

533.9

**РАССЕЯНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ ВОЛН
В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ***А. Г. Ситенко, Ю. А. Кирочкин***ВВЕДЕНИЕ**

Характерной особенностью, отличающей плазму от других сред, является сильная зависимость ее свойств от внешних полей. Наличие внешнего магнитного поля в плазме приводит к возникновению анизотропии электродинамических свойств, проявляющейся в дисперсии и поляризации волн, распространяющихся в плазме.

Благодаря флуктуациям различные волны всегда присутствуют в плазме; в термодинамическом равновесии амплитуды таких флуктуационных волн определяются температурой плазмы. В неравновесном случае для нахождения амплитуд флуктуационных волн необходимо знание функций распределения частиц в плазме.

Вследствие взаимодействия между волнами (проявляющегося в нелинейности уравнений, описывающих плазму) возможно рассеяние волн и превращение волн одного типа в волны другого типа. В неравновесной плазме интенсивности процессов рассеяния и трансформации могут принимать аномально большие значения, если состояние плазмы находится вблизи границы области неустойчивости.

Изучение процессов рассеяния и трансформации волн может быть использовано в качестве метода диагностики плазмы (определения параметров, характеризующих состояние плазмы).

Изучение указанных процессов важно также в связи с рядом астрофизических и радиофизических вопросов (спорадическое излучение Солнца, радиоизлучение планет, рассеяние радиоволн в ионосфере и др.).

Исследованию электродинамических свойств плазмы в магнитном поле посвящено значительное количество работ (см. ¹⁻⁸). Такой исключительный интерес в основном связан с возможностями практического использования магнитоактивной плазмы для различных прикладных целей.

Настоящий обзор посвящен теоретическому исследованию электродинамических свойств однородной магнитоактивной плазмы. На основе кинетической теории рассмотрено распространение волн и возбуждение волн внешними токами в магнитоактивной плазме, исследованы флуктуации различных физических величин, характеризующих состояние магнитоактивной плазмы, а также процессы рассеяния волн и их взаимной трансформации на флуктуациях в плазме.

§ 1. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

1. Тензор диэлектрической проницаемости

Поведение однородной плазмы во внешнем магнитном поле в пренебрежении столкновениями будем описывать кинетическими уравнениями для каждого сорта частиц, образующих плазму,

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \right) \frac{\partial F}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (1,1)$$

и системой уравнений Максвелла

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_0), \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi (\varrho + \varrho_0), \end{aligned} \right\} \quad (1,2)$$

где $F(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$ — функция распределения частиц определенного сорта, e и m — заряд и масса частиц, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей в плазме, ϱ_0 и $\mathbf{j}_0$ — плотности внешних зарядов и токов. Плотности индуцированных зарядов и токов в плазме равны

$$\varrho = \sum e \int F d\mathbf{v}, \quad \mathbf{j} = \sum e \int \mathbf{v} F d\mathbf{v} \quad (1,3)$$

(суммирование производится по сортам частиц).

Ограничиваясь рассмотрением в плазме волн малой амплитуды, функцию F в (1,1) представим в виде суммы исходной функции распределения $F_0(\mathbf{v})$ и отклонения $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$, связанного с распространяющейся волной:

$$F = F_0 + f, \quad f \ll F_0. \quad (1,4)$$

Разлагая отклонение функции распределения, а также поля, связанные с волной, в интегралы Фурье по плоским волнам:

$$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int f_{\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega \quad (1,5)$$

и т. д., из (1,1) получим следующее линейное дифференциальное уравнение для нахождения компоненты Фурье функции распределения $f_{\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v})$:

$$-i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) f_{\mathbf{k}\omega} + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}_{\mathbf{k}\omega}] \right) \frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{v}} + \frac{e}{mc} [\mathbf{v} \mathbf{H}_0] \frac{\partial f_{\mathbf{k}\omega}}{\partial \mathbf{v}} = 0; \quad (1,6)$$

$\mathbf{H}_0$ — напряженность внешнего постоянного и однородного магнитного поля. Интегрирование уравнения (1,6) дает

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}) = \frac{e}{m\omega_H} \exp \left[\frac{i}{\omega_H} \int_0^\varphi (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi \right] \int_0^\varphi \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega} + \frac{1}{\omega} [\mathbf{v} [\mathbf{k} \mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega}]] \right) \times \\ \times \frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{v}} \exp \left[-\frac{i}{\omega_H} \int_0^\varphi (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi \right] d\varphi, \end{aligned} \quad (1,7)$$

где $\omega_H = eH_0/mc$ — циклотронная частота для частиц и φ — угол между плоскостями $(\mathbf{k}, \mathbf{H}_0)$ и $(\mathbf{v}, \mathbf{H}_0)$. В (1,7) значение интеграла берется на верхнем пределе, при этом, как нетрудно проверить, выполняется условие периодичности $f_{\mathbf{k}\omega}(\varphi + 2\pi) = f_{\mathbf{k}\omega}(\varphi)$.

Подставляя (1,7) в (1,3), найдем компоненту Фурье плотности парциального тока:

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega} = -i\omega\hat{\kappa}E_{\mathbf{k}\omega}, \quad (1,8)$$

где $\hat{\kappa} = \kappa_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ — составляющая тензора поляризуемости*), обусловленная частицами определенного сорта:

$$\begin{aligned} \kappa_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = & i \frac{e^2}{m\omega\omega_H} \int v_i \exp \left[-\frac{i}{\omega_H} \int_0^\varphi (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi \right] \times \\ & \times \int_0^\varphi \left[\left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega} \right) \delta_{jl} + \frac{v_j k_l}{\omega} \right] \frac{\partial F_0}{\partial v_l} \exp \left[-\frac{i}{\omega_H} \int_0^\varphi (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi \right] d\varphi dv. \end{aligned} \quad (1,9)$$

Выполняя в (1,9) интегрирование по частям и используя разложение

$$e^{ia \sin \psi} = \sum_n J_n(\alpha) e^{in\psi}$$

($J_n(\alpha)$ — функция Бесселя), парциальную составляющую тензора поляризуемости можно представить в виде^{10,11}

$$\begin{aligned} \kappa_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = & \frac{e^2}{m\omega^2} \left\{ \sum_n \int \left(\frac{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}}{v_{\perp}} \frac{\partial F_0}{\partial v_{\perp}} + k_{\parallel} \frac{\partial F_0}{\partial v_{\parallel}} \right) \frac{\Pi_{ij}(n, \mathbf{v})}{\omega - n\omega_H - k_{\parallel} v_{\parallel}} d\mathbf{v} - \right. \\ & \left. - \left(n_0 + \int \frac{v_{\parallel}^2}{v_{\perp}} \frac{\partial F_0}{\partial v_{\perp}} d\mathbf{v} \right) h_i h_j \right\}, \end{aligned} \quad (1,10)$$

где $\Omega^2 = 4\pi n_0 e^2 / m$ — квадрат ленгмюровской частоты для частиц определенного сорта, $v_{\parallel}$ и $v_{\perp}$ — параллельная и перпендикулярная составляющие скорости частицы по отношению к внешнему магнитному полю $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{h}$ — единичный вектор в направлении внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$, а компоненты тензора $\Pi_{ij}(n, \mathbf{v})$ равны

$$\Pi_{ij}(n, \mathbf{v}) = \begin{pmatrix} \frac{n^2 \omega_H^2}{k_{\perp}^2} J_n^2 & i v_{\perp} \frac{n \omega_H}{k_{\perp}} J_n J'_n & v_{\parallel} \frac{n \omega_H}{k_{\perp}} J_n^2 \\ -i v_{\perp} \frac{n \omega_H}{k_{\perp}} J_n J'_n & v_{\perp}^2 J_n'^2 & -i v_{\parallel} v_{\perp} J_n J'_n \\ v_{\parallel} \frac{n \omega_H}{k_{\perp}} J_n^2 & i v_{\parallel} v_{\perp} J_n J'_n & v_{\parallel}^2 J_n^2 \end{pmatrix} \quad (1,11)$$

($J_n = J_n(a)$, $J'_n = \frac{\partial J_n(a)}{\partial a}$ и $a = \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_H}$). Тензор (1,10) записан в системе координат, в которой ось z направлена вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ и ось x лежит в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H}_0$.

Правила обхода в интегралах, входящих в выражение для тензора поляризуемости (1,10), нетрудно установить, введя в правую часть кинетического уравнения (1,4) интеграл столкновений в виде $-\nu(F - F_0)$, где ν — эффективная частота столкновений, и устремив в пределе величину ν к нулю. Формально такая процедура приводит к замене в (1,10) ω на $\omega + i0$.

Система уравнений Максвелла (1,2) с помощью (1,8) может быть сведена к уравнению

$$\text{rot rot } \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}_0}{\partial t}, \quad (1,12)$$

*) Зависимость поляризуемости от $\mathbf{k}$ впервые введена в⁹.

в котором векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ связаны соотношением

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}\omega} = \hat{\epsilon} \mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega}, \quad (1,13)$$

где $\hat{\epsilon} = \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ — тензор диэлектрической проницаемости плазмы:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} + 4\pi \sum \kappa_{ij}(\omega, \mathbf{k}). \quad (1,14)$$

Тензор диэлектрической проницаемости полностью определяет электродинамические свойства плазмы. Если известна явная зависимость тензора диэлектрической проницаемости от частоты и волнового вектора, то, используя (1,12) и (1,13), можно найти дисперсионное уравнение, определяющее типы волн, распространяющихся в безграничной магнитоактивной плазме, и их характеристики.

2. Тензор диэлектрической проницаемости в случае максвелловского распределения частиц

Для равновесной плазмы или же неизотермической плазмы, в которой частицы характеризуются максвелловскими распределениями с различными температурами, тензор диэлектрической проницаемости нетрудно вычислить в явном виде. Выбирая в качестве невозмущенных функций распределения в (1,10) максвелловские функции

$$F_0(v) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2T}} \quad (1,15)$$

с различными температурами для различных компонент плазмы и выполняя интегрирование по скоростям, окончательно получим следующее выражение для тензора диэлектрической проницаемости магнитоактивной плазмы¹⁰:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum \frac{\Omega^2}{\omega^2} \left\{ e^{-\beta} \sum_n \frac{z_0}{z_n} \pi_{ij}(z_n) [\varphi(z_n) - i \sqrt{\beta} z_n e^{-z_n^2}] - 2z_n^2 h_i h_j \right\}, \quad (1,16)$$

где

$$\pi_{ij}(z_n) = \begin{pmatrix} \frac{n^2}{\beta} I_n & in(I'_n - I_n) & \frac{k_{||}}{|k_{||}|} \sqrt{\frac{2}{\beta}} n z_n I_n \\ -in(I'_n - I_n) & \left(\frac{n^2}{\beta} + 2\beta \right) I_n - 2\beta I'_n & -i \frac{k_{||}}{|k_{||}|} \sqrt{2\beta} z_n (I'_n - I_n) \\ \frac{k_{||}}{|k_{||}|} \sqrt{\frac{2}{\beta}} n z_n I_n & i \frac{k_{||}}{|k_{||}|} \sqrt{2\beta} z_n (I'_n - I_n) & 2z_n^2 I_n \end{pmatrix}, \quad (1,17)$$

$$\varphi(z) = 2ze^{z^2} \int_0^z e^{x^2} dx, \quad (1,18)$$

$I_n = I_n(\beta)$ — модифицированная функция Бесселя, $I'_n = \frac{\partial I_n(\beta)}{\partial \beta}$, $\sqrt{\beta} = \frac{k_{\perp} s}{\sqrt{3}\omega_H}$, $s = \sqrt{\frac{3T}{m}}$ — средняя квадратичная скорость частиц и

$$z_n = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega - n\omega_H}{|k_{||}| s}.$$

3. Дисперсионное уравнение

Различные типы распространяющихся в плазме плоских монохроматических волн $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t}$ отличаются друг от друга зависимостью фазовой скорости от частоты (дисперсией) и поляризацией. Для нахождения дисперсии и поляризации волн в магнитоактивной плазме воспользуемся уравнением (1,12), положив в нем $\mathbf{j}_0 = 0$. Введя показатель преломления $\eta = \frac{kc}{\omega}$ и единичный вектор в направлении распространения волны $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{k}}{k}$, волновое уравнение можно записать в виде

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) E_j = 0, \quad (1,19)$$

где

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \eta^2 (\kappa_i \kappa_j - \delta_{ij}) + \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}). \quad (1,20)$$

Векторное уравнение (1,19) имеет решения, отличные от нуля, если определитель, составленный из элементов матрицы (1,20), обращается в нуль:

$$\Lambda(\omega, \mathbf{k}) \equiv |\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})| = 0. \quad (1,21)$$

Условие (1,21) и является дисперсионным уравнением. Корни этого уравнения определяют зависимости показателей преломления η от частоты или же собственные частоты для различных волн в плазме.

Используя (1,20), дисперсионное уравнение можно представить в виде

$$A\eta^4 + B\eta^2 + C = 0, \quad (1,22)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \varepsilon_{11} \sin^2 \vartheta + 2\varepsilon_{13} \sin \vartheta \cos \vartheta + \varepsilon_{33} \cos^2 \vartheta, \\ B &= -(\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{12}^2) \sin^2 \vartheta + 2(\varepsilon_{12}\varepsilon_{23} - \varepsilon_{22}\varepsilon_{13}) \sin \vartheta \cos \vartheta - \\ &\quad - (\varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{23}^2) \cos^2 \vartheta - \varepsilon_{11}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{13}^2, \\ C &= \varepsilon_{11}\varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{22}\varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{33}\varepsilon_{12}^2 + 2\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}\varepsilon_{13}, \end{aligned}$$

ϑ — угол между направлением распространения волны $\mathbf{k}$ и магнитным полем $\mathbf{H}_0$.

