1967 г. Январь *Том 91, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

530.16

ПРИЧИННОСТЬ И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ *)

(Диалог на темы классической физики)

Р. Хагедорн

Действующие лица: Изобретатель — И.,
Физик — Ф.

И. Привет, старина! Перестань витать в небесах и опустись на землю. Помнишь меня?

Ф. ...?

И. Ну, конечно, нет. Давным-давно мы вместе изучали физику, но после трех лет занятий этот предмет показался мне чересчур абстрактным, и я бросил его. Теперь я...

Ф. О, конечно, я помню. Рад снова увидеть тебя. Ты, кажется, преуспеваешь. Чем ты занимаешься?

И. Я изобретаю различные штуки, и мои скромные познания в физике мне очень помогают. Это — увлечение (hobby), которое обеспечивает мне хорошую жизнь. Как раз недавно я изобрел поистине фантастическую вещь. Представь себе, я собираюсь сделать очки, которые позволят видеть в темноте.

Ф. Каким образом?

И. Очень просто. Настолько просто, что я удивляюсь, как до сих пор никто до этого не додумался. Причина, по-видимому, состоит в том, что изобретатели недостаточно хорошо знают физику, а физики мало думают о практических приложениях. Их абстрактные размышления не приносят никакой пользы. Так или иначе, идея состоит в следующем: *предположим, что ты находишься в темной комнате*, где имеется сигнальный источник света — что-то вроде того, что используется в ваших пузырьковых камерах. Свет вспыхивает всегда, когда ты входишь в комнату, но тотчас же после этого гаснет, и комната снова становится абсолютно темной. Однако если произвести фурье-разложение этой вспышки света, то окажется, что в ней присутствуют все частоты, причем каждая из них представляет собой бесконечную синусоидальную волну. Амплитуды и фазы этих волн находятся в таком соотношении, что при суммировании

*) R. Hagedorn, Causality and Dispersion Relations (Dialogue on Classical Physics), «Preludes in Theoretical Physics in Honour of V. F. Weisskopf», Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966. Перев. *И. И. Ройзена*.

все волны гасят друг друга, за исключением малой доли секунды, равной продолжительности вспышки. Ты согласен?

Ф. Разумеется, продолжай дальше.

И. Итак, мое изобретение состоит в том, чтобы использовать очки из цветного стекла, которое пропускает только одну частоту (или очень узкую полосу частот) и поглощает все остальные. Прошедший сквозь очки свет описывается бесконечной синусоидальной волной. Поглощенная часть спектра теперь уже не сможет погасить прошедшую волну, поэтому на твои глаза будет падать свет, и ты будешь видеть. Разве это не великолепно?

Ф. Пытался ли уже ты осуществить свой замысел?

И. Да, но пока что по каким-то причинам прибор не работает. Быть может, я еще не нашел подходящего стекла, или полоса частот, которые оно пропускает, еще слишком велика. Я испробую теперь фильтр с очень узкой полосой пропускания. Возможно, кроме того, что такая узкая полоса будет обладать слишком малой энергией. Тогда придется придумать какой-то усилитель. Но это уже чисто технические детали.

Ф. Быть может, ты упустил из вида еще одну небольшую техническую деталь. У меня есть некоторые идеи на этот счет. Но сейчас я тороплюсь. Давай встретимся завтра в 8 часов вечера в кофейном баре. Хорошо?

И. Прекрасно. И обещаю тебе, я не опоздаю ни на секунду. Пока!

Ф. Пока.

Вечер следующего дня, 8 *час* 15 *мин.*

И. Привет! Виноват, что опоздал.

Ф. Ты обещал не опаздывать.

