

523+530.12:531.51

## РЕЛЯТИВИСТСКАЯ АСТРОФИЗИКА. II \*)

Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков

## СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . . .	447
§ 2. Равновесие сверхмассивной звезды . . . . .	450
§ 3. Равновесие вращающейся звезды с $\gamma = 4/3$ . . . . .	459
§ 4. О возможности возникновения сверхмассивной звезды . . . . .	462
§ 5. Эволюция сверхмассивной звезды . . . . .	464
§ 6. Эволюция звезды средней массы . . . . .	472
§ 7. Движение пробных частиц и лучей света в поле Шварцшильда . . . . .	483
§ 8. Излучение гравитационных волн . . . . .	490
§ 9. Коллапс вращающейся звезды . . . . .	493
§ 10. Коллапс несферического тела . . . . .	495
§ 11. Помешает ли быстрое вращение коллапсу звезды? . . . . .	497
§ 12. Сопоставление с наблюдениями . . . . .	499
§ 13. Аккреция газа изнейтронными и застывшими звездами . . . . .	504
§ 14. Магнитные и магнитогидродинамические явления . . . . .	515
§ 15. Квазары («сверхзвезды») . . . . .	521
§ 16. Магнитотурбулентная теория сверхзвезд . . . . .	523
§ 17. Гипотеза антиколлапса . . . . .	525
Приложение . . . . .	528
Цитированная литература . . . . .	533

## §. 1. ВВЕДЕНИЕ

Астрономия поистине переживает драматический период — период, когда многие важнейшие принципиальные вопросы уже сформулированы и четко поставлены, но еще не получили ответа.

Движущий конфликт этой драмы возник задолго до открытия небесных тел нового типа, получивших название сверхзвезд или квазизвездных радиоисточников (Quasars в литературе на английском языке). Конфликт касается конечной судьбы обычных звезд.

Теория строения звезд, находящихся в состоянии медленной эволюции, разработана в деталях и отлично согласуется с наблюдениями. Полностью рассчитано распределение температуры и плотности в Солнце и других звездах, содержащих достаточный запас водорода (звезды главной последовательности диаграммы Герцшпрунга — Рессела). Рассчитаны их светимость (общее выделение энергии), радиус, спектр, их эволюция. Оказалось, что полученные соотношения подтверждаются наблюдениями. Это выдающееся достижение последних 20 лет убеждает нас в правильности основных положений теории, касающихся свойств

\*) Первая часть обзора опубликована в УФН 84 (3), 377 (1964). В дальнейшем цитируется как <sup>1</sup>.

вещества при температуре звездных недр и скорости ядерных реакций в этих условиях.

Но если теория правильна применительно к стационарному состоянию звезды, то необходимо серьезно отнестись и к выводам теории, касающимся конечной судьбы звезд. Общее направление эволюции заключается в расходовании ядерного горючего, в постепенном повышении температуры и плотности в центре звезды.

Конечное состояние, однако, ищут не прослеживая в деталях всю эволюцию, а пользуясь другим подходом. Будем считать, что израсходовано все ядерное горючее (иначе продолжались бы реакции), температура упала до нуля (иначе продолжалось бы излучение энергии наружу), и будем искать распределение вещества, удовлетворяющее условию механического равновесия.

Для звезд с массой меньше 1,2 масс Солнца ( $M_{\odot}$ ) ответ хорошо известен: получается равновесное состояние, в котором электронные оболочки атомов раздавлены, но ядра еще находятся на достаточных расстояниях друг от друга; давление вырожденного электронного газа противостоит тяготению. На такую возможность указали Фаулер<sup>147</sup> и Я. И. Френкель<sup>138</sup>. Звезды в таком состоянии называются белыми карликами. Наблюдения подтверждают это предсказание теории. При массе звезды больше 1,2  $M_{\odot}$ , но меньше критической  $M_{\text{крит}} \approx 2M_{\odot}$  равновесное состояние представляет собой нейтронную звезду. Вещество сжато до плотности того же порядка, что и плотность атомного ядра ( $10^{14} \text{ г/см}^3$ ). Радиус звезды порядка 10 км, потенциал силы тяжести порядка  $0,2 c^2$ .

В этих условиях необходимо учитывать те изменения законов тяготения, которые вытекают из общей теории относительности Эйнштейна. При этом принципиально бессмысленно разделение эффектов специальной теории относительности (весомость энергии) и общей теории (искривление пространства, влияние тяготения на течение времени).

Что же вносит теория относительности в вопрос о судьбе звезды?

При массе меньше  $M_{\text{крит}}$  возникают только количественные изменения. Но само существование максимальной критической массы есть результат теории относительности. При этом оказывается, что критическая масса имеется при любом мыслимом уравнении состояния, совместимом с теорией относительности. При массе больше критической равновесного решения не существует! Конечной стадией эволюции должно быть неограниченное сжатие. На этой стадии учет общей теории относительности приводит к парадоксальному, на первый взгляд, выводу: вследствие замедления течения времени далекий наблюдатель регистрирует асимптотическое приближение звезды к определенному состоянию (см. 1). Это состояние не является равновесным, его можно назвать «застывшим» \*). Никакого парадокса в действительности нет, просто вывод теории неожидан и непривычен. Релятивистское замедление течения времени одновременно обозначает стремление к нулю частоты квантов, принимаемых наблюдателем. Происходит гравитационное самозамыкание звезды, она перестает излучать энергию, для внешнего наблюдателя прекращается поток информации.

Итак, теория предсказывает три типа небесных тел в конечном состоянии в зависимости от их массы: 1) белые карлки, 2) нейтронные звезды, 3) «застывшие» звезды. Драма (а может быть, и трагедия) астрономии заключается в том, что последние два типа тел до сих пор не наблюдены. Не наблюдены именно те тела, для которых теория относительности играет важную или решающую роль.

\*) В этой части обзора мы употребляем новый термин «застывшая» звезда для звезд в стадии релятивистского коллапса. В первой части обзора такие звезды назывались сколлапсировавшими.

Вопрос о существовании таких тел играет важную роль и для космологии, ибо наличие нейтронных и застывших звезд влияет на среднюю плотность вещества Метагалактики; средняя плотность всех видов материи определяет кривизну пространства в больших масштабах, а следовательно, замкнутость или бесконечность однородной Метагалактики.

Первая грубая оценка<sup>36</sup> привела к предположению, что общая масса застывших звезд может быть сравнима с массой видимых звезд. Однако эта оценка сильно зависит от сделанных в<sup>36</sup> предположений.

Каковы возможные пути решения конфликта между теорией и наблюдениями? Во-первых, возможно, что мы до сих пор не обнаружили нейтронные и застывшие звезды только потому, что их трудно наблюдать. Следовательно, прежде всего надо решить вопрос об их свойствах. Какими свойствами они обладают? Как они должны проявлять себя, находясь в соседстве с другими звездами, в межзвездной среде, содержащей пыль, газ, магнитное поле? Может быть, и в самом деле в галактиках — и в нашей Галактике — много застывших и нейтронных звезд?

Во-вторых, нужно проанализировать допущения, которые привели к выводу о неизбежности указанного конечного состояния звезды, в частности, роль вращения звезды и ее магнитного поля.

В ходе эволюции массивной звезды рост плотности сопровождается повышением температуры. В определенный момент звезда подходит к границе устойчивости, за которой наступает катастрофическое сжатие. Однако к этому моменту вещество звезды еще содержит запас ядерной энергии\*). Освобождение этой энергии может привести к тому, что сжатие сменится расширением, взрывом звезды. Следует, однако, иметь в виду, что наблюдаемая частота взрывов звезд дает величину во много раз меньшую ожидаемого числа звезд, заканчивающих эволюцию; другими словами, наблюдательные данные говорят скорее против предположения, что все звезды избегают превращения в нейтронное или застывшее состояние путем взрыва.

Итак, несоответствие между выводами теории и наблюдениями объективно существует уже давно; однако открытие сверхзвезд резко обострило ситуацию. Неудались все попытки описать сверхзвезду традиционными представлениями, перенося на массу  $\sim 10^8 M_{\odot}$  обычную картину газового шара в состоянии механического равновесия, в котором энергия выделяется за счет ядерных реакций. В связи с открытием сверхзвезд десятки теоретиков вернулись к теории равновесия и сжатия звезд с учетом общей теории относительности; астрономы вспомнили классические работы Оппенгеймера, Волкова и Снайдера периода 1938—1939 гг.

Вместе с тем по естественному психологическому закону возникло предположение, что две загадки: 1) судьба обычных звезд и 2) сущность сверхзвезд — связаны между собой и, может быть, имеют общий ответ.

Предлагаемая статья дает подробный обзор вышеописанного круга вопросов. Схематично материал делится так, что в первой части обзора<sup>1</sup> была обоснована необходимость перехода звезд в нейтронное или застывшее состояние в простейших предположениях; этим был как бы поставлен вопрос. Во II части, с одной стороны, рассматриваются наблюдательные свойства таких объектов, с другой стороны, подробно анализируются причины, благодаря которым звезда может избежать коллапса или, наоборот, приходит в состояние коллапса; другими словами, рассматриваются возможные варианты ответа; излагаются некоторые вопросы теории сверхзвезд. В настоящее время законченной теории нет. Уже много

\*) Этот запас существенно зависит от того, имело ли место перемешивание различных слоев звезды путем конвекции.

вариантов отпало (§ 2—5) и постепенно выявляются пути создания такой теории (§ 16). Быстрое развитие вопроса сильно затрудняет составление обзора; авторы учли литературу вплоть до конца 1964 г. и менее полно более поздние работы.

### § 2. РАВНОВЕСИЕ СВЕРХМАССИВНОЙ ЗВЕЗДЫ

#### а) Энергетический подход в теории равновесия звезды

Первой попыткой объяснения природы квазаров как источника энергии, достаточной для образования радиогалактик, была попытка представить их как сверхмассивные звезды с  $M \sim (10^5 \div 10^9) M_{\odot}$ <sup>2</sup>, применяя к ним все обычные понятия и приближения теории звезд. Теория подобных гипотетических звезд имеет, очевидно, и самостоятельный интерес. Поэтому после рассмотрения в<sup>1</sup> вопросов равновесия и эволюции обычной звезды коротко остановимся на теории сверхмассивной звезды.

Напомним, что звезда в обычном состоянии находится в гидродинамическом равновесии, выделение ядерной энергии (если оно имеется) идет медленно и не нарушает условия гидродинамического равновесия. Энергия из центральных областей просачивается к поверхности и излучается в окружающее пространство. Первоначально звезда состоит главным образом из водорода. Такая звезда находится «на главной последовательности» диаграммы Герцшпрунга — Рессела. По мере выгорания водорода параметры звезды медленно меняются. Предельным случаем является звезда, полностью исчерпавшая свои запасы энергии и состоящая почти целиком из железа. Однако мы увидим ниже, что для звезд с  $M \geq 5 \cdot 10^5 M_{\odot}$  ядерные реакции вообще оказываются несущественными.

В равновесной звезде с массой больше  $100 M_{\odot}$  энтропия столь велика, что давление и внутренняя энергия в основном определяются излучением, а давление и энергия плазмы<sup>3</sup>) относительно малы, что отмечалось еще Эддингтоном<sup>3</sup>. Эта особенность и обусловливает отличие в строении и эволюции сверхмассивной звезды от обычной звезды, в которой определяющей является энергия плазмы, а вклад излучения относительно невелик.

Для чистого излучения показатель адиабаты  $\gamma = 4/3$ , т. е. имеет критическое значение для равновесия звезды (см. § 1). В силу этого в массивных звездах показатель адиабаты мало отличается от  $4/3$  и нужна большая тщательность в рассмотрении отклонений  $\gamma$  от  $4/3$ . Отклонение  $\gamma$  от  $4/3$  связано с тем, что в давление вносит свой вклад плазма, а при больших температурах — рождение пар  $e^+$ ,  $e^-$  и диссоциация железа  $Fe \rightarrow 13\alpha + 4n$ . Именно благодаря влиянию плазмы  $\gamma > 4/3$  и звезда может находиться в устойчивом гидродинамическом равновесии<sup>\*\*</sup>).

Гравитационный потенциал вблизи звезды мал:  $\varphi \ll c^2$ , и, казалось бы, теория равновесия таких звезд никак не связана с эффектами общей теории относительности (ОТО). Но это не так. Ведь отличие  $\gamma$  от  $4/3$  мало и достаточно малых эффектов, чтобы существенно повлиять на устойчивость звезды, поэтому необходимо учитывать и малые поправки на ОТО.

Как отмечено в<sup>1</sup>, С. А. Каплан<sup>4</sup> (см. также<sup>139</sup>) впервые подчеркнул важность малых эффектов ОТО при  $\gamma = (4/3) \ll 1$ . В последнее время аналогичная работа повторена Чандraseкаром<sup>140</sup>.

Он применил эти соображения к теории белых карликов. Недавно Фаулер<sup>5</sup> развил аналогичную теорию для звезд большой массы.

\*) Под энергией плазмы здесь подразумевается энергия ядер и электронов. Давление плазмы есть давление, создаваемое этими частицами.

\*\*) Об особом виде неустойчивости равновесия больших звезд, связанном с изотермическими возмущениями, см. § 5.

В первой части обзора уже отмечалось, что уравнения гидростатического равновесия звезды эквивалентны вариационному принципу экстремума энергии звезды при заданном полном числе нуклонов и заданной энтропии. Этот принцип одинаково справедлив и в ньютоновой теории, и в ОТО. Минимум энергии соответствует устойчивому равновесию, а максимум — неустойчивому. В энергетическом подходе выяснение устойчивости не требует дополнительных расчетов; между тем непосредственное решение дифференциального уравнения равновесия не позволяет еще судить об устойчивости, приходится дополнительно исследовать линеаризованное уравнение для малых возмущений. Следует особенно подчеркнуть роль энтропии в энергетическом подходе. Эта особая роль связана с термодинамическим соотношением  $P = -(\partial E / \partial Q)_S$ , где  $E$  — внутренняя энергия на единицу массы,  $Q$  — плотность,  $S$  — энтропия на единицу массы. Именно это соотношение позволяет установить связь между энергией звезды, в которую входит  $E$ , и уравнением равновесия, в которое входит давление  $P$ . Поэтому в теорию входит  $E$  как функция именно  $Q$  и  $S$ , а не  $Q$  и  $T$ , через которые энергия обычно более удобно выражается. На энергетический подход указано, например, в <sup>6,7,149,150</sup>; формальное обоснование в ОТО дано в <sup>142</sup>. На этом пути удается разгнать асимптотически точную теорию. В приложении дано сравнение нашего метода и метода Фаулера <sup>5</sup>.

Будем действовать методом последовательных приближений. Сначала найдем равновесие звезды, пользуясь ньютоновой теорией, учитывая в энергии только излучение и пренебрегая всеми поправками. Затем учтем последовательно влияние плазмы, рождение пар и ОТО. Процессы диссоциации железа и нейтронизации вещества для равновесной стадии сверх массивной звезды оказываются несущественными.

### б) Равновесие звезды с $\gamma = 4/3$

Полная энергия звезды  $\mathcal{E}$  записывается в виде

$$\mathcal{E} = \int_V E Q \, dV - G \int_V \frac{m Q}{r} \, dV. \quad (2,1)$$

Первое слагаемое — внутренняя энергия, второе — гравитационная энергия,  $E$  — внутренняя энергия на единицу массы,  $m$  — масса внутри радиуса  $r$ ,  $m = 4\pi \int_0^r \rho r^2 \, dr$ .

В качестве нулевого приближения учитываем только энергию света. Удельная внутренняя энергия  $E$  на единицу массы, удельная энтропия на единицу массы и давление записываются в виде

$$E = \frac{\sigma T^4}{\rho}, \quad S = \frac{4}{3} \frac{\sigma T^3}{\rho}, \quad P = \frac{1}{3} \sigma T^4 = b \rho^{4/3}, \quad (2,2)$$

где

$$\sigma = 7,7 \cdot 10^{-15} \frac{\text{эр}}{\text{см}^3 \text{град}^4}, \quad b = \left( \frac{3}{256\sigma} \right)^{1/3} S^{4/3}. \quad (2,2')$$

Отсюда выражаем  $E$  через  $\rho$  и  $S$ :

$$E = 3^{4/3} 4^{-4/3} \sigma^{-1/3} S^{4/3} \rho^{1/3} = 3b \rho^{1/3}. \quad (2,3)$$

Если известно распределение вещества в звезде  $\rho = \rho(r)$ , то, подставляя выражение (2,3) в (2,1) и интегрируя, получим

$$\mathcal{E} = k_1 b M \rho_c^{1/3} - k_2 G M^{5/3} \rho_c^{1/3}, \quad (2,4)$$

где  $\rho_c$  — центральная плотность, а константы  $k_1$  и  $k_2$  зависят от распределения вещества в звезде (см. приложение, I, стр. 528). В нашем случае

зависимость давления от плотности при постоянной  $S$  имеет вид политропы  $P \sim \rho^{4/3}$  с индексом политропы  $n = 1/(\gamma - 1) = 3$  (см.<sup>1</sup>, § 3). Распределение плотности в равновесных политропных газовых шарах дано

в фундаментальном труде Эмдена<sup>8</sup>. В равновесной звезде с  $n = 3$  распределение плотности  $\rho = \rho(m/M) = \rho_c \psi(m/M)$ , где  $m$  — текущая масса, показано на рис. 1. Воспользовавшись этими данными, получаем численные значения констант:  $k_1 = 1,75$ ,  $k_2 = 0,638$ . Равновесие звезды определяется экстремумом  $\mathcal{E}$  при постоянной массе (точнее, при постоянном числе нуклонов) и постоянной энтропии  $S$ . Единственной величиной, которая варьируется в (2,4), является  $\rho_c$ , но условие равновесия, т. е. условие экстремума  $\mathcal{E}$ :  $d\mathcal{E}/d\rho_c = 0$ , выполняется лишь при

$$k_1 b M - k_2 G M^{5/3} = 0. \quad (2,5)$$

Равновесие при этом безразличное, не зависит от  $\rho_c$ .

Рис. 1. Функция Эмдена  $\rho/\rho_c = \psi(m/M)$  для индекса политропы  $n = 3$  ( $\gamma = 4/3$ ) и  $n = 1,5$  ( $\gamma = 5/3$ ).

Подчеркнем, что безразличие равновесия имеет место только по отношению к сжатию и расширению звезды в целом, т. е. по отношению к подобному изменению всей звезды, но звезда устойчива по отношению к деформации распределения плотности в ней.

Для звезды в равновесии из формулы (2,5) находим ( $e$  — от equilibrium — равновесие)

$$b_e = \frac{k_2}{k_1} G M^{2/3} = 0,364 G M^{2/3}, \quad (2,6)$$

а из (2,2') и (2,6) — соответствующее единственное значение равновесной для данной массы энтропии

$$S_e = 7,85 \cdot 10^7 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2}. \quad (2,7)$$

В этом приближении полная энергия звезды тождественно равна нулю, а плотность и температура в любой точке связаны соотношением

$$T(^{\circ}\text{K}) = 1,97 \cdot 10^7 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{1/6} \rho_c^{1/3}. \quad (2,8)$$

Если энтропия не равна равновесной, то из общего выражения для энергии (2,4) при  $|S - S_e| < S_e$  получаем \*)

$$\mathcal{E} = 2,3 \cdot 10^{40} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{7/6} (S - S_e) \rho_c^{1/3}.$$

При  $S > S_e$  энергия монотонно растет с  $\rho_c$ , а при  $S < S_e$  монотонно падает (рис. 2; по оси абсцисс удобно откладывать  $\rho_c^{1/3}$ ).

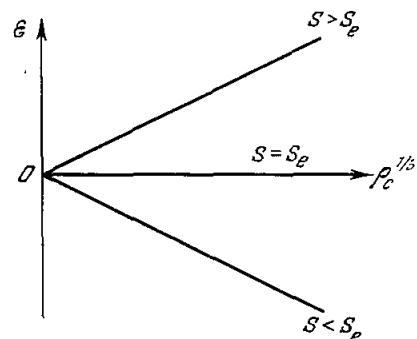


Рис. 2. Энергия  $\mathcal{E}$  звезды с фиксированной энтропией и с давлением, определяемым только излучением, как функция корня кубического из центральной плотности,  $\rho_c^{1/3}$ .

\*) Везде пользуемся системой единиц CGS и  $^{\circ}\text{K}$ .

## в) Влияние плазмы

Теперь учтем изменение в уравнении состояния, связанное с энергией и давлением ядер и электронов плазмы.

При данной температуре учет плазмы увеличивает внутреннюю энергию. В самом деле, теперь вместо (2) для  $E$  мы должны писать

$$E = \frac{6T^4}{\varrho} + \frac{3}{2} \frac{R}{\mu} T,$$

где второй член справа — энергия плазмы,  $\mu$  — молекулярный вес. Однако при данной энтропии учет плазмы уменьшает энергию. Качественно это ясно уже из общего принципа: состояние термодинамического равновесия отвечает максимуму энтропии при данной энергии или, что то же, — минимуму энергии при данной энтропии. Нулевое приближение, когда не учитывается энергия плазмы, соответствует состоянию, в котором есть излучение и холодная плазма с нулевой энергией. Переход к полностью равновесному состоянию при данной энтропии, согласно общему принципу, может только уменьшить энергию. Численно поправка за счет плазмы во внутренней энергии вещества при постоянной энтропии выражается следующим образом:

$$\Delta E_{\text{пл}} = -3,85 \cdot 10^{12} \frac{S^{1/3}}{A} \varrho^{1/3} \left( \ln \frac{aS^{1/2}}{\varrho^{1/2}} + Z \ln \frac{bS^{1/2}}{\varrho^{1/2}} \right), \quad (2,9)$$

где

$$a = 8,63 \cdot 10^3 g A^{5/2}, \quad b = 2,18 \cdot 10^{-1} \frac{A}{Z},$$

$A$  — атомный вес,  $Z$  — заряд ядра,  $g$  — статистический вес ядра.

Это выражение справедливо в той области, где поправки на плазму в выражении для энергии и энтропии малы, и, кроме того, плазма является невырожденным идеальным газом. В условиях равновесной звезды с массой  $10^4 \div 10^8 M/M_{\odot}$  эти ограничения выполняются с достаточной точностью \*).

Теперь можно вычислить энергию всей звезды с учетом влияния плазмы. Поправка на уравнение состояния порядка  $\alpha = \Delta E/E \ll 1$  меняет не только энергию в данном элементе объема, но в принципе вызывает изменение распределения вещества в звезде (того же порядка  $\alpha$ ), и это изменение при расчете энергии надо учитывать. Однако вследствие экстремальных свойств функции распределения вещества, как решения нулевого приближения, изменение этой функции порядка  $\alpha$  вызывает изменение полной энергии звезды порядка  $\alpha^2$ , так как первая вариационная производная полной энергии по функции распределения вещества равна нулю. Поэтому для вычисления поправки в полной энергии звезды порядка  $\alpha$  надо проинтегрировать  $\Delta E$  по распределению нулевого приближения

\*) Приведем для справки, не останавливаясь на вычислениях, поправку первого порядка в энтропии за счет водородной плазмы:

$$\Delta S_{\text{пл}} = 8,3 \cdot 10^7 (15,5 + 2 \ln T^{3/2} - 2 \ln \varrho).$$

В этой формуле температуру следует выражать в  $^{\circ}\text{К}$ , а плотность  $\varrho$  в  $\text{г}/\text{см}^3$ . Для равновесной водородной звезды это дает  $\frac{\Delta S_{\text{пл}}}{S} \approx 60 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/2}$ , в то время как для давления имеем  $\frac{\Delta P_{\text{пл}}}{P} \approx 8,6 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/2}$ . Так как аддитивная постоянная в энтропии несущественна, можно разработать более сложный способ с ошибкой порядка  $\left( \frac{\Delta P}{P} \right)^2$ .

(по невозмущенной эмденовской функции), и это дает точно первый (порядка  $\alpha$ ) член разложения энергии по степеням  $\alpha$ . В этом смысле можно говорить об асимптотически точной (с ошибкой  $\sim \alpha^2$ ) теории равновесия звезд с  $\gamma = (4/3) \sim \alpha$ .

Интегрируя (2,9) по распределению плотности в звезде нулевого приближения, получаем поправку  $\Delta \mathcal{E}_{\text{пл}}$  в энергии звезды:

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{пл}} = -Q_c^{1/3} \{a_1 - b_1 [1,176 \ln Q_c - 1,615]\}, \quad (2,10)$$

$$a_1 = 4,5 \cdot 10^{45} S^{1/3} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) A^{-1} \left\{ \ln (8,6 \cdot 10^3 g A^{5/2} S^{1/2}) + \right. \\ \left. + Z \ln \left( 2,2 \cdot 10^{-1} S^{1/2} \frac{A}{Z} \right) \right\},$$

$$b_1 = 1,925 \cdot 10^{45} S^{1/3} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) A^{-1} (1 + Z).$$

Это выражение, разумеется, справедливо также только при указанных выше ограничениях.

Для различных значений энтропии теперь получим вместо рис. 2 серию кривых  $\mathcal{E}$ , показанных на рис. 3. Все кривые относятся к одному

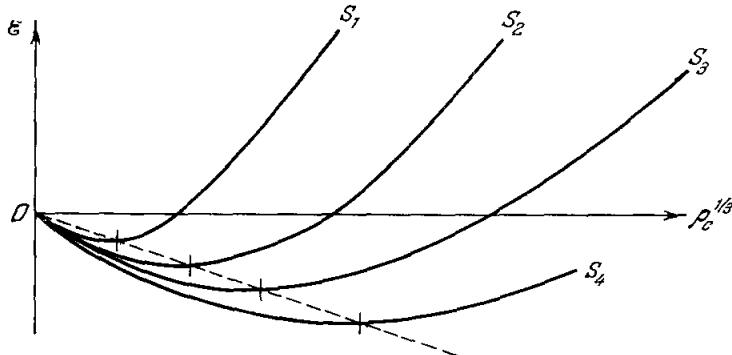


Рис. 3. Энергия  $\mathcal{E}$  звезды с учетом вклада плазмы (электронов и ядер) в давление.

$S_1 > S_2 > S_3 > S_4$ . Минимумы кривых соответствуют положению равновесия звезды с данной энтропией. Пунктирная прямая — геометрическое место положений равновесия.

значению массы, а энтропия играет роль параметра. На кривых теперь имеются минимумы. Эти минимумы соответствуют равновесному состоянию звезды и отмечены черточками. Пунктирная линия есть геометрическое место минимумов  $\mathcal{E}_e (Q_c)$ . В координатах рис. 3 кривые  $\mathcal{E} (Q_c)$  получаются одна из другой преобразованием подобия, а пунктирная линия оказывается прямой и (в соответствии с известным выводом из теоремы вириала)

$$\mathcal{E}_e = -\frac{3}{2} \frac{R\bar{T}}{\mu} M,$$

т. е. энергия звезды равна тепловой энергии плазмы, взятой с обратным знаком. Численно, учитывая, что  $\bar{T}/T_c \approx 0,6$ , получаем

$$\mathcal{E}_e = -5 \cdot 10^{41} \bar{T} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) = -3 \cdot 10^{41} T_c \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right).$$

Подставляя выражение  $T_c$  из (2,8), получим

$$\mathcal{E}_e = -5,9 \cdot 10^{48} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{7/6} Q_c^{1/3} \frac{1}{\mu}.$$

г) Учет рождения пар  $e^+, e^-$ 

При температурах порядка  $5 \cdot 10^8$  К ( $kT/m_e c^2 \approx 0,1$ ) и выше в равновесии имеются электронно-позитронные пары. При данной температуре рождение пар увеличивает энергию вещества, но, как отмечено выше, из общего принципа термодинамики следует, что при данной энтропии рождение пар уменьшает энергию.

Мы убедимся ниже, что появление пар приводит к неустойчивости массивной звезды при температуре, которая (в энергетических единицах) в  $10-15$  раз меньше энергии одной пары  $2mc^2$ . Для справок:  $2mc^2 = 1,02 M_{\text{эв}}$ ,  $\Theta = 2mc^2/k = 11,9 \cdot 10^9$  градусов. При этом число позитронов во всей звезде не больше нескольких процентов числа электронов, и даже в центре звезды  $n_+ < 0,25 n_-$ . Поэтому воспользуемся асимптотическими формулами, относящимися к нерелятивистскому невырожденному газу:

$$n_+ n_- = \frac{4(2\pi m k T)^3}{(2\pi\hbar)^6} e^{-\frac{2mc^2}{T}}. \quad (2.41)$$

Считаем  $n_+ \ll n_-$ ,  $n_- = n_{-0} = Q/\mu_e m_p$ .

$$\frac{n_+}{n_-} = \frac{n_+ n_-}{n_{-0}^2},$$

где  $n_{-0}$  — число электронов в веществе (плазме) данной плотности без учета образования пар. Подставляя числа, запишем

$$\frac{n_+}{n_-} = 1,4 \cdot 10^{14} \mu_e^2 \frac{1}{Q^2} \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3 e^{-\Theta/T};$$

величина  $\Theta$  определена выше.

С помощью нулевого приближения (см. (2.8)) выразим также плотность через массу звезды и температуру:

$$\frac{n_+}{n_-} = \frac{\left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \mu_e^2}{430} \left( \frac{T}{\Theta} \right)^{-3} e^{-\Theta/T}.$$

В эту формулу можно подставить локальную температуру и получить локальное значение  $n_+/n_-$ . В частности, формула, конечно, справедлива и для центра, где  $T = T_c$ .

Для усреднения по звезде любой величины  $x$ , быстро меняющейся в зависимости от температуры (или плотности  $Q \sim T^3$ ), существует удобная формула

$$\bar{x} = x_c 3,2 \left( \frac{d \ln x}{d \ln T} \right)_c^{-3/2},$$

которая в интересующем нас случае дает

$$\overline{\left( \frac{n_+}{n_-} \right)} = \left( \frac{n_+}{n_-} \right)_c 3,2 \left( \frac{\Theta}{T_c} - 3 \right)^{-3/2} \approx \left( \frac{n_+}{n_-} \right)_c 3,2 \left( \frac{T_c}{\Theta} \right)^{3/2}.$$

Обратимся к термодинамической стороне дела.

Дополнительная энергия, возникающая при данной температуре в связи с рождением пар, равна  $2mc^2 n_+$  в единице объема или  $\Delta E|_T = 2mc^2 n_+ / Q$  на единицу массы. При этом мы последовательно пренебрегаем членами порядка  $T/\Theta$ ; это означает пренебрежение кинетической энергией позитронов по сравнению с их массой покоя, это автоматически означает и пренебрежение их давлением.

Изменение энергии при данной энтропии связано с изменением энергии при данной температуре соотношением

$$\Delta E \Big|_S = -T \frac{d\Delta E}{dT} \Big|_T = -\frac{T}{\Theta} \Delta E \Big|_T = -\frac{kTn_+}{\varrho}.$$

Запишем энергию всей звезды при данной энтропии. Вместо  $\mathcal{E}(S, \varrho_c)$  технически удобно перейти к  $\mathcal{E}(S, T_c)$ , выражая  $\varrho_c$  через  $T_c$  по формуле (2,8) нулевого приближения. Получим

$$\mathcal{E} = A(S - S_e)T + \frac{3}{2} \frac{R\bar{T}}{\mu} M(B + \ln T) - k\bar{T}N_+, \quad (2,12)$$

где  $N_+$  — полное число позитронов в звезде.

Удобно записать это выражение так:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= A'(S - S_e)T_c + DT_c \left( \ln T_c - \frac{2}{3} \frac{\mu}{\mu_e} \frac{n_+}{n_-} + B' \right) = \\ &= A'(S - S_e)T_c + DT_c \left[ \ln T_c - \frac{2}{3} \mu \mu_e - \frac{M/M_\odot}{430} \left( \frac{T}{\Theta} \right)^{-3/2} \times \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\Theta/T} 3,2 \left( \frac{T}{\Theta} \right)^{3/2} + B' \right]. \quad (2,13) \end{aligned}$$

Для железа  $\mu \approx \mu_e \approx 2$  и

$$\mathcal{E} = A'(S - S_e)T_c + DT_c \left[ \ln T_c - \frac{M/M_\odot}{50} \left( \frac{T_c}{\Theta} \right)^{-3/2} e^{-\Theta/T_c} + B' \right].$$

Вклад пар в энергию, отрицательный по знаку, резко возрастает по абсолютной величине с ростом температуры. При учете пар кривые рис. 3 перестраиваются, получается картина рис. 4.

