

533.132
537.312.62ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Л. П. Питаевский

1. Вихревые нити в сверхтекучем гелии

С конца двадцатых годов этого века, т. е. с момента построения квантовой механики, теоретическая и экспериментальная физика делится на два более или менее обособленных раздела — классическую и квантовую. При этом обычно считается, что более общая, квантовая, механика необходима для описания «микроскопических» — атомных и ядерных — явлений, а для изучения «макроскопических» явлений, и в особенности для описания движения больших, «макроскопических», количеств вещества, вполне достаточно обычной классической механики. Разумеется, такое утверждение имеет весьма условный характер. Дело в том, что само существование устойчивых макроскопических тел есть проявление законов квантовой механики. Согласно классической механике ничто не мешало бы электронам «упасть» на атомные ядра, и тот факт, что этого в действительности не происходит, может объяснить только квантовая механика. Тем не менее в более узком смысле это утверждение верно. Характерная для квантовых процессов постоянная Планка \hbar не входит в уравнения движения твердых тел, газов и жидкостей. Поэтому ее можно измерить лишь в экспериментах атомного характера.

Существуют, однако, объекты, поведение которых нельзя понять с точки зрения классической механики даже в макроскопических масштабах. Это прежде всего относится к жидкому гелию, точнее, к двум изотопам гелия — жидкому He^3 и жидкому He^4 . Эти жидкости являются абсолютно незамерзающими — они остаются жидкими вплоть до температуры абсолютного нуля. Уже это — специфическое квантовое явление. Согласно классической механике при абсолютном нуле температур всякое движение атомов прекращается и все тела должны быть твердыми.

Не удивительно поэтому, что и законы движения этих жидкостей необъяснимы классически. В частности, жидкий He^4 при достаточно низких температурах является сверхтекучим — он способен без всякой вязкости, как идеальная жидкость, протекать через тонкие капилляры. Для нас особенно интересны свойства вращающегося сверхтекучего гелия. Оказывается, что во вращающемся гелии квантовые свойства проявляются наиболее непосредственным образом. Уравнения движения даже больших количеств жидкости в этом случае в явном виде содержат постоянную Планка. Поэтому даже механические эксперименты с вращающимся сверхтекучим гелием позволяют, в принципе, измерить эту квантовую постоянную.

Чтобы понять особенности вращения сверхтекучей жидкости, рассмотрим наполненный такой жидкостью вращающийся цилиндр. Если

жидкость в цилиндре также вращается вокруг оси цилиндра, то атомы жидкости совершают вращательное движение. Но такое движение согласно квантовой механике квантуется. Чтобы выяснить, к чему это приведет, воспользуемся квазиклассическими правилами квантования Бора. Согласно этим правилам на орбите атома, длина которой равна

$$2\pi r,$$

где r — расстояние от оси вращения, должно уложиться целое число длин волн де Бройля $\frac{2\pi\hbar}{Mv}$, где v — скорость, а M — масса атома. Иными словами, при вращении жидкости должно выполняться соотношение ^{1, 2}

$$v = \frac{\hbar}{M} \frac{1}{r} n, \quad (1)$$

где n — целое число. Формула (1) определяет распределение скорости во вращающейся сверхтекучей жидкости. Оно полностью отличается от распределения скорости в обычной жидкости. Последняя вращается как целое, и скорость в ней распределена по закону

$$v = \Omega r,$$

где Ω — угловая скорость вращения. При приближении к оси скорость неограниченно возрастает. (Разумеется, формула (1) имеет смысл только на расстояниях, больших по сравнению с атомными.) Линия в жидкости, вокруг которой жидкость вращается по закону (1), называется вихревой нитью. В нашем случае вихревая нить совпадает с осью цилиндра. Если, однако, жидкость совершает еще движения, кроме вращения вокруг оси, эта нить может искривиться и распределение скоростей усложнится. Вблизи нити, однако, оно по-прежнему будет определяться формулой (1), где под r следует понимать расстояние до нити. Вихревые нити в сверхтекучем гелии представляют собой единственные в своем роде макроскопические квантовые объекты. Действительно, с одной стороны, в основную формулу (1), определяющую все свойства нити, прямо входит постоянная Планка. С другой стороны, длина вихревой нити может быть очень большой; в разобранным нами простейшем примере она совпадает с длиной цилиндра.

