1965 г. Сентябрь *Том 87, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.12

О НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССАХ

Р. В. Хохлов

Анализируя научное творчество Л. И. Мандельштама, можно видеть, какое большое место в нем занимают вопросы теории колебаний. Я имею в виду не только то, что около одной трети его статей посвящено этим вопросам. Л. И. Мандельштам — признанный глава и основатель советской школы теории колебаний. Более того, Леонид Исаакович является создателем учения о колебаниях как самостоятельного раздела физики.

Теория колебаний позволяет рассмотреть с единых позиций явления различной физической природы, найти в них общую, «колебательную» сущность. Выработка колебательной индукции облегчает переход от оптических явлений к явлениям акустическим, от радиофизических проблем к проблемам квантовой механики, и т. п.

Колебательный подход обладает мощной эвристической силой. С помощью этого подхода был открыт ряд новых физических явлений, наиболее известным примером которых является комбинационное рассеяние света.

Особое место в теории колебаний занимает теория нелинейных колебаний. В этой области Л. И. Мандельштамом и его ближайшими сотрудниками выполнено наибольшее число работ и достигнуты весьма значительные результаты.

Хотя учение о колебаниях относится в равной степени ко всем разделам физики, экспериментальной базой теории нелинейных колебаний всегда была радиофизика. Это связано с тем, что работа любого современного радиоустройства немыслима без нелинейных явлений.

В самом деле, для работы устройства, предназначенного для целей радиосвязи и телевидения, радиолокации и радионавигации, необходимо иметь источник радиоволн, передать эти волны через пространство и принять их. В соответствии с этим основные проблемы, стоящие перед радиофизикой, распадаются на три направления:

1. Проблемы генерации и модуляции электромагнитных колебаний.
2. Проблемы, относящиеся к излучению и распространению радиоволн.
3. Проблемы радиоприема.

В основе устройств, реализующих генерацию радиоволн и их прием, лежат нелинейные эффекты. Это и определяет их роль в радио.

На первых этапах развития радиотехники, относящихся к довоенному периоду, применяемые частоты были низки и длина радиоволн была много больше размеров генерирующих и приемных устройств. Нелинейные явления, лежащие в основе этих устройств, имели характер колебательных процессов. В противоположность им, волновые процессы, относящиеся к проблемам второго направления, были чисто линейными. Таким образом, предвоенная радиотехника нуждалась, в первую очередь, в развитии нелинейной теории колебаний. Определяющую роль в этом

развитии сыграли Л. И. Мандельштам и его сотрудники. В отношении же нелинейной теории волн были сделаны лишь самые первые шаги.

Начиная с двадцатых годов, после открытия возможности использования коротких волн, радиотехника все время развивалась по пути укорочения длины волны используемого излучения. Уже в годы второй мировой войны был освоен дециметровый диапазон радиоволн и начал осваиваться сантиметровый диапазон. Длина волны стала сравнимой с размерами передающей и приемной аппаратуры. Стали появляться первые усилители и генераторы, основанные на закономерностях волновых процессов — электронные лампы с бегущей и обратной волной. Появились материалы с нелинейными электромагнитными характеристиками в диапазоне сверхвысоких частот. Волновые процессы вошли полноправными партнерами, наряду с колебательными процессами, в первое и третье направления радиофизики.

Последующее освоение миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов электромагнитных волн и успехи последних лет в создании лазеров привели к тому, что волновые процессы стали играть уже определяющую роль во многих проблемах радиофизики, которые можно объединить общим термином — радиооптика. Возникла необходимость создания нелинейной теории волн, которая по образцу нелинейной теории колебаний обобщала бы многочисленные отдельные явления в поведении различных устройств. В настоящее время можно считать, что такая задача в значительной степени выполнена. Выявлены наглядные качественные понятия и представления, выработаны руководящие «волновые» концепции и проведено систематическое изучение круга нелинейных волновых явлений в целом.

Интересно отметить, что у нас в стране основную роль в изучении нелинейных волновых процессов сыграли ученые, являющиеся во втором и третьем поколениях учениками Л. И. Мандельштама. Здесь, в первую очередь, следует назвать коллективы Физического ин-та Академии наук, работающие под руководством Н. Г. Басова, А. М. Прохорова, коллектив горьковских радиофизиков, возглавляемый А. В. Гапоновым, и группу сотрудников отделения радиофизики МГУ, работающих под руководством С. А. Ахманова и автора этого выступления.

