

533.9

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ****В. Н. Цытович****СОДЕРЖАНИЕ**

|   |     |
|---|-----|
| Введение . . . . .  | 89  |
| I. Общие характеристики статистического ускорения . . . . . | 91  |
| II. Теория статистического ускорения . . . . .              | 106 |
| III. Применение механизмов ускорения . . . . .              | 132 |
| Приложения . . . . .  | 140 |
| Цитированная литература . . . . .                           | 143 |

**ВВЕДЕНИЕ**

Наиболее характерным свойством плазмы является способность к сравнительно быстрой генерации колебаний даже под действием относительно слабых возмущений. Наличие разнообразных неустойчивостей в плазме \*) приводит к тому, что упорядоченные движения в плазме могут быстро переходить в беспорядочные колебания. При этом плазма переходит в возбужденное, или, как говорят, турбулентное, состояние. С нестабилизированной турбулентной плазмой встречаются очень часто в условиях лабораторного эксперимента. В космических условиях основная масса вещества является ионизированной, т. е. представляет собой плазму. Как вследствие нестационарности условий, так и по другим причинам, космическая плазма является турбулентной <sup>2</sup>.

Сравнительно давно распространено представление о том, что во всякой турбулентной среде возможно ускорение малой доли частиц до больших энергий. Такое ускорение происходит во флуктуационных полях турбулентного движения среды и является поэтому статистическим. Статистическое ускорение частиц в турбулентной плазме представляет собой, по-видимому, весьма широко распространенное явление. Не останавливаясь здесь на разнообразных проявлениях эффекта ускорения, что будет специально рассмотрено ниже, обратим внимание лишь на то, что именно с наличием турбулентности плазмы связано ускорение космических лучей <sup>2, 3</sup>. Это было исходным представлением почти во всех исследованиях по проблеме ускорения космических лучей <sup>2</sup>.

При этом, в основном, опирались на механизм ускорения, предложенный Ферми <sup>4</sup>, а турбулентность плазмы рассматривалась по аналогии с турбулентностью жидкостей. В последнее время был выяснен ограниченный характер этих предположений. Так, в работе <sup>5</sup> было указано на возможность статистического ускорения частиц с помощью электромагнитных волн. Дальнейшее развитие теории <sup>6-10</sup> позволило выяснить относительную роль различных волн в эффектах статического ускорения,

\*) О возможных неустойчивостях плазмы см. обзор <sup>1</sup>.

в особенности волн, распространяющихся в плазме как в отсутствие внешних полей, так и при наличии магнитных и электрических полей. С другой стороны, была выяснена связь между рассматриваемыми механизмами ускорения и фермиевским статистическим ускорением<sup>4</sup>, оказавшимся частным предельным случаем ускорения на низкочастотных колебаниях в магнитоактивной плазме<sup>12</sup>. В<sup>12-16</sup> были рассмотрены различные астрофизические приложения, а в<sup>17</sup> — ускорение частиц в мощных импульсных разрядах и др.

Далее, в последнее время, в особенности в результате работ<sup>18-24</sup>, получила развитие теория турбулентности плазмы. Успех в этом направлении связан с использованием представления о слаботурбулентной плазме как о возбужденном состоянии плазмы с большим числом надтепловых плазмонов, слабо взаимодействующих между собой<sup>19</sup>. Нужно подчеркнуть, что приближение слабой турбулентности имеет широкую область применимости и может описывать в ряде случаев всю динамику процесса турбулизации плазмы (например, при прохождении пучков малой плотности через плазму<sup>20</sup>). Сейчас в большом числе работ рассматриваются эффекты взаимодействия волн в слаботурбулентной плазме<sup>25-37</sup>. Интерес к этому вопросу отчасти связан с тем, что нелинейные эффекты могут определять спектры стационарной турбулентности слаботурбулентной плазмы\*). Приближение, в котором нелинейными эффектами взаимодействия волн пренебрегают, называют квазилинейным<sup>19</sup>.

В работе<sup>10</sup> было показано, что в квазилинейном приближении содержится, в частности, эффект статистического ускорения на продольных лэнгмюровских колебаниях плазмы. Нелинейные эффекты при ускорении заряженных частиц продольными колебаниями плазмы рассматривались в<sup>37</sup>.

Исследования по турбулентной плазме привели к выводу, что фермиевское ускорение не является наиболее эффективным из возможных механизмов ускорения в турбулентной плазме. Даже наличие магнитного поля, которое считалось ранее необходимым для осуществления ускорения, не является необходимым и в ряде случаев может вообще слабо влиять на ускорение.

С другой стороны, турбулентность бесстолкновительной плазмы может во многом отличаться от турбулентности жидкостей. Это связано, в частности, с тем, что плазма благодаря возможности разделения зарядов обладает большим числом степеней свободы и в ней возможна не только турбулентность гидродинамического типа, которая возможна также и в жидкостях, но и высокочастотная турбулентность, связанная с генерацией колебаний электронов относительно ионов. Кроме того, в отсутствие соударений развитие турбулентности может происходить в совершенно другом направлении. Разительное различие, например, состоит в том, что гидродинамическая турбулентность при наличии соударений приводит к дроблению масштабов турбулентности, тогда как в бесстолкновительной слаботурбулентной плазме характерный размер турбулентности может возрастать.

В настоящей статье излагаются достижения в теории статистических механизмов ускорения, явившиеся результатом развития теории слаботурбулентной плазмы, а также разнообразные приложения, связанные как с астрофизическими проблемами, так и с возможной интерпретацией ряда лабораторных экспериментов\*\*).

\*) Нужно, однако, иметь в виду, что используемый при этом подход может быть адекватным лишь при относительно слабых неустойчивостях (малых инкрементах).

\*\*) Ниже не затрагиваются разнообразные приложения теории слаботурбулентной плазмы, связанные с вопросами магнитного удержания плазмы, с аномальной

Первый раздел посвящен общим характеристикам статистического ускорения. Для его чтения необходимо лишь общее знакомство с методами статистической физики в объеме учебного курса.

Второй раздел посвящен теории статистического ускорения и может быть использован для более углубленного ознакомления с теорией статистического ускорения, с одной стороны, и для справочных целей, с другой стороны. Наконец, третий раздел, посвященный приложению механизмов ускорения, имеет целью дать общее представление о широких возможностях приложения механизмов ускорения к актуальным проблемам физики турбулентной плазмы.

## 1. ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТИСТИЧЕСКОГО УСКОРЕНИЯ

### § 1. Некоторые сведения о турбулентности плазмы, механизмы генерации турбулентности плазмы

Как уже говорилось, турбулентность плазмы значительно более разнообразна, нежели турбулентность жидкостей, хорошо известная сравнительно давно. Поэтому сам термин «турбулентность» применительно к плазме требует определения. Обычно плазму называют турбулентной, если ее движение характеризуется возбуждением большого количества коллективных степеней свободы. Как правило, возбуждение коллективных степеней свободы в плазме сопровождается возбуждением хаотических колебаний электрического поля. Например, в плазме обычно нетрудно возбудить колебание электронов относительно ионов. Если в некий начальный момент времени в плазме имеется разделение зарядов, то возникает сила, стремящаяся восстановить нейтральность плазмы. Возникающее движение электронов относительно ионов в конечном счете приводит к колебаниям электронной концентрации с лэнгмюровской частотой  $\omega_{pe}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_e$ . Лэнгмюровские колебания имеют конечные фазовые скорости распространения  $v_\phi = \omega/k$  ( $\omega$  — частота,  $k$  — волновое число волны) в интервале  $v_{te} < v_\phi < \infty$ , где  $v_{te}$  — средняя тепловая скорость электронов. Другим примером могут служить ионнозвуковые колебания, в которых участие принимают и ионы, и электроны и фазовые скорости которых лежат в интервале  $v_{ti} < v_\phi < v_{te} \sqrt{m_e/m_i}$  ( $T_e \gg T_i$ ). При наличии магнитных полей спектры колебаний плазмы становятся более сложными, и количество различных типов волн возрастает. Если турбулентность не является сильной, можно говорить о том, что в плазме возбуждены различные типы волн, причем корреляция и взаимодействие этих волн являются относительно слабыми. В силу слабого взаимодействия между волнами их в первом приближении можно считать линейными.

Как обычно, для описания турбулентности эффективным является использование статистических методов. Это связано со сложным и запутанным истинным движением частиц при возбуждении большого числа волн. Статистический подход позволяет исследовать лишь средние характеристики турбулентных движений, которые по сути дела и представляют наибольший интерес. Статистический подход всегда плодотворен тогда, когда требуется получить ограниченную информацию о поведении сложных систем.

---

диффузией, ударными волнами и др. 22–34. Рассмотрены лишь те вопросы, которые важны для механизмов статистического ускорения. Ссылки на работы по нелинейным эффектам, естественно, ограничены кругом затрагиваемых вопросов и не претендуют на полноту.

Применительно к слабовзаимодействующим волнам в плазме использование статистического подхода приводит к представлению о случайных колебаниях, точнее — о колебаниях, характеризующихся лишь амплитудами волн, при случайных фазах. Квадрат амплитуды волны с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в плазме  $|E_{\mathbf{k}}|^2$  характеризует интенсивность (энергию) колебаний. На квантовом языке энергия волны пропорциональна произведению  $\hbar\omega_{\mathbf{k}}$  на число квантов  $N_{\mathbf{k}}$ . Возбуждение колебаний плазмы можно рассматривать как рождение квантов — плазмонов. В качестве примера приведем связь  $|E_{\mathbf{k}}|^2$  и  $N_{\mathbf{k}}$  для лэнгмюровских квантов

$$|E_{\mathbf{k}}|^2 = \frac{\hbar N_{\mathbf{k}}}{4\pi^2\omega_{0e}}. \quad (1,1)$$

Заметим, что такое представление о турбулентной плазме как возбужденном состоянии с большим числом надтепловых плазмонов (в условиях теплового равновесия  $N_{\mathbf{k}}$  соответствует термодинамически равновесным значениям) возможно не всегда, а лишь, с одной стороны, в областях прозрачности плазмы, когда затухание плазмонов невелико, с другой стороны, в областях возбуждения, когда инкременты генерации  $\gamma$  не слишком велики,  $\gamma \ll \omega$ . В областях сильного возбуждения  $\gamma \sim \omega$  величина энергии плазмона  $\hbar\omega_{\mathbf{k}}$  не имеет точного смысла, так как ширина спектра  $\gamma_{\mathbf{k}}$  порядка частоты  $\omega_{\mathbf{k}}$ .

В ряде случаев состояния с большими инкрементами быстро разрушаются из-за самой неустойчивости. Вместе с тем случай  $\gamma \sim \omega$  может привести к возникновению сильной турбулентности, когда уже нелинейное взаимодействие волн не будет малым.

Остановимся на механизмах турбулизации плазмы. Очевидно, что при импульсном воздействии на плазму, например при ее резком сжатии или быстром импульсном приложении внешних полей, в плазме должны возбуждаться разнообразные колебания, т. е. плазма становится турбулентной.

Наиболее простой на первый взгляд механизм турбулизации плазмы состоит в непосредственном рождении плазмонов. Естественно, наиболее эффективным является случай, когда число плазмонов нарастает лавинообразно. Такая ситуация возможна при когерентном возбуждении плазмонов, например, пучком заряженных частиц<sup>88-90</sup>. Поясним наглядно, как это происходит.

Для лавинообразного нарастания числа плазмонов необходимо, чтобы каждая из частиц пучка могла излучать плазмон. Плазма является средой, в которой взаимодействие частиц является слабым. Это значит, что ускорение, которое может получить отдельная частица, невелико и поэтому излучение отдельной частицы за счет ускорения незначительно. Наиболее существенным является возможность излучения в отсутствие ускорений при равномерном и прямолинейном движении, т. е. из-за черенковского эффекта. Для этого необходимо, чтобы скорость частицы превосходила фазовую скорость волн в плазме. Лэнгмюровские и звуковые волны в плазме могут иметь, как отмечено выше, весьма малые фазовые скорости. Поэтому, если скорость частицы  $v > v_{Ti}$  ( $T_e \gg T_i$ ), возникает возможность излучения ионнозвуковых плазмонов, а при  $v > v_{Te}$  — лэнгмюровских плазмонов. Плазмон, излученный одной из частиц пучка, дальше будет размножаться лавинообразно. Действительно, он индуцированно может вызвать излучение другой частицы пучка; в результате появятся два плазмона и т. д. Здесь имеется полная аналогия с излучением квантовых генераторов, а пучок в плазме соответствует такому распределению частиц по энергиям (скоростям), которое по терминологии квантовой радиофизики соответствует отрицательной температуре.

Инкремент развития пучковой неустойчивости может быть найден из простых соображений баланса. Пусть  $u_p^1(\mathbf{k})$  — вероятность черенковского излучения плазмона с импульсом  $\mathbf{k}$  частицей с импульсом  $\mathbf{p}$ . Вероятность поглощения плазмона  $\mathbf{k}$  частицей с импульсом  $\mathbf{p} - \mathbf{k}$  из принципа детального баланса есть  $u_{p-k}^1(\mathbf{k})$ , а частицей с импульсом  $\mathbf{p}$  есть  $u_{p+k}^1(\mathbf{k})$ . Следовательно, изменения числа плазмонов  $N_k^1$  из-за индуцированного излучения и поглощения описывается соотношением

$$\frac{\partial N_k^1}{\partial t} = N_k^1 \int [u_p^1(\mathbf{k}) - u_{p+k}^1(\mathbf{k})] f_p d\mathbf{p}. \quad (1,2)$$

Здесь  $f_p$  — функция распределения частиц плазмы; в формуле (1,2) учтено, что индуцированное излучение отличается от спонтанного множителем  $N_k^1$ <sup>110</sup>. Так как  $k \ll p$ , то

$$\frac{\partial N_k^1}{\partial t} = \gamma_k^1 N_k^1, \quad \gamma_k^1 = \int u_p^1(\mathbf{k}) \left( \mathbf{k} \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right) d\mathbf{p}. \quad (1,3)$$

Как мы видим, инкремент пропорционален производной от функции распределения по импульсу.

Следует, пожалуй, оговориться, что указанный механизм пучковой неустойчивости возникает для достаточно размытых по энергиям пучков. В случае «моноэнергетических» пучков различают две стадии развития пучковой неустойчивости — гидродинамическую и квазилинейную<sup>90, 18</sup>. Первая из них характеризуется инкрементами порядка<sup>90</sup>

$$\gamma \sim \omega_{0e} \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3}, \quad n_1 \ll n_0, \quad (1,4)$$

где  $n_1$  — плотность пучка,  $n_0$  — плотность плазмы. Основную роль играет более медленная квазилинейная стадия<sup>90</sup>, характеризуемая инкрементами (1,3), имеющими порядок

$$\gamma \sim \omega_{0e} \frac{n_1}{n_0}. \quad (1,5)$$

На этой стадии нарастание плазменных волн может быть получено как результат процессов индуцированного черенковского излучения и поглощения волн частицами пучка.

Наряду с генерацией продольных колебаний возможна также генерация пучком поперечных колебаний из-за эффектов индуцированного рассеяния<sup>35</sup>. При этом могут генерироваться волны с  $\omega \gg \omega_{0e}$ .

Аналогичным образом турбулентность возбуждается при столкновении двух плазменных сгустков, эквивалентных в определенных условиях взаимопроникающим пучкам.

Наряду со встречными движениями плазменных потоков и пучков, когда существенную роль играет движение электронов пучка относительно электронов плазмы, неустойчивость возникает также, если в плазме появляется направленный поток электронов относительно ионов, например в постоянном внешнем электрическом поле<sup>36</sup>. Инкремент при этом имеет порядок

$$\gamma \sim \omega_{0e} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3}. \quad (1,6)$$

Турбулентность в плазме могут генерировать и ударные волны<sup>102</sup>. Турбулизация плазмы возможна также при распространении сильных нелинейных волн через плазму<sup>93, 34, 94-97</sup>. Если, к примеру, волна распространяется перпендикулярно магнитному полю, то на ее фронте возникает ток — движение электронов относительно ионов. Если скорость

движения электронов в волне превышает  $v_{Te}$ , возникает пучковая неустойчивость. Обычно развитие такой неустойчивости сопровождается уменьшением электропроводности плазмы<sup>98-102</sup>. Причина этого состоит в том, что, наглядно говоря, электроны тормозятся о генерируемые ими колебания. Верхнюю оценку величины подобной электропроводности, которую можно назвать «турбулентной», можно получить, если в качестве характерного времени соударений в выражение для проводимости

$$\sigma = (4\pi)^{-1} \frac{\omega_{0e}^2}{v_{ст}} \quad (1,7)$$

подставить время развития пучковой неустойчивости  $v_{ст} \sim \gamma$ . Отсюда

$$\sigma \sim \omega_{0e}/10. \quad (1,8)$$

Эта величина  $\sigma$  примерно соответствует экспериментальной<sup>101</sup> и намного меньше электропроводности из-за соударений.

Вопрос о структуре ударных волн в бесстолкновительной плазме тесно связан с вопросом о механизме диссипации.

Существование «турбулентной» электропроводности позволяет, следовательно, говорить о реальности бесстолкновительных ударных волн в плазме. Впервые гипотеза о возможности существования бесстолкновительных ударных волн была выдвинута Р. З. Сагдеевым<sup>93, 102</sup>. Бесстолкновительная диссипация в ударных волнах может быть связана с другими видами неустойчивости плазмы<sup>103-105</sup>, например с анизотропией функции распределения<sup>106</sup>.

В недавно выполненной интересной работе С. И. Сыроватского<sup>166</sup> рассматриваются эффекты, возникающие вблизи нулевых точек магнитного поля. Известно, что вблизи таких точек возникают интенсивные хромосферные вспышки на Солнце, сопровождающиеся быстрой перестройкой магнитного поля и быстрым ускорением частиц. Нулевые точки, возникающие при движении солнечных пятен, можно рассмотреть в модели двух параллельных токов. Согласно С. И. Сыроватскому, при смещении токов вблизи нейтральной точки возникают области разрежения плазмы с большими градиентами магнитного поля. Это приводит к возникновению индукционных электрических полей. Заметим здесь, что если эти поля превосходят дрейсеровское поле  $E_D \approx eL/r_{De}^2$ , возникает интенсивная раскачка колебаний, сопровождающаяся быстрым нагревом плазмы. В силу того, что электропроводность плазмы, согласно (1,8), сильно падает, возможна быстрая бесстолкновительная диссипация магнитных полей. «Динамическая» диссипация, о которой говорится в<sup>166</sup>, требует весьма больших электрических полей, которые намного превосходят дрейсеровские в отношении

$$\eta \approx \frac{v_{Te}^2}{c^2} \frac{1}{L} \frac{l}{r_0},$$

где  $L$  — кулоновский логарифм,  $r_0 \sim e^2/m_e c^2 \approx 10^{-13}$  см — характерный размер области с сильным полем,  $v_{Te}$  — средняя тепловая скорость электронов, при  $v_{Te}/c \sim 10^{-3}$ ,  $L \sim 10$ ,  $l \sim 10^6$   $\eta \approx 10^{12}$ . Отсюда можно сделать вывод, что в первую очередь возникнет турбулентная диссипация магнитных полей. Рассмотренный в<sup>166</sup> механизм следует считать эффективным механизмом турбулизации плазмы. Заметим, что, согласно<sup>167</sup>, при скоростях дрейфа электронов относительно ионов превышающих  $v_{Te} \sqrt{T_i/T_e}$  ( $T_i \ll T_e$ ) возникает интенсивная конверсия низкочастотных звуковых волн, генерированных в полях  $E > E_D$ , в высокочастотные лэнгмюровские и поперечные волны, излучаемые плазмой. Вопрос о возможной динамической диссипации магнитных полей, связанной с беспрепятственным ускорением индукционными электрическими полями, следует считать открытым, так как это требует анализа роли турбулентных процессов, не учтенных в<sup>166</sup>.