На изэнтропических кривых кроме минимумов появились теперь еще максимумы; они, так же как и минимумы, отмечены вертикальной черточ-

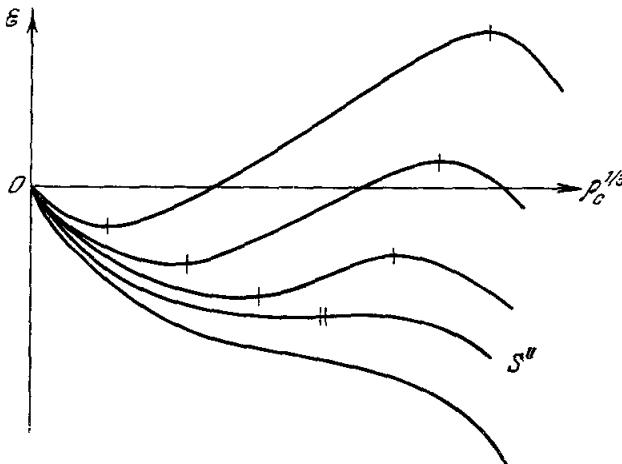


Рис. 4. Изменение энергетических кривых рис. 3 при учете рождения пар  $e^+$ ,  $e^-$  (для  $M < 10^4 M_\odot$ ) или эффектов ОТО (для  $M > 10^4 M_\odot$ ).

кой. На кривой, соответствующей некоторой энтропии, которую мы назовем критической,  $S''$  на рис. 4, максимумы и минимумы сливаются, давая точку горизонтального перегиба (отмечена двумя вертикальными черточками). При  $S < S''$  (для фиксированной массы) нет вообще экстремума  $\mathcal{E}(\varrho_c)$ , т. е. нет состояния равновесия.

Равновесие, соответствующее максимумам кривых, неустойчиво в соответствии с общими идеями энергетического подхода.

Геометрическое место экстремумов  $\mathcal{E}(Q_c, S)$ , т. е. кривая равновесной энергии  $\mathcal{E}_e(Q_c)$ , изображено на рис. 5. Минимум этой кривой соответствует горизонтальному перегибу на рис. 4, ниспадающая ветвь  $\mathcal{E}_e$  отвечает устойчивому равновесию, восходящая — неустойчивому.

На восходящей ветви есть область, где  $\mathcal{E}_e > 0$ . Напомним, что эти состояния, отвечающие максимумам изэнтропных кривых, появились благодаря отрицательной поправке в энергии. Эта поправка

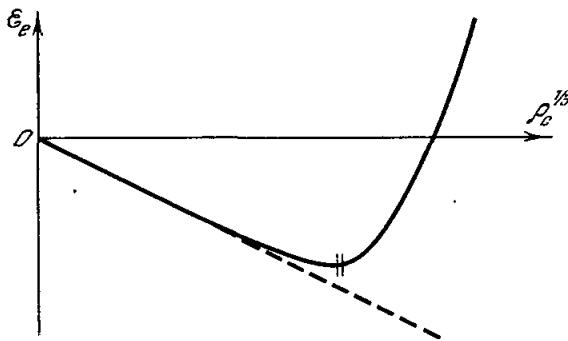


Рис. 5. Энергия  $\mathcal{E}_e$  равновесной звезды.  
Пунктиром нанесена энергия равновесной звезды  
без учета рождения пар и ОТО.

вызывала появление экстремума там, где раньше его не было, но сама энергия, разумеется, без поправки была положительна.

Критическое состояние, как уже отмечалось, достигается тогда, когда

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Q_c} = \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial Q_c^2} = 0, \quad \text{т. е.} \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial T_c} = \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial T_c^2} = 0.$$

Запишем сразу условие с  $\partial^2 \mathcal{E} / \partial T^2$ , так как условию с первой производной всегда можно удовлетворить, подбирая соответствующее  $S$ . Из условия с  $\partial^2 \mathcal{E} / \partial T^2$  выпадут все константы  $A'$ ,  $S_e$ ,  $D$ ,  $B'$ . Получим условие

$$1 - \frac{M/M_\odot}{50} \left( \frac{T_c}{\Theta} \right)^{-7/2} e^{-\Theta T_c} = 0.$$

Приводим табл. I параметров критического состояния для трех типичных звезд (состав — железо),  $T_{c9} = T_c \cdot 10^{-9}$ .

Таблица I

Параметры критического состояния, обусловленного влиянием пар  $e^+$ ,  $e^-$ , для звезд из железа

$M/M_\odot$	300	3000	6000
$T_{c9}$	1,2	0,92	0,87
$Q_c$	10 000	1600	800
$\Theta/T_c$	10	13	14
$e^{-\Theta/T_c}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-7}$
$n_+/n_-$	0,022	0,013	0,011
$(n_+/n_-)_c$	0,22	0,18	0,18

Оценки, приведенные выше, подтверждают справедливость сделанных предположений,  $T_e/\Theta \ll 1$ ,  $n_+/n_- \ll 1$ .

Для водородной звезды с  $\mu = 1/2$ ,  $\mu_e = 1$  получим табл. II.

Таблица II

Параметры критического состояния, обусловленного влиянием пар  $e^+, e^-$ , для звезд из водорода

$M/M_\odot$	2400	24 000
$T_{c_0}$	1,2	0,92
$Q_c$	3600	550

При равной температуре (ср. табл. I) остальные величины не зависят от состава. Крайние массы (6000 для железа, 24 000 для водорода, в среднем  $\sim 10^4 M_\odot$ ) представляют собой тот предел, где существенно сказываются эффекты ОТО, к рассмотрению которых мы переходим ниже.

Отметим также, что поправки в уравнении состояния, связанные с диссоциацией ядер, например  $^{10}\text{Fe}^{56} \rightarrow 13\alpha + 4n$ , требуют, как правило, более высокой температуры по сравнению с рождением пар и в теории равновесия сверхмассивных звезд эти процессы несущественны, точно так же как и процессы нейтронизации вещества.

#### д) Поправка на ОТО и выводы

Введение поправки на ОТО требует внимательного рассмотрения самого определения «поправки при данном распределении плотности», поскольку нужно учитывать и неевклидовость пространства, и различие между плотностью массы покоя и плотностью, включающей энергию, деленную на  $c^2$ .

Довольно длинные вычисления (см. приложение, III) приводят к следующему виду поправки в энергии звезды, связанной с эффектами ОТО:

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{ОТО}} = -0,93 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} Q_c^{2/3}. \quad (2,14)$$

По порядку величины  $\Delta \mathcal{E}_{\text{ОТО}}$  равна произведению гравитационной энергии звезды  $\sim -GM^2/R$  на отношение ее гравитационного радиуса к действительному радиусу:

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{ОТО}} \approx \left( -\frac{GM^2}{R} \right) \left( \frac{r_g}{R} \right).$$

Знак этой поправки и характер ее влияния на общую картину такой же, как для пар  $e^+, e^-$ . Таким образом, есть две причины, обусловливающие переход от рис. 3 к рис. 4. Оказывается, что в зависимости от массы звезды играет роль только одна из причин: при массе меньше  $10^4 M_\odot$  — только пары, при массе большие  $10^4 M_\odot$  — только ОТО.

Такое резкое разделение есть следствие острой зависимости равновесного количества пар от температуры. В равновесных звездах с массой больше  $10^4 M_\odot$  при увеличении плотности эффекты ОТО меняют ход изэнтропных кривых задолго до достижения температуры, достаточной для интенсивного рождения пар  $e^+, e^-$ .

Таким образом, для звезд с  $M > 10^4 M_{\odot}$  переход от рис. 3 к рис. 4 обусловлен эффектами ОТО. Снова обратимся к кривой  $\mathcal{E}_e$  на рис. 5. Для звезд с  $M > 10^4 M_{\odot}$  появление на ней минимума и восходящей ветви связано с эффектами ОТО. Наличие области, где  $\mathcal{E}_e > 0$ , здесь также обвязано ОТО. Но еще раз подчеркнем (см. 1, § 11), что положительные энергии в равновесном состоянии не обязательно связаны с ОТО, они могут возникать и по другим причинам. Первоначально решения с положительной энергией были обнаружены в задаче Оппенгеймера и Волкова <sup>11</sup> о шаре из идеального вырожденного газа. В этом случае их появление связано действительно с ОТО. Однако при учете пар  $e^+, e^-$ , т. е. для неидеального газа, такие решения, как мы видели в предыдущем пункте, получаются и без эффектов ОТО, так что их отнюдь нельзя считать специфическими следствиями кривизны пространства и других характерных черт ОТО.

Наиболее характерным для заданной массы является критическое состояние, соответствующее минимуму  $\mathcal{E}_e$ , отмеченное двумя черточками на рис. 5. Оно соответствует последнему равновесному состоянию в ряду с убывающей энтропией. В этом состоянии звезда обладает минимальной возможной в равновесии энергией при заданной массе и максимально возможной температурой и плотностью.

Для  $M/M_{\odot} > 10^4$  критическое состояние определяется эффектами общей теории относительности. В этом случае для критического состояния справедливы формулы (см. Фаулер <sup>5</sup>):

$$Q_c'' = 2,43 \cdot 10^{17} \frac{1}{\mu^3} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-7/2} \text{г/см}^3, \quad (2,15)$$

$$T_c'' = 1,23 \cdot 10^{13} \frac{1}{\mu} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1} \text{°К}, \quad (2,16)$$

$$\mathcal{E}'' = -0,93 \cdot 10^{51} \frac{1}{\mu^2} \text{ эрг}. \quad (2,17)$$

Энергия  $\mathcal{E}''$  критического состояния не зависит от массы.

### § 3. РАВНОВЕСИЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗВЕЗДЫ С $\gamma=4/3$

Для нахождения равновесия рассмотрим энергию вращающейся звезды и найдем ее экстремум. Эффекты ОТО будем считать малыми. Поэтому рассмотрим сначала условие равновесия в ньютоновой теории \*), а затем учтем поправки на ОТО. Будем считать, что плотность вещества постоянна во вращающейся звезде на подобных эллипсоидах вращения.

Энергия записывается в виде (ср. (2,2))

$$\mathcal{E} = -k_2 GM^{5/3} Q_c^{1/3} g(\lambda) + k_1 M b Q_c^{1/3} + k_3 K^2 \lambda Q_c^{2/3} M^{-5/3},$$

$$k_2 = 0,64, \quad k_1 = 1,75, \quad k_3 = 1,25.$$

Здесь первое слагаемое — гравитационная энергия, второе — тепловая, третье — энергия вращения;  $\lambda$  — параметр, характеризующий сплюснутость:  $\lambda$  равно отношению диаметра эллипсоида по оси вращения к диаметру равновеликого шара,  $\lambda < 1$ ; множитель  $g(\lambda)$  учитывает изменение гравитационной энергии вследствие сплюснутости звезды при вращении;  $K$  — момент вращения.

Уже из самого вида  $\mathcal{E}$  следует, что энергия вращения зависит от плотности  $Q_c$  как энергия газа с показателем адиабаты  $\gamma = 5/3$ , т. е. способствует устойчивости.

\*) Энергетический подход к задаче заимствован из <sup>18</sup>.

Обозначим через  $b_0 = 0,364 GM^{2/3}$  значение  $b$ , при котором без вращения имеется безразличное равновесие, так что (см. § 2)

$$k_2 GM^{5/3} Q_c^{1/3} = k_1 b_0 M Q_c^{1/3},$$

$$b_0 = \frac{k_2}{k_1} GM^{2/3},$$

и введем безразмерные величины  $b/b_0 = h$  и  $r = Q_c/Q_0$ , где  $Q_0$  — характерная плотность, составленная из  $G$ ,  $M$  и  $K$ :

$$Q_0 = \frac{G^3 M^{10}}{K^6}.$$

Выражение для энергии теперь перепишется в виде

$$\mathcal{E} = \frac{G^2 M^5}{K^2} \{r^{1/3} [-k_2 g(\lambda) + k_1 0,364 h] + k_3 \lambda r^{2/3}\}.$$

Обозначим фигурную скобку через  $A$ . Множитель перед скобкой составлен из сохраняющихся заданных величин. Для нахождения экстремума  $\mathcal{E}$  варьируются  $\lambda$  и  $r$ . Величина  $h$  определяется энтропией и также задана; в ходе эволюции звезды она медленно меняется. Условия равновесия (экстремума  $\mathcal{E}$ ) имеют вид  $\frac{\partial A}{\partial \lambda} = 0$ ,  $\frac{\partial A}{\partial r} = 0$ . Из этих двух соотношений выражаем  $\lambda$  и  $r$  через  $h$ . Решение существует лишь при  $h < 1$ , что вполне естественно. Если  $h > 1$ , то энтропия столь велика, что уже без вращения данная масса неудержимо разлетается; ясно, что вращение неспособно изменить этот результат. При  $h < 1$  без вращения газ неудержимо сжимается. В этом случае вращение останавливает сжатие. Уменьшение  $h$  сопровождается увеличением плотности и увеличением сплюснутости, характеризуемой величиной  $1 - \lambda$ . При любых  $h < 1$  существует формальное решение задачи, в которой было задано, что поверхности постоянной плотности суть подобные эллипсоиды; при этом  $h \rightarrow 0$  дает  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $Q \rightarrow \infty$ , т. е. решение, соответствующее плоскому диску. Это решение, как известно, неустойчиво: диск разбивается на густки размером порядка толщины диска.

Если рассматривать уменьшение  $h$ , то при определенном  $h$  следует ожидать неустойчивость по отношению к превращению эллипсоида вращения в трехосный эллипсоид, как это имеет место для несжимаемой жидкости. В используемых нами выражениях зависимость гравитационной энергии и энергии вращения от формы выделена в множитель (факторизация), поэтому и в случае с любым показателем адиабаты неустойчивость возникает при том же  $\lambda$ , что и в несжимаемой жидкости. Однако, как мы сейчас увидим, решение теряет смысл задолго до этого момента, еще при малой сплюснутости, когда  $h$  близко к 1 и соответственно  $\lambda$  близко к 1. В этой области имеют место соотношения

$$g(\lambda) = 1 - \frac{(1-\lambda)^2}{5}, \quad r = \left( \frac{k_3^{-1}}{1-h} \right)^3,$$

$$1 - \lambda = \frac{5}{4} (1 - h),$$

и средняя плотность

$$\bar{Q} = \text{const} \cdot \frac{G^3 M^{10}}{K^6} \frac{1}{(1-h)^3}. \quad (3.1)$$

Для газа в отличие от несжимаемой жидкости характерно распределение плотности, спадающее от центра к краю. При данной массе и данной средней плотности наружный радиус газового шара больше, чем у несжимаемой жидкости.

В случае газа на краю гравитационное поле меньше и в то же время при данном моменте вращения центробежная сила больше. Поэтому в случае газового шара условие срыва вещества с экватора достигается гораздо раньше, чем в жидкости, т. е. при относительно малои деформации.

Найдем условие срыва для эмденовского решения с  $n = 3$ . Будем действовать методом последовательных приближений: найдем условие срыва, задавшись определенной  $\bar{Q}$  и пренебрегая деформацией, т. е. рассматривая вращение шара и определяя его момент вращения. Потом найдем  $h$  и  $\lambda$ , соответствующие принятой плотности и заданному моменту.

Составим условие равенства центробежной силы и силы тяготения на экваторе:

$$\omega^2 R = \frac{GM}{R^2},$$

где  $\omega$  — угловая скорость.

Из этого условия после вычислений получаем для критического состояния

$$1 - \lambda = 0,05, \quad h = 0,96.$$

Так как получилось, что  $\lambda$  весьма близко к 1, то *post factum* оправдан также метод последовательных приближений, использованный выше.

В критическом состоянии, при равенстве центробежной силы и силы притяжения звезда мало отличается от шара, т. е. очень далека от диска. В критическом состоянии вещество на экваторе перестает падать, даже если его не поддерживает давление изнутри, но вместе с тем энергия вещества недостаточна для того, чтобы оно могло улететь в бесконечность.

Общие соображения размерности и теории подобия, безусловно, остаются в силе и тогда, когда перестает работать конкретная эллипсоидная модель. Поэтому есть полная уверенность в правильности общей формулы (3,1), согласно которой при заданных массе и энтропии плотность пропорциональна  $K^{-6}$ , а форма зависит только от соотношения массы и энтропии и не зависит от момента. В частности, критическое условие начала истечения также не зависит от момента. Есть определенное критическое значение энтропии (при данной массе), при котором начинается истечение вещества и не существует гидростатического решения. Подчеркнем еще раз, что этот своеобразный результат относится специально к веществу с показателем  $\gamma = 4/3$ .

Ориентировочные мажорирующие оценки показывают, что в ходе уменьшения энтропии условие истечения достигается раньше, чем условие потери устойчивости формы с образованием трехосного эллипсоида.

Нужно особенно подчеркнуть, что вращение стабилизирует звезду с  $\gamma = 4/3$  и приводит к появлению определенной равновесной плотности (зависящей от энтропии) еще при сохранении почти сферической формы.

Наглядно можно представить себе, что невращающаяся звезда с  $\gamma = 4/3$  находится в безразличном равновесии (при  $b = b_0$ ) или неограниченно сжимается (при  $b < b_0$ ), сохраняя сферическую форму. Однако даже при безразличном равновесии, т. е. при отсутствии упругости по отношению к изменению радиуса, звезда имеет конечную упругость по отношению к изменению формы: тепловая энергия  $Q$  не зависит от формы, а потенциальная энергия тяготения  $U$  с отклонением от сферичности увеличивается, зависимость  $U$  от формы одинакова при разных  $\gamma$ .

На первый взгляд вращение может препятствовать лишь сжатию по экватору, но не препятствует коллапсу по оси. В действительности упругость формы приводит к тому, что задержка сжатия экватора

косвенно вызывает и задержку сжатия полюса. Это связано с тем, что при сжатии в диск гравитационная сила у полюса стремится к константе (в отличие от сжатия шара в точку), в то время как сила, вызванная градиентом давления при любом положительном  $\gamma$  в зависимости  $P = \text{const} \cdot \rho^\gamma$ , стремится к бесконечности, когда толщина диска стремится к нулю. Эта сила неизбежно уравновешивает гравитацию и останавливает сжатие.

Подчеркнем, что условие истечения достигается при небольшом отступлении от сферичности в том случае, когда турбулентная вязкость и магнитные силы обеспечивают вращение тела как целого. До начала истечения эволюция происходит со скоростью, зависящей от скорости изменения энтропии, система проходит серию равновесных состояний. Анализ этой стадии легко проводится аналогично предыдущему. В качестве первого приближения подставляем в уравнение энергии  $\lambda = 1$ ,  $g(\lambda) = 1$ . Любопытно, что добавочный член зависит от плотности точно так же, как поправка на ОТО, но имеет противоположный знак и при определенном значении момента точно компенсирует эту поправку.

По порядку величины условие компенсации имеет вид

$$cv_{\text{окруженая}} \approx v^2 \text{ параболическая} \sim GM/R.$$

Когда эффекты вращения пересиливают эффекты ОТО, медленная эволюция продолжается до достижения условий истечения. Анализ дальнейшей стадии еще не проделан, для этого анализа существенно будет выяснение кинетики обмена моментом вращения между различными слоями звезды (см. об этом § 11).

#### § 4. О ВОЗМОЖНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СВЕРХМАССИВНОЙ ЗВЕЗДЫ

Рассмотрим процесс гравитационной конденсации разреженного облака газа в сверхмассивную звезду \*). Для того чтобы газ начал самопротивольно сжиматься под действием тяготения, необходимо, чтобы сила тяготения превысила упругость газа. Впервые этот вопрос был рассмотрен и решен Д. Джинсом<sup>13</sup> (простое изложение см. <sup>14</sup>). В однородной среде в объеме диаметром  $D$  гравитационная энергия  $GM^2/D \sim D^5$ , в то время как внутренняя энергия газа пропорциональна объему, т. е.  $D^3$ . Ясно, что в малом объеме гравитацией можно пренебречь и всякая достаточно малая локальная флуктуация плотности не будет нарастать, а будет распространяться по среде со скоростью звука. Это — звуковая волна. С ростом размера флуктуации  $D$  роль тяготения возрастает, и при определенном размере  $D_{\text{крит}}$  превышает роль газового давления.

Флуктуация размером больше  $D_{\text{крит}}$ , возникнув, нарастает со временем — развивается гравитационная неустойчивость. Критический размер

$$D_{\text{крит}} = a_{\text{зв}} \sqrt{\frac{\pi}{G\mu}} = 2 \cdot 10^{-11} \sqrt{\frac{\gamma T}{\mu}} (nc). \quad (4.1)$$

Здесь  $a_{\text{зв}}$  — скорость звука,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\mu$  — молекулярный вес. Масса газа в сфере диаметра  $D_{\text{крит}}$  равна

$$\frac{M}{M_{\odot}} \approx 3 \frac{\gamma T}{\mu} D_{\text{крит}} (nc), \quad (4.2)$$

где  $D_{\text{крит}}$  выражен в парсеках.

Д. Джинс предполагал, что бесконечная однородная среда, на фоне которой развиваются флуктуации, стационарна. Очевидно, такая поста-

\*) В. А. Амбарцумян<sup>12</sup> с сотрудниками придерживаются другой точки зрения, согласно которой звезды возникают из сверхплотных тел. Подробнее об этом см. в § 17.

новка задачи некорректна<sup>131,15</sup>, ибо однородная среда не может быть в стационарном равновесии, и от этого предположения надо отказаться. Введение соответствующих изменений не меняет критической длины возмущения, но существенно изменяет зависимость роста флуктуаций от времени. За подробностями отсылаем к работам<sup>104,131,15</sup>.

Процесс гравитационной конденсации весьма сложен. Детали его зависят от возможного наличия внешнего давления нагретых газов, от механизмов нагрева и охлаждения вещества, от развития флуктуаций в процессе сжатия, от наличия магнитного поля и вращения и т. п. Расчет, кроме того, требует знания конкретных астрофизических условий, в которых протекает гравитационная конденсация.

Несмотря на многочисленные работы (обзоры см. в<sup>16, 17</sup>), процесс образования обычных звезд из диффузной среды до сих пор представляется неясным, так же как и процесс образования галактик<sup>16</sup> (см. по этому поводу работы Л. М. Озерного<sup>34</sup> и Бёрда<sup>35</sup>). Тем более мы не можем конкретизировать условия возможного возникновения сверх массивных звезд.

Однако некоторые принципиальные соображения здесь можно высказать. Для того чтобы поддерживать в равновесии массу газа, энтропия сверх массивной звезды должна быть достаточно велика (см. § 2). В ходе сжатия первоначально разреженного газа в звезду, его энтропия за счет излучения энергии может только уменьшаться. Выделение ядерной энергии до достижения равновесного состояния, очевидно, не происходит из-за низкой температуры. Следовательно, если мы предположим, что в ходе сжатия отсутствуют процессы роста энтропии за счет перевода энергии макроскопических движений в тепло, энтропия газа в начальном состоянии должна быть не меньше энтропии в конечном состоянии.

Энтропия начального состояния складывается только из энтропии газа (нейтральный водород), а ролью излучения можно пренебречь\*). Энтропия газа из нейтрального водорода, рассчитанная на единицу массы, дается выражением

$$S_H = 8,3 \cdot 10^8 \left( -5,6 + \ln \frac{T^{3/2}}{q} \right). \quad (4,3)$$

Приравнивая это значение к энтропии на единицу массы в звезде (см. § 2), получаем критическое значение начальной температуры, необходимое (при данной начальной плотности) для образования равновесной звезды:

$$T_{\text{крит}}^{\circ} = \left( \frac{q}{10^{-24}} \right)^{2/3} 10^{0,27(M/M_{\odot})^{1/2} - 14,4}. \quad (4,4)$$

Здесь  $T_{\text{крит}}^{\circ}$  — требуемая минимальная начальная температура газа, выраженная в градусах,  $q$  — начальная плотность в  $\text{г}/\text{см}^3$ . В табл. III

Таблица III

Критическая температура диффузной среды в зависимости от массы образующейся звезды,  $^{\circ}\text{К}$

$M/M_{\odot}$	$10^3$	$3 \cdot 10^3$	$10^4$
$q_1 = 10^{-24}$	$10^{-6}$	$\sim 3$	$\sim 5 \cdot 10^{12}$
$q_2 = 10^{-29}$	$\sim 5 \cdot 10^{-10}$	$\sim 10^{-3}$	$2 \cdot 10^9$

\*) Даже если бы энтропия излучения была заметна, то все равно в ходе сжатия это излучение уходило бы из звезды, так как в начале сжатия облако прозрачно.

приведены значения критической температуры для двух значений начальной плотности  $Q_1$  и  $Q_2$ , характерных для межзвездных и метагалактических условий соответственно.

Таким образом, звезды с массой  $M/M_\odot > 10^4$  без перехода энергии макроскопического движения газа в тепло возникнуть не могут. Следовательно, для возникновения таких звезд существенно наличие турбулентности в процессе гравитационной конденсации с последующим образованием ударных волн, вызывающих увеличение энтропии.

Итак, если  $M \leq 10^3 M_\odot$ , темп сжатия определяется уменьшением энтропии при излучении энергии, а равновесная звезда с  $M \geq 10^4 M_\odot$  образуется только в том случае, если энтропия достаточно возрастет в ударных волнах, чтобы удерживать звезду.

### § 5. ЭВОЛЮЦИЯ СВЕРХМАССИВНОЙ ЗВЕЗДЫ

#### а) Общие замечания

Равновесная устойчивая звезда при заданном химическом составе и заданной энтропии находится в минимуме кривой энергии  $\mathcal{E}$  ( $Q, S$ ). Равновесная энергия отрицательна. Если в звезде не исчерпаны запасы ядерной энергии, то эта энергия несравненно больше абсолютной величины  $\mathcal{E}_{\text{равн}}$ . В самом деле, запас ядерной энергии на грамм вещества порядка  $q = 10^{18} \text{ эрг/г}$ , а во всей звезде \*)

$$\mathcal{E}_{\text{яд}} \approx 10^{18} M = 10^{51} \frac{M}{M_\odot} \text{ эрг}, \quad (5.1)$$

что для рассматриваемых масс  $10^4 - 10^9 M_\odot$  много больше  $\mathcal{E}_{\text{равн}} = -3,56 \times 10^{64} \text{ эрг}$ .

Если бы ядерная энергия выделилась мгновенно, то вещество звезды разлетелось бы. Однако мы видели в первой части обзора, что звезда обладает механизмом саморегулировки своих источников энергии. При образовании из разреженного вещества она сжимается до тех пор, пока выделение ядерной энергии вблизи центра не уравновесит излучение с поверхности. Этим определяется ее  $T_{\text{крит}}$  и, следовательно, положение изображающей точки на кривой энергии  $\mathcal{E}_e$  (рис. 5). Если бы не было причин, вызывающих неустойчивость равновесия в таком состоянии, звезда медленно сжигала бы свое ядерное топливо. Однако звезды, в которых главную роль играет давление излучения, подвержены изотермической неустойчивости (см. ниже), которая развивается за время порядка времени тепловой релаксации звезды. Такая неустойчивость приводит к разбиению звезды на сгущения с  $M \approx 10^2 M_\odot$  и катастрофическому сжатию всей системы. Наконец, если для протекания ядерных реакций температура мала, эволюция звезды (без потери массы) заключается в том, что звезда постепенно уменьшает энтропию и энергию в ходе излучения света. При этом изображающая точка движется вниз по кривой  $\mathcal{E}_e$ . Достижение минимума этой кривой соответствует переходу к состояниям, в которых уравнения гидростатического равновесия не имеют решений. Происходит катастрофическое сжатие со скоростью, определяемой уравнениями гидродинамики, изображающая точка начинает скатываться вниз по кривой  $S = \text{const}$ , не имеющей максимумов и минимумов (на рис. 4 кривые ниже кривой  $S''$ ).

Рассмотрим сначала скорость и время равновесной эволюции за счет остыивания звезды без ядерных источников энергии; затем посмотрим, что

\*) Для оценки  $\mathcal{E}_{\text{яд}}$  мы учитываем массу всей звезды, а не только ядра, где высокая температура. Это объясняется тем, что в массивных звездах перенос энергии к поверхности осуществляется конвекцией, что вызывает перемешивание вещества.

даст учет ядерных источников энергии и изотермической неустойчивости, и в заключение параграфа обратимся к стадии катастрофического сжатия.

### б) Условие светового равновесия

Это условие рассмотрено в классической книге Эддингтона<sup>3</sup>. В сверхмассивной звезде сила тяготения уравновешена световым давлением. Рассмотрим силы, действующие в поверхностных слоях звезды. В сильно ионизованной плазме комптоновское рассеяние на электронах является основным процессом, обусловливающим непрозрачность вещества. Рассчитаем силу светового давления, действующую на один свободный электрон. Эта сила, очевидно, равна

$$F_e = -\frac{1}{n_e} \frac{dP}{dr} = -\frac{1}{3n_e} \frac{dE}{dr}, \quad (5.1a)$$

где  $n_e$  — концентрация плазмы,  $E$  — плотность лучистой энергии. В среде, оптическая толщина которой больше единицы, поток излучения  $q$  равен

$$q = -D \frac{dE}{dr} \quad (5.2)$$

и коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \frac{c}{n_e \sigma_e}, \quad (5.3)$$

где  $\sigma_e$  — сечение рассеяния,  $\sigma_e = 6,7 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ . Сечение не зависит от частоты квантов до тех пор, пока  $\hbar\omega \ll m_e c^2$ .

Подставляя (5.3) и (5.2) в (5.1а), находим

$$F_e = \frac{\sigma_e q}{c}. \quad (5.4)$$

Заметим, что выражение (5.4) не зависит от предположения о большой оптической толщине. Действительно, средняя по времени сила, действующая на один электрон, при потоке излучения  $q$  равна (5.4) независимо от распределения квантов излучения по углам. Такая же сила действует на изолированный электрон в поле излучения точечного источника.

В силу электронейтральности плазмы на один электрон приходится масса  $\mu_e/A$ ,  $A = 6 \cdot 10^{23}$ . В равновесии сила лучевого давления на один электрон  $F_e$  равна силе притяжения массы, приходящейся на один электрон:

$$\frac{GM\mu_e}{Ar^2} = \frac{\sigma_e q}{c}. \quad (5.5)$$

Отсюда, выражая  $q$  через светимость  $L$ :  $q = L/4\pi r^2$ , и подставляя численные константы, получаем окончательно для водородной плазмы

$$L = 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \text{ эрг/сек},$$

$$\frac{L}{L_\odot} = 3 \cdot 10^4 \frac{M}{M_\odot}, \quad \frac{L}{M} = 3 \cdot 10^4 \frac{L_\odot}{M_\odot}. \quad (5.6)$$

Подчеркнем, что формула (5.6) дает верхний предел светимости любой стационарной звезды (а не обязательно сверх массивной). Большой поток вызовет сбрасывание поверхностных слоев.

В рассматриваемых звездах, в которых давление определяется излучением, выражение (5.6) есть не только верхний предел, но и реальная светимость. Отвлекаясь несколько в сторону, заметим, что в таких звездах условие равновесия (5.5) должно соблюдаться не только у поверхности,

но и по всей звезде. Следовательно, должно быть справедливо равенство

$$L_r = 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M_r}{M_\odot} \text{ эрг/сек}, \quad (5,7)$$

где  $M_r$  — масса внутри сферы радиуса  $r$  и  $L_r$  — полный поток света через эту сферу.

Ясно, что ядерные источники энергии (если они есть) расположены вблизи центра и поток света не может по всей звезде нарастать пропорционально массе по уравнению (5,7). На первый взгляд кажется, что звезда с лучевым давлением и центральным источником вообще не может существовать. Но дело в том, что центральный источник вызовет конвекцию в звезде, ибо и без этого источника звезда находится на грани конвективной неустойчивости. Конвективный перенос энергии обеспечивает необходимый поток тепла в сверхмассивной звезде. Что бы ни обусловливало перенос энергии внутри звезды, у самой поверхности перенос должен осуществляться лучистой теплопроводностью, ибо во внешнее пространство поток энергии уходит с поверхности в виде лучей света и поэтому соотношение (5,6) остается справедливым для полной светимости.

### в) Время остыания до критического состояния

Вернемся к звезде без ядерных источников энергии. Как видно из формул § 2, у звезды с  $M > 10^6 M_\odot$  температура в центре даже в критическом состоянии недостаточна, чтобы вызвать нейтринное излучение. Поэтому охлаждение звезды определяется фотонной светимостью (5,6). Эта светимость определяет темп эволюции — скорость продвижения по кривой  $\mathcal{E}_\nu$ .

