1966 г. Сентябрь *Том 90, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.145.1

НЕЛОКАЛЬНАЯ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ *)

Д. А. Киржниц

Нелокальная квантовая теория поля, возникшая в своей первоначальной форме [1] вскоре после того, как были заложены основы квантования поля и стали очевидными трудности с расходимостями, всегда считалась одним из наиболее непоследовательных и далеких от реальности направлений теории элементарных частиц. Эта оценка основывалась на многочисленных трудностях, присущих нелокальной теории, при отсутствии каких-либо явных точек соприкосновения идеи нелокальности с экспериментом. Исключая небольшое число энтузиастов нелокальной теории, о ней обычно вспоминали лишь тогда, когда трудности с расходимостями локальной теории приобретали особенно острую форму (см., например, [2]).

В последние годы эта ситуация заметным образом изменилась. Прежде всего, нельзя не отметить появления определенного практического интереса к нелокальной теории, который стимулируется ведущимися и планируемыми экспериментами по проверке дисперсионных соотношений и по выявлению границ применимости квантовой электродинамики. Широко обсуждался, в частности, вопрос о том, меняется ли вид дисперсионных соотношений при переходе к нелокальной теории; иначе говоря, будет ли означать положительный результат проверки этих соотношений реальное доказательство локальной природы взаимодействия элементарных частиц [3-8]. Особенно часто — хотя и в довольно несовершенной форме — используется нелокальная теория при планировании и обработке результатов опытов по проверке квантовой электродинамики [9-12] **). И, наконец, особое внимание к нелокальной теории привлекает уже самая возможность несовпадения результатов упомянутых опытов с предсказаниями локальной теории (с учетом, разумеется, всех возможных маскирующих эффектов) ***).

Параллельно с пробуждением интереса к нелокальной теории изменилась и оценка присущих ей трудностей. Как представляется сейчас, эти трудности, по крайней мере их подавляющая часть, не носят принципиального характера, а возникают в результате слишком прямолинейного обобщения аппарата локальной теории поля. Возможность их преодоления может быть проиллюстрирована моделями нелокальной теории, которые являются внутренне согласованными и совместимыми

*) Расширенный текст обзорного доклада на сессии Отделения ядерной физики АН СССР (ноябрь 1965 г.).

**) Сравнение нелокальной поправки к матричному элементу с величиной, характеризующей точность эксперимента, позволяет сопоставить эффективность разных опытов, а также определить верхнюю границу элементарной длины из уже имеющихся экспериментальных данных.

***) Появившиеся в литературе первые сообщения о такого рода несоответствиях [13,14] требуют еще серьезной проверки и уточнения.

с общими принципами квантовой теории поля [15–17]. Единственной не решенной до конца остается проблема макроскопической причинности. Ее положительное решение пока отсутствует, хотя и удается снять имеющиеся в литературе прямые возражения против выполнимости соответствующих условий (подробнее см. разделы 3 и 9).

Настоящая статья содержит краткий обзор современного состояния *нелокальной теории поля*.

1. Локальная теория элементарных частиц базируется на следующих трех основных постулатах. Это, во-первых, релятивистский постулат, определяющий геометрический и кинематический аспекты описания элементарных частиц и их взаимодействий. Далее постулируется квантовомеханическая природа элементарных частиц и формулируется вероятностная интерпретация процессов их взаимодействия и взаимного превращения. Несколько особняком стоит третий постулат — постулат локальности (точечности) взаимодействия *). Будучи заимствован из классической теории точечных частиц, он требует в своей простейшей (лагранжевой) формулировке, чтобы операторы поля, входящие в операторы физических величин в виде произведения, были отнесены к единой точке пространства — времени. Так, локальная функция действия для взаимодействия электронов с электромагнитным полем записывается в виде

$$S = e \int dx \overline{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) A_\mu(x). \tag{1}$$

В более общем плане постулат локальности выражает собой требование микроскопической причинности (событие-причина должно всегда предшествовать событию-следствию). Нужно, однако, отметить, что по ясности своего физического содержания он сильно уступает первым двум постулатам и даже, более того, находится с ними в определенном физическом несоответствии (подробнее см. раздел 3). Поэтому постулат локальности, будучи в значительной мере формальным требованием, представляет собой одно из наиболее уязвимых предположений, лежащих в основе локальной теории элементарных частиц.

Нередко высказывается мнение, что постулат локальности нельзя считать независимым от релятивистского постулата, поскольку нарушение локальности находится в логическом противоречии с релятивистской кинематикой. Эту точку зрения обычно обосновывают тем, что отказ от локальности означает (по крайней мере в неквантовой теории) появление сверхсветовых сигналов; этот факт и считается противоречащим кинематике теории относительности.

В действительности требование отсутствия сверхсветовых сигналов вытекает не из релятивистской кинематики, а из дополнительного условия причинности, имеющего в значительной мере эмпирическое обоснование. Сама же по себе релятивистская кинематика ограничений на скорость сигнала не содержит **). Важно заметить в этой связи, что не существует системы отсчета, в которой скорость сверхсветового сигнала (как и скорость фотона) равнялась бы нулю. Поэтому скорость инерциальной системы отсчета, входящая в преобразования Лоренца, всегда меньше скорости света.

Отсылая к подробной дискуссии этого круга вопросов в работе [19], приведем относящееся сюда высказывание самого Эйнштейна. Обсуждая

*) В получившем развитие в последние годы методе S-матрицы постулат локальности заменяется требованием максимальной аналитичности матричных элементов.

