gamma_{\mu} \frac{\partial \chi}{\partial x_{\lambda}} \right),$$

$$F_{\lambda\mu} = g \left( \frac{\partial \varphi^+}{\partial x_{\mu}} \gamma_{\lambda} \chi - \frac{\partial \varphi^+}{\partial x_{\lambda}} \gamma_{\mu} \chi \right),$$

$$F_{\lambda\mu} = g \varphi^+ (\gamma_{\lambda} \gamma_{\mu} - \gamma_{\mu} \gamma_{\lambda}) \chi.$$

В каждое из этих выражений можно подставить  $\frac{\partial^s \varphi^+}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}$  вместо  $\varphi^+$  и  $\frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}$  вместо  $\chi$ , где  $s$  — целое положительное число.

Принимая во внимание асимметрию  $\beta$ -спектров, мы ограничимся (кроме первоначального фермиевского выражения (3,1)) только такими выражениями, которые содержат производные от  $\chi$  более высокого порядка, чем производные от  $\varphi^+$ . Существует всего три выражения такого рода, именно — (3,2) и еще два следующих:

$$F_{\lambda\mu} = g \frac{\partial^s \varphi^+}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \left( \gamma_{\lambda} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\lambda}} \right) \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots},$$

$$G_{\lambda\mu\nu} = ig \frac{\partial^s \varphi^+}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \left( \gamma_{\lambda} \gamma_{\mu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} + \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\lambda}} + \gamma_{\nu} \gamma_{\lambda} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \right) \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots},$$

$$\lambda \neq \mu \neq \nu \dots$$

Используя соотношения  $\varphi^+ = i\varphi^* \gamma^4$ ,  $\gamma^4 = \beta$ ,  $\gamma^k = -i\beta \alpha^k$ , находим, что трехмерные аксиальные векторы  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{V}$ , соответствующие этим тензорам (ср. уравнение (2,3)), равны

$$\mathbf{H} = g \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} [\boldsymbol{\alpha} \text{ grad}] \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}, \quad (3,3)$$

$$\mathbf{V} = g \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \beta \left( [\boldsymbol{\alpha} \text{ grad}] + \frac{1}{2c} [\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}] \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}. \quad (3,4)$$

Удобно выразить константу  $g$ , которая, конечно, имеет разные значения в различных равенствах вида (3,1), (3,2) и т. д., через безразмерную константу  $G$  и универсальные константы  $h$ ,  $c$ ,  $m$  ( $m$  — масса электрона). Так как согласно (2,6)  $A_0$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{V}$  должны иметь размерность энергии, мы можем переписать уравнения (3,1) — (3,4) в следующем виде:

$$\text{(случай I)} \quad A_0 = \frac{2\pi^{3/2} G h^3}{m^2 c} \varphi^* \chi, \quad (3,5)$$

$$\text{(случай II)} \quad A_0 = \frac{2\pi^{3/2} G h^3}{m^3 c^3} \left( \frac{h}{mc} \right)^{2s} \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots} \beta \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^s \chi}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta} \dots}, \quad (3,6)$$

$$\text{(случай III)} \quad \mathbf{H} = \frac{2\pi^{3/8} Gh^3}{m^3 c^2} \left( \frac{h}{mc} \right)^{2s} \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \dots} [\boldsymbol{\alpha} \cdot \text{grad}] \frac{\partial^s \chi}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \dots}, \quad (3,7)$$

$$\text{(случай IV)} \quad \mathbf{B} = \frac{2\pi^{3/8} Gh^3}{m^3 c^2} \left( \frac{h}{mc} \right)^{2s} \frac{\partial^s \varphi^*}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \dots} \beta \left( [\boldsymbol{\alpha} \cdot \text{grad}] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2c} [\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}] \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^s \chi}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \dots}, \quad (3,8)$$

причем предполагается, что  $\varphi^*$  и  $\chi$  имеют размерность  $L^{-3/8}$ . Если можно пренебречь влиянием кулоновского поля ядра на волновую функцию электрона, т. е. если мы не рассматриваем  $\beta$ -распад тяжелых ядер, мы можем выбрать в качестве собственных функций  $\varphi_n^l$  и  $\chi_v^\lambda$  следующие выражения:

$$\varphi_n^l = L^{-3/8} U_n^l e^{i(\mathbf{k}_n \mathbf{r} - \omega_n^l t)}, \quad \chi_v^\lambda = L^{-3/8} V_v^\lambda e^{i(\mathbf{k}_v \mathbf{r} - \omega_v^\lambda t)}. \quad (3,9)$$

Здесь  $L$  — ребро куба, в котором заключена система,  $k_{nx} = 2\pi m_x/L$ ,  $k_{vy} = 2\pi \mu_y/L$  и т. д.,  $m_x, m_y, m_z, \mu_x, \mu_y, \mu_z$  — целые числа. Коэффициенты  $U_n^l$  и  $V_v^\lambda$  являются векторами в пространстве внутренних переменных рассматриваемой частицы с постоянными компонентами  $U_{n,\alpha}^l$  и  $V_{v,\alpha}^\lambda$  ( $\alpha = 1, 2, 3, 4$ ). Предполагается, что эти компоненты нормированы:

$$\sum_\alpha U_{n,\alpha}^l U_{n,\alpha}^{m*} = \delta_{lm}, \quad \sum_\alpha V_{v,\alpha}^\lambda V_{v,\alpha}^{\mu*} = \delta_{\lambda\mu} \quad (3,10)$$

и удовлетворяют уравнениям <sup>17</sup>\*)

$$H_n U_n^l = h\omega_n^l U_n^l, \quad H_v V_v^\lambda = h\omega_v^\lambda V_v^\lambda, \quad (3,11)$$

где

$$H_n = c(\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p}_n) + mc^2 \beta = hc |(\boldsymbol{\alpha} \mathbf{k}_n) + \beta k_0|, \quad k_0 = \frac{mc}{h}, \\ H_v = c(\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p}_v) = hc(\boldsymbol{\alpha} \mathbf{k}_v). \quad (3,12)$$

Энергия  $h\omega$  связана с волновым вектором  $\mathbf{k}$  соотношениями

$$h\omega_n^l = \pm \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p_n^2} = \pm hc \sqrt{k_0^2 + k_n^2}, \quad (3,13) \\ h\omega_v^\lambda = \pm hc k_v.$$

Будем считать, что индексы  $l = 1, 2$  и  $\lambda = 1, 2$  относятся к состояниям положительной энергии, а индексы  $l = 3, 4$  и  $\lambda = 3, 4$  к состояниям отрицательной энергии.

В дальнейшем при усреднении наших формул по различным направлениям спина частиц мы часто будем приходить к выражениям вида

$\sum_{l=1}^2 U_{n,\alpha}^l U_{n,\beta}^{l*}$ . Можно показать\*\*), что

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l=1}^2 U_{n,\alpha}^l U_{n,\beta}^{l*} &= \frac{1}{2} \left( \delta_{\alpha\beta} + \frac{H_{n,\alpha\beta}}{h\omega_n} \right), \\ \sum_{l=3}^4 U_{n,\alpha}^l U_{n,\beta}^{l*} &= \frac{1}{2} \left( \delta_{\alpha\beta} - \frac{H_{n,\alpha\beta}}{h\omega_n} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3,14)$$

\*) Будучи записанным в явном виде, первое из уравнений (3,11) принимает, например, вид

$$\sum_{\beta=1}^4 H_{n,\alpha\beta} U_{n,\beta}^l = h\omega_n^l U_{n,\alpha}^l.$$

\*\*) См. <sup>17</sup>, уравнения (12) и (12').

где  $\omega_n$  означает абсолютную величину  $\omega_n^l$ . Аналогичные выражения справедливы также для сумм  $\sum_{\lambda} V_{\nu, \alpha}^{\lambda} V_{\nu, \beta}^{\lambda*}$ .