Когда вещество звезды находилось в рассеянном состоянии, его энергия была равна нулю. Чтобы дойти до критического состояния, надо вы светить энергию  $-\mathcal{E}'' = 3,56 \cdot 10^{54}$  эрг (см. конец § 2). Таким образом, время эволюции дается формулой

$$t = -\frac{\mathcal{E}''}{L} = 2,4 \cdot 10^8 \mu^{-2} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1} \text{ лет.} \quad (5,8)$$

Мы уже подчеркивали (см. § 2), что  $\mathcal{E}''$  много меньше тепловой энергии звезды. Поэтому  $t_{\text{эвол}}$  много меньше времени тепловой релаксации  $t_{\text{охлажд}} = Q/L$ .

Очевидно, звезду можно рассматривать как квазивновесную только в том случае, когда время эволюции до  $\mathcal{E}''$  существенно превышает характерное время гидродинамических процессов (см. 1, § 2). Это последнее время по порядку величины (см. 1, формула (2,2))

$$t_{\text{гидр}} = \sqrt{\frac{1}{6\pi G \bar{q}}} \approx \frac{10^3}{\sqrt{\bar{q}}} \text{ сек.} \quad (5,9)$$

Подставляя  $\bar{q} = q_c/54$  (выражение, справедливое для политропы с  $n = 3$ ) и вместо  $q_c$  выражение  $q_c''$  (2,14), находим

$$t_{\text{гидр}} = 5 \cdot 10^{-5} \mu^{3/2} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{7/4}. \quad (5,9')$$

Сравнивая (5,9') и (5,8), видим, что времена  $t_{\text{эвол}}$  и  $t_{\text{гидр}}$  сравниваются при  $M \approx 10^8 M_\odot$ . Равновесных звезд такой и большей массы (без магнитного поля!) заведомо быть не может.

## г) Ядерные источники энергии

Мы уже отмечали выше, что звезда при  $M < 10^8 M_\odot$  будет квазиравновесно сжиматься до тех пор, пока вблизи центра температура не поднимется достаточно высоко для того, чтобы выделение ядерной энергии компенсировало излучение с поверхности. В табл. IV приведена эффективная мощность на грамм вещества звезды  $\tilde{A}_{\text{яд}} \quad (\int A_{\text{яд}} dM)/M \approx 0,1 A_{\text{яд}}$ , рассчитанная для критического состояния.

Таблица IV

Эффективная мощность выделения ядерной энергии на грамм вещества звезды

$M/M_\odot$ пр/с	$10^5$	$5 \cdot 10^5$	$10^6$
$\tilde{A}_{pp}$	$2 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-4}$
$\tilde{A}_{\text{СН}}$	$2 \cdot 10^{14}$	$6 \cdot 10^4$	0,1
$L/M$	$6 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^4$

Данные для углеродно-азотного цикла даны в обычном предположении, что содержание в веществе углерода и азота составляет около 0,5%. Из табл. IV видно, что в этих предположениях протон-протонной реакцией можно полностью пренебречь для той области, где  $\tilde{A}_{\text{яд}}$  сравнима с потерей энергии звездой за счет излучения, рассчитанной на грамм вещества  $L/M$ . Для  $L$  использована формула (5,6).

Итак,  $\tilde{A}_{\text{яд}}$  и  $L/M$  сравниваются для  $M \approx 5 \cdot 10^5 M_\odot$ . Значит, при  $M > 5 \cdot 10^5 M_\odot$  температура даже в критическом состоянии еще недостаточно высока, чтобы выделение ядерной энергии компенсировало излучение и звезда могла длительно существовать в равновесии за счет ядерной энергии. Таким образом, для звезд с  $M > 5 \cdot 10^5 M_\odot$  за все времена равновесной эволюции ядерные источники энергии несущественны. Эволюция таких звезд после их возникновения определяется процессом остыния, как описано в § 5, в.

Для звезд с  $M < 5 \cdot 10^5 M_\odot$  еще до достижения критического состояния выделение ядерной энергии становится существенным. Если бы не было причин, приводящих к неустойчивости такой звезды, она могла бы существовать в равновесии, пока не исчерпала бы весь запас ядерной энергии. Этот запас составляет примерно  $\mathcal{E}_{\text{яд}} \approx 10^{51} M/M_\odot$  эрг (см. (5,1)). Отсюда время ядерной эволюции порядка  $\mathcal{E}_{\text{яд}}/L \approx 10^5$  лет. Однако, как мы увидим далее, изотермическая неустойчивость звезды меняет этот результат.

## д) Устойчивость сверх массивной звезды

Вся изложенная выше теория основана на рассмотрении устойчивости звезды относительно общего адиабатического расширения или сжатия. Для этого процесса, как уже многократно повторялось, критическим является показатель адиабаты  $\gamma = 4/3$ , характерный для вещества с преобладанием давления излучения.

Линеаризованная задача о малых возмущениях имеет, очевидно, целый спектр решений; это значит, что существует множество различных возмущений, экспоненциально зависящих от времени с различными показателями:

$$\delta \varrho = \sum (\delta \varrho)_i, (\delta \varrho)_i = \varphi_i(\mathbf{r}) e^{\omega_i t}, \mathbf{u}_i = \mathbf{W}_i(\mathbf{r}) e^{\omega_i t}.$$

Экспоненциальная зависимость от времени следует из того, что невозмущенное состояние не зависит от времени, а следовательно, в уравнение для возмущений входит только  $dt$ , но не само  $t$ , так что при прибавлении к  $t$  константы решение должно переходить снова в решение; с другой стороны, в линеаризованной задаче при умножении решения на константу оно остается решением; именно этим свойством обладает экспонента:

$$e^{\omega(i-c)} = e^{\omega c} e^{\omega t} = C_1 e^{\omega t}.$$

Более того, в уравнения без вязкости для  $\varphi_i(\mathbf{r})$  входит только  $\omega_i^2$ . Общее расширение или сжатие представляет собой «основной тон» — колебание без узлов, с  $\varphi_0(\mathbf{r})$ , имеющим везде один знак. Все остальные виды возмущения ортогональны к нему; значит,  $\varphi_i(\mathbf{r})$  с  $i \neq 0$  имеют разный знак в разных областях \*) и, следовательно, имеют узловые поверхности  $\varphi_i(\mathbf{r}) = 0$ . Соответствующие  $\omega_i^2 < \omega_0^2$  и вещественны. Поэтому, если доказана устойчивость звезды относительно общего расширения или сжатия,  $\omega_0^2 < 0$ , можно быть уверенным в устойчивости звезды относительно любых других адиабатических деформаций. Иначе можно получить этот результат следующим образом. Начнем с рассмотрения устойчивости неограниченной однородной среды, напоминая уже сказанное в § 3. Вместе с Джинсом совершим некорректность: допустим, что это состояние может быть стационарным \*\*).

В пределе для весьма длинных волн возмущения зависят от времени с  $\omega^2 = 4\pi G \varrho_0$ ,  $\omega = \pm \sqrt{4\pi G \varrho_0}$ . Для коротких волн нарастанию возмущений препятствует градиент давления, поскольку увеличение плотности сопровождается повышением давления. Соответственно

$$\omega^2 = 4\pi G \varrho - k^2 a^2,$$

где  $a$  — скорость звука,  $k$  — волновой вектор возмущения  $\varphi(\mathbf{q}) \sim \sim \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ ; в пределе при  $k^2 a^2 \gg 4\pi G \varrho_0$  уравнение описывает распространение звука. Неустойчивы и нарастают только возмущения с  $k < 1/a \times \sqrt{4\pi G \varrho}$  или, иначе говоря, с длиной волны больше критического значения:

$$\lambda > \lambda_{\text{крит}} = \frac{2\pi a}{\sqrt{4\pi G \varrho}}.$$

Диаметр звезды, находящейся в равновесном состоянии, как раз порядка критической «джинсовской» длины волны  $\lambda_{\text{крит}}$ . Это и значит, что в пределах звезды нельзя разместить возмущения, которые бы нарастили. Звезда, находящаяся в равновесии, всегда устойчива относительно распада на много мелких частей; см. также 149, 150.

Специфика больших звезд связана с тем, что давление плазмы составляет малую долю светового давления:

$$\frac{P_{\text{пл}}}{P_{\text{изл}}} \approx 8,6 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1/2}.$$

\*) Нужно пользоваться лагранжевыми координатами, а не эйлеровыми, иначе возникает тривиальное решение, связанное со сдвигом звезды как целого,  $\varphi_1 = \mathbf{a} \operatorname{grad} \varrho_0$ , с узловой поверхностью и  $\omega_1^2 = 0$ .

\*\*) См. в связи с этим, например, 15.

Л. Э. Гуревич и А. И. Лебединский<sup>18</sup> поставили вопрос об устойчивости большой звезды относительно изотермических возмущений плотности. При изотермическом перемещении вещества только плазменная часть давления возрастает пропорционально плотности, а световая часть  $P_r \approx \sigma T^4/3$  остается неизменной. Следовательно, возвращающая сила, противодействующая нарастанию возмущений, гораздо меньше, чем при адиабатическом сжатии. Иначе можно сказать, что изотермическая скорость звука  $a_t$  гораздо меньше адиабатической, соответственно меньше и критическая джинсовская длина волны для изотермических возмущений.

Путем нарастания изотермических возмущений массивная звезда в принципе может распасться на совокупность отдельных звезд \*). В этом видели, в частности, причину несуществования звезд с  $M > 100M_\odot$  \*\*).

В действительности при изотермическом движении плазмы относительно однородного поля электромагнитных волн имеет место трение плазмы о поле излучения. В результате изотермические возмущения, а также раскачка, нарастают значительно медленнее адиабатических.

Выразим трение плазмы об излучение через привычные для астрономии величины коэффициента лучистой теплопроводности и сечения.

С помощью выражения (5,4) силу на грамм можно связать с потоком энергии:

$$\mathbf{F} = \frac{\sigma_e \mathbf{q}}{cm_p}.$$

Этим выражением мы пользовались при рассмотрении «светового равновесия». Теперь, применяя его к плазме, движущейся относительно заданного распределения лучистой энергии, запишем поток энергии относительно вещества через скорость вещества и относительно (покоящегося) излучения.

Очевидно,  $\mathbf{q} = -uE_{\text{изл}}$ , где  $E_{\text{изл}}$  — плотность энергии света. Следовательно, закон трения

$$\mathbf{F} = -nu, n = \sigma_e E_{\text{изл}}/cm_p.$$

Сила пропорциональна скорости и плотности лучистой энергии, коэффициент трения для краткости обозначаем  $n$ .

Теперь составим уравнение для возмущений:

$$\begin{aligned} \delta Q &= re^{ikx+\omega t}, \quad u_x = ue^{ikx+\omega t}, \\ \delta \Phi &= \psi e^{ikx+\omega t}, \end{aligned}$$

где  $\delta Q$  — возмущение плотности,  $\delta \Phi$  — возмущение гравитационного потенциала, скорость в невозмущенном состоянии равна нулю, в возмущенном состоянии скорость направлена по оси  $x$ . Уравнение Пуассона дает

$$\Delta \Phi = 4\pi G Q \rightarrow -k^2 \Phi = 4\pi G r.$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\text{div } Q u_x \rightarrow \omega r = -iku_0 Q_0.$$

\*) Полная энергия массивной звезды весьма мала по абсолютной величине, так как показатель адиабаты близок к  $4/3$ . Отсюда иногда делали вывод<sup>141</sup>, что энергетически возможен распад одной звезды с данной массой  $M$  и  $E \equiv 0$  на две звезды с массой  $M/2$  и  $E \equiv 0$  и т. д. В действительности при той энтропии  $S$ , при которой звезда с массой  $M$  находится в равновесии и имеет  $E \equiv 0$ , равновесие звезд меньшей массы невозможно.

\*\*) В работе Шварцшильда и Герма<sup>137</sup> утверждается, что при  $M > \sim 100 M_\odot$  в звезде, сжигающей водород, развивается колебательная неустойчивость за счет зависимости скорости ядерных реакций и теплопередачи от плотности. Выше мы считали тепловые процессы медленными и не учитывали их.

Уравнение движения (с учетом лучистого трения!)

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\operatorname{grad} \varphi + F \rightarrow \omega u = -ik\psi - nu.$$

Отсюда получим характеристическое уравнение для  $\omega$ :

$$\omega^2 + n\omega - 4\pi G Q_0 = 0;$$

отсюда при  $n > \sqrt{4\pi G Q_0}$  получим приближенно

$$\omega_1 = \frac{4\pi G Q}{n}, \quad \omega_2 = -n, \quad \text{где } n = \frac{\sigma_e}{m_p c} E_{\text{изл.}}$$

Сравним частоту, характеризующую нарастание возмущений  $\omega_1$  с временем  $\tau_1$  тепловой релаксации звезды. По порядку величины ( $R$  — радиус звезды,  $l$  — пробег кванта)

$$M \sim Q R^3, \quad E_{\text{изл.}} = P = \frac{GM^2}{R^4} = GQ^2 R^2,$$

$$\tau_1 = \frac{R^2}{lc} = \frac{R^2 Q \sigma_e}{cm_p} = \frac{R^2 Q n}{E_{\text{изл.}}} = \frac{R^2 Q n}{GQ^2 R^2} = \frac{n}{GQ} = \frac{1}{\omega_1}.$$

Таким образом, время возрастания в  $e$  раз возмущения  $1/\omega_1$  по порядку величины равно времени, за которое свет мог бы проникнуть из звезды наружу через плазму звезды; весь подход справедлив, однако, лишь в том случае, если время  $\tau_1$  значительно больше гидродинамического времени сжатия звезды при свободном падении

$$\tau_2 \sim \frac{1}{\sqrt{GQ}}.$$

В действительности энергия звезды равна взятой с минусом кинетической энергии плазмы. Следовательно, если ядерные реакции не поддерживают температуру звезды, ее сжатие как целого начнется задолго до того, как будет потеряна заметная доля лучистой энергии (напоминаем, что рассматривается массивная звезда, в которой лучистая энергия много больше энергии плазмы). В этом случае изотермическая неустойчивость не успеет проявиться.

Для звезд с  $M \approx 10^5 M_\odot$  ядерные реакции, как мы видели в пункте г), существенны. Запасы ядерной и тепловой энергии такой звезды сравнимы, и изотермическая неустойчивость будет проявляться.

Детально картина разбиения звезды на сгустки требует конкретного анализа. Пока можно сказать лишь, что разбиение будет идти на сгустки с  $M/M_\odot \approx 100$ , ибо в равновесной звезде такой массы давление излучения и плазмы одного порядка. Когда такие сгустки начнут возникать, в местах с пониженной плотностью плазма под действием светового давления может приобретать ускорение и выбрасываться наружу.

Таким образом, выброс вещества в такой звезде будет происходить еще до того, как после ухода света из развалившейся на куски звезды эти куски начнут в процессе падения сталкиваться.

#### е) Катастрофическое сжатие

После начала катастрофического сжатия энергию можно считать практически постоянной, если нет ядерных реакций. Отвод энергии не успевает заметно уменьшить энтропию (отвод энергии нейтрино и спектр нейтрино рассматриваются в § 6).

Заметим, что рост энтропии при данной энергии за счет ударных волн, вязкости и т. п. не может остановить сжатия после достижения

критического состояния. Действительно, как видно из рис. 6, состояние с критической энергией  $\mathcal{E}''$  и увеличенной энтропией  $S$  обязательно лежит на той ветви кривой  $\mathcal{E}(q, S)$ , на которой идет неудержимое сжатие. Точно так же выброс части массы не может остановить сжатие основной части звезды после критического состояния, если учесть, что выброшенная масса должна обладать положительной энергией (иначе она не могла

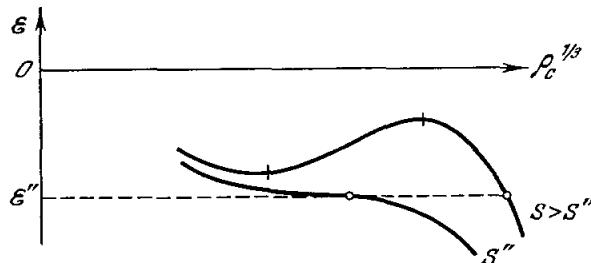


Рис. 6. Увеличение энтропии звезды в процессе возникновения ударных волн при коллапсе переводит изображающую точку на ниспадающую ветвь изэнтропы  $S > S''$ , т. е. не может остановить коллапса.

бы преодолеть гравитационное поле звезды и уйти на бесконечность). Значит, выброс массы только уменьшает (отрицательную) энергию оставшейся звезды, так что путем выброса массы нельзя из критического состояния перейти в состояние устойчивого равновесия.

Сжатие может быть остановлено лишь следующими причинами. Во-первых, за счет быстрых экзотермических ядерных реакций при высокой температуре. При этом легко может произойти такое выделение тепла, которое заставит вещество звезды целиком разлететься \*). Однако если ядерные реакции на равновесной стадии превратили почти все вещество звезды в железо, этот путь заведомо исключен, так как вся возможная ядерная энергия уже выделилась.

Во-вторых, сжатие в принципе могло бы быть остановлено за счет мощных сил отталкивания барионов, которое наступает при плотностях больше ядерной и загибает вверх кривую  $\mathcal{E}(q, S)$  (см. 1, § 3). Однако при большой массе (больше  $(2 \div 3)M_{\odot}$ ) это невозможно, так как эффекты ОТО из поправок превратятся в решающий фактор задолго до наступления ядерной плотности. Действительно, в первой части обзора отмечалось, что гравитационное самозамыкание с уходом звезды под сферу Шварцшильда с радиусом  $r_g = 2GM/c^2$  достигается при средней плотности

$$q = 2 \cdot 10^{16} (M/M_{\odot})^{-2} \text{ г/см}^3.$$

Ядерная плотность достигается до самозамыкания лишь при  $M/M_{\odot} < 10$ , т. е. не для сверхмассивных звезд. После самозамыкания никакое давление не может остановить сжатия. Напомним, что далекий наблюдатель может получить информацию лишь о процессах в звезде, происходящих до самозамыкания; он видит лишь асимптотическое приближение радиуса звезды к гравитационному радиусу. Звезда для него как бы застывает при  $R \rightarrow r_g$ . Наблюдатель может получать информацию лишь о процессах в звезде, происходящих до самозамыкания, т. е. до плотностей  $q$ , даваемых указанной выше формулой.

\*) Но этой причине представляется неправдоподобной идея Фаулера, по которой колебания светимости квазара ЗС 273 представляют собой периодически повторяющиеся циклы сжатия и выделения ядерной энергии.

### § 6. ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗДЫ СРЕДНЕЙ МАССЫ

В первой части обзора в § 2, 3 и 12 рассмотрены принципиальные основы устойчивости и эволюции звезд. Выяснена роль показателя адиабаты, понятие отрицательной теплоемкости звезды как целого, дано понятие медленной, квазистатической эволюции, при которой мгновенное состояние в каждый момент весьма близко к гидродинамически равновесному. В противоположном случае катастрофического сжатия давление в каждый момент существенно меньше сил тяготения, так что ускорение не сильно отличается от ускорения свободного падения. Эти понятия использовались выше при анализе эволюции сверхмассивной звезды.

Отсылая читателя к первой части обзора за общей картиной, мы ограничимся здесь рассмотрением частных случаев, в значительной мере на основе работ, появившихся в период между написанием первой и второй частей. Эти работы в большинстве связаны с ролью нейтрино в астрофизических процессах.

#### а) Испускание нейтрино при сжатии холода вещества

Рассмотрим, следуя <sup>109, 110</sup>, испускание нейтрино, сопровождающее сжатие и нейтронизацию холодного вещества. При рассмотрении равновесных конфигураций звезды полагают, что ферми-энергия электронов при каждой заданной плотности равна разности энергий сосуществующих ядер. Например, сосуществование стабильного  $^{26}\text{Fe}^{56}$  и радиоактивного  $^{25}\text{Mn}^{56}$  происходит при ферми-энергии, равной  $3,3 M\text{эв}$ , чему соответствует плотность вещества  $6 \cdot 10^8 \text{ г/см}^3$ . Почти такое же состояние осуществляется при медленном сжатии вещества. Близость ферми-энергии электронов к порогу реакции означает, что при медленном сжатии нейтрино, образующиеся по реакции  $e^- + ^{26}\text{Fe}^{56} \rightarrow ^{25}\text{Mn}^{56} + \nu$ , уносят мало энергии.

В <sup>1</sup> упоминалось, что при быстром сжатии нейтронизация может отставать и создавать эффективную вязкость. Однако наиболее интересный и важный аспект кинетики нейтронизации заключается в следующем: если нейтронизация отстает, то ферми-энергия поднимается выше пороговой, избыток энергии электронов отбирается нейтрино. Это есть механизм образования нейтрино больших энергий (до  $30-40 M\text{эв}$ ). При этом образуются только нейтрино (но не антинейтрино), поскольку предполагается, что звезд из антивещества нет. Выход нейтрино не больше одного на один нуклон, если исходным веществом является водород, и одного на  $2-2,5$  нуклона в случае гелия или более тяжелых элементов.

В работах <sup>109, 110</sup> сделаны грубые оценки энергии нейтрино. Предполагалось, что плотность меняется по тому же закону, что и при свободном падении однородного вещества:

$$\varrho = \frac{1}{6\pi G (t_0 - t)^2}, \quad \left| \frac{d\varrho}{dt} \right| = \frac{1}{3\pi G (t_0 - t)^3} = \varrho^{3/2} 2 \sqrt{6\pi G} = \frac{\varrho^{3/2}}{450}.$$

Ферми-импульс и -энергия электронов выражаются через плотность  $\varrho$  и число нуклонов  $\mu_e$  на один электрон:

$$p_F = m_e c \left( \frac{\varrho}{\mu_e 10^6} \right)^{1/3}, \quad E_F = m_e c^2 \sqrt{1 + \left( \frac{p_F}{m_e c} \right)^2} \approx m_e c^2 \left( \frac{\varrho}{\mu_e 10^6} \right)^{1/3}.$$

Обозначим через  $x$  долю ядер, подвергшихся нейтронизации. Вероятность нейтронизации зависит от свойств исходного и конечного ядер  $Z_1$  и  $Z_2$ , конкретно — от матричного элемента  $M_{12}$ . В обычных, лабораторных

условиях (без вырожденных электронов)  $Z_1$  стабильно,  $Z_2$  бета-радиоактивно. Вероятность распада  $Z_2$  позволяет найти  $M_{21}$ , а по квантовой механике  $|M_{12}| \equiv |M_{21}|$ . Удобно выразить вероятность процесса нейтронизации  $Z_1$  вырожденными электронами прямо через  $\tau$  — время полураспада радиоактивного  $Z_2$  и через известную функцию  $f$  энергии распада  $Q$ .

При  $E_F \gg Q$  получим  $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{5} x \frac{(E_F/m_e c^2)^5 \ln 2}{f\tau}$ .

Для разрешенных переходов, например  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ ,  $f\tau = 800$  сек. Выписанных выше уравнений достаточно для полного решения задачи. Простейший пример нейтронизации холодного водорода приводит к выводу, что  $x = 0,5$  будет достигнуто при  $E_F \sim 7 \div 8$  Мэв, что значительно превышает порог (1,25 Мэв, включая энергию покоя); значит, в этом процессе нейтринно уносят энергию 5—7 Мэв. Превращение протона в нейтрон в среде, состоящей из протонов, вызовет цепочку ядерных реакций, заканчивающуюся образованием  $\text{He}^4$ :  $n + p = D + \gamma$ ,  $D + p = \text{He}^3 + \gamma$ ,  $n + \text{He}^3 = T + p$  или  $\text{He}^3 + e^- = T + \nu$ ,  $n + \text{He}^3 = \text{He}^4 + \gamma$ , или  $p + T = \text{He}^4 + \gamma$ .

Образование одного ядра  $\text{He}^4$  из 4 протонов и 2 электронов сопровождается выделением 26 Мэв, однако почти половина этой энергии уносится двумя энергичными нейтринами. Нейтронизация водорода в ходе свободного падения происходит в основном при плотности  $5 \cdot 10^8$  г/см<sup>3</sup>, хотя пороговая плотность составляет всего  $1,6 \cdot 10^7$  г/см<sup>3</sup>. Более трудную проблему представляет нейтронизация гелия при катастрофическом сжатии (свободном падении). У гелия весьма высок порог реакции  $e^- + \text{He}^4 = T + n + \nu - Q$ ,  $Q = 22$  Мэв. К тому же, поскольку не существует связанного состояния  $\text{H}^4$  (см. обзор <sup>111</sup>), в правой части уравнения реакции стоят три частицы. Вероятность реакции зависит также от энергии, которую уносит нейтрон.

Понятно, что экспериментальных данных об обратном процессе  $n + T = \text{He}^4 + e^- + \bar{\nu}$  нет, так как вероятность слабого взаимодействия на лету (со свободным нейтроном) ничтожна. Поэтому для оценки матричного элемента в <sup>110</sup> использован изученный на опыте захват отрицательного  $\mu$ -мезона  $\mu^-$ :  $\mu^- + \text{He}^4 = T + n + \nu_\mu$ . Для  $\mu^-$  на нижней орбите вероятность 370 сек<sup>-1</sup>.

Предполагая, что матричный элемент не зависит от энергии нейтрона, нашли

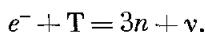
$$\frac{dx}{dt} = -x \frac{660y^2}{dt} (y - 1)^{9/2},$$

где

$$y = \frac{E_F}{Q} = \frac{1}{45} \left( \frac{Q}{\mu_e 10^6} \right)^{1/3}.$$

Интегрирование уравнения для  $x$  вместе с законом свободного падения приводит к выводу, что реакция происходит при  $E_F \sim 45$  Мэв и плотности  $\sim 10^{12}$  г/см<sup>3</sup>.

За трудной реакцией нейтронизации гелия следует гораздо более легкая реакция с меньшим порогом ( $\sim 10$  Мэв)



Таким образом, при коллапсе за счет нейтронизации образуются нейтринно с энергией до 30—40 Мэв. Грубые оценки показывают, что средний космический поток таких нейтрин может достигать нескольких процентов от потока энергичных солнечных нейтрин, возникающих от распада  $\text{B}^8 \rightarrow \text{Be}^8 + e^+ + \nu$ , с граничной энергией 14 Мэв. Так как вероятность

регистрации нейтрино возрастает с увеличением их энергии, не исключена возможность экспериментального обнаружения космических энергичных нейтрино, происхождение которых связано с коллапсом и нейтронизацией вещества. В этой связи особенно интересны проекты опытов, в которых можно будет определять энергию и направление нейтрино<sup>112</sup>.

Остается сделать два замечания. Расчеты сделаны для плотности свободно сжимающегося вещества. Градиент давления замедляет сжатие центрального ядра. С другой стороны, при падении вещества, находящегося в периферической части, плотность нарастает сперва медленнее, а затем быстрее, чем по формуле для свободного падения. При этом мы сравниваем  $d\varrho/dt$  при данном  $\varrho$ . Заметим, что сравнение в одинаковый момент времени не имеет смысла. Таким образом, закон изменения плотности, лежащий в основе расчетов, нельзя считать завышающим; отклонения от него возможны в обе стороны.

Не повлияет ли гравитационное самозамыкание звезды на возможность регистрации нейтрино? Мы видели, что самозамыкание происходит при плотности  $2 \cdot 10^{16} (M/M_\odot)^{-2}$ . Максимальная плотность в центре звезды, которую еще может видеть наблюдатель, несколько меньше этой величины. Для простого примера<sup>113</sup> предельная центральная плотность меньше в 2,25 раза. Нейтронизация гелия происходит при  $\varrho \sim 10^{12} \text{ г/см}^3$ . Следовательно, для подавляющего большинства звезд с  $M < 50M_\odot$  нейтрино будут выходить, испытывая лишь небольшое красное смещение. Регистрация энергичных нейтрино может оказаться способом обнаружения сферически симметричного, «беззвучного» коллапса звезд.

### б) Излучение нейтрино горячей плазмой

Процесс нейтронизации, описанный выше, является прямым следствием экспериментально изученного взаимодействия, связанного с превращением протонов в нейтроны и обратно. Современная теория с большой вероятностью предсказывает возможность излучения нейтрино-антинейтриноных пар при любом изменении импульса электрона, при перескоке электрона с одной орбиты на другую и, наконец, при аннигиляции электрона и позитрона:

$$e^- = (e^-)' + v + \bar{v}, \quad e^- + e^+ = v + \bar{v}.$$

На астрофизические следствия этого процесса указал Б. М. Понтекорво<sup>115</sup>. Первые расчеты были произведены Гандельманом и Пинаевым<sup>114</sup> для излучения электроном, пролетающим около ядра,  $e^- + Z = e^-' + + Z + v + \bar{v}$ . Однако нейтриноные процессы становятся существенными для астрофизики лишь при температуре порядка  $5 \cdot 10^8$  и выше<sup>132, 128, 151</sup>, где включается аннигиляция  $e^- + e^+$ <sup>128</sup> и урка-процесс с электронами и позитронами, типа  $e^- + p = n + v$ ,  $e^+ + n = p + \bar{v}$  (Пинаев<sup>116, 117</sup>).

В одной из первых попыток объяснения сверхзвезд<sup>118</sup> было выдвинуто предположение, что при коллапсе центральной части звезды  $v$  и  $\bar{v}$  могут унести энергию, составляющую заметную долю энергии покоя  $Mc^2$  ядра звезды. Уменьшение массы ядра вызовет уменьшение силы притяжения, действующей на внешнюю оболочку, и оболочка, которая находилась в равновесии, теперь расширится и будет частично сброшена \*).

\* ) Внутренняя часть оболочки опирается на ядро и при коллапсе также увлекается внутрь. Рассматривалась та внешняя часть, до которой гидродинамический сигнал о начале коллапса (скорость звука) еще не доехал.

В связи с этой гипотезой (оказавшейся, впрочем, несостоительной, как было показано еще в 1963 г.<sup>119)</sup>) и в связи с вопросами эволюции звезд интересно рассмотреть вопрос о скорости нейтринных потерь. При нерелятивистских электронах и позитронах скорость потери энергии равна

$$\frac{du_v}{dt} = 2,8 \cdot 10^{-40} n_+ n_- \frac{\sigma p e}{cm^3 \text{сек}} ,$$

где  $n_-$  и  $n_+$  — концентрации электронов и позитронов в  $cm^{-3}$ .

В свою очередь при нерелятивистской температуре и при такой плотности, когда газ не вырожден, уравнение термодинамического равновесия дает (см. § 2)

$$n_+ n_- = \frac{4 (2\pi m k T)^3}{(2\pi\hbar)^6} e^{-\frac{2mc^2}{kT}}, \quad \frac{p_F^2}{2m} < kT < mc^2.$$

Неравенство справа дает область применимости формулы ( $m$  — масса электрона). Подставляя числа и выражая дальше температуру в единицах  $10^9$  градусов ( $T_9$ ), получим

$$n_+ n_- = 1,7 \cdot 10^{58} T^3 e^{-11,9/T}, \quad \frac{du}{dt} = 4,8 \cdot 10^{18} T^3 e^{-11,9/T} \frac{\sigma p e}{cm^3 \text{сек}},$$

$$3 \left( \frac{q}{\mu \cdot 10^6} \right)^{2/3} < T < 6 \quad (\text{везде } T = T_9).$$

В области высокой температуры  $kT > mc^2$  число пар  $e^+$ ,  $e^-$  растет пропорционально  $T^3$ , как и число квантов; оно становится значительно больше числа первоначально взятых (нейтрализующих ядра) электронов. Произведение  $n_+ n_-$  растет как  $T^6$ , сечение аннигиляции — как  $T^2$ . Спектр рождающихся нейтрино и антинейтрино приблизительно имеет вид

$$E^6 e^{-12E/T} dE \quad (E \text{ в } M\text{эв}, T \text{ в ед. } T_9),$$

так что средняя энергия нейтрино в 6 раз больше энергии  $kT$ \*.