Вихревая нить обладает некоторой энергией, которая равна кинетической энергии движения жидкости вокруг нити. Реально в жидкости, по-видимому, образуются только нити с $n = 1$. Только такие «единичные» нити мы будем рассматривать в дальнейшем. Вычисляя кинетическую энергию, имеем

$$E = \int \frac{\rho v^2}{2} d^3r = \frac{\rho}{2} \int_{-l/2}^{l/2} dz \int_0^R \frac{\hbar^2}{M^2} \frac{1}{r} 2\pi r dr = \frac{\hbar^2}{M^2} \pi \rho l \ln \frac{R}{a}, \quad (2)$$

где ρ — плотность жидкости, l — длина нити, R — радиус цилиндра, a — некоторое расстояние, порядка атомного, на котором теряет смысл формула (1); a приходится вводить в качестве нижнего предела интеграла по r в (2). Величина E мало зависит от точного значения a .

Так как на образование вихревой нити нужна конечная энергия, то ясно, что она может образоваться только при некоторой конечной скорости вращения цилиндра. Можно показать, что такая «критическая» угловая скорость вращения равна

$$\Omega_{\text{кр}} = \frac{\hbar}{MR^2} \ln R/a. \quad (3)$$

Если скорость вращения меньше, чем $\Omega_{\text{кр}}$, жидкость будет покоиться даже во вращающемся цилиндре. При $\Omega \geq \Omega_{\text{кр}}$ образуется вихревая

нить в центре цилиндра, и картина вращения оказывается такой, как описано выше. Если $\Omega \gg \Omega_{кр}$, то в цилиндре образуется много нитей. В результате в среднем движение жидкости оказывается близким к вращению как целого, хотя вблизи каждой нити скорость возрастает по закону (1).

Отметим, что если в качестве вращающегося цилиндра выбрать достаточно тонкий капилляр, то угловая скорость $\Omega_{кр}$ оказывается вполне заметной. Если R измерять в сантиметрах, то

$$\Omega_{кр} \text{ сек}^{-1} \approx 1,4 \cdot 10^{-4} \frac{\ln(R/4 \cdot 10^{-8})}{R^2}.$$

Момент появления вихревой нити в цилиндре можно заметить. Поэтому $\Omega_{кр}$ представляет собой первый пример макроскопической механической величины, в определение которой прямо входит постоянная Планка.

Опыты с вихревыми нитями, позволяющие, в принципе, определить постоянную Планка механическими измерениями, были произведены в 1960 г. английским физиком Вайненом ³. Идея опыта состоит в наблюдении колебаний струны, помещенной на оси наполненного сверхтекучим гелием цилиндра.

Всякое колебание струны можно представить себе как сумму двух круговым образом поляризованных колебаний. Каждое из этих колебаний есть просто вращение изогнутой струны по или против часовой стрелки. Струна при этом изогнута по синусоиде с длиной волны, равной в простейшем случае основного тона удвоенной длине струны. Частоту вращения можно найти, приравнявая центробежную силу упругой силе, стремящейся вернуть струну в равновесие. Эта упругая сила равна

$$-\frac{k}{l^2} r,$$

где r — отклонение струны от оси, k — характерная для струны постоянная, l — длина струны. В результате частота ω_0 определяется формулой

$$\kappa \omega_0^2 r = \frac{k}{l^2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{k}{\kappa}} \quad (4)$$

(здесь κ — масса струны, отнесенная на единицу длины). Если струна находится в жидкости, в κ надо включить увлекаемую струной массу жидкости. Разумеется, в покоящейся жидкости частоты для случая движения струны против и по часовой стрелке в точности равны. (Колебание струны двукратно вырождено.)