В общем случае определитель Λ является комплексной функцией ω и $\mathbf{k}$, поэтому условие (1,21) сводится к требованию обращения в нуль в отдельности вещественной и мнимой частей Λ :

$$\operatorname{Re} \Lambda(\omega, \mathbf{k}) + i \operatorname{Im} \Lambda(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (1,23)$$

В области прозрачности плазмы (область ω и $\mathbf{k}$, в которой антиэрмитовская часть тензора диэлектрической проницаемости мала по сравнению с эрмитовской частью) мнимая часть Λ мала по сравнению с вещественной частью Λ . Поэтому в пренебрежении затуханием волн дисперсионное уравнение приближенно можно записать в виде

$$\operatorname{Re} \Lambda(\omega, \mathbf{k}) = 0. \quad (1,24)$$

Найдя из (1,24) собственную частоту волны ω и считая затухание малым ($\gamma \ll \omega$), с помощью (1,23) нетрудно найти коэффициент затухания волны:

$$\gamma = - \frac{\operatorname{Im} \Lambda(\omega, \mathbf{k})}{\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \Lambda(\omega, \mathbf{k})}. \quad (1,25)$$

Введем матрицу λ_{ij} , элементы которой представляют собой алгебраические дополнения к элементам матрицы Λ_{ij} . Согласно определению

$$\Lambda_{ij}\lambda_{jk} = \Lambda\delta_{ik}. \quad (1,26)$$

Элементы матрицы λ_{ij} выражаются через элементы матрицы Λ_{ij} по формуле

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{jmn} \Lambda_{mk} \Lambda_{nl}, \quad (1,27)$$

где ε_{ikl} — полностью антисимметричный тензор. Непосредственной проверкой легко убедиться, что $\text{Im } \Lambda$ в области прозрачности плазмы можно выразить через эрмитовскую часть матрицы λ_{ij} и антиэрмитовскую часть тензора диэлектрической проницаемости ε_{ij} :

$$\text{Im } \Lambda = -\frac{1}{4i} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ji}^*) (\lambda_{ji} + \lambda_{ij}^*). \quad (1,28)$$

4. Поляризация волн

Сравнивая (1,26) с (1,19), мы видим, что для волны с законом дисперсии (1,21) в качестве вектора поляризации можно выбрать

$$e_i = C \lambda_{ij} a_j, \quad (1,29)$$

где $\mathbf{a}$ — произвольный единичный вектор и C — постоянная, определяемая из условия нормировки $e e^* = 1$.

Покажем, что соотношение (1,29) определяет вектор поляризации волны с точностью до фазового множителя. Заметим прежде всего, что при любых частотах матрицы λ_{ij} и Λ_{ij} связаны между собой соотношением

$$\lambda_{ij} \lambda_{kl} = \lambda_{il} \lambda_{kj} + \Lambda \varepsilon_{ikm} \varepsilon_{jln} \Lambda_{nm}. \quad (1,30)$$

(В справедливости (1,30) нетрудно убедиться, умножив на $\frac{1}{\Lambda} \lambda_{aj} \lambda_{bl} \varepsilon_{kic}$ левую и правую части равенства $\Lambda \varepsilon_{abc} = \varepsilon_{mnp} \Lambda_{ma} \Lambda_{nb} \Lambda_{pc}$.)

При частотах, удовлетворяющих закону дисперсии $\Lambda = 0$, соотношение (1,30) упрощается:

$$\lambda_{ij} \lambda_{kl} = \lambda_{il} \lambda_{kj}. \quad (1,31)$$

Пренебрегая в области прозрачности плазмы антиэрмитовской частью λ_{ij} , из (1,31) нетрудно вывести следующее равенство:

$$\frac{\lambda_{il} a_l \lambda_{jk}^* a_k}{\lambda_{mn} a_m a_n} = \frac{\lambda_{il} a'_l \lambda_{jk}^* a'_k}{\lambda_{mn} a'_m a'_n}, \quad (1,32)$$

где $\mathbf{a}$ и $\mathbf{a}'$ — произвольные векторы. Отметим также, что для произвольных векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{a}'$ скалярные произведения $(\mathbf{a} \hat{\Lambda} \mathbf{a})$ и $(\mathbf{a}' \hat{\Lambda} \mathbf{a}')$ имеют один и тот же знак:

$$(\mathbf{a} \hat{\Lambda} \mathbf{a}) (\mathbf{a}' \hat{\Lambda} \mathbf{a}') = |(\mathbf{a} \hat{\Lambda} \mathbf{a}')|^2. \quad (1,33)$$

(В частности, одинаковый знак имеют диагональные элементы эрмитовской части матрицы λ_{ij} .)

Используя соотношение (1,31), постоянную нормировки в (1,29) можно записать так:

$$C = \{(\mathbf{a} \hat{\Lambda} \mathbf{a}) \text{Sp } \lambda\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Следовательно⁴, нормированный вектор поляризации для волны с дисперсией (1,21) имеет вид

$$\mathbf{e} = \frac{\hat{\lambda} \mathbf{a}}{\sqrt{(\mathbf{a} \hat{\lambda} \mathbf{a}) \operatorname{Sp} \lambda}}. \quad (1,34)$$

Согласно (1,32) произведение $e_i e_j^*$ инвариантно относительно изменения вектора $\mathbf{a}$, поэтому при произвольном повороте вектора $\mathbf{a}$ в (1,34) может измениться только фазовый множитель.

5. Плотность потока энергии

Важными характеристиками волн в плазме являются также средняя плотность энергии W и средняя плотность потока энергии в направлении распространения волны S . В диспергирующей среде плотность энергии определяется выражением¹²

$$W = \frac{1}{16\pi} \left\{ \frac{d}{d\omega} (\omega \varepsilon_{ij}) E_i^* E_j + |\mathbf{H}|^2 \right\}. \quad (1,35)$$

Средняя плотность потока энергии связана с W соотношением

$$S = uW, \quad (1,36)$$

где $u = d\omega/dk$ — групповая скорость волны.

§ 2. ВОЛНЫ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

1. Высокочастотные волны в магнитоактивной плазме

В магнитоактивной плазме могут существовать как высокочастотные, так и низкочастотные слабозатухающие волны. При нахождении спектра частот слабозатухающих волн в плазме в общем случае следует использовать для тензора диэлектрической проницаемости выражение (1,16).

В области высоких частот $\omega \gg ks$ тепловым движением частиц можно пренебречь. При этом тензор диэлектрической проницаемости плазмы принимает вид

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & -i\varepsilon_2 & 0 \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (2,1)$$

где

$$\varepsilon_1 = 1 - \sum \frac{\Omega^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \varepsilon_2 = \sum \frac{\omega_H}{\omega} \frac{\Omega^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \sum \frac{\Omega^2}{\omega^2}. \quad (2,2)$$

Как мы видим, пренебрежение тепловым движением частиц в плазме приводит к отсутствию пространственной дисперсии. Согласно (2,1) плазма в магнитном поле является анизотропной и гиротропной средой даже при отсутствии пространственной дисперсии.

В пренебрежении тепловым движением частиц в плазме дисперсионное уравнение имеет вид

$$A_0 \eta^4 + B_0 \eta^2 + C_0 = 0, \quad (2,3)$$

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \varepsilon_1 \sin^2 \vartheta + \varepsilon_3 \cos^2 \vartheta, \\ B_0 &= -[(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) \sin^2 \vartheta + \varepsilon_1 \varepsilon_3 (1 + \cos^2 \vartheta)], \\ C_0 &= (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) \varepsilon_3; \end{aligned} \right\} \quad (2,4)$$

при этом коэффициенты A_0 , B_0 и C_0 в силу отсутствия пространственной дисперсии оказываются не зависящими от η . Поэтому уравнение (2,3) можно непосредственно разрешить относительно η , определив тем самым зависимости показателей преломления электромагнитных волн в плазме от частоты и направления распространения волн. Уравнение (2,3) имеет два различных решения:

$$\eta_{0,e}^2 = \frac{(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_3^2) \sin^2 \vartheta + \varepsilon_1 \varepsilon_3 (1 + \cos^2 \vartheta) \pm \sqrt{(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_3^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 \sin^4 \vartheta + 4 \varepsilon_3^2 \varepsilon_1^2 \cos^2 \vartheta}}{2 (\varepsilon_1 \sin^2 \vartheta + \varepsilon_3 \cos^2 \vartheta)}, \quad (2,5)$$

определяющих показатели преломления обыкновенной (η_0^2) и необыкновенной (η_e^2) электромагнитных волн в плазме.

В общем случае при произвольном направлении распространения (по отношению к магнитному полю) электромагнитные волны в плазме не являются поперечными и характеризуются эллиптической поляризацией. Для электромагнитных волн с заданной частотой комплексные векторы поляризации можно выбрать в виде

$$\mathbf{e} = \left\{ \cos \varphi - i \frac{\varepsilon_2}{\eta^2 - \varepsilon_1} \sin \varphi, \sin \varphi + i \frac{\varepsilon_2}{\eta^2 - \varepsilon_1} \cos \varphi, \frac{\eta^2 \sin \vartheta \cos \vartheta}{\eta^2 \sin^2 \vartheta - \varepsilon_3} \right\}, \quad (2,6)$$

φ — азимутальный угол вектора $\mathbf{k}^*$).

В пренебрежении тепловым движением частиц тензор (2,4) эрмитовский и затухание волн отсутствует. Учитывая антиэрмитовскую часть тензора (1,16), с помощью (1,25) нетрудно найти мнимую часть показателя преломления, определяющую затухание волн в плазме:

$$\eta'' = \frac{1}{2} \eta \arg(\mathbf{e}^* \hat{\varepsilon} \mathbf{e}). \quad (2,7)$$

Электромагнитные волны в плазме при наличии магнитного поля, строго говоря, не разделяются на продольные и поперечные. Однако если $A \equiv (\mathbf{k} \hat{\varepsilon} \mathbf{k}) \rightarrow 0$, то продольная составляющая электрического поля будет значительно больше поперечной составляющей. В этом нетрудно убедиться, умножив (1,19) на $\mathbf{k}$:

$$E_{||} = - \frac{(\mathbf{k} \hat{\varepsilon} \mathbf{E}_{\perp})}{A}. \quad (2,8)$$

Отсюда видно, что для чисто продольных колебаний в плазме ($E_{\perp} = 0$) должны выполняться два условия: $\Lambda = 0$ и $A = 0$. В общем случае эти условия совместно не удовлетворяются. Однако в области частот, при которых η^2 очень велико, в дисперсионном уравнении (1,22) следует оставить только член с наивысшей степенью η^2 , при этом дисперсионное уравнение сведется к условию $A = 0$.

Используя (1,16), дисперсионное уравнение для продольных волн в магнитоактивной плазме можно записать так:

$$A \equiv 1 + \sum \frac{1}{a^2 k^2} \left\{ 1 - e^{-\beta} \sum_n \frac{z_0}{z_n} J_n(\beta) [\varphi(z_n) - i \sqrt{\pi} z_n e^{-z_n^2}] \right\} = 0. \quad (2,9)$$

Если $k_{\perp} = 0$, то $\beta = 0$ и дисперсионное уравнение (2,9) имеет такой же вид, как и при отсутствии магнитного поля; следовательно, магнитное поле не влияет на продольные волны, распространяющиеся в плазме вдоль поля.

*) В дальнейшем удобнее пользоваться ненормированными векторами поляризации.

В пренебрежении тепловым движением частиц дисперсионное уравнение для продольных волн принимает вид

$$A_0 \equiv 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \sin^2 \vartheta - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \cos^2 \vartheta = 0. \quad (2,10)$$

Из (2,10) найдем собственные частоты продольных волн в плазме:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2} (\Omega^2 + \omega_H^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\Omega^2 + \omega_H^2)^2 - 4\Omega^2 \omega_H^2 \cos^2 \vartheta}. \quad (2,11)$$

Этим частотам соответствуют ленгмюровские колебания плазмы в магнитном поле.

Дисперсию ленгмюровских колебаний можно найти, учтя тепловые поправки в дисперсионном уравнении. Показатель преломления ленгмюровских волн будет равен

$$\eta_L^2 = \frac{A_0}{\psi}, \quad (2,12)$$

где

$$\psi = \frac{s^2}{c^2} \frac{\Omega^2}{\omega^2} \left\{ \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_H^2)(\omega^2 - 4\omega_H^2)} \sin^4 \vartheta + \right. \\ \left. + \frac{\omega^2}{3} \frac{6\omega^4 - 3\omega^2 \omega_H^2 + \omega_H^4}{(\omega^2 - \omega_H^2)^3} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + \cos^4 \vartheta \right\}. \quad (2,12)$$

Используя (2,9), нетрудно также найти затухание ленгмюровских волн:

$$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^2 k^2} \frac{|\omega^2 - \omega_H^2|}{\omega_+^2 - \omega_-^2} z_0 \sum_n I_n(\beta) e^{-z_n^2}. \quad (2,13)$$

В силу продольного характера ленгмюровских колебаний вектор поляризации равен

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}. \quad (2,14)$$

Определим еще среднюю плотность потока энергии в направлении распространения высокочастотной волны в плазме. Для обыкновенной и необыкновенной волн пространственная дисперсия незначительна, поэтому S можно непосредственно определить, вычислив проекцию вектора Пойнтинга на направление распространения волны $\mathbf{x}$:

$$S = \frac{c}{8\pi} \eta \zeta |\mathbf{E}|^2, \quad (2,15)$$

где $\zeta = |\mathbf{e}|^2 - |\mathbf{x}\mathbf{e}|^2$.