И. Я, действительно, очень сожалею. Я вышел из дома в 7 часов, хотя для того, чтобы добраться оттуда сюда, вряд ли нужно более двадцати минут. Мне не повезло, я упустил автобус. Правда, я еще мог успеть задолго до 8 часов со следующим автобусом. Но, как только я сел в него, отказал мотор. Ты знаешь, такие вещи случаются раз в 10 лет. Я решил идти пешком. Даже в этом случае я еще успел бы во-время, если бы неизвестный мужчина не попытался ограбить ювелирный магазин. Он бросил камень в окно магазина как раз в тот момент, когда я проходил мимо. Несомненно, он сумасшедший. Представь себе, грабить ювелирный магазин ранним вечером на виду у всех людей. Конечно, его схватили. Но до чего же он был безумен. Он не произнес внятно ни одного слова, хотя говорил все время. Так как я, к несчастью, видел, как все происходило, меня отвели в полицию и мне пришлось потратить уйму времени, описывая мельчайшие подробности. И вот, наконец, я здесь.

Ф. Но ты же обещал не опаздывать.

И. Я же сказал тебе, что пытался найти наилучший выход. Но расскажи лучше о той детали, которую, по твоему мнению, я упустил из вида.

Ф. Очень жаль, что ты опоздал.

И. Мне надоели твои упреки. Не мог же я все предвидеть. Смог бы ты предугадать всю ту цепь почти совершенно невероятных событий, которые послужили причиной моего опоздания? Я тебе ручаюсь, что никто не мог бы этого сделать.

Ф. Вот в этом как раз и состоит та маленькая деталь, которая губит твое изобретение.

И. Как это так? Если ты хочешь подшутить надо мной, то я лучше уйду.

Ф. Не торопись. Ты начал с разложения световой вспышки в ряд Фурье. С помощью анализа Фурье можно исследовать любую величину, которая изменяется во времени. Можешь ли ты придумать какой-либо другой пример?

И. Это хорошая идея. Посмотрим, может быть мое изобретение можно применить еще для чего-нибудь. Ну, конечно, для звука.

Ф. Я думал об этом. Что произойдет, если к стреляющему ружью поднести камертон?

И. Согласно моим аргументам, он должен вибрировать, так как он выбирает из шума одну фурье-компоненту. Принцип остается тем же, что и в случае моего цветного стекла.

Ф. Конечно. А ты наблюдал когда-либо нечто подобное?

И. Конечно, наблюдал. Я очень хорошо помню мои эксперименты с кислородом. Камертон, который оказался в моей лаборатории, звучал еще в течение 20 *сек* после экспериментального взрыва.

Ф. И я уверен, что тебе известны вещества, которые светятся после того как они находились на свету.

И. Зачем ты задаешь мне такие вопросы? Каждый знает об этом по своим *ручным часам. И твои примеры только лишний раз доказывают*, что мое изобретение должно работать. Однако я начинаю сомневаться в том, что его возможно будет применить на практике. Ведь излучения, подобные излучению фосфоресцирующих веществ и камертонов, затухают в течение сравнительно небольшого времени. Ты имел в виду именно эту деталь?

Ф. Не совсем. Скажи мне, звучал ли твой камертон до экспериментального взрыва?

И. Нет, разумеется, нет! Поскольку... О, я сказал «разумеется»? Конечно, я не думал, что это «разумеется». Просто твой вопрос застал меня врасплох. В действительности я думаю, что...

Ф. ?

И. Подожди... Действительно, я никогда не наблюдал такого явления. С одной стороны, это кажется вполне естественным: по этой причине у меня вырвалось «разумеется». Но это противоречит моему аргументу относительно фурье-разложения и выделения определенной частоты и потому кажется, что это не «разумеется». Тут имеется противоречие, которое я действительно не могу понять. И ты не только застал меня врасплох. Ты действительно думаешь, что здесь *кроется основная причина*.

Ф. Возьми твой камертон. Что, если бы он начал звучать до взрыва?

И. Я понимаю, куда ты клонишь. Имея время затухания порядка 20 *сек*, он должен был бы зазвучать за 20 *сек* до взрыва. Но как он может точно «знать», какой окажется полоса частот?