Если разложить волновые функции  $\varphi^*$  и  $\chi$  согласно (2,8) и учесть равенства (3,9), для величин  $A_0$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$  получаются выражения вида

$$\begin{aligned} A_0 &= \sum_{n, \nu, l, \lambda} b_n^{l*} c_{\nu}^{\lambda} A_{n\nu}^{l\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_{\nu}) \mathbf{r} + i(\omega_n^l - \omega_{\nu}^{\lambda}) t}, \\ \mathbf{H} &= \sum_{n, \nu, l, \lambda} b_n^{l*} c_{\nu}^{\lambda} \mathbf{H}_{n\nu}^{l\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_{\nu}) \mathbf{r} + i(\omega_n^l - \omega_{\nu}^{\lambda}) t}, \\ \mathbf{B} &= \sum_{n, \nu, l, \lambda} b_n^{l*} c_{\nu}^{\lambda} \mathbf{B}_{n\nu}^{l\lambda} e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_{\nu}) \mathbf{r} + i(\omega_n^l - \omega_{\nu}^{\lambda}) t}. \end{aligned} \quad (3,15)$$

Определяя  $A_0$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$  при помощи соотношений (3,5)–(3,8), получаем следующие значения для коэффициентов  $A_{n\nu}^{l\lambda}$ ,  $\mathbf{H}_{n\nu}^{l\lambda}$ ,  $\mathbf{B}_{n\nu}^{l\lambda}$ :

$$\begin{aligned} (\text{случай I}) \quad A_{n\nu}^{l\lambda} &= 2\pi^{3/8} GL^{-3} \frac{h^3}{m^2 c} U_n^{l*} V_{\nu}^{\lambda}, \\ (\text{случай II}) \quad A_{n\nu}^{l\lambda} &= 2\pi^{3/8} GL^{-3} \frac{h^4}{m^3 c^3} \left(\frac{h}{mc}\right)^{2s} (-i) \omega_{\nu}^{\lambda} \times \\ &\quad \times \left(\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu} - \frac{1}{c^2} \omega_n^l \omega_{\nu}^{\lambda}\right) U_n^{l*} \beta V_{\nu}^{\lambda}, \\ (\text{случай III}) \quad \mathbf{H}_{n\nu}^{l\lambda} &= 2\pi^{3/8} GL^{-3} \frac{h^4}{m^3 c^2} \left(\frac{h}{mc}\right)^{2s} \times \\ &\quad \times i \left(\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu} - \frac{1}{c^2} \omega_n^l \omega_{\nu}^{\lambda}\right)^s U_n^{l*} [\alpha \mathbf{k}_{\nu}] V_{\nu}^{\lambda}, \\ (\text{случай IV}) \quad \mathbf{B}_{n\nu}^{l\lambda} &= 2\pi^{3/8} GL^{-3} \frac{h^4}{m^3 c^2} \left(\frac{h}{mc}\right)^{2s} i \left(\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu} - \frac{1}{c^2} \omega_n^l \omega_{\nu}^{\lambda}\right)^s \times \\ &\quad \times U_n^{l*} \beta \left([\alpha \mathbf{k}_{\nu}] - \frac{\omega_{\nu}^{\lambda}}{2c} [\alpha \alpha]\right) V_{\nu}^{\lambda}, \end{aligned}$$

где

$$V_n^{l*} V_{\nu}^{\lambda} = \sum_{\alpha=1}^4 U_{n, \alpha}^{l*} V_{\nu, \alpha}^{\lambda}, \quad U_n^{l*} \beta V_{\nu}^{\lambda} = \sum_{\alpha, \gamma=1}^4 U_{n, \alpha}^{l*} \beta_{\alpha\gamma} V_{\nu, \gamma}^{\lambda}$$

и т. д.

Используя (3,14), получаем

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 |U_n^{l*} V_{\nu}^{\lambda}|^2 &= \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{\beta=1}^4 U_{n, \alpha}^{l*} V_{\nu, \alpha}^{\lambda} U_{n, \beta}^l V_{\nu, \beta}^{\lambda*} = \\ &= \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{H_n}{h\omega_n}\right)_{\beta\alpha} \left(1 - \frac{H_{\nu}}{h\omega_{\nu}}\right)_{\alpha\beta} = \frac{1}{4} \text{Sp} \left(1 + \frac{H_n}{h\omega_n} - \frac{H_{\nu}}{h\omega_{\nu}} - \frac{H_n H_{\nu}}{h^2 \omega_n \omega_{\nu}}\right), \end{aligned}$$

где  $\text{Sp}$  означает след матрицы. Так как

$$\text{Sp} \beta = \text{Sp} \alpha_h = \text{Sp} \beta \alpha_h = \text{Sp} (\alpha_i \alpha_h - \delta_{ih}) = 0,$$

согласно (3,12) имеем

$$\text{Sp} H_n = \text{Sp} H_{\nu} = 0,$$

$$\text{Sp} H_n H_{\nu} = h^2 c^2 \text{Sp} ((\alpha \mathbf{k}_n) + \beta k_0) (\alpha \mathbf{k}_{\nu}) = h^2 c^2 \text{Sp} (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu}) = 4c^2 h^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu})$$

и, следовательно,

$$\sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 |U_n^{l*} V_{\nu}^{\lambda}|^2 = 1 - \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_{\nu})}{\omega_n \omega_{\nu}}.$$

Сумма  $\sum_{l=3}^4 \sum_{\lambda=1}^2$  имеет такую же величину. Итак, получаем

$$\begin{aligned}
 (\text{случай I}) \quad |A_{n\nu}|^2 &= \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 |A_{n\nu}^{l\lambda}|^2 = \sum_{l=3}^4 \sum_{\lambda=1}^2 |A_{n\nu}^{l\lambda}|^2 = \\
 &= 4\pi^3 G^2 L^{-6} \frac{\hbar^6}{m^4 c^2} \left( 1 - \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)}{\omega_n \omega_\nu} \right). \quad (3,16)
 \end{aligned}$$

Подобным же образом

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 |U_n^{l*} \beta V_\nu^\lambda|^2 &= \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} U_n^{l*} \alpha \beta_{\alpha\beta} V_\nu^\lambda \beta U_n^l \gamma \beta_{\gamma\delta}^* V_\nu^{\lambda*} \delta = \\
 &= \frac{1}{4} \text{Sp} \left( 1 + \frac{H_n}{\hbar \omega_n} \right) \beta \left( 1 - \frac{H_\nu}{\hbar \omega_\nu} \right) \beta = 1 + \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)}{\omega_n \omega_\nu}.
 \end{aligned}$$

Замечая, что  $\omega_\nu = ck_\nu$ , получаем

$$(\text{случай II}) \quad |A_{n\nu}|^2 = 4\pi^3 G^2 L^{-6} \frac{\hbar^8}{m^6 c^4} k_\nu^2 \left( 1 + \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)}{\omega_n \omega_\nu} \right) q^{2s}, \quad (3,17)$$

где

$$q = \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} \left( (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu) + \frac{\omega_n \omega_\nu}{c^2} \right). \quad (3,18)$$

Таким же образом получаем после некоторых вычислений

$$\begin{aligned}
 (\text{случай III}) \quad (H_{n\nu} d_1) (H_{n\nu}^* d_2) &= 4\pi^3 G^2 L^{-6} \frac{\hbar^8}{m^6 c^4} \times \\
 &\times [(d_1 d_2) \mathbf{k}_\nu^2 - (d_1 \mathbf{k}_\nu) (d_2 \mathbf{k}_\nu)] \left( 1 + \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)}{\omega_n \omega_\nu} \right) q^{2s}, \quad (3,19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{случай IV}) \quad (B_{n\nu} d_1) (B_{n\nu}^* d_2) &= 4\pi^3 G^2 L^{-6} \frac{\hbar^8}{m^6 c^4} \times \\
 &\times (d_1 \mathbf{k}_\nu) (d_2 \mathbf{k}_\nu) \left( 1 + \frac{c^2 (\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)}{\omega_n \omega_\nu} \right) q^{2s}, \quad (3,20)
 \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
 \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 (H_{n\nu}^{l\lambda} d_1) (H_{n\nu}^{*l\lambda} d_2) &= \sum_{l=3}^4 \sum_{\lambda=1}^2 (H_{n\nu}^{l\lambda} d_1) (H_{n\nu}^{*l\lambda} d_2) = (H_{n\nu} d_1) (H_{n\nu}^* d_2), \\
 \sum_{l=1}^2 \sum_{\lambda=3}^4 (B_{n\nu}^{l\lambda} d_1) (B_{n\nu}^{*l\lambda} d_2) &= \sum_{l=3}^4 \sum_{\lambda=1}^2 (B_{n\nu}^{l\lambda} d_1) (B_{n\nu}^{*l\lambda} d_2) = (B_{n\nu} d_1) (B_{n\nu}^* d_2).
 \end{aligned} \quad (3,21)$$

Здесь  $d_1$  и  $d_2$  — два произвольных вектора. Отметим, что эти выражения симметричны по  $d_1$  и  $d_2$ .