Волновое движение в распределенных системах отличается от колебательного движения в системах с сосредоточенными параметрами тем, что состояние системы непрерывно меняется не только во времени, но и в пространстве. Простейшая чисто синусоидальная волна в линейной системе характеризуется не только частотой, но и фазовой скоростью. В зависимости от соотношения между фазовой скоростью и частотой волновые процессы имеют совершенно разный характер. Поэтому целесообразно различать два предельных класса нелинейных волновых систем — систем с сильной дисперсией и систем без дисперсии.

В первом случае возникающие из-за нелинейности высшие гармонические составляющие процесса распространяются со скоростями, отличными от скорости основной компоненты. Поэтому, если нелинейность не очень велика, результаты взаимодействия не накапливаются с расстоянием и амплитуды высших гармонических составляющих не достигают заметной величины. Только при специально подобранном виде дисперсионной характеристики одна или несколько из высших составляющих процесса имеют фазовые скорости, близкие к скорости основной компоненты. Между такими составляющими и основной компонентой осуществляется сильное взаимодействие, приводящее к энергетическим биениям. Типичным примером такой системы является вырожденный параметрический усилитель с бегущей волной. В такой системе диспер-

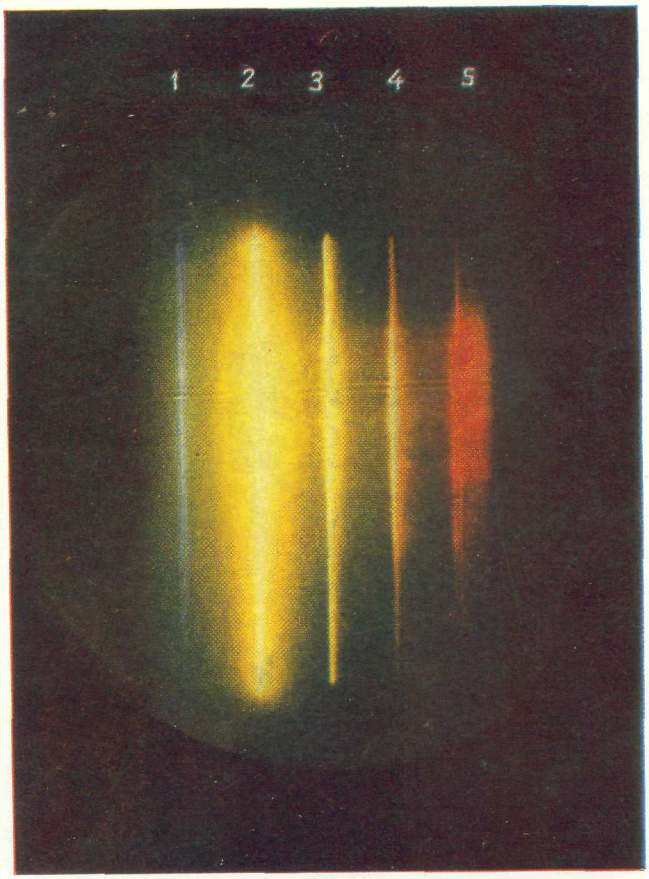

Рис. 1. Спектр вынужденного комбинационного рассеяния в бензоле при возбуждении через удвоитель частоты лазером на неодимовом стекле.

1 — первая антистоксова компонента $\lambda = 0{,}503$ μ; *2* — удвоенное по частоте излучение лазера на неодимовом стекле, $\lambda = 0{,}53$ μ; *3* — первая стоксова компонента, смещенная на 990 $см^{-1}$ ($\lambda = 0{,}56$ μ); *4* — вторая стоксова компонента $\lambda = 0{,}59$ μ; *5* — сложная линия, состоящая из третьей стоксовой компоненты колебания молекулы бензола 909 $см^{-1}$ и первой стоксовой компоненты колебания 3064 $см^{-1}$ ($\lambda = 0{,}62$ μ). На фотографии из-за сильной переэкспозиции линии *2* и *3* потеряли свойственные им цвета.