Ф. Ведь даже ты не смог предвидеть, что опоздаешь сегодня вечером! Теперь ты видишь упущенную деталь?

И. Да, я начинаю понимать. Ты хочешь сказать, что мое изобретение, по крайней мере мой аргумент, противоречит причинности? Ты говоришь, что если бы такой прибор действительно работал, то услышав, что камертон зазвучал, я мог бы с уверенностью предсказать, что в следующую минуту произойдет взрыв — вопреки тому, что возможна неисправность зажигания?

Ф. Это правильный ответ, и ты нашел его сам.

И. Я должен признаться, что этот общий аргумент не очень много мне проясняет, хотя я должен с ним согласиться. Он имеет для меня почти такую же убедительную силу, какую закон сохранения энергии или второй закон термодинамики имеет для человека, который только что изобрел вечный двигатель. Слышал ли ты когда-нибудь, чтобы такой человек сказал: «Благодарю вас за то, что вы напомнили мне об основных законах физики. Теперь я ясно вижу, что мое изобретение неправильно». Ни один изобретатель вечного двигателя не скажет этого, пока ты не укажешь на специфический недостаток его машины. Я не настолько глуп, чтобы воевать против принципа причинности до тех пор, пока нет серьезных оснований усомниться в нем, однако этот аргумент все же меня не удовлетворяет. Я должен понять, в каком именно пункте ошибочно мое рассуждение. Разве ты не согласен с тем, что каждая фурье-компонента представляет собой бесконечное по времени колебание и что существуют механизмы (например, фильтры), которые позволяют выделить из всей полосы одну (или несколько) частот? Где же тогда ошибка?

Ф. Давай поищем. Попытаемся найти, по-возможности, наиболее общий метод описания физических явлений (чтобы у тебя, мой друг, не было соблазна придумать завтра еще один способ обмана причинности). У тебя есть система, называемая черным ящиком. Под этим можно, в частности, понимать все приборы, о которых шла речь выше (цветное стекло, камертон и т. д.). Имеется некоторая сила, называемая «воздействием», которая действует на ящик, и отклик ящика на это воздействие. Как воздействие, так и реакция являются функциями времени. Теперь, будь добр, опиши, пожалуйста, свойства этого ящика — я имею в виду такие ящики, которые могут быть названы причинными.

И. Хорошо. Прежде всего, я думаю, что этот ящик должен связывать воздействие и отклик линейным образом. Я знаю нелинейные системы, которые могут самовозбуждаться.

Ф. Хорошо, может оказаться, что это ограничение является даже слишком сильным, так как нам известны и такие нелинейные системы, которые не способны самовозбуждаться и являются причинными. Но для простоты будем предполагать, что связь линейна. Что еще?

И. Твой черный ящик не должен обладать внутренними степенями свободы. Если он обладает внутренними свойствами, которые могут изменяться с течением времени, то он может излучать без какого-либо внешнего воздействия. Это излучение означает, что произошло какое-то изменение внутреннего состояния самого ящика.

Ф. Это все? Пока что ты исключил только возможность влияния ящика на самого себя. Что же ты можешь сказать в этом случае о причинной связи между данным воздействием и соответствующим откликом? Представь себе камертон.

И. Если представить себе хлопо́к или вспышку — я имею в виду любое воздействие, имеющее форму $f(t) = \delta(t - t_0)$,— то согласно твоим аргументам, основанным на принципе причинности, нужно потребовать, чтобы отклик $g(t)$ при $t < t_0$ отсутствовал, но мог проявляться в течение некоторого времени после t_0.

Ф. Очень хорошо. Теперь сформулируем это математически. Поскольку отклик является линейной функцией воздействия, то соотношение между ними может быть записано в форме

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L(t,\ t') f(t')\, dt'. \tag{1}$$

Ты согласен?