#### § 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Рассмотрим две тяжелые частицы, каждая из которых взаимодействует с электронно-нейтринным полем, чем обусловлено взаимодействие этих частиц между собой. Согласно (2,6) и (2,14) волновое уравнение для полной системы, которая включает тяжелые частицы и поле, может быть записано в виде

$$\left( \frac{p_1^2 + p_2^2}{2M} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = -[V(1) + V(2)] \psi. \quad (4,1)$$

Волновая функция  $\psi$  зависит не только от пространственных, спиновых и зарядовых переменных обеих частиц  $\mathbf{r}_1, s_1, \rho_1$  и  $\mathbf{r}_2, s_2, \rho_2$ , но также и от переменных  $N_n^l$  и  $M_v^\lambda$ , которые описывают состояние электронно-нейтринного поля. Согласно (2,7) оператор  $V(i)$  определяется выражением

$$V(i) = Q_i \{A_0^*(\mathbf{r}_i) + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{H}^*(\mathbf{r}_i)) + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{B}^*(\mathbf{r}_i))\} + \\ + Q_i^\dagger \{A_0(\mathbf{r}_i) + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{H}(\mathbf{r}_i)) + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{B}(\mathbf{r}_i))\}, \quad i = 1, 2, \quad (4,2)$$

где через  $A_0(\mathbf{r}_i)$  обозначена величина  $A_0$  в точке  $\mathbf{r}_i$  и т. п. В соответствии с (3,15) можно вместо (4,2) написать

$$V(i) = Q_i \sum_{n, l, v, \lambda} b_n^{*l} c_v^\lambda K_{nv}^{l\lambda}(i) e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_i + i(\omega_n^l - \omega_v^\lambda) t} + \\ + Q_i^\dagger \sum_{n, l, v, \lambda} b_n^l c_v^{*\lambda} K_{nv}^{*l\lambda}(i) e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_i - i(\omega_n^l - \omega_v^\lambda) t}, \quad (4,3)$$

где введено обозначение

$$K_{nv}^{l\lambda}(i) = A_{nv}^{l\lambda} + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{H}_{nv}^{l\lambda}) + (\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{B}_{nv}^{l\lambda}). \quad (4,4)$$

Следуя вычислительной процедуре, предложенной Фоком и Подольским<sup>18</sup> для случая кулоновского взаимодействия заряженных частиц, можно использовать для решения уравнения (4,1) метод последовательных приближений. Полагая  $\psi = \psi^0 + \psi^{(1)} + \psi^{(2)} + \dots$ , где  $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}, \dots$  представляют собой поправки к невозмущенной волновой функции  $\psi^0$ , получаем из (4,1) соотношение

$$\left( \frac{p_1^2 + p_2^2}{2M} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi^{(n+1)} = -[V(1) + V(2)] \psi^{(n)}. \quad (4,5)$$

Будем считать, что невозмущенная волновая функция имеет вид

$$\psi^0 = u(s_1, \rho_1, s_2, \rho_2) f(N_n^l, M_v^\lambda) e^{i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{k}_2 \mathbf{r}_2) - i\omega_0 t}, \quad (4,6)$$

причем функция  $f(N_n^l, M_v^\lambda)$  описывает состояние электронно-нейтринного поля и величина  $\omega_0$  определяется из соотношения

$$\hbar\omega_0 = \frac{\hbar^2(k_1^2 + k_2^2)}{2M}. \quad (4,7)$$

Подставив (4,6) в (4,5), приходим к простому дифференциальному уравнению для  $\psi^{(1)}$ , решая которое, получим

$$\psi^{(1)} = - \sum_{n, l, v, \lambda} \left\{ \frac{b_n^{*l} c_v^\lambda Q_1^+ K_{nv}^{l\lambda}(1) e^{i(\omega_n^l - \omega_v^\lambda)t - i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_1}}{\frac{\hbar^2}{2M} |(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_n + \mathbf{k}_v)^2 + \mathbf{k}_2^2| - \hbar(\omega_0 - \omega_n^l + \omega_v^\lambda)} + \right. \\ \left. + \frac{b_n^l c_v^{*\lambda} K_{nv}^{*l\lambda}(1) e^{-i(\omega_n^l - \omega_v^\lambda)t + i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_1}}{\frac{\hbar^2}{2M} |(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v)^2 + \mathbf{k}_2^2| - \hbar(\omega_0 + \omega_n^l - \omega_v^\lambda)} \right\} \psi^0 +$$

+ выражение, полученное перестановкой индексов 1 и 2. (4,8)

Знаменатели, входящие в (4,8), могут быть существенно упрощены. Используя (4,7), получим

$$\frac{\hbar^2}{2M} |(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_n + \mathbf{k}_v)^2 + \mathbf{k}_2^2| - \hbar(\omega_0 - \omega_n^l + \omega_v^\lambda) = \\ = \frac{\hbar^2}{2M} (2\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_v - \mathbf{k}_n) (\mathbf{k}_v - \mathbf{k}_n) + \hbar(\omega_n^l - \omega_v^\lambda).$$

Теперь видно, что в (4,8) важны только те члены, в которых  $\omega_n^l$  и  $\omega_v^\lambda$  имеют противоположные знаки, так что

$$|\omega_n^l - \omega_v^\lambda| = |\omega_n^l| + |\omega_v^\lambda| = c(\sqrt{\mathbf{k}_0^2 + \mathbf{k}_n^2} + k_v) > c(k_n + k_v).$$

Таким образом,

$$\frac{\hbar^2(2\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_v - \mathbf{k}_n)(\mathbf{k}_v - \mathbf{k}_n)}{2M\hbar|\omega_n^l - \omega_v^\lambda|} < \frac{\hbar(2k_1 + k_v + k_n)(k_n + k_v)}{2Mc(k_n + k_v)} = \\ = \frac{\hbar(2k_1 + k_v + k_n)}{2Mc} < \frac{p_1}{Mc} + \frac{\hbar(\omega_v + \omega_n)}{2Mc^2} = \frac{v_1}{c} + \frac{\hbar\omega_n}{Mc^2} + \frac{\hbar\omega_v}{Mc^2}.$$

Поэтому до тех пор, пока скорость тяжелой частицы 1 мала по сравнению со скоростью света и энергии электрона и нейтрино малы по сравнению с энергией покоя тяжелой частицы  $Mc^2$ , можно заменить рассматриваемый знаменатель на  $\hbar(\omega_n^l - \omega_v^\lambda)$ . Упростив подобным образом все остальные знаменатели в (4,8) и подставив получившееся выражение в (4,5), получим дифференциальное уравнение для  $\psi^{(2)}$ . Функция  $\psi^{(2)}$  оказывается равной сумме членов, соответствующих невозмущенному состоянию электронно-нейтринного поля (т. е. пропорциональных невозмущенной функции  $f(N_n^l, M_v^\lambda)$ ), и членов, описывающих поле в состоянии, которое отличается от невозмущенного тем, что учтено поглощение или испускание двух электронов и двух нейтрино. Интересуясь только статическим взаимодействием двух тяжелых частиц, мы оставим в выражении для  $\psi^{(2)}$  лишь члены первого типа, которые включают  $b_n^l$  и  $b_n^{*l'}$  только в билинейных комбинациях  $b_n^l b_n^{*l'}$  и  $b_n^{*l} b_n^l$  ( $n = n', l = l'$ ). То же самое относится и к величинам  $c_v^\lambda$  и  $c_v^{*\lambda}$ . В этом приближении получим