сионная характеристика подобрана так (рис. 2), что фазовая скорость основной волновой компоненты частоты ω_0 и фазовая скорость второй гармоники равны, в то время как фазовая скорость компоненты $3\omega_0$ сильно от них отличается. Зависимость амплитуд A_1 и A_2 гармонических компонент от пространственной координаты изображена на рис. 3. Пусть на вход усилителя ($z = z_1$) подано напряжение частоты $2\omega_0$ с амплитудой A_2, и, кроме того, напряжение частоты ω_0 с весьма малой амплитудой A_1. При распространении по системе волна $2\omega_0$ «параметрически

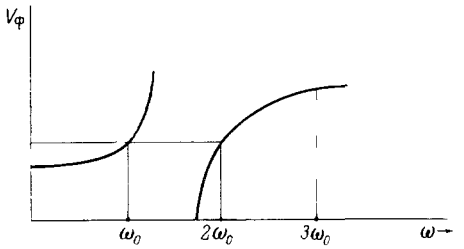

Рис. 2. Зависимость фазовой скорости волны от частоты в параметрическом усилителе бегущей волны.

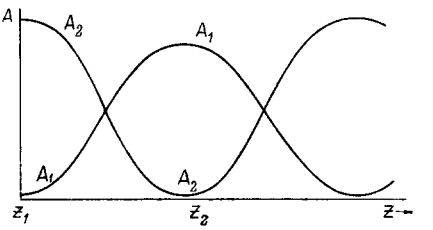

Рис. 3. Зависимость амплитуд первой и второй гармонических компонент волны от расстояния в параметрическом усилителе бегущей волны.

раскачивает» волну ω_0, передавая ей свою энергию. Постепенно амплитуда волны $2\omega_0$ уменьшается до нуля, в то время как амплитуда волны ω_0 увеличивается и достигает максимума в точке $z = z_2$. При дальнейшем распространении система работает как эффективный удвоитель частоты — мощная волна ω_0 из-за нелинейности порождает волну с частотой $2\omega_0$,

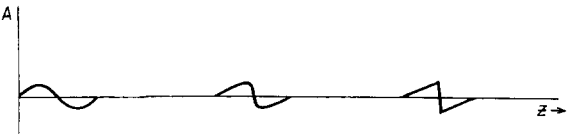

Рис. 4. Зависимость формы волны от расстояния в недиспергирующих нелинейных системах.

амплитуда которой все более и более растет. Волна ω_0 при этом уменьшается по амплитуде.

Таким образом, в рассмотренном случае имеют место энергетические пространственные биения между волновыми компонентами.

В волновых системах без дисперсии процессы протекают совершенно иначе. В таких системах возникающие за счет нелинейности высшие гармонические составляющие распространяются с той же фазовой скоростью, что и основная компонента. Из-за этого между всеми волновыми компонентами осуществляется эффективное взаимодействие, в результате которого первоначально синусоидальная волна сильно искажается, т. е. обогащается высшими гармоническими составляющими. При определенных условиях в таких системах может сформироваться ударная волна, т. е. волна с резкими перепадами амплитуд. Типичным примером здесь является интенсивная акустическая волна, которая по мере распространения постепенно приобретает пилообразную форму (рис. 4).

Из изложенного следует, что методы анализа волновых процессов должны быть различны для диспергирующих и недиспергирующих

(или слабодиспергирующих) нелинейных систем. Для сильно диспергирующих систем адэкватным является представление волнового процесса в виде суммы нескольких гармонических компонент с медленно меняющимися в пространстве и времени амплитудами и фазами. Поведение амплитуд и фаз описывается уравнениями, аналогичными укороченным уравнениям в теории колебаний, но существенно отличающимися тем, что они являются уравнениями в частных производных. На основе использования этих уравнений проведено большое число теоретических исследований поведения различных волновых систем.

Для другого предельного случая — слабо диспергирующих волновых систем — адэкватным является представление, не связанное с разложением на гармонические компоненты. Здесь при малой нелинейности медленно изменяется форма волны. Этот факт медленности изменения в пространстве и во времени может быть использован для составления приближенных уравнений, описывающих процесс распространения. С помощью таких уравнений был проанализирован ряд явлений, имеющих место в нелинейных волновых системах со слабой дисперсией.