И. Полностью. Я могу сказать даже больше. Если функция $L(t, t')$ описывает связь между воздействием и реакцией черного ящика, и если свойства черного ящика не изменяются со временем, то функция $L(t, t')$ может зависеть только от разности $t - t'$.

Ф. А к чему приводит твое последнее требование?

И. Если $f(t) = \delta(t - t_0)$, то мы получим

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L(t-t')\,\delta(t-t_0)\,dt' = L(t-t_0),$$

а так как $g(t) = 0$ при $t < t_0$, то, следовательно, и

$$L(t-t_0) = 0 \quad \text{при} \quad t<t_0. \tag{2}$$

Я, однако, не вижу, какое все это имеет отношение к моей проблеме. Ведь я начал с рассмотрения того, каков отклик черного ящика *на каждую компоненту разложения* Фурье.

Ф. Так почему же ты не применишь преобразование Фурье к уравнению

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} L(t-t')\,f(t')\,dt' \tag{3}$$

и не посмотришь, что получится?

И. Хорошая идея. Обозначив фурье-образ

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,e^{i\omega t}\,dt,$$

получим

$$\tilde{g}(\omega) = \tilde{L}(\omega)\cdot\tilde{f}(\omega). \tag{3'}$$

Это очень приятно. Монохроматическое воздействие просто умножается на число. Если ящик действует как фильтр, то $\tilde{L}(\omega) = 0$, за исключением той полосы частот, которую он пропускает. Я все еще не вижу, что же ошибочно в моем изобретении. Наоборот, похоже *на то, что эта формула только подтверждает мою* аргументацию.

Ф. Ты еще не полностью использовал принцип причинности: я имею в виду соотношение

$$L(t - t') \equiv 0 \quad \text{при} \quad t - t' < 0.$$

Ты будешь удивлен тем, что скажет тебе об $\tilde{L}(\omega)$ это соотношение.

И. Посмотрим. Я пишу

$$\tilde{L}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\tau)\,e^{i\omega\tau}\,d\tau;$$

$$L(\tau) = 0 \text{ при } \tau < 0.$$

Да, я вижу: $\tilde{L}(\omega)$ является аналитической функцией ω, которая голоморфна в верхней полуплоскости, так как вклад в интеграл дают только положительные τ. Ты думаешь, что это серьезно сужает класс допустимых функций $\tilde{L}(\omega)$?

Ф. Да. Позволь мне теперь использовать небольшую хитрость для того, чтобы получить более детальное описание соответствующих ограничений. Я лучше скажу — другое описание, так как оно полностью эквивалентно тому, что функция голоморфна в верхней полуплоскости. Насколько я тебя знаю, ты не будешь настаивать на строгом обосновании математических тонкостей. Это позволяет дать значительно более короткое объяснение сути дела. Коль скоро $\widetilde{L}(\omega)$ является голоморфной функцией в верхней полуплоскости ω, она может быть представлена при $\operatorname{Im}\omega > 0$ с помощью формулы Коши следующим образом:

$$\widetilde{L}(\omega) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{C}\frac{\widetilde{L}(\omega')\,d\omega'}{\omega'-\omega} + \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{C'}\frac{\widetilde{L}(\omega')\,d\omega'}{\omega'-\omega}, \tag{4}$$

причем контур интегрирования показан на рис. 1. Второй интеграл вклада не дает. Моя хитрость состоит в том, что я все же его добавлю. Устремим теперь радиусы полуокружностей к бесконечности и предположим, что функция $\widetilde{L}(\omega)$ убывает достаточно быстро для того, чтобы вклады от интегрирования по упомянутым полуокружностям в этом пределе исчезали (если это условие не выполняется, то мы рассмотрим вместо $\widetilde{L}(\omega)$ функцию $\widetilde{L}(\omega)$, деленную на полином соответствующей степени). Теперь контур интегрирования выглядит так, как показано на рис. 2, причем прямые C и C' простираются

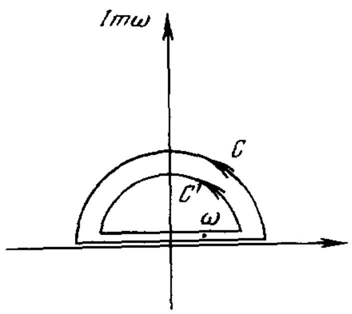

Рис. 1.