Следует отметить также, что турбулентность может возникать при воздействии интенсивного высокочастотного поля на плазму, а именно, если средняя скорость колебаний частиц плазмы (например, электро-

нов), имеющая порядок  $v_E = eE_0/m_e\Omega$  ( $E_0$  — амплитуда высокочастотного поля,  $\Omega$  — его частота,  $m$  — масса частицы) будет больше  $v_{те}$  — средней тепловой скорости, то возникает неустойчивость, максимальный инкремент которой имеет тот же порядок, что и в постоянном электрическом поле,  $\gamma_{\max} \sim \omega_{0e} (m_e/m_i)^{1/3}$  <sup>160</sup>. Природа этой неустойчивости — параметрический резонанс в плазме. Несколько более сложной является картина, возникающая при наложении сильного импульсного электрического поля на плазму (например, в различных источниках плазмы). В этом случае электрическое поле в плазме сложным образом зависит от времени, и могут, грубо говоря, возникать как эффекты типа тех, которые имеют место в высокочастотном поле, так и эффекты, имеющие место в постоянном поле.

Если высокочастотное поле, хотя и имеет достаточно большую интенсивность, но таково, что  $v_E \ll v_T$ , то неустойчивость не пропадает. Механизм генерации плазмонов при этом становится весьма сходным с черенковским эффектом, а именно, из-за нелинейных эффектов распада <sup>76,86,87</sup> электромагнитная волна высокочастотного поля может излучить плазмон. Законы сохранения энергии и импульса для распада, например, поперечной волны на продольную, вполне аналогичны черенковским условиям (в дальнейшем  $c = 1$ ):

$$\omega^t = \omega'^t + \omega^l, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}' + \mathbf{k}^l; \quad (1,9)$$

отсюда

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}^l}{kk^l} = \frac{\omega^t\omega^l}{k^tk^l} + \frac{(k^l)^2 - (\omega^l)^2}{2k^tk^l}. \quad (1,10)$$

Генерация плазмонов благодаря распадам возможна не только для собственно высокочастотного поля, т. е., например, для частот порядка плазменных, но и при  $\omega \gg \omega_{0e}$ , т. е. для частот, которые могут примыкать к оптическому диапазону. Интересно отметить, что в приближении слабой нелинейности нелинейный ток, описывающий генерацию волн двумя поперечными волнами, имеет в отсутствие магнитного поля лишь продольную компоненту

$$j_k = \mathbf{k}\hat{L}(\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2). \quad (1,11)$$

Это показывает, что генерироваться могут в основном лишь продольные волны \*).

Характерный временной масштаб развития турбулентности в плазме при наличии интенсивного высокочастотного излучения может быть найден так же, как это было сделано выше для пучка. При  $k^t \gg k^l$  инкремент имеет вид <sup>76</sup> (ср. (1,3))

$$\gamma_{kl} = \int u_{kt}(\mathbf{k}^l) \left( \mathbf{k}^l \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}^t} \right) N_{kt}^t d\mathbf{k}^t, \quad (1,12)$$

где  $u_{kt}(\mathbf{k}^l)$  — вероятность распада,  $N_{kt}^t$  — число поперечных квантов. Особенно эффективной генерация является при наличии направленных пучков поперечных волн <sup>86</sup> ( $\Delta\theta \ll (\omega_{0e}/\omega^t)^{3/2}$ ), при этом инкремент генерации лэнгмюровских плазмонов при  $\omega^t \gg \omega_{0e}$  оказывается пропорциональным производной по частоте от спектральной функции распределения энергии поперечных волн  $W^t(\omega)$ , а именно

$$\gamma_{kt} \approx \omega_{0e} \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{0e}^2}{n_0 m_e c^2} \frac{dW^t(\omega)}{d\omega}. \quad (1,13)$$

\*) Черенковская генерация поперечных волн поперечными, рассмотренная Аскарьяном <sup>77</sup>, имеет поэтому более высокий порядок по амплитуде волн.





### § 3. Спектры и средние энергии ускоренных частиц

Для того чтобы выявить основные характеристики статистического ускорения в плазме, рассмотрим вопрос о спектре ускоренных частиц и его изменении во времени. Заметим, что вид спектра зависит от возможных потерь энергии, которые в реальных условиях могут быть весьма разнообразными (тормозное излучение, магнитотормозное излучение, ионизационные потери, выход частиц из области ускорения и т. д.)<sup>15</sup>.

Может установиться равновесие между ускорением и потерями энергии, что приведет к неким стационарным спектрам ускоренных частиц. Существенную роль могут играть нелинейные эффекты взаимодействия волн в плазме и другие факторы, приводящие к изменению спектра колебаний плазмы во времени. Заметим, что общие соотношения § 2 пригодны для любых нестационарных спектров колебаний, т. е. в общем случае для нестационарной турбулентности. Мы проиллюстрируем на двух примерах роль потерь энергии и роль нелинейных эффектов. Рассмотрим в качестве примера ускорения нерелятивистских частиц плазменными колебаниями при наличии соударения<sup>10,16</sup>. Систематическое изменение энергии частиц из-за «ионизационных» потерь энергии на соударения может быть записано в виде

$$\dot{E}_p^{\text{ст}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{2}} \frac{e^2 \omega_{0e}^2}{\epsilon_p^{1/2}} \ln \frac{\epsilon}{\hbar \omega_{0e}}, \quad (3,1)$$

тогда как ускорение плазменными колебаниями описывается формулой

$$\dot{E}_p^{\text{уск}} = \frac{\sqrt{m}}{2\sqrt{2}} \frac{e^2 \omega_{0e}^2}{\epsilon^{3/2}} T_{\text{эфф}}. \quad (3,2)$$

На рис. 1 изображены обе кривые (3,1), (3,2) при  $T_{\text{эфф}} = \text{const}$ . Загиб кривой 1 при  $\epsilon \sim m v_{Te}^2$  связан с тем, что в этой области плазменные колебания начинают заметно затухать из-за поглощения Ландау<sup>49</sup>, и, следовательно, интенсивность колебаний падает.

Отметим, что точка пересечения кривых 1 и 2 является устойчивой — увеличение энергии частицы  $\epsilon > \epsilon^*$  приводит к тому, что силы торможения начинают доминировать над силами ускорения и энергия частицы уменьшается, если же  $\epsilon < \epsilon^*$ , то ускорение доминирует над торможением, что возвращает частицу к  $\epsilon = \epsilon^*$ . Устойчивость отсутствует, если ускорение создается постоянной или растущей с  $\epsilon$  силой, или даже если  $E_p$  падает медленнее  $1/\epsilon^{1/2}$ . Таким образом, статистическое ускорение должно привести к существенному уменьшению числа ускоренных частиц при  $\epsilon > \epsilon^*$ . Нужно сказать, что на рис. 1 приведены лишь средние характеристики, причем благодаря флуктуационному ускорению всегда есть разброс по энергиям. Нужно ожидать, что спектры ускоренных частиц будут разными в зависимости от того, успевает ли за время ускорения энергия частиц достичь значения  $\epsilon^*$  или нет. Во втором случае

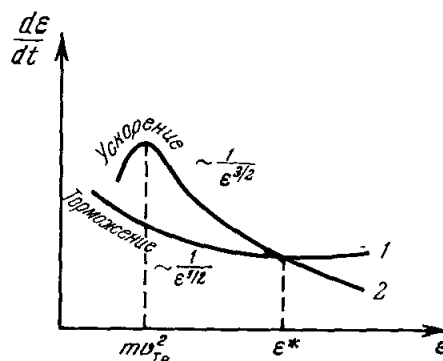


Рис. 1.

отсутствует устойчивая точка и максимум около  $\varepsilon = \varepsilon^*$ . Величина  $\varepsilon^*$  в (3,1) и (3,2) может быть оценена:

$$\varepsilon^* \ln \frac{\varepsilon^*}{\hbar \omega_{0e}} \approx 2T_{\text{эфф}}, \quad (3,3)$$

т. е. имеет порядок  $T_{\text{эфф}}$ . Этот результат весьма нагляден и говорит о том, что ускоряемые частицы увеличивают энергию до температуры порядка эффективной температуры колебаний. Напомним, что часто фермиевское ускорение частиц при отражении от магнитных облаков интерпретируют как нагрев легкого газа частиц при соударении с массивными «частицами магнитных облаков». При этом тенденция к равномерному распределению приводит к эффективному ускорению (нагреву) легких частиц. Такая интерпретация является частным случаем общего соотношения (3,3)\*).

Можно сказать, что ускоряемые в турбулентной плазме частицы черпают энергию из энергии макроскопического движения, заключенного в колебаниях плазмы.

Легко сравнить характерное время ускорения  $\tau_{\text{уск}} \approx p^2/D^1$  с временем релаксации волн  $\tau_{\text{релакс}} \sim \frac{1}{\gamma_{\text{ланд}}}$ . Оказывается, что  $\tau_{\text{уск}} \ll \tau_{\text{релакс}}$  при  $W^1 \gg n\varepsilon$ , т. е. когда энергия волн намного превосходит энергию частиц. Это указывает на то, что ускоряться может лишь небольшая доля общего числа частиц.

Казалось бы, должно наступить такое время, в течение которого все волны затухли бы из-за ускорения. Это в действительности может быть неверным, по крайней мере по двум причинам. Во-первых, в системе возможны различные источники плазменных колебаний, расположенные как в области, где происходит ускорение частиц, так и вне ее (в последнем случае плазменные колебания «поступают» через границу области, которая может рассматриваться как источник). Во-вторых, генерация колебаний возможна и самими ускоряемыми частицами<sup>162</sup>. Эта возможность весьма существенна как для определения энергии инжекции ускоряемых частиц, так и для вопроса о распределении энергии между ускоряемыми частицами и турбулентностью (этот вопрос для ускорения космических лучей был поставлен в<sup>74</sup>). Механизм генерации колебаний даже для изотропно распределенных частиц может возникать из-за эффектов индуцированного рассеяния<sup>35</sup>.

Следует особо подчеркнуть, что лишь в том случае, когда из общего числа частиц плазмы ускоряется их небольшая доля, целесообразно говорить об ускорении частиц в плазме, тогда как противоположный случай, когда основная масса частиц приобретает энергию от колебаний плазмы, соответствует турбулентному нагреву плазмы. Фактически для осуществления турбулентного нагрева необходима непрерывная накачка колебаний из внешних источников (например, внешнего электрического поля). В такой ситуации турбулентность плазмы не является слабой. Вместе с тем очень часто именно условие слабой турбулентности  $W^1 \ll \ll n_0 T$  для высокочастотной турбулентности практически оказывается выполненным (см. раздел III). При этом энергию может получить лишь весьма малая доля общего числа частиц плазмы, т. е. речь идет об ускорении частиц в плазме.

Рассмотрим, каким будет стационарный спектр ускоренных частиц при ускорении стационарными лэнгмюровскими колебаниями и торможении из-за соударений. Коэффициент диффузии для изотропно распре-

\*) Мы проиллюстрировали это на простейшем примере. Однако для других вариантов ускорения получается тот же качественный вывод.

деленных лэнгмюровских колебаний имеет вид (см. (2,4), (2,16) и § 5)

$$D^1(v) = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{v^3} \int_{v_{\Phi 1}}^v \frac{\hbar N^1(v_{\Phi}) dv_{\Phi}}{v_{\Phi}}, \quad (3,4)$$

где  $v_{\Phi 1}$  — нижнее значение  $v_{\Phi}$ , для которых  $N^1(v_{\Phi}) \neq 0$ . Уравнение, описывающее ускорение, есть (2,8). Изменение функции распределения из-за соударений может быть описано интегралом соударений

$$\frac{\partial f_p}{\partial \tau} \approx \frac{1}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial u} + f \right), \quad (3,5)$$

$u = \frac{v}{v_{Te}}$ ,  $\tau = v_{ст} t$ ,  $v_{ст}$  — частота соударений.

Уравнения, описывающие ускорение частиц плазменными волнами и торможение из-за соударений, приобретают вид <sup>10,42</sup>

$$\frac{\partial}{\partial \tau} f(u, \tau) = \frac{1}{u^2} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{1+\alpha}{u} \frac{\partial f(u, \tau)}{\partial u} + f(u, \tau) \right), \quad (3,6)$$

$$u = \frac{v}{v_{Te}}, \quad \tau = t v_{ст},$$

$$\alpha = \frac{e^2 \omega_{0e}^3 \hbar}{m v_{ст} v_{Te}^5} \int_{u_{\Phi 1}}^u N^1(u_{\Phi}, \tau) \frac{du_{\Phi}}{u_{\Phi}}.$$

Отсюда имеем равновесное решение

$$\varphi(\varepsilon) \frac{u}{2} = u^2 f = \begin{cases} n \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} u^2 & \text{при } u < u_{\Phi 1}, \\ n \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{u_{\Phi 1}^2}{2}} u^2 \exp \left\{ - \int_{u_{\Phi 1}}^u \frac{u du}{1+\alpha(u)} \right\} & \text{при } u > u_{\Phi 1}. \end{cases} \quad (3,7)$$

Таким образом, до  $u = u_{\Phi 1}$  имеется максвелловское распределение ( $u_{\Phi 1}$  — наименьшая фазовая скорость волн). Вид спектра при  $u > u_{\Phi 1}$ , где действует ускоряющий механизм, существенно зависит от вида спектра волн. Однако общим является наличие участка роста функции распределения с последующим спадом. Это следует из  $\alpha \gg 1$ , что имеет место в случае, когда эффективная температура колебаний намного превосходит температуру электронов (рис. 2). Если  $\alpha(u) \sim u^2$ , что имеет место при  $N^1(u_{\Phi}) \sim u_{\Phi}^2$ , то падающая часть спектра является степенной,  $f \sim \frac{1}{\varepsilon^{\alpha}}$  ( $u \gg u_{\Phi 1}$ ).

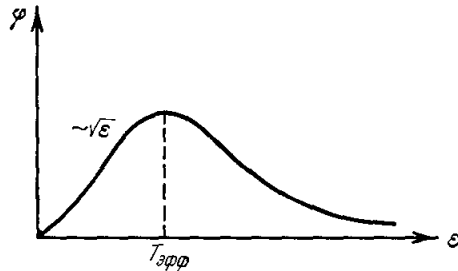


Рис. 2.

Различные виды спектра при ускорении лэнгмюровскими колебаниями, с учетом других потерь (синхротронного излучения для релятивистских электронов и др.), найдены в <sup>15,75</sup>. Важное значение могут иметь также нелинейные взаимодействия лэнгмюровских колебаний между собой. Механизм такого взаимодействия состоит в индуцированном рассеянии лэнгмюровских колебаний на тепловых электронах и ионах плазмы (§ 6); притом спектр колебаний, сужаясь, перемещается в сторону больших фазовых скоростей при незначительном изменении полной энергии

колебаний и сохранении полного числа лэнгмюровских квантов  $N_k$  (см. § 6). Заметим, что эффективность ускорения при этом значительно возрастает. Действительно, коэффициент диффузии (3,4) в случае, когда колебания сосредоточены в узком интервале  $\Delta v_\phi$  около  $v_\phi < v$ , имеет вид

$$D^1 \approx \frac{e^2}{\omega_{0e} v^3} v_\phi^3 \cdot 2\pi^2 W^1, \quad (3,8)$$

т. е. растет как  $v_\phi^3$ . Для иллюстрации рассмотрим случай, когда характерная фазовая скорость волн линейно увеличивается во времени, считая начальный спектр колебаний достаточно узким. Коэффициент диффузии равен при этом (3,8) при  $v_\phi < v$  и обращается в нуль при  $v_\phi > v$ . Чем больше энергия частицы, тем больше промежуток времени, в течение которого частица испытывает ускорение. Это приводит к «вытягиванию» функции распределения в область больших энергий. Так, решение уравнения диффузии (2,14) для (3,8) и  $v_\phi = v_{\phi 0} (1 + \frac{t}{t_0})$  показывает, что группа частиц, в начальный момент времени имеющая малый разброс по скоростям около  $v_0 \gg v_{\phi 0}$ , после процесса ускорения (ускорение прекращается, если  $v_\phi > v$ ) описывается распределением

$$f(\epsilon) = \frac{4n_1 \sqrt{\epsilon_0}}{5\beta} I_{2/5} \left( \frac{16}{25} \frac{\epsilon_0^{5/4}}{\beta \epsilon^{3/4}} \right) \exp \left\{ -\frac{8}{25\beta} \frac{(\epsilon_0^{5/2} + \epsilon^{5/2})}{\epsilon^2} \right\}. \quad (3,9)$$

Здесь  $\epsilon = u^2/2$  ( $u = v/v_{te}$ ) — энергия частицы в единицах массы,  $\epsilon_0 = \frac{u_0^2}{2}$ ,  $u_0 = v_0/v_{te}$  — начальная энергия частицы,

$$\beta = \omega_{0e} t_0 \frac{W^1 \pi}{n_0 m v_{\phi 0}^2}, \quad (3,10)$$

$n_1$  — число ускоряемых частиц,  $I_{2/5}$  — функции Бесселя мнимого аргумента,  $t_0$  — характерное «время перекачки». В области малых фазовых скоростей волн  $v_{\phi 0}/v_{te} \lesssim (m_i/m_e)^{1/3}$  перекачка колебаний происходит из-за рассеяния на электронах и  $\beta$  имеет порядок <sup>31,56</sup>  $\beta \approx v_{\phi 0}/v_{te}$ . Перекачка, связанная с рассеянием на ионах, существенна в том случае, если  $v_\phi \gtrsim v_{te}^2/v_{ti}$ , при этом  $\beta \approx v_{ti}/v_{\phi 0}$ . Следует, например, обратить внимание на относительно медленный спад функции распределения (3,9) с энергией как  $e^{-V\epsilon}$ , а не  $e^{-\epsilon}$ , как в (3,7) при  $\alpha = \text{const}$ . При других начальных спектрах частиц, естественно, возникают более сложные распределения ускоренных частиц. Важно подчеркнуть рост эффективности перекачки с ростом  $v_\phi$ , с одной стороны, и возможность установления стационарных спектров турбулентности с большими  $v_\phi$  — с другой. Последнее может быть обусловлено четырехплазмонными взаимодействиями, как предположено в <sup>163</sup>. В проблеме спектра ускоренных частиц важную роль играет вопрос о распределении энергии между турбулентностью, магнитным полем и частицами <sup>2</sup>.

## II. ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО УСКОРЕНИЯ

Перейдем к последовательному изложению теории статистического ускорения, в общих чертах обрисованной в предыдущем разделе. Наряду с изложением конкретных результатов по различным механизмам ускорения в турбулентной плазме как изотропной, так и при наличии внешних полей мы обсудим вопрос об относительной роли высокочастотных и низкочастотных турбулентных пульсаций, вопрос об ограничениях на интенсивности колебаний, вопрос о предельном переходе статистического ускорения в частный случай фермиевского ускорения, роль нестационарности турбулентных пульсаций и другие вопросы.