Кроме различия между диспергирующими и недиспергирующими системами целесообразно разделять волновые системы по характеру нелинейности. Нелинейными могут быть реактивные параметры среды (например, диэлектрическая проницаемость в электродинамике), которые влияют на скорость распространения волны, нелинейными могут быть и диссипативные параметры, определяющие затухание волны. Таким образом, нелинейные волновые системы можно разбить на следующие четыре предельных класса:

1. Диспергирующие волновые системы с нелинейностью диссипативного характера.
2. Диспергирующие системы с реактивной нелинейностью.
3. Недиспергирующие волновые системы с реактивной нелинейностью.
4. Недиспергирующие системы, имеющие диссипативную нелинейность.

Необходимо отметить, что ряд практически важных систем имеет смешанный характер, и волновые явления в них несколько сложнее, чем в каждом из этих классов. Так, например, в электронных лампах с бегущей волной, являющихся усилителями в диапазоне сверхвысоких частот, две из трех взаимодействующих волн не обладают дисперсией, а одна ею обладает. Поэтому электронные лампы с бегущей волной являются системами с реактивной нелинейностью, сочетающими в себе свойства второго и третьего классов. Тем не менее многие важнейшие волновые системы можно отнести к одному из названных четырех классов, и поэтому такое разделение целесообразно.

К первому классу диспергирующих волновых систем с нелинейностью диссипативного характера относятся все лазерные устройства. Это системы явно диспергирующие, так как в оптике дисперсия всегда сильная, и нелинейными в них являются параметры, определяющие затухание. Для малых интенсивностей света затухание отрицательно, и это определяет самовозбуждение лазеров, а для больших интенсивностей из-за эффекта насыщения затухание становится положительным.

К этому же классу относятся нелинейные оптические фильтры — системы, которые имеют разную прозрачность при различных интенсивностях проходящего света. Такие фильтры используются в так называемых системах модуляции добротности лазеров, с помощью которых получаются рекордные по мощности импульсы света.

Ко второму классу диспергирующих систем с реактивной нелинейностью относятся все нелинейные оптически прозрачные системы. В них нелинейной является поляризация среды. Такие системы позволяют модулировать проходящие световые волны по амплитуде и по фазе и, главное, позволяют проводить эффективное преобразование частоты мощного излучения. Важность последней проблемы трудно переоценить. В настоящее время имеются только два мощных лазера — лазер на неодимовом стекле с длиной волны $\lambda = 1{,}06\ \mu$ и лазер на рубине с $\lambda = 0{,}7\ \mu$. Других мощных лазеров нет. В то же время для решения ряда важных физических и технических задач необходимы источники с другими длинами волн. Нелинейные оптические устройства позволяют провести эффективное преобразование света от одной длины волны к другой. Простейшие преобразователи — это удвоители частоты, использующие нелинейность некоторых кристаллов. Для целей преобразования частоты света может быть использовано также явление вынужденного комбинационного рассеяния. Это явление позволяет производить сдвиг частоты лазера на частоту колебаний молекул. Эффективность такого преобразования составляет десятки процентов. На рис. 1 представлена фотография ряда линий когерентного излучения в видимом диапазоне. Эти линии получены путем последовательного использования эффекта удвоения частоты лазера и явления вынужденного комбинационного рассеяния. Таким же образом может быть получено мощное когерентное излучение почти в любом участке спектра.

Третий класс волновых систем включает в себя, во-первых, всю нелинейную акустику и, во-вторых, недавно предложенные горьковскими радиофизиками и ими же разработанные системы с ударными электромагнитными волнами. Простейшим примером таких систем является коаксиальная линия с ферритовым заполнением. Своеобразные нелинейные явления, проявляющиеся при распространении волн в этих системах, используются в радиотехнике для получения рекордных по кратковременности импульсов полей.

При определенных условиях в устройствах с ударными электромагнитными волнами формируются крутые перепады полей на основе механизма нелинейной диссипации энергии волны. В этих случаях они должны быть отнесены к четвертому классу нелинейных волновых систем.

Названные направления не исчерпывают, конечно, всех областей физики и техники, в которых определяющую роль играют нелинейные волновые процессы. Газодинамика сверхзвуковых скоростей, химическая физика являются примерами таких областей.

В рамках установленного регламента нет возможности даже кратко охарактеризовать механизмы типичных явлений каждого из четырех классов нелинейных волновых систем.

Целью выступления является лишь освещение одной из главных тенденций в развитии учения о нелинейных колебаниях, учения, основоположником которого является Л. И. Мандельштам. Важность и интерес перечисленных проблем еще раз иллюстрирует значение его научного творчества в современной физике.