В случае ленгмюровских волн перенос энергии связан с пространственной дисперсией, поэтому для нахождения S нужно воспользоваться общим соотношением (1,36). Заметим, что групповая скорость и плотность энергии для ленгмюровских волн равны

$$u = c / \frac{d(\omega\eta)}{d\omega}, \quad W = \frac{1}{8\pi} \omega^2 \frac{dA_0}{d\omega^2} |\mathbf{E}|^2. \quad (2,16)$$

Таким образом, для плотности потока энергии в направлении распространения волны найдем

$$S = \frac{c}{8\pi} \eta \xi |\mathbf{E}|^2, \quad (2,17)$$

где

$$\xi = \frac{\omega^2 \frac{dA_0}{d\omega^2}}{\eta \frac{d(\omega\eta)}{d\omega}},$$

а η и A_0 определяются выражениями (2,12) и (2,10).

2. Низкочастотные волны в магнитоактивной плазме

В магнитоактивной плазме могут существовать также слабозатухающие волны в низкочастотной области спектра¹³⁻¹⁶. Для нахождения собственных частот плазмы в указанной области воспользуемся низкочастотными значениями для компонент тензора ϵ_{ij} ($\omega \ll \omega_H^i$, $ks_i \ll \omega_H^i$):

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{11} &= \epsilon_0, \\ \epsilon_{22} &= \epsilon_0 \left\{ 1 - \frac{2}{3} \frac{k^2 s_i^2}{\omega^2} [t\varphi(z) + \varphi(\mu z) - i\sqrt{\pi}z(te^{-z^2} + \mu e^{-\mu^2 z^2})] \sin^2 \vartheta \right\}, \\ \epsilon_{33} &= 3\epsilon_0 \frac{\omega_H^2}{k^2 s_i^2} \left[\frac{1 - \varphi(z)}{t} + 1 - \varphi(\mu z) + i\sqrt{\pi}z \left(\frac{e^{-z^2}}{t} + \mu e^{-\mu^2 z^2} \right) \right] \cos^2 \vartheta, \\ \epsilon_{12} &= i\epsilon_0 \frac{\omega}{\omega_H^i} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{k^2 s_i^2}{\omega^2} \left(\sin^2 \vartheta - \frac{2}{3} \cos^2 \vartheta \right) \right], \\ \epsilon_{13} &= 0, \\ \epsilon_{23} &= i\epsilon_0 \frac{\omega_H^i}{\omega} [\varphi(z) - \varphi(\mu z) - i\sqrt{\pi}z(e^{-z^2} - \mu e^{-\mu^2 z^2})] \operatorname{tg} \vartheta, \end{aligned} \right\} \quad (2,18)$$

где $\epsilon_0 = \frac{\Omega_e^2}{\omega_H^2}$, $t = \frac{T_e}{T_i}$, $\mu = \frac{M}{m} t$ и $z = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega}{ks}$. Приведем также выражения для компонент электронной части тензора поляризуемости плазмы в низкочастотной области:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{11}^e &= \frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{m}{M}, \quad \kappa_{12}^e = -i \frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{\omega_H^i}{\omega}, \\ \kappa_{22}^e &= \frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{m}{M} \left\{ 1 - \frac{2}{3} \frac{k^2 s_i^2}{\omega^2} [\varphi(z) - i\sqrt{\pi}ze^{-z^2}] \sin^2 \vartheta \right\}, \quad \kappa_{13}^e = 0, \\ \kappa_{33}^e &= 3 \frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{\omega_H^2}{k^2 s_i^2} \frac{1}{t} [1 - \varphi(z) + i\sqrt{\pi}ze^{-z^2}] \cos^2 \vartheta, \\ \kappa_{23}^e &= i \frac{\epsilon_0}{4\pi} \frac{\omega_H^i}{\omega} [\varphi(z) - 1 - i\sqrt{\pi}ze^{-z^2}] \operatorname{tg} \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (2,19)$$

Подставляя (2,18) в (1,21), дисперсионное уравнение в низкочастотной области можно представить в виде

$$(\eta^2 \cos^2 \vartheta - \epsilon_{11}) [(\eta^2 - \epsilon_{22}) \epsilon_{33} - \epsilon_{23}^2] + 2\eta^2 \epsilon_{12} \epsilon_{23} \sin \vartheta \cos \vartheta + \epsilon_{12}^2 \epsilon_{33} + \dots = 0. \quad (2,20)$$

Легко проверить, что в (2,20) второе и третье слагаемые в $(\omega/\omega_H^i)^2$ или $(ks_i/\omega_H^i)^2$ раз меньше первого слагаемого. В случае достаточно сильного магнитного поля этими слагаемыми можно пренебречь, при этом дисперсионное уравнение распадается на два независимых уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \eta^2 \cos^2 \vartheta - \epsilon_{11} &= 0, \\ (\eta^2 - \epsilon_{22}) \epsilon_{33} - \epsilon_{23}^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2,21)$$

Первое уравнение (2,21) определяет показатель преломления альвеновской волны:

$$\eta^2 = \frac{\Omega_i^2}{\omega_H^{i2}} \frac{1}{\cos^2 \vartheta}. \quad (2,22)$$

Выражая η через k и ω , соотношение (2,22) можно переписать в виде

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 \cos^2 \vartheta, \quad v_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi n_0 M}}. \quad (2,23)$$

Учитывая отброшенные члены в (2,20), можно найти тепловые поправки к фазовой скорости и затухание альвеновской волны:

$$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{m}{M} \frac{s}{v_A} \frac{\omega^2}{\omega_H^{i2}} (\operatorname{tg}^2 \vartheta + \operatorname{ctg}^2 \vartheta), \quad s_i \ll \frac{\omega}{k |\cos \vartheta|} \ll s, \quad (2,24)$$

$$\frac{s_i^2}{v_A^2} t \ll 1.$$

Вектор поляризации для альвеновской волны равен

$$\mathbf{e} = \left\{ 1, -i \frac{\omega}{\omega_H^i} \operatorname{ctg}^2 \vartheta, -\frac{1}{3} \frac{s_i^2}{v_A^2} \frac{\omega^2}{\omega_H^{i2}} \frac{t}{\sin \vartheta \cos \vartheta} \right\}. \quad (2,25)$$

Второе уравнение (2,21) определяет показатели преломления магнитозвуковых волн. Корни этого уравнения существенным образом зависят от соотношения между тепловыми скоростями электронов и ионов s и s_i и альвеновской скоростью v_A . Если $s_i^2 \ll v_A^2 \ll s^2$, то, используя (2,18), из (2,21) в первом приближении найдем дисперсию быстрой магнитозвуковой волны:

$$\eta^2 = \frac{\Omega_i^2}{\omega_H^{i2}}, \quad \omega^2 = k^2 v_A^2. \quad (2,26)$$

Тепловые поправки к (2,26) можно найти последовательными приближениями:

$$\omega^2 = k^2 v_A^2 + \frac{2}{3} k^2 s_i^2 \left(1 + \frac{t}{2} \right) \sin^2 \vartheta. \quad (2,27)$$

Затухание быстрой магнитозвуковой волны равно

$$\frac{\gamma}{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \frac{m}{M} \frac{s}{v_A} \frac{\sin^2 \vartheta}{|\cos \vartheta|}. \quad (2,28)$$

Вектор поляризации определяется выражением

$$\mathbf{e} = \left\{ -i \frac{\omega}{\omega_H^i} \frac{1}{\sin^2 \vartheta}, 1, -i \frac{t}{3} \frac{s_i^2}{v_A^2} \frac{\omega}{\omega_H^i} \sin \vartheta \cos \vartheta \right\}. \quad (2,29)$$

При $T_e \gg T_i$ второе уравнение (2,21) имеет еще одно решение, отвечающее слабозатухающим неизотермическим звуковым волнам (медленная магнитозвуковая волна). Полагая, что $s_i \ll \frac{\omega}{k |\cos \vartheta|} \ll s$, из (2,21) можно найти следующее решение:

$$\eta^2 = \frac{c^2}{v_s^2} \frac{1}{\cos^2 \vartheta}, \quad v_s^2 = \frac{T_e}{M}, \quad (2,30)$$

или же

$$\omega^2 = k^2 v_s^2 \cos^2 \vartheta. \quad (2,31)$$

Затухание неизотермического звука равно

$$\frac{\gamma}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{m}{M}}. \quad (2,32)$$

Вектор поляризации определяется выражением

$$\mathbf{e} = \left\{ \sin \vartheta, -i \frac{v_s^2}{v_A^2} \frac{\omega_H}{\omega} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta, \cos \vartheta \right\}. \quad (2,33)$$

Среднюю энергию и плотность потока энергии для низкочастотных волн в плазме нетрудно найти на основе общих соотношений (1,35) и (1,36). В случае альвеновской и быстрой магнитозвуковой волн почти вся энергия связана с электромагнитным полем волны:

$$W = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{v_A^2} |\mathbf{E}|^2, \quad S = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{v_A} \cos \vartheta |\mathbf{E}|^2, \quad (2,34)$$

$$W = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{v_A^2} |\mathbf{E}|^2, \quad S = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{v_A} |\mathbf{E}|^2. \quad (2,35)$$

В случае медленной магнитозвуковой волны кинетическая энергия частиц плазмы в v_A^2/v_s^2 раз больше энергии поля. Средняя энергия и плотность потока энергии определяются выражениями

$$W = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{a^2 k^2} |\mathbf{E}|^2, \quad S = \frac{1}{8\pi} \frac{v_s \cos \vartheta}{a^2 k^2} |\mathbf{E}|^2. \quad (2,36)$$

§ 3. ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ ВНЕШНИМИ ТОКАМИ

1. Интенсивность возбуждения

Электромагнитные волны в плазме могут возбуждаться внешними токами, при этом энергия тока преобразуется в энергию электромагнитного поля и кинетическую энергию частиц плазмы. Определение интенсивностей возбуждения различных волн внешними токами может представить практический интерес в связи с изучением возможности высокочастотного нагрева плазмы и использованием плазмы, пронизываемой пучком заряженных частиц, в качестве источника микрорадиоволн.

При рассмотрении возбуждения волн в плазме будем исходить из уравнения (1,12), считая внешний ток $\mathbf{j}_0$ заданным. С помощью уравнений Максвелла нетрудно определить приращение энергии во всем объеме плазмы за единицу времени, т. е. интенсивность возбуждения волн в плазме:

$$I \equiv \frac{1}{4\pi} \int \left(\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) d\mathbf{r} = \frac{c}{4\pi} \int [\mathbf{E}\mathbf{H}] ds - \int \mathbf{j}_0 \mathbf{E} d\mathbf{r}. \quad (3,1)$$

В случае безграничной плазмы поверхностный интеграл в (3,1) исчезает. Используя комплексную форму записи, интенсивность возбуждения для безграничной плазмы можно записать в виде

$$I = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \mathbf{j}_0^* \mathbf{E} d\mathbf{r}. \quad (3,2)$$

Полную энергию, передаваемую током плазме, определим, проинтегрировав (3,2) по времени:

$$P = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \int \mathbf{j}_0^* \mathbf{E} d\mathbf{r} dt. \quad (3,3)$$

Разлагая внешний ток $\mathbf{j}_0$ и электрическое поле возбуждаемых волн $\mathbf{E}$ в интегралы Фурье по плоским волнам, передаваемую энергию представим в виде

$$P = -\frac{1}{2(2\pi)^4} \operatorname{Re} \int \mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega}^* \mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega} d\mathbf{k} d\omega. \quad (3,4)$$

Напряженность электрического поля, согласно (1,12), связана с возбуждающим током соотношением

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega} = -\frac{4\pi i}{\omega \Lambda(\omega, \mathbf{k})} \hat{\lambda} \mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega}. \quad (3,5)$$

Как как под действием внешнего тока в плазме возбуждаются собственные волны, для которых справедливо соотношение

$$\lambda_{iz} = e_i e_j^* \operatorname{Sp} \lambda,$$

то

$$P = \frac{1}{8\pi^3} \operatorname{Re} \left(i \int \frac{\operatorname{Sp} \lambda}{\omega \Lambda} |\mathbf{e} \mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega}^*|^2 d\mathbf{k} d\omega \right). \quad (3,6)$$

Учитывая вещественность $\operatorname{Sp} \lambda$, эту формулу можно переписать в виде

$$P = \frac{1}{8\pi^3} \int \frac{\operatorname{Sp} \lambda}{\omega} \frac{\operatorname{Im} \Lambda}{|\Lambda|^2} |\mathbf{e} \mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega}^*|^2 d\mathbf{k} d\omega. \quad (3,7)$$

Величину $\operatorname{Im} \Lambda$ можно связать с величиной электрических потерь в плазме, определяемой выражением ¹²

$$Q = -\frac{i\omega}{8\pi} (\varepsilon_{iz} - \varepsilon_{iz}^*) e_i^* e_j |E|^2. \quad (3,8)$$

Действительно, согласно (1,28) и (1,34) имеем

$$\operatorname{Im} \Lambda = \frac{\operatorname{Sp} \Lambda}{2i} (\varepsilon_{iz} - \varepsilon_{iz}^*) e_i^* e_j. \quad (3,9)$$

Так как для термодинамически устойчивых систем в силу возрастания энтропии $Q > 0$, из сравнения (3,9) с (3,8) следует

$$\frac{\operatorname{Sp} \lambda}{\omega} \operatorname{Im} \Lambda > 0. \quad (3,10)$$

Учитывая это условие и замечая, что в области прозрачности плазмы $|\operatorname{Im} \Lambda|/|\Lambda|^2 \rightarrow \pi \delta(\Lambda)$, для полной энергии, передаваемой током плазме, окончательно получим следующую формулу:

$$P = \frac{1}{8\pi^2} \int \left| \frac{\operatorname{Sp} \lambda}{\omega} \right| |\mathbf{e} \mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega}^*|^2 \delta\{\Lambda(\omega, \mathbf{k})\} d\mathbf{k} d\omega. \quad (3,11)$$

Наиболее интересным является случай, когда внешний ток зависит от времени по гармоническому закону

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}_0(\mathbf{r}) e^{-i\omega_0 t}.$$

В этом случае компонента Фурье тока равна

$$\mathbf{j}_{\mathbf{k}\omega} = 2\pi \delta(\omega - \omega_0) \mathbf{j}_{\mathbf{k}}. \quad (3,12)$$

Замечая, что

$$\delta^2(\omega - \omega_0) \rightarrow \frac{T}{2\pi} \delta(\omega - \omega_0).$$

где T — время взаимодействия ($T \rightarrow \infty$), из (3,11) для средней энергии, передаваемой внешним током плазме за единицу времени, получим следующее выражение:

$$I \equiv \frac{P}{T} = \frac{1}{4\pi} \int \left| \frac{\text{Sp } \lambda}{\omega_0} \right| |\mathbf{e} \mathbf{j} \mathbf{k}^*|^2 \delta \{ \Lambda(\omega_0, \mathbf{k}) \} dk. \quad (3,13)$$

С помощью этой формулы можно рассматривать возбуждение как низкочастотных, так и высокочастотных волн в магнитоактивной плазме^{17, 18}.