Если привести цилиндр во вращение, то при $\Omega \geq \Omega_{кр}$ жидкость начнет вращаться вокруг струны по закону (1). Иными словами, в цилиндре образуется вихревая нить, ось которой совпадает со струной. При колебаниях струны нить будет колебаться вместе с ней. Но если струна совпадает с вихревой нитью, то при движении на нее будет действовать дополнительная сила. Эта сила имеет ту же природу, что и подъемная сила крыла самолета, и ее можно вычислить по формуле Жуковского:

$$F = \Gamma \rho [\mathbf{u}],$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, совпадающий по направлению с угловой скоростью вращения, $\Gamma = 2\pi r v = 2\pi \hbar / M$ — циркуляция скорости вокруг струны, \mathbf{u} — скорость движения струны. По величине эта сила равна

$$\frac{2\pi \hbar}{M} u \rho \quad (5)$$

и направлена перпендикулярно струне и направлению ее движения. Легко сообразить, что для колебания, в котором направление вращения струны совпадает с вращением жидкости, эта сила направлена к оси цилиндра, а для другого колебания — от оси. В первом случае эту силу

надо добавить к упругой силе в уравнение, определяющее частоту. Учитывая, что $u = \omega r$, имеем

$$\kappa \omega^2 r = \frac{k}{l^2} r + \frac{2\pi\hbar}{M} \rho \omega r. \quad (6)$$

Положим $\omega = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$. Если, как это фактически имеет место, $\Delta\omega \ll \omega_0$, из (6) приближенно следует

$$\Delta\omega \approx \frac{2\pi\hbar}{M} \frac{\rho}{\kappa}. \quad (7)$$

Частота другого из независимых колебаний уменьшается на ту же величину, так что между двумя колебаниями возникает разность частот, равная $\Delta\omega$.

Мы видим, что в эту величину, кроме постоянной Планка, входят лишь параметры, характеризующие жидкость и струну, которые можно измерить заранее. Эксперимент состоял в измерении разности частот $\Delta\omega$.

Схема опыта приведена на рис. 1. Струна W представляла собой проволочку из бериллиевой бронзы длиной 5 см и диаметром $2,54 \cdot 10^{-3}$ см. Проволочка была помещена в заполненный гелием цилиндр C с внутренним диаметром 4 мм. Установка могла вращаться с угловой скоростью от 0,1 до 2 об/мин. Собственная частота колебаний проволочки была равна примерно $\omega_0 \approx 500 \text{ сек}^{-1}$. Опыт производился при температуре $1,3^\circ \text{ К}$. Установка помещалась между полюсами магнита, так что проволочка находилась в магнитном поле с напряженностью $3 \cdot 10^3 \text{ гс}$.

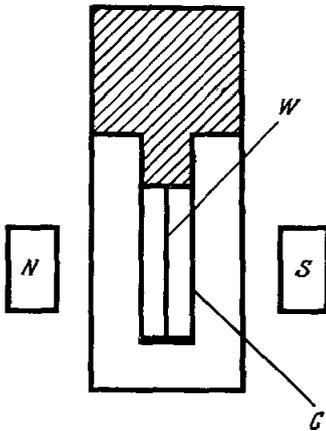


Рис. 1.

При пропускании через проволочку тока она отклонялась в магнитном поле. Это позволяло, пропустив начальный импульс тока, заставить струну колебаться. С другой стороны, при колебании струны в магнитном поле на ее концах возникает разность потенциалов, пропорциональная скорости движения струны. Поэтому, наблюдая эту разность потенциалов, можно изучать колебания. Если вихревая нить отсутствует и частоты обоих колебаний совпадают, амплитуда колебаний после начального импульса монотонно убывает вследствие затухания. Если же частоты отличаются, то сложение колебаний приводит к биениям между ними, так что на монотонное убывание амплитуды налагается периодическое изменение с частотой $\Delta\omega$. В условиях эксперимента расщепление частоты составляло около $0,45 \text{ сек}^{-1}$. На рис. 2 приведен характерный образец записи колебаний струны. Мы видим, что амплитуда колебаний сначала уменьшается, а потом возрастает, т. е. биения на самом деле наблюдаются.

Эксперименты в действительности ставились не для измерения постоянной \hbar — она гораздо точнее известна из обычных «атомных» экспериментов, а для проверки теоретических представлений о вихревых нитях. Результаты оказались в хорошем согласии с предсказаниями, что доказывает принципиальную возможность чисто механического определения постоянной Планка. Электромагнитные устройства в установке имели только вспомогательное значение.