§ 4. Индуцированное черенковское ускорение <sup>5,47</sup>

Изменение энергии и импульса заряженных частиц происходит при взаимодействии с электромагнитными полями. В плазме, являющейся системой слабозаимодействующих частиц, распространенным типом взаимодействия является черенковское поглощение и излучение электромагнитных волн. Это связано с тем, что частицы в плазме могут длительное время двигаться свободно, не испытывая соударений и ускорений, а также с возможностью распространения в плазме электромагнитных волн с весьма малыми фазовыми скоростями. Процессы индуцированного поглощения и излучения их являются элементарными актами изменения статистического состояния ускоряемых частиц.

Вероятности спонтанного черенковского излучения в изотропной прозрачной среде могут быть найдены из выражения для потерь энергии заряда  $W$ , определенного методом Ландау <sup>48-52</sup>.

Для полноты картины проиллюстрируем здесь метод вычисления  $W$  на простейшем примере изотропной среды. Мощность, излучаемая сторонним током, текущим по среде, равна средней за единицу времени работе, совершаемой током в созданном им поле  $E(r, t)$ :

$$W = - \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} dr \frac{dt}{T} E(r, t) j(r, t) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{(2\pi)^4}{T} \int dk d\omega j_{k\omega}^* E_{k\omega},$$

где  $E_{k\omega}$  и  $j_{k\omega}$  — компоненты Фурье поля и тока. Усреднение по времени проведено для исключения из  $W$  осциллирующих членов. Для линейной среды поле, создаваемое током, легко найти из уравнений Максвелла

$$(k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \omega^2 \epsilon_{ij}(\omega, k)) E_{jk\omega} = 4\pi i \omega j_{ik\omega},$$

где  $\epsilon_{ij}$  — диэлектрическая проницаемость с учетом пространственной дисперсии. Имеем

$$E_{jk\omega} = \Pi_{ijk\omega} j_{ik\omega},$$

$\Pi_{ij}$  — обратный максвелловский оператор. Отсюда

$$W = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{(2\pi)^4}{T} \int dk d\omega j_i^*(k, \omega) \Pi_{ij}(k, \omega) j_j(k, \omega).$$

Заряд, движущийся равномерно со скоростью  $v$ , создает ток

$$j = ev \delta(r - vt),$$

фурье-компоненты которого

$$j_{k\omega} = \frac{ev}{(2\pi)^3} \delta(\omega - kv).$$

При подстановке этого выражения в  $W$  нужно учесть, что (см. 157)

$$\delta^2(\omega - kv) \rightarrow \delta(\omega - kv) \frac{T}{2\pi}.$$

Это позволяет выражение для мощности потерь записать в виде

$$W = - \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int dk d\omega v_i \Pi_{ij}(k, \omega) v_j \delta(\omega - kv).$$

В изотропной среде легко найти выражение для обратного оператора

$$\Pi_{ij} = - \frac{4\pi i \omega}{k^2} \left\{ \frac{k_i k_j}{\omega^2} \frac{1}{\epsilon^l(\omega, k)} - \frac{k^2 \delta_{ij} - k_i k_j}{k^2 - \omega^2 \epsilon^t(\omega, k)} \right\};$$

$\epsilon^t$  и  $\epsilon^l$  — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости, входящие в выражение для  $\epsilon_{ij}$ :

$$\epsilon_{ij}(\omega, k) = \epsilon^l(\omega, k) \frac{k_i k_j}{k^2} + \epsilon^t(\omega, k) \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right).$$

Подставляя это выражение в  $W$ , удобно привести результат к виду, в котором интегрирование осуществляется лишь по положительным частотам

$$W = \frac{e^2}{\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int d\mathbf{k} \omega \left\{ \frac{[\mathbf{k}\mathbf{v}]^2}{k^2} \operatorname{Im} \frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})} - \frac{1}{k^2} \operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})} \right\} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}).$$

Здесь учтено, что

$$\varepsilon^t(-\omega, -\mathbf{k}) = \varepsilon^{t*}(\omega, \mathbf{k}), \quad \varepsilon^l(-\omega, -\mathbf{k}) = (\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k}))^*.$$

В области прозрачности среды

$$\operatorname{Im} \frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})} = \pi \delta(k^2 - \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})),$$

$$\operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})} = -\pi \delta(\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})).$$

Таким образом, в области прозрачности изотропной среды

$$W = \frac{e^2}{\pi} \int_0^\infty d\omega \int d\mathbf{k} \omega \left\{ \frac{[\mathbf{k}\mathbf{v}]^2}{k^2} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \delta(k^2 - \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})) + \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{1}{k^2} \delta(\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})) \right\}.$$

С другой стороны,

$$W = \int \hbar \omega(\mathbf{k}) u_p(\mathbf{k}) d\mathbf{k},$$

где  $u_p(\mathbf{k})$  — вероятность спонтанного черенковского излучения.

Уравнения  $k^2 = \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})$  и  $\varepsilon^l(\omega, \mathbf{k}) = 0$ , определяющие закон дисперсии волн, могут иметь несколько ветвей  $\omega_\sigma(\mathbf{k})$ .

В соответствии с этим вероятности черенковского излучения поперечных и продольных волн будут содержать суммы по возможным ветвям\*):

$$u_p^t(\mathbf{k}) = \frac{e^2}{\hbar \pi} \sum_{\sigma} \frac{[\mathbf{k}\mathbf{v}]^2}{k^2} \frac{\delta(\omega_\sigma - \mathbf{k}\mathbf{v})}{\frac{\partial}{\partial \omega_\sigma} \omega^2 \varepsilon^t(\omega, \mathbf{k})}, \quad (4,1)$$

$$u_p^l(\mathbf{k}) = \frac{e^2}{\hbar \pi} \sum_{\sigma} \frac{1}{\frac{\partial \varepsilon^l(\omega, \mathbf{k})}{\partial \omega_\sigma}} \frac{1}{k^2} \delta(\omega_\sigma - \mathbf{k}\mathbf{v}). \quad (4,2)$$

Нам осталось лишь учесть, что вероятность индуцированного процесса отличается от вероятности спонтанного множителем, равным числу волн  $N$  (числу квантов), т. е. введенная выше (стр. 98) величина  $w_p(\mathbf{k})$  имеет вид

$$w_p^t(\mathbf{k}) = u_p^t(\mathbf{k}) N_k^t, \quad (4,3)$$

$$w_p^l(\mathbf{k}) = u_p^l(\mathbf{k}) N_k^l.$$

Используя результаты предыдущего параграфа, легко найти характеристики ускоряемых частиц.

Рассмотрим простейший пример воздействия изотропного поперечного черенковского излучения, считая пространственную дисперсию пренебрежимо малой:

$$D^l(p^2) = \frac{1}{v^2} \int w_p^t(\mathbf{k}) (\mathbf{k}\mathbf{v})^2 d\mathbf{k} = \frac{1}{v^2} \frac{e^2}{\pi} \sum_{\sigma} \int \hbar N_{|\mathbf{k}|}^t d\mathbf{k} \frac{[\mathbf{k}\mathbf{v}]^2}{k^2} \frac{\omega_\sigma^2(\mathbf{k})}{\frac{\partial}{\partial \omega_\sigma} (\omega^2 \varepsilon^t)} \delta(\omega_\sigma - \mathbf{k}\mathbf{v}) =$$

$$= \frac{e^2}{v} \int_{\omega > 1}^\infty \hbar N_\omega^t d\omega \omega^2 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon^t(\omega) v^2} \right), \quad (4,4)$$

$$N_\omega^t = N_{|\mathbf{k}|}^t \text{ при } k^2 = \omega^2 \varepsilon^t(\omega).$$

\*) Производная  $\partial/\partial \omega_\sigma$  означает операцию  $\partial/\partial \omega$  с последующей подстановкой  $\omega = \omega_\sigma(\mathbf{k})$ .

В последнем выражении удобно перейти к интегрированию по частотам. Из (4,4) и (2,9) получим эффект ускорения систематического

$$\dot{E}_p = \frac{2e^2}{p} \int_{nv > 1} \hbar N_\omega^t \omega^2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^t(\omega)}\right) d\omega \quad (4,5)$$

и флуктуационного (см. (2,12))

$$G(\varepsilon) = e^2 v \int_{nv > 1} \hbar N_\omega^t \omega^2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^t(\omega) v^2}\right) d\omega. \quad (4,6)$$

Результат пропорционален  $\hbar \omega N_\omega^t$  — энергии волн в заданном интервале частот, которая пропорциональна  $E_\omega^2$  — квадрату амплитуды флуктуационного поля волны.

Результат (4,5) можно получить путем непосредственного усреднения движения частицы в флуктуирующих полях 47, 53–55. Этот вывод представляет самостоятельный интерес, так как может быть легко обобщен на случай неустойчивых систем. Пусть

$$E(r, t) = \sum_{\sigma} \int E(k) e^{i\mathbf{k}r - i\omega_{\sigma}(k)t} d\mathbf{k}, \quad (4,7)$$

а среднее значение квадратичных комбинаций 48, 49

$$\langle E_i(\mathbf{k}) E_j(\mathbf{k}') \rangle = \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) E_{\mathbf{k}}^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \quad (4,8)$$

определяет  $E_{\mathbf{k}}^2$ , зависящее в рассматриваемом случае изотропного излучения лишь от модуля  $|\mathbf{k}|$ . Множитель  $\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}$  учитывает поперечность волн. Движение частицы в поле (4,7) описывается уравнением

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{m\mathbf{v}(t)}{\sqrt{1-v^2(t)}} &= \mathbf{f}(t) = \\ &= e \sum_{\sigma} \int \left[ \left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})}\right) E_{\mathbf{k}} + \frac{\mathbf{k}}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})} (\mathbf{v}(t) E_{\mathbf{k}}) \right] e^{i\mathbf{k}r(t) - i\omega_{\sigma}(\mathbf{k})t} d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (4,9)$$

Это уравнение можно решать по теории возмущений, раскладывая по  $E_{\mathbf{k}}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{v}_1 = \frac{1}{\varepsilon_p} \int_0^t [\mathbf{f}_0(t) - \mathbf{v}_0 (\mathbf{v}_0 \mathbf{f}_0(t))] dt, \\ \mathbf{r}(t) &= \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{r}_1 = \frac{1}{\varepsilon_p} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} [\mathbf{f}_0(t') - \mathbf{v}_0 (\mathbf{v}_0 \mathbf{f}_0(t'))] dt', \\ \varepsilon_p &= \frac{m}{\sqrt{1-v_0^2}}. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{v}_0$  — постоянная скорость частицы в отсутствие поля волн,  $\mathbf{f}_0(t) = \mathbf{f}(t)$  при  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t$ . Найдем среднее изменение энергии частицы, оставляя лишь члены, квадратичные по  $E_{\mathbf{k}}$ :

$$\dot{E}_p = \left\langle \frac{d\varepsilon_p}{dt} \right\rangle = \langle \mathbf{f}(t) \mathbf{v}(t) \rangle = \langle \mathbf{f}_0(t) \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_0 \mathbf{f}_1(t) \rangle,$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1(t) &= e \sum_{\sigma} \int \left\{ \left[ \frac{\mathbf{k}}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})} (\mathbf{v}_1(t) E_{\mathbf{k}}) - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_1(t)}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})} E_{\mathbf{k}} \right] + \right. \\ &\quad \left. + i(\mathbf{k}\mathbf{r}_1) \left[ \left(1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_0}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})}\right) E_{\mathbf{k}} + \frac{\mathbf{k}}{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})} (\mathbf{v}_0 E_{\mathbf{k}}) \right] \right\} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{v}_0 - \omega_{\sigma}(\mathbf{k}))t} d\mathbf{k} \end{aligned}$$

Усреднение легко проводится с помощью (4,8):

$$\begin{aligned} \dot{E}_p &= \frac{2e^2 \pi^2}{\varepsilon_p v_0} \int E_{\omega}^2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^t(\omega)}\right) \frac{\partial}{\partial \omega} \omega^2 \varepsilon^t d\omega, \\ E_{\omega}^2 &= |E_k|^2 \text{ при } k^2 = \omega^2 \varepsilon^t(\omega). \end{aligned} \quad (4,10)$$

Из сопоставления с (2,5) видно, что число волн связано с  $E_\omega^2$  соотношением  $\hbar N_\omega = \frac{\pi^2}{\omega^2} E_\omega^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \omega^2 \epsilon^t$ , что, впрочем, можно было бы получить, непосредственно усредняя по флуктуациям выражение для энергии электромагнитного поля

$$\frac{B^2}{8\pi} + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^t \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dt.$$

Приведенный вывод позволяет выявить приближенный характер формул индуцированного черенковского ускорения, а именно, в (4,5), (4,10) учтен лишь эффект первой степени по  $E_k^2$  — квадрату амплитуды полей. Если продолжить процедуру разложения по полям, приведенную к (4,10), можно получить следующие поправки:  $\sim E_k^4$  и т. д. Мы не будем здесь этого делать, так как значительно проще исходить из простых наглядных физических соображений, приведенных ниже.

Здесь лишь отметим, что разложение становится непригодным, как это следует из (4,9), при  $|\mathbf{k}|r_1(t) \sim 1$ , т. е. в случае, когда амплитуда колебаний частицы в поле волны станет порядка длины волны. Заметим, что помимо условия  $|\mathbf{k}|r_1(t) \ll 1$  необходимо также выполнение неравенства  $|v_1| \ll v_0$  или эквивалентного  $r_1 \ll (v_0 k / \omega) \frac{1}{k}$ . В силу черенковского условия  $v_0 k / \omega > 1$  последнее условие будет выполненным, если выполнено первое.

### § 5. Ускорение продольными колебаниями плазмы

Прежде чем перейти к более подробному анализу поправок к черенковскому ускорению, целесообразно остановиться на черенковском ускорении продольными волнами.

Этот эффект представляет особый интерес. Дело в том, что продольные колебания обычно имеют относительно небольшие фазовые скорости, т. е. могут ускорять сравнительно медленные частицы. Хорошо известно<sup>40</sup>, что в изотропной плазме возможны два типа продольных колебаний, удовлетворяющих дисперсионному уравнению

$$\epsilon^1(\omega, \mathbf{k}) = 0.$$

Во-первых, это лэнгмюровские колебания со спектром  $\omega_e^2 \approx \omega_{0e}^2 + 3v_{Te}^2 k^2$ , где  $\omega_{0e}^2 = \frac{4\pi n e^2}{m_e}$ ,  $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ . Фазовые скорости лэнгмюровских волн  $\omega/k$  могут быть любыми в интервале от  $\infty$  до величин порядка  $v_{Te}$ . Во-вторых, это ионнозвуковые колебания, возможные в неизотермической плазме с  $T_e \gg T_i$ , фазовые скорости которых могут приближаться к  $v_{Ti}$ . Оба типа колебаний могут играть существенную роль в плазме при ускорении как электронов, так и ионов.

Целесообразно здесь привести также соотношения, связывающие число продольных квантов  $N_k^1$  с амплитудами Фурье электрического поля колебаний

$$\langle E_i^{\sigma \pm}(\mathbf{k}, \omega), E_j^{\sigma \pm}(\mathbf{k}, \omega) \rangle = |E_{k\sigma}^2| \delta(\omega + \omega') \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(\omega - \omega_{\sigma \pm}(\mathbf{k})) \frac{k_i k_j}{k^2}. \quad (5,1)$$

Здесь  $\omega_{\sigma \pm}(\mathbf{k}) = \pm |\omega_{\sigma}(\mathbf{k})|$ , причем

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\sigma \pm} \int d\mathbf{k} \mathbf{E}_{\sigma \pm}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_{\sigma \pm}(\mathbf{k})t}. \quad (5,1')$$



Записанные соотношения служат определением  $|E_{\mathbf{k}\sigma}|^2$ . С помощью (5,1') легко можно найти энергию электромагнитного поля колебаний

$$W \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^t E^1 \frac{\partial D^1}{\partial t} dt = \sum_{\sigma+} \int \frac{|E_{\mathbf{k}\sigma+}|^2 dk}{4\pi} \omega_{\sigma+}(\mathbf{k}) \frac{\partial \varepsilon^1(\omega, \mathbf{k})}{\partial \omega} \Big|_{\omega=\omega_{\sigma+}(\mathbf{k})}.$$

Сопоставляя полученное значение  $W$  с выражением

$$W = \sum_{\sigma} \int \frac{\hbar \omega_{\sigma} N_{\mathbf{k}}^{\sigma} dk}{(2\pi)^3},$$

находим

$$N_{\mathbf{k}}^{\sigma} = \frac{2\pi^2}{h} \left| \frac{\partial}{\partial \omega} \varepsilon^1(\omega, \mathbf{k}) \right|_{\omega=\omega_{\sigma+}(\mathbf{k})} |E_{\mathbf{k}\sigma+}|^2. \quad (5,1'')$$

Плазму, в которой возбуждены интенсивные колебания, называют турбулентной. Для изотропно турбулентной плазмы легко найти из (4,1) выражения для коэффициентов диффузии  $D^1$  и  $D^t$ , определяющих ускорение и рассеяние:

$$D^1 = \frac{2e^2}{v^3} \sum_{\sigma} \int_{\substack{\omega_{\sigma}(\mathbf{k}) \\ v > \frac{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})}{k}}} \frac{\hbar N_{\mathbf{k}}^1 dk \omega_{\sigma}^2(\mathbf{k})}{k \frac{\partial \varepsilon^1(\omega, \mathbf{k})}{\partial \omega_{\sigma}}}, \quad (5,2)$$

$$D^t = \frac{e^2}{v} \sum_{\sigma} \int_{\substack{\omega_{\sigma}(\mathbf{k}) \\ v > \frac{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})}{k}}} k dk \frac{\hbar N_{\mathbf{k}}^1}{\frac{\partial \varepsilon^1(\omega, \mathbf{k})}{\partial \omega_{\sigma}}} \left( 1 - \frac{\omega_{\sigma}^2(\mathbf{k})}{k^2 v^2} \right). \quad (5,3)$$

Из (5,2) и (5,3) видно, что если скорость частицы намного превосходит характерную фазовую скорость волн  $\frac{\omega_{\sigma}(\mathbf{k})}{k} \ll v$ , эффекты рассеяния оказываются по порядку величины в  $\frac{k^2 v^2}{\omega_{\sigma}^2}$  раз больше эффектов ускорения.

Это имеет место при неизотропном распределении ускоряемых частиц. В этом случае рассеяние вначале приводит к изотропизации распределения частиц по углам. Ускорение же будет происходить уже при изотропном распределении частиц. Этот вывод, что нужно особо подчеркнуть, получен для случая изотропного распределения волн.

Если характерная скорость волн весьма близка к скорости частицы, то ускорение доминирует над рассеянием. Однако с ростом скорости частиц в процессе ускорения вновь рассеяние начнет доминировать над ускорением.

Для ленгмюровских колебаний можно считать, что  $\omega_{\sigma} \approx \omega_{0e}$ . Тогда удобно ввести в (5,2) интегрирование по фазовым скоростям волн  $v_{\Phi} = \omega_{0e}/k$ <sup>10</sup>. Тогда  $N_{\mathbf{k}}^1 = N^1\left(\frac{\omega_{0e}}{k}\right) = N^1(v_{\Phi})$  и

$$D^1 = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{v^3} \int_{v_{\Phi 1}}^v \frac{\hbar N^1(v_{\Phi}) dv_{\Phi}}{v_{\Phi}}. \quad (5,4)$$

Здесь мы указали на нижний предел  $v_{\Phi 1}$ , так как плазменные волны с фазовыми скоростями порядка или меньше тепловых сильно затухают. Фактически можно не вводить  $v_{\Phi 1}$ , считая, что  $N^1(v_{\Phi})$  обращается в нуль при  $v_{\Phi}$  порядка и меньше  $v_{\Phi 1}$ .