В этой ситуации

$$n_+ = n_- = 1,6 \cdot 10^{28} T^3 \frac{1}{cm^3}, \quad u \text{ (пар)} = 1,75 \sigma T^4 = 1,3 \cdot 10^{22} T^4 \frac{\sigma p e}{cm^3},$$

$$\frac{du_v}{dt} = 4,3 \cdot 10^{15} T^9 \frac{\sigma p e}{cm^3 \text{сек}},$$

$$T > 6, \quad \frac{T}{6} > \left( \frac{q}{\mu_e \cdot 10^6} \right)^{1/3}.$$

Фактически, как отмечают Хойль и Фаулер<sup>120)</sup>, последняя формула удовлетворительна, начиная с  $T > 3$  (заныжение на 50%, быстро уменьшающееся до 10% при  $T = 6$ ).

Можно рекомендовать промежуточную интерполяционную формулу

$$\frac{du_v}{dt} = 10^{14} T^{12,5} \frac{\sigma p e}{cm^3 \text{сек}}, \quad 1 < T < 3,$$

\*). Для сравнения заметим, что спектр равновесного фотонного излучения имеет максимум при  $\hbar\omega = 4kT$ . Еще выше максимум для фермионов. По этой причине везде ниже, где формально мы пишем, например, условие  $kT > mc^2$  и т. п., в действительности достаточно более мягкого условия  $2kT > mc^2$ . Например, для применения ультрарелятивистских формул достаточно  $T = T_9 > 3$ . Спектр вылетающих нейтрино вообще не является равновесным, поскольку вещество остается прозрачным для нейтрино. Так как взаимодействие растет с ростом энергии, излучаемый спектр жестче равновесного.

удовлетворительно заполняющую интервал, в котором плохи обе теоретические, асимптотически правильные формулы.

Наконец, в релятивистски вырожденном газе химпотенциал электронов \*) дается выражением  $\mu_- = mc^2 (\varrho/\mu_e \cdot 10^6)^{1/3}$ , а концентрация позитронов

$$T < 6, \quad \frac{\mu_-}{mc^2} > 1, \quad n_+ = 1,3 \cdot 10^{29} T^{3/2} e^{-6(1+\mu_-/mc^2)/T},$$

$$T > 6, \quad \frac{\mu_-}{mc^2} > \frac{T}{6}, \quad n_+ = 1,5 \cdot 10^{28} T^{3/2} e^{-6(1+\mu_-/mc^2)/T}.$$

Для потерь энергии приближенно получим

$$\frac{du_v}{dt} \approx 10^{-40} n_+ n_- \left( \frac{\mu_-}{mc^2} \right)^2, \quad T < 6,$$

$$\frac{du_v}{dt} \approx 3 \cdot 10^{-40} n_+ n_- \left( \frac{\mu_-}{mc^2} \right)^2 \left( \frac{T}{6} \right), \quad T > 6,$$

так что окончательно в последнем случае

$$\frac{du_v}{dt} = 5 \cdot 10^{17} T^4 \left( \frac{\varrho}{\mu_e \cdot 10^6} \right)^{5/3} e^{-6 \left[ \left( \frac{\varrho}{\mu_e \cdot 10^6} \right)^{1/3} + 1 \right] / T},$$

$$6 < T < 6 \left( \frac{\varrho}{\mu_e \cdot 10^6} \right)^{1/3}.$$

Выражения для потери энергии урка-процессом см. в работах Пинава<sup>116, 117</sup>.

Рассмотрим потери энергии в ходе свободного падения и сжатия вещества с заданным начальным значением удельной энтропии  $S_0$ . Пусть начальное состояние таково, что энергия излучения и пар преобладают над энергией первоначальной плазмы. Будем сразу писать выражения для  $T > 6$ , когда пары  $e^+$ ,  $e^-$  составляют равноправное слагаемое плотности энергии:

$$u = u_{\text{пар}} + u_{\text{изл}} = 2,75 \sigma T^4 = 2,1 \cdot 10^{22} T^4, \quad S = 2,8 \cdot 10^{22} \frac{T^3}{\varrho}.$$

Энтропия выражена в единицах эрг на грамм на  $10^9$  градусов. Уравнение изменения энтропии

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{1}{\varrho T} \frac{du_v}{dt} = - \frac{1}{\varrho} 4,3 \cdot 10^{15} T^8.$$

Остается выразить температуру через энтропию и плотность:

$$T = \left( \frac{\varrho S}{2,8 \cdot 10^{22}} \right)^{1/3}.$$

Окончательно получим

$$\frac{dS}{dt} = - 3,6 \cdot 10^{-45} \varrho^{5/3} S^{8/3}.$$

Если задана плотность в зависимости от времени  $\varrho(t)$ , например по закону свободного падения, то, выражая  $dt$  через  $d\varrho$ , немедленно получим простое, легко решаемое уравнение:

$$dt = 450 \varrho^{-3/2} d\varrho, \quad \frac{dS}{d\varrho} = - 1,6 \cdot 10^{-42} \varrho^{1/6} S^{8/3}.$$

\*) Не путать с  $\mu_e$  в скобке, молекулярным весом на один электрон.

Астрономы, не привыкшие пользоваться энтропией, должны обратить внимание на то, как упрощается вывод уравнения по сравнению с обычной процедурой, когда рассматривают энергию и работу сил давления, которая в уравнение энтропии не входит!

Находим ( $q = 0$ ,  $S = S_0$ )

$$S = [S_0^{-5/3} + 1,6 \cdot 10^{-42} q^{7/6}]^{-3/5}. \quad (6,1)$$

Зная  $S(q)$ , легко написать интеграл, дающий полную потерю энергии  $\Delta$  одного грамма вещества при сжатии от  $q = 0$  до заданной плотности  $q$ . Для этого в  $\int \frac{1}{q} \frac{du_v}{dt} dt$  выразим все величины  $S$ ,  $T$ ,  $du_v/dt$ ,  $dt$  через  $q$  и  $dq$ .

Если бы мы не учитывали уменьшения энтропии в ходе сжатия, то получили бы

$$\Delta = k_4 \int_0^p \frac{T^9}{q} dt = k_5 S_0^3 \int_0^p \frac{q^3}{q} q^{-3/2} dq \equiv \frac{2}{3} k_5 S_0^3 q^{3/2},$$

т. е. интеграл, расходящийся при верхнем пределе  $q \rightarrow \infty$ ; при стремлении  $q \rightarrow \infty$  потери неограниченно возрастили бы. Однако, подставляя выражение  $S$  (6,1), получим сходящийся интеграл

$$\Delta = 4,3 \cdot 10^{15} \cdot \frac{1}{(2,8 \cdot 10^{22})^3} \cdot 450 \int_0^{\infty} [S_0^{-5/3} + 1,6 \cdot 10^{-42} q^{7/6}]^{-9/5} q^{1/2} dq.$$

Простые вычисления дают \*)

$$\Delta = \frac{2}{3} k_5 S_0^3 q^{3/2}, \quad q^* = 1,64 (1,6 \cdot 10^{-42} S_0^{5/3})^{-6/7},$$

$$\Delta = k_6 S_0^{6/7},$$

где

$$k_5 = \frac{4,3 \cdot 10^{15} 450}{(2,8 \cdot 10^{22})^3} = 10^{-49,06}, \quad k_6 = 10^{4,85}.$$

Величина  $q^*$  характеризует ту плотность, при которой эффективно уменьшение энтропии приостанавливает потерю энергии;  $\Delta$ , вычисленное при сжатии до  $q = \infty$  с учетом уменьшения энтропии, выражается через  $q^*$  так же, как выражается через  $q$  потеря энергии  $\Delta$  при  $S = \text{const}$  и сжатии до  $q$ .

Это характерное значение  $q^*$  нужно сопоставить с той плотностью, при которой происходит гравитационное самозамыкание за счет приближения к шварцшильдовскому радиусу  $q_g = 1,8 \cdot 10^{18} (M/M_{\odot})^2$ . Выразим начальную энтропию  $S_0$  через массу звезды.

Представляется следующая картина процесса. Звезда медленно эволюционирует, проходя последовательность равновесных состояний. Наконец, достигается критическое состояние с показателем адиабаты, равным  $4/3$  (или несколько большим, с учетом поправок на ОТО). Такой показатель достигается в двух случаях: 1) за счет релятивистского вырождения электронного газа в том случае, если масса не на много больше чандraseкаровского предела для белых карликов; этот случай дальше не рассматривается; 2) в противоположном случае показатель  $4/3$  соответствует преобладанию энергии излучения; электронно-позитронных пар

\*) Безразмерный интеграл

$$\int_0^{\infty} (1 + Z^{7/6})^{-9/5} Z^{1/2} dZ = 1,4.$$

при этом еще нет. Как было подробно показано ранее, в этом случае

$$T = 0,02 \rho^{1/3} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{1/6} (T \text{ в ед. } T_9).$$

Соответствующее выражение энтропии (в стадии без пар!)

$$S = \frac{4}{3} \sigma \frac{T^3}{\rho} = 0,97 \cdot 10^{22} \frac{T^3}{\rho} = 8 \cdot 10^{16} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \frac{\text{зре}}{10^6 \text{ град. э.}}.$$

Рождение пар само является причиной уменьшения  $\gamma$  до величины, меньшей  $4/3$ , т. е. причиной начала катастрофического падения.

Это падение происходит адиабатически, т. е. с постоянной энтропией; ситуация, когда пары становятся равноправным участником равновесия, достигается раньше, чем нейтрино успеют заметно уменьшить энтропию. Таким образом, в области  $0,5 < T < 3$  происходит переход к формулам

$$u = 2,75 \sigma T^4, \quad S = 2,8 \cdot 10^{22} \frac{T^3}{\rho},$$

откуда получим

$$T = 0,014 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{1/6} \rho^{1/3}.$$

При адиабатическом (без потерь) скатии до плотности, соответствующей гравитационному самозамыканию,  $\rho_g = 1,8 \cdot 10^{16} (M/M_\odot)^{-2}$ , получается важный физический вывод: энергия фотонов и пар единицы объема составляет  $0,24$  энергии покоя  $qc^2$ . В этом состоянии

$$T = 4000 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/2}.$$

Отдать больше, чем есть в наличии, — невозможно. Применительно к излучению нейтрино это означает, что полная излученная энергия не может превысить  $0,24 M c^2$ . Однако эта оценка крайне завышена.

В действительности же интегрирование уравнения потерь приводит к выводу, что предел равен  $0,1 M c^2$ . Если масса звезды велика,  $M > > 10^4 M_\odot$ , то излучение нейтрино, происходящее в режиме практически постоянной энтропии, ограничивается гравитационным замыканием. Для масс  $M > 10^6$  температура такова, что рождение пар становится экспоненциально малым.

С другой стороны, при  $M < 200 M_\odot$  уменьшение энтропии вследствие самого излучения нейтрино ограничивает общую потерю энергии раньше, чем происходит релятивистское самозамыкание; переход от одной области к другой весьма размытый.

При этом для эффективной плотности и температуры, при которой потеря достигла  $\Delta/2$ , имеют место выражения

$$\rho^* \sim 8 \cdot 10^{11} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-5/7}, \quad T \sim 100 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/14}.$$

Приводим табл. V для различных масс (частично по <sup>119</sup>).

Таблица V

Потеря массы коллапсирующей звездой за счет нейтринного излучения

$M/M_\odot$	10	100	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^8$
$\Delta/c^2$	0,05	0,1	0,1	0,1	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$10^{-12}$
$T(T_9)$	85	70	50	36	11	3,6	0,5
$\rho_g, \rho^*$	$1,6 \cdot 10^{11}$	$2,5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^4$	2

В действительности вся табл. V представляет собой чрезвычайно грубое приближение. В области малых масс  $M < 100M_{\odot}$  необходимо учитывать энергию плазмы и вырождение электронов. Все процессы, в том числе и гравитационное замыкание, нужно рассматривать на фоне истинного гидродинамического решения, зависящего как от времени, так и от координат<sup>113</sup>. Нужно учесть также рассеяние нейтрино<sup>128</sup>. Приведенные величины  $\Delta$  при этом могут уменьшаться в несколько раз.

Вместе с тем основные качественные выводы, перечисляемые ниже, можно считать установленными вполне надежно.

1. Потеря энергии нейтрино при коллапсе всегда составляет малую долю энергии покоя и не может быть причиной срыва оболочки.

2. Общая межгалактическая плотность нейтрино и антинейтрино, родившихся при коллапсе, не превышает 5% средней плотности коллапсировавших звезд.

3. При коллапсе звезд с малой массой ( $M < 3M_{\odot}$ ) в ходе нейтронизации могут рождаться нейтрино с энергией до  $30-40$  Мэв, в количестве до  $0,25-0,5$  на нуклон, что дает  $\Delta/c^2 \sim 1\%$ .

4. При коллапсе звезд с  $100M_{\odot} > M > 3M_{\odot}$  рождаются  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  с широким спектром со средней энергией порядка  $30-50$  Мэв; потеря энергии до  $\Delta/c^2 \sim 5\%$  соответствует выходу до одного  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  на нуклон.

Область малых масс и высоких температур нуждается в дальнейшем рассмотрении. Не исключено рождение небольшого количества мюонных нейтрино.

Во всяком случае очевидно, что реализация современных экспериментальных идей, которые позволяют определять энергию и направление полета нейтрино, может дать астрофизике исключительно ценные сведения.

### в) Выделение ядерной энергии, темп и устойчивость эволюции

Наряду с общими закономерностями астрономические наблюдения обнаруживают большое качественное разнообразие в мире звезд. Это разнообразие касается химического и изотопного состава звезд. Наблюдаются звезды, в которых содержание редких земель в 1000 раз больше среднего, звезды с отношением  $C^{13} : C^{12} \approx 1$  (вместо 0,01 на Земле); известна, наконец, одна звезда с  $He^3 : He^4 = 4$  (вместо  $10^{-7}$ ). Некоторые звезды имеют аномально большие магнитные поля.

Есть звезды, периодически меняющие свой блеск (цефеиды), звезды, регулярно вспыхивающие, наконец, звезды, испытывающие катастрофические взрывы (сверхновые). Известный пример вспышки сверхновой — это взрыв, давший начало Крабовидной туманности.

Очень грубо можно считать, что все недавно образовавшиеся молодые звезды, состоящие в основном из водорода или 60% водорода, 40% гелия и 1% более тяжелых элементов, похожи друг на друга. Все свойства таких звезд полностью определяются массой; эти звезды образуют однопараметрическое семейство. На диаграмме спектр — светимость они образуют «главную последовательность» Герцшпрунга — Рессела. Понятие молодости звезды в свою очередь зависит от скорости потребления горючего: звезда с  $M \sim M_{\odot}$  достигает среднего возраста через  $5 \cdot 10^9$  лет, звезда с массой  $30M_{\odot}$  исчерпывает водород и старится за  $10^6$  лет.

Именно для периода эволюции после исчерпания водорода характерно разнообразие наблюдаемых свойств и поведения звезды. Вопросы, возникающие в связи с этой стадией эволюции, не полностью разъяснены

и, по-видимому, не связаны специально с релятивистскими эффектами. Поэтому мы только очень кратко остановимся на них.

Какие параметры могут создавать разнообразие свойств звезд, если полагать, что все звезды первоначально конденсируются из газа примерно одинакового состава? Ведь все звезды проходят на главной последовательности Летическую стадию \*).

В данном случае звезда «забывает» об асимметрии, турбулентности и температуре исходного газа, из которого она конденсировалась. Что же «запоминает» звезда, от чего может зависеть ее дальнейшее развитие? Уже упоминалась масса, основная характеристика звезды. В период горения водорода на главной последовательности потеря массы пренебрежимо мала, масса сохраняется.

Вторая сохраняющаяся величина — момент вращения звезды. По-видимому, магнитные свойства тоже следует рассматривать как врожденное свойство звезды, как инвариант; впрочем, это, отнюдь, не очевидно: не выяснено до сих пор, в какой мере магнитное поле звезды является результатом усиления магнитного поля межзвездной среды при конденсации звезды. Другая возможность — появление магнитных полей как результат конвективных движений в ней (динамо-эффект) <sup>121</sup>; ср. теорему Бэйчелора о магнитном поле в турбулентной проводящей жидкости. Наконец, на судьбу звезды может существенно влиять наличие близкой соседней звезды, с которой она образует тесную двойную систему. Об этом часто забывают теоретики, а между тем среди определенных классов звезд двойные звезды весьма распространены; есть предположение, что все «новые» являются двойными. Напомним в этой связи соображения о возрасте двух компонентов Сириуса (см. далее, § 12), а также ограничения, налагаемые на параметры двойных звезд излучением гравитационных волн (см. статью Брагинского на стр. 433 настоящего выпуска УФН).

Перейдем теперь от перечисления параметров, характеризующих звезду и условия ее эволюции, к выяснению тех глубоких внутренних причин, которые могут вызвать ту или иную неустойчивость звезды. По-видимому, в целом все перечисленные факторы: вращение, магнитное поле, наличие второго компонента — являются малым возмущением по сравнению с основой основ, которой является сила тяготения, зависящая от полной массы. Поэтому эти факторы существенно влияют на эволюцию лишь в периоды малой устойчивости звезды. Часто — но неточно! — говорят, что быстрое поглощение тепла может быть причиной катастрофического сжатия \*\*), и рассматривают испускание нейтрино наравне с такими процессами, потребляющими энергию, как диссоциация железа  $Fe^{56} = 14He^4 + 4n$  или рождение пар  $e^+ + e^-$ . В действительности испускание нейтрино есть фактор, вызывающий изменение энтропии. Скорость потери нейтрино входит в правую часть уравнения

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{1}{qT} \frac{du_v}{dt}.$$

При наличии стабильных решений, зависящих от  $S$  как параметра, скорость изменения энтропии определяет скорость эволюции. Скорость сжатия всегда меньше скорости света. Пока не наступило гравитационное самозамыкание, нейтрино успевают покинуть звезду. Испускание нейтрино есть существенно неравновесный процесс, и в этом его резкое отличие от рождения пар  $e^+, e^-$ . В горячем веществе время установления равно-

\*) Это новообразование <sup>35</sup> происходит от названия мифологической реки Леты, отделяющей царство живых от царства мертвых. Лета — река забвения.

\*\*) Для этого сжатия есть особый термин: имплозия (implosion) — «взрыв внутрь», в отличие от эксплозии (explosion) — «взрыва во вне» с выбросом вещества.

весия этих пар ничтожно по всем масштабам; например, при  $T_9 = 6$  это время порядка  $10^{-18}$  сек. Следовательно, в каждый момент и в каждой точке пары находятся в полном равновесии, их количество не определяется скоростью процесса. Термо, затраченное на образование пар, не исчезло: стоит веществу расширяться и температуре понизиться, как число пар уменьшится, следуя условию равновесия, и затраченное тепло выделится обратно. Равновесное рождение пар не является фактором, меняющим энтропию. Рождение пар меняет вид  $p = p(q, S)$ , т. е. меняет зависимость давления от плотности при данной энтропии. То же относится и к диссоциации железа и гелия. В результате в определенной области температур и плотностей достигается

$$\gamma = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln q} \Big|_S \leq \frac{4}{3}$$

и теряется устойчивость. Суть дела, конечно, заключается в том, что с учетом затраты энергии покоя  $e^+$  и  $e^-$  или затраты энергии на преодоление ядерных сил отношение дополнительного давления новых частиц к плотности энергии оказывается малым, меньше  $1/3$ . Однако описание этого обстоятельства введением специальных величин  $dQ/dT$  представляется печальным следствием недооценки термодинамических методов и той ясности и удобства, которые достигаются при пользовании энтропией.

В плоскости  $q, T$  можно провести линию, на которой  $\gamma = 4/3$ . Эта линия отделяет область устойчивости от области неустойчивости. В самых грубых предположениях о структуре звезды можно провести линии  $p = aM^{2/3}q^{4/3} = \text{const} \cdot q^{4/3}$ , соответствующие среднему гидростатическому равновесию. Пересечение такой линии с линией  $\gamma = 4/3$  означает потерю устойчивости звездой данной массы.

Например, по расчетам Имшеника и Надежина<sup>130</sup> для звезды с  $M = 20M_{\odot}$   $\gamma = 4/3$  достигается при  $q \approx 6 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ ,  $T_9 \approx 4,8$ . Однако в ходе дальнейшего адиабатического сжатия после области  $\gamma < 4/3$  линия  $S = \text{const}$  пересекает вторую линию  $\gamma = 4/3$  и снова попадает в область устойчивости. Причиной является образование большого числа нерелятивистских частиц при диссоциации железа  $\text{Fe} \rightarrow \alpha + n \rightarrow p + n$ .

Таким образом, после быстрого нестационарного сжатия может наступить остановка в новом состоянии равновесия. В процессе остановки возникают ударные волны, которые, распространяясь к поверхности атмосферы звезды, передают энергию все меньшей массе и срывают самый наружный слой. Таков механизм вспышки сверхновой, рассмотренный в работах Надежина и Франк-Каменецкого<sup>122</sup>. Эти авторы подробно изучили гидродинамику процесса установления нового равновесия и сброса оболочки волной, не останавливаясь на причинах, вызвавших исходный срыв со старого равновесия. Внешние свойства в рассчитанной ими картине хорошо согласуются с наблюдениями.

Второй важнейший фактор неустойчивости, много лет пропагандируемый Хойлем и Фаулером<sup>10, 120, 123</sup>, связан с неравномерностью состава звезды. При отсутствии конвективного перемешивания в момент, когда в центре звезды достигнуто полное термодинамическое равновесие и вещество вблизи центра полностью превратилось в железо, — в прилегающем слое содержится кислород и углерод, дальше — гелий и, наконец, во внешнем слое остается несгоревший водород.

Превращение водорода в гелий связано со слабым взаимодействием и никогда не может стать быстрым; поэтому не будем учитывать энергию водорода. Но и без водорода энергия превращения более тяжелых ядер больше отрицательной энергии звезды как целого. Это значит, что запас ядерной энергии, например, реакции  $2\text{O}^{16} \rightarrow \text{S}^{32}$  вместе с тепловой энергией звезды достаточен для преодоления тяготения и разбрасывания всей

звезды на бесконечность. Процессы  $3\text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12}$ ,  $2\text{C}^{12} \rightarrow \text{Mg}^{24}$ ,  $20^{16} \rightarrow \text{S}^{32}$  не требуют превращения протонов в нейтроны, они идут за счет сильного взаимодействия (ядерных сил).

При достаточно высокой температуре, которая ослабит действие кулоновского отталкивания ядер, эти процессы могут идти за время меньше времени свободного падения, т. е. идти как взрывные. Хойл и Фаулер развили схему взрыва, вызванного имплозией: ударная волна, проходя через соответствующие слои, вызывает в них ядерные реакции с выделением тепла. Другими словами, ударная волна превращается в детонационную волну. Все вышележащие слои сбрасываются с гигантскими скоростями. Но не нужно думать, что железное ядро при этом уцелеет: если даже первоначально оно сожмется вследствие повышения давления при начале ядерной реакции, то затем, лишенное наружного давления улетевшей оболочки, ядро также расширится и разлетится.

Нужно помнить, что энтропия материала ядра соответствовала равновесию ядра только при условии, что она находится под давлением вышележащих слоев звезды. Однако эта энтропия значительно больше равновесной  $S_e$  для меньшей массы, остающейся после сброса оболочки.

Итак, звезда в каждый момент своей эволюции почти до полного исчерпания горючего «сидит на пороховой бочке», содержит запас горючего, достаточный для самоубийства. Является ли имплозия единственным механизмом, способным взорвать звезду? Насколько устойчиво в отношении теплового взрыва состояние, вполне устойчивое в гидродинамическом отношении?

В первой части обзора тепловая устойчивость связывалась с отрицательной теплоемкостью звезды. Есть две причины, которые в определенных условиях создают тепловую неустойчивость.

1) Отрицательная теплоемкость характерна для невырожденной плазмы. При высокой плотности и не слишком высокой температуре, когда имеет место существенное вырождение электронов, теплоемкость звезды становится положительной. В сущности внимательный читатель должен был обнаружить это уже в первой части. В ходе уменьшения энтропии у звезды с  $M = M_\odot$  температура сначала растет, а потом убывает; белый карлик остывает до низкой температуры. Убывание температуры с убыванием энтропии и означает положительную теплоемкость. Это обстоятельство приводило к резкой остановке ядерной реакции, к застыванию состава белого карлика. Падение температуры уменьшает скорость реакции, отставание реакции от теплопотерь создает условия падения энтропии, что при положительной теплоемкости в свою очередь снижает температуру. В других условиях, при другом составе эта же неустойчивость может привести к тепловому взрыву.

2) Еще важнее второе обстоятельство. Отрицательная теплоемкость есть понятие, относящееся к звезде как целому, результат перестройки плотности всей звезды при повсеместном изменении ее энтропии. Каждый отдельный малый слой вещества в звезде имеет положительную теплоемкость, равную  $c_p$ : каждый слой находится при постоянном давлении вещества, находящегося над ним. Поэтому в принципе возможен тепловой взрыв отдельного слоя. Этот процесс затруднен тем, что данный слой находится в тепловом контакте с выше и ниже лежащим веществом. Но если взять слой слишком толстый, увеличение энтропии в нем уже будет сопровождаться заметным уменьшением давления — теплоемкость увеличивается и в пределе, переходя через  $c = \pm \infty$ , становится отрицательной, когда слой сравним со всей звездой.

При достаточно сильной температурной зависимости реакции, идущей в слое между выгоревшим ядром и оболочкой, возможно существование

таких тепловых возмущений, относительно которых стационарный режим неустойчив. Процесс взрыва с нарастанием энтропии в слое затруднен при наличии конвекции. Само возрастание энтропии в слое создает условия для конвективного перемешивания.

Возможно, что тепловые взрывы, развитие которых обрывается усилением конвекции, играют роль при многократных вспышках (см. также вторую сноска на стр. 469).

Аномальный состав атмосферы звезд указывает на смешение вещества, никогда не горевшего (водород, гелий), с веществом, побывавшим в недрах звезды и содержащим тяжелые ядра  $^{123}$ . Эти ядра могут возникнуть лишь путем присоединения нейтронов к ядрам середины таблицы, Менделеева, т. е. требуют столь высокой температуры, при которой водород не мог бы выжить. Наконец, есть особенности состава ( $\text{He}^3 : \text{He}^4 > 1$ ), которые, по мнению ряда авторов  $^{123-125}$ , указывают на сильнейшее облучение вещества частицами с энергией во много  $M_e$ , т. е. частицами типа космических лучей, не находящимися в термическом равновесии.

Изложенное никак не претендует на исчерпывающее описание нестационарных явлений. Однако мы надеемся, что даже такой краткий обзор даст читателю представление о характере возможной теории и, может быть, привлечет новых математиков и физиков к ее разработке.

### § 7. ДВИЖЕНИЕ ПРОБНЫХ ЧАСТИЦ И ЛУЧЕЙ СВЕТА В ПОЛЕ ШВАРЦШИЛЬДА

#### a) Потенциальные кривые движения

В первой части обзора разобрано движение частиц и света по радиусу в поле Шварцшильда. Здесь мы остановимся на общем случае нерадиальных траекторий. Этот вопрос давно детально проанализирован. Полная классификация движений имеется, например, в книге А. Ф. Богородского  $^{19}$ ; см. также  $^{20}, 21$ . Анализ принципиальных вопросов устойчивости при движении по круговым орбитам дан в работе С. А. Каплана  $^{22}$ .

Уравнения движения в полярных координатах имеют вид (траектория плоская)

$$\left( \frac{d\tilde{l}}{d\tau} \right)^2 = \frac{E^2 - 1 + \frac{1}{r} - \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^3}}{E^2}, \quad (7.1a)$$

$$\left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \frac{a^2}{E^2 r^4} \left( 1 - \frac{1}{r} \right). \quad (7.1b)$$

Для удобства уравнения записаны через безразмерные величины. Здесь  $r$  — шварцшильдовская радиальная координата, измеренная в единицах гравитационного радиуса  $r_g = 2GM/c^2$ ;  $d\tilde{l} = dr/\sqrt{1 - 1/r}$  — элемент радиального расстояния (см.  $^1$ );  $\tau$  — физическое время, измеряемое локальным наблюдателем (см.  $^1$ ) в единицах  $r_g/c$ ;  $a$  — момент импульса, измеренный в единицах  $mcg$ ;  $E$  — энергия, измеренная в единицах  $mc^2$ ;  $m$  — масса пробной частицы. В энергию включена масса покоя, поэтому для частицы, покоящейся на бесконечности,  $E = 1$ . На расстояниях, больших по сравнению с гравитационным радиусом, т. е. при  $r \gg 1$  и при малой по сравнению с 1 энергией движения,  $|E - 1| \ll 1$ , мы получаем из (7.1) уравнения кеплеровой задачи в ньютоновской теории тяготения. Действительно, при этих условиях слагаемым  $a^2/r^3$  в (7.1a) можно пренебречь,  $d\tilde{l} \approx dr$ ,  $E^2 - 1 \approx 2(E - 1)$ . В этом случае  $(-1/r)$  — потенциал тяготения,  $a^2/r^2$  — потенциал центробежных сил. Равенство нулю числиеля в (7.1a) дает, очевидно, потенциальную кривую радиального движения.

Для ньютоновой теории такая кривая  $E = E(r, a_1)$  для фиксированного  $a_1$  изображена на рис. 7. При любом  $a_1$  кривая имеет минимум. Качественные особенности движения пробной частицы сразу видны на этом рисунке. Движение происходит при постоянной энергии  $E_1$ , и изображается горизонталью  $E = E_1$ . Частица с моментом  $a_1$  перемещается вдоль горизонтали до соответствующей кривой поворота  $E = E(r, a_1)$ , затем движется в обратном направлении снова до пересечения с той же кривой и т. д., совершая финитное движение в «потенциальной яме». В соответствии с тем, что в этом примере выбрана  $E_1 < 1$ , а энергия, как и в ОТО, отсчитывается от  $mc^2$  (от 1 в наших единицах), частица не уходит в бесконечность.

Если энергия частицы  $E_2 > 1$  (рис. 7), то она приходит по гиперболе из бесконечности, достигает минимального  $r$ , соответствующего пересечению  $E_2$  с кривой  $E = E(r, a_1)$ , и снова уходит в бесконечность. Так как потенциальные кривые при  $r \rightarrow 0$  стремятся к бесконечности,  $E \rightarrow \infty$ , при любой большой энергии частица, обогнув притягивающий центр,

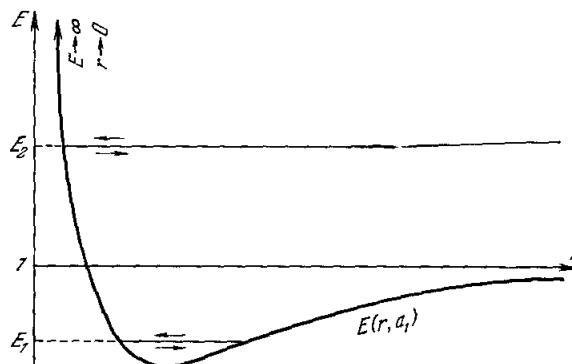


Рис. 7. Потенциальная кривая радиального движения в ньютоновой теории при фиксированном моменте  $a_1$ .

$E_1 < 1$  — горизонталь финитного (эллиптического) движения;  $E_2 > 1$  — горизонталь гиперболического движения.

уйдет снова в бесконечность, разумеется, если она не натолкнется на поверхность притягивающего тела. Гравитационный захват в ньютоновой теории двух точечных тел невозможен.

Обратимся теперь к релятивистской теории, к точному уравнению (7.1а). Здесь вид потенциальных кривых иной (рис. 8). Благодаря слагаемому  $a^2/r^3$  потенциальная кривая не поднимается неограниченно вверх, как в ньютоновой теории, а загибается вниз, стремясь к нулю на гравитационном радиусе  $r = 1$ . Одна из таких кривых изображена на рис. 8. Кривая имеет и минимум, и максимум.

Движение пробной частицы с  $E_1 < 1$  в потенциальной яме (рис. 8) аналогично разобранному выше. Только в отличие от ньютоновой теории орбита частицы не есть замкнутая кривая ( подробности в <sup>19</sup>). В ньютоновой задаче «случайно» период радиальных колебаний равен времени изменения  $\phi$  на  $2\pi$ , что и означает замкнутость кривой. В ОТО это не так. Знаменитое вековое смещение перигелия Меркурия на  $42''$  в столетие есть проявление этой особенности.

При  $1 < E_2 < E_{\max}$  горизонталь  $E_2 = \text{const}$  справа уходит в бесконечность, а слева упирается в кривую поворота. В этом случае частица приходит из бесконечности и уходит в бесконечность аналогично гиперболическому движению в ньютоновой теории.