2. Возбуждение высокочастотных волн

В качестве примера рассмотрим [возбуждение внешним током высокочастотных волн в магнитоактивной плазме. Для высокочастотных волн

$$\delta \{ \Lambda \} = \frac{1}{|\text{Sp } \lambda|} \left\{ \frac{1}{|e|^2 - |\kappa e|^2} [\delta(\eta^2 - \eta_0^2) + \delta(\eta^2 - \eta_e^2)] + \delta(A) \right\}; \quad (3,14)$$

поэтому полная интенсивность возбуждения (3,13) представляется в виде суммы интенсивностей возбуждения обыкновенной, необыкновенной и ленгмюровской волн:

$$I = I_0 + I_e + I_L, \quad (3,15)$$

$$I_{0,e} = \frac{1}{4\pi\omega_0} \int \frac{|\mathbf{e} \mathbf{j} \mathbf{k}^*|^2}{|e|^2 - |\kappa e|^2} \delta(\eta^2 - \eta_{0,e}^2(\omega_0)) dk,$$

$$I_L = \frac{1}{4\pi\omega_0} \int |\kappa \mathbf{j} \mathbf{k}^*|^2 \delta(A(\omega_0, \mathbf{k})) dk.$$

Условия излучения в (3,15) сводятся к требованию положительности квадратов показателей преломления для возбуждаемых волн. Отметим, что в случае возбуждения ленгмюровской волны существен учет пространственной дисперсии (учет зависимости A от $\mathbf{k}$). Рассмотрим несколько частных случаев¹⁹.

а) **П о в е р х н о с т н ы й т о к.** Если в плоскости, перпендикулярной напряженности внешнего магнитного поля, протекает поверхностный ток $\mathbf{j}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_0 \delta(z)$, то возбуждаемые этим током волны распространяются только вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$. При этом $\kappa \mathbf{j}_0 = 0$ и, следовательно, ленгмюровские волны не возбуждаются. Интенсивности возбуждения обыкновенной и необыкновенной волн, отнесенные к единичной поверхности тока, равны

$$I_{0,e} = \frac{\pi}{2c\eta_{0,e}} j_0^2, \quad \eta_{0,e}^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2. \quad (3,16)$$

Из условия $\eta_{0,e}^2 > 0$ следует, что для возбуждения обыкновенной волны частота внешнего тока ω_0 должна быть либо меньше ω_H , либо больше $\frac{\omega_H}{2} + \sqrt{\frac{\omega_H^2}{4} + \Omega^2}$, в то время как необыкновенная волна возбуждается током, частота которого удовлетворяет неравенству

$$\omega_0 > \sqrt{\frac{1}{4} \omega_H^2 + \Omega^2} - \frac{\omega_H}{2}.$$

Интенсивность возбуждения, определяемая формулой (3,16), обращается в бесконечность при $\eta_{0,e} \rightarrow 0$. Это условие выполняется при частотах

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{4} \omega_H^2 + \Omega^2} \pm \frac{\omega_H}{2}. \quad (3,17)$$

Формула (3,17) определяет частоты, при которых будет происходить сильная передача энергии от внешнего тока плазме.

б) Линейный ток. Если в плоскости, перпендикулярной напряженности внешнего магнитного поля, протекает линейный ток $\mathbf{j}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{j}_0 \delta(x) \delta(z)$, то возбуждаемые волны будут распространяться в плоскости, перпендикулярной направлению внешнего тока $\mathbf{j}_0$. Ленгмюровская волна током не возбуждается, а дифференциальные интенсивности возбуждения обыкновенной и необыкновенной волн током единицы длины равны

$$di_{0,e} = \frac{\omega_0}{4c^2} \frac{\frac{\epsilon_2^2}{(\eta_{0,e}^2 - \epsilon_1)^2}}{\cos^2 \vartheta + \frac{\epsilon_2^2}{(\eta_{0,e}^2 - \epsilon_1)^2} + \frac{\eta_{0,e}^4 \sin^4 \vartheta \cos^2 \vartheta}{(\eta_{0,e}^2 \sin^2 \vartheta - \epsilon_3)^2}} j_0^2 d\vartheta, \quad (3,18)$$

где $\eta_{0,e}^2$ определяется выражением (2,5) при $\omega = \omega_0$. Напомним, что частота внешнего тока ω_0 должна удовлетворять условию $\eta_{0,e}^2 > 0$.

Интенсивность возбуждения волн вдоль магнитного поля ($\vartheta = 0$) равна

$$\frac{di_{0,e}}{d\Omega} = \frac{\omega_0}{8c^2} j_0^2. \quad (3,19)$$

Если $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ и $\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 - \epsilon_1 \epsilon_3 > 0$, то интенсивность возбуждения обыкновенной волны в два раза больше интенсивности (3,19), а интенсивность возбуждения необыкновенной волны равна нулю. В случае $\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 - \epsilon_1 \epsilon_3 < 0$ получим противоположную картину.

в) Радиальный ток. Пусть в плоскости, перпендикулярной напряженности магнитного поля $\mathbf{H}_0$, протекает ток, плотность которого определяется выражением

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & r < r_0, \\ \frac{J}{2\pi r} \frac{\mathbf{r}}{r} \delta(z), & r > r_0, \end{cases}$$

где J — полный ток, протекающий через любую окружность, concentричную окружности с радиусом r_0 .

Интенсивность возбуждения обыкновенной или необыкновенной волны равна

$$dI_{0,e} = \frac{\omega_0^2}{8\pi c^3} \eta_{0,e} \left[\cos^2 \vartheta + \frac{\epsilon_2^2}{(\eta_{0,e}^2 - \epsilon_1)^2} + \frac{\eta_{0,e}^4 \sin^4 \vartheta \cos^2 \vartheta}{(\eta_{0,e}^2 \sin^2 \vartheta - \epsilon_3)^2} \right]^{-1} \times J_0^2 \left(\frac{r_0 \omega_0}{c} \eta_{0,e} \sin \vartheta \right) J^2 d\vartheta, \quad (3,20)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Радиальный ток возбуждает также ленгмюровские колебания. Интенсивность возбуждения ленгмюровской волны равна

$$dI_L = \frac{\omega_0^2}{8\pi c^3} \eta_L \frac{\sin^2 \vartheta}{\psi(\omega_0, \vartheta)} J_0^2 \left(\frac{r_0 \omega_0}{c} \eta_L \sin \vartheta \right) J^2 d\vartheta, \quad (3,21)$$

где η_L — показатель преломления ленгмюровской волны (2,12) при $\omega = \omega_0$. Согласно (3,20) и (3,21) интенсивность возбуждения ленгмюровской волны в c^2/s^2 раз больше интенсивности возбуждения обыкновенной или необыкновенной волны.

§ 4. ФЛУКТУАЦИИ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

1. Корреляционные функции

Перейдем теперь к рассмотрению случайных флуктуаций различных физических величин в плазме, находящейся во внешнем магнитном поле. Будем предполагать, что плазма однородна и устойчива. Рассмотрим прежде всего флуктуации тока в магнитоактивной плазме. Определим

парциальную плотность тока посредством соотношения

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sum e \mathbf{v}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)), \quad (4,1)$$

где $\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ — радиус-вектор и скорость некоторой частицы в момент времени t и суммирование производится по всем частицам, находящимся в единичном объеме. Будем предполагать, что среднее значение тока при отсутствии внешних воздействий равно нулю.

Для характеристики флуктуаций обычно вводятся корреляционные функции, определяемые как средние значения произведений флуктуаций величин в различных точках пространства в различные моменты времени. Если среда пространственно однородна и рассматриваются стационарные состояния системы, то квадратичная пространственно-временная корреляционная функция будет зависеть только от относительного расстояния и абсолютного значения отрезка времени между точками, в которых рассматриваются флуктуации

$$\langle j_i(\mathbf{r}_1, t_1) j_j(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}, t}, \quad (4,2)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ и $t = t_2 - t_1$. Скобки $\langle \dots \rangle$ в левой части равенства обозначают операцию статистического усреднения. Формулу (4,2) следует рассматривать как определение пространственно-временной корреляционной функции $\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}, t}$.

Спектральное распределение пространственно-временной корреляционной функции определим при помощи равенства

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \int \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}, t} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega t} d\mathbf{r} dt. \quad (4,3)$$

Очевидно, среднее значение квадратичного произведения компонент Фурье флуктуирующих величин связано со спектральным распределением корреляционной функции соотношением

$$\langle j_i^*(\mathbf{k}, \omega) j_j(\mathbf{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^4 \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}. \quad (4,4)$$

Если пренебречь взаимодействием между электронами и ионами в плазме, то корреляционные функции для электронного и ионного токов нетрудно найти на основе непосредственного микроскопического расчета^{5, 20, 21}. Действительно, в этом случае отдельные частицы в плазме движутся по винтовым линиям:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{R}(t), \quad \mathbf{R}(t) = \left\{ -\frac{V_{\perp}}{\omega_H} \cos(\omega_H t + \alpha), \frac{V_{\perp}}{\omega_H} \sin(\omega_H t + \alpha), V_{\parallel} t \right\}, \quad (4,5)$$

где $\mathbf{r}_0$ — радиус-вектор, $V_{\perp}$ и $V_{\parallel}$ — поперечная и продольная (по отношению к магнитному полю) составляющие скорости и α — фаза в начальный момент времени $t = 0$.

Подставляя (4,1) в (4,2) и замечая, что среднее значение тока равно нулю, найдем

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t}^0 = \langle \sum e^2 v_i(0) v_j(t) \delta\{\mathbf{r}_0 + \mathbf{R}(0)\} \delta\{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{R}(t)\} \rangle. \quad (4,6)$$

Вводя одночастичную функцию распределения $F_0(\mathbf{v})$, корреляционную функцию (4,6) можно переписать в виде

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t}^0 = e^2 \int v_i(0) v_j(t) \delta\{\mathbf{r} - \mathbf{R}(t) + \mathbf{R}(0)\} F_0(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (4,7)$$

Спектральная плотность корреляционной функции, согласно (4,3), равна

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 = e^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int v_i(0) v_j(t) e^{-i\mathbf{k}\{\mathbf{R}(t) - \mathbf{R}(0)\} + i\omega t} F_0(\mathbf{v}) dt d\mathbf{v}. \quad (4,8)$$

Используя (4,5) и выполняя интегрирование по t , найдем

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 = 2\pi e^2 \sum_n \int \Pi_{ji}(n, \mathbf{v}) \delta(\omega - n\omega_H - k_{\parallel} v_{\parallel}) F_0(\mathbf{v}) dv, \quad (4,9)$$

где тензор Π_{ij} определяется равенством (1,11).

Для нахождения корреляционных функций с учетом самосогласованного взаимодействия между заряженными частицами в плазме введем в материальные уравнения (1,8) сторонние электронный и ионный токи:

$$\mathbf{j}^a = -i\omega \kappa^a \mathbf{E} + \mathbf{j}_{\text{ст}}^a. \quad (4,10)$$

Так как сторонние токи не должны зависеть от самосогласованного взаимодействия, корреляционные функции для них будут такими же, как и для токов невзаимодействующих частиц (4,9). Исключая из (4,10) с помощью уравнений Максвелла самосогласованное поле $\mathbf{E}$, найдем ^{5,22}

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^a = \sum (\delta_{\alpha\gamma} \delta_{im} - 4\pi \kappa_{ih}^a \Lambda_{hm}^{-1})^* (\delta_{\beta\gamma} \delta_{jn} - 4\pi \kappa_{jl}^a \Lambda_{ln}^{-1}) \langle j_m j_n \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0, \quad (4,11)$$

где $\Lambda_{ij}^{-1} = \lambda_{ij}/\Lambda$.

Формула (4,11) устанавливает общую связь между корреляционной функцией для флуктуаций тока с учетом самосогласованного взаимодействия между заряженными частицами в плазме и корреляционной функцией для флуктуаций тока независимых частиц.

Спектральные распределения флуктуаций полного тока и электрического поля в магнитоактивной плазме определяются формулами ^{5,23}

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = (\delta_{im} - 4\pi \kappa_{ih} \Lambda_{hm}^{-1})^* (\delta_{jn} - 4\pi \kappa_{jl} \Lambda_{ln}^{-1}) \langle j_m j_n \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0, \quad (4,12)$$

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{16\pi^2}{\omega^2} \Lambda_{ih}^{-1*} \Lambda_{jl}^{-1} \langle j_h j_l \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0. \quad (4,13)$$

Аналогичным образом нетрудно найти корреляционные функции для флуктуаций всех других величин в плазме.