Из (5,2) найдем эффект систематического ускорения<sup>10,57,12</sup>:

$$\dot{E}_p = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{p} \left\{ \frac{1-v^2}{v^2} \hbar N^1(v) + 2 \int_{v_{\Phi 1}}^v \frac{\hbar N^1(v_{\Phi}) dv_{\Phi}}{v_{\Phi}} \right\}. \quad (5,5)$$

Заметим, что для ультрарелятивистских частиц  $\dot{E}_p = \frac{2D^1}{\varepsilon_p}$ , а  $G(\varepsilon) = D^1$ , и, таким образом, уравнение, описывающее изменение функции распределения частиц по энергиям (2,13), приобретает вид <sup>10</sup>

$$\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial t} = D^1 \frac{\partial^2 f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon^2} - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{2D^1}{\varepsilon} f(\varepsilon). \quad (5,6)$$

Для нерелятивистских частиц эффект систематического изменения энергии может быть записан в виде

$$\dot{E}_p = \frac{e^2 \omega_{0e}^3 \sqrt{m}}{2 \sqrt{2} \varepsilon^{3/2}} N^1(v) \hbar. \quad (5,7)$$

Если  $N^1 \approx T_{эфф}/\hbar\omega_{0e} = \text{const}$ , то из (5,7) следует, что время набора заданной энергии частицей тем меньше, чем больше ее масса, т. е. ионы со скоростью больше  $v_{те}$  быстрее набирают заданную энергию, нежели электроны.

Рассмотрим теперь ускорение низкочастотными ионнозвуковыми колебаниями. Хорошо известно, что при  $T_e \gg T_i$  такие колебания возможны (слабо затухают), если их фазовая скорость  $\omega/k$  лежит в интервале  $v_{ti} \ll \omega/k \ll v_{те}$ . При этом их спектр имеет вид

$$\omega_s(\mathbf{k}) = \frac{\hbar v_s}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_{De}^2}}, \quad (5,8)$$

где  $v_s = \sqrt{T_e/m_i} = v_{те} \sqrt{m_e/m_i}$  — скорость звука,  $\lambda_{De} = v_{те}/\omega_{0e}$  — дебаевский радиус электронов. Выражение для  $\varepsilon^1$ , приводящее к (5,8), имеет вид

$$\varepsilon^1 = 1 - \frac{\omega_{0i}^2}{\omega^2} + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2}. \quad (5,9)$$

В области  $\omega \ll \omega_{0i}$  спектр имеет звуковой характер,  $\omega_s = \hbar v_s$ , тогда как при  $k \lambda_{De} \gg 1$   $\omega_s \rightarrow \omega_{0i}$ . С помощью (5,2) найдем эффект систематического ускорения на ионнозвуковых колебаниях:

$$D^1 = \frac{e^2 \omega_{0e}^2}{v^3} \int_{v_{\Phi 2}}^{\tilde{v}} \frac{dv_{\Phi}}{v_{\Phi}} \hbar N^s(v_{\Phi}) \left( \frac{v_s^2 - v_{\Phi}^2}{v_{те}^2} \right)^{3/2}. \quad (5,10)$$

Здесь  $v_{\Phi 2}$  порядка  $v_{ti}$ , а  $\tilde{v} = \min(v, v_s)$ . В данном пункте имеется существенное различие по сравнению со случаем лэнгмюровских колебаний. Оно выражается в том, что фазовые скорости ионнозвуковых колебаний ограничены сверху значением  $v_s$  и лежат в интервале  $v_{ti} \ll v_{\Phi} \leq v_s$ . Это приводит к тому, что ускорения частиц с  $v < v_s$  и  $v > v_s$  различны, а именно, результат может быть представлен в виде суммы двух членов, один из которых обращается в нуль при  $v > v_s$ :

$$\begin{aligned} \dot{E}_p^s = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{p} \left\{ 2 \int_{v_{\Phi 2}}^{\tilde{v}} \frac{dv_{\Phi}}{v_{\Phi}} \hbar N^s(v_{\Phi}) \left( \frac{v_s^2 - v_{\Phi}^2}{v_{те}^2} \right)^{3/2} + \right. \\ \left. + \frac{(1-v^2)}{v^2} \left( \frac{v_s^2 - v^2}{v_{те}^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v_s - v}{|v_s - v|} \right) \hbar N^s(v) \right\}. \end{aligned} \quad (5,11)$$

При  $v \ll v_s \ll 1$  имеем \*)

$$\dot{E}_p^s = \frac{e^2 \omega_{0e}^3 \sqrt{m}}{2 \sqrt{2} \varepsilon^{3/2}} N^s(v) \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{3/2}, \quad (5,12)$$

\*) Заметим, что при  $v > v_s$  эффект систематического ускорения резко падает, однако флуктуационное ускорение имеет тот же порядок величины, что и при  $v < v_s$ .

а для ультрарелятивистских частиц в оптимальном случае, когда характерное значение фазовых скоростей ионнозвуковых колебаний намного меньше  $v_s$ ,

$$\dot{E}_p^s = \frac{2e^2\omega_{pe}^3}{\varepsilon} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{3/2} \int_{v_{\Phi 1}}^{v_{\Phi}^{\max}} \frac{dv_{\Phi}}{v_{\Phi}} N^s(v_{\Phi}). \quad (5,13)$$

Мы привели здесь пример с ускорением низкочастотными колебаниями с тем, чтобы проиллюстрировать на конкретном примере относительную роль ускорения на высокочастотных и низкочастотных колебаниях. Более подробно вопросы ускорения плазменными колебаниями при наличии магнитных полей будут рассмотрены ниже.

Часто возможна такая ситуация, при которой из энергетических соображений можно считать, что энергия колебаний не превосходит некоторой заданной величины \*).

Целесообразно поэтому сравнить эффекты ускорения низкочастотными и высокочастотными колебаниями в случае, когда энергии этих колебаний одного порядка величины. Если, кроме того, фазовые скорости лэнгмюровских колебаний имеют порядок  $v_{\Phi}^1$ , а ионнозвуковых  $v_{\Phi}^s \ll v_{\Phi}^1$ , то получим порядковые соотношения

$$\frac{N^1}{N^s} \approx \left(\frac{v_{\Phi}^1}{v_{\Phi}^s}\right)^3 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^2, \quad (5,14)$$

$$\frac{\dot{E}_p^1}{\dot{E}_p^s} \sim \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{v_{\Phi}^1}{v_{\Phi}^s}\right)^3 \gg \frac{m_i}{m_e} \gg 1. \quad (5,15)$$

Последнее неравенство следует из  $v_{\Phi}^1 \gg v_{te}$ ,  $v_{\Phi}^s \ll v_s$ . Таким образом, мы получаем существенный качественный вывод о том, что ускорение на низкочастотных колебаниях менее эффективно, чем на высокочастотных. Этот вывод иллюстрирует высказанное выше утверждение о том, что ускорение гидродинамической турбулентностью является менее эффективным, чем высокочастотной.

Нужно обратить внимание на весьма существенное обстоятельство, касающееся инжекции в режим ускорения. Лэнгмюровские колебания ускоряют лишь частицы, имеющие скорости  $v > v_{\Phi} > v_{te}$ . Для электронов записанное условие не является жестким, и они могут ускоряться с хвоста максвелловского распределения. Однако для ионов это условие является жестким. Низкочастотные же ионнозвуковые колебания могут ускорять частицы со скоростей порядка  $v_{ti}$  и производить инжекцию в режим ускорения высокочастотными колебаниями (см. § 4).

Наконец, отметим, что при заданной энергии колебаний  $W^1$  ускорение тем эффективнее, чем выше характерная фазовая скорость волн. Так, для ускорения лэнгмюровскими колебаниями релятивистских частиц имеем порядковое соотношение

$$\dot{E}_p \approx \frac{4\pi^2 e^2}{\varepsilon} \frac{v_{\Phi}^3}{\omega_0} W^1. \quad (5,16)$$

Поэтому процессы, приводящие к увеличению фазовых скоростей волн в плазме, при неизменной энергии колебаний увеличивают эффективность ускорения. Отметим, что нелинейные эффекты могут увеличивать  $v_{\Phi}$  при неизменном  $W^1$ .

\*) Например, при возбуждении колебаний пучками энергия колебаний не может превосходить энергию пучка.



рассеянию и индуцированному излучению (поглощению) двух квантов:

$$D_{ij\pm} = \int u_{\pm}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) N(\mathbf{k}_1) N(\mathbf{k}_2) (\mathbf{k}_{1i} \pm \mathbf{k}_{2i}) (\mathbf{k}_{1j} \pm \mathbf{k}_{2j}) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \cdot \hbar^2. \quad (6,2)$$

Однако (6,2) не является единственной нелинейной поправкой к индуцированному черенковскому ускорению. Наряду с этим видоизменяется вероятность черенковского излучения <sup>62,63</sup>. Вместо (4,1) можно написать

$$u'_p(\mathbf{k}) = u_p(\mathbf{k}) - \int \delta w_p(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) N(\mathbf{k}_2) d\mathbf{k}_2, \quad (6,3)$$

где  $u_p(\mathbf{k})$  — вероятность спонтанного черенковского излучения в отсутствие волн. Дополнительная диффузия, обязанная этим поправкам, есть

$$\delta D_{ij} = - \int \delta w_p(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) N(\mathbf{k}_1) N(\mathbf{k}_2) k_{1i} k_{1j} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \quad (6,4)$$

В (6,3) мы поставили знак минус в связи с тем, что указанные поправки обычно приводят к снижению интенсивности черенковского излучения. Физический смысл поправок (6,3) легко уяснить из простой аналогии с рассеянием электромагнитных волн на излучающем осцилляторе. Модуляция внешней волной приводит, как известно, к появлению рассеянных частот и к снижению интенсивности основной частоты <sup>62</sup>. В рассматриваемом случае спонтанное излучение системы обусловлено черенковским механизмом. Изменение интенсивности черенковского излучения связано с изменением закона движения заряда при наличии волн. Это будет единственной поправкой к вероятности черенковского излучения лишь в электродинамически линейной среде.

Весьма существенная роль поправок (6,3) может быть проиллюстрирована для случая, когда в спектре рассеивающихся волн присутствуют волны, падающие под углом, весьма близким к черенковскому углу. Этот случай, к примеру, аналогичен резонансному рассеянию, когда частота падающего излучения близка к частоте  $\omega_s$  излучающего осциллятора. Вероятность рассеяния при этом возрастает, как  $1/(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^4$ . Однако такой же рост имеется и в поправках к черенковскому излучению, и оба эффекта компенсируют друг друга <sup>62,63</sup>.

В плазме имеются еще дополнительные поправки к вероятности черенковского излучения, связанные с тем, что плазма является нелинейной средой. Грубо качественно это следует из того, что при наличии волн плазму можно было бы характеризовать эффективной диэлектрической проницаемостью, зависящей от интенсивности волн <sup>25</sup>:

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \epsilon(\omega, \mathbf{k}) + \int w(\omega(\mathbf{k}, \mathbf{k}')) N_{\mathbf{k}} d\mathbf{k}, \quad (6,5)$$

и следовательно, вероятность черенковского излучения, функционально зависящая от  $\epsilon$ , в электродинамически нелинейной среде оказывается иной.

Нелинейности сильно сказываются также на вероятности рассеяния <sup>63,64</sup>. В рамках линейного приближения волны не взаимодействуют между собой. Простейшее нелинейное взаимодействие соответствует излучению волны волной, что может быть изображено графически (рис. 4, а).

Если обычное рассеяние, связанное с колебаниями заряда, может быть изображено графически (рис. 4, б), то нелинейное рассеяние соответствует включению элемента рис. 4, а (см. рис. 4, в). Существенно, что рассеянные излучения от процессов рис. 4, б и в интерферируют между собой и могут очень сильно гасить друг друга. Физический смысл этого проще всего уяснить следующим образом. Если рассеяние рис. 4, б

соответствует дипольному излучению заряда, колеблющегося под действием падающей электромагнитной волны, то рассеяние рис. 4, в, как показано в <sup>64</sup>, связано с тем, что заряд с постоянной в первом приближении скоростью проходит через неоднородности плотности плазмы, создаваемые падающей волной. При этом возникает излучение типа переходного излучения <sup>65-68</sup> в среде со слоистой структурой. Излучение, связанное с колебаниями заряда, является поэтому весьма точно сфазированным с излучением типа переходного излучения. Нужно отметить, что большие нелинейности возникают в случае, когда падающая волна является продольной. Для поперечных волн с большими частотами  $\omega \gg \omega_0$  вклад нелинейности весьма мал. Наконец, указанная компенсация имеет

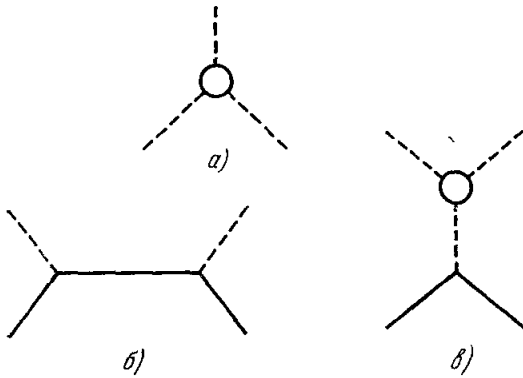


Рис. 4.

место лишь для электронов (это связано с тем, что в первом приближении нелинейный элемент (рис. 4, а) обусловлен взаимодействием электронов плазмы). Для тяжелых частиц колебания в поле падающей волны становятся пренебрежимо малыми (рис. 4, а) в сравнении с нелинейным рассеянием (рис. 4, б), и поэтому вероятность рассеяния на тяжелых частицах может намного превосходить вероятность рассеяния на электронах <sup>63,64</sup>.

Теперь мы можем рассмотреть вопрос о максимальных

интенсивностях колебаний, вплоть до которых поправки к эффектам индуцированного черенковского ускорения, например лэнгмюровскими колебаниями, являются малыми. Для этих целей воспользуемся коэффициентами  $D_{ij\pm}$  (6,2) и  $\delta D_{ij}$  (6,4) и выражениями для вероятностей рассеяния и поправок к черенковскому излучению <sup>63</sup>. Следуя <sup>63</sup>, мы рассмотрим поправки, возникающие для ультрарелятивистских частиц. Этот случай, во-первых, представляет интерес для астрофизических приложений в проблеме ускорения космических лучей <sup>2,12,13</sup>. Во-вторых, в этом пределе из двух типов эффектов (колебаний частиц в поле волны и нелинейности) существенную роль играет лишь один. Из-за релятивистского увеличения массы роль колебаний электронов в поле волны становится пренебрежимо малой в сравнении с нелинейностями. Таким образом, электроны ведут себя аналогично тяжелым ионам. Поправки в этом случае не зависят от массы частиц. Вероятности нелинейного рассеяния и поправки к черенковскому излучению лэнгмюровских волн даны в приложении 1. Там же приведен результат расчета систематического ускорения для изотропного распределения волн, получаемого при использовании указанных вероятностей, а также уравнения (2,9). Особенно наглядный результат получается в случае, когда распределение волн  $N^1(v_\phi)$  имеет узкий спектр около

$$v = v_\phi^0, \quad \Delta v_\phi \ll v_\phi^0, \quad N^1(v_\phi^0) = N_0^1 \Delta v_\phi^1.$$

Тогда

$$\dot{E}_p = \frac{2e^2\omega_0^3}{e} \frac{\hbar N_0^1}{v_\phi^0} \left( 1 + \frac{e^2}{2\pi m_e^2} \frac{179}{4080} \frac{N_0^1}{(v_\phi^0)^6} \right). \quad (6,6)$$

Критерий малости поправочного члена удобно записать через средний

квадрат напряженности поля колебаний

$$W^1 = \frac{\bar{E}^2}{4\pi} = \int \frac{dk \omega_{0e} N_k^1}{(2\pi)^3} \approx \frac{1}{2\pi^2} \frac{\omega_{0e}^4}{(\nu_\Phi^0)^4} N_0^1. \quad (6,7)$$

Искомый критерий имеет вид

$$\frac{e^2}{m_e^2} \frac{1}{(\nu_\Phi^0)^2} \frac{\bar{E}^2}{\omega_{0e}^2} \ll 1. \quad (6,8)$$

Физический смысл его легко понять, если учесть, что амплитуда колебаний электрона плазмы в поле волны  $x = eE_0/m\omega_0^2$ , и следовательно, (6,8) означает, что эта амплитуда должна быть малой по сравнению с длиной волны,  $k^2 x^2 \ll 1$ . Отметим, что движение пробного заряда плазмы в поле волны определяется в общем случае нелинейным уравнением вида

$$m\ddot{x} = eE_0 \cos(kx - \omega t) \quad (6,9)$$

и условие слабой нелинейности соответствует  $kx \ll 1$ .

Из приведенного расчета видно, что основной вклад в поправки вносят нелинейности плазмы, тогда как изменения скорости ускоряющейся частицы являются малыми. Это следует из того хотя бы, что колебания ускоряющегося электрона в  $\epsilon/m$  раз меньше колебания электрона плазмы. Нужно отметить, однако, что (6,8) благодаря малому множителю  $e^2/m$  допускает весьма большие значения  $\bar{E}^2$ , часто недостижимые в условиях возможных приложений.

При наличии магнитного поля в плазме возникает иная ситуация. В этом случае может оказаться, что влияние изменения скорости ускоряющейся частицы будет большим, чем эффект нелинейностей плазмы.

В качестве иллюстрации приведем простой пример, когда поправки к ускорению происходят лишь от колебаний заряда, а среду можно считать электродинамически линейной. Нелинейности в среде определяются амплитудой колебаний, например, электронов среды под действием внешней волны. Эти амплитуды будут малы, если электроны являются связанными и  $\omega \ll \omega_s$  ( $\omega_s$  — собственная частота связи). В этом случае естественно обратиться к рассмотренному в § 2 эффекту черенковского ускорения поперечными электромагнитными волнами. Из-за наличия  $\omega_s$ , с одной стороны, среду можно считать электродинамически линейной, с другой — может быть выполнено черенковское условие для поперечных волн. Для изотропной среды, имеющей собственные частоты  $\omega_s$ , искомый критерий проще всего получится при рассмотрении поправок к индуцированному черенковскому излучению поперечными волнами<sup>12</sup>. Качественно этот критерий следует из условия возможности разложения

$$p \gg eA \sim \frac{eE}{\omega}, \quad W = \frac{E^2 n^2}{4\pi} \ll \frac{n^2 \omega^2 \epsilon_p^2}{4\pi e^2} \equiv W_{\max}, \quad \epsilon_p \gg m.$$

Имеет смысл оценить эффект ускорения при  $n^2 = \epsilon^t(\omega) \gg 1$ , т. е. для весьма медленных волн. Этот случай интересен тем, что он позволяет сопоставить рассматриваемый эффект ускорения с фермиевским (§ 2), поскольку предположение о медленности волн в какой-то мере соответствует допущению малой скорости магнитной стенки  $u$  в (2,4) по сравнению со скоростью света. Очевидно, что в данном случае роль  $u$  будет играть величина  $1/n$ . Из (4,5) получаем по порядку величины

$$\dot{E}_p \sim 2\pi \frac{e^2}{\epsilon_p} \frac{1}{\omega} \frac{1}{n^3} W \quad (6,10)$$

На границе применимости теории, т. е. при  $W \sim W_{\max}$ , имеем

$$\dot{E}_p \approx \frac{u^2 \epsilon_p}{\lambda}, \quad u = \frac{1}{n}, \quad \lambda = \frac{2\pi u}{\omega}. \quad (6,11)$$

Сопоставляя (6,11) с (2,1) и учитывая, что  $v \sim 1$  ( $\epsilon \gg m$ ), видим, что в пределе ускорение становится фермиевским \*). Проведенный анализ показывает, что для возникновения фермиевского механизма в плазме необходимо наличие магнитного поля, а также чтобы частота волны  $\omega$  была весьма низкой. Таким образом, фермиевское ускорение может возникать лишь для частного случая низкочастотной гидродинамической турбулентности. Поэтому фермиевское ускорение является весьма частным случаем, соответствующим малоэффективному ускорению крупномасштабной турбулентностью. Заметим также, что ускорение высокочастотной турбулентностью растет с ростом интенсивности волн  $\bar{E}^2$ , или, что то же, с увеличением энергии турбулентного движения, тогда как фермиевское ускорение соответствует «насыщению», т. е. уже не зависит от энергии турбулентного движения. Нужно отметить также, что предельное значение (6,11), соответствующее насыщению, очень сильно зависит от масштаба турбулентности  $\lambda$  и для высокочастотной турбулентности намного превосходит соответствующее значение для низкочастотной турбулентности. Поэтому даже допредельное значение ускорения высокочастотной турбулентностью может намного превосходить предельное фермиевское ускорение низкочастотной турбулентностью.