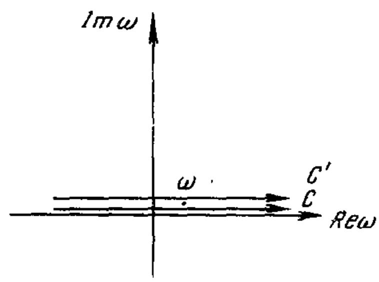

Рис. 2.

в обе стороны неограниченно. Наконец, устремим прямые C и C' к вещественной оси, продолжая держать ω между ними. В результате получим...

И. ...удвоенное главное значение интеграла, не так ли?

Ф. Верно; у тебя хорошая память; мы получим (буквой P обозначено главное значение):

$$\widetilde{L}(\omega) = \frac{1}{2\pi i}2\cdot P\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\widetilde{L}(\omega')}{\omega'-\omega}\,d\omega' \quad (\omega \text{ вещественно}).$$

Конечно, это не доказательство, однако наши эвристические аргументы привели к правильной формуле. Напишем теперь уравнения для вещественной и мнимой частей функции $\widetilde{L}(\omega)$ по-отдельности:

$$\widetilde{L}(\omega) = \operatorname{Re}\widetilde{L}(\omega) + i\operatorname{Im}\widetilde{L}(\omega),$$

так что

$$\operatorname{Re} \tilde{L}(\omega) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \tilde{L}(\omega')\, d\omega'}{\omega' - \omega},$$

$$\operatorname{Im} \tilde{L}(\omega) = -\frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \tilde{L}(\omega')\, d\omega'}{\omega' - \omega}. \qquad (5)$$

Эти две формулы, называемые дисперсионными соотношениями, полностью эквивалентны условию $L(\tau) \equiv 0$ при $\tau < 0$ и, следовательно, принципу причинности. Конечно, на пути доказательства этой эквивалентности возникают тонкие математические вопросы, которые мы не обсуждали. Их изложение содержится в точной формулировке и доказательстве теоремы Титчмарша, которая состоит в том, что (выражаясь не строго) три свойства функции $\tilde{L}(\omega)$:

а) подчиняться дисперсионным соотношениям,

б) являться фурье-образом функции $L(\tau)$, которая обращается в нуль при $\tau < 0$,

в) быть голоморфной в верхней полуплоскости,

являются, по существу, одним свойством, сформулированным различным образом.

И. Я начинаю понимать, как «работает» принцип причинности, но все же я хотел бы убедиться на конкретных примерах оптического фильтра и камертона. Я хорошо помню, что в классической электродинамике получается хорошее описание оптических свойств прозрачных сред, если использовать соотношение между показателем преломления и поляризуемостью, а последнюю рассчитать на основе модели, в которой электроны считаются гармоническими осцилляторами, колеблющимися под воздействием электрического поля падающей световой волны. И камертон, в конечном счете, тоже представляет собой нечто вроде линейного осциллятора. Не можем ли мы попытаться рассмотреть вполне конкретный черный ящик, именно, линейный осциллятор с затуханием, и непосредственно к этому случаю применить развитые выше соображения? Что касается меня, то я не смогу уснуть до тех пор, пока не разберусь в этом конкретном примере.