В равновесном случае, когда функции распределения частиц в плазме являются максвелловскими, корреляционная функция для флуктуаций полного тока невзаимодействующих частиц выражается через тензор диэлектрической проницаемости плазмы:

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 = i \frac{\omega}{4\pi} T (\epsilon_{ij}^* - \epsilon_{ji}). \quad (4,14)$$

В случае максвелловской неизотермической плазмы корреляционные функции для флуктуаций электронного и ионного сторонних токов можно выразить через электронную и ионную поляризуемости плазмы:

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 = i \delta_{\alpha\beta} T_{\alpha} (\kappa_{ij}^{a*} - \kappa_{ji}^a). \quad (4,15)$$

В общем случае при отсутствии термодинамического равновесия корреляционные функции $\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0$ не выражаются через электронную и ионную поляризуемости плазмы κ_{ij}^a , поэтому в неравновесной плазме задание κ_{ij}^a оказывается недостаточным для полного описания флуктуаций, в отличие от случая равновесной или же квазиравновесной неизотермической плазмы.

2. Коллективные когерентные флуктуации.

Эффективная температура

Спектральные распределения корреляционных функций в области прозрачности плазмы имеют резкие дельтаобразные максимумы при частотах ω и векторах $\mathbf{k}$, удовлетворяющих дисперсионному уравнению $\text{Re } \Lambda(\omega, \mathbf{k}) = 0$. Нетрудно установить вид спектральных распределений

корреляционных функций вблизи таких максимумов. Так как в области прозрачности плазмы $\text{Im } \Lambda \ll \text{Re } \Lambda$, то

$$\Lambda_{ik}^{-1*} \Lambda_{jl}^{-1} = \frac{\pi \lambda_{ik}^* \lambda_{jl}}{|\text{Im } \Lambda|} \delta(\Lambda).$$

Замечая далее, что для ω и $\mathbf{k}$, удовлетворяющих дисперсионному условию, справедливо соотношение $\lambda_{ij} = e_i e_j^* \text{Sp } \lambda$, спектральное распределение для флуктуаций электрического поля можно представить в виде

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 8\pi^2 e_i^* e_j \tilde{T} \left| \frac{\text{Sp } \lambda}{\omega} \right| \delta\{\Lambda(\omega, \mathbf{k})\}, \quad (4,16)$$

где величина $\tilde{T}$ определяется равенством

$$\tilde{T} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{\text{Sp } \lambda}{\text{Im } \Lambda} \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 e_i e_j^*. \quad (4,17)$$

В случае равновесной плазмы, используя (4,14) и (3,9), нетрудно убедиться, что величина $\tilde{T}$ равна температуре плазмы T . В общем случае величина $\tilde{T}$ может рассматриваться как эффективная температура, характеризующая среднее значение квадрата амплитуды флуктуационных колебаний электрического поля в плазме. В неравновесной плазме эффективная температура может принимать большие значения. Если состояние плазмы приближается к границе области кинетической неустойчивости, то $\text{Im } \Lambda \rightarrow 0$; при этом эффективная температура неограниченно возрастает^{24, 25}. Используя (3,9), эффективную температуру (4,17) можно представить в виде

$$\tilde{T} = \frac{4\pi}{i\omega} \frac{\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 e_i e_j^*}{(e_{kl}^* - e_{lk}) e_k e_l^*}. \quad (4,18)$$

В частности, для неизотермической плазмы эффективная температура равна

$$\tilde{T} = \frac{\sum_a T_a (\kappa_{ij}^{a*} - \kappa_{ji}^a) e_i e_j^*}{\sum_a (\kappa_{kl}^{a*} - \kappa_{lk}^a) e_k e_l^*}. \quad (4,19)$$

Спектральное распределение корреляционной функции для парциальных токов в области прозрачности плазмы выражается непосредственно через корреляционную функцию для электрического поля:

$$\langle j_i^\alpha j_j^\beta \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \omega^2 \kappa_{ik}^\alpha \kappa_{jl}^\beta \langle E_k E_l \rangle_{\mathbf{k}\omega}. \quad (4,20)$$

Такую связь между корреляционными функциями для парциальных токов и электрического поля можно получить на основе соотношения (4,10), если в этом соотношении опустить сторонний ток. Это говорит о том, что флуктуационные колебания в области максимумов характеризуются не только дисперсией и поляризацией, но и связями между различными величинами, такими же, как и для свободных волн в плазме. Например, магнитное поле, парциальный ток и парциальный заряд связаны с электрическим полем флуктуационной волны соотношениями:

$$\mathbf{H} = \eta[\kappa\mathbf{E}], \quad \mathbf{j}^a = -i\omega\hat{\kappa}^a\mathbf{E}, \quad \mathbf{q}^a = -ik\hat{\kappa}^a\mathbf{E}. \quad (4,21)$$

Поэтому корреляционные функции всех величин в области коллективных флуктуаций выражаются через корреляционную функцию электрического поля.

3. Флуктуации в равновесной и неизоотермической плазме

Определим явный вид корреляционной функции электрического поля для различных флуктуационных волн в области прозрачности плазмы. Поскольку и для высокочастотных и для низкочастотных (при $\omega \ll \omega_H^i$) волн затухание, обусловленное движением ионов, является несущественным по сравнению с затуханием, обусловленным движением электронов, эффективная температура будет равна T_e . Поэтому спектральное распределение для флуктуаций электрического поля (4,16) принимает более простую форму:

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} \equiv e_i^* e_j \langle E^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 8\pi^2 e_i^* e_j T_e \left| \frac{\text{Sp } \lambda}{\omega} \right| \delta \{ \Lambda(\omega, \mathbf{k}) \}. \quad (4,22)$$

Используя в высокочастотной области соотношение (3,14), спектральные распределения для флуктуаций, связанных с обыкновенными и необыкновенными волнами, получим в виде

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 8\pi^2 \frac{e_i^* e_j}{|e|^2 - |\kappa e|^2} \frac{T_e}{|\omega|} \delta(\eta^2 - \eta_{0,e}^2), \quad (4,23)$$

где векторы поляризации определяются выражением (2,6). Спектральное распределение для ленгмюровских флуктуаций определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 4\pi^2 \kappa_i \kappa_j T_e \frac{|\omega^2 - \omega_H^2|}{\omega_+^2 - \omega_-^2} \{ & \delta(\omega - \omega_+) + \delta(\omega + \omega_+) + \\ & + \delta(\omega - \omega_-) + \delta(\omega + \omega_-) \} \end{aligned} \quad (4,24)$$

или же

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 8\pi^2 \kappa_i \kappa_j \frac{T_e}{|\omega|} \frac{\eta_L^2}{A_0} \delta(\eta^2 - \eta_L^2), \quad (4,25)$$

если учесть дисперсию ленгмюровских волн.

Аналогичным образом нетрудно определить корреляционные функции для электрического поля в области низкочастотных флуктуаций. Так, спектральное распределение для альвеновских флуктуаций имеет вид

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 4\pi^2 e_i^* e_j T_e \frac{v_A^2}{c^2} \{ \delta(\omega - kv_A \cos \vartheta) + \delta(\omega + kv_A \cos \vartheta) \}, \quad (4,26)$$

где вектор e_A определяется выражением (2,25). Магнитозвуковые флуктуации электрического поля характеризуются спектральными распределениями:

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 4\pi^2 e_i^* e_j T_e \frac{v_A^2}{c^2} \{ \delta(\omega - kv_A) + \delta(\omega + kv_A) \}, \quad (4,27)$$

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 4\pi^2 e_i^* e_j T_e a^2 k^2 \{ \delta(\omega - kv_s \cos \vartheta) + \delta(\omega + kv_s \cos \vartheta) \}, \quad (4,28)$$

где векторы e_M и e_s соответственно равны (2,29) и (2,33). Отметим, что спектральные распределения для низкочастотных флуктуаций пропорциональны квадрату отношения фазовой скорости соответствующей волны к скорости света в вакууме.

4. Флуктуации в неравновесной плазме

В качестве примера неравновесной системы рассмотрим плазму, сквозь которую проходит (со скоростью u , направленной вдоль магнитного поля) скомпенсированный пучок заряженных частиц. Если распределения частиц в покоящейся плазме и пучке максвелловские с температурами

T и T' , то компоненты тензора диэлектрической проницаемости равны

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum \frac{\Omega^2}{\omega^2} \left\{ e^{-\beta} \sum_n \frac{z_0}{z_n} \pi_{ij}(z_n) [\varphi(z_n) - i \sqrt{\pi} z_n e^{-z_n^2}] - 2z_0^2 h_i h_j \right\} - \\ - \sum \frac{\Omega'^2}{\omega^2} \left\{ e^{-\beta'} \sum_n \frac{y_0}{y_n} \pi_{ij}(z'_n) [\varphi(y_n) - i \sqrt{\pi} y_n e^{-y_n^2}] - 2z_0'^2 h_i h_j \right\}, \quad (4,29)$$

где

$$y_n = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega - n\omega_H - k_{||}u}{|k_{||}|s'}.$$

Штрихами отмечены величины, относящиеся к пучку.

Спектральное распределение флуктуаций тока свободных частиц определяется выражением

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}^0 = \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{e^2}{|k_{||}|} \left\{ \sum n_0 s e^{-\beta} \sum_n \pi_{ji}(z_n) e^{-z_n^2} + \right. \\ \left. + \sum n'_0 s' e^{-\beta'} \sum_n \pi_{ji}(z'_n) e^{-y_n^2} \right\}. \quad (4,30)$$

Используя (4,29) и (4,30), согласно (4,16) можно найти спектральное распределение флуктуаций поля в системе плазма — пучок. В дальнейшем ограничимся рассмотрением пучка малой плотности ($n'_0 \ll n_0$). В этом случае влиянием пучка на дисперсию волн в плазме можно пренебречь. Влияние пучка будет, однако, существенным образом сказываться на эффективной температуре флуктуационных колебаний.

В высокочастотной области при рассмотрении дисперсии волн можно пренебречь также тепловым движением частиц. Спектральное распределение флуктуаций поля при этом будет определяться формулой

$$\langle E_i E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = 8\pi^2 \frac{\tilde{T}}{|\omega|} \left\{ \frac{e_i^* e_j}{|e|^2 - |\kappa e|^2} [\delta(\eta^2 - \eta_0^2) + \delta(\eta^2 - \eta_e^2)] + \kappa_i \kappa_j \delta(A) \right\}. \quad (4,31)$$

Так как затухание волн в холодной плазме отсутствует, при вычислении эффективной температуры, входящей в (4,31), необходимо учитывать как тепловое движение электронов в плазме, так и наличие пучка. (Тепловым движением ионов как в пучке, так и в покоящейся плазме можно пренебречь.)

Используя (4,29) и (4,30), эффективную температуру для высокочастотных флуктуационных колебаний можно представить в виде ²⁶

$$\tilde{T} = T \frac{R(\omega, \mathbf{k})}{\left| 1 - \frac{u}{\tilde{u}} \cos \vartheta \right|}, \quad (4,32)$$

где

$$R(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1 + \frac{n'_0}{n_0} \left(\frac{T}{T'} \right)^{\frac{1}{2}} K}{1 + \frac{n'_0}{n_0} \left(\frac{T}{T'} \right)^{\frac{3}{2}} K}, \quad \tilde{u} = \frac{\omega}{k} \left[1 + \frac{n_0}{n'_0} \left(\frac{T'}{T} \right)^{\frac{3}{2}} K^{-1} \right]. \quad (4,33)$$

Величина K в случае флуктуационных ленгмюровских колебаний равна

$$K = e^{\beta - \beta'} \frac{\sum_n I_n(\beta') e^{-y_n^2}}{\sum_n I_n(\beta) e^{-z_n^2}}. \quad (4,34)$$

Для флуктуационных обыкновенных и необыкновенных электромагнитных волн имеем

$$K = e^{\beta - \beta'} \frac{\sum_n \left\{ \left[q'^2 + (n^2 + \beta'^2) \frac{\varepsilon_2^2}{(\eta^2 - \varepsilon_1)^2} \right] I_n(\beta') - 2\beta' q' \frac{\varepsilon_2}{\eta^2 - \varepsilon_1} I_n'(\beta') \right\} e^{-y_n^2}}{\sum_n \left\{ \left[q^2 + (n^2 + \beta^2) \frac{\varepsilon_2^2}{(\eta^2 - \varepsilon_1)^2} \right] I_n(\beta) - 2\beta q \frac{\varepsilon_2}{\eta^2 - \varepsilon_1} I_n'(\beta) \right\} e^{-z_n^2}}, \quad (4,35)$$

$$q = n + \beta \frac{\varepsilon_2}{\eta^2 - \varepsilon_1} + \sqrt{2\beta} \frac{k_{||}}{|k_{||}|} \frac{\eta^2 \sin \vartheta \cos \vartheta}{\eta^2 \sin^2 \vartheta - \varepsilon_3} z_n.$$

Величина $\tilde{u}$ играет роль критической скорости, при достижении которой флуктуации в плазме неограниченно возрастают и плазма становится неустойчивой. В предельном случае $\eta^2 \gg 1$ выражение (4,35) совпадает с (4,34). Заметим также, что при $\eta^2 \gg 1$ спектральное распределение для флуктуаций обыкновенной или необыкновенной волны совпадает с распределением для флуктуационных ленгмюровских колебаний.

Эффективная температура для низкочастотных флуктуационных колебаний в магнитоактивной плазме, пронизываемой пучком заряженных частиц, определяется формулой

$$\tilde{T} = \frac{T}{\left| 1 - \frac{u}{\tilde{u}} \cos \vartheta \right|}, \quad (4,36)$$

в которой критические скорости для альвеновских, быстрых и медленных магнитозвуковых флуктуаций соответственно равны

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}_A &= \frac{\omega}{k} \left\{ 1 + \frac{n_0}{n'_0} \sqrt{\frac{T}{T'}} \frac{\sin^4 \vartheta + \cos^4 \vartheta}{\cos^4 \vartheta + \left(\frac{T}{T'} - \cos^2 \vartheta \right)^2} e^{y_0^2/2} \right\}, \\ \tilde{u}_M &= \frac{\omega}{k} \left\{ 1 + \frac{n_0}{n'_0} \sqrt{\frac{T}{T'}} \frac{e^{y_0^2/2}}{1 + \left(1 - \frac{T}{T'} \right)^2} \right\}, \\ \tilde{u}_s &= \frac{\omega}{k} \left\{ 1 + \frac{n_0}{n'_0} \left(\frac{T'}{T} \right)^{3/2} e^{y_0^2/2} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (4,37)$$

Спектральные распределения низкочастотных флуктуаций в неравновесной плазме будут определяться формулами (4,26) — (4,28), в которых вместо T_e следует подставить эффективную температуру (4,36).