$$\left(\frac{p_1^2 + p_2^2}{2M} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right) \psi^{(2)} = -\{V_{11} + V_{12}(\mathbf{r}_{12}) + V_{22}\} \psi^{(0)}, \\ V_{11} = \sum_{n, l} \sum_{v, \lambda} \frac{|K_{nv}^{l\lambda}(1)|^2}{\hbar(\omega_n^l - \omega_v^\lambda)} \{Q_1^+ b_n^{*l} b_n^l c_v^\lambda c_v^{*\lambda} - Q_1 b_n^+ b_n^{*l} c_v^{*\lambda} c_v^\lambda\}, \tag{4,9}$$

$$V_{12} = \sum_{n, l} \sum_{v, \lambda} (b_n^{*l} b_n^l c_v^\lambda c_v^{*\lambda} - b_n^l b_n^{*l} c_v^{*\lambda} c_v^\lambda) \times \\ \times \frac{Q_1^+ Q_2 K_{nv}^{l\lambda}(1) K_{nv}^{*l\lambda}(2) e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_{12}} + Q_1 Q_2^+ K_{nv}^{*l\lambda}(2) e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_v) \mathbf{r}_{12}}}{\hbar(\omega_n^l - \omega_v^\lambda)}, \\ \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2.$$

Будем считать, что электронно-нейтринное поле находится в «нормальном» состоянии, т. е. что все уровни с отрицательной энергией заполнены частицами, в то время как все уровни с положительной энергией свободны:

$$N_n^l = 0, \text{ если } l = 1, 2; \quad N_n^l = 1, \text{ если } l = 3, 4; \\ M_v^\lambda = 0, \text{ если } \lambda = 1, 2; \quad M_v^\lambda = 1, \text{ если } \lambda = 3, 4.$$

Используя уравнения (2,10) и аналогичные уравнения для  $c_v^\lambda$ , легко получим соответствующие значения величин  $b_n^{*l} b_n^l$ ,  $b_n^l b_n^{*l}$  и т. д. Принимая, далее, во внимание то обстоятельство, что во всех рассматриваемых нами случаях

$$\sum_{l=1, 2} \sum_{\lambda=3, 4} K_{nv}^{*l\lambda}(i) K_{nv}^{l\lambda}(k) = \sum_{l=3, 4} \sum_{\lambda=1, 2} K_{nv}^{*l\lambda}(i) K_{nv}^{l\lambda}(k) = \\ = K_{nv}^{*i}(i) K_{nv}(k) = K_{nv}^*(k) K_{nv}(i), \quad i, k = 1, 2 \tag{4,10}$$

(ср. с уравнениями (3,16) и (3,21)) и учитывая, что сумма  $Q_1 Q_1^+ + Q_1^+ Q_1$ , равна единичной матрице, получим в случае, когда поле находится в нормальном состоянии:

$$V_{11} = - \sum_{nv} \frac{|K_{nv}(1)|^2}{\hbar(\omega_n + \omega_\nu)}, \quad (4,11)$$

$$V_{12} = -2 \sum_{nv} \frac{K_{nv}^*(1) K_{nv}(2)}{\hbar(\omega_n + \omega_\nu)} \{Q_1^+ Q_2 e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}} + Q_1 Q_2^+ e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}}\}, \quad (4,12)$$

где через  $\omega_n$  и  $\omega_\nu$  обозначены абсолютные значения  $\omega_n^l$  и  $\omega_\nu^l$ .

Из уравнения (4,9) следует, что до тех пор, пока мы интересуемся только статическим взаимодействием тяжелых частиц, описывающее их волновое уравнение можно в первом приближении записать в виде

$$\left( \frac{p_1^2 + p_2^2}{2M} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi = - \{V_{11} + V_{12}(\mathbf{r}_{12}) + V_{22}\} \psi.$$

Таким образом, в этом приближении величины  $V_{11}$  и  $V_{22}$  равны собственной энергии частиц 1 и 2, а  $V_{12}(\mathbf{r}_{12})$  — потенциальной энергии взаимодействия этих частиц.

Согласно (4,11) собственная энергия  $V_{11}$  отрицательна \*). Если этот результат является правильным (гравитационное притяжение также приводит к отрицательной собственной энергии), то масса тяжелой частицы не может быть обусловлена взаимодействием частицы с электронно-нейтринным полем. В то же время ясно, что она не может иметь и электромагнитное происхождение. Это означает, что она должна быть обусловлена каким-то другим, пока еще не известным и более сильным взаимодействием между тяжелыми частицами. Правда, существует также иная, более привлекательная возможность. Если рассчитать взаимодействие электрических зарядов с электромагнитным полем, учитывая только скалярный потенциал  $A_0$  этого поля и используя для квантованных амплитуд скалярных электрических волн  $a_s$  обычные для бозевской статистики правила коммутации

$$a_s a_s^* - a_s^* a_s = 1, \quad a_s^* a_s = N_s, \quad a_s a_s^* = 1 + N_s, \quad (4,13)$$

то мы также получим неправильный знак кулоновских сил взаимодействия между зарядами и неправильный знак их электрической собственной энергии. Однако если вместо формального использования для амплитуд  $a_s$  бозевских правил коммутации вывести соответствующие правила из уравнений электромагнитного поля, то окажется, что формулы (4,13) имеют место только для квантованных амплитуд векторного потенциала поля, который описывает излучение и поглощение реальных фотонов, в то время как коммутационные соотношения для амплитуд скалярного потенциала, который описывает кулоновское взаимодействие зарядов, получаются иными \*\*):

$$a_s a_s^* - a_s^* a_s = -1, \quad a_s^* a_s = 1 + N_s, \quad a_s a_s^* = N_s. \quad (4,14)$$

Если вместо (4,13) использовать выражения (4,14), то для кулоновских сил и собственной энергии получится правильный знак.

Вполне возможно, что в случае электронно-нейтринного поля мы имеем дело с аналогичной ситуацией. Быть может, неизвестные до сих

\*) Чтобы обеспечить сходимость  $V_{11}$ , можно обрезать энергетический спектр электронов и нейтрино на некоторой максимальной энергии  $W_m$ . Если при вычислении  $V_{11}$  учесть также отрицательную энергию промежуточных состояний тяжелой частицы, знак  $V_{11}$  остается неизменным при условии, что  $W_m \ll Mc^2$ .

\*\*\*) См. 18.



пор уравнения электронно-нейтринного поля могут привести к различным правилам коммутации операторов поля, которые описывают статическое взаимодействие между тяжелыми частицами (этими операторами являются временная компонента  $A^0$  векторного поля  $A_\lambda$  и пространственные компоненты  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$  тензорных полей  $\hat{F}_{\lambda\mu}$  и  $G_{\lambda\mu\nu}$ ), с одной стороны, и операторов поля, описывающих излучение и поглощение реальных легких частиц, с другой, так что уравнение (2,10) остается справедливым только для последних, а знаки потенциальных энергий  $V_{11}$  и  $V_{12}$  будут противоположны тем, которые были получены нами:

$$V_{11} = + \sum_{n\nu} \frac{|K_{n\nu}(1)|^2}{h(\omega_n + \omega_\nu)}, \quad (4,15)$$

$$V_{12} = + 2 \sum_{n\nu} \frac{K_{n\nu}^*(1) K_{n\nu}(2)}{h(\omega_n + \omega_\nu)} \{Q_1^+ Q_2 e^{-i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}} + Q_1 Q_2^+ e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}}\}. \quad (4,16)$$

За неимением лучшей теории мы в дальнейшем будем использовать вместо уравнений (4,11) и (4,12) формулы (4,15) и (4,16). Обозначив

$$S = \sum_{n\nu} \frac{K_{n\nu}^*(1) K_{n\nu}(2)}{h(\omega_n + \omega_\nu)} e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}} \quad (4,17)$$