Есть, далее, основание считать, что в отсутствие магнитного поля предельное значение (6,11) для ускорения плазмменными продольными колебаниями никогда не достигается. Действительно, критерий (6,8) соответствует тому, что колебания плазмы становятся нелинейными. Ускорение нелинейными колебаниями имело бы такой же характер, на что указывает также формула (6,6), которая по характеру зависимости от энергии частицы имеет такой же вид, как и для индуцированного черенковского ускорения. Однако нелинейные плазмменные волны большой амплитуды будут неустойчивыми. Известно, что критерий появления одного из быстрых механизмов неустойчивости многоскоростных течений в нелинейных волнах имеет вид

$$\frac{e^2}{m_e^2} \frac{1}{v_\phi^2} \frac{\bar{E}^2}{\omega_{oe}^2} > 1. \quad (6,12)$$

Условие устойчивости отличается от (6,8) лишь тем, что сильное неравенство заменено на неравенство. Поэтому вопрос о переходе ускорения на плазмменных колебаниях при  $H = 0$  в фермиевское сводится к вопросу о том, могут ли в плазме длительное время существовать волны большой амплитуды.

б) Проблема временного изменения спектра турбулентности. Остановимся кратко на вопросе о роли индуцированного рассеяния волн на частицах самой плазмы, а не на ускоряемых частицах. Вероятность рассеяния на электронах в частном случае  $v_\phi \ll v_{te} (m_i/m_e)^{1/2}$  имеет вид <sup>64, 56 \*\*)</sup>

$$w_p(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_1') = \frac{4e^4}{m_e^2 \omega_{oe}^2} \frac{(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_1')^2 (\mathbf{k}_1 \mathbf{v})^2}{k_1^2 k_1'^2} \delta(\mathbf{k}_1 \mathbf{v} - \mathbf{k}_1' \mathbf{v} - \omega_1 + \omega_1'). \quad (6,13)$$

\*) На примере «магнитных» облаков в <sup>12</sup> показано, что фермиевское ускорение возникает тогда, когда размер «облака» и величина магнитного поля достаточны для отражения частицы.

\*\*) Рассеянию электромагнитных волн в плазме посвящено большое число работ <sup>72, 73</sup>. Трансформация поперечных волн в продольные при рассеянии впервые рассмотрена в <sup>72</sup>.



Легко показать, что взаимодействие, описываемое (6,13), соответствует сохранению энергии колебаний и спектральной перекачки их в область меньших фазовых скоростей с характерным временем порядка <sup>31,56</sup>

$$\tau \sim \frac{1}{\omega_{0e}} \frac{m_e n v_{Te}^2}{W^1} \left( \frac{v_{\Phi}^1}{v_{Te}} \right)^3, \quad v_{\Phi}^1 = \frac{\omega_{0e}}{|\mathbf{k}|}. \quad (6,14)$$

Существенную роль может играть также спектральная перекачка, связанная с рассеянием на ионах плазмы <sup>64, 56, 69, 70</sup>. Наличие указанной спектральной перекачки является весьма важным для эффекта ускорения, поскольку при заданной энергии колебаний эффективность ускорения растет как  $v_{\Phi}^3$ .

Наконец, индуцированное рассеяние на частицах плазмы может приводить к трансформации продольных колебаний в поперечные <sup>56, 69, 72</sup>. Поперечные колебания производят ускорение заряженных частиц в плазме лишь при наличии внешних магнитных полей <sup>10, 14</sup> (см. ниже, § 9). Наконец, спектр колебаний может изменяться из-за распадных процессов <sup>27, 24, 34, 25</sup> и др.

в) П р о б л е м а и н ж е к ц и и. Проблема инжекции в общей проблеме статистического ускорения частиц обсуждалась весьма давно <sup>2, 148</sup>. При этом в основном обращалось внимание на вопросы, связанные со статистическим механизмом ускорения Ферми. Весьма существенные результаты в этом направлении были получены Сыроватским и Корчаком <sup>158</sup>, показавшими, что для тяжелых ионов условия инжекции в фермиевское ускорение облегчены. Это весьма важно для проблемы происхождения космических лучей.

В рассматриваемом здесь варианте статистического ускорения высокочастотной турбулентностью (например, на плазменных волнах) ситуация коренным образом меняется. А именно, электроны при наличии достаточно большой высокочастотной турбулентности способны ускоряться с хвоста максвелловского распределения  $v > v_{Te}$ , т. е. «безынежекционно» (фактически инжекция определяется процессом саморегулирования <sup>158</sup>).

Однако для ионов положение иное, так как их средняя тепловая скорость обычно намного меньше  $v_{Te}$  и условия инжекции для ионов не выполнены.

Следует заметить, что рассмотренные выше эффекты индуцированного рассеяния могут приводить к эффектам ускорения, так же как и эффекты индуцированного излучения и поглощения.

Ускорение частиц из-за эффектов индуцированного рассеяния особенно существенно, если эффекты черенковского ускорения запрещены, как, например, при воздействии высокочастотной турбулентности на ионы с  $v < v_{Te}$ . Нелинейные эффекты индуцированного рассеяния на лэнгмюровских колебаниях могут осуществлять инжекцию в черенковское ускорение, если

$$(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} = \omega_1 - \omega_2 = \frac{3v_{Te}^2}{2\omega_{0e}} (k_1^2 - k_2^2). \quad (6,15)$$

Существенно также то, что вероятность рассеяния на ионах весьма велика (в сравнении с вероятностью рассеяния на электронах). Это связано с тем, что отсутствует компенсация рассеяний двух типов (из-за колебаний заряда в поле волны и переходного излучения на неоднородностях, создаваемых волной). Из-за большой массы иона имеет место лишь

нелинейное рассеяние типа переходного излучения, причем <sup>70</sup>

$$w_p(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{e^4 (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2)^2}{m_e^2 \omega_e^4 k_1^2 k_2^2} \delta((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \mathbf{v} - \omega_1 + \omega_2) (2\pi)^{-3}. \quad (6,16)$$

С помощью коэффициента диффузии (6,2) и формулы систематического ускорения (2,9) находим в случае  $v \ll v_{Te} \ll 1$  и  $v \ll \frac{v_{Te}^2}{v_\Phi}$  \*) для изотропной турбулентности

$$\dot{E}_p = \frac{31}{45\pi^2} \frac{e^2}{m_e} \frac{\omega_{0e}}{nv_{Te}^2 m} \int_0^\infty k^5 N_k^2 dk. \quad (6,17)$$

По порядку величины имеем следующую оценку ( $\Delta k \sim k$ ):

$$\dot{E}_p = \frac{W^1}{nm_e v_{Te}^2} \frac{31}{90\pi} \frac{e^2}{m\omega_{0e}} W^1 (2\pi)^3. \quad (6,18)$$

Из сравнения (6,18) с индуцированным черенковским ускорением ионов

$$\dot{E}_p \approx 2\pi^2 \left(\frac{v_\Phi}{v}\right)^3 \frac{e^2}{m\omega_{0e}} W^1 \approx 2\pi^2 \frac{e^2}{m\omega_{0e}} W^1 \quad \text{при } v \sim v_\Phi$$

видно, что в (6,18) содержится по порядку величины дополнительный множитель

$$\eta = \frac{W^1}{nm_e v_{Te}^2} < 1. \quad (6,19)$$

Таким образом, при интенсивной турбулентности темп инжекции может быть близким к статистическому черенковскому ускорению.

г) П р о б л е м а у с к о р е н и я и о н о в. Особо следует выделить проблему ускорения ионов плазмы, представляющую интерес для вопросов турбулентного нагрева плазмы. Ускоренные в турбулентной плазме ионы обычно наблюдаются экспериментально (см. раздел III), причем их скорости намного меньше  $v_{Te}$ . При интенсивной турбулентности (при  $\eta$  не слишком малом по сравнению с 1) из (6,18) следует, что характерное время набора ионом энергии  $\varepsilon_i$  тем меньше, чем выше температура электронов:

$$\tau \approx \frac{1}{\omega_{0e}} \frac{m_i}{m_e} \frac{\varepsilon_i}{T_e}. \quad (6,20)$$

Наряду с индуцированным рассеянием механизмом ускорения ионов может служить черенковское ускорение низкочастотными колебаниями, генерируемыми высокочастотными из-за нелинейных эффектов распада (см. § 1).

## § 7. Ускорение фотонов <sup>45</sup> и плазмонов

До сих пор речь шла об ускорении заряженных частиц. Чтобы подчеркнуть общность механизма статистического ускорения в турбулентной плазме, приведем два примера: ускорение фотонов и ускорение нейтрино в турбулентной плазме при воздействии плазменных колебаний.

1. Функцию распределения фотонов (число квантов) обозначим  $N_k^t$ . В случае наличия статистического механизма, при действии которого фотоны приобретают

\*) При  $v \gg v_{Te}^2/v_\Phi$  систематическое ускорение резко падает:

$$\dot{E}_p \approx \frac{189\pi}{4(2\pi)^3 m} \left(\frac{v_{Te}}{v}\right)^5 \frac{v_{Te}^3 e^2}{\omega_0^4 m_e n} \int_0^\infty N_{k_2}^1 \frac{dk_2}{k_2} \int_0^{k_2} dk_1 N_{k_1}^1 k_1^2 (k_1^2 - k_2^2)^4.$$

Однако флуктуационное ускорение имеет тот же порядок, что и при  $v < v_{Te}^2/v_\Phi$ .

или теряют энергию малыми порциями, вместо уравнения (2,3) следует записать

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}^t}^t}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial k_i^t} D_{ij} \frac{\partial N_{\mathbf{k}^t}^t}{\partial k_j^t}, \quad (7,1)$$

$$D_{ij} = \int w_{\mathbf{k}^t}(\mathbf{k}^l) k_i^l k_j^l d\mathbf{k}^l. \quad (7,2)$$

Аналогичным черенковскому излучению для поперечных волн будет процесс распада поперечной волны, например, на лэнгмюровскую, изображенный на рис. 5. Вероятность этого процесса была рассчитана в <sup>76</sup> в приближении  $\omega^t \gg \omega_{0e}$ . Мы здесь приведем точное выражение для вероятности, верное при  $\omega^t$  порядка  $\omega_{0e}$  <sup>45</sup>:

$$u_{\mathbf{k}^t}(\mathbf{k}^l) = \frac{e^2 \omega_{0e}^4 (\mathbf{k}^l)^2 \left( 1 + \frac{(\mathbf{k}^t, (\mathbf{k}^t - \mathbf{k}^l))^2}{(\mathbf{k}^t)^2 (\mathbf{k}^t - \mathbf{k}^l)^2} \right) \delta \left( \sqrt{(\mathbf{k}^t)^2 + \omega_{0e}^2} - \sqrt{(\mathbf{k}^t - \mathbf{k}^l)^2 + \omega_{0e}^2} - \omega_0^l \right)}{8\pi m_e^2 [\omega^l(\mathbf{k}^l)]^4 \sqrt{(\mathbf{k}^t)^2 + \omega_{0e}^2} \sqrt{(\mathbf{k}^t - \mathbf{k}^l)^2 + \omega_{0e}^2} \frac{\partial \epsilon^l(\omega^l, \mathbf{k}^l)}{\partial \omega^l}}. \quad (7,3)$$

В случае  $k^l \ll k^t$  можно говорить о статистическом изменении состояния фотона, описывая его уравнением типа (7,1). Процессы, приводящие к изменению состояния фотона, соответствуют индуцированным процессам распада и слияния волн, вероятности которых запишутся так:

$$w_{\mathbf{k}^t}(\mathbf{k}^l) = N_{\mathbf{k}^l}^l u_{\mathbf{k}^t}^{(0)}(\mathbf{k}^l),$$

где  $u_{\mathbf{k}^t}^{(0)}(\mathbf{k}^l)$  соответствует (7,3) в случае малой отдачи. Считая приближенно  $\omega^l \approx \omega_{0e}$ , получим

$$u_{\mathbf{k}^t}^{(0)}(\mathbf{k}^l) = \frac{e^2 \omega_{0e} (\mathbf{k}^l)^2}{8\pi m_e^2 [(\mathbf{k}^t)^2 + \omega_{0e}^2]} \delta(\omega_{0e} - \mathbf{k}^l \mathbf{v}_{\text{гп}}^t), \quad (7,3a)$$

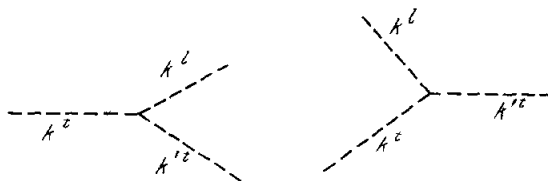


Рис. 5.

где  $\mathbf{v}_{\text{гп}}^t$  — групповая скорость поперечных волн в плазме. Формула (6,3a) описывает «черенковское» излучение продольных волн поперечными, причем роль скорости «частиц» играет групповая скорость волн <sup>\*</sup>)

$$\mathbf{v}_{\text{гп}}^t = \frac{\mathbf{k}^t}{k^t} \frac{d\omega^t}{dk^t} = \frac{\mathbf{k}^t}{\sqrt{(\mathbf{k}^t)^2 + \omega_{0e}^2}}.$$

Выражение (7,3a) поучительно сопоставить с вероятностью черенковского излучения плазменной волны

$$u_p(\mathbf{k}^l) = \frac{e^2 \omega_{0e}}{2\pi (\mathbf{k}^l)^2} \delta(\omega_{0e} - \mathbf{k}^l \mathbf{v}).$$

Вероятность черенковского излучения заряда тем больше, чем меньше импульс излучаемого кванта, тогда как для распадных процессов имеет место обратное соотношение.

Из (7,2) находим при  $k^l \ll k^t$

$$D^l = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{8\pi (k^l)^3 m_e^2} \int k^l N_{\mathbf{k}^l}^l dk^l \sqrt{(\mathbf{k}^t)^2 + \omega_{0e}^2}. \quad (7,4)$$

Согласно общей формуле (2,9) систематическое изменение средней энергии фотонов

<sup>\*</sup>) Черенковское излучение поперечных, а не продольных волн от электромагнитных волн рассматривалось Г. А. Аскарьяном <sup>77</sup>. В частности, в <sup>77</sup> было указано на черенковское условие  $\omega = k v_{\text{гп}}$ . Рассмотренный в <sup>77</sup> эффект имеет другую зависимость как от частоты, так и от амплитуды высокочастотного поля.

оказывается равным нулю, а

$$\frac{d}{dt} \langle \omega^2 \rangle = D^1 (v_{\text{rp}}^t)^2.$$

Порядок величины увеличения разброса энергии фотонов таков:

$$\frac{d}{dt} \frac{\omega^2}{\omega_{0e}^2} = \omega_{0e} \frac{\pi}{4} \frac{W^1}{nm_e v_{\Phi}} \left( \frac{\omega_{0e}}{\omega} \right)^2. \quad (7,5)$$

Следовательно, в приближении малых передаваемых импульсов систематическое ускорение равно нулю и имеет место лишь флуктуационное ускорение. Легко видеть, однако, что обращение в нуль систематического ускорения является лишь следствием использованного приближения. Точное выражение для систематического ускорения без разложения по  $k^1$  можно получить из (2,15):

$$\frac{d}{dt} \langle \omega \rangle = \int \omega^1(k^1) \left[ w_{k^t+k^1}(k^1) - w_{k^t}(k^1) \right] dk^1. \quad (7,6)$$

Используя вероятность (7,3) для изотропной турбулентности, имеем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \omega \rangle = \int \frac{dv_{\Phi}}{v_{\Phi}^7} \left\{ N^1(v_{\Phi}) \frac{e^2}{2m_e^2} \frac{\omega_{0e}^9}{\omega^2 (\omega^2 - 4\omega_{0e}^2) (\omega^2 - \omega_{0e}^2)^{3/2}} \times \right. \\ \left. \times \left[ 2\omega^2 (1 - v_{\Phi}^2) - \frac{\omega_{0e}^2}{v_{\Phi}^2} (1 + v_{\Phi}^2)^2 \right] \right\}. \quad (7,7) \end{aligned}$$

Формула (7,7) верна в том случае, если для данной частоты одновременно могут происходить распады и слияния, что требует одновременного выполнения неравенств для слияния (7,8) и распада (7,9):

$$\omega > \frac{\omega_{0e}}{2} \left\{ \frac{1}{v_{\Phi}} \sqrt{\frac{1+3v_{\Phi}^2}{1-v_{\Phi}^2}} - 1 \right\}, \quad (7,8)$$

$$\omega > \frac{\omega_{0e}}{2} \left\{ \frac{1}{v_{\Phi}} \sqrt{\frac{1+3v_{\Phi}^2}{1-v_{\Phi}^2}} + 1 \right\}. \quad (7,9)$$

Минимальное значение правых частей (7,8), (7,9) достигается при  $v_{\Phi}^2 = 1/3$ . При этом значении слияние возможно при  $\omega > \omega_{0e}$ , а распад при  $\omega > 2\omega_{0e}$  \*).

Таким образом, (7,7) справедливо при  $\omega > 2\omega_{0e}$  \*\*). Если  $\omega \gg \frac{\omega_{0e}}{v_{\Phi}}$ ,  $v_{\Phi} \ll 1$ , то порядок величины ускорения таков:

$$\frac{d}{dt} \langle \omega \rangle \approx \frac{\pi}{2} \omega_{0e}^2 \frac{W^1}{nm_e v_{\Phi}^3} \left( \frac{\omega_{0e}}{\omega} \right)^5. \quad (7,10)$$

Систематическое ускорение (7,10) по порядку величины в  $\omega_{0e}^2/v_{\Phi}^2 \omega^2 \ll 1$  раз меньше флуктуационного.

Нужно отметить, что описанный эффект ускорения имеет место при достаточно малом числе фотонов  $N^t \ll N^1$  (точное уравнение см. в 76, 82).

Нужно особо подчеркнуть, что наряду с изменением энергии фотонов происходит изменение их направления, т. е. рассеяние, что, согласно § 1, описывает  $D^1$ .