§ 5. РАССЕЯНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

1. Поле рассеянных волн. Сечения рассеяния и трансформации

При распространении электромагнитных волн в плазме возможно рассеяние этих волн, обусловленное тепловыми флуктуациями. Так как спектр флуктуаций, помимо основного максимума при малых частотах, характеризуется максимумами при частотах, отвечающих собственным

колебаниям плазмы, то, кроме некогерентного рассеяния электромагнитных волн с малым изменением частоты, возможно комбинационное рассеяние, сопровождающееся изменением частоты рассеянной волны на величину, равную частоте собственных колебаний плазмы^{27, 22}. Взаимодействие распространяющихся в плазме волн с флуктуационными колебаниями может приводить также к взаимному превращению (трансформации) волн. Интенсивности комбинационного рассеяния и трансформации волн определяются величиной флуктуаций. В неравновесных условиях эти интенсивности могут аномально возрастать, если плазма находится вблизи области кинетической неустойчивости.

Электромагнитное поле в плазме определяется системой уравнений (1,1) — (1,2). Если пренебречь нелинейными членами в кинетическом уравнении и считать внешние токи отсутствующими ($\mathbf{j}_0 = 0$), то система (1,1) — (1,2) сведется к следующему линейному уравнению для электрического поля:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (5,1)$$

Решения уравнения (5,1) удовлетворяют принципу суперпозиции и описывают различные колебания, независимо распространяющиеся в плазме.

В действительности вследствие нелинейности системы (1,1) — (1,2) различные колебания распространяются в плазме не независимо друг от друга, а взаимодействуют между собой. Взаимодействие между колебаниями приводит к различным процессам рассеяния и трансформации волн в плазме^{28–33}.

Обозначим поле падающей волны через $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$. Это поле будем считать удовлетворяющим уравнению (5,1). Благодаря взаимодействию падающей волны с флуктуационным полем возникают рассеянные волны. Суммарное электрическое поле представим в виде

$$\mathbf{E}_{\text{сумм}} = \mathbf{E}_0 + \delta \mathbf{E} + \mathbf{E},$$

где $\delta \mathbf{E}$ — флуктуационное поле и $\mathbf{E}$ — поле рассеянных волн. Учитывая нелинейные члены в кинетическом уравнении (1,1), для поля рассеянных волн получим уравнение

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \quad (5,2)$$

где $\mathbf{J}$ — ток, обусловленный полем падающей волны и флуктуациями в плазме. Если падающая волна является плоской монохроматической волной

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - i\omega_0 t},$$

то компоненты Фурье тока $\mathbf{J}$ равны

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{\mathbf{k}\omega} = & - \sum \frac{e^2}{m\omega_H} \int \left\{ \left[\left(\mathbf{E}_0 + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}_0] \right) \frac{\partial \delta f_{\mathbf{q}\Delta\omega}}{\partial \mathbf{v}} + \right. \right. \\ & + \left(\delta \mathbf{E}_{\mathbf{q}\Delta\omega} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \delta \mathbf{H}_{\mathbf{q}\Delta\omega}] \right) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \left. \right] \times \\ & \times e^{-\frac{i}{\omega_H} \int_0^{\varphi} (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi} \int_0^{\varphi} \mathbf{v} e^{\frac{i}{\omega_H} \int_0^{\varphi} (\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega) d\varphi} d\varphi \left. \right\} d\mathbf{v}, \quad (5,3) \end{aligned}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0, \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0.$$

Учитывая большое различие масс электронов и ионов, в (5,3) можно ограничиться учетом только электронной составляющей.

Уравнение (5,2) описывает все процессы рассеяния и трансформации волн в магнитоактивной плазме. Используя результаты § 3, нетрудно найти среднее приращение энергии поля рассеянных волн в единицу времени. Замечая, что

$$\langle \mathbf{J}_{\mathbf{k}\omega}^* \mathbf{J}_{\mathbf{k}\omega} \rangle = TV \langle \mathbf{J} \mathbf{J} \rangle_{\mathbf{k}\omega}, \quad (5,4)$$

где скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение, V — объем плазмы и T — время взаимодействия, среднюю интенсивность излучения, согласно (3,11), можно представить в виде

$$I = \frac{V}{8\pi^2} \int \left| \frac{\text{Sp} \lambda}{\omega} \right| \langle |\mathbf{e} \mathbf{J}^*|^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega} \delta \{ \Lambda(\omega, \mathbf{k}) \} d\omega dk. \quad (5,5)$$

Разделив интенсивность излучения I на плотность потока энергии в направлении распространения падающей волны S_0 и величину рассеивающего объема V , можно найти сечение (коэффициент) рассеяния или трансформации волн:

$$\Sigma = \frac{I}{VS_0}. \quad (5,6)$$

Заметим, что сечение можно определить иначе, понимая под S_0 в (5,6) полный поток энергии. Результаты при этом будут отличаться только нормировкой.

2. Возбуждение высокочастотных волн

Если в результате процесса рассеяния или трансформации образуются высокочастотные волны, то интенсивность излучения равна

$$I = \frac{V}{8\pi^2} \int \frac{1}{|\omega|} \langle |\mathbf{e} \mathbf{J}^*|^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega} \left\{ \frac{1}{|\mathbf{e}|^2 - |\mathbf{ze}|^2} [\delta(\eta^2 - \eta_0^2) + \delta(\eta^2 - \eta_e^2)] + \delta(A) \right\} d\omega dk. \quad (5,7)$$

Первое слагаемое в фигурных скобках (5,7) описывает приращение энергии высокочастотных электромагнитных волн в плазме, второе слагаемое — приращение энергии рассеянных ленгмюровских волн. Из законов сохранения энергии и импульса

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{q} \quad (5,8)$$

следует, что высокочастотные волны могут возбуждаться как высокочастотными, так и низкочастотными падающими волнами. В случае падения высокочастотной волны флуктуации могут быть как низкочастотными, так и высокочастотными. Если же падающая волна низкочастотная, то она может трансформироваться в высокочастотную волну только при взаимодействии с высокочастотными флуктуациями.

Так как в случае высокочастотных волн в плазме фазовые скорости значительно больше тепловой скорости электронов, выражение для тока $\mathbf{J}_{\mathbf{k}\omega}$ можно упростить, разложив подынтегральное выражение в (5,3) по степеням $\frac{k v}{\omega}$. В результате мы получим

$$\begin{aligned} J_i(\mathbf{k}, \omega) = & i\omega \kappa_{ij} \left\{ \delta_{jk} \frac{\delta n(\mathbf{q}, \Delta\omega)}{n_0} + \right. \\ & + \frac{1}{\omega_0} \left[k_j^0 \delta_{kl} - \delta_{jk} k_l^0 - 4\pi \frac{\omega_0^2}{\Omega^2} (\kappa_{jk}^0 k_l + \delta_{jl} k_m \kappa_{mk}^0) \right] \delta v_l(\mathbf{q}, \Delta\omega) - \\ & \left. - \frac{i}{en_0} \left[k_l^0 \kappa_{lk}^0 \delta E_j(\mathbf{q}, \Delta\omega) + \frac{\omega_0}{c} \varepsilon_{jlm} \kappa_{lk}^0 \delta H_m(\mathbf{q}, \Delta\omega) \right] \right\} E_k^0, \end{aligned} \quad (5,9)$$

где δn и δv — флуктуации плотности и макроскопической скорости электронов, δE и δH — флуктуации электрического и магнитного полей в плазме. Выражение (5,9) непосредственно следует также и из гидродинамического рассмотрения.

С помощью (5,9) можно исследовать следующие процессы рассеяния и трансформации высокочастотных волн в магнитоактивной плазме: рассеяние электромагнитных (обыкновенных и необыкновенных) волн, трансформацию электромагнитных волн в ленгмюровские волны, рассеяние ленгмюровских волн и трансформацию ленгмюровских волн в электромагнитные волны. Кроме того, на основе (5,9) можно исследовать трансформацию низкочастотных волн в высокочастотные волны.

3. Рассеяние и трансформация электромагнитных волн на некогерентных флуктуациях

Рассеяние электромагнитных волн с малым изменением частоты ($\Delta\omega \ll \omega_0$) в плазме при наличии магнитного поля, так же как и в отсутствие поля, происходит в основном на флуктуациях плотности электронов. Пренебрегая рассеянием на флуктуациях скорости электронов, электрического и магнитного полей, дифференциальное сечение рассеяния можно записать в виде

$$d\Sigma_{E \rightarrow E} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\Omega^4} N \langle \delta n^2 \rangle_{q\Delta\omega} d\omega d\phi, \quad (5,10)$$

где

$$N = \eta^3 |e^* (\epsilon_0 - 1) e_0|^2 / \eta_0 (|e_0|^2 - |\kappa_0 e_0|^2) (e^* \hat{\epsilon} e),$$

e_0 и e — векторы поляризации падающей и рассеянной волн. Множитель N зависит от направлений распространения падающей и рассеянной волн по отношению к магнитному полю (углы ϑ_0 и ϑ), а также от разности азимутальных углов волновых векторов k_0 и k (угол ϕ).

Легко проследить переход формулы (5,10) в соответствующее выражение для дифференциального сечения рассеяния в изотропной плазме²². Действительно, при $H_0 = 0$ имеем

$$\epsilon_{ik}^0 - \delta_{ik} = -\frac{\Omega^2}{\omega_0^2} \delta_{ik}, \quad \kappa_0 e_0 = \kappa e = 0, \quad \eta_0 = \sqrt{\epsilon(\omega_0)}.$$

Следовательно, $N = \frac{\Omega^4}{\omega_0^4} e_{0\perp}^2 (e_{0\perp} - \text{перпендикулярная по отношению к } k \text{ составляющая вектора поляризации } e_0)$ и выражение (5,10) после усреднения по различным ориентациям вектора e_0 переходит в формулу (10,20) работы⁵.

Спектральное распределение для флуктуаций плотности электронов в общем случае неизотермической магнитоактивной плазмы определяется выражением

$$e^2 \langle \delta n^2 \rangle_{q\Delta\omega} = \frac{2}{\Delta\omega} \text{Im} \{ T_e (q_m - 4\pi q_i \kappa_{ik}^e \Lambda_{km}^{-1})^* \times \\ \times (q_n - 4\pi q_j \kappa_{jl}^e \Lambda_{ln}^{-1}) \kappa_{mn}^{e*} + 16\pi^2 T_i (q_i \kappa_{ik}^e \Lambda_{km}^{-1})^* q_j \kappa_{jl}^e \Lambda_{ln}^{-1} \kappa_{mn}^{i*} \}. \quad (5,11)$$

Если $\Delta\omega^2 \ll q^2 c^2$, то корреляционная функция (5,11) существенно упрощается и принимает такой же вид, как и для свободной плазмы:

$$e^2 \langle \delta n^2 \rangle_{q\Delta\omega} = \frac{2q^2}{\Delta\omega |\epsilon|^2} \{ T_e |1 + 4\pi \kappa^i|^2 \text{Im} \kappa^e + 16\pi^2 T_i |\kappa^e|^2 \text{Im} \kappa^i \}, \quad (5,12)$$

где под κ и ε следует понимать продольные составляющие соответствующих тензоров.

Если изменение волнового вектора при рассеянии $\mathbf{q}$ параллельно $\mathbf{H}_0$, то спектр рассеянного излучения имеет такие же характерные частоты, как и в изотропной плазме. Интенсивность рассеяния существенно зависит от величины магнитного поля. Если направление $\mathbf{q}$ не совпадает с направлением $\mathbf{H}_0$, то магнитное поле влияет и на спектр рассеянного излучения.

В случае изотермической плазмы спектр рассеянного излучения при углах между $\mathbf{q}$ и $\mathbf{H}_0$, отличных от $\frac{\pi}{2}$, характеризуется резким максимумом при $\Delta\omega = 0$, так же как и в отсутствие магнитного поля. Этот максимум обусловлен взаимодействием электромагнитной волны с некогерентными флуктуациями плотности электронов в плазме. Взаимодействием падающей волны с флуктуациями скорости электронов, электрического и магнитного полей при малых смещениях частоты можно пренебречь. Хотя рассеяние происходит на флуктуациях плотности электронов, доплеровское уширение основного максимума определяется тепловой скоростью ионов, так как между электронами и ионами имеет место взаимодействие посредством самосогласованного поля.

При $T_e = T_i$ и $\omega_0 \gg \omega_{\pm}$ ($\omega_{\pm}$ — частоты ленгмюровских колебаний плазмы в магнитном поле) можно найти интегральный коэффициент рассеяния электромагнитных волн в плазме, воспользовавшись дисперсионным соотношением для (5,11). Интегральный коэффициент рассеяния оказывается равным

$$d\Sigma = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^4}{\Omega^4} N_{\omega=\omega_0} \frac{1+a^2q^2}{2+a^2q^2} d\omega. \quad (5,13)$$

При $a^2q^2 \gg 1$ формула (5,13) может рассматриваться как обобщение известной формулы Рэля на случай магнитоактивной среды.

В неизотермической плазме максимум в спектре рассеянного излучения, обусловленный взаимодействием с некогерентными флуктуациями, сильно понижается. В сильно неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$) высота максимума в $\sqrt{\frac{M}{m}}$ раз меньше по сравнению с изотермическим случаем.