Ф. Очень хорошо. Напишем

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = f(t) \qquad (6)$$

и будем рассматривать $f(t)$ как воздействие, а $x(t)$ — как отклик на это воздействие. Применим к этому уравнению преобразование Фурье:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{x}(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega,$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{f}(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega.$$

В результате получим

$$\tilde{x}(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma} \tilde{f}(\omega). \qquad (7)$$

Сравнивая последнее соотношение с (3), видим, что наш конкретный черный ящик описывается в данном случае функцией

$$\widetilde{L}(\omega)=\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2-i\omega\gamma}=-\frac{1}{(\omega-\omega_1)(\omega-\omega_2)}, \tag{8}$$

где ω_1 и ω_2 являются...

И. Позволь, я попытаюсь продолжить. Функция $\widetilde{L}(\omega)$ должна быть голоморфна в верхней полуплоскости. Действительно, она имеет только два полюса при значениях ω, равных ω_1 и ω_2, а именно:

$$\omega_{1,2}=-\frac{1}{2}i\gamma\pm\omega_0',$$

где

$$\omega_0'=\sqrt{\omega_0^2-\frac{1}{4}\gamma^2}, \tag{9}$$

и оба они находятся в нижней полуплоскости. Благодаря этому функция $L(\tau)$ должна быть причинной, т. е., обращаться в нуль при $\tau<0$. Чтобы убедиться в этом, вычислим интеграл

$$L(\tau)=-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i\omega t}\,d\omega}{(\omega-\omega_1)(\omega-\omega_2)}.$$

При $\tau<0$ мы можем сместить прямую интегрирования от $-\infty$ до $+\infty$ параллельно самой себе до $+i\infty$. Так как подынтегральное выражение в верхней полуплоскости регулярно, то при $\tau<0$ интеграл равен нулю. В то же время при $\tau>0$ подынтегральное выражение обращается в нуль при смещении прямой интегрирования в $-i\infty$. Однако в этом случае «по дороге» нам придется обойти полюсы подынтегрального выражения в точках ω_1 и ω_2. В результате, по теореме о вычетах получим

$$L(\tau)=\frac{1}{2\pi}2\pi i\left[\frac{e^{-i\omega_1\tau}}{\omega_1-\omega_2}+\frac{e^{-i\omega_2\tau}}{\omega_2-\omega_1}\right]=\frac{1}{\omega_0'}e^{-\frac{1}{2}\gamma\tau}\sin\omega_0'\tau,$$

так что

$$L(\tau)\begin{cases}0 & \text{при } \tau<0,\\ \dfrac{1}{\omega_0'}e^{-\frac{1}{2}\gamma\tau}\sin\omega_0'\tau & \text{при } \tau>0.\end{cases}$$

Если написать теперь

$$x(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}L(t-t')f(t')\,dt'=\frac{1}{\omega_0'}\int\limits_{\infty}^{t}e^{-\frac{1}{2}\gamma(t-t')}\sin[\omega_0'(t-t')]f(t')\,dt',$$

то ясно видно, что полученное выражение является причинным. Тому, что функция $\widetilde{L}(\omega)$ удовлетворяет дисперсионным соотношениям, я верю без непосредственной проверки.

Ф. Для того чтобы довести свои рассуждения до конца, ты должен еще рассмотреть хлопо́к или вспышку: я имею в виду $f(t')=\delta(t')$.

И. Хорошо; согласно тому, что было получено выше,

$$x(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}L(t-t')\,\delta(t)\,dt'=L(t),$$

причем $L(t)=0$, если $t<0$. Скажи, разве это не то же самое, что обычно называют функцией Грина для дифференциального уравнения? Это же решение уравнения, в котором неоднородный член представляет собой δ-функцию.

Ф. Совершенно верно. Теперь обсудим то, что мы получили.

И. Если обозначить точное выражение для функции Грина через $x_0(t)$, то мы имеем

$$x_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ \frac{1}{\omega_0'} e^{-\frac{1}{2}\gamma t} \sin \omega_0' t & \text{при } t > 0. \end{cases} \tag{10}$$

Колебания возникают с момента $t = 0$, имеют частоту ω_0' и затухают с декрементом $\frac{1}{2}\gamma$. Частота и декремент затухания являются (с точностью до знака) соответственно вещественной и мнимой частями полюсов функции $L(\omega)$. Начальная амплитуда колебаний, равная $\frac{1}{\omega_0'}$, представляет собой сумму модулей вычетов функции $\widetilde{L}(\omega)$ в этих полюсах (см. (8) и (9)).