Важной особенностью потенциальной кривой в поле Шварцшильда является наличие максимума. Для частицы с  $E_3 > E_{\max}$  горизонталь  $E = E_3$  не встречает потенциальной кривой. Такая частица достигает сферы гравитационного радиуса ( $r = 1$  в наших единицах) и не уходит дальше в бесконечность. Происходит гравитационный захват частицы. Об этой важной особенности релятивистской теории подробнее сказано дальше.

Отметим еще следующее любопытное обстоятельство. Если частица имеет энергию лишь немного меньше  $E_{\max}$ , то вблизи точки поворота

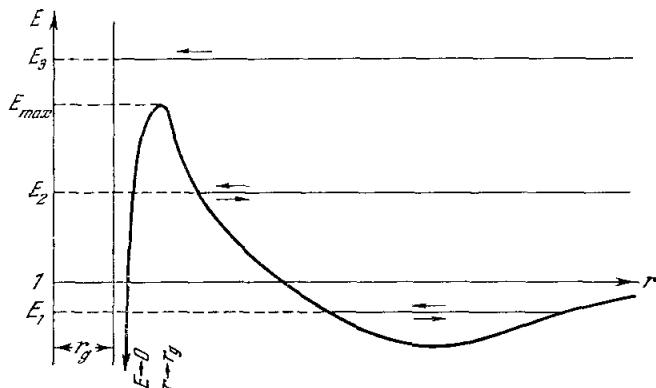


Рис. 8. Потенциальная кривая радиального движения в ОТО при фиксированном моменте  $a_1$ .

$E_1 < 1$  — горизонталь финитного движения;  $1 < E_2 < E_{\max}$  — горизонталь гиперболического движения;  $E > E_{\max}$  — частица приближается к гравитационному радиусу и не уходит в бесконечность.

график правой части в (7,1a) подходит к нулю со сколь угодно малым наклоном, т. е. при изменении  $r$  на малую величину  $dr$  частица успевает описать сколь угодно большой угол  $\varphi$ , а значит, вблизи  $r_{\min}$  она может сделать много оборотов, прежде чем снова уйдет в бесконечность. В этом случае вблизи  $r_{\min}$  орбита совсем не похожа на ньютонову гиперболу. При  $E = E_{\max}$  траектория будет навиваться на окружность  $r = r_{E_{\max}}$ .

### б) Круговые орбиты

Если точка находится в экстремуме кривой  $E(r, a_1) = 0$ , то это означает, что тождественно  $dr \equiv 0$  и частица движется по кругу с  $r = \text{const}$ . Очевидно, что круговое движение в минимуме  $E$  устойчиво: при малом возмущении частица, получив малые изменения  $E$  и  $a_1$ , будет совершать финитное движение (рис. 9), соответствующее  $E = E_{\min} + \delta E_1$  и новой кривой поворота  $E = E(r, a_1 + \delta a_1)$ . Новая траектория мало отличается от прежней окружности.

Движение по окружности  $r_{E_{\max}}$  в максимуме кривой  $E$  неустойчиво; теперь малое возмущение заставит частицу либо уйти в бесконечность, либо упасть к гравитационному радиусу.

Мы видели, что в ньютоновой теории потенциальная кривая при любом  $a$  имеет минимум. Следовательно, в ньютоновой теории для любого  $a$  существует устойчивая круговая орбита. Чем меньше  $a$ , тем ближе орбита расположена к центру; когда  $a \rightarrow 0$ , то  $r \rightarrow 0$ . В эйнштейновской теории это не так: существует минимальный радиус круговой орбиты, на которой движение устойчиво, и соответственно минимальная энергия

кругового движения. На это обстоятельство впервые обратил внимание С. А. Каплан<sup>22</sup>. Чтобы убедиться в сказанном, достаточно построить графики  $E = E(r, a)$  для разных  $a$  (рис. 10).<sup>1</sup>

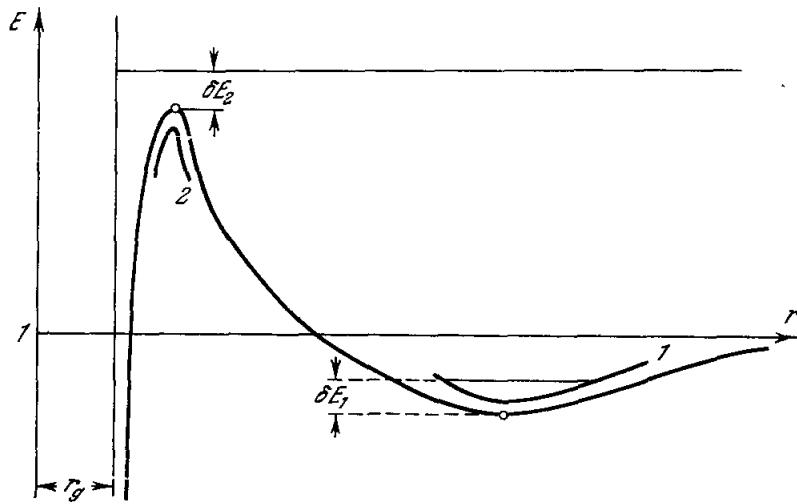


Рис. 9. Движение по круговой орбите в минимуме потенциальной кривой устойчиво, в максимуме неустойчиво.

1 — Потенциальная кривая  $E = E(r, a_1 + \delta a_1)$ ; 2 — потенциальная кривая  $E = E(r, a_1 + \delta a_2)$ .

Мы видим, что при  $a < \sqrt{3}$  графики не имеют экстремумов. При  $a > \sqrt{3}$  каждая кривая имеет два экстремума — минимум и максимум.

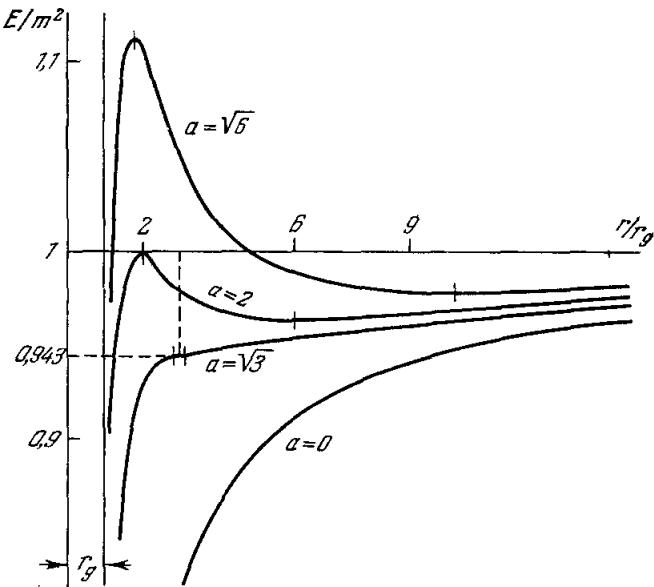


Рис. 10. Потенциальные кривые для разных моментов  $a$ .  
Цифры около кривых обозначают момент  $a$ .

Минимумы соответствуют устойчивым орбитам и имеют  $r > 3$  и соответственно  $\sqrt{8/9} < E_{\min} < 1$ . Координаты максимумов при  $a$ , возрастаю-

щем от  $\sqrt{3}$  до  $\infty$ , монотонно уменьшаются от  $r=3$  до  $r=3/2$ , а энергия  $E_{\max}$  увеличивается от  $E_{\max} = \sqrt{8/9} = 0,943$  до  $E_{\max} = \infty$ .

Таким образом, ближайшая к центру устойчивая круговая орбита имеет  $r = 3$ . Скорость движения на ней  $v_{\text{круг}} = c/2$ , соответствующая минимальная энергия  $E_{\text{крит}} = 0,943 mc^2$ .

Напомним, что для далекого наблюдателя все процессы в гравитационном поле протекают с замедлением в  $\sqrt{g_{00}} = \sqrt{1 - r_g/r}$  раз (см. 1). Этот наблюдатель будет видеть движение частицы на критической круговой орбите с периодом

$$T = \frac{12\pi}{(2/3)^{1/2}} \frac{r_g}{c} .$$

Если на частице имеется монохроматический излучатель с частотой  $\omega_0$ , то частота света, воспринимаемая наблюдателем, определяется по формуле (см. 1)

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}} \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} .$$

Первый множитель после  $\omega_0$  описывает замедление времени в гравитационном поле, второй — эффект Дошплера. Для частицы, движущейся на  $r_{\text{крит}}$ , плоскость орбиты которой проходит через луч зрения наблюдателя, в момент движения к наблюдателю  $\omega = \sqrt{2}\omega_0$  — фиолетовое смещение, в момент движения от наблюдателя  $\omega = \omega_0 \sqrt{2}/3$  — красное смещение; для покоящегося источника с тем же  $r_{\text{крит}} = 3r_g$   $\omega = \sqrt{2/3} \omega_0$  — красное гравитационное смещение.

Ближе к тяготеющему центру в интервале  $3/2 < r < 3$  расположены неустойчивые круговые орбиты. Скорость движения по последней из них (неустойчивой) с  $r = 3/2$  равна световой,  $v = c$ . Это соответствует бесконечной энергии  $E = \infty$ . Ближе к гравитационному радиусу (напомним, что он соответствует в принятых единицах  $r = 1$ ) вообще нет круговых орбит (это было отмечено еще Эйнштейном).

### в) Гравитационный захват нерелятивистской частицы

Разберем важный для физических приложений случай движения тела, имеющего на бесконечности скорость  $v_\infty$ , пренебрежимо малую по сравнению с  $c$ , и соответственно  $E = 1$ . Проследим качественно движение такого тела при разных  $a$ . Это движение на графике  $E, r$  изображается горизонталью  $E = 1$  (рис. 10). Если момент импульса на бесконечности меньше  $a_{\text{крит}} = 2$ , то горизонталь  $E = 1$  не встречает кривой поворота  $E = E(r, a)$  и, значит, траектория частицы заканчивается на сфере Шварцшильда. При  $a_{\text{крит}} = 2$  траектория навивается в окружность  $r = 2$ . Если же  $a > 2$ , то тело снова уходит в бесконечность. Когда  $a$  мало отличается от  $a_{\text{крит}} = 2$ , частица, прежде чем уйти в бесконечность, совершает много оборотов вблизи  $r = 2$ . Асимптотическая формула для числа оборотов имеет вид <sup>23</sup>

$$N = - \frac{\ln(a-2)}{2^{3/2}\pi} .$$

Вернемся теперь к вопросу о гравитационном захвате. Как уже подчеркивалось, в ньютоновой теории частица, прилетающая из бесконечности, если она не ударяется о поверхность центрального тела, снова

улетает в бесконечность — гравитационный захват невозможен. В эйнштейновской теории, как мы видели, частица с  $a \leq 2$  гравитационно захватывается; она уже не уходит в бесконечность. Безразмерное сечение захвата

$$\sigma_a = 4\pi \left( \frac{c}{v_\infty} \right)^2 \quad (v \ll c). \quad (7.2)$$

Сравним этот захват с «геометрическим захватом» частицы тяготеющим шаром радиуса  $R$  в ньютоновой теории, т. е. со случаем, когда частица вблизи перигея наталкивается на поверхность шара. В этом случае сечение захвата (в тех же единицах)

$$\sigma_b = R\pi \left( \frac{c}{v_\infty} \right)^2, \quad (7.3)$$

где  $R$  — радиус шара.

Сравнивая (7.2) с (7.3), видим, что в релятивистском случае захват эффективно происходит так же, как в ньютоновой теории, но с центральным телом радиуса

$$R = 4r_g.$$

Подчеркнем еще, что в ньютоновой теории захват на шар происходит с ударом о его поверхность. В поле Шварцшильда захваченное тело, совершив конечное число оборотов по спиральной траектории, подходит к сфере Шварцшильда, асимптотически замедляя для далекого наблюдателя свою скорость. Такой подход растягивается для внешнего наблюдателя на бесконечное время (как это подробно описано в<sup>1</sup> для случая движения по радиусу). Никакого удара здесь нет. Заметим еще, что траектория подходит к сфере Шварцшильда всегда перпендикулярно, по радиусу (см. (7.1а), (7.1б)). Поэтому все формулы, приведенные в<sup>1</sup> для частицы, падающей по радиусу, будут вблизи сферы Шварцшильда асимптотически справедливы и в общем случае ненулевого момента  $a$  падающей частицы \*).

### г) Движение ультрарелятивистских частиц и лучей света

Рассмотрим теперь прямо противоположный случай движения частицы, ультрарелятивистской везде и даже на бесконечности. Такими частицами, конечно, всегда являются фотоны и нейтрино.

Уравнение для частицы, движущейся в поле Шварцшильда с фундаментальной скоростью  $c$ , получается из (7.1) предельным переходом  $v_\infty \rightarrow c$ , что соответствует  $E \rightarrow \infty$ . Замечая, что при  $E \rightarrow \infty$   $a/E \rightarrow l$ , где  $l$  — прицельное расстояние траектории на бесконечности, получаем в пределе  $E \rightarrow \infty$

$$\left( \frac{d\tilde{l}}{d\tau} \right)^2 = 1 - \frac{l^2}{r^2} + \frac{l^2}{r^3}, \quad (7.4a)$$

$$\left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \frac{l^2}{r^4} \left( 1 - \frac{1}{r} \right). \quad (7.4b)$$

В ньютоновой теории отсутствует слагаемое  $l^2/r^3$  в (7.4а), множитель в круглых скобках в (7.4б) и  $d\tilde{l} \approx dr$ . Это — равномерное движение по прямой.

\*.) Разумеется, мы все время подразумеваем, что в релятивистском случае движения центральная масса уже сколлапсировала и частица не наталкивается на ее поверхность.

Наличие члена  $l^2/r^3$  приводит к тому, что луч света, проходя вблизи тяготеющей массы, отклоняется от прямолинейного движения. При больших  $l$  (а значит, и больших  $r_{\min}$ ) это отклонение невелико. Для луча, касающегося поверхности Солнца, оно составляет  $1'',75$ . Именно это предсказание Эйнштейна, блестяще подтвержденное во время полного солнечного затмения 1919 г., было одним из первых экспериментальных доказательств справедливости общей теории относительности.

При малых  $r$  траектория луча может сильно отличаться от прямой. Кривая поворота — зависимость  $r_{\min}$  от  $l$  — изображена на рис. 11. Из рисунка видно, что луч (или ультрарелятивистская частица), идущий из бесконечности с прицельным параметром  $l \leq 3\sqrt{3}/2 \approx 2,6$  (напомним, что все расстояния измеряются в единицах  $r_g$ ), не встречает кривой поворота и, следовательно, гравитационно захватывается. В этом случае, как и в случае нерелятивистской частицы, траектория подходит к сфере Шварцшильда

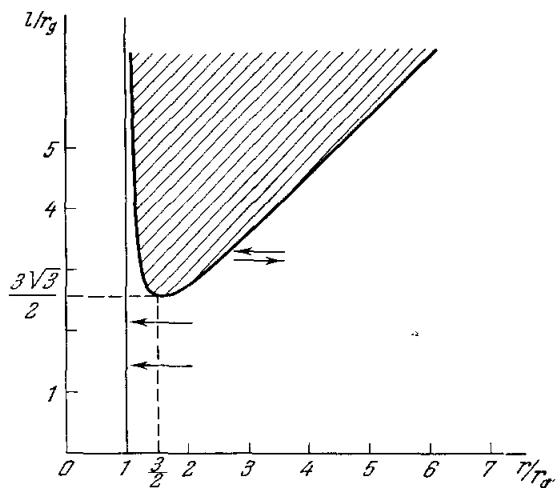


Рис. 11. Кривая поворота релятивистской частицы.

$l$  — прицельное расстояние на бесконечности. Частицы с  $l/r_g < 3\sqrt{3}/2$  гравитационно захватываются.

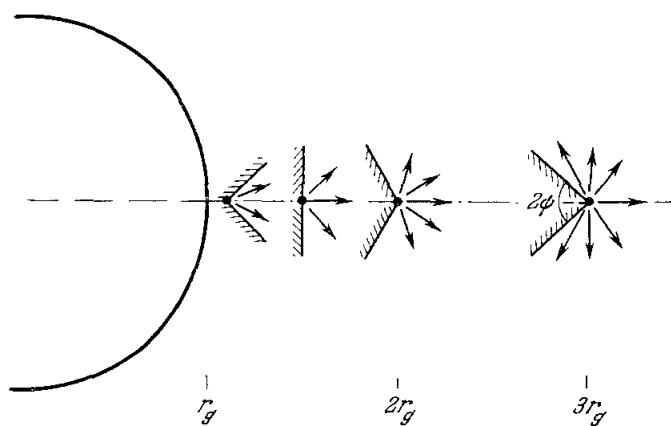


Рис. 12. Гравитационный захват излучения: лучи, вышедшие из каждой точки внутри заштрихованной конической полости, гравитационно захватываются.

перпендикулярно. Здесь также вблизи предельной сферы справедливы асимптотические формулы, приведенные в<sup>1</sup> для случая радиального движения. В частности, время приближения луча к сфере Шварцшильда растягивается в бесконечность для внешнего наблюдателя.

Итак, сечение гравитационного захвата ультрарелятивистской частицы

$$\sigma = \frac{27}{4} \pi.$$

Заметим еще, что луч света, испущенный источником, покоящимся на радиусе  $r$ , не при всех углах выхода может уйти в бесконечность. На рис. 12 лучи, выходящие внутри заштрихованного конуса, не уходят в бесконечность. Формула для угла  $\psi$  (рис. 12)

$$|\operatorname{tg} \psi| = \frac{\sqrt{1-1/r}}{\sqrt{1/r-1+4/27r^2}}. \quad (7,5)$$

### § 8. ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Предсказание существования волны тяготения <sup>24</sup> является, пожалуй, одним из самых важных и интересных предсказаний общей теории относительности. Общеизвестно, что ОТО математически очень сложна, поэтому задачу о гравитационном излучении удалось решить пока только для слабого поля. Более того, высказывались даже сомнения в физической реальности результатов Эйнштейна о существовании волны тяготения <sup>25</sup>. Хотя подавляющее большинство физиков считает, что сомневаться в реальности гравитационных волн нет никаких оснований, вопрос был бы решен окончательно прямым экспериментом по их регистрации. К сожалению, это до сих пор не сделано.

Дело в том, что ввиду малости константы гравитационного взаимодействия мощность излучения обычно крайне мала даже для астрономических масс. Например, при движении планеты или звезды массы  $m$  вокруг звезды  $M$  ( $M \gg m$ ) на расстоянии  $r$  ( $r \gg r_g$ ) формула мощности излучения записывается в виде

$$\frac{dE}{dt} = 0,2 \frac{c^5}{G} \left( \frac{m}{M} \right)^2 \left( \frac{r_g}{r} \right)^5. \quad (8,1)$$

Мощность излучения гравитационных волн всей Солнечной системой порядка всего сотен ватт! Это примерно в  $10^{24}$  раз меньше мощности светового излучения Солнца ( $L_\odot \approx 4 \cdot 10^{33}$  эрг/сек).

Однако астрономам известны реально наблюдаемые двойные звезды, мощность гравитационного излучения которых несравненно больше.

Попытки современными методами обнаружить гравитационные волны \*), генерируемые в земных условиях, пока, по-видимому, безнадежны. Но, по-видимому, имеется реальная возможность обнаружения гравитационных волн, излучаемых близкими к нам короткопериодическими двойными звездами. Следует думать, что в недалеком будущем эти волны будут открыты. Подробный обзор современных экспериментальных возможностей в этой области принадлежит В. Б. Брагинскому <sup>27</sup>.

Обратимся теперь к вопросу об излучении гравитационных волн телами, движущимися в поле застывшей звезды. Как уже отмечалось, существующая теория гравитационного излучения <sup>28, 29</sup> применима только для процессов в слабом поле тяготения. Однако из соображений размерности ясно, что приводимые далее оценки по порядку величины должны быть верны и при движении на расстояниях, сравнимых с гравитацион-

\*) Обнаружение волны в принципе сводится к измерению разности ускорений, сообщаемых приходящей волной пробным массам, разнесенным в пространстве.

ным радиусом центрального тела. Сделаем по этому поводу еще следующее замечание. Аналогично тому, как заряд, движущийся равномерно по окружности со скоростью  $v \approx c$ , излучает главным образом высшие гармоники, излучение гравитационных волн телом в сильном поле тяготения, когда его скорость  $v \approx c$ , должно иметь такие же особенности (см. об этом работу<sup>30</sup>). Однако в рассматриваемой задаче  $v \approx c$  достигается лишь вблизи самого гравитационного радиуса, где излучение обрезается эффектами ОТО (гравитационное красное смещение, гравитационный захват излучения). При  $r$  сколько-нибудь существенно превышающем  $r_g$  указанные эффекты не меняют порядковых оценок.

Важной особенностью гравитационного излучения является следующее. При сближении тел под действием взаимного тяготения на расстояние порядка их гравитационных радиусов общее количество излученной энергии должно быть функцией только их масс,  $G$  и  $c$ . Из соображений размерности сразу следует, что малая константа  $G$  в формулы войти не может и общее количество высвеченной энергии должно равняться по порядку величины  $mc^2$ , умноженной на функцию отношения масс тел  $m/M$ . Если  $m$  одного порядка с  $M$ , то можно сразу сделать вывод, что общее излучение гравитационной энергии не мало по сравнению с  $mc^2$  ( $m$  — масса меньшего тела)<sup>23, 31, 32</sup>. Формулы приводятся ниже.

Посмотрим, как влияет излучение гравитационных волн на движение массы  $m$ . Это излучение вызывает появление силы, действующей на тело, т. е. приводит к своеобразному лучистому гравитационному трению<sup>23</sup>. Сила трения вызвана взаимодействием массы  $m$  с собственным гравитационным полем и поэтому пропорциональна  $m^2$ , в отличие от силы взаимодействия с внешним гравитационным полем, пропорциональной  $m$ . Таким образом, изменение движения тела вследствие излучения гравитационных волн можно рассматривать в случае  $m/M \ll 1$  как малую поправку к движению под действием силы внешнего поля.

При движении нерелятивистской частицы  $m$ , прилетающей из бесконечности, основная доля высвеченной энергии излучается при полете в вершине траектории, т. е. в перигастре. Общее количество высвеченной энергии и характерное время высвечивания равны соответственно<sup>23</sup>

$$\Delta E = \frac{c^2 m^2}{M} \left( \frac{r_g}{r} \right)^{3/5},$$

$$\Delta t = \frac{r^{3/2}}{(2GM)^{1/2}},$$

где  $r$  — координата перигастра. Потеря энергии за счет излучения приводит к тому, что тело гравитационно захватывается массой  $M$  при значениях момента  $a$  значительно превышающих  $a = 2$ , когда происходит захват пробной частицы в чисто механической задаче, описанной в § 7.

С учетом излучения критическое значение  $a_{\text{захв}}$  и  $\sigma_{\text{захв}}$  зависят от параметра  $x = \frac{c^2 m}{v_\infty^2 M}$  и определяются следующим образом:

$$\text{для } x \gg 10 \quad a_{\text{захв}} = (2x)^{1/7}, \quad \sigma_{\text{захв}} = \pi \left( \frac{c}{v_\infty} \right)^2 (2x)^{2/7},$$

$$\text{для } x \ll 10 \quad a_{\text{захв}} = 2 + e^{-\frac{20}{x}}, \quad \sigma_{\text{захв}} = 4\pi \left( \frac{c}{v_\infty} \right)^2 (1 + e^{-\frac{20}{x}}).$$

Например, для  $v_\infty = 10^6 \text{ см/сек}$ ,  $\frac{m}{M} \approx 0,1$  находим  $x \approx 10^8$  и отсюда  $a_{\text{захв}} \approx 10$ ; сечение  $\sigma$  в 25 раз больше, чем без учета излучения.

В результате захвата тело после пролета через периастр удаляется от  $M$  уже не в бесконечность, а на расстояние порядка  $L \approx r_g/2 [m/M \times \times (r_g/r)^{3,5} - (v_\infty^2/2c^2)]$ . При малом  $v_\infty$  и  $r = 3r_g$  получаем  $L = 600r_g$ . При следующем проходе через периастр тело высетит еще энергию и т. д. Вытянутость орбиты будет быстро уменьшаться \*).

Как влияет гравитационное излучение на круговое движение частицы? Это движение изображается минимумами кривых на рис. 10. В результате высовечивания точка, изображающая движение, перемещается на диаграмме по минимумам кривых. Вначале, при больших  $r$  эта эволюция очень медленная. Мощность излучения на круговой орбите определяется формулой (8,1). Для обычных двойных звезд потеря энергии в год составляет  $\sim 10^{-12}$  их полной энергии. При небольших  $r$  темп эволюции значительно выше. Уже для реальных звезд, о которых мы упоминали выше, период обращения уменьшается за год на  $10^{-9}$  долю. Круговое движение продолжается вплоть до последней устойчивой орбиты с  $r_{\text{крит}} = 3r_g$  (см. § 7). Дальше начинается падение к сфере Шварцшильда. Энергия при движении по критической окружности составляет 0,943 от энергии при обращении на большом расстоянии. Следовательно, общее количество высовеченной энергии  $\Delta\mathcal{E} = 0,06mc^2$  и не зависит от массы центрального тела. Чем меньше отношение  $m/M$ , тем больше оборотов совершает тело, прежде чем высетит энергию  $\Delta\mathcal{E}$  и достигнет  $r_{\text{крит}}$ .

За один оборот на критической окружности высетивается энергия  $\sim 0,1 m^2c^2/M$ . Тело переходит на спиралевидную орбиту, падая к сфере Шварцшильда. На этой орбите оно совершает еще  $\sim (M/m)^{1,3}$  оборотов. Энергия, высовечиваемая за один оборот, все время того же порядка, что и при  $r = 3r_g$ . Таким образом, после достижения критической орбиты тело сваливается к сфере гравитационного радиуса, практически ничего не добавляя к уже высовеченному до этого энергии, если  $m/M \ll 1$ .

Если  $m/M \sim 1$ , то число оборотов после достижения критической орбиты единицы, а излученная энергия того же порядка, что и до достижения этой орбиты. Хотя здесь сила лучистого трения уже не является малой поправкой к действию внешнего поля, но из соображений размерности, симметрии и соответствия с формулой для  $M \gg m$  можно сразу написать формулу для высовеченной энергии, справедливую и при  $m/M \sim 1$ :

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{финит}} = \alpha \frac{c^2 m M}{m + M}, \quad (8,2)$$

где  $\alpha$  порядка 0,06.

Приведем еще формулу для общего количества высовеченной энергии при падении масс друг на друга с нулевым моментом (лобовое движение по прямой линии):

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{пад}} = \beta \frac{c^2 m^2 M^2}{(m + M)^3}. \quad (8,3)$$

Здесь  $\beta \approx 0,02$ , т. е. того же порядка, что и  $\alpha$ . Эта формула применима при любом  $m/M$  и получена из тех же соображений, что и (8,2).

Итак, в результате гравитационного излучения система может потерять несколько процентов энергии покоя.

\*.) Излучение при движении по вытянутой орбите анализируется в работе Петерса и Мэтьюса <sup>33</sup>.

### § 9. КОЛЛАПС ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗВЕЗДЫ

Как будет коллапсировать вращающаяся звезда? В классической теории, как мы видели в § 3, даже малый момент препятствует неограниченному сжатию. Это соответствует тому, что в ньютоновой теории пробная частица с любым малым моментом может по устойчивой круговой орбите двигаться вокруг тяготеющего центра. Поэтому частица на экваторе вращающейся звезды при определенном радиусе даже без поддержки давления вещества изнутри не будет сваливаться к центру за счет центробежной силы.

Иное положение в релятивистской теории. Мы видели в § 7, что для момента меньше  $a < \sqrt{3}$  не существует финитного движения, нет круговых орбит. Как заметили Хайл, Фаулер и Бербеджи<sup>36</sup> (см. также<sup>37</sup>), это должно приводить к тому, что малый момент вращения звезды не может препятствовать релятивистскому коллапсу\*). Однако такое качественное рассуждение еще не дает точного ответа на вопрос и нуждается в уточнении.

До сих пор мы рассматривали только сферическое гравитационное поле, создаваемое сферическим телом. Напомним, что в теории Эйнштейна, в отличие от ньютоновой теории, поле тяготения зависит не только от распределения масс, но и от их движения. В теории Ньютона поле вращающегося шара и неподвижного совершенно одинаковы. В релятивистском случае это не так.

Когда поле везде можно считать слабым ( $\phi \ll c^2$ ), влияние вращения тела на его поле тяготения было установлено еще Лензе и Тиррингом<sup>39</sup> (выводы в учебнике<sup>28</sup>). Оно сводится к тому, что в вакууме вблизи от тяготеющего вращающегося тела на пробную частицу действует сила Кориолиса. Можно говорить об аналогии с магнитным полем вращающегося заряда. Местная инерциальная система отсчета поворачивается относительно далеких звезд с угловой скоростью

$$|\Omega| = \frac{G|K|}{c^2 r^3} (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/2}, \quad (9.1)$$

где  $K$  — полный момент тела.

Это означает, в частности, что инерциальный компас (система гирокомпасов), который вдали от движущихся масс указывает на одни и те же далекие звезды, будет вблизи вращающегося тела поворачиваться с указанной угловой скоростью, меняя ориентацию относительно далеких звезд.

Скорость прецессии гирокомпаса у полюса вращающейся звезды ( $\theta = 0$ ) в два раза больше, чем у экватора ( $\theta = \pi/2$ ). При этом у полюса прецессия происходит в ту же сторону, что и вращение звезды, а у экватора — в противоположную сторону.

Для однородного шара, вращающегося с частотой  $\omega$ , формула (9.1) может быть переписана в следующем удобном виде:

$$|\Omega| = \frac{r_g}{5r} (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/2} |\omega|. \quad (9.2)$$

Отсюда сразу видно, что вблизи обычных звезд и планет прецессия ничтожно мала (хотя в принципе измерима!). Так, у поверхности Солнца  $\Omega_{\odot} \approx \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ сек}^{-1}$ . У поверхности Земли  $\Omega_{\oplus} \approx -0,1 \text{ угл. сек/год}$  на экваторе и  $0,2 \text{ угл. сек/год}$  на полюсе (за положительное выбрано направление вращения тела). На полюсе вращение гирокомпаса происходит в ту же сторону, что и вращение тела, на экваторе — в противоположную.

\*.) В последнее время появилась работа Вагонера<sup>38</sup>, где также обсуждается этот вопрос.

В сильном поле тяготения, когда  $r_g/r$  уже не мало, по вращение еще можно считать слабым:  $K/cM \ll r_g$ ; формула для  $\Omega$ , как следует из работ <sup>40,129</sup>, приобретает следующий вид:

$$|\Omega| = \frac{G|K|}{c^2 r^3} \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1/2} \left[ 4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \left(1 + \frac{r_g}{2r}\right)^2 \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} \right]^{1/2}. \quad (9,3)$$

Интересно заметить, что для нейтронной звезды, рассчитанной Саакяном и Вартаняном <sup>41</sup> с  $M = 1,55M_\odot$ , радиусом  $R = 9,3$  км и моментом  $K \approx 0,01cMr_g$ , получаем у поверхности  $\Omega \approx 50$  сек<sup>-1</sup> \*).

Рассмотрим теперь сжимающуюся звезду. Известно, что внешнее поле сжимающейся сферической невращающейся звезды такое же, как и для устойчивой с той же массой. Это понятно, так как внешнее поле в сферическом случае зависит только от массы, а она в процессе сжатия сохраняется.

Из формулы (9,3) видно, что влияние вращения звезды на внешнее поле зависит только от полного момента  $K$ . Момент, так же как и масса, — величина сохраняющаяся. Поэтому неудивителен вывод, строго доказанный в <sup>40</sup>, что в процессе сжатия слабо вращающейся звезды (вращающейся как твердое тело) ее внешнее поле остается неизменным (в линейных по  $K/cM$  членах).

Рассмотрение движения пробных частиц и лучей света в таком поле приводит к выводу, что свойства движения качественно те же, как и в случае поля Шварцшильда. Для внешнего наблюдателя частица с прицельным параметром меньше критического гравитационно захватывается и, совершив конечное число оборотов по спирали, подходит асимптотически при  $t \rightarrow \infty$  к особой поверхности Шварцшильда  $g_{00} = 0$ .