и используя (4,10), мы можем переписать выражение (4,16) в следующем виде:

$$V_{12} = 2 (Q_1^+ Q_2 S^* + Q_1 Q_2^+ S). \quad (4,18)$$

### § 5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

Взаимодействие между тяжелыми частицами зависит от суммы  $S$  (уравнения (4,17)). При заданном расстоянии  $r_{12}$  между частицами основной вклад в эту сумму вносит область, в которой  $k_n$  и  $k_\nu$  порядка  $1/r_{12}$ . Если  $r_{12}$  порядка  $10^{-13}$  см, то основной вклад в  $S$  вносит область, в которой  $k_n$  много больше, чем  $k_0 = mc/h = 2,6 \cdot 10^{10}$  см<sup>-1</sup>, так что величиной  $k_0$  по сравнению с  $k_n$  можно пренебречь. Так как взаимодействие тяжелых частиц становится существенным именно на расстояниях этого порядка, мы можем пренебречь величиной  $k_0$  во всех расчетах, относящихся к этому взаимодействию, и, следовательно, положить

$$\omega_n = ck_n, \quad \omega_\nu = ck_\nu \quad (5,1)$$

(ср. с (3,13)). Заменяя обычным способом сумму (4,17) соответствующим интегралом, получим

$$S = \frac{L^6}{(2\pi)^6 hc} \int \int \frac{d\mathbf{k}_n d\mathbf{k}_\nu}{k_n + k_\nu} K_{n\nu}^*(1) K_{n\nu}(2) e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}}, \quad (5,2)$$

где  $L$  — длина ребра рассматриваемого объема, имеющего форму куба, и  $d\mathbf{k}_n = dk_{nx} dk_{ny} dk_{nz}$ .

Мы оценим величину  $S$  при различных предположениях относительно функции  $K_{n\nu}$ . Рассмотрим прежде всего предположение Ферми, согласно которому  $\mathbf{H} = \mathbf{B} = 0$  и  $A_0$  определяется посредством (3,5).

Согласно (3,16), (4,4) и (4,10) мы в этом случае получим

$$(случай I) \quad S = \frac{G^2 h^5}{2^4 \pi^3 m^4 c^3} \int \int \frac{d\mathbf{k}_n d\mathbf{k}_\nu}{k_n + k_\nu} [1 - \cos(\mathbf{k}_n \mathbf{k}_\nu)] e^{i(\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_\nu) \mathbf{r}_{12}}.$$

Интегрируя по направлениям векторов  $\mathbf{k}_n$  и  $\mathbf{k}_\nu$  и вводя обозначения

$$x = k_n r_{12}, \quad y = k_\nu r_{12},$$

получим

$$S = \frac{G^2}{\pi} mc^2 \left( \frac{h}{mcr_{12}} \right)^5 J.$$

$$J = \int_0^\infty dx \int_0^\infty dy \frac{xy \sin x \sin y - (x \cos x - \sin x)(y \cos y - \sin y)}{x+y}. \quad (5.3)$$

Вводя новые переменные

$$s = x + y, \quad t = x - y,$$

находим, что

$$J = \frac{1}{8} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \int_{-s}^s dt [(t^2 - s^2 + 2) \cos s - 2 \cos t + 2s \sin s + 2t \sin t] =$$

$$= - \int_0^\infty \frac{\sin s}{s} ds + \frac{1}{2} \int_0^\infty ds \left( 2 \cos s + s \sin s - \frac{1}{3} s^2 \cos s \right).$$

Первый интеграл равен  $-\frac{\pi}{2}$ , второй бесконечен, но может быть доопределен обычным способом:

$$\int_0^\infty ds \left( 2 \cos s + s \sin s - \frac{1}{3} s^2 \cos s \right) =$$

$$= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^\infty ds e^{-\alpha s} \left( 2 \cos s + s \sin s - \frac{1}{3} s^2 \cos s \right).$$

Предел последнего выражения равен нулю, так что  $J = -\frac{\pi}{2}$ . Подставляя это значение в (5,3) и (4,18), получим

$$(\text{случай I}) \quad V_{12} = -G^2 mc^2 \left( \frac{h}{mcr_{12}} \right)^5 (Q_1^+ Q_2 + Q_1 Q_2^+). \quad (5,4)$$

Легко видеть, что оператор  $Q_1^+ Q_2 + Q_1 Q_2^+$ , действуя на волновую функцию  $\psi$  двух тяжелых частиц 1 и 2, не обращается в нуль, только если одна из этих частиц является нейтроном ( $\rho = +1$ ), а другая протоном ( $\rho = -1$ ). Таким образом, член  $V_{12}$  соответствует энергии взаимодействия между нейтроном и протоном. Взаимодействие между тождественными частицами (двумя нейтронами или двумя протонами) может быть найдено только в следующем приближении. Обозначив координаты и спиновые матрицы нейтрона и протона через  $r_n, \sigma_n$  и  $r_p, \sigma_p$  соответственно, получим<sup>19</sup>

$$Q_1^+ Q_2 + Q_1 Q_2^+ = -P(r_n, r_p) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2}, \quad (5,5)$$

где  $P(r_n, r_p)$  — оператор перестановки, меняющий местами  $r_n$  и  $r_p$ . Поэтому уравнение (5,4) эквивалентно уравнению

$$(\text{случай I}) \quad V_{12}^{I,0} = G^2 mc^2 \left( \frac{h}{mcr} \right)^5 P(r_p, r_n) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2}, \quad (5,6)$$

где через  $r$  обозначено расстояние между нейтроном и протоном.

Аналогичным образом, мы получим в случае II ( $\mathbf{H} = \mathbf{B} = 0, A_0$  определяется выражением (3,6),  $s = 0$ ), в случае III ( $A_0 = \mathbf{B} = 0, \mathbf{H}$  определяется выражением (3,7),  $s = 0$ ) и в случае IV ( $A_0 = \mathbf{H} = 0, \mathbf{B}$

определяется выражением (3,8),  $s = 0$ ):

$$\text{(случай II, } s = 0) \quad V_{12}^{II,0} = \frac{5}{2} G^2 m c^2 \left( \frac{\hbar}{m c r} \right)^7 P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2}, \quad (5,7)$$

$$\begin{aligned} \text{(случай III, } s = 0) \quad V_{12}^{III,0} &= \{3(\sigma_p \sigma_n) - 7\sigma_{nr} \sigma_{pr}\} V_{12}^{II,0} = \\ &= \frac{5}{2} G^2 m c^2 \left( \frac{\hbar}{m c r} \right)^7 P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) [1 + 2(\sigma_n \sigma_p) - 7\sigma_{nr} \sigma_{pr}], \end{aligned} \quad (5,8)$$

$$\begin{aligned} \text{(случай IV, } s = 0) \quad V_{12}^{IV,0} &= [7\sigma_{nr} \sigma_{pr} - 2(\sigma_n \sigma_p)] V_{12}^{II,0} = \\ &= \frac{5}{4} G^2 m c^2 \left( \frac{\hbar}{m c r} \right)^7 P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) [1 - 5(\sigma_n \sigma_p) + 14\sigma_{nr} \sigma_{pr}], \end{aligned} \quad (5,9)$$

где через  $\sigma_{nr}$  и  $\sigma_{pr}$  обозначены компоненты векторных матриц  $\sigma_n$  и  $\sigma_p$  вдоль вектора  $\mathbf{r}$ , соединяющего рассматриваемые частицы:

$$\sigma_{nr} = \frac{(\sigma_n \mathbf{r})}{r}, \quad \sigma_{pr} = \frac{(\sigma_p \mathbf{r})}{r}.$$

Эти формулы показывают прежде всего, что взаимодействие между нейтроном и протоном зависит от расстояния значительно сильнее, чем кулоновское взаимодействие ( $V \sim r^{-5}$  в случае I,  $r^{-7}$  в случаях II, III, IV, если  $s = 0$ , и  $V \sim r^{-11}$ , если  $s = 1$  и т. д.). Это находится в согласии с тем, что нам известно о ядерных силах из эксперимента.