**) Об этом свидетельствует уже самый факт возможности непротиворечивой релятивистски инвариантной формулировки целого ряда нелокальных и нелинейных схем, приводящих в неквантовом случае к сверхсветовым сигналам [18].

возможное изменение при преобразованиях Лоренца временно́го порядка событий, связанных сверхсветовым сигналом ($w > c$), Эйнштейн формулирует свой вывод об отсутствии сверхсветовых движений следующим образом: «Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность предположения $w > c$ представляется в достаточной мере доказанной» [20]. Излишне говорить, что Эйнштейн мог иметь в виду лишь тот макроскопический опыт, который был накоплен к началу нашего столетия.

2. К нелокальной теории поля относится целый ряд теоретических схем, довольно сильно отличающихся своими исходными идеями и способом их воплощения. Всех их объединяет общее предположение о том, что трудности с расходимостями локальной теории свидетельствуют о порочности третьего из перечисленных выше постулатов — постулата локальности *).

Отказ от точечности взаимодействия может осуществляться разными способами. Мы выделим здесь два главных подхода. Первый характеризуется привлечением дополнительных постулатов, делающих бессмысленным само понятие о локальности взаимодействия, подобно тому как для квантовомеханического объекта теряет смысл понятие траектории. К этому направлению относятся, в частности, теории, исходящие из невозможности придать точный смысл понятию о поле, отнесенном к точке пространства — времени; соответственно постулируется некоммутация операторов поля и координаты [21-22]. Другая возможность, связанная с предположением об отсутствии точного смысла у самого понятия об определенной точке пространства — времени (некоммутация компонент оператора координаты), приводит к теории квантованного пространства — времени [23-26]. Такого рода «физические» нелокальные теории имеют пока еще неясные перспективы и в этом обзоре рассматриваться не будут (довольно полную библиографию работ по этому вопросу см. в [27]).

«Физическим» нелокальным теориям противостоят феноменологические схемы, в которых отказ от локальности осуществляется без привлечения новых физических идей и которые по-прежнему базируются на пространственно-временны́х представлениях теории относительности и вероятностных представлениях квантовой механики. Модели такой феноменологической нелокальной теории обычно строятся путем введения в локальные выражения некоторых заданных функций координат или импульсов — формфакторов. Простейший способ введения формфактора приводит к тому, что операторы поля оказываются искусственно «раздвинутыми», отнесенными к разным точкам пространства — времени. Например, функция действия (1) заменяется величиной

$$e \int dx\, dy\, dz F(x, y, z)\, \bar{\psi}(x)\, \gamma_\mu \psi(y)\, A_\mu(z), \tag{2}$$

где F — формфактор.

Если будущая последовательная теория элементарных частиц действительно окажется нелокальной (в пользу чего наряду с расходимостями говорит также анализ процедуры измерения координаты), то весьма вероятно, что наряду с постулатом локальности потребуют своего изменения и другие два постулата локальной теории. Поэтому феноменологическая нелокальная теория может претендовать скорее всего лишь на грубое, предварительное описание нелокальных эффектов. Достоинство

*) Как известно, расходимости локальной теории явным образом связаны с совпадением аргументов операторов поля в лагранжиане взаимодействия.

такой теории, как и всякой феноменологии, состоит в определенной общности, независимости от конкретных воплощений идеи нелокальности, истинное содержание которой пока еще в высшей степени гадательно. Существенно, что типичные трудности, присущие нелокальной теории, носят довольно общий характер и проявляются уже в феноменологической теории. Анализ этих трудностей и отыскание путей их преодоления естественно проводить именно в рамках общего феноменологического подхода.

3. Отказ от локальности взаимодействия неизбежно приводит к нарушению условия микроскопической причинности, требующего отсутствия влияния точечного события из будущего на уже прошедшие события и, как следствие, отсутствия взаимного влияния событий, разделенных пространственно-подобным интервалом. Простейшая формулировка этого условия имеет вид

$$[\varphi(x), \varphi(y)] = 0, \quad (x_0 - y_0)^2 < (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2, \tag{3}$$

где φ — гейзенбергов оператор поля (для определенности бозе-поля).

Существенно отметить, что условие микроскопической причинности не имеет в релятивистской квантовой теории прямого физического смысла и представляет собой, по существу, не более чем математическую экстраполяцию классического условия причинности. Достаточно указать на то, что само понятие о точечном событии, входящее в формулировку обсуждаемого условия, несовместимо с квантово-релятивистскими представлениями *). Другими словами, невозможно даже мысленно реализовать такую экспериментальную ситуацию, которая позволила бы зафиксировать нарушение причинности в достаточно малых областях пространства — времени (см. по этому поводу [28-31]).

Поэтому невозможность соблюдения в нелокальной теории условия микроскопической причинности еще не дает физических аргументов против этой теории (не говоря уже о том, что в будущей теории могут вообще потерять свой простой смысл такие понятия, как «раньше», «позже» и т. п.). Важно лишь, чтобы отсутствовали нарушения причинности в больших масштабах пространства и времени, где причинность во всяком случае проверена опытом. Возможность выполнения в нелокальной теории этого последнего условия (условия макроскопической причинности) будет обсуждаться ниже.

Условие макроскопической причинности обесценивается на первый взгляд тем фактом, что величины пространственных и временных отрезков в отдельности релятивистски неинвариантны. Так, если ограничить нарушение причинности инвариантной областью

$$|(x-y)^2| = |(x_0 - y_0)^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2| < l^2, \tag{4}$$

где l — некоторая малая длина, то в направлениях, близких к световому конусу, пространственная и временная протяженности акаузальной области могут оказаться по отдельности сколь угодно большими.