Ф. Подытожим, что же мы получили в результате. Причинная система может хорошо пропускать определенную часть спектра и (почти полностью) поглощать всю оставшуюся часть, но вещественная и мнимая части функции $\widetilde{L}(\omega)$ всегда связаны так, что, независимо от того, какова поглощенная часть спектра, остаток имеет как раз такие сдвиги фаз, что отклик никогда не предшествует воздействию. Соответствующее соотношение между вещественной и мнимой частями выражается с помощью дисперсионных соотношений. Отклик, однако, может запаздывать, а не возникать и исчезать одновременно с воздействием. Насколько запаздывает отклик, какова его амплитуда и длительность, это зависит от положения особенностей функции $\widetilde{L}(\omega)$ *в нижней полуплоскости и величины соответствующих вычетов.* С подобной ситуацией ты встретишься во всех случаях, когда учитывается влияние принципа причинности, например, в квантовой теории рассеяния, где функция $\widetilde{L}(\omega)$ оказывается значительно более сложной. Там ее называют амплитудой рассеяния; она имеет не только полюсы, но также и точки ветвления. Точки ветвления связаны с рождением новых частиц в процессах *взаимодействия, а полюсы имеют смысл очень близкий к тому, который* они имели в разобранном нами простом примере: их реальные и мнимые части представляют собой соответственно частоты (энергии) и обратные времена жизни резонансов.

И. Большое тебе спасибо. Теперь я понял, что причинность является не только принципиальным аргументом против моего злополучного изобретения. Я понял даже, каким образом материальная физическая система примиряет принцип причинности с существованием частотных фильтров. Разумеется, теперь я уже не буду предпринимать попыток найти более подходящее стекло. До свидания.

Ф. До свидания.

Европейский Центр
ядерных исследований

ПРИМЕЧАНИЕ ПЕРЕВОДЧИКА

Кажущееся противоречие между свойствами ограниченного во времени импульса энергии и соответствующего этому импульсу разложения в интеграл Фурье, которое рассмотрено Хагедорном в его физической новелле — так можно, по-видимому, назвать тот своеобразный жанр, который он избрал, было глубоко и всесторонне проанализировано многими авторами. Ввиду важности обсуждаемого Хагедорном вопроса и разнообразия физических явлений, при рассмотрении которых этот вопрос возникает, нам кажется целесообразным обратить на него особое внимание читателя. Мы не можем здесь вдаваться в его подробное обсуждение, поэтому приведем лишь один часто встречающийся пример. Обычно спрашивают, что же все-таки реально: ограниченный во времени импульс или совокупность бесконечных синусоидальных волн? В такой форме вопрос лишен смысла, поскольку с математической точки зрения оба способа описания полностью эквивалентны. Он возникает по той причине, что часто из математических формул не извлекают полной информации, которая в них содержится, что приводит к кажущимся парадоксам. Примером тому является новелла Хагедорна. Вопрос приобретает физический смысл, только если его ставят в связи с устройствами, воспринимающими колебания. В зависимости от свойств используемого аппарата бывает целесообразным пользоваться либо одним, либо другим представлением. Так например, свойства человеческого уха и камертона как аппаратов, воспринимающих звуковые колебания, оказываются в ряде случаев весьма различными. Для подробного ознакомления с этим кругом вопросов можно порекомендовать следующую литературу:

1. Л. И. Мандельштам, Полное собрание трудов, том 5, стр. 65. Изд-во АН СССР, 1950.
2. С. М. Рытов, УФН **29**, 147 (1946).
3. Г. С. Горелик, Колебания и волны, гл. XI, Физматгиз, 1959.