\*) Последнее неравенство возникает из-за того, что поперечная волна, получающаяся при распаде, имеет частоту  $\omega > \omega_{0e}$ , так же как и возникающая продольная волна.

\*\*) Числитель (7,7) при  $v_{\Phi}^2 = 1/3$ , когда  $\omega$  может достигать  $2\omega_{0e}$ , равен  $4/3 (\omega^2 - 4\omega_{0e}^2)$ , т. е. (7,7) не имеет особенностей при  $\omega = 2\omega_{0e}$ .

Из (7,2) следует

$$D^t = \frac{1}{2} \{ \text{Sp } D_{ij} - D^1 \} = \frac{e^2 \omega_{0e}}{16\pi m_e^2} \int N_{k^1}^1 dk^1 (k^1)^4 v_{\text{rp}}^t \left( 1 - \frac{v_\Phi^2}{(v_{\text{rp}}^t)^2} \right). \quad (7,11)$$

При  $v_\Phi \ll 1$  рассеяние в  $1/v_\Phi^2$  раз больше флуктуационного изменения частоты.

2. Рассмотрим далее, например, ускорение нейтрино \*) в турбулентной плазме. Поглощение и излучение плазменных волн нейтрино возможно при наличии слабого взаимодействия  $(\nu e)$   $(\bar{\nu} e)$ , изображенного на рис. 6<sup>78, 79</sup>. Вероятность процесса найдена в<sup>46</sup>. Формула типа (7,6) позволяет получить эффект систематического изменения энергии нейтрино:

$$\frac{d}{dt} \langle \varepsilon_\nu \rangle = \int \frac{N_{k^1}^1 dk^1 g^2 (\omega^1)^2}{(2\pi)^3 e^2 \varepsilon_\nu} \left( 1 - \frac{(\omega^1)^2}{(k^1)^2} \right)^2 \frac{1}{\frac{\partial \varepsilon^1}{\partial \omega^1}}, \quad (7,12)$$

где  $g$  — константа слабого взаимодействия.

Хотя взаимодействие  $(\nu e)$   $(\bar{\nu} e)$  является весьма слабым, в астрофизических условиях оно может играть существенную роль из-за интенсивной турбулентности в процессах взрывного характера, а также из-за большой проникающей способности нейтрино, способного уносить энергию из больших масс вещества (подробную литературу см. в<sup>78</sup>).

Наряду с ускорением существенную роль может играть генерация нейтринных пар турбулентностью<sup>46</sup>. Этот процесс допустим лишь для плазменных волн, имеющих фазовые скорости, большие, чем скорость света в вакууме. Волны с такими фазовыми скоростями могут возникать из-за нелинейных<sup>46</sup> эффектов.

Приведенные примеры иллюстрируют возможность статистического ускорения не только заряженных частиц. Подчеркнем также, что увеличение частоты фотонов наряду с трансформацией продольных волн в поперечные частоты  $\sim \omega_{0e}$  увеличивает эффективность ускорения электронов поперечными волнами (§ 9).

3. Рассмотрим теперь ускорение лэнгмюровских плазмонов. Ускорение лэнгмюровских колебаний при помощи низкочастотных гидродинамических является одним из возможных механизмов нелинейной связи разных масштабов турбулентности. Такой механизм аналогичен ускорению фотонов, рассмотренному выше, если учесть, что роль фотонов играют лэнгмюровские плазмоны, ускоряемые низкочастотными поперечными колебаниями.

Вероятность распада имеет вид<sup>80</sup> (см. 81, 82, 24, 35)

$$u_{k^1}^1(k^s) = \frac{e^2 \omega_s^2 m_i}{16\pi m_e^3 v_{Te}^4 k_s^2} \frac{(k^1, k^1 - k^s)^2}{(k^1)^2 (k^1 - k^s)^2} \delta(\omega^1(k^1) - \omega^1(k^1 - k^s) - \omega_s). \quad (7,13)$$

Для изотропной турбулентности

$$\frac{d}{dt} \langle \omega^1 \rangle = \int N_{k_s}^s dk_s \frac{e^2 m_i \omega_{0s}^2 \omega_s^2}{4\pi m_e^2 (k^1)^3 (k^s)^3} \frac{\left( (k^1)^2 (k^s)^2 - \frac{(k^s)^4}{2} - \frac{2}{9} \frac{\omega_{0e}^2 \omega_s^2}{v_{Te}^4} \right)}{9v_{Te}^2 \left( (k^1)^4 - \frac{4\omega_{0e}^2 \omega_s^2}{9v_{Te}^4} \right)}. \quad (7,14)$$

Одновременно и распады, и слияния (когда справедлива формула (7,14)) возможны, лишь если

$$(k^1)^2 > \frac{1}{(k^s)^2} \left( \frac{(k^s)^2}{2} + \frac{\omega_{0e} \omega_s}{3v_{Te}^2} \right)^2. \quad (7,15)$$

т. е. фазовая скорость продольных колебаний не должна превосходить величину

\*) Этот пример мы приводим для иллюстрации универсальности механизма ускорения.

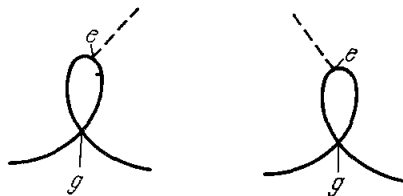


Рис. 6.

порядка  $v_{\Phi}^* = 3 v_{Te} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$ . При  $v_{\Phi}^1 \ll v_{\Phi}^*$  порядок величины ускорения (7,14) определяется выражением

$$\frac{d}{dt} \langle \omega^1 \rangle = -\frac{\pi}{18} \omega_{0i}^2 \left( \frac{v_{\Phi}^1}{v_{Te}} \right)^2 \left( \frac{k^s}{k^l} \right)^3 \frac{W^s}{nm_e v_{Te}^2}. \quad (7,16)$$

Так как полное число лэнгмюровских квантов в приближении (7,16) не меняется, изменение полной энергии колебаний не может быть большим по сравнению с их начальной энергией.

## § 8. Ускорение в плазме, находящейся во внешних электрических полях

Электрическое поле в плазме обычно является переменным. Поэтому следует различать два случая: случай, когда частота внешнего поля мала по сравнению с характерной частотой рассматриваемых колебаний плазмы, и случай, когда частота поля велика по сравнению с частотой колебаний плазмы. В первом случае можно говорить о постоянных электрических полях, тогда как второй случай соответствует воздействию на плазму интенсивного высокочастотного поля. Мы будем предполагать, что движение частиц в плазме в первом приближении определяется внешними полями, а не тепловым движением частиц плазмы, ибо противоположный случай качественно слабо отличается от рассмотренного выше. Для этого необходимо, чтобы скорость частицы, приобретаемая во внешнем поле, превышала среднюю тепловую скорость частиц плазмы, т. е. чтобы напряженность внешнего поля была достаточно большой.

Нужно иметь в виду, что плазма, помещенная во внешние поля, может быть неустойчивой. Развитие неустойчивости может привести к нагреву плазмы. Это в свою очередь может привести к тому, что скорость, приобретаемая частицей во внешнем поле, станет меньше средней тепловой скорости частиц. Таким образом, используемый подход может быть в ряде случаев применим лишь на начальном отрезке времени после «включения» внешних полей.

а) **Постоянное электрическое поле.** Известно, что в плазме, помещенной в сильное внешнее постоянное электрическое поле, возникают нарастающие во времени колебания. Максимальный инкремент и частота колебаний определяются выражениями<sup>98</sup>

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3}}{2^{4/3}} \omega_{0e}, \quad \omega \approx \frac{1}{2^{4/3}} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3} \omega_{0e}. \quad (8,1)$$

Эта формула справедлива в случае, когда изменение скорости частиц во внешнем поле мало по сравнению с временем развития неустойчивости. Ввиду конечной величины мнимой части (8,1) нельзя пользоваться вероятностным подходом.

Удобнее всего получить эффект ускорения путем непосредственного усреднения мощности сил, так же как это сделано в § 4. Будем считать поле электрических колебаний продольным и имеющим случайные фазы:

$$E(r, t) = \int E_k e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega(k)t + \gamma(k)t} d\mathbf{k}, \quad (8,2)$$

$$\langle E_{\mathbf{k}i} E_{\mathbf{k}'j} \rangle = \frac{k_i k_j}{k^2} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') |E_{\mathbf{k}}^0|^2, \quad |E_{\mathbf{k}}|^2 = |E_{\mathbf{k}}^0|^2 e^{2\gamma(\mathbf{k})t}. \quad (8,3)$$

Получим \*)

$$\frac{d}{dt} \langle \varepsilon \rangle = \langle f \mathbf{v} \rangle = \frac{e^2}{m} \int |E_{\mathbf{k}}|^2 \frac{2\gamma(\mathbf{k})(\mathbf{k}\mathbf{v})(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)}{[(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)^2 + \gamma^2]^2} dk + \frac{e^2}{m} \int |E_{\mathbf{k}}|^2 \frac{\gamma dk}{(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)^2 + \gamma^2}. \quad (8.4)$$

Первый член в (8,4) при  $\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega$  порядка  $\gamma$  намного превосходит второй и в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  содержит  $\mathbf{k} \frac{d}{d\mathbf{v}} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$ , что как раз соответствует формулам индуцированного черенковского ускорения.

Используя (8,1), получим для  $\gamma \sim \omega$  и  $\mathbf{k}\mathbf{v} \ll \omega$

$$\frac{d}{dt} \langle \varepsilon \rangle \approx \frac{2^{1/3} \sqrt{3} e^2}{4m\omega_{0e}} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/3} \int |E_{\mathbf{k}}|^2 dk. \quad (8.5)$$

Этот результат хорошо иллюстрирует качественное различие в характере ускорения в неустойчивых и устойчивых системах. А именно, в неустойчивых системах не требуется строгого выполнения резонансных условий типа  $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$  и вместо  $\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$  выступает  $\gamma/[\gamma^2 + (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2]$ . Таким образом, даже нерезонансные частицы будут эффективно ускоряться. Этот вопрос существен для ускорения ионов, имеющих малые начальные скорости  $v$ . Чем больше отношение  $\gamma/\omega$ , тем эффективнее ускорение на крыльях резонансов. Поэтому аperiodические неустойчивости представляют интерес для вопроса ускорения частиц малых скоростей \*\*).

Аperiodические неустойчивости, как известно, возникают на начальной гидродинамической стадии развития пучковой неустойчивости<sup>20</sup>. Для частиц, скорость которых намного меньше скорости пучка,

$$\frac{d}{dt} \langle \varepsilon \rangle = \frac{e^2}{m} \frac{\sqrt{3}}{2^{2/3}} \left( \frac{n_0}{n_1} \right)^{1/3} \frac{1}{\omega_{0e}} \int |E_{\mathbf{k}}|^2 dk. \quad (8.6)$$

Учитывая, что  $\int |E_{\mathbf{k}}|^2 dk$  не превосходит  $4\pi n_1 m_e u^2 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3}$  (для электронных пучков входит  $m_e$ ), а время ускорения  $\tau \sim \frac{1}{\gamma}$ , получим оценку возможной средней энергии ускоренных ионов:

$$\langle \varepsilon_i \rangle \approx \frac{m_e}{m_i} m_e u^2 \left( \frac{n_1}{n_0} \right)^{2/3}. \quad (8.7)$$

Неустойчивости, связанные с анизотропией функции распределения<sup>106-108</sup>, также могут быть аperiodическими.

Наконец, в случае периодических слабораскачивающихся колебаний,  $\gamma/\omega \ll 1$ , также происходит ускорение частиц малых энергий. Однако оно примерно в  $\gamma/\omega$  раз менее эффективно, чем резонансных,  $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$ . Заметим в заключение, что развитие аperiodических неустойчивостей приводит к нагреву электронов и нарушению условия существования неустойчивостей (8,1)  $v_0 \gg v_{te}$ . При этом, если  $T_e \gg T_i$ , развивается неустойчивость ионнозвуковых колебаний, ускорение на которых соответствует (5,11).

б) Ускорение частиц при наличии интенсивного высокочастотного поля в плазме. Рассмотрим другой предельный случай, когда частота внешнего поля  $\Omega$  намного превосходит характерные частоты

\*) При расчете мы учитываем лишь экспоненциально растущие члены. Применительно к электронам самой плазмы, ускоряемым электрическим полем, эта формула получена в<sup>99</sup>.

\*\*) Нужно отметить, что указанное размытие  $\delta$ -функции может происходить и из-за других причин, например соударений, нелинейного взаимодействия<sup>159</sup>, и не обязательно связано с неустойчивостями.

колебаний плазмы  $\omega$ . Считая, что скорости движения частиц в поле волны порядка  $v_E = eE_0/m\Omega$  ( $E_0$  — амплитуда внешнего поля) намного превосходят среднюю скорость теплового движения  $v_{Te}$ <sup>109</sup>, рассмотрим вначале эффекты ускорения в случае синфазных колебаний частиц во внешнем высокочастотном поле. Спектр высокочастотных лэнгмюровских колебаний изменяется в этом случае, согласно<sup>109</sup>, при  $kv_E \sim \Omega$ ,  $\omega \ll \Omega$ :

$$\omega^2 = \omega_{0e}^2 + \omega_{0i}^2 I_0^2 \left( \frac{kv_E}{\Omega} \right) + 3k^2 v_{Te}^2. \quad (8,8)$$

Частота колебаний остается близкой к  $\omega_{0e}$ , и изменение происходит лишь в характере пространственной дисперсии, которая по-прежнему слабо сказывается на спектре колебаний. Ускорение частиц на колебаниях (8,8) качественно сходно с рассмотренными выше. В частности, необходимым условием инжекции в случае стационарного спектра колебаний является  $v > v_{Te}$ .

Низкочастотные колебания в сильном высокочастотном поле возможны при любых соотношениях между  $T_e$  и  $T_i$ :

$$\omega^2 = \omega_{0i}^2 \left( 1 - I_0^2 \left( \frac{kv_E}{\Omega} \right) \right), \quad (8,9)$$

и описываются диэлектрической проницаемостью

$$\epsilon^1 = \frac{k_i k_j \epsilon_{ij}}{k^2} = -\frac{\omega_{0e}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{0e}^2 \omega_{0i}^2}{\omega^4} \left( 1 - I_0^2 \left( \frac{kv_E}{\Omega} \right) \right). \quad (8,10)$$

При  $kv_E \ll \Omega$  возникает спектр звукового характера:

$$\omega = \frac{\omega_{0i}}{\Omega} (\mathbf{k} \mathbf{v}_E), \quad (8,11)$$

однако анизотропный. Анизотропия спектра приводит к тому, что фазовые скорости колебаний

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\omega_{0i}}{\Omega} v_E \cos \theta \quad (8,12)$$

могут быть весьма малыми. Эффекты ускорения частиц на этих колебаниях могут быть оценены при помощи (2,9), (5,28). Если интересоваться результатом, усредненным по направлениям импульса частиц (по  $\Omega_p$ ), то

$$\langle D^1 \rangle_{\Omega_p} = \frac{e^2 \omega_{0i}^5 v_E^5}{v^2 \omega_{0e}^3 \Omega^2} \int_0^\infty k^4 \int_0^{\frac{v}{v_E} \frac{\Omega}{\omega_{0i}}} x^5 N(k, x) dx dk, \quad (8,13)$$

где  $x = \cos \theta$ . Следовательно, при  $v \ll 1$  и  $v < v_E \frac{\omega_{0i}}{\Omega}$

$$\langle \dot{E}_p \rangle_{\Omega_p} = \frac{\Omega}{\omega_{0i}} \frac{v}{v_E} \frac{m_e}{m} \frac{1}{4\pi n_0} \int_0^\infty k^4 v^2 dk N \left( k, \frac{v}{v_E} \frac{\Omega}{\omega_{0i}} \right). \quad (8,14)$$

Остановимся на случае, когда фазы внешнего высокочастотного поля не фиксированы. Самым простым примером может служить внешнее высокочастотное поле, являющееся набором отрезков синусоид характерной длины  $T$ , т. е. через время  $T$  происходит резкое скачкообразное изменение фазы высокочастотного поля. В этих условиях, например, возможно появление неустойчивостей и раскачки колебаний, так как скачкообразное изменение фазы, грубо говоря, соответствует новым начальным условиям колебаний частиц во внешнем поле. Это приводит к тому, что в плазме возникает среднее направленное движение электронов относительно ионов со скоростью (см. приложение 2)

$$v_E = -\frac{e}{m_e} \int \frac{E_\Omega}{i\Omega} d\Omega; \quad (8,15)$$

здесь  $E_\Omega$  — фурье-компонента внешнего высокочастотного поля. При  $v_{Te} \gg v_{Te}$  возникает неустойчивость с инкрементом порядка  $\omega_{0e} (m_e/m_i)^{1/3}$ . Следует обратить внимание на то, что соударения электронов между собой при наличии высокочастотных



полей могут приводить к появлению «начальных» скоростей у частиц, эквивалентных появлению направленных скоростей частиц. Необходимо учитывать при этом, что в сильном высокочастотном поле частота соударений может быть существенно меньше частоты кулоновских соударений в отсутствие высокочастотного поля<sup>111</sup>. Это легко показать из элементарных оценок сечения  $\sigma_{\text{расс}} \sim \pi r^2 \cdot \frac{e^2}{r} \sim m v^2$ , причем в данном случае характерную скорость движения частиц  $v$  нужно считать равной не тепловой скорости частиц, а их скорости в высокочастотном поле  $v \sim v_E$ . Это даст  $v_{\text{ст}} = \pi \frac{e^4}{m^2 v_E^3}$ ,  $\sigma_{\text{расс}} \sim \pi \frac{e^4}{m^2 v_E^3}$ . Если импульс высокочастотного поля больше времени между двумя соударениями, можно считать, что происходит размешивание по фазам колебаний частиц в том случае, если время одного соударения  $\tau$  значительно меньше периода высокочастотного поля. Считая  $\tau \sim r/v_E$ , получим

$$v_E^3 \gg \frac{e^2 \Omega}{m}, \quad (8,16)$$

что обычно бывает выполненным для не слишком больших частот.

Возникающие при развитии неустойчивостей в высокочастотном поле колебания могут приводить к статистическому ускорению частиц. На начальной стадии неустойчивости, пока турбулентность является слабой, эффекты ускорения аналогичны рассмотренным в пункте а) для постоянного поля. При развитой турбулентности нелинейное взаимодействие колебаний должно приводить к возбуждению ленгмюровских колебаний электронов. Следует обратить внимание на то, что в этих условиях возможно ускорение ионов в актах индуцированного рассеяния (§ 7, пункт в)).

### § 9. Механизмы ускорения в плазме, находящейся в постоянном магнитном поле

Как известно, в магнитном поле в плазме могут существовать весьма разнообразные колебания, которые могут быть также неустойчивыми. Мы рассмотрим лишь некоторые из них, наиболее важные, с нашей точки зрения, для возможных приложений.