Кроме того, взаимодействие гейзенберговского типа получается только в случаях I и II, а в случаях III и IV взаимодействие зависит от ориентации спинов более сложным образом и принадлежит к более общему классу, определяемому формулой (1,3). Функции  $I_1(\mathbf{r})$ ,  $I_2(\mathbf{r})$  и  $I_3(\mathbf{r})$  в соответствующих выражениях (1,3) отличаются друг от друга только численным множителем. Линейная комбинация этих случаев (или, более точно, линейная комбинация  $A_0$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$  в формуле (4,4)) охватывает широкий класс операторов взаимодействия, включающий почти все возможные комбинации гейзенберговского и майорановского операторов и оператора  $\sigma_{nr} \sigma_{pr} P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p)$ .

Заметим, что в случаях I и II имеет место взаимодействие гейзенберговского типа

$$V_{12} = -I_1(r) P(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) \frac{1 + \sigma_n \sigma_p}{2},$$

причем функция  $I_1(r)$  отрицательна, в то время как из условия стабильности ядер следует, что она должна быть положительной. Вряд ли это расхождение существенно, поскольку вообще взаимодействие между нейтроном и протоном не является чисто гейзенберговским. С другой стороны, как гейзенберговские, так и майорановские члены в случаях III и IV ( $s = 0$ ) имеют разные знаки. Кроме того, знак  $V_{12}$  очень чувствителен к выбору функций  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$ . Если, к примеру, пренебречь в (3,16) членом  $\frac{c^2(\mathbf{k}_n \mathbf{k}_v)}{\omega_n \omega_v}$  по сравнению с единицей (величина этого члена всегда много

меньше единицы), то вместо (5,6) получится выражение, которое численно в 4 раза меньше и имеет противоположный знак. В § 7 будет показано, что в случаях II, III, IV абсолютная величина взаимодействия  $V_{12}$  оказывается заведомо слишком малой, если  $s = 0$ , так что для объяснения ядерных сил необходимо рассматривать другие возможные выражения для  $A_0$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$ . Следовательно, как точный вид выражений (5,7)–(5,9), так и их знак не очень существенны и представляют интерес только как иллюстрация общего состояния современной теории ядерных сил.

§ 6.  $\beta$ -РАСПАД

Рассмотрим переход тяжелой частицы (под действием произвольного силового поля) из нейтрона в протон, который сопровождается поглощением нейтрино с отрицательной энергией и излучением электрона с положительной энергией и волновым вектором  $\mathbf{k}_n$  в области от  $\mathbf{k}_n$  до  $\mathbf{k}_n + d\mathbf{k}_n$ . Следуя процедуре вычислений, предложенной Ферми, получим для вероятности перехода в единицу времени выражение

$$dP = \frac{L^6}{(2\pi)^6 \hbar^4 c^3} k_n^2 (\Delta W - \hbar\omega_n)^2 dk_n \sum_{\substack{i=3,4 \\ \lambda=1,2}} \int |U_{nv}^{i\lambda}|^2 d\Omega_n d\Omega_v, \quad (6,1)$$

где в случаях I и II

$$U_{nv}^{i\lambda} = A_{nv}^{i\lambda} \sum_s \int v^*(\mathbf{r}, s) u(\mathbf{r}, s) d\mathbf{r}, \quad (6,2)$$

а в случаях III и IV

$$U_{nv}^{i\lambda} = \sum_s (\mathbf{H}_{nv}^{i\lambda} + \mathbf{B}_{nv}^{i\lambda}) \int v^*(\mathbf{r}, s) \sigma u(\mathbf{r}, s) d\mathbf{r}. \quad (6,3)$$

Здесь  $u(\mathbf{r}, s)$  и  $v(\mathbf{r}, s)$  — волновые функции тяжелой частицы в начальном (нейтрон) и конечном (протон) состояниях соответственно,  $\Delta W$  — разность энергий в этих состояниях,  $d\Omega_n$  и  $d\Omega_v$  — телесные углы, задающие направления волновых векторов  $\mathbf{k}_n$  и  $\mathbf{k}_v$ . Абсолютная величина вектора  $\mathbf{k}_v$  в (6,2) и (6,3) определяется из закона сохранения энергии

$$\hbar\omega_v = \hbar ck_v = \Delta W - \hbar\omega_n.$$

В случае I, используя уравнение (3,16), определяющее  $|A_{nv}|^2$ , получим

$$(\text{случай I}) \quad dP = 2G^2 \frac{\hbar^2}{m^4 c^5} k_n^2 (\Delta W - \hbar\omega_n)^2 |(v|u)|^2 dk_n. \quad (6,4)$$

Можно легко показать, что это выражение совпадает с формулой для  $P$ , полученной Ферми<sup>1</sup>, если в последней пренебречь влиянием электрического заряда ядер на движение  $\beta$ -электронов, т. е. если положить в формуле Ферми  $\gamma = Z/137 = 0$ . Чтобы убедиться в этом, нужно вспомнить соотношение между фермиевской константой  $g$  и нашей константой  $G$  в случае I:

$$g = \frac{2\pi^{3/2} G \hbar^3}{m^2 c}, \quad (6,5)$$

которое получается из сравнения уравнений (3,4) и (3,5). Если обозначить энергию  $\beta$ -электрона в единицах  $mc^2$  через  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{\hbar\omega_n}{mc^2}, \quad (6,6)$$

а максимум величины  $\varepsilon$  через  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta W}{mc^2}, \quad (6,7)$$

то можно переписать выражение (6,4) в следующем виде:

$$(\text{случай I}) \quad dP_1 = |(v|u)|^2 S d\varepsilon, \quad (6,8)$$

где

$$S = 2G^2 \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right) (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1}. \quad (6,9)$$

Аналогичным образом в остальных случаях получим

$$\begin{aligned} (\text{случай II, } s=0) \quad dP_{\text{II},0} &= |(v|u)|^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 S d\epsilon, \\ (\text{случай III, } s=0) \quad dP_{\text{III},0} &= \frac{2}{3} |(v|\sigma|u)|^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 S d\epsilon, \end{aligned} \quad (6,10)$$

$$\begin{aligned} (\text{случай IV, } s=0) \quad dP_{\text{IV},0} &= \frac{1}{3} |(v|\sigma|u)|^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 S d\epsilon, \\ (\text{случай II, } s=1) \quad dP_{\text{II},1} &= |(v|u)|^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^4 (2\epsilon^2 - 1) S d\epsilon. \end{aligned} \quad (6,11)$$

Время жизни  $\tau$  радиоактивного ядра связано с  $P$  соотношением

$$\frac{1}{\tau} = \int_{\epsilon=1}^{\epsilon=\epsilon_0} dP = \frac{1}{2} G^2 \left( \frac{mc^2}{h} \right) M^2 F(\epsilon_0). \quad (6,12)$$

В случаях I и II

$$M^2 = |(v|u)|^2,$$

в случае III

$$M^2 = \frac{2}{3} |(v|\sigma|u)|^2$$

и в случае IV

$$M^2 = \frac{1}{3} |(v|\sigma|u)|^2.$$

Функции  $F(\epsilon_0)$ , полученные после интегрирования, имеют вид

$$F(\epsilon_0) = \epsilon_0 \ln(\epsilon_0 + \sqrt{\epsilon_0^2 - 1}) + \frac{\sqrt{\epsilon_0^2 - 1}}{15} (2\epsilon_0^4 - 9\epsilon_0^2 - 8) \quad (6,13)$$

в случае I и

$$\begin{aligned} F(\epsilon_0) &= (1 + 2\epsilon_0^2) \epsilon_0 \ln(\epsilon_0 + \sqrt{\epsilon_0^2 - 1}) + \\ &+ \frac{4\sqrt{\epsilon_0^2 - 1}}{105} (\epsilon_0^6 - 10\epsilon_0^4 - 64,75\epsilon_0^2 - 8) \end{aligned} \quad (6,14)$$

в случаях II, III, IV, если  $s = 0$ .