Это обстоятельство побудило ряд авторов (см., например,[34-36, 14]) ввести в нелокальную теорию дополнительный времениподобный вектор P_μ, с помощью которого уже можно «локализовать» нарушение причинности. Так, если заменить (4) условием

$$\left|(x-y)^2 - \frac{[(x-y, P)]^2}{2P_\mu^2}\right| < l^2, \tag{5}$$

*) Известно, что из состояний частиц на массовой поверхности и с положительным знаком энергии нельзя построить волнового пакета, который был бы точечным не только в пространственном, но и во временном смысле.

то при этом будут ограничены и величины $x_0 - y_0$ и $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ по отдельности. Вектор P_μ может быть отнесен либо к пустому пространству — вакууму, либо к самой системе взаимодействующих частиц. Первый случай приводит к нарушению релятивизма (выделенная система отсчета, где $\mathbf{P} = 0$) и выходит за рамки рассматриваемых в этой статье релятивистских нелокальных теорий *). Во втором случае P_μ можно отождествить, например, с вектором энергии-импульса системы частиц. При этом мы, однако, столкнемся с сильным нарушением макроскопической причинности. В самом деле, уже мысленное включение в состав системы каких-либо посторонних частиц, находящихся на сколь угодно большом расстоянии, изменит величину P_μ, а тем самым и характер взаимодействия частиц исходной системы. Ясно, что такое дальнодействие физически неприемлемо [16].

Между тем и не вводя дополнительного вектора можно добиться достаточно быстрого затухания с удалением от вершины светового конуса того акаузального влияния, о котором шла речь в связи с формулой (4). Из специального анализа этого вопроса [32, 33] следует, что это затухание оказывается экспоненциальным при выполнении некоторых условий, налагаемых на реальный матричный элемент процесса в импульсном представлении. Именно, достаточно, чтобы соответствующее выражение не содержало особенностей на действительной оси с нефейнмановскими (непричинными) правилами обхода **). Для пояснения заметим, что появление полюса на действительной оси означает, что матричный элемент, подобно обычной функции распространения, способен описывать передачу взаимодействия на макроскопические расстояния и промежутки времени.

4. Разграничение пространства—времени на области «малые», где причинность нарушена, и «большие», где она выполнена, невозможно без появления в нелокальной теории новой константы размерности длины — элементарной длины. В феноменологической нелокальной теории эту величину должен содержать формфактор.

Элементарная длина l должна стать третьей после скорости света c и постоянной Планка $\hbar$ фундаментальной физической константой. Необходимость ее появления в теории элементарных частиц общепризнана, однако о величине этой константы пока можно лишь гадать [37] ***).

Интересно сопоставить три фундаментальные константы c, $\hbar$ и l с тремя основными постулатами локальной теории, о которых шла речь в разделе 1. Поскольку константы c и $\hbar$ связаны с первыми двумя постулатами, возникшими в результате отказа от соответствующих классических представлений, кажется естественным предположить, что константа l должна появиться при отказе от третьего постулата — постулата локальности. Именно это предположение и лежит в основе нелокальной теории поля.

С появлением элементарной длины обычно связывается надежда на сходимость интегралов, обращавшихся в бесконечность в локальной теории: ожидается, что эти интегралы будут автоматически «обрезаться» на величине импульса $\lambda \sim \hbar/l$. Поэтому нелокальную теорию часто рассматривают как способ регуляризации расходимостей. Такая регуляри-

*) Формальное сохранение соответствующих групповых свойств возможно, если сопоставить каждой системе отсчета свой вектор P_μ [36]. Однако такая схема будет довольно сильно отличаться своими выводами от ортодоксальной релятивистской теории.

**) См. также [30]; по поводу возможного смягчения этого условия см. ниже раздел 7.

***) Из опытов по проверке квантовой электродинамики следует оценка $l < 10^{-14}$ *см*.

зация необходима для последовательного рассмотрения задач физики элементарных частиц и в особенности физики слабых и других неперенормируемых взаимодействий.

В действительности «обрезание» интегралов в нелокальной теории происходит далеко не всегда. Хотя в этой теории операторы поля и отнесены к несовпадающим точкам пространства — времени, это обстоятельство приводит к сходимости лишь интегралов по четырехмерному квадрату виртуального импульса. Между тем остается еще интегрирование по (бесконечной) угловой области псевдоевклидова пространства импульсов. В локальной теории это интегрирование всегда приводит к конечному результату: наличие фейнмановских правил обхода особенностей позволяет перейти в евклидово пространство, где угловые расходимости явным образом отсутствуют. Однако в нелокальной теории, где микроскопическая причинность нарушена, переход в евклидово пространство невозможен и вопрос об угловых расходимостях стоит весьма остро [32] (см. раздел 5).

5. Уже затронутые в предыдущих разделах вопросы макроскопической причинности и сходимости дают некоторое представление о характерных трудностях, присущих нелокальной теории.

Трудности нелокальной теории, приводившие нередко даже к выводу о ее полной несостоятельности, пронизывают буквально все аспекты этой теории. Сюда относятся вопросы, связанные с релятивистской инвариантностью (упорядочение по времени [38], условие математической совместности [39, 38]), вопросы, относящиеся к квантовомеханическому описанию (унитарность матрицы рассеяния [40, 41], дефинитность метрики [42]), вопросы сходимости матричных элементов [32, 43–45], градиентная инвариантность (в электродинамике) [32, 46], вопросы макроскопической причинности [32, 33, 47–49] и ряд других.