Вследствие взаимодействия электромагнитных волн с флуктуациями плотности в плазме возможна также трансформация этих волн в ленгмюровские волны. Согласно (5,7) дифференциальное сечение трансформации обыкновенной или необыкновенной волны в ленгмюровскую волну при $\Delta\omega \ll \omega_0$ равно

$$d\Sigma_{E \rightarrow L} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\Omega^4} \frac{\eta_L^3 |\kappa(\hat{\mathbf{e}}_0 - 1) \mathbf{e}_0|^2}{\eta_0 (|\mathbf{e}_0|^2 - |\kappa_0 \mathbf{e}_0|^2) (\kappa \hat{\mathbf{e}} \kappa)} \langle \delta n^2 \rangle_{q\Delta\omega} d\omega d\mathbf{o}. \quad (5,14)$$

Так же как и при рассеянии, в случае трансформации электромагнитных волн с малым изменением частоты главную роль играет взаимодействие с некогерентными флуктуациями. При $H_0 \rightarrow 0$ формула (5,14) переходит в выражение (10,40) работы ⁵.

Отношение коэффициента трансформации (5,14) к коэффициенту рассеяния (5,10) по порядку величины равно c^3/s^3 . Поэтому в области частот ω_0 , близких к ω_+ (ϑ_0) и ω_- (ϑ_0), поглощение, связанное с трансформацией электромагнитных волн в ленгмюровские, более существенно, чем рассеяние электромагнитных волн.

Отметим, что формула (5,14) непосредственно может быть получена из формулы (5,10), если в последней под рассеянной волной понимать ленгмюровскую волну с $\eta = \eta_L$ и $\mathbf{e} = \kappa$.

4. Рассеяние и трансформация волн на когерентных флуктуациях

Кроме основного максимума при $\Delta\omega = 0$ в спектре рассеянного излучения имеются также максимумы, связанные с рассеянием и трансформацией электромагнитных волн на когерентных (коллективных) флуктуациях в плазме.

Ток, индуцирующий рассеянные волны (5,9), в случае когерентных флуктуаций можно выразить, используя (4,21), только через флуктуации электрического поля. Таким образом, коррелятор тока, входящий в общую формулу для интенсивности излучаемых волн (5,7), можно представить в виде

$$\langle |\mathbf{e}\mathbf{J}^*|^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{\omega^2 \Delta\omega^2}{c^2 n_0^2 c^2} |\mathbf{B}|^2 \langle |\delta\mathbf{E}|^2 \rangle_{\mathbf{q}\Delta\omega} |\mathbf{E}_0|^2, \quad (5,15)$$

где

$$\begin{aligned} B = e_i^* \kappa_{ij} \{ & \tilde{\eta} e_j^0 \tilde{\kappa}_k^0 \tilde{\kappa}_{kl}^0 \tilde{e}_l + \eta_0 (\kappa_j^0 e_k^0 - e_j^0 \kappa_k^0) \tilde{\kappa}_{kl}^0 \tilde{e}_l + \\ & + \frac{\omega_0}{\Delta\omega} [\eta^0 \tilde{e}_j \kappa_k^0 \kappa_{kl}^0 \tilde{e}_l^0 + \tilde{\eta} (\tilde{\kappa}_j \tilde{e}_k - \tilde{e}_j \tilde{\kappa}_k) \kappa_{kl}^0 \tilde{e}_l^0] - \\ & - 4\pi\eta \frac{\omega_0 \omega}{\Omega^2} [\kappa_{jk}^0 e_k^0 \kappa_{il}^0 \tilde{\kappa}_{lm}^0 \tilde{e}_m + \tilde{\kappa}_{jk}^0 \tilde{e}_k \kappa_{il}^0 \kappa_{lm}^0 \tilde{e}_m] \}. \end{aligned} \quad (5,16)$$

Здесь $\mathbf{e}^0$, κ^0 и η^0 — вектор поляризации, единичный вектор в направлении распространения и показатель преломления падающей волны; $\tilde{\mathbf{e}}$, $\tilde{\kappa}$, $\tilde{\eta}$ и $\mathbf{e}$, κ , η — соответствующие величины для флуктуационной и рассеянной волн. Напомним, что частоты и волновые векторы для падающей, рассеянной и флуктуационной волн связаны между собой соотношениями

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{q}, \quad (5,8)$$

выражающими собой законы сохранения энергии и импульса. Зная спектральные распределения когерентных флуктуаций, а также свойства падающей и возбуждаемых волн, в (5,15) нетрудно выделить основные слагаемые, ответственные за переходы определенного типа.

5. Рассеяние и трансформация электромагнитных волн на ленгмюровских флуктуациях

Рассмотрим прежде всего рассеяние и трансформацию электромагнитных волн на высокочастотных ленгмюровских флуктуациях. Будем считать, что показатель преломления флуктуационных ленгмюровских колебаний $\tilde{\eta} \gg 1$, в то время как показатель преломления падающей волны η_0 и рассеянной волны η порядка единицы. Из законов сохранения (5,8) следует, что $\omega \cong \omega_0 \gg \Delta\omega$. При этом легко убедиться, что основную роль играет взаимодействие падающей волны с флуктуациями плотности электронов (первое слагаемое в (5,16)). Поэтому сечение рассеяния электромагнитных волн будет определяться формулой (5,10). Спектральное распределение (5,12) в случае $a^2 q^2 \ll 1$ обладает дельтаобразными максимумами при частотах $\omega_+ (\tilde{\theta})$ и $\omega_- (\tilde{\theta})$, где $\tilde{\theta}$ — угол между $\mathbf{q}$ и $\mathbf{H}_0$, связанный с углами θ_0 , θ и φ соотношением

$$\operatorname{tg}^2 \tilde{\theta} = \frac{k_0^2 \sin^2 \theta_0 + k^2 \sin^2 \theta + 2k_0 k \sin \theta_0 \sin \theta \cos \varphi}{(k_0 \cos \theta_0 - k \cos \theta)^2}. \quad (5,17)$$

Сечение рассеяния электромагнитных волн при смещениях частот $\Delta\omega$, близких к частотам ленгмюровских колебаний $\omega_{\pm}(\tilde{\theta})$, имеет вид

$$d\Sigma_{E \rightarrow \tilde{L} \rightarrow E} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\Omega^4} a^2 q^2 N \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\theta. \quad (5,18)$$

Сечение трансформации электромагнитных волн на ленгмюровских флуктуациях в ленгмюровские волны равно

$$d\Sigma_{E \rightarrow \tilde{L} \rightarrow L} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\Omega^4} a^2 q^2 \frac{\eta_L^3 |\kappa \hat{Q}^L e_0|^2}{\eta_0 (|e_0|^2 - |\kappa e_0|^2) (\kappa \hat{e} \kappa)} \times \\ \times \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \{ \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \\ + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\theta, \quad (5,19)$$

где

$$Q_{ij}^L = (\epsilon_{ik} - \delta_{ik}) \left\{ \delta_{kj} + \frac{\omega_0 \Delta\omega}{\Omega^2} [(\epsilon_{kj}^0 - \delta_{kj}) \kappa_l (\tilde{\epsilon}_{lm} - \delta_{lm}) \tilde{\kappa}_m + \right. \\ \left. + (\tilde{\epsilon}_{kl} - \delta_{kl}) \tilde{\kappa}_l \kappa_m (\epsilon_{mj}^0 - \delta_{mj})] \right\}.$$

В случае неравновесной плазмы (например, плазмы, пронизываемой пучком заряженных частиц) в сечениях (5,18) и (5,19) необходимо учесть добавочный множитель $R (1 - \frac{u}{u} \cos \tilde{\theta})^{-1}$, обусловленный заменой температуры T эффективной температурой (4,32).

Относительный вклад комбинационного рассеяния на ленгмюровских флуктуациях (5,18) в интегральное сечение рассеяния (5,13) в равновесной плазме составляет величину порядка $a^2 q^2$. Однако в неравновесных условиях сечение комбинационного рассеяния электромагнитных волн, так же как и сечение трансформации электромагнитных волн в ленгмюровские волны, может аномально возрастать в случае, если плазма находится вблизи области кинетической неустойчивости ³⁴⁻³⁷ (см. также ³⁸⁻⁴¹).

6. Рассеяние и трансформация электромагнитных волн на низкочастотных флуктуациях

В магнитоактивной плазме комбинационное рассеяние электромагнитных волн возможно также на низкочастотных магнитозвуковых и альвеновских флуктуациях. Используя общее выражение для интенсивности (5,7) и формулы для спектральных распределений низкочастотных флуктуаций (4,26) — (4,28), нетрудно исследовать различные конкретные случаи рассеяния и трансформации.

В неизотермической плазме наиболее существенными оказываются процессы рассеяния и трансформации электромагнитных волн на медленных магнитозвуковых флуктуациях. В этом случае в (5,9) главную роль играют флуктуации плотности. Сечения рассеяния и трансформации электромагнитных волн на медленных магнитозвуковых флуктуациях определяются выражением

$$d\Sigma_{\substack{E \rightarrow \tilde{S} \\ E \rightarrow \tilde{L}}}^E = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^4}{\Omega^4} \frac{\eta^3 |e^* (\hat{e} - 1) e_0|^2}{\eta_0 (|e_0|^2 - |\kappa_0 e_0|^2) (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - qv_s \cos \tilde{\theta}) + \delta(\Delta\omega + qv_s \cos \tilde{\theta}) \} d\omega d\theta, \quad (5,20)$$

где под η и $\mathbf{e}$ следует понимать показатель преломления и вектор поляризации соответственно для обыкновенной, необыкновенной или ленгмюровской волн. Дифференциальное сечение рассеяния (5,20) отличается от соответствующего сечения в изотропной плазме (см. формулу (10,32) в ⁵) только видом дисперсии для неизоотермических флуктуаций.

Отношение сечения рассеяния электромагнитных волн на медленных магнитозвуковых флуктуациях, проинтегрированного по частотам, в сильно неизоотермической плазме к (5,13) составляет величину порядка единицы. Поэтому в сильно неизоотермической плазме основная линия в спектре рассеянного излучения расщепляется на две линии, связанные с рассеянием на медленных магнитозвуковых флуктуациях.

В случае рассеяния и трансформации электромагнитных волн на быстрых магнитозвуковых флуктуациях кроме флуктуаций плотности необходимо учитывать флуктуации магнитного поля. Соответствующие сечения рассеяния и трансформации электромагнитных волн равны

$$d\Sigma_{E \rightarrow \tilde{M} \rightarrow L}^E = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^2}{\Omega^4} \frac{v_s^2}{v_A^2} \frac{\eta^3 |\mathbf{e}^* \hat{Q}^M \mathbf{e}_0|^2}{\eta_0 (|\mathbf{e}_0|^2 - |\kappa_0 \mathbf{e}_0|^2) (\mathbf{e}^* \hat{\mathbf{e}} \mathbf{e})} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - qv_A) + \delta(\Delta\omega + qv_A) \} d\omega d\mathbf{o}, \quad (5,21)$$

где

$$Q_{ij}^M = (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) \left\{ -i\delta_{kj} \sin \tilde{\vartheta} + \frac{\omega_0 \omega_H}{\Omega^2} (\tilde{\kappa}_k \tilde{e}_l - \tilde{\kappa}_l \tilde{e}_k) (\varepsilon_{lj}^0 - \delta_{lj}) \right\}.$$

Отношение сечения рассеяния (5,21), проинтегрированного по частотам, к (5,13) по порядку величины равно v_s^2/v_A^2 .

В случае рассеяния и трансформации электромагнитных волн на альвеновских флуктуациях главную роль играют флуктуации магнитного поля, так как альвеновские колебания не сопровождаются изменением плотности. Сечения рассеяния и трансформации электромагнитных волн на альвеновских флуктуациях равны

$$d\Sigma_{E \rightarrow \tilde{A} \rightarrow L}^E = \frac{1}{6} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^6}{\Omega^6} \frac{s^2}{c^2 \cos^2 \tilde{\vartheta}} \times \\ \times \frac{\eta^3 |\mathbf{e}^* \hat{Q}^A \mathbf{e}_0|^2}{\eta_0 (|\mathbf{e}_0|^2 - |\kappa_0 \mathbf{e}_0|^2) (\mathbf{e}^* \hat{\mathbf{e}} \mathbf{e})} \{ \delta(\Delta\omega - qv_A \cos \tilde{\vartheta}) + \\ + \delta(\Delta\omega + qv_A \cos \tilde{\vartheta}) \} d\omega d\mathbf{o}, \quad (5,22)$$

где

$$Q_{ij}^A = (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) (\tilde{\kappa}_k \tilde{e}_l - \tilde{\kappa}_l \tilde{e}_k) (\varepsilon_{lj}^0 - \delta_{lj}).$$

Формула (5,22) справедлива как для изотермического, так и для неизоотермического случая.

Отношение сечения рассеяния электромагнитных волн на альвеновских флуктуациях, проинтегрированного по частотам, к (5,13) составляет величину порядка s^2/c^2 .

Сечения рассеяния и трансформации электромагнитных волн на низкочастотных флуктуациях, так же как и в случае ленгмюровских флуктуаций, могут сильно возрастать в неравновесной плазме, если последняя находится вблизи области кинетической неустойчивости.

§ 6. РАССЕЯНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

1. Рассеяние и трансформация на некогерентных флуктуациях

Общие формулы (5,7) и (5,9) позволяют также исследовать рассеяние ленгмюровских волн и трансформацию ленгмюровских волн в высокочастотные электромагнитные волны. Выбирая в качестве падающей волны ленгмюровскую волну и используя для плотности падающего потока энергии выражение (2,17), с помощью (5,7) нетрудно найти конкретные выражения для сечений различных процессов рассеяния и трансформации.