а) Общие соотношения. Так же как и в отсутствие магнитного поля, для слабозатухающих колебаний удобным является вероятностный подход. Будем описывать движение частиц квазиклассически при помощи  $p_z$  и  $n = p_z^2 / 2eH\hbar$ , где  $p_z$  и  $p_\perp$  — компоненты импульса частицы соответственно параллельно и перпендикулярно магнитному полю. Вероятность излучения частицей в состоянии  $p_z$ ,  $n$  волны частоты  $\omega(\mathbf{k})$  с волновым числом  $\mathbf{k}$  и переходом в  $n' = n - \nu$  обозначим  $w_{p_z, n, \nu}(\mathbf{k})$ . Тогда вместо (1,2) следует записать<sup>113</sup>

$$\frac{\partial f_{p_z, n}}{\partial t} = - \sum_{\nu} \int \{ w_{p_z, n, \nu}(\mathbf{k}) (f_{p_z, n} - f_{p_z - k_z, n - \nu}) + w_{p_z + k_z, n + \nu}(\mathbf{k}) (f_{p_z, n} - f_{p_z + k_z, n + \nu}) \} dk. \quad (9,1)$$

Учитывая, что  $\Delta p_z^2 = 2eH\hbar \Delta n = 2eH\hbar \nu = 2e\nu\omega_H \ll p_z^2$ ,  $\omega_H = \frac{eH}{m}$  и  $k_z \ll p_z$ , получим

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p_z} D_{zz} \frac{\partial f}{\partial p_z} + \frac{\partial}{\partial p_z} D_{z\perp} \frac{1}{p_\perp} \frac{\partial f}{\partial p_\perp} + \frac{1}{p_\perp} \frac{\partial}{\partial p_\perp} D_{\perp z} \frac{\partial f}{\partial p_z} + \frac{1}{p_\perp} \frac{\partial}{\partial p_\perp} D_{\perp\perp} \frac{1}{p_\perp} \frac{\partial f}{\partial p_\perp}, \quad (9,2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} D_{zz} &= \sum_{\nu} \int k_z^2 w_{p_z, p_\perp, \nu} dk, \\ D_{z\perp} &= D_{\perp z} = \sum_{\nu} \int k_z \nu e \omega_H w_{p_z, p_\perp, \nu} dk, \\ D_{\perp\perp} &= \sum_{\nu} \int \nu^2 e^2 \omega_H^2 w_{p_z, p_\perp, \nu} dk. \end{aligned} \right\} \quad (9,3)$$

Из (9,2), (9,3) легко найти среднее изменение энергии частицы

$$\dot{E} = \sum_{\mathbf{v}} \int dk \omega(\mathbf{k}) \left( k_z \frac{\partial}{\partial p_z} + \frac{\omega_H v}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial p_{\perp}} \right) w_{p_z, p_{\perp}, v} \quad (9,4)$$

Вероятность  $w_{p_z, p_{\perp}, v}$ , так же как в отсутствие поля, может быть найдена сопоставлением с интенсивностью излучения волн отдельным зарядом в плазме. В общем случае сред с пространственной дисперсией <sup>6</sup>

$$\left. \begin{aligned} w_{p_z, p_{\perp}, v}(\mathbf{k}) &= \int w_{p_z, p_{\perp}, v}(\omega, \mathbf{k}) d\omega, \\ w_{p_z, p_{\perp}, v}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{1}{2} \frac{e^2}{(2\pi)^3 \epsilon^2} \Gamma_i^{v, p_z, p_{\perp}} (\Gamma_j^{v, p_z, p_{\perp}})^* \text{Im } D_{ij}(\omega, k_z, k_{\perp}), \end{aligned} \right\} \quad (9,5)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1^{v, p_z, p_{\perp}} &= 2p_{\perp} v \frac{J_v(z)}{z}, \quad \Gamma_2^{v, p_z, p_{\perp}} = -2ip_{\perp} J'_v(z), \\ \Gamma_3^{v, p_z, p_{\perp}} &= -2p_z (\text{sign } k_x) J_v(z), \quad J'_v(z) = \frac{d}{dz} J_v(z), \\ z &= \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_H}. \end{aligned} \right\} \quad (9,6)$$

Величина  $\text{Im } D_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  есть антиэрмитовская часть запаздывающей функции Грина электромагнитного поля в плазме:

$$(k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \omega^2 \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})) D_{il}(\omega, \mathbf{k}) = 4\pi \delta_{il}. \quad (9,7)$$

б) Ускорение плазменными колебаниями. При наличии магнитного поля изменяется спектр квазипродольных колебаний плазмы, определяемый уравнением

$$k_i k_j \epsilon_{ij} = 0, \quad k_{\perp}^2 \epsilon + k_z^2 \epsilon_z = 0, \quad (9,8)$$

$$\text{где } \epsilon \approx 1 - \frac{\omega_{0e}^2}{\omega^2 - \omega_{He}^2}, \quad \epsilon_z = 1 - \frac{\omega_{0e}^2}{\omega^2} \quad \text{при малых } \frac{kv_{Te}}{\omega}.$$

При слабой пространственной дисперсии эффект систематического изменения скорости частицы для  $v_z \gg v_{\perp}$  есть <sup>6</sup>

$$\dot{E} = \frac{e^2 \omega_{0e}^3}{2mv_z} \int u du \left\{ \left( \frac{m_e}{m} h + \frac{m}{m_e} \frac{u^2}{h} \right) \frac{|\epsilon_z|}{\epsilon^2} (N_- - N_+) - \right. \\ \left. - \frac{|\epsilon_z|}{\epsilon^2} \cdot 2u (N_- + N_+) - \frac{4u}{|\epsilon|} N_0 - 2u^2 \frac{\omega_{0e}}{v_z} N_0 \frac{1}{|\epsilon|} \right\}, \quad (9,9)$$

$$N'_0 = \frac{dN_0}{dk_z}, \quad N_v = N_{\omega, k_z} \quad \text{при } k_z = \frac{\omega + v\omega_H}{v_z}, \quad u = \frac{\omega}{\omega_{0e}}, \quad h = \frac{\omega_{He}}{\omega_{0e}}, \quad v = 0 \pm 1.$$

Нужно отметить, что при  $\omega_{He} \ll \omega_{0e}$  эффект ускорения (9,9) совпадает с (5,5). Заметим, что в астрофизических приложениях последнее неравенство всегда выполнено.

в) Ускорение магнитозвуковыми и альвеновскими волнами. Ускорение низкочастотными колебаниями в магнитном поле рассмотрено в <sup>8</sup>. Заметим, что фазовые скорости альвеновских и магнитозвуковых волн могут быть весьма большими, если

$$v_{A0}^2 = \frac{H^2}{4\pi n_i m_i} \gg 1.$$

В этом случае альвеновская скорость может быть близкой к скорости света <sup>114</sup>:

$$v_A^2 = \frac{v_{A0}^2}{1 + v_{A0}^2} \rightarrow 1 \quad \text{при } v_{A0} \rightarrow \infty.$$

Это обстоятельство существенно в том отношении, что, как показывает расчет<sup>8</sup>, эффект ускорения возникает при  $v_z < v_A$ , где  $v_z$  — скорость частицы, параллельная магнитному полю. Не приводя общих формул<sup>8</sup>, ограничимся оценочной формулой для ускорения на альвеновских волнах ( $v_z \ll v_A$ )

$$\dot{E}_p \sim \frac{2e^2\omega_H^2 v_A}{2\pi v_{A0}^2} \bar{N}_A,$$

где  $N_A$  — среднее число альвеновских волн.

Заметим, что альвеновские волны могут осуществлять инжекцию в механизм ускорения на высокочастотных колебаниях.

г) Циклотронное ускорение релятивистских электронов поперечными волнами. В магнитном поле появляется возможность изменения энергии частицы за счет потери или приобретения энергии при циклотронном излучении и поглощении волн. Наиболее ярко это выражается в возможности ускорения поперечными волнами высоких частот, для которых не может быть выполнено черенковское условие. Статистическое ускорение в данном случае является разностным эффектом второго порядка. Эффектом первого порядка, аналогичным эффекту Ферми, в данном случае является авторезонансное ускорение, рассмотренное Я. Б. Файнбергом<sup>95</sup> и А. А. Коломенским и А. Н. Лебедевым<sup>115</sup>. Хотя для релятивистских частиц, например, ускорение осуществляется частотами  $\omega \gg \omega_{0e}$ , отличие диэлектрической проницаемости от 1 весьма существенно<sup>116</sup>. Это связано с тем, что  $(v-1)$  может быть порядка  $\epsilon-1$ . Результат расчета имеет вид<sup>14</sup>

$$\dot{E} = \frac{e^2\omega_H^2}{4\pi\sqrt{3}} \int_0^\infty v^2 dv \left\{ 2(\xi + \eta) \zeta K_{5/3}(\zeta) - 3\eta \zeta K_{1/3}(\zeta) - 2\eta \int_\xi^\infty K_{1/3}(\zeta') d\zeta' \right\} N(v) \hbar, \quad (9,10)$$

где  $N$  — число волн,  $\xi = 1 - v_\perp^2 = \frac{m^2}{\epsilon^2}$ ,  $\eta = 1 - \epsilon^t(\omega_H v)$ ,  $\zeta = \frac{2v}{3}(\xi + \eta)^{3/2}$ .

При  $v \gg \omega_{0e} m / eH$  ( $\epsilon/m$ ) можно считать  $\epsilon^t = 1$ , и мы получим<sup>7</sup>

$$\dot{E} = \frac{9\sqrt{3}e^2}{4\pi m} \left( \frac{eH}{m} \right)^3 \left( \frac{\epsilon}{m} \right)^3 \int_0^\infty \zeta^3 K_{5/3}(\zeta) N(\zeta) d(\zeta) \cdot \hbar. \quad (9,11)$$

Для «температурного» излучения, когда  $N(\omega) = \frac{T_{эфф}}{\hbar \omega}$ , ускорение оказывается сходным с фермиевским:

$$\dot{E} = \alpha \epsilon, \quad \alpha = \frac{8}{3} \frac{e^4 H^2}{m^2} \frac{T_{эфф}}{m^2}. \quad (9,12)$$

д) Циклотронное ускорение ионов плазменными волнами. Как неоднократно подчеркивалось, проблема ускорения ионов, важная в общем аспекте их нагрева, является, в частности, проблемой инжекции в механизм ускорения на высокочастотных колебаниях. Наличие магнитного поля существенно облегчает эту задачу, так как известно, что перпендикулярно магнитному полю могут распространяться весьма медленные волны, имеющие высокие частоты. Циклотронное ускорение ионов может происходить за счет циклотронного поглощения и излучения плазменных волн<sup>117</sup>, имеющих малые фазовые скорости при распространении перпендикулярно магнитному полю. При этом ионы ускоряются в основном перпендикулярно магнитному полю. Мы ограничимся приведением формулы для

ускорения ионов в этом случае ( $v_{\perp} \ll 1$ ):

$$\begin{aligned} \dot{E}_p = \frac{2e^2}{mv_{\perp}} \sum_v \omega_H^3 v^4 \int_{-1}^1 n^2(\omega_H v, x) J_v(v v_{\perp} n(\omega_H v, x) \sqrt{1-x^2}) \times \\ \times J'_v(v v_{\perp} n(\omega_H v, x) \sqrt{1-x^2}) N(\omega_H v, x) \times \\ \times [\varepsilon(\omega_H v, x)(1-x^2) + \varepsilon_z(\omega_H v, x) x^2]^{-1} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} dx; \end{aligned} \quad (9,13)$$

$n(\omega, \cos \theta)$  — показатель преломления. Если интенсивность колебаний сосредоточена в области углов порядка  $x_0 \approx \sqrt{-\varepsilon_z/\varepsilon} \ll 1$ , а средняя скорость ионов в направлении магнитного поля есть  $\langle v_z \rangle$ , получим оценку характерного времени ускорения иона до энергии  $\varepsilon_i$  на первой гармонике ( $v = 1$ )

$$\tau = \frac{1}{\omega_{0i}} \frac{\varepsilon_i}{T_e} \langle v_z \rangle v_A \frac{n T_e}{W}, \quad v_A = \frac{H}{\sqrt{4\pi m_i}}. \quad (9,14)$$

е) Циклотронное ускорение ионов на комбинационной частоте. Рассмотрим эффекты ускорения ионов в магнитном поле в актах индуцированного рассеяния. Закон сохранения энергии при рассеянии в магнитном поле имеет вид

$$\omega - \omega' - (k_z v_z - k'_z v'_z) = \mu \omega_{Hi}. \quad (9,15)$$

При  $\mu = 0$  целесообразно говорить о рассеянии в магнитном поле, а при  $\mu = \pm 1$  — о циклотронном ускорении на комбинационной частоте  $\omega - \omega'$ . Анализ, проведенный в <sup>164</sup>, показывает, что в сильном магнитном поле циклотронное ускорение на комбинационной частоте ( $\mu = \pm 1$ ) намного превосходит ускорение при индуцированном рассеянии ( $\mu = 0$ ). При этом в основном увеличиваются компоненты скорости иона, перпендикулярные внешнему магнитному полю. Оценка эффекта ускорения плазмы плазменными волнами имеет вид

$$\frac{d}{dt} \langle \varepsilon_{\perp} \rangle \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{32} \frac{1}{m_i} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \frac{W^2 k}{n_b^2 v_{gr}}, \quad (9,16)$$

где  $v_{gr}$  — групповая скорость волн,  $W$  — их плотность энергии. Порядок величины эффекта (9,16) тот же, что и при индуцированном рассеянии (§ 7).

Заметим также, что эффекты статистического ускорения при рассеянии низкочастотных магнитогидродинамических и альвеновских волн на частицах плазмы рассмотрены в работе Галева <sup>165</sup>.

### III. ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ УСКОРЕНИЯ

#### § 10. Применения, связанные с ускорением частиц в лабораторных условиях

В настоящем разделе мы рассмотрим возможные приложения рассмотренных механизмов ускорения для объяснения некоторых лабораторных экспериментов. Мы лишь кратко изложим некоторые известные экспериментальные результаты, сопоставив их с возможными теоретическими предсказаниями.

В дальнейшем, не оговаривая особо, мы будем преимущественно излагать возможности применения статистического механизма ускорения, не ставя задачи проанализировать ряд других возможностей интерпретации данных. В ряде случаев такой анализ является преждевременным из-за скудости данных, и можно говорить лишь о ряде различных возможных объяснений, а в некоторых случаях даже привлечение статистического ускорения является спорным. Поэтому изложение данного раз-

дела по необходимости является кратким и фрагментарным (некоторые вопросы более подробно изложены в цитируемой литературе) и преследует лишь цель дать общее представление о широких возможностях приложений рассмотренных механизмов статистического ускорения частиц в плазме.

а) Рентгеновское и нейтронное излучения мощных импульсных разрядов<sup>17</sup>. При исследовании мощных импульсных разрядов (типа пинчей) в дейтерии было обнаружено, что в определенных условиях такие разряды являются источником мощного нейтронного и рентгеновского излучений<sup>118, 119</sup>. Эти эксперименты явились первой попыткой нагрева плазмы<sup>118</sup>. Анализ экспериментальных результатов<sup>120, 119</sup> показывает, что нейтроны появляются в ядерных реакциях, производимых ускоренными ионами дейтерия, а рентгеновское излучение производится ускоренными электронами. Энергия ускоренных частиц намного превосходит среднюю тепловую энергию частиц, а также разность потенциалов между электродами. Это может говорить о наличии механизма ускорения частиц, приводящего к постепенному статистическому набору энергии частицами. При этом должен быть выполнен ряд необходимых условий. Первое из них состоит в том, что за относительно небольшое время разряда порядка нескольких микросекунд должно произойти достаточно большое число актов изменения энергии частиц. Это выделяет среди возможных механизмов ускорения высокочастотную турбулентность, связанную с возбуждением плазменных колебаний. Напомним, что ударная волна, сопровождающая мощные пинч-разряды в плазме, может являться источником такой турбулентности (§ 4). Существующие экспериментальные данные свидетельствуют в пользу этой гипотезы. Средние энергии ускоренных электронов, ответственных за жесткое рентгеновское излучение, и ионов, ответственных за нейтронное излучение, хорошо совпадают между собой. Согласно § 3 средняя энергия  $\epsilon^*$  не зависит от массы и заряда частицы.

Кривые энергетического спектра ускоренных частиц резко падают в сторону больших энергий, что соответствует устойчивости статистического ускорения при  $\epsilon = \epsilon^*$  (§ 3). Постоянные силы должны были бы приводить к плавному спаду энергетического спектра.

Наконец, нужно отметить имеющиеся возможности объяснения зависимости числа ускоренных частиц от давления, сорта газа, примесей и т. п. (см. <sup>17</sup>).

б) Ускорение электронов при развитии пучковой неустойчивости в плазме. Наиболее эффективным из механизмов турбулизации плазмы является пучковая неустойчивость. Поэтому естественно ожидать, что эффекты ускорения должны наблюдаться при прохождении пучков через плазму или при создании пучков путем воздействия внешних полей на плазму.

Эффекты ускоренных электронов и ионов действительно наблюдались в ряде экспериментов. Так, Березиным, Файнбергом и др.<sup>121, 123</sup> обнаружено, что в условиях, когда пучок в плазме теряет существенную долю энергии  $\sim 20\%$  (что сопровождается оптимальным в условиях эксперимента<sup>122, 123</sup> возбуждением высокочастотных колебаний плазмы), возникают ускоренные электроны с энергией, в 1,5 раза большей энергии частиц пучка. Нужно сказать, что для электронов самого пучка, генерирующего плазменные колебания, естественно, имеется торможение. Далее, фазовая скорость генерируемых колебаний порядка скорости пучка, и поэтому тепловые электроны плазмы эффективно ускоряться не могут, так как не выполнены условия инжекции. Как отмечалось в § 5, ускорение частиц самого пучка возможно лишь, если продольные

волны направлены в основном перпендикулярно частицам. Изменение направления распространения лэнгмюровских волн возможно при их большой интенсивности из-за нелинейных эффектов (см. § 7). В качестве возможной интерпретации экспериментальных данных можно предположить, что при интенсивной турбулизации плазмы пучком генерируемые колебания приобретают компоненты, перпендикулярные пучку, и ускоряют относительно небольшую долю частиц пучка. Если  $W^1$  порядка энергии пучка  $n_1 m v_0^2$  и  $v_\phi \sim v_0$ , то время поворота направления продольных волн таково:

$$\tau^1 \approx \frac{(2\pi)^{5/2}}{\omega_{0e}} \frac{n}{n_1} \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right); \quad (10,4)$$

того же порядка и время увеличения фазовых скоростей лэнгмюровских колебаний, генерируемых пучком. Увеличение фазовых скоростей волн может привести также к диффузии в пространстве скоростей частиц пучка в сторону больших скоростей, что приведет к появлению частиц, скорости которых больше скоростей инжектируемого пучка.

В условиях эксперимента <sup>122</sup> ток ускоренных частиц составляет несколько процентов тока пучка. Напомним, что при статистическом ускорении число ускоренных частиц должно составлять малую долю общего числа частиц.

в) Ускорение ионов при развитии пучковой неустойчивости <sup>124, 121</sup>. Как отмечалось, для ускорения ионов существенны вопросы инжекции, причем ускорение низкочастотными колебаниями должно быть весьма существенным. В экспериментах Федорченко и др. <sup>124</sup> наблюдалось возбуждение низкочастотных колебаний при развитии пучковых неустойчивостей. Экспериментальные результаты свидетельствуют о том, что низкочастотные колебания возникают из высокочастотных, которые возбуждаются пучком. Согласно <sup>80, 34, 35</sup> (см. § 1) распадные неустойчивости обеспечивают эффективную трансформацию высокочастотных колебаний в низкочастотные, при этом в спектре лэнгмюровских колебаний должны возникать сателлиты, отстоящие на величину порядка  $\omega_{0i}$  от частоты лэнгмюровских волн. Последние эксперименты (см. <sup>126</sup>) обнаружили этот качественный эффект. При этом изменяется интенсивность красных и фиолетовых сателлитов в зависимости от соотношения между энергией низкочастотных и высокочастотных колебаний, а именно, при большой энергии высокочастотных колебаний растут красные сателлиты, интенсивность первых сателлитов растет с ростом номера сателлита. При большой энергии низкочастотных колебаний растут фиолетовые сателлиты, что соответствует теории <sup>80</sup>. В экспериментах <sup>123, 127</sup> наблюдались ускоренные ионы, причем их возникновение коррелировано с возникновением низкочастотных колебаний. Экспериментально наблюдался широкий спектр ускоренных ионов с более или менее плавным спадом в область больших энергий.