В настоящее время есть все основания считать, что перечисленные трудности не столь серьезны, как это было принято думать. Одна из общих причин их возникновения связана с тем, что эквивалентные друг другу формулировки локальной теории оказались совершенно неравноценными по отношению к их нелокальному обобщению (введению формфакторов). Корни большинства трудностей как раз и состоят в неудачном выборе исходной локальной формулировки. Соответственно преодоление этих трудностей оказалось возможным благодаря специальному выбору такой формулировки.

В итоге подробного исследования причин возникновения обсуждаемых трудностей [15–17] удается найти пути их преодоления и построить примеры непротиворечивых нелокальных схем; остающаяся еще не решенной положительным образом проблема макроскопической причинности будет обсуждаться в разделе 9. Не имея здесь возможности входить в подробности, мы приведем соответствующие примеры ниже в разделах 6—8.

Существенно отметить, что вариант нелокальной теории, чаще других обсуждавшийся в литературе,— введение формфактора в вершинную часть диаграммы Фейнмана (см. [2]) — оказывается несостоятельным. В соответствующих матричных элементах появляются особенности при некоторых фиксированных (не уходящих на бесконечность при $l \to 0$) значениях внешних импульсов, имеющие нефейнмановские правила обхода [15]. Эти особенности представляют собой «следы», оставшиеся от расходимостей локального выражения, и возникают из-за того, что при соответствующих значениях импульсов формфактор перестает «обрезать» расходящиеся интегралы. Как уже указывалось в разделе 3, такие особенности приводят к нарушению макроскопической причинности, и именно

их появление привело к известному выводу [47] о невозможности примирить в нелокальной теории условия причинности и унитарности. Опровержение этого вывода [17] как раз и состояло в построении такого варианта нелокальной теории, где указанные особенности отсутствуют.

В дополнение к трудностям с макроскопической причинностью в обсуждаемом варианте нелокальной теории появляются угловые расходимости. Они присущи, в частности, тем матричным элементам, которые в локальной неперенормируемой теории расходились быстрее, чем логарифмически (см. раздел 4). Как это ни парадоксально, но ситуация с расходимостями оказывается здесь даже худшей, чем в локальной перенормируемой теории. Если, например, главная расходимость поляризационного оператора имела в локальной теории вид бесконечной константы, легко устраняемой перенормировкой массы, то в нелокальном случае соответствующее выражение сходится при времениподобных значениях импульса бозона и расходится при пространственноподобных [32]. Это обстоятельство расценивалось ранее как наиболее серьезная трудность нелокальной теории и даже побуждало к отказу от релятивизма [50]. Такая цена за сходимость матричных элементов представляется, однако, слишком дорогой, тем более, что в действительности для устранения обсуждаемых трудностей достаточно принять другой способ построения нелокальной теории.

6. Приведем простейший пример нелокальной теории, свободной от перечисленных выше трудностей [16]. Хотя мы и не располагаем доказательством выполнения условия макроскопической причинности в его пространственно-временном смысле, здесь выполняется другое, как можно ожидать, близкое по смыслу условие. Именно, аналитические свойства матричных элементов оказываются в точности такими же, как в локальной теории, пока значения энергии, передаваемого импульса и т. п. не превышают некоторого предельного значения, определяемого элементарной длиной.

Как уже подчеркивалось в предыдущем разделе, введение формфактора в вершинную часть к успеху не приводит. Попытаемся ввести его в функцию распространения. С этой целью удобно на промежуточном этапе использовать состояния с индефинитной метрикой. Следуя методу, развитому в работах [51, 49], расширим гильбертово пространство состояний, добавив к физическим in-состояниям φ_{in} состояния с отрицательной нормой $\chi^{\varkappa}_{\text{in}}$, отвечающие массе $\varkappa$. Полный in-оператор поля записывается в виде

$$\widetilde{\varphi}_{\text{in}} = \varphi_{\text{in}} + \int\limits_{\Lambda^2}^{\infty} d\varkappa^2 C(\varkappa^2)\, \chi^{\varkappa}_{\text{in}}, \quad \Lambda \sim \frac{\hbar}{l}.$$

Налагая на функцию $C(\varkappa^2)$ известные условия Паули — Вилларса, легко добиться того, чтобы перестановочные и гриновские функции оператора $\widetilde{\varphi}_{\text{in}}$ не имели сингулярности на световом конусе.

Специализируем далее тип взаимодействия, задавая лагранжиан взаимодействия для простоты в виде $L_{\text{in}} = g : \widetilde{\varphi}^3_{\text{in}}$: ($g$ — заряд, перенормировочные члены опущены). Матрица рассеяния $\widetilde{S}$ в полном пространстве локальна и определяется обычным выражением

$$\widetilde{S} = T \exp\left(i \int dx\, L_{\text{in}}(x)\right). \tag{6}$$

Дифференцируя его по заряду, приходим к уравнению

$$g \frac{d\widetilde{S}}{dg} = i\widetilde{S} \int dx\, L(x), \tag{7}$$

где $L(x) = \widetilde{S}^{+} T(L_{\text{in}}(x)\widetilde{S})$ — локальный лагранжиан в представлении Гейзенберга. Он, как легко видеть, удовлетворяет уравнению

$$g\frac{dL(x)}{dg} = i\int dy\theta(x-y)\,[L(x),\, L(y)] \tag{8}$$

с начальным условием $L|_{g\to 0} \to L_{\text{in}}$ (см. [52]). Подчеркнем, что пока мы имеем дело с чисто локальной теорией, включающей состояния с индефинитной метрикой.