То же имеет место и для лучей света. Приведенные соображения позволяют сразу понять, как будет происходить коллапс вращающейся звезды. Если сначала рассмотреть сжимающийся слабо вращающейся пылевой шар без давления, то движение, например, частицы на экваторе шара есть просто движение пробной частицы в поле вращающегося шара. Мы уже говорили, что для внешнего наблюдателя это движение обладает качественно теми же свойствами, что и в поле Шварцшильда: частица с малым первоначальным моментом не может совершать финитное круговое движение, она падает к центру и асимптотически подходит к особой поверхности. Следовательно, коллапс вращающегося шара для далекого наблюдателя качественно протекает так же, как и невращающегося. Учет давления не меняет вывода. Здесь также характерно гравитационное самозамыкание и стремление к предельной картине «застывшей» звезды, как это подробно описано в <sup>1</sup>. Подчеркнем, что в пределе при  $t \rightarrow \infty$  наблюдатель видит застывшую звезду невращающейся, но во внешнем поле гравитации члены, обязаные моменту  $K$ , сохраняются и неизменно проявляются. Кажущееся противоречие разрешается следующим образом. Можно сказать, что момент эффективно создается массой  $m$ , вращающейся со скоростью  $v_\phi$  на экваторе сжимающейся звезды:  $K \approx m v_\phi R$ . При коллапсе  $R \rightarrow r_g$ , а скорость  $v_\phi$  для внешнего наблюдателя, как уже отмечалось, стремится к нулю, благодаря эффекту замедления времени в поле тяготения — «застыванию» всех процессов на звезде. Но скорость сжатия  $v_r$  для локального наблюдателя при  $R \rightarrow r_g$  стремится к скорости света. Поэтому

\*) Отмечавшая выше аналогия с магнитным полем простирается значительно дальше. Как известно, линии в спектре атома, излучающего в магнитном поле, расщепляются (зееман-эффект). В работе <sup>42</sup> показано, что в спектре атома, излучающего вблизи релятивистской вращающейся звезды, линии также расщепляются. Величина расщепления частоты порядка  $\Omega$ .

масса  $m = m_0 / \sqrt{1 - (v_r^2/c^2)}$  стремится к бесконечности, а произведение  $mv_\varphi R = K$  остается постоянным.

Итак, несмотря на то, что гравитационное поле вращающейся звезды отличается от поля Шварцшильда, ее коллапс качественно протекает так же, как и у вращающейся. Звезда асимптотически подходит к «застывшему» состоянию<sup>40</sup>; до «застывания» она успевает совершить конечное число оборотов (см. прим. 1 при корр. на стр. 533).

#### § 10. КОЛЛАПС НЕСФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА

Вращение тела приводит к его сплюснутости, т. е. к нарушению сферичности. Возмущения внешнего поля, связанные с этими отклонениями от сферичности, есть величины второго порядка малости по сравнению с возмущениями от самого вращения, и ими можно пренебречь. Но как будет протекать коллапс тела, несферичность которого связана не с вращением, а например, с несимметричным распределением масс?

Эта задача для малых отклонений от сферичности решена в работе<sup>40</sup>. Мы здесь не будем приводить точное доказательство нескольких неожиданного результата этого исследования, отсылая интересующихся к самой работе<sup>40</sup>. Приведем только качественные соображения, позволяющие уяснить суть дела.

Рассмотрим сначала сжатие однородного пылевого сферического облака радиуса  $R$ . Для далекого наблюдателя, как неоднократно говорилось, картина сжатия стремится к «застыванию» при  $R \rightarrow r_g$  и плотности пыли  $\rho_g = 2 \cdot 10^{16} (M_\odot/M)^2 \text{ г/см}^3$ . Наблюдатель, находящийся на поверхности сжимающегося облака, за конечное собственное время достигает  $R = r_g$ . Для него сжатие вовсе не «застывает» и продолжается дальше, уже внутри сферы Шварцшильда в так называемой  $T$ -области<sup>43, 44</sup>. Плотность вещества шара при  $R = r_g$  и большой массе ничем не примечательна; например, для  $M = 10^8 M_\odot \rho_g \approx 2 \text{ г/см}^3$ . После пересечения поверхностью шара гравитационного радиуса лучи света от нее, как видно из рис. 13, уходят внутрь от поверхности Шварцшильда и никогда ее не пересекают, никогда не попадут к внешнему наблюдателю.

Если в шаре вначале были небольшие возмущения плотности и скорости вещества, то они при сжатии будут усиливаться, что подробно исследовано в работе Е. М. Лифшица<sup>45, 46</sup>. Однако момент  $R = r_g$  для динамики

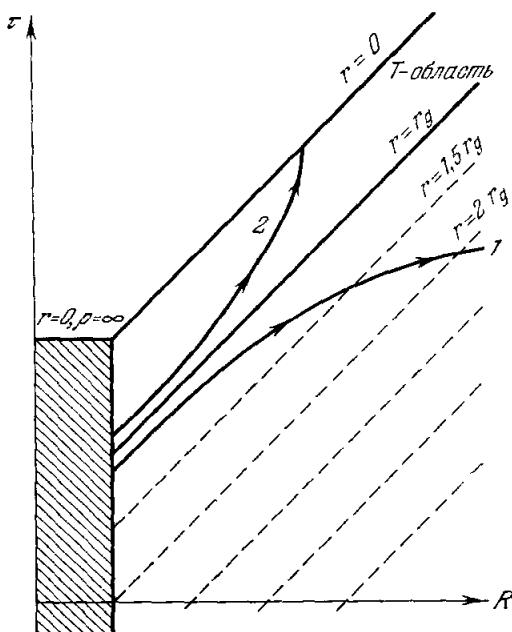


Рис. 13. Коллапс шара в сопутствующей системе отсчета.

$t$  — собственное время;  $R$  — лагранжиева координата;  $r = 0$  — истинная особенность;  $r = r_g$  — поверхность Шварцшильда; пунктир — мировые линии неподвижных в системе Шварцшильда точек с  $r = 1.5 r_g, 2 r_g$  и т. д.; 1 и 2 — мировые линии лучей света. Заштрихована область с веществом. Сопутствующая система отсчета непрерывно продолжена в вакууме свободными пробными частицами.

вещества шара ничем не примечателен, и плотность еще далека от бесконечности. Следовательно, если в начале сжатия шара возмущения достаточно малы, к моменту, когда  $R = r_g$ , они еще не успевают достаточно вырасти. Итак, поверхность шара в системе сопутствующего наблюдателя пересекает сферу  $R = r_g$ , когда возмущения в веществе и возмущения самого поля вокруг шара еще малы.

Затем возмущения в шаре нарастают, но благодаря гравитационному самозамыканию это уже никак не сказывается во области пространства-времени вблизи поверхности Шварцшильда и во внешней области далекого наблюдателя. Читатель, склонный поверить в это без пояснений, может пропустить следующий абзац.

Дело в том, что возмущения гравитационного поля от шара распространяются со световой скоростью. Но из рис. 13 видно, что траектории лучей, вышедших из шара в  $T$ -области, не приближаются к поверхности Шварцшильда. Большие возмущения по характеристикам-лучам не приходят в эту область. Это значит, что возмущения в вакууме вблизи поверхности Шварцшильда всегда малы и свойства этой поверхности остаются неизменными. В частности, через нее к внешнему наблюдателю никогда не проходит никакое излучение, никакая информация. Следовательно, и при наличии возмущений в шаре для внешнего наблюдателя доступен только конечный интервал эволюции шара. Наблюдатель может следить за развитием возмущений в шаре и в окружающем поле лишь до момента, когда  $R = r_g$ .

Теперь ясно, что внешнее поле пыли для далекого наблюдателя должно при  $t \rightarrow \infty$  стремиться к стационарности, все  $\partial/\partial t \rightarrow 0$ . В самом деле, в его системе отсчета возмущения, возникшие до достижения поверхностью шара  $r_g$ , должны, как и гравитационные волны, рассеяться в пространстве, а новых возмущений из-под сферы Шварцшильда поступать не может. Итак, предельное поле при  $t \rightarrow \infty$  сжимающегося невращающегося тела с малыми отклонениями от сферичности является стационарным.

Любопытнейший факт заключается в том, что если поправки к полю Шварцшильда на квадрупольный и высшие моменты не зависят от времени и везде малы (вплоть до гравитационного радиуса), они тождественно равны нулю. Это было отмечено еще Редже и Уилером<sup>47</sup>. Следовательно, во внешнем поле сжимающегося тела поправки на мультипольные моменты обязаны при  $t \rightarrow \infty$  стремиться к нулю. Квадрупольный и высшие моменты внешнего поля тела на релятивистской стадии, как показывает расчет<sup>48</sup>, затухают по закону  $\sim t^{-1}$ .

Даже если тело в целом не вращается, при сжатии его во внешнем поле возникают недиагональные компоненты  $g_{\theta}^a$ , которые описывают вращение локальной инерциальной системы отсчета относительно далекой инерциальной системы (см. § 9). Возникновение этих отклонений связано с тангенциальными составляющими скорости сжимающегося несимметричного тела. Эти «вращательные отклонения» от сферической симметрии не затухают при  $t \rightarrow \infty$ . Хотя мультипольные моменты затухают, но «застывшее» для внешнего наблюдателя состояние, к которому стремится тело при  $t \rightarrow \infty$ , отнюдь, не сферически симметричное. Несмотря на то, что распределение масс несферическое, эта несферичность не проявляется во внешнем поле.

Это легко понять, если учесть, что в поле Шварцшильда всякое фиксированное локальное возмущение, например покоящаяся малая масса, проявляется вдали тем слабее, чем ближе она расположена к гравитационному радиусу. Влияние этого возмущения на поле вдали от тела стремится к нулю, когда возмущение приближается к поверхности Шварцшильда.

Из последних двух параграфов мы должны сделать следующий вывод: коллапс звезды с малыми отклонениями от сферичности и слабо врачающейся также приводит к состоянию застывшей звезды.

В заключение остановимся на вопросе, который несколько уводит в сторону от разбираемых проблем, но тем не менее неизбежно возникает. Какова конечная судьба коллапсирующей звезды не для внешнего наблюдателя, а для наблюдателя на ее поверхности? Что будет со звездой внутри поверхности Шварцшильда, в  $T$ -области?

Полного ответа на этот вопрос мы пока не имеем. Можно сказать лишь следующее. Согласно выводам Лишица, Судакова и Халатникова<sup>48</sup>, вещество не может сжаться до бесконечной плотности\*). Как мы видели выше, звезда не может и расширяться вновь, хотя бы даже и несимметричным образом, так, чтобы выйти из-под сферы Шварцшильда в область, доступную наблюдению внешнего наблюдателя. Возможно, что развитие несимметрии приведет к сильнейшему изменению геометрии пространства-времени в  $T$ -области или даже к изменению топологии. Во всяком случае, что бы ни происходило внутри  $T$ -области, это никак не скажется в области пространства-времени вне сферы Шварцшильда и внешний наблюдатель об этом ничего не узнает.

#### § 11. ПОМЕШАЕТ ЛИ БЫСТРОЕ ВРАЩЕНИЕ КОЛЛАПСУ ЗВЕЗДЫ?

В предыдущих параграфах рассматривались звезды с малым моментом. Критерий малости момента звезды дается условием

$$K \ll K_{\text{крит}} = k c M r_g,$$

где  $k$  — множитель порядка 0,1, зависящий от распределения вещества в звезде. Численно

$$K_{\text{крит}} \approx 10^{48} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^2 \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{сек}}. \quad (11,1)$$

Для звезд, обладающих подобным и большим моментом, изложенные выше соображения о коллапсе неприменимы. Благодаря ротационной неустойчивости начнется истечение вещества с экватора, и звезда не может непосредственно сжаться до  $r_g$  как целое<sup>36, 37</sup> (см. ниже). Момент вращения Солнца  $\approx 3 \cdot 10^{48} \text{ г} \cdot \text{см/сек} \approx K_{\text{крит}}$ . Яркие звезды главной последовательности имеют обычно моменты существенно больше солнечного. В работе<sup>37</sup> для этих звезд выведено следующее полуэмпирическое соотношение:

$$K \approx 10^{51} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1.75} \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{сек}}. \quad (11,2)$$

Для обычных звезд с  $10 < M/M_{\odot} < 100$  имеем  $K \gg K_{\text{крит}}$ .

Неизвестно, сохраняется ли момент неизменным в процессе эволюции звезды. В литературе обсуждались разные мыслимые механизмы потери углового момента. Например, при истечении массы врачающейся звезды с экватора начальный и конечный моменты звезды отличаются в  $K_1/K_2 = -(M_1/M_2)^{1/2}$  раз, где  $k \approx 0,1$ . Потеря половины массы уменьшает угловой момент на три порядка. Эта оценка справедлива в предположении, что звезда все время вращается как твердое тело. Огромная протяженность атмосфер красных гигантов способствует истечению вещества.

Другим возможным механизмом существенной потери момента является магнитное торможение, предложенное Хойлем<sup>50</sup>. Если звезда

\*.) В работе<sup>49</sup> утверждается, что особенность в решении в  $T$ -области непременно достигается. Это противоречит<sup>48</sup>. Вопрос остается открытым.

обладает достаточно сильным магнитным полем и магнитные силовые линии ее вмороожены в окружающую плазму межзвездного вещества в зоне НII, закручивание силовых линий приведет к торможению вращения. Скорость торможения определяется соотношением

$$\frac{dK}{dt} = -\beta H^2 R^3, \quad (11,3)$$

где  $R$  — радиус звезды,  $H$  — напряженность поля,  $\beta$  — к. п. д. механизма. Бэббок обнаружил у некоторых звезд поля напряженностью до  $10^3$ — $10^4$  э. Тем не менее наблюдения, по-видимому, свидетельствуют об отсутствии зависимости между возрастом звезды вблизи стадии главной последовательности и ее моментом. Следовательно, магнитное торможение для обычных звезд скорее всего несущественно.

Во всяком случае весьма вероятно, что массивные звезды могут заканчивать эволюцию, сохранив большой момент. Конечно, благодаря дисперсии значений моментов вокруг среднего значения, даваемого, например, формулой (11,2), безусловно, существуют звезды с малым моментом (оценку их числа см. <sup>37</sup>), коллаис которых (если ему не препятствуют другие причины) должен протекать, как описано в § 9,10. Кроме того, если момент сосредоточен главным образом в обширной, но содержащей малую долю массы атмосфере звезды, ядро с малым моментом будет коллапсировать независимо от оболочки. Но если момент ядра звезды велик, что тогда произойдет с ядром? Детальный анализ этой проблемы сложен, и окончательного ответа до сих пор нет. Однако оказывается, что ответ в самой грубой форме может быть получен без детального анализа динамики процесса, а просто перечислением всех мыслимых возможностей.

Существенным для всей проблемы является тот факт, что полная энергия звезды, т. е. алгебраическая сумма тепловой, гравитационной и кинетической энергий отрицательна; поэтому если источники ядерной энергии полностью исчерпаны или не работают (будем вначале это предполагать), в результате любых процессов все вещество звезды не может рассеяться в бесконечность. В § 3 уже отмечалось, что для остывающей сильно сплюснутой вращением звезды не существует устойчивой конфигурации. По мере сжатия вещество может истекать с экватора, образуя диск вокруг звезды, как это описано, например, у Струве <sup>51</sup>. Если при этом сохраняется достаточная эффективная вязкость, связывающая истекающее вещество со звездой (например, посредством магнитного поля), то вещество заберет на себя основную долю момента и позволит сколлапсировать центральному сгущению.

Другая альтернативная возможность состоит в том, что по мере охлаждения основная масса, не отдавая момент и сжимаясь, будет приобретать все более сплюснутую форму. Вследствие неустойчивости такой формы звезда распадается на две или больше частей. Если таких частей много, то система эволюционирует как звездная система на поздних стадиях эволюции (см. § 15). Эволюция сопровождается столкновением сгустков, выбросами (испарением) отдельных тел из системы и приводит в конце концов (возможность выделения ядерной энергии пока не рассматриваем!) либо к коллапсу всей системы (см. § 15), либо к образованию двух оставшихся тел, обращающихся около общего центра масс.

При наличии двух тел движение устойчиво. Оно может сопровождаться истечением вещества из оболочек, но мы подчеркивали, что все вещество рассеяться не может. На этом этапе обращения двух близких или даже почти слившихся масс существенным становится излучение гравитационных волн. За счет этого излучения теряется энергия и момент,

звезды сближаются (см. § 8). Поделив запас гравитационной энергии  $\mathcal{E}_{\text{грав}} = -G m_1 m_2 / 2r$  на мощность гравитационного излучения  $d\mathcal{E}/dt$ , получаем характерное время эволюции системы:

$$\tau = \frac{\mathcal{E}_{\text{грав}}}{-d\mathcal{E}/dt} = \frac{5}{8} \frac{r_{g_1}}{c} \left( \frac{r}{r_{g_1}} \right)^4 \left[ \frac{r_{g_1}}{r_{g_2}(1 + r_{g_2}/r_{g_1})} \right]. \quad (11,4)$$

Здесь  $r_{g_1}$  и  $r_{g_2}$  — гравитационные радиусы масс. Множитель в прямых скобках для одинаковых масс равен  $1/2$ ; для  $r_{g_1} \gg r_{g_2}$  этот множитель  $\approx r_{g_1}/r_{g_2}$ . Из формулы (11,4) следует, что для равных масс порядка  $M_{\odot}$  каждая при первоначальном расстоянии  $r \approx 10^6 r_g$  время эволюции имеет порядок  $\sim 10^7$  лет.

Потеряв момент при гравитационном излучении, массы должны слиться и (если не помешают ядерные реакции, индуцируемые в этом процессе) сколлапсировать; см. Чиу<sup>26</sup>, стр. 405.

Итак, вывод из сказанного следующий. Если вещество вращающейся звезды, заканчивающей эволюцию, в основной массе инертно по отношению к ядерным реакциям, т. е. если на предшествующих стадиях нуклеосинтез привел к превращению всех элементов в элементы группы железа, то конечным этапом эволюции и при наличии быстрого вращения будет застывшая звезда.

К тому же финалу придет процесс, если ядерные реакции в веществе хотя и возможны, но протекают с гораздо меньшей скоростью, чем скорость гидродинамических явлений, скажем, при столкновении отдельных скопств расплавившейся массивной звезды.

Разумеется, возможность ядерного взрыва (или взрывов) зависит от деталей медленной эволюции звезды (см. § 6) и от конкретных процессов на катастрофической стадии. Это все еще предстоит рассчитать. Однако если бы звезда всегда кончала свою жизнь ядерной катастрофой, то, как мы увидим в следующем параграфе, астрономы об этом знали бы из наблюдений.

## § 12. СОПОСТАВЛЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ

Дают ли астрономические наблюдения какие-либо указания о конечной судьбе массивных звезд? Если коллапс звезды приводит к ядерному взрыву, разрушающему всю или почти всю звезду, то такой взрыв, конечно, должен быть виден с огромного расстояния. Естественно отождествить подобную ядерную катастрофу со вспышками сверхновых звезд, наблюдавшихся астрономами. При такой вспышке выделяется энергия порядка  $10^{50}$  эрг.

Правда, до сих пор неясно, какая доля массы звезды выбрасывается при вспышках сверхновых I и II типов (подробнее см. <sup>17</sup>). Если предположить, что каждая звезда с массой больше  $\sim 1.5 M_{\odot}$  кончает свою эволюцию вспышкой сверхновой и избегает таким образом релятивистского коллапса, количество вспышек сверхновых за интервал времени  $\Delta t$  должно равняться числу массивных звезд, заканчивающих свою эволюцию за тот же интервал  $\Delta t$ . Оценим это последнее число <sup>52 38, 37</sup> и сделаем сравнение с наблюдениями.

Будем считать, что звезда в процессе эволюции не теряет существенно свою массу или во всяком случае потери эти не столь велики, чтобы сделать массу тяжелой звезды меньше критической. Самым продолжительным периодом жизни звезды является стадия «главной последовательности», когда выгорает водород в центре звезды (см. <sup>1</sup>). Напомним, что время эволюции звезды на этой стадии (практически полное время

равновесной эволюции)

$$t = 10^{10} \frac{L_{\odot} M}{L M_{\odot}} \text{ лет.} \quad (12,1a)$$

Для ярких звезд главной последовательности выполняется приблизительное соотношение  $L \sim M^3$ , поэтому формулу (12,1a) можно переписать в виде

$$t = 10^{10} \left( \frac{M_{\odot}}{M} \right)^2 \text{ лет.} \quad (12,1)$$

Из наблюдений можно определить число  $dN$  звезд главной последовательности в единице объема пространства с массами в интервале  $M, M + dM$ . Если время жизни звезды  $t$  меньше времени существования Галактики ( $\sim 10^{10}$  лет), то, поделив  $dN$  на  $t$ , получим усредненную за последние  $t$  лет частоту звездообразования, совпадающую с частотой «умирания» звезд данной массы. Подобный расчет, проведенный Сальпетером<sup>53</sup>, дает

$$\frac{dN}{t} = 2 \cdot 10^{-12} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,4} d \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \frac{\text{звезд}}{nc^3 \text{ год}}. \quad (12,2)$$

Звезды с массой больше критической  $M > 1,6M_{\odot}$  имеют время эволюции меньше возраста Галактики. Умножив (12,2) на объем Галактики  $\sim 10^{13}nc^3$  и проинтегрировав по массе  $M > 1,6M_{\odot}$ , получаем число звезд в Галактике с массой больше критической, ежегодно заканчивающих свою равновесную эволюцию:

$$F = \int_{1,6}^{\infty} 20 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2,4} d \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \approx 7 \frac{\text{звезд}}{\text{год}}. \quad (12,3)$$

Отсюда следует, что если бы каждая массивная звезда всыхивала в конце концов как сверхновая, каждый год в Галактике должно было бы всыхивать несколько звезд. Это на три порядка больше наблюдаемого числа всыханий, даваемого Цвики. Итак, мы видим, что наблюдения говорят скорее против предположения о том, что в конце эволюции ядерный взрыв или какая-либо другая катастрофа препятствует превращению массивной звезды в застывшую.

Но, может быть, звезда все же всегда избавляется от излишка массы, но не путем катастрофического взрыва, а стационарным истечением вещества с поверхности или небольшими дискретными выбросами массы на протяжении равновесной эволюции? Наблюдательные данные здесь весьма скучны (обзор в<sup>17</sup>) и не позволяют окончательно ответить на вопрос.

Заведомо есть звезды, у которых наблюдается интенсивное истечение массы с поверхности. К числу таких звезд принадлежат так называемые звезды W — R (Вольф — Райе). Однако это, как правило, очень массивные звезды ( $M \sim 10M_{\odot}$ ), и с уменьшением массы сброс поверхностных слоев, как показывают наблюдения, ослабевает<sup>17, 54</sup>. Поэтому неясно, уменьшается ли с течением времени их масса ниже критического предела.

Другой тип звезд, интенсивно теряющих массу, это звезды типа Be, с яркими линиями в спектре. Они быстро вращаются. Потеря массы ими оценивается в  $(10^{-6}—10^{-10})M_{\odot}$  в год. Эти оценки весьма неуверенны, и неясно, превышает ли эта потеря массы вследствие истечения оболочки потерю на фотонное излучение.

Сильное истечение вещества наблюдается у звезд типа Р Лебедя. Сам сверхгигант \*) Р Лебедя теряет  $10^{-5} M_{\odot}$  в год на истечение вещества из оболочки (данные Пэйфила, приведенные в <sup>17</sup>).

Следует отметить, что перечисленные звезды являются характерными членами звездных ассоциаций и несомненно молоды <sup>55</sup>. Совершенно неизвестно, какую долю массы теряют они за счет истечения вещества в течение дальнейшей эволюции. Кроме того, астрономы наблюдают уже немолодые звезды с массой больше критической, которые в дальнейшей эволюции, по-видимому, не проходят перечисленные выше стадии Ве и Р Лебедя, Вольф — Райе и не могут потерять массу указанным способом. Следовательно, данные о молодых звездах не имеют определяющего значения в решении вопроса, быть или не быть «застывшей» звезде.

Как отмечал еще Шайн <sup>56</sup>, условия выброса вещества из звезд наиболее благоприятны в эволюционной стадии красных гигантов, когда размеры оболочки велики и ускорение силы тяжести на поверхности звезды мало. Наблюдения показывают, что истечение вещества на этой стадии все же на 1,5 порядка ниже того, которое необходимо для существенного уменьшения массы звезды <sup>57</sup>. Наконец, для так называемых вспыхивающих звезд типа UV Cet, которые выбрасывают вещество дискретно (вспышки происходят в среднем раз в 1,5 суток), наблюдения дают совершенно ничтожную величину <sup>58</sup>:  $\frac{dM}{dt} \approx 2 \cdot 10^{-12} M_{\odot}$  в год.

В настоящее время нет каких-либо надежных наблюдательных данных, свидетельствующих о безусловной необходимости звезде избавиться от излишка массы сверх критического значения «тихим» способом, без катастроф.

С другой стороны, наблюдения определенно говорят, что в скоплениях звезд число белых карликов существенно меньше, чем следовало ожидать, если бы все массивные звезды, успевшие проэволюционировать, превратились бы в белых карликов. В табл. VI приведены данные <sup>59</sup>.

Таблица VI  
Ожидаемое и действительное число белых карликов в скоплениях

Скопление	Ожидаемое число белых карликов	Обнаружено белых карликов
χ и h Персея . . . . .	0	0
Плеяды . . . . .	2	0
Волосы Вероники . . . .	9	0
Гиады . . . . .	23	7
Ясли . . . . .	20	2

Эти данные, по-видимому, свидетельствуют против того, что концом эволюции звезды неизбежно является стадия белых карликов <sup>134</sup>. Тем не менее, если верны наши общие представления об эволюции звезд, те же белые карлики позволяют заключить, что во всяком случае при некоторых условиях массивная звезда с  $M > 1,2 M_{\odot}$  может освободиться

\*) Напомним, что термины «гигант» и «сверхгигант» в астрономии употребляются для характеристики большой светимости звезды.

от излишка массы и превратиться в белого карлика. Как уже давно отмечалось в литературе, в пользу этого говорят двойные звездные системы, одним из компонентов которых является белый карлик. В двух случаях из трех, когда такие системы изучены детально (см. табл. VII), масса компонента, не являющегося белым карликом, больше<sup>55</sup> и этот компонент является звездой главной последовательности, т. е. не проэволюционировал далеко. Но звезда эволюционирует тем быстрее, чем больше ее масса (см. формулу (12,1)).

Таблица VII  
Двойные звезды, один из компонентов которых является  
белым карликом

Звезда	Период обращения, годы	Масса, $M/M_{\odot}$	Спектр	Светимость, $L/L_{\odot}$
Сириус А Сириус В (белый карлик)	49,94	2,28 0,98	A IV A 5	38 0,0026
Процион А Процион В (белый карлик)	40,65	1,76 0,65	F5 IV—V —	7,24 0,000705
O <sup>2</sup> Эридана В (белый карлик)	247,92	0,45	B 9	0,0062
O <sup>2</sup> Эридана С		0,21		0,0125

Так как обе звезды образовались одновременно (вероятность захвата ничтожно мала) \*) и менее массивная уже превратилась в белого карлика, главный компонент тем более должен закончить эволюцию. Однако этого нет. Из этого делают вывод о том, что второй компонент имел раньше большую массу, эволюционировал быстрее, а затем эту массу потерял.

Возможно, здесь некоторую роль может играть двойственность системы, хотя взаимная удаленность компонентов сейчас очень велика. Другим объяснением (кроме потери массы) может быть разновременное образование компонентов в скоплении, где они возникли (см. сноску).

По данным наблюдений внегалактической астрономии отношение массы галактик к их светимости  $M/L$  различно у галактик разного типа (см., например, обзор<sup>61</sup>). Оно меняется от  $\sim 100$  для эллиптических галактик до 10 у спиральных, к которым относится и наша Галактика, и до  $\sim 1$  для неправильных в единицах  $M_{\odot}/L_{\odot} = 1,9$  эрг/г·сек. Большое значение отношения  $M/L$  для эллиптических галактик, а также данные об их спектре свидетельствуют об отсутствии в них заметного числа молодых ярких звезд и о большом количестве несветящейся или слабосветящейся материи.

В этих галактиках обычно мало межзвездного диффузного вещества. Кроме того, если в галактиках, так же как и в нашей Галактике, относительно мало белых карликов (см. табл. VI), все это вместе взятое говорит в пользу наличия в далеко проэволюционировавших эллиптических галактиках трудно наблюдаемых звезд — нейтронных и застывших.

Во введении (§ 1) говорилось о том, что обнаружение галактических рентгеновских источников привело к мысли интерпретировать их как нейтронные звезды. Но затем Фридман<sup>62</sup>, воспользовавшись покрытием

\*) Правда, есть основание думать, что процесс образования звезд в скоплениях растягивается на промежутки порядка времени эволюции массивных звезд<sup>60</sup>.

источника в Крабовидной туманности Луной, измерил его поперечник. Он оказался  $\sim 10^{18}$  см; следовательно, это заведомо не звезда. Весь непрерывный спектр электромагнитного излучения Крабовидной туманности имеет единую природу и объясняется синхротронным излучением релятивистских электронов в магнитном поле. Еще до проведения измерений Фридмана гипотезу о магнитотормозной природе рентгеновского излучения от Краба развивали В. Л. Гинзбург и С. И. Сыроватский<sup>63</sup>. Казалось, тем самым были похоронены надежды астрономов на то, что они, наконец, нашли нейтронные звезды. Однако И. С. Шкловский<sup>135</sup> обратил внимание на совокупность следующих фактов. Как известно, Крабовидная туманность есть остаток взрыва сверхновой. От нее мы получаем и рентгеновские лучи, и видимый свет, и радиоизлучение. На месте других рентгеновских источников пока не обнаружено ни оптических, ни радиообъектов. Это обстоятельство наряду с указанием американских наблюдателей на большую крутизну рентгеновского спектра источника в созвездии Скорпиона делает маловероятной гипотезу синхротронной природы их излучения. По мнению Шкловского, излучение имеет скорее тепловую природу и возникает на поверхности нейтронных звезд, как и думали прежде. Согласно этой гипотезе, источник в Крабе является в смысле природы излучения досадным исключением. Это открытие могло дезориентировать астрономов относительно природы других источников.

Еще одной особенностью рентгеновских источников, отмеченной Шкловским на основе предварительных сообщений, полученных со II Конференции по релятивистской астрофизике (США, декабрь 1964 г.), является их видимая концентрация к галактической плоскости. Из этого факта следует, что мы их видим на значительных расстояниях, порядка размеров Галактики. Иными словами, мы видим во всяком случае значительную часть всех рентгеновских источников, существующих сейчас в Галактике. Таких источников известно астрономам 10, поэтому общее их число не больше 100 или 1000.

Сравним это число с ожидаемым числом нейтронных звезд, которые можно одновременно видеть в Галактике. Количество нейтронных звезд  $N_n$ , возникающих ежегодно в Галактике<sup>36, 37</sup> (если их образованию не препятствовали ядерные взрывы или другие причины), подсчитывается аналогично тому, как и ожидаемое число вспышек сверхновых (см. начало параграфа). Только в данном случае надо оценить число звезд, заканчивающих эволюцию, в интервале масс  $(1,2 \div 1,6)M_{\odot}$ . Расчет дает величину того же порядка, что и для сверхновых: несколько штук в год.

В<sup>1</sup> отмечалось, что нейтронная звезда после образования будет светить примерно  $10^3$  лет \*). Таким образом, одновременно в Галактике можно наблюдать в качестве источников рентгеновских лучей около  $10^3$  нейтронных звезд. Это примерно совпадает с приведенной выше оценкой, полученной из наблюдений.

Добавим к этой гипотезе Шкловского еще следующее. Рентгеновский источник в Крабовидной туманности есть последствия вспышки сверхновой, произшедшей тысячу лет назад. Следовательно, после вспышки сверхновой на ее месте действует рентгеновский источник в течение по крайней мере  $10^3$  лет, т. е. столько же, сколько и нейтронная звезда. Так как частота вспышек сверхновых примерно в сто раз меньше ожидаемой частоты образования нейтронных звезд, среди видимых источников около процента должны быть протяженные источники типа Краба, а осталь-

\*) В настоящее время активно ведутся расчеты нейтринного охлаждения нейтронной звезды; авторы<sup>106</sup> предварительно отмечают возможность сильного сокращения времени свечения, но окончательных выводов еще нет.

ные — нейтронные звезды. Итак, мы видим, что наблюдения скорее говорят в пользу существования нейтронных звезд, чем против.