В экспериментах Найдая <sup>127</sup>, Незлина <sup>128</sup> также наблюдались ускоренные ионы при развитии пучковой неустойчивости плазмы. Пучок электронов был направлен по сильному магнитному полю. Ускорение может быть связано либо с циклотронным ускорением лэнгмюровскими колебаниями, либо с низкочастотными колебаниями. С возникновением неустойчивости связано, по-видимому, запирание электронного пучка и появление виртуального катода <sup>133</sup>.

г) Ускорение ионов и турбулентный нагрев плазмы. Во всех случаях, когда ускоренные частицы удерживаются в некотором ограниченном объеме, естественно говорить об их нагреве. Это возникает, в частности, если система находится в магнитной ловушке.

В экспериментах Завойского<sup>129, 130</sup> и др. по турбулентному нагреву плазмы наблюдался широкий спектр электронов больших энергий. Наличие достаточно широкого спектра является указанием в пользу статистической природы ускорения. В экспериментах<sup>130</sup> пучковая неустойчивость создавалась внешними электрическими квазистатическими полями интенсивных пизкочастотных волн. Согласно § 8 в данных условиях возможно ускорение и ионов из-за нестационарности спектра колебаний (см. (8,5)). По-видимому, может играть роль индуцированное рассеяние и циклотронное ускорение. Распадные процессы генерируют волны с малыми фазовыми скоростями; наконец, ускорению ионов может способствовать расширение спектра колебаний из-за нелинейных эффектов взаимодействия волн.

В экспериментах<sup>131</sup> наблюдался эффективный нагрев электронов при длительной инжекции пучка частиц.

Нужно отметить, что большая длительность инжекции существенна ввиду того, что статистическое ускорение должно происходить за относительно большие промежутки времени. Для ускорения ионов особенно невыгодна медленная начальная стадия ускорения, когда скорость ионов намного меньше скорости волн. При этом ускорение менее эффективно, но оно все же может иметь место из-за низкочастотных колебаний, из-за циклотронного ускорения, из-за нестационарности процесса и индуцированного рассеяния. Когда скорости ионов становятся порядка скорости лэнгмюровских волн, эффективность ускорения возрастает.

д) У с к о р е н и е ч а с т и ц п р и в о з н и к н о в е н и и у б е г а ю щ и х э л е к т р о н о в в п л а з м е. В случае приложения сильных электрических полей скорости электронов могут превысить  $v_{те}$ . Быстрое развитие неустойчивостей может приводить к появлению большого турбулентного сопротивления, достигающего  $1/\sigma_{турб} \sim \omega_{oe}^{-1} (\sigma_{турб} — турбулентная электропроводность, сопротивление из-за соударений  $1/\sigma_{сод} \sim \sim v_{сод}/\omega_{oe}^2 \ll 1/\omega_{oe}$  (см. <sup>98, 99</sup> эксперимент <sup>132</sup>). Турбулизация плазмы, возникающая в этих условиях, должна приводить к эффективному ускорению как электронов, так и ионов плазмы (см. § 7), которые должны быть коррелированы со срывами тока.$

е) У с к о р е н и е и о н о в п р и в о з д е й с т в и и и н т е н с и в н о г о в ы с о к о ч а с т о т н о г о п о л я н а п л а з м у. При экспериментальных исследованиях радиационного метода ускорения плазмы<sup>134, 135</sup> обнаружены ускоренные ионы больших энергий  $\sim 10$  кэв. Характерно, что плазменное образование в процессе взаимодействия с полем существенно деформируется, в некоторых случаях заполняя весь объем волновода. Спектр ускоренных частиц весьма широкий и имеет плавный спад в область больших энергий. Ускорение наблюдается даже тогда, когда плазма как целое не могла получить заметного импульса от высокочастотного поля. Вся совокупность экспериментальных данных свидетельствует, по-видимому, о том, что при взаимодействии с мощным высокочастотным полем плазма не ускорялась как целостное образование, а в силу некоторого механизма происходило ускорение небольшой доли общего числа частиц. Характерно, что в условиях<sup>135</sup>  $v_E$  порядка  $v_{те}$ , т. е. высокочастотное поле близко к критическому. Нужно иметь в виду также, что в процессе ускорения плазма может турбулентно нагреваться. Оценки показывают, что для  $v_E \ll v_{те}$  наиболее эффективным может быть ускорение высокочастотной турбулентностью из-за нелинейных эффектов, тогда как при  $v_E \gg v_{те}$  ионы могут набрать энергию порядка  $1—2$  кэв за  $0,1$  мксек из-за эффектов индуцированного рассеяния (см. § 7). Сильная турбулентность может возникать не только при непосредственном воздействии сильного высокочастотного поля, но также в условиях  $\omega < \omega_{oe}$ , когда

отражение частиц от непроникающего в плазму высокочастотного поля создает встречные потоки частиц. Нужно также обратить внимание на то, что нелинейная конверсия волн при  $v_E \ll v_{te}$  и неустойчивость плазмы в сильном поле высокой частоты приводят к увеличению поглощения мощности и тем самым могут способствовать передаче импульса и ускорению плазменного сгустка. Неустойчивости в сильном высокочастотном поле могут приводить к «турбулентному» сопротивлению, превосходящему сопротивление из-за соударений, рассмотренное в <sup>111</sup>.

В заключение этого параграфа нужно подчеркнуть, что в плазме наряду со статистическими возможны также другие механизмы ускорения: 1) генерация волн постоянной фазы и захват ими частиц, 2) появление пространственных зарядов и связанных с ними потенциальных ям, виртуальных катодов и т. п. <sup>133</sup> \*). Мы касались здесь лишь статистических механизмов, наиболее вероятных в плазме из-за того, что любые упорядоченные движения обычно быстро переходят в турбулентные. С другой стороны, следует подчеркнуть необходимость детального экспериментального анализа всех возможностей в каждом из экспериментов, рассмотренных выше.

## § 11. Астрофизические применения

Переходя к возможным астрофизическим применениям, необходимо подчеркнуть, что статистический характер широко распространенных в космических условиях ускорительных механизмов наиболее вероятен.

Ускорительные механизмы, связанные с генерацией быстрых частиц, в частности космических лучей, в космических условиях не только широко распространены, но и представляют фактор эволюционно-космологического порядка. Они сказываются на динамике вспышек сверхновых звезд <sup>2</sup>, галактик, радиогалактик, играют существенную роль в ядрах галактик, открытых в 1962 г. «сверхзвездах» и т. п. Ясно, что механизм ускорения должен быть универсальным и простым. Таким универсальным свойством является турбулентность космической плазмы. Хотя представления о том, что с турбулентностью связано ускорение частиц, широко распространены, возникал целый ряд трудностей <sup>2</sup>, приводящих часто к трудностям энергетического порядка. Например, давно известно, что число радиоизлучающих и «оптических» электронов в наиболее изученном радиоисточнике Крабовидной туманности намного больше того числа, которое можно было ожидать по фермиевскому ускорению. Серьезные теоретические трудности возникают при объяснении излучения радиогалактики Лебедь А. Большая эффективность ускорения космических лучей в хромосферных вспышках привела Л. И. Дормана <sup>3</sup> к гипотезе о возможности ускорения эффектом Ферми первого порядка, хотя ясно, что случай систематического движения навстречу друг другу двух магнитных стенок весьма мало вероятен и в большинстве случаев ускорение должно носить статистический характер. Весьма эффективным является ускорение электронов в радиационных поясах Земли <sup>137</sup>. Возникают трудности с интерпретацией излучения «сверхзвезд», поток излучения с поверхности которых оказывается весьма большим, и если это излучение обязано релятивистским электронам, должен действовать весьма эффективный механизм их ускорения.

\*) Последний эффект тесно связан с запиранием электронного пучка из-за неустойчивостей <sup>25, 26</sup>.



Подобные примеры можно было бы продолжить. Общая совокупность имеющихся сведений указывает на весьма большую эффективность ускорения быстрых частиц в космических условиях, существенно большую, чем следует из фермиевского механизма ускорения. С другой стороны, имеющиеся данные указывают на эффективность ускорения электронов, тогда как в случае фермиевского ускорения они могли быть вторичными продуктами генерации тяжелыми частицами космических лучей<sup>2</sup>.

В<sup>12-16</sup> для объяснения ряда астрофизических данных были привлечены эффекты ускорения высокочастотной турбулентностью. Выше уже неоднократно отмечалось, что ускорение высокочастотной турбулентностью значительно более эффективно, чем низкочастотной, поэтому может быть устранен ряд старых противоречий. Нужно подчеркнуть, что фактическое значение энергии высокочастотной турбулентности часто непосредственно не известно и может быть, в принципе, оценено из косвенных соображений. Энергия высокочастотной турбулентности часто определяется начальными и граничными значениями полей. Ясно, что энергия высокочастотной турбулентности не должна превосходить энергию гидродинамической турбулентности и величину  $H^2/8\pi$ , являющуюся в астрофизических условиях величиной того же порядка, т. е.

$$W^1 \leq \frac{H^2}{8\pi}.$$

Однако, по-видимому, даже  $W^1 \sim 10^{-6} H^2/8\pi$  достаточно для возникновения весьма мощных эффектов ускорения, если фазовые скорости плазменных волн близки к  $c$ . Нужно заметить, что из-за нелинейных эффектов фазовые скорости лэнгмюровских колебаний быстро становятся близкими к скорости света для большинства радиоисточников<sup>13\*</sup>. При этом необходимо, чтобы время нелинейной перекачки было меньше времени соударений, что дает качественный критерий

$$W^1 > \frac{H^2}{8\pi} \frac{\omega_{0e}^3}{v_{te}^3 n}. \quad (11.1)$$

Параметр  $\omega_{0e}^3/v_{te}^3 n \sim \sqrt{n}$  в астрофизических условиях весьма мал (малые  $n$ ). Детектирование высокочастотной турбулентности в космических условиях, в принципе, возможно по изменению спектра поперечных волн, проходящих через турбулентную плазму. В частности, целесообразным является исследование линии 21 см, для которой возможно появление спутников. Н. С. Кардашев и И. С. Шкловский обратили внимание на то, что эффект деформации спектральной линии 21 см наблюдался при прохождении радиоизлучения вблизи Солнца, причем был наблюден красный спутник. Количественные оценки для объяснения наблюдаемого эффекта соответствуют значительной высокочастотной турбулентности  $W^1$  порядка  $H^2/8\pi$ . При попытках регистрации подобных эффектов от удаленных космических объектов необходимо учитывать возможное видоизменение спектра из-за эффекта Доплера и т. п. Выяснению роли высокочастотной турбулентности может способствовать ряд выводов, следующих из предположения о значительных  $W^1$ , которые доступны экспериментальной проверке, в частности выводы, касающиеся временного изменения интенсивности дискретных источников радиоизлучения<sup>15</sup>. Ниже мы остановимся на некоторых примерах, иллюстрирующих возможную роль высокочастотной турбулентности в космических условиях \*).

\*) Фактически инжекция определяется процессом саморегулирования<sup>16</sup>.

а) Ускорение электронов и ионов в радиационных поясах Земли<sup>16</sup>. Как известно<sup>137, 139</sup>, во внешнем радиационном поясе энергичная компонента содержит электроны с энергией  $5 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^6$  эв при плотности  $10^{-2} - 0,3 \cdot 10^{-5}$  см<sup>-3</sup>, движущиеся в холодной плазме с  $n \sim 10^3$  см<sup>-3</sup> и средней энергией частиц  $10^3$  эв/см<sup>3</sup>. Общепринято, что происхождение быстрых электронов связано с действием механизма ускорения. Анализ, проведенный в<sup>16</sup>, указывает, что статистическое ускорение частиц на плазменных волнах может объяснить ряд экспериментальных данных. Перечислим основные из них:

1. Радиационный пояс обладает относительной стабильностью. Так, после магнитной бури восстанавливается уровень радиации, предшествовавший буре. Согласно § 7 состояние равновесия между ускоряющими силами плазменных колебаний и ионизационными потерями устойчиво.

2. Ускорение электронов должно происходить от энергий порядка нескольких эв до энергии  $1 - 10^3$  кэв, т. е. «безынежекционно». Ускорение плазменными колебаниями обеспечивает это потому, что эффективность ускорения возрастает с уменьшением энергии частиц,  $d\varepsilon/dt \sim \varepsilon^{-3/2}$  \*).

3. Ускорение плазменными колебаниями вполне компенсирует довольно значительные ионизационные потери низкоэнергичных частиц, так как ускорение растет с падением энергии ускоряемых частиц быстрее ионизационных потерь. Из равенства  $(d\varepsilon/dt)_{\text{уск}} = (d\varepsilon/dt)_{\text{ион}}$  получаем  $T_{\text{эфф}} \approx \varepsilon \ln(\varepsilon/h\omega_0)$ , где  $\varepsilon$  — средняя энергия ускоренных частиц. При  $\varepsilon \sim 50$  кэв  $T_{\text{эфф}} \sim 10^9 - 10^{10}$  град. Это значение  $T_{\text{эфф}}$ , с одной стороны, согласуется с тем значением, которое можно ожидать при генерации плазменных волн солнечным ветром<sup>16</sup>, с другой, энергия плазменных колебаний при указанном значении  $T_{\text{эфф}}$  существенно меньше тепловой энергии плазмы  $n k T_{\text{пл}} \sim 10^3 - 10^4$  эв/см<sup>3</sup>.

4. После магнитной бури появляются всплески ускоренных частиц. Характерное время ускорения частиц в данном случае может быть объяснено, если учесть, что магнитные бури, связанные с вторжением солнечных корпускулярных потоков, генерируют достаточно большое значение  $W^1$ . Кроме того, при большой турбулентности нелинейное взаимодействие плазменных волн быстро увеличивает их фазовые скорости, что в значительной степени увеличивает эффективность ускорения. В последнее время появился ряд дополнительных данных, которые подтверждаются некоторыми выводами работы<sup>16</sup>. Согласно статистическому ускорению ионы должны иметь среднюю энергию порядка энергии электронов<sup>16</sup>, что, по-видимому, обнаружено в<sup>140</sup>.

Далее найдена зависимость формы радиационных поясов от направления на Солнце<sup>141</sup>. По-видимому, существует ударная волна (Сагдеев<sup>93, 102, 104</sup>), обтекающая экзосферу Земли<sup>141, 142</sup>. В работах<sup>142, 143</sup> считается, что бесстолкновительные ударные волны являются источниками плазменных колебаний как в стационарных условиях, так и в момент возникновения магнитных бурь, связываемых в<sup>142, 143</sup> с приходом ударных волн. По-видимому, однако, непосредственное возбуждение колебаний из-за пучковой неустойчивости корпускулярных потоков<sup>144</sup>, связанных как с солнечным ветром, так и с магнитными бурями, более эффективно.

С другой стороны, эффект накопления плазменных колебаний при непрерывной инжекции корпускулярных потоков в околоземном пространстве может создать резкий переходный слой<sup>145</sup>, в определенной степени аналогичный ударной волне.

\*) Мы не касаемся хорошо известных механизмов ускорения гидродинамической турбулентностью, ускорения Ферми, ускорения магнитогиродинамическими и ударными волнами, подробно описанных в<sup>2, 3</sup>.

Неустойчивость корпускулярных потоков в сверхкороне Солнца<sup>144</sup> дает основание для предположения о наличии в сверхкороне высокочастотной турбулентности плазмы. Как показано в § 7, если характерная фазовая скорость плазменных волн  $c_\phi$  мала по сравнению со скоростью света, основной эффект взаимодействия радиоизлучения с турбулентной плазмой должен состоять в рассеянии. Рассеяние излучения 21 см наблюдалось давно<sup>146</sup>. Однако не ясно, какой вклад в него может вносить высокочастотная турбулентность. Наконец, интерес представляют исследования формы линии 21 см при прохождении вблизи Солнца, о чем говорилось выше.

б) У с к о р е н и е к о с м и ч е с к и х л у ч е й. Вопросы происхождения космических лучей подробно рассмотрены в работах Гинзбурга<sup>2, 147</sup>, Шкловского<sup>149</sup> и изложены в ряде обзоров и монографий<sup>2, 148, 150</sup>. Интересно, что роль статистического фермиевского ускорения в вопросах происхождения космических лучей со времени работы Ферми все время ограничивалась. Так, Ферми предполагал, что ускорение происходит в основном в облаках межзвездного газа. В дальнейшем была выяснена<sup>2</sup> малая эффективность ускорения в облаках межзвездного газа, и Гинзбургом<sup>147</sup> и Шкловским<sup>149</sup> были высказаны предположения о возможности ускорения механизмом Ферми в оболочках сверхновых звезд. В оболочках имеются бурные движения, и поэтому фермиевское ускорение более эффективно. В дальнейшем в<sup>151, 152</sup> было показано, что в наиболее изученном источнике Крабовидной туманности в настоящее время ускорение не происходит из-за эффекта расширения, и действие фермиевского ускорения было перенесено на ранние стадии, когда движения в оболочке были более бурными. Ускорение высокочастотной турбулентностью, предложенное в<sup>12, 13</sup>, может устранить целый ряд старых противоречий. Так, если фермиевское ускорение, согласно<sup>151</sup>, имеет в Крабовидной туманности в настоящее время оценку

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \sim 10^{-18} \frac{\varepsilon}{mc^2} \text{ (CGSE)}, \quad (11,2)$$

то ускорение плазменными колебаниями при  $W^1 \sim 10^{-6} \frac{H^2}{8\pi}$ ,  $v_\phi \sim c$  есть \*)

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \sim 10^{-8} \frac{mc^2}{\varepsilon}, \quad (11,3)$$

т. е. в  $10^6$  раз эффективнее фермиевского (для радиоизлучающих электронов  $\varepsilon/mc^2 \sim 10^2$ ). Ускорение на плазменных колебаниях может в настоящее время обеспечить ускорение электронов до энергий порядка максимальных, соответствующих оптическому синхротронному излучению. Потери энергии электронов на синхротронное излучение весьма велики<sup>148</sup>, и объяснение причин длительного оптического излучения, например Крабовидной туманности, является актуальным. По-видимому, существенную роль может играть также циклотронное ускорение запертым поперечным излучением<sup>13, 14</sup>. Не вдаваясь в подробности (см. <sup>12-16</sup>), мы подчеркнем здесь лишь следующие моменты.

1. Ускорение высокочастотной турбулентностью указывает на возможность преимущественного ускорения электронов, т. е. соответствует первичной природе космических электронов. На это обстоятельство указывают экспериментальные данные о Крабовидной туманности, например, и о радиоисточнике Лебедь А; Гинзбургом и Сыроватским было недавно показано<sup>153</sup>, что галактические релятивистские электроны не могут быть

\*) Выражение (11,3) справедливо лишь в случае, когда спектр плазменных колебаний стационарен. Если спектр колебаний меняется из-за нелинейных эффектов, спектры ускоренных частиц могут простирается до больших энергий (§ 3).