Для получения матрицы рассеяния в физическом пространстве введем оператор проектирования на это пространство P *) и по аналогии с (7) определим физическую матрицу рассеяния S уравнением

$$g\frac{dS}{dg} = iS\int dx\, PL(x)\,P.$$

Интегрируя это уравнение по заряду и вводя символ $\widetilde{T}_g$, означающий, что стоящие под его знаком величины «антиупорядочиваются» по заряду (расставляются в порядке возрастания их заряда слева направо), получаем окончательно

$$S = \widetilde{T}_g \exp\left[\, i\int_0^g \frac{dg}{g}\int dx\, PL(x)\,P\,\right]. \tag{9}$$

Замена упорядочения по времени упорядочением по заряду имеет в нелокальной теории принципиальное значение, так как в этом случае выражения типа (6) релятивистски неинвариантны [38].

После проектирования на физическое пространство состояния с отрицательной нормой выпадают, но зато теория становится нелокальной. Последнее видно уже из того, что коммутатор операторов $PL(x)\,P$ отличен от нуля вне светового конуса (ср. (3)).

Матрица рассеяния (9) отнесена к массовой поверхности и описывает полную эволюцию системы в интервале $-\infty < t < \infty$. Выводя тем или иным способом эту матрицу за пределы массовой поверхности, можно получить и более подробное пространственно-временное описание [15]. Если, например, добавить к оператору φ_{in} малый классический добавок, то, вводя оператор тока

$$j(x) = iS^{+}\frac{\delta S}{\delta\varphi_{\text{in}}(x)},$$

легко получить лагранжевы уравнения нелокальной теории.

Если же ограничить интеграцию по x в (9) сверху пространственноподобной гиперповерхностью σ, то, определяя гамильтониан взаимодействия условием

$$H(x) = i\frac{\delta S}{\delta\sigma(x)}S^{+} = -\int_0^g \frac{dg}{g}\,SL(x)\,S^{+}, \tag{10}$$

можно прийти и к гамильтонову описанию. Существенно, что этот гамильтониан автоматически удовлетворяет условию совместности Блоха

$$[H(x),\, H(y)] = i\left[\frac{\delta H(y)}{\delta\sigma(x)} - \frac{\delta H(x)}{\delta\sigma(y)}\right],$$

которое не совпадает с всегда нарушающимся в нелокальной теории условием микроскопической причинности $[H(x),\, H(y)] = 0$ (ср. (3)),

*) Величина $P : \widetilde{\varphi}_{\text{in}} \ldots \widetilde{\varphi}_{\text{in}} : P$ по определению равна нормальному произведению физических операторов $: \varphi_{\text{in}} \ldots \varphi_{\text{in}} :$.

если гамильтониан явно зависит от поверхности σ; именно таким и оказывается гамильтониан (10). Гамильтонианы, не зависящие от σ, непригодны для использования в нелокальной теории, чем и объясняется неудача многих ранних попыток построения такой теории.

7. Возвращаясь к выражению (9) для матрицы рассеяния, убедимся, что оно свободно от перечисленных выше трудностей.

Его релятивистская инвариантность прямо следует из построения. Нетривиальным моментом является тот факт, что функция $\theta(x-y)$ встречается лишь в комбинации с исчезающим вне светового конуса коммутатором локального оператора $L(x)$ (см. (8)). Поэтому никаким преобразованием Лоренца нельзя изменить временного порядка входящих в (8) операторов (ср. [38]).

Унитарность матрицы (9) в физическом пространстве является следствием эрмитовости оператора $PL(x)P$. Индефинитная метрика вводится только в промежуточных выкладках и исключается из окончательного выражения. В известном смысле дополнительным по отношению к (9) является выражение

$$S = P\widetilde{T}_g \exp\left(i\int_0^g \frac{dg}{g}\int dx\, L(x)\right)P,$$

представляющее собой (с несущественными изменениями) регуляризованное по Паули — Вилларсу выражение для матрицы рассеяния. Это выражение локально, но неунитарно.

Расходимости локальной теории, как известно, ведут свое происхождение от сингулярности запаздывающей функции Грина. Как видно из уравнения (8), в нашем случае эта функция появляется всегда в регуляризованной форме. Отсутствие угловых расходимостей можно проиллюстрировать также ссылкой на то, что функция Грина оператора $\widetilde{\varphi}_{\text{in}}$, играющая в нашем случае роль эффективного формфактора, имеет фейнмановские правила обхода. Поэтому в опасной с точки зрения расходимостей части матричного элемента можно совершить переход в евклидово пространство (см. раздел 4 и [16]). По тем же причинам матричные элементы (9) не будут содержать особенностей при фиксированных значениях импульсов, о которых говорилось в разделе 5 *).

Мы не будем здесь останавливаться на более узких вопросах (законы сохранения, динамические переменные и т. п.), которые решаются положительным образом [15], а также на проблеме макроскопической причинности.

Хотя матрица (9) и определяется весьма простыми и компактными уравнениями, для практических целей более удобен иной, впрочем, весьма близкий вариант нелокальной теории. Сформулируем прямо диаграммную технику, отвечающую этому варианту.