В предыдущем изложении мы не останавливались на некоторых побочных явлениях, мешавших эксперименту. Прежде всего, вихревая

нить во многих случаях не полностью совпадала со струной на всем ее протяжении. Это приводило к тому, что частота биений в этих случаях не совпадала с вычисленной по формуле (7). Кроме того, оказалось, что некоторые биения существовали и при отсутствии вихревой нити, в невращающейся установке. Объяснение этих биений состоит в том, что проволока была не вполне симметрична и однородна механически. Возможно, например, что отдельные ее участки были скручены. Указанные «паразитные» биения необходимо было учитывать при обработке экспериментальных данных.

В экспериментах Вайнена речь идет о прямолинейных вихревых нитях, параллельных оси вращения цилиндра. Вихревые нити, как уже говорилось, могут быть и изогнутыми. В частности, могут существовать и замкнутые нити — вихревые кольца. Образование таких колец во вращающемся цилиндре энергетически невыгодно. Они однако появляются при течении гелия по капиллярам или при движении частиц в гелии. В частности, Рей-

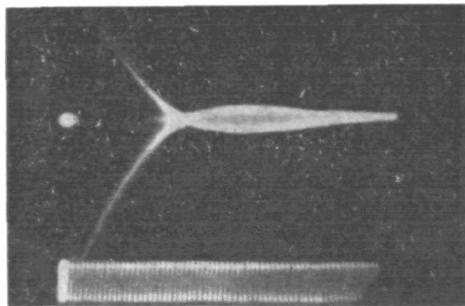


Рис. 2.

филд и Рейф⁴ изучали такие вихревые кольца, образующиеся около движущегося в гелии иона. В этих опытах гелий облучался радиоактивным источником, и образовавшиеся ионы ускорялись электрическим полем. Оказалось, что при достаточно низких температурах (ниже 0,6° К) практически вся энергия, получаемая ионом от поля, уходит на образование вихревого кольца, которое движется далее вместе с ионом. Энергия кольца дается формулой (2), в которой следует заменить l на длину окружности кольца $2\pi b$ (b — радиус кольца), а вместо R подставить b . Из этой формулы видно, что, зная энергию, т. е. ту разность потенциалов, которую прошел ион, мы можем вычислить радиус кольца b . С другой стороны, радиус кольца определяет и скорость его движения по формуле

$$v = \frac{\hbar}{2Mb} \ln b/a. \quad (8)$$

Поскольку скорость движения кольца, связанного с ионом, также можно измерить непосредственно, все величины в этом соотношении оказываются известными. Поэтому его можно, в принципе, также использовать для экспериментального определения \hbar . Даже учитывая неопределенность величины a под логарифмом, можно получить \hbar с точностью порядка 30%, что следует признать совсем неплохим результатом для такого необычного метода. Максимальный размер вихревых колец в этих опытах достигал $b \sim 10^{-4}$ см. Таким образом, кольца были вполне макроскопическими — их радиус во много раз превышал межатомные расстояния в жидком гелии, которые имеют порядок $4 \cdot 10^{-8}$ см. (Именно эту величину следует выбрать в качестве a в формулах (2) и (3).)

2. КВАНТОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Другой интересный класс макроскопических квантовых явлений связан со свойствами сверхпроводников. Явление сверхпроводимости имеет много общего со сверхтекучестью. Можно сказать, что отсутствие сопротивления в сверхпроводящем состоянии объясняется тем, что электроны в сверхпроводящем металле образуют сверхтекучую жидкость,

которая течет по металлу без трения. Рассмотрим сверхпроводящее кольцо или полый цилиндр. Если в таком кольце возбудить ток, он ввиду отсутствия сопротивления будет течь неограниченно долго. Оказывается, однако, что величина тока не может быть произвольной. Это связано с тем, что ток вокруг кольца или цилиндра обусловлен круговым движением электронов, которое квантуется подобно тому, как квантуется вращательное движение атомов гелия вокруг вихревой нити. Правила квантования оказываются, однако, другими. Это связано с тем, что текущий по проводнику ток создает магнитное поле, которое меняет свойства системы.

Мы не будем приводить здесь вывод правил квантования для этого случая, поскольку соответствующий вывод уже опубликован в обзоре ⁵. Оказывается, что квантуется магнитный поток создаваемого током поля через внутреннюю полость цилиндра

$$\Phi = H \cdot \pi R^2 = \Phi_0 n = \frac{\pi \hbar c}{e} n. \quad (9)$$

Здесь Φ — магнитный поток, H — магнитное поле внутри цилиндра, R — его внутренний радиус, e — заряд электрона, c — скорость света.