Нейтронная звезда, спустя  $10^3$  лет после образования, остывает и перестает излучать, если только она не погружена в достаточно плотную диффузную среду, выпадение которой на поверхность может поддерживать излучение. Механизм несферической акреции мог бы сделать «видимой» и застывшую звезду<sup>84</sup>; об этом будет сказано далее (см. § 13).

И нейтронные, и застывшие звезды составляют совокупность невидимых звезд. Как можно обнаружить наличие таких объектов?

Вдали от застывшей или нейтронной звезды при  $r \gg r_g$  поле тяготения точно такое же, как и до коллапса во время нормальной эволюции. Следовательно, в динамике звездных систем невидимые звезды проявляются точно так же, как и обычные. Поэтому в принципе невидимые звезды можно обнаружить следующим образом. По движению видимых звезд вычисляется масса системы, например шарового звездного скопления. Затем определяется масса всех видимых звезд, газа и пыли. Разность первой и второй величин дает массу невидимого компонента скопления. Заметим, что сюда войдет не только масса невидимых звезд, но и масса других труднообнаруживаемых форм материи Вселенной: нейтрино, гравитационных волн. Эти виды материи не сконцентрированы специально в галактиках и равномерно заполняют Метагалактику. Разумеется, для относительно небольших систем (звездных скоплений, галактик) масса нейтрино и гравитонов, даже при наибольшей возможной их плотности во Вселенной<sup>64</sup>, пренебрежимо мала по сравнению с вероятной массой невидимых звезд.

Оценим, какую долю массы видимых звезд Галактики могут составлять невидимые, если их образованию не мешали катастрофы<sup>36, 37</sup>. Для оценки, очевидно, надо поделить суммарную массу звезд с  $M > 1,2 M_\odot$  (ибо общая масса НиЗЗ (см. ниже) больше массы звезд, не закончивших эволюцию, и мы массой последних пренебрегаем), возникших за все время существования Галактики, на массу звезд с  $M < 1,2 M_\odot$ . При этой оценке, поступая аналогично расчету (12,3), приходится предполагать, что темп звездообразования оставался неизменным за все время существования Галактики. Кроме того, следует учесть, что минимальная масса звезды, которая успевает за время существования Галактики путем гравитационного сжатия образоваться из диффузной среды, около  $0,1 M_\odot$ . Впрочем, результат уменьшится всего в три раза, если взять минимальную массу  $0,01 M_\odot$ . Таким образом, искомое отношение с учетом (12,2) есть

$$\frac{M_{\text{невидим}}}{M_{\text{видим}}} = \frac{\int_{1,2}^{\infty} M^{-1,4} dM}{\int_{0,1}^{1,2} M^{-1,4} dM} = 0,6.$$

Итак, невидимая масса может составлять существенную долю видимой. К сожалению, точность наблюдения пока недостаточна для обнаружения невидимых звезд подобным способом\*).

### § 13. АКРЕЦИЯ ГАЗА НЕЙТРОННЫМИ И ЗАСТЫВШИМИ ЗВЕЗДАМИ

#### а) О б щ и е з а м е ч а н и я

Звезды в галактиках всегда окружены межзвездным газом и пылью. На определенных стадиях эволюции звезды выбрасывают вещество либо непрерывным потоком, либо при катастрофических взрывах (см. § 12). Наконец, в состав галактики может входить и вещество, никогда не вхо-

\* ) Отмечалось (84, 136, Гусейнов — частное сообщение), что НиЗЗ можно легче обнаружить, когда такая звезда является компонентом двойной системы.

дившее в состав какой-либо звезды, которое пришло в газообразное состояние в ходе расширения космологического первоначального, почти однородного вещества, имевшего большую плотность, согласно решению Фридмана.

Таковы источники межзвездного вещества в Галактике. Наблюдения показывают, что в спиральных рукавах нашей Галактики средняя плотность межзвездного газа порядка  $10^{-24} \text{ г/см}^3$ , в ядре Галактики она может быть значительно больше.

Нейтронная звезда, после того как она остыла, а также застывшая (контрактирующая) звезда не могут выбрасывать вещество; очевидно, они способны только поглощать, затягивать в сферу своего действия окружающее их вещество. Этот процесс принято называть «акрецией».

Интерес к акреции возникает потому, что в процессе акреции постепеннорастет масса звезды. В частности, белый карлик может пройти чандraseкаровский предел и скачком перейти в состояние нейтронной звезды. В свою очередь холодная нейтронная звезда может дойти до «OB»-предела (см. <sup>1</sup>) и перескочить в высший класс, контрактирующую звезду, которая вскоре застынет. Второй аспект акреции связан с изменением скорости звезды относительно межзвездного газа. При этом скорость звезды меняется не только за счет импульса частиц, прилипающих к звезде, но и главным образом за счет обмена импульсом с частицами, пролетающими мимо звезды, т. е. и за счет упругих столкновений. Скорость звезды относительно газа в свою очередь влияет на темп акреции.

Любопытное новое явление рассчитано А. Г. Дорошевичем <sup>126</sup> в релятивистском случае. Гравитационное поле вращающегося тела, как мы видели (см. § 9), отличается в ОТО от поля покоящегося тела равной массы. Вращающееся тело преимущественно захватывает частицы, момент импульса которых имеет знак, противоположный моменту самого тела. В ходе акреции частиц, изотропно распределенных в пространстве, за счет такой избирательности тело уменьшает свой момент вращения.

Однако главная побудительная причина изучения акреции заключается в выделении энергии при акреции. Частицы, падающие на поверхность нейтронной звезды, отдают до  $(0,2 \div 0,3) c^2$  энергии на грамм, во много раз больше, чем могли бы дать ядерные реакции. Частицы, падающие на застывшую звезду, разгоняются до скорости, стремящейся к  $c$ . Естественный вопрос: какая доля их кинетической энергии может быть высвеченна наружу? С явлением акреции связана сама возможность наблюдения нейтронных и застывших звезд; оба эти типа звезд будем обозначать сокращением НиЗЗ.

При количественных оценках надо иметь в виду, что НиЗЗ могут быть окружены газом значительно большей плотности, чем средняя межзвездная плотность: само образование НиЗЗ связано с катастрофическими явлениями, при которых часть массы могла быть сорвана с поверхности и образовать облако газа вокруг звезды.

Выделение энергии при акреции в свою очередь влияет на сам процесс акреции за счет взаимодействия встречного светового потока с падающим веществом, т. е. по существу за счет светового давления. При достаточной плотности межзвездного вещества это явление приводит к саморегулировке процесса <sup>65</sup>.

Методически удобно задачи акреции рассматривать в двух предельных случаях: либо как движение отдельных частиц (атомов, молекул, пылинок), либо как движение сплошной среды. Очевидно, выбор приближения зависит от длины свободного пробега частиц. Сечение атома  $10^{-16} \text{ см}^2$  при плотности  $10^{-1} \text{ см}^{-3}$  дает длину пробега  $10^{17} \text{ см}$ , значительно больше размера нейтронной звезды. В зависимости от условий могут реализоваться

оба случая. Мелкомасштабное магнитное поле в межзвездной плазме можно рассматривать усредненно как слагаемое в энергии и давлении газа. Влияние общего магнитного поля звезды на аккрецию будет рассмотрено в § 14, посвященном электромагнитным явлениям.

В нерелятивистском приближении основные задачи аккреции были рассмотрены в конце сороковых годов. Это рассмотрение остается достаточно хорошо применимым не только к белым карликам, но и к нейтронным звездам: при гравитационном потенциале  $(0,2 \div 0,3) c^2$ , когда радиус звезды в 3—4 раза больше шварцшильдовского радиуса  $r_g$ , поправки на ОТО могут достигать 20—30 %. При наличии других неопределенностей (прежде всего в отношении плотности падающего газа) такие поправки несущественны. Однако в связи с вопросом о застывших звездах учет ОТО прямо необходим для получения качественно правильных выводов. Для связности изложения мы начнем с напоминания общеизвестных вещей.

### б) Падение частиц на звезду

Рассмотрим частицы с массой  $m$ , скорость которых вдали от звезды равна  $v_0$ , а плотность  $n_0$ .

При этом скорость  $v_0$  будем считать малой по сравнению с параболической скоростью  $v_n$  на поверхности звезды:

$$v_n = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad v_n \gg v_0. \quad (13,1)$$

Скорость частицы у поверхности, равную  $\sqrt{v_n^2 + v_0^2}$ , можно заменить на  $v_n$ , максимальный момент при этом равен  $I = mv_n R$ . Вдали от звезды, там, где движение частицы не возмущено звездой, момент выражается через прицельный параметр:

$$I = mv_0 b. \quad (13,2)$$

Отсюда находим максимальное значение  $b_{\max}$ , при котором имеет место падение на звезду:  $b_{\max} = R v_n / v_0$ . Поток частиц с  $b < b_{\max}$  равен, очевидно,  $j = n v_0 \pi b_{\max}^2$ . Окончательно получим выражение для скорости аккреции ( $M$  — масса звезды):

$$\frac{dM}{dt} = mn v_0 \pi R^2 v_0^{-2} \cdot \frac{2GM}{R} = 2\pi mn \frac{GMR}{v_0}. \quad (13,3)$$

Подставим  $mn = Q_0$ , введем  $r_g = 2GM/c^2$ ; получим

$$\frac{dM}{dt} = Q_0 \pi r_g^2 c \frac{c}{v_0} \frac{R}{r_g}. \quad (13,4)$$

Любопытно сопоставить эту нерелятивистскую формулу с выражением для захвата частицы застывшей звездой. Как было показано в § 7, критическое значение момента \*) равно  $2mc r_g$ . Соответственно получим

$$\frac{dM}{dt} = c Q_0 \cdot 4\pi r_g^2 \frac{c}{v_0}. \quad (13,4')$$

Следовательно, при  $R/r_g < 4$  пользование нерелятивистской формулой уже незаконно. Формула (13,4') представляет собой нижнюю границу; этой формулой можно пользоваться как для застывших, так и для

\*) В работе <sup>23</sup> и в § 8 было рассмотрено влияние гравитационного излучения на захват в задаче двух тел. Здесь мы не учитываем гравитационное излучение, потому что массу захватываемых частиц  $m$  считаем пренебрежимо малой по сравнению с массой захватывающей звезды. Гравитационное излучение  $\sim m^2$ , тогда как энергия взаимодействия  $\sim m$ ; эффекты излучения содержат множитель  $m/M$  (см. § 8).

нейтронных звезд. В удобных единицах ее можно переписать так:

$$\frac{d(M/M_{\odot})}{d(t/10^{10} \text{ лет})} = 10^{-12} \left( \frac{Q_0}{10^{-24} \text{ э/см}^2} \right) \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^2 \left( \frac{v_0}{1 \text{ км/сек}} \right)^{-1}.$$

Отметим, что для частиц, строго покоящихся на бесконечности, нет разумного ответа; в самом деле, если в область, занятую покоящимися частицами, поместить внезапно массу, притягивающую их, то частицы начнут ускоренно двигаться по радиусам, и легко убедиться, что поток на поверхность будет возрастать с течением времени по закону

$$\frac{dM}{dt} = \frac{8}{3\pi} Q_0 G M t,$$

т. е. при  $v_0 = 0$  нет постоянного стационарного потока.

Мы рассматривали поток частиц, движущихся со скоростью, одинаковой по величине и направлению. Очевидно, если при данном  $|v_0|$  все направления скорости равновероятны, то  $dM/dt$  не изменится; вдобавок можно будет утверждать, что поток равномерно распределен по поверхности звезды, что не имело места при одностороннем движении частиц на бесконечности. Наконец, если вдали от тела частицы имеют максвелловское распределение, во все формулы войдет

$$\left( \frac{1}{v_0} \right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{kT}{m} \right)^{-1/2} = \frac{1}{a_0} \sqrt{\frac{10/3\pi}{a_0}} \approx \frac{1}{a_0},$$

где  $a_0$  — скорость звука (коэффициент приводим для одноатомного газа).

### в) Гидродинамическое решение

Будем рассматривать межзвездную среду как газ с определенным показателем адиабаты  $\gamma$  и определенным состоянием на бесконечности  $Q_0, P_0$ ; скорость газа как целого вдали стремится к нулю, средняя скорость отдельных молекул на бесконечности порядка  $a_0 = \sqrt{\gamma P_0 / Q_0}$ .

Выделим узкий конус с телесным углом  $d\Omega$ . Запишем уравнение неразрывности — закон сохранения вещества ( $dS$  — поток вещества в конусе  $d\Omega$ ):

$$dS = \rho u r^2 d\Omega = \text{const.} \quad u = \frac{A}{\rho r^2}, \quad A = \frac{ds}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{dM}{dt},$$

и закон Бернулли, выражющий сохранение энергии:

$$-\frac{GM}{r} + \frac{u^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} = \text{const} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_0}{Q_0}.$$

Правая часть формулы следует из рассмотрения состояния при  $r \rightarrow \infty$ .

Удобно вместо  $P$  и  $\rho$  воспользоваться в качестве переменной скоростью звука  $a$ :

$$a = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \quad a = a_0 \left( \frac{\rho}{Q_0} \right)^{(\gamma-1)/2}.$$

В плоскости  $a, u$  уравнение Бернулли при различных  $r$  дает семейство эллипсов

$$\frac{u^2}{2} + \frac{1}{\gamma-1} a^2 = \frac{1}{\gamma-1} a_0^2 + \frac{bM}{r},$$

а уравнение неразрывности — семейство гипербол дробной степени

$$u = \frac{A}{\rho_0 r^2} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{2/\gamma-1}.$$

Эти гиперболы зависят еще от параметра  $A$ , заранее не известного. Это значит, что рассмотрение задачи само должно дать ответ на вопрос о том, чему равен поток вещества на поверхность в заданных условиях на бесконечности.

Можно показать \*), что при наличии двух точек пересечения данной пары кривых (сплошной и пунктирной) нижняя точка пересечения соответствует дозвуковому режиму течения, а верхняя точка пересечения — сверхзвуковому (рис. 14).

Касание пары кривых происходит обязательно на бисектрисе  $u = a$  в режиме критического течения. Если же при данном выборе  $A$  при каких-то значениях  $r$  кривые не пересекаются, то это значит, что  $A$  выбрано слишком большим и такой поток не реализуется. Анализ уравнений приводит к следующей картине: существует критическое значение  $A_k$ , при  $A > A_k$  вообще решения нет (есть область  $r$  без пересечений).

При  $A < A_k$  при всех  $r$  есть два пересечения, на бесконечности течение всегда дозвуковое (в пределе  $r = \infty$ ,  $a = a_0$ ,  $u = 0$ ), поэтому оно остается дозвуковым везде. Такое течение возможно лишь при наличии достаточно высокого давления  $P_p$  у поверхности звезды. В пределе при  $A > 0$  получим статическую картину, при которой межзвездный газ представляет собой продолжение атмосферы звезды.

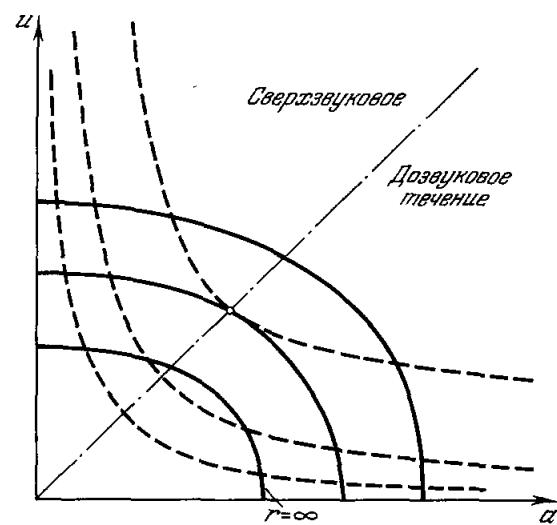


Рис. 14. Гидродинамическая акреция.

$a$  — скорость звука;  $u$  — скорость вещества. Сплошные линии — семейство эллипсов, даваемых уравнением Бернулли (параметром является расстояние  $r$ ). Пунктир — семейство гипербол дробной степени, даваемых уравнением неразрывности.

При  $A = A_k$  возникает качественно новая ситуация. Касание имеет место при определенном  $r = r_k$ , а при всех остальных  $r$ , как  $r > r_k$ , так и  $r < r_k$ , кривые дважды пересекаются. Тогда вдали от звезды, в области  $r > r_k$ , осуществляется дозвуковое течение, в точке  $r = r_k$  скорость равна скорости звука, а ближе к звезде поток сверхзвуковой. Такой режим осуществляется при давлении на поверхности звезды меньше некоего  $P_k$ , причем  $P_k$  близко к статическому давлению, поддерживающему межзвездный газ.

Итак, если только на поверхности звезды нет высокого давления, устанавливается критическое втекание газа с максимально возможным расходом. Не останавливаясь на простых вычислениях, отметим, что в точке перехода через скорость звука

$$u = a = a_0 \sqrt{\frac{2}{5 - 3\gamma}}$$

\*) Дальнейшее изложение проводится в предположении  $\gamma < \frac{5}{3}$ , что всегда осуществляется в случае одноатомного газа за счет ионизации; числа относятся к  $\gamma = \frac{4}{3}$ .

скорость течения и скорость звука порядка начальной (на бесконечности). Переход этот совершается там, где гравитационный потенциал порядка  $a_0^2$ :

$$\frac{GM}{r_k} = \frac{4}{5-3\gamma} a_0^2.$$

Отсюда уже легко построить выражение для потока вещества:

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r_k^2 u_k Q_k = \delta(\gamma) \frac{G^2 M^2}{a_0^3} Q_0, \quad \delta = 2^{2(\gamma-1)} \pi (5-3\gamma)^{-\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}}.$$

Структура выражения для потока резко отличается от случая независимых частиц, рассмотренного в предыдущем параграфе. В выражение не входит радиус звезды. В частности, выражение остается справедливым и в том случае, когда мы имеем дело с застывшей звездой: это вполне естественно, поскольку «узким местом» потока является сфера радиуса  $r_k$ , где достигается критическая скорость. (Конечно, чисто геометрическая площадь сферы только уменьшается при уменьшении радиуса, но при расчете потока нужно учесть еще изменение скорости и плотности, зависящее от поля тяготения.)

Выражение для потока вещества можно записать в форме

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r_k^2 Q_0 c \frac{\delta}{16\pi} \left( \frac{c}{a_0} \right)^3.$$

В этом виде его удобно сравнить с (13,4'): для застывшей звезды поток газа больше потока независимых частиц в отношении  $(c/v_0)^2$ , где  $c$  — скорость света,  $v_0$  — скорость частиц; по порядку величины скорость звука  $a_0$  не отличается от скорости частиц  $v_0$ . Газ отличается от независимых частиц тем, что в газе происходят частые столкновения атомов между собой; эти столкновения ограничивают возрастание тангенциальных скоростей атомов, зато увеличивается радиальная скорость, направленная к звезде.

Теперь численная оценка дает

$$\frac{d(M/M_\odot)}{d(t/10^{10} \text{ лет})} = \sim 0,1 \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^2 \frac{Q_0}{10^{-24} \text{ г/см}^3} \left( \frac{a_0}{1 \text{ км/сек}} \right)^{-3}.$$

Эффект значителен даже в «обычных» условиях:

$$\frac{M}{M_\odot} = 1, \quad Q_0 = 10^{-24} \text{ г/см}^3, \quad a_0 = 1 \text{ км/сек}.$$

Условие применимости гидродинамического рассмотрения требует, чтобы вблизи критического радиуса, т. е. на расстоянии  $r_k = GM/a_0^2$ , длина пробега была бы меньше самого  $r_k$ . Для этого при сечении  $\delta \sim 10^{-15} \text{ см}^2$ ,  $a_0 \sim 1 \text{ км/сек}$  нужна плотность  $Q_0 \sim 10^{-25} (M/M_\odot)^{-1}$ . Следовательно, такое рассмотрение является вполне оправданным.

### г) Движение и выделение энергии в газодинамическом решении. Эффекты ОТО

Выше мы определили закон акреции при падении газа в поле тяготения звезды; было выяснено, что поток газа определяется сферой, на которой происходит переход от дозвукового течения к сверхзвуковому. Как же происходит дальнейшее течение газа? Можно показать, что в сверхзвуковом течении давление газа не играет существенной роли. Каждый элемент газа движется приблизительно так же, как свободно падающая

вдоль радиуса частица в поле тяготения. В ньютоновой области при этом скорость, очевидно, равна  $u = \sqrt{2GM/r}$ . Зная скорость, по уравнению неразрывности легко найти плотность газа в зависимости от  $r$ :

$$\rho u r^2 = \rho_K a_K r_K^2 \approx \rho_0 a_0 \left( \frac{GM}{a_0^2} \right)^2,$$

$$\rho \approx \rho_0 \left( \frac{GM}{ra_0^2} \right)^{3/2} \sim r^{-3/2}.$$

Отсюда по закону адиабатического сжатия или с учетом радиационного охлаждения газа можно найти и его давление, и скорость звука. При показателе политропы  $\gamma$  будет  $a \sim \rho^{(\gamma-1)/2} \sim r^{-3(\gamma-1)/4} = r^{-n}$ , так что при  $\gamma < 5/3$  показатель  $n < 1/2$ , скорость звука действительно растет медленнее скорости движения.

В случае акреции газа нейтронной звездой у поверхности звезды газ останавливается ударной волной, его кинетическая энергия превращается в тепловую и тут же излучается наружу.

Давление, достигаемое в ударной волне, равно  $\rho u^2$ . Подставляя типичные величины

$$\rho_0 = 10^{-24} \text{ г/см}^3, \quad a_0 = 1 \text{ км/сек}, \quad \gamma = 1,4, \quad M = 1,5M_\odot,$$

найдем около поверхности при  $R = 3R_g = 15$  км следующие значения:  $u = 2 \cdot 10^{10}$ ,  $\rho = 10^{-9}$ , давление, останавливающее газ,  $4 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2 = 0,4$  миллиона атмосфер; такое давление давно превзойдено в лабораторных опытах<sup>127</sup>.

Детали этого процесса, спектр излучения, его влияние на движение газа подлежат обсуждению в дальнейшем. Однако ясно, что общее выделение энергии на единицу массы, падающей на поверхность нейтронной звезды, фиксировано и равно  $c^2 r_g / 2R$ , т. е. составляет  $1,5 \cdot 10^{20} \text{ эрг/г}$  в примере  $R = 3r_g$ . Эта величина в 20 раз больше всей ядерной энергии превращения водорода в железо.

Однако принятые выше минимальное значение плотности газа дает слишком малый поток вещества,  $\sim 10^{-11} M_\odot/\text{год} = 10^{15} \text{ г/сек}$ , так что общее выделение энергии  $10^{35} \text{ эрг/сек} = 30 L_\odot$ ; условия, когда поток энергии больше, рассматриваются ниже, п. е).

Совершенно иначе обстоит дело при акреции газа застывшей звездой. Движение газа отражает связанные с ОТО известные особенности движения частицы в шварцшильдовском поле тяготения. Частицы доходят до  $r_g$  за конечное время; в системе координат, связанной с частицей, момент перехода через  $r_g$  никак не выделен. Если за рассматриваемой частицей следует другая и расстояние между ними было конечно где-то вдали от  $r_g$ , то оно останется конечным и в момент пересечения  $r_g$ . Для потока частиц, т. е. для газа, отсюда следует вывод: плотность в системе, движущейся с газом, остается конечной. По порядку величины плотность равна

$$\rho_m = \rho_0 \frac{r_K^2}{r_g^2} \frac{a_0}{c}.$$

Выражая все через  $a_0$ , получим

$$\rho_m \approx \rho_0 \left( \frac{c}{a_0} \right)^3.$$

При  $a_0 = 1 \text{ км/сек}$ ,  $\rho_0 = 10^{-24}$  найдем  $\rho_m \sim 3 \cdot 10^{-8} \text{ г/см}^3$ . С точки зрения покоящегося наблюдателя, находящегося вблизи  $r_g$ , скорость газа тем

ближе к скорости света, чем ближе точка наблюдения к  $r_g$ . Плотность числа частиц и поток частиц образуют 4-вектор. При лоренц-преобразовании от системы, движущейся с газом, к покоящейся системе плотность газа, измеренная в покоящейся системе, неограниченно растет при приближении к  $r_g$ , как  $Q_m \sqrt{r_g/(r - r_g)}$  (точнее нужно сказать, что так растет плотность массы покоя или плотность, как число частиц в единице объема). Наконец, с точки зрения далекого наблюдателя, частица только асимптотически за бесконечное время приближается к  $r_g$ .

Далекий наблюдатель, как бы долго он ни наблюдал за стационарным потоком акреции на застывшую звезду, считает, что ни одна из частиц, прошедших когда-то давно мимо него, не пересекла  $r_g$ . Следовательно, все они накапливаются в пространстве, прилегающем к  $r_g$ .

В точном стационарном решении для потока газа интеграл, дающий общее число частиц, заключенных между двумя сферами  $r = R_1$  и  $r = R_2$ , расходится, когда нижний предел стремится к гравитационному радиусу:

$$dV = 4\pi r^2 \sqrt{g_{11}} dr, \quad g_{11} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1},$$

$$n = \text{const} \cdot \int \sqrt{\frac{r_g}{r - r_g}} r^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}} dr.$$

В знаменатель подынтегрального выражения входит  $r - r_g$ , поэтому интеграл расходится логарифмически. С точки зрения далекого наблюдателя, к стационарному потоку можно только асимптотически приближаться \*), емкость слоя, прилегающего к  $r_g$ , бесконечна, и в стационарном решении нужно бесконечное время, чтобы заполнить его.

Еще важнее, что при сверхзвуковом течении вещества по радиусам может излучаться наружу лишь весьма малая часть энергии. Кинетическая энергия поступательного движения сохраняется и не перерабатывается в тепловую. При упорядоченном падении по радиусам отдельные элементы газа не сталкиваются между собой и ударные волны не возникают. В слое, прилегающем к гравитационному радиусу, скапливается не только вещество, но и энергия или, точнее, скапливается вещество, обладающее огромной кинетической энергией \*\*), которая, однако, не превращается в другие формы энергии. Только тепловая энергия газа, увеличивающаяся в ходе адиабатического сжатия, может быть высвеченна. Однако этот источник энергии весьма мал по сравнению с энергией покоя ( $Qc^2$ ) и кинетической энергией, поскольку в сверхзвуковом потоке плотность (в системе координат, падающей вместе с газом) остается конечной (ср. выше выражение  $Q_m$ ).

Итак, сферически симметричная акреция газа в поле тяготения застывшей звезды не приводит к эффективному выделению энергии, точно так же (и в сущности по той же самой причине), как и сферически симметричный коллапс.

\*) Время, необходимое для приближения к стационарному потоку с заданной точностью в данной точке пространства, тем больше, чем ближе эта точка к  $r_g$ .

\*\*) Как уже отмечалось, с точки зрения локального наблюдателя, скорость частиц  $\rightarrow c$  при  $r \rightarrow r_g$ , так что энергия  $E \rightarrow \infty$ . Если бы около  $r_g$  находилось неподвижное тело, то при ударе частица выделила бы энергию  $E \gg m_0 c^2$ . Однако если эта энергия отводится наружу (например, квантами илинейтрином), на пути к наблюдателю в силу красного смещения энергия убывает и для далекого наблюдателя становится близкой к  $m_0 c^2$  для частицы с массой покоя  $m_0$ . В действительности энергия не выделяется потому, что нет неподвижного тела, о которое частица могла бы удариться.

д) Несимметричная аккреция в поле застывшей звезды

Изложенное выше подводит к необходимости рассмотрения столкновения падающих частиц между собой. В качестве самого простого примера можно рассмотреть неупругое столкновение двух частиц, движущихся по гиперболическим орбитам (рис. 15). Кинетическая энергия их относительного движения превращается в момент столкновения в другие формы энергии (в свет), который излучается во все стороны. Часть света попадает на шварцшильдовский радиус застывшей звезды и безвозвратно захватывается, остальная часть, преодолев гравитационное поле, уходит на бесконечность. Сами сталкивающиеся частицы, потеряв тангенциальную скорость, падают. Расчет показывает, что максимальный выход энергии наружу составляет до 10—20% энергии покоя ( $m_0c^2$ ) падающих частиц.

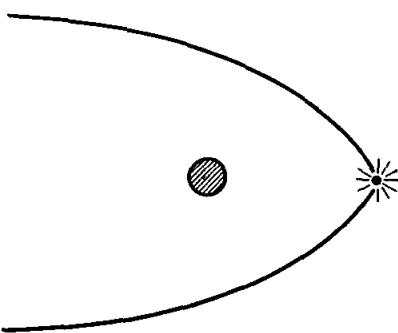


Рис. 15. Столкновение частиц с разными моментами в поле притягивающего центра.

слоя в фазовом пространстве  $E = p^2/2m$ ,  $p dp = m dE$ ) можно записать (используя соотношения  $E = p^2/2m$ ,  $p dp = m dE$ ) как  $4\pi r m t dE$ . Поскольку  $dE$  везде одинаково, плотность частиц в каждой точке пропорциональна импульсу  $p$ , т. е.

$$Q = Q_0 \frac{p}{p_0} = Q_0 \sqrt{1 + \frac{GM_m}{rE}}.$$

Если пренебречь отсосом частиц вследствие аккреции, то распределение частиц по скорости остается изотропным в каждой точке пространства. Таким образом, конструируется распределение частиц первого приближения (без учета столкновений и аккреции), которое используется для расчета числа и энергии столкновений и для получения следующего приближения. Однако мы не будем здесь развивать дальше эту картину и обратимся сразу к противоположному предельному случаю — к рассмотрению течения газа.

Итак, представим себе, что застывшая звезда погружена в газ, рассматриваемый как сплошная среда. Предположим далее — и в этом заключается отличие от предыдущего параграфа, — что на бесконечности газ движется относительно звезды со скоростью  $u_0$ . Рассмотрим предельный случай  $u_0 \gg a_0$ : при наличии упорядоченного движения (скорость  $u_0$ ) учет собственного движения молекул газа уже не существен. Пренебрегая скоростью звука по сравнению со скоростью  $u_0$ , мы одновременно пренебрегаем и давлением. Но в отсутствие давления движение сплошной среды по существу не отличается от движения отдельных частиц: уравнения гидродинамики представляют собой просто иную заслесь уравнений механики частицы. В стационарной задаче линии тока представляют собой просто траектории частиц. Сальпетер<sup>66</sup> дает следующую общую картину движения (рис. 16): газ течет слева направо, в поле тяготения

линии тока искривляются, а скорость газа увеличивается по закону сохранения энергии, который здесь носит имя Бернулли.

В хвосте потока, примыкая к поверхности звезды (или к сфере Шварцшильда), расположена вытянутая поверхность ударной волны. Ударная волна заменяет столкновения пар частиц на оси, описанные выше. Пересекая фронт ударной волны, газ теряет компоненту скорости, перпендикулярную к фронту. Компонента скорости параллельная фронту, т. е., направленная по радиусу, остается без изменения.

Пользуясь законами Кеплера, можно найти критическую траекторию (пунктир) и критический прицельный параметр  $b_k$ . При  $b > b_k$

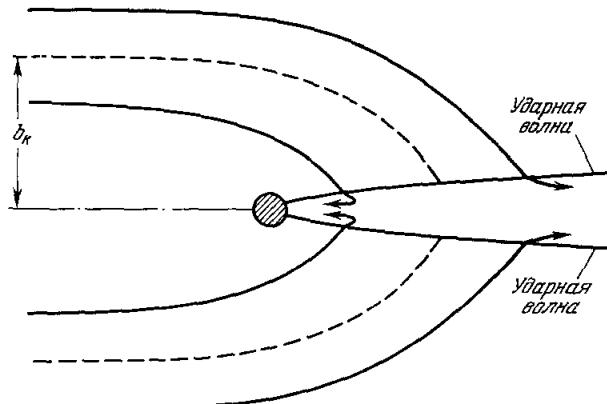


Рис. 16. Гидродинамическая картина акреции.

В ударной волне частицы теряют потенциальную составляющую скорости. При прицельном расстоянии меньше  $b_k$  радиальная составляющая скорости меньше параболической, и частица в конце концов падает к притягивающему центру.

скорость после сжатия ударной волной остается больше параболической, и вещества вытекает на бесконечность; при  $b < b_k$  вещества после сжатия падает на звезду. Оказывается, что  $b_k$  и соответственно скорость акреции зависят от скорости газа  $u_0$  примерно так же, как в сферической задаче зависели от скорости звука  $a_0$  (см. выше). Важное отличие от сферической задачи заключается в том, что в ударной волне происходит эффективная переработка кинетической энергии в энергию тепла и света.