Действительная часть матричного элемента совпадает с действительной частью локального матричного элемента, регуляризованного по Паули — Вилларсу. Мнимая часть, которая выбирается из условия унитарности, получается из мнимой части регуляризованного матричного элемента вычеркиванием всех членов, имеющих пороговый характер по вспомогательным массам $\varkappa$ **). Так, например, в диаграмме собственной

*) Вместе с тем в теории появляются «далекие» (уходящие на бесконечность при $l \to 0$) разрезы с нефейнмановскими правилами обхода. Как показано в [49], подходящим выбором функции $C(\varkappa^2)$ можно тем не менее добиться экспоненциального убывания функции акаузального влияния (см. раздел 3).

**) Эти члены описывают вклад нефизических промежуточных состояний и нарушают унитарность.

энергии частицы следует вычеркнуть члены вида

$$\int_{\Lambda^2}^{\infty} dx^2 C(\varkappa^2)\,\theta(k^2-4\varkappa^2)(\ldots), \qquad \int_{\Lambda^2}^{\infty} d\varkappa^2 C(\varkappa^2)\,\theta(k^2-(\varkappa+\mu)^2)(\ldots).$$

Обоим рассмотренным вариантам нелокальной теории отвечают одинаковые аналитические свойства матричных элементов; эти свойства такие же, как в локальной теории, пока ни один из кинематических инвариантов процесса s, t и т. п. не превышает некоторого предельного значения, определяемого величиной $\Lambda^2 \sim \hbar^2/l^2$. При нарушении этого условия возникают дополнительные особенности, которых не было в локальной теории (в простейших диаграммах — дополнительные «далекие» разрезы с нефейнмановским обходом).

Соответственно дисперсионные соотношения при энергии, меньшей пороговой, отличаются от обычных лишь тем, что их абсорбтивная часть не совпадает с мнимой частью (и, в частности, для рассеяния вперед — с полным сечением) для энергий, больших пороговой. Такие дисперсионные соотношения при разумном выборе элементарной длины не находятся в противоречии с имеющимися опытными данными (ср. аналогичный анализ в [35]).

8. При построении нелокальной электродинамики возникают дополнительные трудности, связанные с градиентной инвариантностью.

Корни этих трудностей состоят в том, что для соблюдения градиентной инвариантности операторы импульса $\hat{p}$ и потенциала $\hat{A}$ должны входить в физические величины обязательно в виде комбинации $\hat{p}_\mu - e\hat{A}_\mu$. Поскольку формфактор $F(x-y)$ вводит в теорию дополнительную зависимость от импульса *), он должен сопровождаться дополнительной функцией потенциала [53]

$$E(x, y) = \exp\left[ie\int_x^y d\xi_\mu A_\mu(\xi)\right].$$

Записанное с учетом этого условия выражение для функции действия электронов, взаимодействующих с электромагнитным полем, имеет вид [46]

$$-\int dx\,dy\,\bar{\psi}(x)\,E(x, y)\,(\gamma\hat{p}_x - m)\,F(x-y)\,\psi(y).$$

Здесь, однако, появляется столь сильная нелинейность, что возникают дополнительные расходимости, обусловленные именно этой нелинейностью (см. по этому поводу [54, 55]). Это обстоятельство породило в свое время большую неуверенность в возможности построения градиентно-инвариантной нелокальной электродинамики и даже вызвало обсуждение вопроса об экспериментальном обнаружении излучения продольных и скалярных фотонов при больших энергиях [56].

В последнее время часто формулируют градиентно-инвариантную локальную электродинамику, прямо заменяя в выражении для функции действия $\int dx j_\mu(x) A_\mu(x)$ величину A_μ ее поперечной частью $A_\mu - A_l^\mu$ $\left(A_\mu^l = \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} A_\nu\right)$. При этом из-за сохранения тока j_μ величина A_μ^l действительно не дает никакого вклада. Недавно появился ряд работ [57–59], в которых этот метод переносится на нелокальную электродинамику. Здесь, однако, из-за явного несохранения нелокального тока величина A_μ^l

*) Величину $\int dy\, F(x-y)\,\psi(y)$ всегда можно представить в виде $\widetilde{F}(\hat{p})\,\psi(x)$, где $\widetilde{F}(p)$ — фурье-образ функции $F(x-y)$.

не выпадает из результата. Поэтому остающаяся особенность A^l_μ при $k^2 = 0$ приведет к нарушению либо макроскопической причинности, либо унитарности (в зависимости от выбора правил обхода этой особенности).

Построение нелокальной электродинамики, удовлетворяющей условию градиентной инвариантности, возможно в рамках схемы, изложенной в предыдущих разделах. Достаточно положить

$$L_{\text{in}} = e\widetilde{A}_{\mu,\,\text{in}}\widetilde{j}_{\mu,\,\text{in}},$$

$$\widetilde{A}_{\text{in}} = A_{\text{in}} + \int\limits_{\Lambda^2}^{\infty} d\varkappa^2 C(\varkappa^2) A^{\varkappa}_{\text{in}}; \quad \widetilde{j}_{\text{in}} = j_{\text{in}} + \int\limits_{\Lambda}^{\infty} dM\, C'(M)\, j^M_{\text{in}}$$

(величина e играет роль заряда g в формулах раздела 6). Существенно, что производится регуляризация тока в целом, а не операторов $\bar{\psi}$, ψ в отдельности; это обстоятельство приводит к сохранению нелокального тока. В диаграммной технике варианта, рассмотренного в разделе 7, дело сводится к проведению регуляризации Паули — Вилларса по замкнутому электронному циклу с единой вспомогательной массой для всех линий цикла (см. [60]).