До сих пор мы не учитывали влияния кулоновского поля ядер на электронные волновые функции. Сравнивая наши уравнения (6,4) и (6,5) с уравнениями (42) и (43) из работы Ферми, мы видим, что для тяжелых ядер ( $Z \sim 82$ ) влияние кулоновского поля может быть учтено посредством замены в (6,4) множителя  $(k_n/mc^2)$  выражением

$$\left( \frac{\Gamma(3)}{\Gamma(3+2S)} \right)^2 \left( \frac{2mcp}{h} \right)^{2S} \left[ 4,5 \frac{k_n}{mc} + 1,6 \left( \frac{k_n}{mc} \right)^2 \right],$$

где  $S = -0,2$  и  $\rho \sim 9 \cdot 10^{-13}$  см. Легко показать, что в случаях II, III, IV влияние кулоновского поля тяжелых ядер может быть учтено таким же образом, по крайней мере когда  $s = 0$ . Простые вычисления показывают, что в этих случаях нашу формулу (6,14) нужно заменить выражением

$$F'(\epsilon_0) = 4(\epsilon_0^6 - 15\epsilon_0^4 + 40\epsilon_0^2 - 45\epsilon_0^2 + 24\epsilon_0 - 5) + 10,7F(\epsilon_0), \quad (6,15)$$

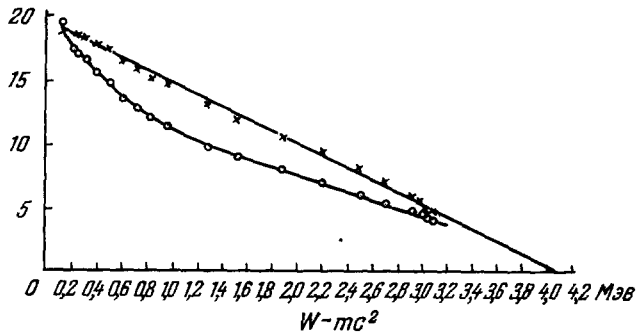
если  $Z \sim 82$ . Функция  $F(\epsilon_0)$  определяется формулой (6,14). Некоторые

значения  $F(\epsilon_0)$  и  $F'(\epsilon_0)$ , полученные на основе формул (6,14) и (6,15), приведены в табл. I.

Таблица I

$\epsilon_0$	2	3	4	5	7
$F(\epsilon_0)$ $F'(\epsilon_0)$	0,54 33,8	30,7 1352	352 12 500	2 040 62 900	$2,57 \cdot 10^4$ $6,68 \cdot 10^5$
$\epsilon_0$	8	10	15	20	25
$F(\epsilon_0)$	$6,85 \cdot 10^4$	$3,44 \cdot 10^5$	$6,22 \cdot 10^6$	$4,75 \cdot 10^7$	$2,26 \cdot 10^8$

Кажется несомненным, что форму  $\beta$ -спектров нельзя объяснить в рамках первоначальной теории Ферми (случай I); зато они находятся в хорошем согласии как с модификацией теории, предложенной Конопинским



и Уленбеком (случай II,  $s = 0$ )<sup>20</sup>, так и с нашим рассмотрением в случаях III и IV ( $s = 0$ ), приводящими к одинаковым кривым распределения \*) (уравнение (6,10)). Как было отмечено Конопинским и Уленбеком, эти кривые распределения обладают максимально возможной асимметрией, которая допустима с теоретической точки зрения, так что согласие с экспериментом нарушается, если предположить, что  $s \neq 0$  \*\*). Это можно видеть из рисунка, на котором приведены графики кривых  $(N/\epsilon \sqrt{\epsilon^2 - 1})^{1/4}$  и  $[N/\epsilon (2\epsilon^2 - 1) \sqrt{\epsilon^2 - 1}]^{1/6}$  как функции  $\epsilon$ .  $N$  — относительное число позитронов в спектре  $P_{15}^{30}$  в интервале энергий  $\epsilon$ ,  $\epsilon + d\epsilon$ ; экспериментальные данные были мне любезно предоставлены А. Алихановым и А. Алиханьяном. Если распределение позитронов определяется формулой (6,10), то первая функция представляет собой прямую линию; если это распределение задается формулой (6,11), то прямая линия соответствует второй функции. Мы видим, что при  $s = 0$  реализуется первая возможность.

\*) Случаи II, III, IV различаются только правилами отбора. Согласно Гамову и Теллеру<sup>21</sup> экспериментальные данные свидетельствуют в пользу случаев III и IV или их комбинации со случаем II.

\*\*\*) Сравни с<sup>16</sup>, где исследован случай II. Полученный там результат справедлив также в случаях III и IV, но формула для случая II ( $s = 1$ ) ошибочна: в ней вместо  $4W^2 - 1$  должно стоять  $2W^2 - 1$ .

По-видимому, в случаях II, III, IV при  $s = 0$  не только форма кривых распределения, но также и корреляция между временем жизни радиоактивного вещества и максимальной энергией  $\beta$ -лучей находятся в согласии с теорией. В табл. II приведены значения произведения  $\tau F(\epsilon_0)$  для всех элементов, для которых максимальная энергия  $\epsilon_0$  была определена по методу Кюри, Ричардсона и Пакстона, за исключением  $\text{Cl}$ ,  $\text{Ag}^{41}$  и  $\text{K}^{42}$ , которые, как было показано этими авторами, имеют сложные  $\beta$ -спектры. Значения  $\epsilon_0$  были взяты из работ Кюри, Ричардсона и Пакстона, а также Фаулера, Дельсассо и Лоритсена<sup>20\*</sup>) и из статьи Чемпиона и Александра<sup>22</sup> и (для  $\text{P}^{30}$ ) из рисунка. Функция  $F(\epsilon_0)$  была рассчитана на основе формулы (6,14) для всех легких элементов и на основе формулы (6,15) для  $\text{ThC}''$  и  $\text{RaE}$ . Теоретическая величина произведения  $\tau F(\epsilon_0)$  обратно пропорциональна  $|(v|u)|^2$  или  $|(v|\sigma|u)|^2$  (уравнение (6,12)).

Мы видим, что, исключая  $\text{V}^{52}$ , произведение  $\tau F(\epsilon_0)$  остается приблизительно постоянным внутри каждой группы (изменяясь внутри группы не более, чем в 4 раза), в то время как при переходе к соседней группе величина  $\tau F(\epsilon_0)$  изменяется примерно в 100 раз. Эта закономерность вряд ли является случайной: различные группы, вероятно, соответствуют разрешенным и запрещенным квантовым переходам<sup>1</sup>.

То обстоятельство, что в первую группу входят только элементы, излучающие позитроны, может быть связано просто с ограниченным числом изученных изотопов.

Если учесть влияние кулоновского поля ядер не только в случае тяжелых элементов, но также и в случае легких, цифры, приведенные в табл. II, существенным образом не изменяются. Скажем, для ядер  $\text{P}^{32}_{15}$  и  $\text{Si}^{31}_{14}$  (легкие элементы, обладающие максимальным ядерным зарядом среди элементов, приведенных в табл. II) это изменение оказывается порядка 40%.

Таким образом, данные о спектрах  $\beta$ -лучей определенно свидетельствуют в пользу предположения  $s = 0$  в случаях II, III, IV.

Полагая, что величина  $10^{-5}\tau F$  равна единице, когда  $M^2 = 1$  в уравнении (6,12), получаем следующую величину константы  $G$ :

$$G = 2 \cdot 10^{-13}. \tag{6,16}$$

С другой стороны, считая, что фермиевская константа  $g$  равна  $4 \cdot 10^{-50} \text{ см}^3 \text{ эрг}$ , и используя формулу (6,5), приходим к значению  $G = 0,8 \cdot 10^{-13}$ , которое того же порядка, что и значение из формулы (6,16).

Таблица II

Элемент *)	$\tau$ , сек	$\epsilon_0$	$10^{-5} \tau F$	
+ C <sup>11</sup>	1260	3,55	1,6	} Группа I
+ N <sup>13</sup>	618	3,84	1,7	
+ O <sup>15</sup>	126	4,92	2,2	
+ F <sup>17</sup>	70	5,70	4,2	
V <sup>52</sup>	0,02	26,6	71	
Si <sup>31</sup>	9600	5,02	200	} Группа II
P <sup>20</sup>	12	12,6	210	
ThC''	273	5,41	290	
+ P <sup>30</sup>	192	8,95	300	
N <sup>16</sup>	10	13,7	350	
Li <sup>8</sup>	0,5	23	560	} Группа III
Na <sup>24</sup>	$5,6 \cdot 10^4$	4,82	780	
RaE	$6,24 \cdot 10^6$	3,64	35 600	
P <sup>32</sup>	$1,23 \cdot 10^6$	5,20	39 000	

\*) Изотопы, распадающиеся с испусканием позитронов, отмечены знаком +.