В случае рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на некогерентных флуктуациях в изотермической плазме, так же как и при рассеянии высокочастотных электромагнитных волн, главную роль играет взаимодействие падающей волны с флуктуациями плотности. Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на некогерентных флуктуациях равны

$$d\Sigma \begin{matrix} \nearrow L \\ \searrow E \end{matrix} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^4}{\Omega^4} \frac{\eta^3 |e^* (\hat{e} - 1) \kappa_0|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e)} \langle \delta n^2 \rangle_{q\Delta\omega} d\omega d\phi, \quad (6,1)$$

где η и e в случае рассеяния определяются выражениями (2,12) и (2,14), в случае трансформации — выражениями (2,5) и (2,6). При $H_0 = 0$ формула (6,1) переходит в формулу (10,44) работы ⁵.

Спектральное распределение некогерентных флуктуаций характеризуется резким максимумом в области малых смещений частоты, ширина которого определяется тепловой скоростью ионов. Формула (6,1) применима только в области некогерентного максимума. Отношение коэффициента трансформации ленгмюровской волны в высокочастотную электромагнитную волну к коэффициенту рассеяния ленгмюровских волн при малом изменении частоты равно s^3/c^3 .

2. Рассеяние и трансформация на когерентных флуктуациях

Рассеяние и трансформацию ленгмюровских волн на когерентных флуктуациях нетрудно исследовать на основе (5,7) и (5,15).

При рассеянии и трансформации ленгмюровских волн на низкочастотных флуктуационных колебаниях существенными оказываются только флуктуации плотности электронов и магнитного поля. Сечения для различных типов рассеяния и трансформации ленгмюровских волн подобны соответствующим сечениям при рассеянии и трансформации электромагнитных волн. Приведем окончательные выражения сечений для различных типов рассеяния и трансформации ленгмюровских волн.

Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на медленных магнитозвуковых флуктуациях в сильно неизотермической плазме равны

$$d\Sigma \begin{matrix} \nearrow L \\ \nearrow \tilde{S} \\ \searrow E \end{matrix} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^4}{\Omega^4} \frac{\eta^3 |e^* (\hat{e} - 1) \kappa_0|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - qv_s \cos \tilde{\theta}) + \delta(\Delta\omega + qv_s \cos \tilde{\theta}) \} d\omega d\phi. \quad (6,2)$$

Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на быстрых магнитозвуковых флуктуациях равны

$$d\Sigma_{L \rightarrow \tilde{M} \begin{matrix} \nearrow L \\ \searrow E \end{matrix}} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^4}{\Omega^4} \frac{v_s^2}{v_A^2} \frac{\eta^3 |e^* \hat{Q}^M \kappa_0|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - qv_A) + \delta(\Delta\omega + qv_A) \} d\omega d\theta. \quad (6,3)$$

Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на альвеновских флуктуациях равны

$$d\Sigma_{L \rightarrow \tilde{A} \begin{matrix} \nearrow L \\ \searrow E \end{matrix}} = \frac{1}{6} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0^6}{\Omega^6} \frac{s^2}{c^2 \cos^2 \vartheta} \frac{\eta^3 |e^* \hat{Q}^A \kappa_0|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \{ \delta(\Delta\omega - qv_A \cos \tilde{\vartheta}) + \delta(\Delta\omega + qv_A \cos \tilde{\vartheta}) \} d\omega d\theta. \quad (6,4)$$

Величины $\hat{Q}^M$ и $\hat{Q}^A$ определяются такими же выражениями, как и в случае рассеяния электромагнитных волн. Отметим, что отношение коэффициента трансформации ленгмюровской волны к коэффициенту рассеяния для всех типов низкочастотных флуктуаций по порядку величины равно s^2/c^2 .

В случае взаимодействия ленгмюровской волны с высокочастотными флуктуациями существенным оказывается учет флуктуаций плотности электронов и электрического поля. Падающая ленгмюровская волна может взаимодействовать как с ленгмюровскими флуктуациями, так и с высокочастотными электромагнитными флуктуациями.

Рассеяние ленгмюровских волн на ленгмюровских флуктуациях невозможно в силу законов сохранения (5,8). Трансформация ленгмюровской волны на ленгмюровских флуктуациях в высокочастотную обыкновенную или необыкновенную электромагнитную волну характеризуется сечением

$$d\Sigma_{L \rightarrow \tilde{L} \rightarrow E} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega^4}{\Omega^4} a^2 q^2 \frac{\eta^3 |e^* \hat{Q}^L \kappa_0|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \{ \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\theta, \quad (6,5)$$

$$Q_{ij}^L = (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) (\delta_{kj} + \tilde{\kappa}_k \kappa_j^0).$$

Это сечение в c/s раз больше (5,13). Частоты образующихся в результате такого процесса волн будут близки к сумме модифицированных ленгмюровских частот $\omega_{\pm}(\vartheta_0) \pm \omega_{\pm}(\tilde{\vartheta})$.

Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн на электромагнитных флуктуациях равны

$$d\Sigma_{L \rightarrow \tilde{E} \begin{matrix} \nearrow L \\ \searrow E \end{matrix}} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega^4}{\Omega^4} a^2 k_0^2 \frac{\eta^3 |e \hat{Q}^E \tilde{e}|^2}{\eta_0 \xi_0 (e^* \hat{e} e) \tilde{\eta}^2 (|\tilde{e}|^2 - |\tilde{\kappa} \tilde{e}|^2)} \times \\ \times \left\{ \delta\left(\Delta\omega - \frac{qc}{\tilde{\eta}}\right) + \delta\left(\Delta\omega + \frac{qc}{\tilde{\eta}}\right) \right\} d\omega d\theta, \quad (6,6)$$

где

$$Q_{ij}^E = \begin{cases} (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) \left\{ \delta_{kj} + \frac{\omega_0 \Delta\omega}{\Omega^2} [(\varepsilon_{kl}^0 - \delta_{kl}) \kappa_l^0 \kappa_m (\tilde{\varepsilon}_{mj} - \delta_{mj}) + \right. \\ \left. + (\tilde{\varepsilon}_{kj} - \delta_{kj}) \kappa_l (\varepsilon_{lm}^0 - \delta_{lm}) \kappa_m^0 \right\}, \\ (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) \left\{ \delta_{kj} - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\tilde{\eta}}{\eta_0} (\tilde{\varepsilon}_{lj} - \delta_{lj}) \tilde{\kappa}_l \tilde{\kappa}_k^0 \right\}. \end{cases}$$

Сечения рассеяния и трансформации ленгмюровских волн в неравновесной плазме характеризуются такими же аномалиями в области критических флуктуаций, как и соответствующие сечения для электромагнитных волн.

§ 7. ТРАНСФОРМАЦИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЛН НА ЛЕНГМЮРОВСКИХ ФЛУКТУАЦИЯХ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

В заключение остановимся еще на рассмотрении трансформации низкочастотных волн в высокочастотные волны на ленгмюровских флуктуациях в магнитоактивной плазме. В случае падающей низкочастотной волны в выражении для тока (5,9) наиболее существенны слагаемые, связанные с магнитным полем и плотностью электронов в падающей волне. Используя формулу (5,7) для интенсивности излучения высокочастотных волн и разделив ее на плотность потока энергии, связанного с падающей низкочастотной волной, нетрудно найти явные выражения для сечений различных процессов трансформации волн.

Сечения трансформации медленной магнитозвуковой волны на ленгмюровских флуктуациях с возбуждением обыкновенной, необыкновенной или ленгмюровской волн равны

$$d\Sigma \begin{array}{c} \nearrow E \\ S \rightarrow \tilde{L} \\ \searrow L \end{array} = \frac{1}{2} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega^4}{\Omega^4} \frac{c\eta^3 |e^* (\hat{e} - 1) \tilde{\kappa}|^2}{v_s |\cos \vartheta_0| (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \{ \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\vartheta. \quad (7,1)$$

Сечения трансформации быстрой магнитозвуковой волны на ленгмюровских флуктуациях с возбуждением обыкновенной, необыкновенной или ленгмюровской волн равны

$$d\Sigma \begin{array}{c} \nearrow E \\ M \rightarrow \tilde{L} \\ \searrow L \end{array} = \frac{1}{6} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega_0 \omega^4}{\omega_H \Omega^4} \frac{s^2}{c v_A} \frac{\eta^3 |e^* \hat{P}^L e_0|^2}{(e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \{ \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\vartheta, \quad (7,2)$$

$$P_{ij}^L = (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) \left\{ \tilde{\kappa}_k \kappa_i^0 \kappa_{lj}^0 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} (\kappa_k^0 \delta_{lj} - \kappa_l^0 \delta_{kj}) (\tilde{\varepsilon}_{lm} - \delta_{lm}) \tilde{\kappa}_m \right\}.$$

Сечения трансформации альвеновской волны на ленгмюровских флуктуациях с возбуждением обыкновенной, необыкновенной или ленгмюровской волн равны

$$d\Sigma \begin{array}{c} \nearrow E \\ A \rightarrow \tilde{L} \\ \searrow L \end{array} = \frac{1}{6} n_0 \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{\omega^4 \Delta\omega^2}{\Omega^5} \frac{s^2}{c v_A} \frac{\eta^3 |e^* \hat{R}^L e_0|^2}{|\cos \vartheta_0|^3 (e^* \hat{e} e)} \times \\ \times \frac{|\Delta\omega^2 - \omega_H^2|}{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\omega}_-^2} \{ \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_+) + \delta(\Delta\omega - \tilde{\omega}_-) + \\ + \delta(\Delta\omega + \tilde{\omega}_-) \} d\omega d\vartheta, \quad (7,3)$$

$$R_{ij}^L = (\varepsilon_{ik} - \delta_{ik}) (\kappa_k^0 \delta_{lj} - \kappa_l^0 \delta_{kj}) (\tilde{\varepsilon}_{lm} - \delta_{lm}) \tilde{\kappa}_m.$$

Отметим, что из указанных процессов наибольшим сечением характеризуется процесс трансформации медленной магнитозвуковой волны в ленгмюровскую волну. Отношение сечения этого процесса, проинтегрированного по частотам, к (5,13) по порядку величины равно c^4/s^4 .

Институт физики АН УССР,
г. Киев

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз, 1960.
2. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред, М., Атомиздат, 1961.
3. Т. Н. Stix, The Theory of Plasma Waves, N. Y., McGraw-Hill Company, 1962.
4. В. Д. Шафранов, Электромагнитные волны в плазме, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 3, М., Атомиздат, 1963.
5. А. Г. Ситенко, Электромагнитные флуктуации в плазме, Харьков, Изд. ХГУ, 1963.
6. W. Allis, S. Buchsbaum, A. Berg, Waves in Anisotropic Plasmas, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 1963.
7. Б. Б. Кадомцев, Турбулентность плазмы, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4, М., Атомиздат, 1964.
8. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Коллективные колебания в плазме, М., Атомиздат, 1964.
9. М. Е. Герцештейн, ЖЭТФ 27, 180 (1954).
10. А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ 31, 642 (1956).
11. К. Н. Степанов, А. Б. Киценко, ЖТФ 31, 167 (1961).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.
13. С. И. Брагинский, А. П. Казанцев, Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т. 4, М., Изд. АН СССР, 1958, стр. 24.
14. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ 24, 453 (1953); 31, 707 (1956).
15. К. Н. Степанов, ЖЭТФ 35, 1155 (1958).
16. J. V. Bernstein, Phys. Rev. 109, 10 (1958).
17. А. И. Ахиезер, А. Г. Ситенко, ЖЭТФ 35, 116 (1958).
18. А. Г. Ситенко, Ю. А. Кирочкин, ЖТФ 29, 802 (1959).
19. Ю. А. Кирочкин, Диссертация (Харьков, 1965).
20. S. F. Edwards, Phil. Mag. 6, 61 (1961).
21. W. B. Thompson, J. Hubbard, Rev. Mod. Phys. 32, 714 (1960).
22. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, А. Г. Ситенко, ЖЭТФ 41, 644 (1961).
23. В. П. Силин, ЖЭТФ 41, 969 (1961).
24. N. Rostoker, Nuclear Fusion 1, 101 (1961).
25. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, В. П. Силин, Радиофизика 5, 1093 (1962).
26. А. Г. Ситенко, В. Н. Радзиевский, ЖТФ 35, 1165 (1965).
27. А. И. Ахиезер, И. Г. Прохода, А. Г. Ситенко, ЖЭТФ 33, 750 (1957).
28. E. E. Salpeter, Phys. Rev. 120, 1528 (1960); 122, 1663 (1961).
29. J. P. Dougherty, D. T. Farley, Proc. Roy. Soc. A259, 79 (1960).
30. D. T. Farley, J. P. Dougherty, D. W. Barron, Proc. Roy. Soc. A263, 238 (1961).
31. M. N. Rosenblath, N. Rostoker, Phys. Fluids 5, 776 (1962).
32. А. Г. Ситенко, Ю. А. Кирочкин, Радиофизика 6, 469 (1963).
33. А. Г. Ситенко, Ю. А. Кирочкин, ЖТФ 33, 1354 (1963).
34. S. Ichimaru, D. Pines, N. Rostoker, Phys. Rev. Letts. 8, 231 (1962).
35. S. Ichimaru, Ann. Phys. 20, 78 (1962).
36. И. А. Ахиезер, И. А. Данелия, Н. Л. Цинцадзе, ЖЭТФ 46, 300 (1964).
37. И. А. Ахиезер, Ю. Л. Болотин, Ядерный синтез 3, 271 (1963).
38. Л. М. Горбунов, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, ЖЭТФ 47, 1437 (1964).
39. А. П. Кропоткин, В. В. Пустовалов, ЖЭТФ 49 (10) (1965).
40. А. П. Кропоткин, В. В. Пустовалов, Препринт ФИАН, А-93 (1965).
41. Н. Л. Цинцадзе, ЖТФ 34, 1807 (1964).