Наиболее яркое следствие такой теории, представляющее интерес с точки зрения проверки квантовой электродинамики, состоит в резком отличии процессов типа комптон-эффекта, рождения и аннигиляции пар от процессов типа рассеяния электронов на электронах или позитронах [61]. В процессах первого типа в низшем порядке теории возмущений не содержится виртуальных фотонных линий, а виртуальная электронная линия должна, согласно сказанному выше, иметь ту же массу, что и свободные концы. Поэтому соответствующий матричный элемент отличается от локального выражения только в высших порядках теории возмущений (через радиационные поправки). Иначе обстоит дело для процессов второго типа, где имеется виртуальная фотонная линия и где соответствующее отличие возникает уже в низшем порядке теории возмущений. Это обстоятельство можно рассматривать как аргумент в пользу большей эффективности с точки зрения проверки квантовой электродинамики процессов типа рассеяния. Конечно, убедительность этого аргумента не очень велика; она зависит, в частности, от возможности построения иных градиентно-инвариантных нелокальных схем (см. в этой связи [62, 63]).

Как известно, при обработке и планировании экспериментов по проверке квантовой электродинамики используют параллельно разные способы введения формфактора: в вершинную часть, в функции распространения и т. п. Последовательная нелокальная электродинамика отвергает часть из этих возможностей. Так, для экспериментов по определению аномального магнитного момента мюона последовательным представляется лишь введение формфактора в фотонный пропагатор; это несколько повышает верхнюю границу элементарной длины по сравнению с другими возможностями (см. [11]).

9. В заключение кратко остановимся на проблеме макроскопической причинности. Речь идет о том, что нелокальная теория не должна приводить к экспериментально наблюдаемым следствиям, противоречащим причинности в больших масштабах пространства и времени: появлению рассеянной волны прежде, чем падающая дошла до рассеивателя, сверхсветовым сигналам *) и т. п.

В свое время делались утверждения о невозможности примирить в нелокальной теории условия макроскопической причинности и

*) Специальное исследование возможности макроскопического распространения сверхсветовых сигналов содержится в работе [64].

унитарности [47, 49]. В основу соответствующего рассмотрения был положен критерий макроскопической причинности, использующий понятие о матрице рассеяния вне массовой поверхности, в которой взаимодействие искусственным образом локализовано в некоторой малой области пространства — времени (см. в этой связи также [65]). Уже малопонятная связь такого подхода с описанием реальных условий физического эксперимента делает соответствующие выводы не слишком убедительными. Более того, было прямо показано [17], что выводы работы [47] обусловлены неудачным выбором действительной части рассмотренного там матричного элемента (см. также раздел 5). Что же касается работы [49] содержащей достаточно общее рассмотрение, то в ней фигурирует излишнее, по существу, требование унитарности матрицы рассеяния, выведенной за пределы массовой оболочки указанным выше способом. Между тем к унитарной на массовой поверхности матрице рассеяния можно всегда добавить такие исчезающие на этой поверхности члены, которые обеспечат выполнение условия макроскопической причинности в том формальном виде, в каком оно использовалось в цитированных работах.

Реальное доказательство макроскопической причинности нелокальной теории представляет собой весьма нелегкую задачу, полное решение которой еще далеко от завершения. Здесь необходимо прежде всего убедиться в отсутствии дальнодействующих акаузальных влияний, о которых шла речь в разделе 3. Это в свою очередь требует исследования аналитических свойств нелокальных матричных элементов, что уже само по себе представляет достаточно сложную задачу. Соответствующее исследование для модели раздела 6, приведшее к положительным результатам, было проведено для диаграмм, содержащих не более четырех свободных концов. Надежда на положительное решение этого вопроса для диаграмм более сложного типа основана в конечном счете на том, что при стремлении элементарной длины к нулю рассматриваемая теория переходит в локальную, а следовательно, и причинную теорию, причем аналитические свойства локальной теории восстанавливаются уже при конечном значении l (см. начало раздела 6).

Если акаузальные влияния в нелокальной теории действительно окажутся короткодействующими, возникнет количественный вопрос о допустимой степени их затухания с расстоянием. Решение этого вопроса крайне затруднено тем, что до сих пор не имеется соответствующего критерия, выраженного на языке только наблюдаемых величин и адекватного условиям физического эксперимента (см. дискуссию в [66]). Очень близкой и также еще не решенной является задача вывода аналитических свойств локальных матричных элементов из физического критерия макроскопической причинности. Этой задаче в последнее время уделяется все большее внимание [29, 30, 67–69].

Если на возможность выполнения условия макроскопической причинности в нелокальной теории смотреть оптимистически — а для противоположной точки зрения сейчас не видно оснований,— то нелокальную теорию можно расценивать как последовательный аппарат, способный конкурировать с локальной теорией и свободный от трудностей этой последней.