\*) См. 20.

§ 7. ЗАКОНЫ  $\beta$ -РАСПАДА И АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ПРОТОНАМИ И НЕЙТРОНАМИ

Подставив величину  $G$  из (6,16) в уравнения (5,6) — (5,9), находим, что абсолютная величина энергии взаимодействия  $V_{12}$  протона и нейтрона на расстоянии  $r$  порядка  $10^{-13}$  см приблизительно равна

$$\left. \begin{aligned} \text{(случай I)} \quad V_{12} &\sim 3 \cdot 10^{-26} \left( \frac{h}{mcr} \right)^5 mc^2 \sim 2,5 \cdot 10^{-13} mc^2, \\ \text{(случай II, III, IV, } s=0) \quad V_{12} &= 3 \cdot 10^{-26} \left( \frac{h}{mcr} \right)^7 mc^2 \sim 4 \cdot 10^{-8} mc^2, \\ \text{(случай II, III, IV, } s=1) \quad V_{12} &= 3 \cdot 10^{-26} \left( \frac{h}{mcr} \right)^{11} mc^2 \sim 8 \cdot 10^2 mc^2. \end{aligned} \right\} (7,1)$$

Учитывая очень сильную зависимость  $V_{12}$  от  $r$ , можно ожидать, что  $V_{12}/mc^2 \sim 1 \div 10$  при  $r \sim 10^{-13}$  см. Следовательно, значения  $V_{12}$ , полученные в случае I и в случаях II, III, IV ( $s=0$ ), заведомо слишком малы, а в случаях II, III, IV ( $s=1$ ), наоборот, пожалуй, слишком велики.

Поскольку данные о  $\beta$ -спектрах, как уже отмечалось в § 6, определенно согласуются с предположением  $s=0$  (случай II, III, IV), их можно примирить с данными об абсолютной величине  $V_{12}$ , только взяв в (4,4) линейную комбинацию по крайней мере двух членов, один из которых соответствует случаю  $s=0$ .

Рассмотрим для определенности одну конкретную возможность:

$$V = QA_0^* + Q^+A_0, \quad A_0 = A_{01} + \alpha A_{02}, \quad (7,2)$$

где  $A_{01}$  определяется уравнением (3,6) с  $s=0$  и  $\alpha$  — численная константа. Обозначим через  $n$  сумму порядков производных электронной волновой функции  $\psi^+$  и нейтринной волновой функции  $\chi$ , входящих в выражение для  $A_{02}$  (в наших случаях II, III, IV  $n = 1 + 2s$ ). Легко показать, что энергия взаимодействия, соответствующая вкладу только  $A_{02}$ , по порядку величины равна

$$V_{12} \sim G^2 mc^2 \left( \frac{h}{mcr} \right)^{5+2n} \quad (7,3)$$

(ср. с уравнениями (5,6) и (5,7)) и что функция  $F(\epsilon_0)$ , определяющая согласно (6,12) время жизни радиоактивного вещества, примерно пропорциональна  $\epsilon_0^{5+2n}$  при условии, что  $\epsilon_0 \gg 1$ . Это означает, что если  $V$  задается формулами (7,2), то должны иметь место следующие соотношения (ср. с уравнениями (6,14) и (6,17)):

$$V_{12}(r \sim 10^{-13} \text{ см}) \sim G^2 mc^2 \left( \frac{h}{mcr} \right)^7 \left[ 1 + \alpha \left( \frac{h}{mcr} \right)^{n-1} \right]^2 \sim 3 \cdot 10^{-8} mc^2 [1 + \alpha (400)^{n-1}]^2,$$

и (при условии  $\epsilon_0 \gg 1$ )

$$F(\epsilon_0) \sim \epsilon_0^7 (1 + \alpha \epsilon_0^{n-1})^2.$$

При этом  $V_{12}$  будет иметь правильный порядок величины

$$\alpha^2 (400)^{2(n-1)} \sim 10^8.$$

С другой стороны, учитывая то обстоятельство, что  $\beta$ -спектры с наибольшей известной в настоящее время величиной максимальной энергии ( $B^{12}$  и  $Li^8$ ) обладают  $\epsilon_0 \sim 25$  и, тем не менее, по-видимому, согласуются с теорией в случаях II, III, IV ( $s=0$ ), можно положить

$$\alpha \epsilon_0^{n-1} \sim \alpha (25)^{n-1} \ll 1.$$



Отсюда следует, что

$$\left(\frac{400}{25}\right)^{n-1} = 16^{n-1} \gg 10^4,$$

т. е.  $n > 4,3$ .

Таким образом, теория может быть приведена в согласие с современными данными по  $\beta$ -распаду и ядерным силам, если выбрать  $V$  в виде суммы двух членов, один из которых пропорционален  $\varphi^+ \frac{\partial \chi}{\partial x_\lambda}$ , а другой  $\frac{\partial^l \varphi^+ \dots \partial^m \chi}{\partial x_\alpha \partial x_\beta \dots \partial x_\sigma \partial x_\tau \dots}$ , причем  $l + m \geq 5$ .

Представляется бессмысленным дальнейшее исследование огромного разнообразия возможностей такого рода без знания каких-то общих принципов, которые пока еще не открыты.

*Приложение.* Публикация настоящей статьи была по случайным обстоятельствам задержана. За это время появилась статья Бете и Бейчер<sup>23</sup>, в которой среди других рассмотрен ряд тех же вопросов, что и в настоящей статье. В их работе содержится ряд результатов, которые, по-существу, эквивалентны нашим.

Физический институт Академии наук, Москва

Получено 17 июля 1936 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. Fermi, Zs. Phys. 88, 161 (1934).
2. W. Heisenberg, Seeman Festschrift, Hague, 1935, стр. 108.
3. D. Iwanenko, Nature 133, 981 (1934).
4. I. Tamm, Nature 133, 981 (1934).
5. A. Nordstieck, Phys. Rev. 46, 434 (1934).
6. I. Tamm, Nature 134, 1010 (1934).
7. H. Bethe, R. Peierls, Intern. Conf. on Physics, vol. 1, London, 1934, стр. 66.
8. E. Konopinski, G. Uhlenbeck, Phys. Rev. 48, 7 (1935).
9. A. Alichanow, A. Alichanian, B. Dzhelepov, Nature 137, 314 (1936).
10. G. Wick, Rend. Akademia dei Lincei 21, 170 (1935).
11. E. Fermi, Phys. Rev. 48, 570 (1935).
12. G. Rumer, Compt. Rend. 202, 1484 (1936).
13. W. Heisenberg, Zs. Phys. 101, 533 (1936).
14. W. Pauli, Hand. d. Phys., Bd. 24, 1 Teil.
15. C. F. Weizsäcker, Zs. Phys. 102, 572 (1936).
16. E. Konopinski, G. Uhlenbeck, Phys. Rev. 48, 107 (1935).
17. I. Tamm, Zs. Phys. 62, 545 (1930).
18. V. Fock, B. Podolsky, Phys. Zs. Sowjetunion 1, 801 (1932), 2 Teil.
19. W. Heisenberg, Rapports du VII Conseil Solvay, Paris, 1934, стр. 302.
20. N. D. Kurie, J. R. Richardson, H. C. Paxton, Phys. Rev. 49, 368 (1936); W. A. Fowler, L. A. Delsasso, C. C. Lauritsen, Phys. Rev. 49, 561 (1936).
21. G. Gamov, E. Teller, Phys. Rev. 49, 896 (1936).
22. F. C. Champion, N. S. Alexander, Nature 137, 744 (1936).
23. H. A. Bethe, R. F. Bacher, Revs Mod. Phys. 8, 82 (1936).