Численно квант магнитного потока Φ_0 оказывается равным $2,06 \cdot 10^{-7}$ гс·см².

Несмотря на довольно малую величину Φ_0 , магнитное поле, соответствующее такому потоку, оказалось возможным измерить на опыте.

В экспериментах Дивера и Фейрбенка ⁶ в качестве сверхпроводящих цилиндров использовались оловянные трубочки с внутренним диаметром порядка $1,5 \cdot 10^{-3}$ см и длиной около 1 см. При этом магнитное поле внутри тру-

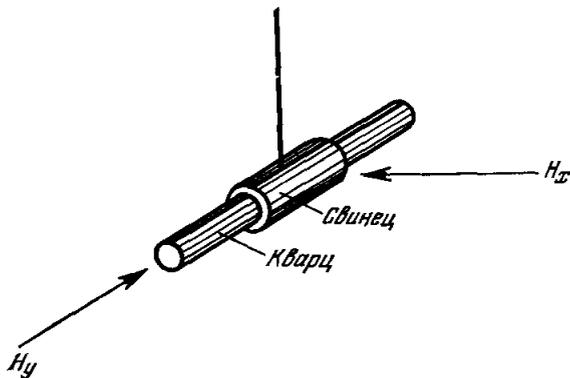


Рис. 3.

бочки, если магнитный поток через нее был равен одному кванту Φ_0 , равнялось примерно 0,1 гс. Это довольно значительное поле. (Напомним, что магнитное поле Земли составляет 0,5 гс.) Возле концов трубочки помещались маленькие катушки, предназначенные для измерения создававшегося трубочкой магнитного поля. Каждая из катушек имела 10 000 витков. Во время измерения трубочка колебалась с амплитудой в 1 мм и частотой 1000 гц вдоль своей оси. При этом в измерительных катушках возбуждалась электродвижущая сила, которая и измерялась. Прибор предварительно калибровался так, что величина ЭДС прямо давала значение поля в трубочке. Оказалось, что в пределах точности эксперимента магнитный поток в трубочке действительно мог меняться только скачком в соответствии с уравнением (9). Точность измерений оценивается авторами в 20%. Можно сказать, что с этой точностью можно измерить таким, хотя и не механическим, но вполне макроскопическим способом постоянную Планка.

Опыты Долла и Небауэра ⁷ проводились на свинцовой трубочке диаметром 10^{-3} см и длиной 0,6 мм. Магнитное поле, соответствующее одному кванту потока Φ_0 , равнялось в этом случае 0,25 гс. В этих экспериментах измерялся магнитный момент трубочки или, точнее говоря, сила, действующая

щая на трубочку во внешнем магнитном поле, перпендикулярном ее оси. Трубочка, напыленная на кварцевую нить, подвешивалась на крутильном подвесе (см. рис. 3). В перпендикулярном направлении прикладывалось переменное магнитное поле H_x , величина которого была известна. Это поле создавало переменный момент силы, который приводил систему в колебание. Частота изменений поля автоматически подбиралась равной собственной частоте колебаний системы. Зная декремент затухания, который измерялся предварительно по затуханию свободных колебаний, и измеряя амплитуду колебаний, можно было определить величину момента силы и вычислить магнитный момент трубочки и величину потока через нее. Результаты измерений подтвердили справедливость уравнения (9).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. L. Onsager, Nuovo cimento **6** (Suppl. 2), 249 (1949).
 2. R. P. Feynman, Progr. in low temp. phys. **1**, ch. II, p. 36, 1962.
 3. W. F. Viney, Proc. Roy. Soc. **260A**, 218 (1960).
 4. G. Rayfield, F. Reif, Phys. Rev. Letts **11**, 305 (1963). Имеется русский перевод, см. УФИИ 83, 755 (1964).
 5. Г. В. Жарков, УФИИ 88, 419 (1966).
 6. B. S. Deaver, W. M. Fairbank, Phys. Rev. Letts **7**, 43 (1961).
 7. R. Doll, M. Näbauer, Phys. Rev. Letts **7**, 51 (1961).
-