Конечно, ответ на главный вопрос о том, как устроена в действительности природа — локальным или нелокальным образом,— может дать только сама природа. Решающее слово в выяснении этого важнейшего для физики элементарных частиц вопроса принадлежит эксперименту.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. Wataghin, Zs. Phys. **88**, 92 (1934).
2. Л. Д. Ландау, в сб. «Нильс Бор и развитие физики», М., ИЛ, 1958.
3. R. Oehme, Phys. Rev. **100**, 1503 (1955).
4. Б. Л. Иоффе, ЖЭТФ **31**, 583 (1956).
5. G. Allcock, Nucl. Phys. **14**, 177 (1959).
6. A. Wightman, В сб. «Les problémes mathématiques de la théorie quantique des champs», Paris, 1959.
7. Д. Я. Петрина, Укр. матем. ж. **13**, 109 (1961).
8. Л. В. Прохоров, ЖЭТФ **45**, 791 (1963).
9. S. Drell, Ann. Phys. **4**, 75 (1958).
10. В. Н. Байер, УФН **77** (4), 619 (1962).
11. Proc. of the Conf. on Photon Interact. MIT, 1963.
12. Proc. of the Symp. on Electron and Photon Interact., Hamburg, 1965.
13. R. Blumental, D. Ehn, W. Faissler, P. Joseph, L Lanzerotti, F. Pipkin, D. Stairs, Phys. Rev. Letts. **14**, 660 (1965).
14. Д. И. Блохинцев, Препринт Р-2422, Дубна, 1965; В. С. Барашенков, Препринт Р-2397, Дубна, 1965.
15. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ **41**, 551 (1961); **45**, 143, 2024 (1963).
16. А. Н. Лезнов, Д. А. Киржниц, ЖЭТФ **48**, 622 (1965).
17. А. Н. Лезнов, ЖЭТФ **49**, 3 (1965).
18. Д. И. Блохинцев, УФН **61**, 142 (1957).
19. Д. А. Киржниц, В. Л. Поляченко, ЖЭТФ **46**, 755 (1964).
20. А. Эйнштейн, Собр. соч., т. I, М., изд-во «Наука», 1965, стр. 76.
21. М. А. Марков, ЖЭТФ **10**, 1311 (1940).
22. H. Yukawa, Phys. Rev. **77**, 219 (1950).
23. H. Snyder, Phys. Rev. **71**, 38 (1947).
24. Ю. А. Гольфанд, ЖЭТФ **37**, 504 (1959); **43**, 256 (1962).
25. В. Г. Кадышевский, ЖЭТФ **41**, 1885 (1961); ДАН СССР **147**, 588 (1962).
26. И. Е. Тамм, Доклад на 12-й Международной конф. по физике высоких энергий, Дубна, 1964.
27. А. Н. Вяльцев, Дискретное пространство — время, М., изд-во «Наука», 1965.
28. M. Fierz, Helv. Phys. Acta **23**, 731 (1950).
29. A. Bohr, Lectures in Theoret. Phys., vol. 3, N.—Y., 1961.
30. G. Wanders, Nuovo cimento **14**, 168 (1959).
31. A. Ferretti, Nuovo cimento **27**, 1503 (1963).
32. C. Bloch, Kgl Danske Mat.-Fys. **27**, 8 (1952).
33. M. Chrétion, R. Peierls, Nuovo cimento **10**, 688 (1953).
34. G. Wataghin, Nuovo cimento **25**, 1383 (1962).
35. Д. И. Блохинцев, Г. И. Колеров, Nuovo cimento **34**, 163 (1964)
36. R. Ingraham, Nuovo cimento **39**, 361 (1965).
37. М. А. Марков, Нейтрино, М., изд-во «Наука», 1964.
38. М. А. Марков, Гипероны и *K*-мезоны, М., Физматгиз, 1958.
39. М. А. Марков, УФН **51**, 317 (1953).
40. Б. В. Медведев, ДАН СССР **100**, 433 (1955).
41. C. Hayashi, Progr. Theor. Phys. **10**, 533 (1953); **11**, 266 (1954).
42. A. Pais, G. Uhlenbeck, Phys. Rev. **79**, 145 (1950).
43. J. Rzewnski, Acta Phys. Polon. **11**, 9 (1951).
44. J. Rayski, Acta Phys. Polon. **11**, 25 (1951).
45. C. Moller, Proc. Conf. Theor. Phys., Kyoto—Tokyo, 1953.
46. M. Chrétien, R. Peierls, Proc. Roy. Soc. **A223**, 468 (1954).
47. E. Stueckelberg, G. Wanders, Helv. Phys. Acta **27**, 607 (1954).
48. M. Ebel, Kgl Danske Mat.-Fys. **29**, 2 (1954).
49. Д. А. Славнов, А. Д. Суханов, ЖЭТФ **36**, 1472 (1959).
50. W. Heitler, XII Conseil de Solvay, 1962.
51. Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Научн. докл. высш. школы (физ.-матем. науки) **2**, 137 (1958).
52. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ **49**, 1544 (1965).
53. Д. А. Киржниц, ЖЭТФ **21**, 949 (1951).
54. Е. С. Фрадкин, Nucl. Phys. **49**, 624 (1963).
55. Г. В. Ефимов, Phys. Letts. **4**, 314 (1963).
56. В. С. Барашенков, ЖЭТФ **31**, 694 (1956).
57. M. Lévy, Nucl. Phys. **57**, 152 (1964).
58. H. Ferwerda, Physica **29**, 999 (1963); **30**, 665 (1964).

59. M. Arons, M. Han, E. Sudarshan, Phys. Rev. **137**, 1085 (1965).
60. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., Гостехиздат, 1957.
61. А. Н. Лезнов, Диссертация (ОИЯИ, 1965).
62. P. Budini, T. Weber, Nuovo cimento **22**, 1321 (1961).
63. J. McClure, S. Drell, Nuovo cimento **37**, 1638 (1965).
64. Д. И. Блохинцев, ЖЭТФ **22**, 254 (1952).
65. Б. В. Медведев, ДАН СССР **103**, 37 (1955).
66. О теоретических аспектах физики элементарных частиц, УФН **85**, 737 (1965).
67. R. Eden, P. Landshoff, Ann. Phys. **31**, 370 (1965).
68. G. Wanders, Helv. Phys. Acta **38**, 142 (1965).
69. H. Stapp, Phys. Rev. **139**, 257 (1965).