Сальпетер приводит следующие оценки: тело, движущееся со сверхзвуковой скоростью относительно газа, замедляется за время, в течение которого акреция мало меняет его массу. Следовательно, нужно рассматривать движение тела относительно газа со скоростью порядка скорости звука, т. е. порядка хаотической скорости молекул и облаков газа:

$$\frac{dM}{dt} \sim \alpha \frac{M^2 n}{u^3 \cdot 3 \cdot 10^{11}},$$

где  $u$  — скорость  $\text{км/сек}$ ,  $M$  — масса в единицах  $M_\odot$ ,  $n$  — плотность межзвездного газа (атомов Н в  $\text{см}^3$ ),  $t$  — в годах,  $\alpha$  — безразмерное число ( $0,1 < \alpha < 1$ ). Масса возрастает, обращаясь в бесконечность быстрее чем за  $10^{10}$  лет, если  $M_0 > (u/25) (0,25/\alpha n) \cdot 2 \cdot 10^6$ .

Таким образом, тела с массой  $10^6 M_\odot$ , т. е. более тяжелые, чем обычные шаровые скопления, в нашей Галактике должны вызывать катастрофический процесс акреции, сопровождающийся большим выделением энергии.

Выделение энергии ограничивается световым давлением, о чем речь пойдет ниже. Несимметричная картина движения приводит к тому, что и в поле тяготения застывшей звезды частицы сталкиваются и могут выделять энергию того же порядка, что и при столкновении с поверхностью нейтронной звезды. Нужно особенно отметить важное ограничение модели Сальпетера: в этой модели энергия выделяется в форме тепла и света — нет механизма, который привел бы к переработке гравитационной энергии падающего вещества в кинетическую энергию выброшенной струи. В самом деле, согласно теореме Бернулли, в стационарном потоке закон сохранения энергии применим к каждой отдельной струйке, ограниченной линиями тока; в потоке с малой скоростью втекания на бесконечности никак не могут появиться струи, удаляющиеся от тела с большой скоростью. Возможным выходом является рассмотрение нестационарной ситуации: застывшая звезда, приближаясь к границе газового облака, вызовет движение газа, который, смыкаясь по другую сторону звезды, даст кумулятивный выброс струи. Однако более вероятно, что для получения реальной картины строения сверхзвезд необходим учет магнитных полей (см. § 13).

#### е) Регулировка акреции световым давлением

Выше в § 5 мы видели, что при определенном значении потока света, соответствующем  $L/M = 3 \cdot 10^4 L_\odot/M_\odot$ , световое давление уравновешивает силу тяготения. Следовательно, в том случае, когда выделение энергии при акреции превысит этот предел, акреция приостановится. Эти соображения следует применить к акреции на нейтронную звезду. Приимая ее массу равной  $M_\odot$ , найдем предельную светимость  $L \sim 10^{38}$  эрг/сек. При светящейся поверхности, соответствующей радиусу 10 км, получим поток  $10^{25}$  эрг/сек·см<sup>2</sup>, что соответствует температуре черного тела  $2 \cdot 10^7$  К = 1,7 кэв. При вдвое меньшем потоке температура составляет 1,3 кэв. В обоих случаях температура достаточна для испускания рентгеновских лучей с энергией до 10—15 кэв (длина волны больше 1 Å), регистрируемых аппаратурой, вынесенной за пределы атмосферы. Для того чтобы создать такой поток света, нужна скорость акреции  $2 \cdot 10^{17}$  г/сек =  $= 3 \cdot 10^{-9} M_\odot$  в год. Вблизи поверхности скорость падающего газа порядка 0,5с, плотность его  $\rho = 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup>, эффективная толщина поглощающего слоя  $\sim \rho R \sim 1$  г/см<sup>2</sup>. Расчет по томсоновскому рассеянию показывает, что такой слой более чем на половину пропускает первичное рентгеновское излучение поверхности. При этом существенно, что вещество находится при температуре порядка 1 кэв под действием излучения, и потому кислород, азот и углерод практически полностью ионизованы; поэтому поглощение рентгеновских лучей веществом резко уменьшается по сравнению с поглощением холодным веществом.

Наконец остается оценить плотность газа (атомного водорода) на бесконечности, находящегося при температуре порядка 100°К и обеспечивающего нужный поток вещества. Скорость звука порядка 1 км/сек, критический радиус порядка  $10^{16}$  см, плотность порядка  $10^{-21}$  г/см<sup>3</sup>.

В этой картине, которая могла бы объяснить рентгеновское излучение нейтронной звезды после исчерпания тепловой энергии внутренних слоев, остаются неясные вопросы: устойчиво ли сферически симметричное течение вещества навстречу потоку излучения? На каком расстоянии происходит ионизация газа? Нужно ли рассматривать акрецию из газа с постоянной плотностью на бесконечности или из газа, образовавшегося при катастрофическом процессе превращения обычной звезды в нейтрон-

ную? В последнем случае само начальное распределение и начальная температура газа не произвольные, а определяются предыдущей стадией.

Однако основной факт заключается в том, что условие светового равновесия регулирует выделение энергии как раз на уровне, соответствующем рентгеновскому излучению; этот результат зависит от соотношения между массой и радиусом нейтронной звезды и нечувствителен к другим обстоятельствам. Отметим, что скорость свободного падения на поверхность нейтронной звезды весьма велика. Энергия протонов порядка 200—300  $M_{\odot}$ ! Поэтому излучение ударной волны может заметно отличаться от равновесного излучения (спектра черного тела) равной мощности. Эту задачу предстоит еще решить методами, аналогичными анализу структуры сильных ударных волн<sup>107</sup>.

Ситуация может осложняться магнитными полями, вмороженными в газ, подлежащий акреции. Как справедливо отмечает Паркер<sup>143</sup>, любое сильное движение плазмы создает условия генерации космических лучей. Если бы магнитное поле менялось только за счет подобного сжатия как  $Q^{2/3}$ , то его роль оставалась бы малой. Однако запутывание может усиливать поле. Таким образом, акреция замагниченного газа может питать энергией релятивистские частицы, создающие синхротронное излучение. Этот круг вопросов находится в начальной стадии изучения.

#### § 14. МАГНИТНЫЕ И МАГНИТОГИДРОДИПАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

В. Л. Гинзбург<sup>67</sup> первым обратил внимание на то, что коллапс звезды должен сопровождаться сильным увеличением ее магнитного поля. Впоследствии этому вопросу был посвящен целый ряд работ<sup>68–71</sup>.

Рассматривая коллапс звезд и сверхбольших масс газа, нужно различать существенно разную топологию внешнего магнитного поля этих объектов (Кардашев<sup>70</sup>). Согласно данным наблюдений и современным теориям происхождения звезд, магнитное поле обычной звезды (скажем, Солнца) имеет квазидисперсионный характер. Топология такого поля изображена на рис. 17, а. Магнитные силовые линии замыкаются, в основном не уходя далеко от звезды. Иная картина внешнего поля для галактик и вообще метагалактических образований. Согласно современным представлениям<sup>72</sup>, здесь силовые линии магнитного поля не замкнуты и уходят практически в бесконечность, связывая тело с окружающей средой и другими объектами (рис. 17, б).

В последнее время все большее распространение получает точка зрения, согласно которой это поле возникло не путем самовозбуждения в процессе образования и эволюции галактик, а сжатием первоначального метагалактического поля, существовавшего до возникновения галактик. Впервые такая точка зрения была упомянута (однако с неодобрением) Хойлем<sup>73</sup>; космологическая теория с «изначала» существующим однородным магнитным полем развивается в<sup>74, 75</sup>.

Магнитные процессы при коллапсе с учетом явлений в окружающей оболочке весьма сложны и изучены, пожалуй, еще меньше, чем эффекты

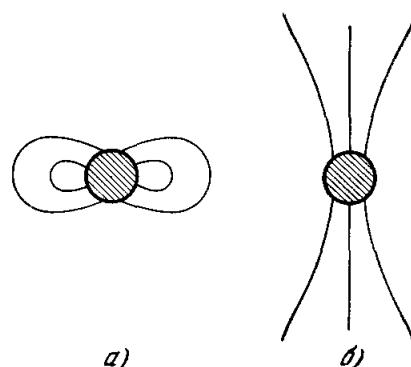


Рис. 17. Топология магнитного поля.

а) Звезда; б) метагалактический объект.

вращения. Поэтому мы ограничимся только самым общим рассмотрением вопроса. Начнем с коллапса обычных звезд. Из наблюдений известно, что у звезд на поверхности могут быть поля напряженностью  $1 - 10^4$  гс. Во всех случаях магнитная энергия много меньше гравитационной энергии звезды. Проводимость вещества звезды весьма велика и для звезд типа Солнца составляет  $\sigma_{\odot} = 10^{16}$  сек $^{-1}$ . Поэтому время затухания поля  $t_{\odot} \approx \frac{4\pi\sigma_{\odot} R_{\odot}^2}{c^2} \approx 7 \cdot 10^{17}$  сек  $\approx 2 \cdot 10^{10}$  лет,

$$t_{\odot} \approx \frac{4\pi\sigma_{\odot} R_{\odot}^2}{c^2} \approx 7 \cdot 10^{17} \text{ сек} \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ лет},$$

что много больше возраста Солнца ( $\sim 5 \cdot 10^9$  лет). В процессе сжатия звезды любой массы это время всегда много больше характерного времени сжатия <sup>67</sup>. Если звезда превращается в нейтронную, то ее проводимость возрастает во много раз и становится примерно на четыре порядка больше проводимости меди в обычных условиях <sup>76</sup>. В этом случае время затухания поля для  $R \approx 10^6$  см порядка миллиона лет.

Итак, всегда можно считать, что поле «вморожено» в вещество звезды. В этих условиях при сжатии  $H \sim R^{-2}$  и магнитная энергия  $E_{\text{маг}} \sim H^2 R^2 \sim R^{-4}$ , т. е. меняется при сжатии так же, как и гравитационная энергия. Но у обычных звезд, как сказано выше,  $E_{\text{маг}} \ll E_{\text{грав}}$ ; следовательно, на динамику коллапса звезды магнитное поле никак не влияет.

Как будет меняться магнитное поле во время релятивистского коллапса, когда звезда превращается в застывшую? Этот вопрос был исследован В. Л. Гинзбургом и Л. М. Озерным <sup>67, 69</sup>.

Выше подчеркивалось, что поле вморожено в вещество звезды и при сжатии до размеров  $\sim r_g$  должно достигать колоссальной величины  $\sim 10^{10}$  гс для сопутствующего вещества наблюдателя. Иное поле будет при  $R \rightarrow r_g$  для неподвижного наблюдателя. Чтобы найти это поле, авторы <sup>69</sup> рассматривают сначала статическую задачу.

Будем мысленно уменьшать размеры гравитирующего намагниченного шара и исследовать его внешнее дипольное магнитное поле. Дипольный момент шара  $d$  в классической теории пропорционален  $R : d = \frac{d_0 R}{R_0}$ , где  $d_0$  и  $R_0$  — начальный дипольный момент и радиус соответственно. Момент  $d$  стремится к нулю, если  $R \rightarrow 0$ . В. Л. Гинзбург <sup>67</sup> показал, что в релятивистской теории при  $R \rightarrow r_g$  закон изменения  $d$  следующий:

$$d = \frac{d_0 r_g}{R_0 \cdot 3 \ln \frac{r_g}{R - r_g}}.$$

Таким образом  $d \rightarrow 0$ , когда  $R \rightarrow r_g$ .

Найдем теперь изменение магнитного момента коллапсирующей звезды со временем. У поверхности магнитное поле вычисляется так же, как и в стационарном случае. Зная зависимость  $R$  звезды от времени (см. <sup>1</sup>, § 15), находим окончательно при  $t \rightarrow \infty$

$$d = \frac{d_0 r_g^2}{3R_0 c t}.$$

Итак, магнитный момент для внешнего наблюдателя затухает по степенному закону.

Чем можно объяснить различие в поведении при коллапсе вращательного момента и магнитного? Первый, как мы видели в § 9, остается постоянным, второй — затухает. Ведь оба момента эффективно создаются вращательным движением: механический момент вращением массы, магнитный — круговым движением тока. Разница заключается в следующем. При  $R \rightarrow r_g$  локальная скорость коллапса  $v_r \rightarrow c$ . Вследствие зату-

хания всех процессов скорость вращения  $v_\phi \rightarrow 0$ , но эффективная масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow \infty,$$

а момент остается неизменным,  $K = m v_\phi R = \text{const}$ . В отличие от массы, заряд  $\tilde{e}$ , создающий ток  $I = \tilde{e} v_\phi$ , не меняется. Поэтому благодаря  $v_\phi \rightarrow 0$  ток затухает:  $I \rightarrow 0$ . Затухание тока и приводит к затуханию внешнего магнитного поля коллапсирующей звезды для шварцшильдовского наблюдателя.

Изменение магнитного поля при сжатии вызывает появление вихревого электрического поля. В ближней (неволновой) зоне это может привести к возникновению токовесущей оболочки в окружающей звезду плазме или(и) к возникновению магнитогидродинамических волн<sup>69</sup>. Эти процессы еще совершенно не исследованы, и мы ограничимся лишь некоторыми замечаниями относительно дальней волновой зоны<sup>68</sup>. Характерное время и масштабы явления — соответственно  $r_g/c$  и  $r_g$ . Поэтому волновая зона начинается с  $R > r_g$ . Пусть внешнее магнитное поле звезды содержит дипольный магнитный момент  $d = \Phi R$ , где  $\Phi = \text{const}$ . Оценим излучение внешнего магнитного поля. Так как при  $R \sim r_g$  скорость сжатия порядка  $c$ , излученная энергия будет порядка энергии магнитного поля, ибо нет параметра малости для количества излученной энергии. Сделаем более точный расчет. В процессе коллапса вещество падает почти свободно; поэтому

$$\ddot{R} = -\frac{GM}{R^2}, \dot{R} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \quad (14.1)$$

Полный поток излученной энергии равен

$$I = \frac{2}{3c^3} \dot{R}^2. \quad (14.2)$$

Подставляя (14.1) в (14.2), получаем

$$I = \frac{\Phi^2 c}{6r_g^2} \left( \frac{r_g}{R} \right)^4, \quad (14.3)$$

а полное количество излученной энергии при сжатии до размеров  $R$

$$E = \frac{\Phi^2}{15r_g} \left( \frac{r_g}{R} \right)^{2.5}. \quad (14.4)$$

Если  $\Phi \approx 3 \cdot 10^{21}$ , как это имеет место у Солнца, и  $r_g \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см}$ , то

$$I \approx 5 \cdot 10^{41} \left( \frac{r_g}{R} \right)^{4.5} \text{ эрг/сек}, \quad (14.5)$$

$$E \approx 3 \cdot 10^{36} \left( \frac{r_g}{R} \right)^{2.5} \text{ эрг}. \quad (14.6)$$

Излучение имеет вид однократного импульса продолжительностью  $\approx r_g/c^*$ ). Расчет проводился для нерелятивистской теории, и формулы перестают быть справедливыми вблизи сферы Шварцшильда, но они дают правильный порядок оцениваемых величин.

Общее количество излученной энергии в этом случае невелико. Хайл, Нарликар и Уилер<sup>71</sup> предположили, что интенсивное электромагнитное излучение может продолжаться долго, если вращающаяся

\*) Спад всплеска обусловлен релятивистским эффектом застывания всех процессов при  $R \rightarrow r_g$  (см. выше).

звезды с магнитным полем, остывая и сжимаясь, придет в квазиравновесное состояние типа, скажем, плоского диска. Такая конфигурация с несферическим распределением масс, по предположению Хойла и других, должна динамически осциллировать вокруг положения равновесия. Однако мы уже отмечали в § 3, что такая конфигурация неустойчива и разбивается на сгущения. Другим мыслимым вариантом осциллирующей системы может быть, например, вращение тела типа почти слившихся двойных звезд. По предположению авторов работы<sup>71</sup>, размеры этой системы для  $M \sim 5M_{\odot}$  порядка  $10^6$  см, т. е.  $\approx r_g$ , характерная скорость, очевидно, немногим менее  $c$  ( $\sim c/3$ ). Размеры звезды по сравнению с первоначальным уменьшились на 5 порядков; следовательно, поле увеличилось на 10 порядков и достигает  $\sim 10^{10}$  гс, а переменная составляющая поля, скажем,  $10^9$  гс. Отсюда поток электромагнитного излучения  $\approx R^2 H^2 c \approx 3 \cdot 10^{40}$  эрг/сек. Авторы<sup>71</sup> считают, что поток энергии может длиться  $\sim 10^3$  лет =  $3 \cdot 10^{10}$  сек, и получают полную излученную энергию  $10^{51}$  эрг.

Однако предполагать столь длительное существование осциллирующей системы нельзя. Дело в том, что наряду с электромагнитными волнами система будет излучать гравитационно и в случае анизотропного сжатия тела при осцилляции, и в случае вращения типа двойной звезды. Для порядковой оценки гравитационного излучения можно использовать формулу (11,4), в которой полагаем  $r_{g_1} \approx r_{g_2}$ . При указанных параметрах системы находим длительность существования системы

$$\tau = \frac{5}{16} \frac{r_g}{c} \left( \frac{r}{r_g} \right)^4 \approx 10^{-5} \text{ сек.} \quad (14,7)$$

Очевидно, никакой разумный учет параметра малости за счет того или иного распределения масс в системе не изменит существенно этой величины. Для того чтобы система существовала  $\sim 10^3$  лет, необходимо, как следует из (14,7), чтобы  $r/r_g \approx 10^4$ . Но при таком выборе размеров системы напряженность магнитного поля будет не более 10 гс и электромагнитное излучение ничтожно. Итак, общее количество излученной электромагнитной энергии невелико и по порядку величины определяется (14,6). Мы увидим далее, что при сжатии масс порядка ( $10^5$  –  $10^8$ )  $M_{\odot}$ , излученная энергия резко возрастает. До сих пор мы молчаливо предполагали, что плазма, окружающая звезду, не мешает возникновению излучения. Частоты излучения  $\omega \sim c/r_g$  низки, особенно для больших масс. Даже при ничтожной плотности плазмы собственная частота колебаний  $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N_e}{m^2}} \approx 2 \cdot 10^{18} \sqrt{N_e} \text{ сек}^{-1}$  много больше  $\omega$ , что, казалось бы, должно приводить к тому, что излучение не будет возникать вовсе.

Однако, для того чтобы излучение не возникало, кроме указанного условия, нужно еще, чтобы максимальный ток  $I_{\max} = N_e e c$  ( $N_e$  — концентрация электронов,  $e$  — заряд электрона), возникающий в плазме при изменении магнитного поля в неволновой зоне, был в состоянии компенсировать это изменение. Найдем критическое значение плотности окружающей плазмы, при которой излучение уже не возникает<sup>68</sup>. Из уравнений Максвелла получаем

$$|\text{rot } \mathbf{H}| = \frac{4\pi I_{\max}}{c} = 4\pi N_e e. \quad (14,8)$$

Сделаем оценки по порядку величины. Рассмотрим характерный момент сжатия, когда  $(R - r_g) \sim r_g$ . Учитывая, что  $|\text{rot } \mathbf{H}| \sim \frac{H}{r_g}$  и  $H \sim \frac{\Phi}{r_g^2}$ ,

получаем из (14,8)

$$\Phi_{\text{крит}} = 4\pi N_e r_g^3.$$

Следовательно, если выполняется неравенство

$$N_e < \frac{\Phi}{4\pi e r_g^3}, \quad (14,9)$$

то возникает волновая зона (начиная с расстояний  $L > r_g$ ) даже при  $c/r_g \ll \omega_0$ .

Подставляя в (14,9)  $\Phi_{\odot} \approx 3 \cdot 10^{21}$  и  $r_{g\odot} = 3 \cdot 10^5 \text{ см}$ , находим

$$N_e < 10^{15} \text{ см}^{-3}. \quad (14,10)$$

Для сравнения укажем, что концентрация электронов в солнечной короне вблизи поверхности Солнца  $\sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ .

Итак, при выполнении (14,10) излучение уходит от звезды в виде однократного импульса, поглощаясь плазмой вдали от звезды в волновой зоне. Еще раз напомним, что полная энергия излучения в случае обычных звезд относительно невелика.

Кардашев<sup>70</sup> обратил внимание на то, что при некоторых условиях вращательная энергия звезды может длительно «перекачиваться» в энергию магнитного поля. Звезда, скавшись до размеров белого карлика или до нейтронной плотности, должна при этом вращаться еще не настолько быстро, чтобы сильное сплющивание основной массы привело к неустойчивости — возникновению отдельных сгущений или к образованию двойной звезды \*). Процесс «перекачки» может осуществляться, например, следующим образом. При вспышке сверхновой первого типа в пространстве выбрасываются внешние слои звезды, которые образуют вокруг нее туманность типа Крабовидной \*\*). Эта оболочка магнитными силовыми линиями связана со звездой. Сжимающаяся звезда ускоряет свое вращение и закручивает силовые линии поля, отдавая энергию вращения магнитному полю и оболочке и передавая оболочке также момент (механизм Хойла, см. § 11). Сделаем, следуя<sup>70</sup>, грубые оценки. Пусть начальные параметры звезды

$$R_0 \approx 10^{11} \text{ см}, \quad M = M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}, \quad v_0 \approx 10^6 \text{ см/сек}$$

и  $H_0 = 1 \text{ гс}$ . Вследствие условия вморооженности поток поля через поверхность звезды не меняется. Поэтому если бы напряженность внешнего поля не увеличивалась закручиванием, напряженность  $H$  в оболочке со средним радиусом  $l$  была бы  $H = H_0 R_0^2 / l^2$ . Если звезда сделала  $n$  оборотов после отделения оболочки, то

$$H = \left( \frac{H_0 R_0^2}{l^2} \right) n. \quad (14,11)$$

Размер звезды во время начала истечения вещества с экватора вследствие действия центробежной силы:  $R \approx 10^8 \text{ см} \approx 3 \cdot 10^2 r_g$ . Следовательно, один оборот звезда совершает за  $\tau = \frac{2\pi R}{v_0 R_0} \approx 0,6 \text{ сек}$ . Применим эти оценки к гипотетической звезде в Крабовидной туманности, возникшей при вспышке сверхновой  $t = 10^3$  лет назад. В этом случае число оборотов звезды  $n \approx t/\tau = 5 \cdot 10^{10}$ . Размер туманности  $l \approx 2,5 \cdot 10^{18} \text{ см}$ ,

\*) Для этого необходимо, чтобы вращательная энергия была заметно меньше гравитационной.

\*\*) Оболочка может возникнуть и иным путем, например стационарным истечением вещества с поверхности и т. п.

поэтому  $H = \frac{H_0 R_0^2}{l^2} n = 10^{-4}$  гс, что хорошо согласуется с оценками поля по наблюдаемому синхротронному излучению электронов туманности.

Усиление поля будет продолжаться до тех пор, пока магнитная энергия станет порядка вращательной или же пока не нарушится магнитная связь звезды с оболочкой. Последнее может наступить либо при развитии неустойчивости процесса, либо вследствие затухания поля. Это время по оценке <sup>70</sup> составляет несколько тысяч лет.

Перейдем теперь к коллапсу больших масс газа. Гравитационное сжатие подобных облаков с магнитным полем, по-видимому, приводило в прошлом к образованию различных форм галактик и радиогалактик, что в последнее время особенно подчеркивается в работах Пиддингтона <sup>71</sup> и С. Б. Пикельнера <sup>72</sup>. Если сферическая симметрия газового облака по каким-либо причинам достаточно хороша (например, в ядрах галактик), то сжатие будет продолжаться до  $r_g$ .

В отличие от обычных звезд, здесь топология поля, как указано в начале параграфа, иная (рис. 17). Силовые линии связывают сжимающееся облако с окружающей средой. Магнитная энергия облака, вероятно, уже в начале сжатия порядка вращательной, и сжатие непрерывно сопровождается потерей углового момента. Сжатие вызывает появление «перетяжки» в магнитных силовых линиях \*). Процессы, которые при этом возникают, также известны плохо, и мы приведем только самые грубые оценки. В межзвездных облаках существуют магнитные поля напряженностью  $10^{-5}$  гс. Пусть первоначальное облако с  $M = 10^8 M_\odot$  имеет  $n \sim 10^4$  ячеек однородности поля с  $H_1 = 10^{-5}$  гс. Тогда внешнее регулярное поле облака  $H_0 \approx H_1 n^{-1/2} \approx 10^{-7}$  гс. При сжатии до  $r_g$  плотность облака меняется на  $\sim 24$  порядка (от  $\sim 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup> до 1 г/см<sup>3</sup>), поле возрастет на 16 порядков и достигнет  $H \approx 10^9$  гс. Увеличение энергии поля сопровождается ростом энергии частиц, вмороженных в поле.

Будет ли возникать излучение поля в процессе сжатия? Из критерия возникновения излучения (14,10), используя приведенное выше первоначальное значение  $H_0 \approx 10^{-7}$  гс на поверхности облака, получаем

$$N_e < 10^4 \left( \frac{10^8}{M/M_\odot} \right)^{2/3} \text{ см}^{-3}. \quad (14,12)$$

Если, кроме того, учесть, что, вероятнее,  $H_0 \sim n^{-1/2} \sim M^{1/2}$ , показатель степени скобки в (14,12) возрастет до 3. Таким образом, критическое для возникновения излучения значение концентрации плазмы меняется от  $10^4$  см<sup>-3</sup> для  $M \approx 10^8 M_\odot$  до  $\sim 10^{11} \div 10^{13}$  см<sup>-3</sup> для  $M \approx 10^5 M_\odot$ .

Если плотность плазмы удовлетворяет критерию (14,12), то излучение возникает. Оценим по формулам (14,5) и (14,6) полный поток и количество излученной энергии для  $M \approx 10^8 M_\odot$ <sup>68</sup>:

$$I = 10^{54} \left( \frac{r_g}{R} \right)^4 \frac{\text{эрз}}{\text{сек}},$$

$$E = 5 \cdot 10^{56} \left( \frac{r_g}{R} \right)^{2,5} \text{ эрз}.$$

Считая  $H_0 \sim M^{-1/2}$ , получаем  $I \sim M^{-5/3}$ ,  $E \sim M^{-2/3}$ . При  $H_0 = \text{const}$  имеем  $I \sim M^{-2/3}$ ,  $E \sim M^{1/3}$ . Таким образом, электромагнитное излучение внешнего поля при коллапсе сверхбольших масс, в отличие от коллапса обычных звезд, выглядит весьма внушительно и, возможно, играет заметную роль в энергетике «сверхзвезд» (квазаров).

\*) См. по этому поводу работы Местеля <sup>73</sup>.

## § 15. КВАЗАРЫ («СВЕРХЗВЕЗДЫ»)

Открытие сверхзвезд было основным фактором, вызвавшим в последние годы огромный интерес к вопросам релятивистской астрофизики. Истории открытия этих объектов, их изучению, теориям их строения было посвящено много оригинальных и обзорных работ. Имея это в виду, мы не станем здесь подробно останавливаться на описании всех работ и перечислении предложенных теорий сверхзвезд, тем более, что даже простое перечисление этих теорий заняло бы многие страницы. Интересующихся отсылаем к <sup>26</sup>, к переведенному на русский язык обзору Гринстейна <sup>79</sup> с добавлениями Л. М. Озерного, к статье Сэндейджа <sup>80</sup>, а также к переводному сборнику <sup>81</sup>. Из последних работ можно указать на <sup>82, 83</sup>. Там же приведен список литературы.

Общепринятой или даже просто достаточно убедительной теории сверхзвезд сейчас нет. Ниже мы очень коротко напомним экспериментальные данные о сверхзвездах и остановимся на некоторых из попыток объяснения их природы, которые, по мнению авторов, являются наиболее перспективными.

Сверхзвезды в оптическом диапазоне наблюдаются как точечные объекты малой яркости (ярчайшая ЗС 273  $\sim 13^m$ ), иногда с диффузным выбросом или ореолом. С этими оптическими объектами отождествляются радиоисточники малого углового размера (секунда дуги и меньше). Число открытых сверхзвезд превышает уже два десятка.

Спектры сверхзвезд содержат запрещенные линии высокоионизованных элементов. Линии в спектрах показывают сильное красное смещение: у ЗС 273  $z = \Delta\lambda/\lambda = 0,158$ , у других сверхзвезд  $z$  достигает  $0,4 \div 0,8$ . На конференции в Денвере (США) в мае 1965 г. сообщалось, что для объекта СТА 102  $\Delta\lambda/\lambda = 1,03$  и для  $^{144}\text{Сg}$  смещение  $\Delta\lambda/\lambda = 2$  (!). Это смещение не может быть гравитационным уже потому, что максимальное гравитационное смещение на поверхности стационарной звезды (см. <sup>1</sup>, § 8)  $z \approx 0,4$ . Бонди 3 в очень общем виде показал, что гравитационное красное смещение, испущенное поверхностью статического тела, не превышает  $\Delta\lambda/\lambda = 0,6$ . Следовательно, смещение вызвано удалением объектов с огромными скоростями. Объекты внутри Галактики не могут специально только удаляться от нас, да еще соблюдая статистическую зависимость между видимой величиной и красным смещением. Ясно, что смещение вызвано космологическим расширением Метагалактики и сверхзвезды удалены от нас на огромные расстояния, которые можно определить по красному смещению. Зная расстояние и наблюдаемый поток на Земле, можно определить полный поток энергии от сверхзвезды. Он оказывается порядка  $10^{45} \div 10^{46}$  эрг/сек, что на один-два порядка больше потока энергии от ярчайших галактик. С учетом недавно измеренного инфракрасного излучения ЗС 273 его светимость достигает  $L \approx 3 \cdot 10^{47}$  эрг/сек.

Сделав предположение о примерной стационарности плазмы объекта под действием сил излучения и тяготения в области, где образуется непрерывный спектр \*), и применив соображения о световом равновесии (§ 5, б), получаем оценку нижней границы массы сверхзвезды  $M = (10^7 \div 10^8) M_{\odot}$ . Для потока  $L \approx 3 \cdot 10^{47}$  эрг/сек от ЗС 273 соответственно  $M = 3 \cdot 10^9 M_{\odot}$ <sup>65</sup>. Анализ физических условий в оболочке сверхзвезды приведен в работе И. С. Шкловского <sup>92</sup> и работе Гринстейна и Шмидта <sup>133</sup>.

\*) Не следует путать эту область, которую условно можно назвать фотосферой сверхзвезды с размерами  $\approx 10^{18}$  см, с внешней оболочкой, в которой образуются эмиссионные линии и которая, имея размер,  $\sim 10^{19}$  см, расширяется <sup>92</sup>.

Наиболее удивительным оказывается переменность оптической яркости сверхзвезд, открытая одновременно советскими<sup>93</sup> и американскими<sup>94</sup> астрономами. Надежно установлено, что яркость изученных в этом отношении сверхзвезд меняется более или менее периодически в течение нескольких лет, а иногда наблюдаются резкие изменения яркости за неделю. Это означает, что линейные размеры излучающей поверхности не более световой недели (!) (см. прим. 2 при корр. на стр. 533).

Наконец, анализ непрерывного спектра (а также наличие радиоизлучения) говорит в пользу скорее магнитотормозной природы излучения.

Понимание природы сверхзвезд означает прежде всего отыскание источника энергии огромной мощности. Астрономы надеются, что этот же или аналогичный источник обеспечивает полный запас энергии в мощных радиогалактиках типа А Лебедя порядка  $10^{40}$  эрг, и он же вызывает взрывы ядер некоторых галактик; на это особенно обращает внимание В. А. Амбарцумян<sup>85</sup>.

В начале статьи мы показали, что сверхзвезды заведомо не может быть сверхмассивной звездой с ядерным источником энергии, как это первоначально предполагали Хойл и Фаулер<sup>2</sup>. Не оправдались и другие попытки использования ядерной энергетики (см. об этом в<sup>86</sup>). Выше уже отмечалось, что максимальный возможный выход ядерной энергии  $\approx 8 \cdot 10^{-3} mc^2$ , в то время как выход гравитационной энергии в принципе может быть  $mc^2$ . В 1961 г. В. Л. Гинзбург<sup>87</sup> предложил в качестве источника энергии радиогалактик гравитационное сжатие газа. Необходимо только найти подходящий механизм для перевода кинетической энергии сжимающейся массы в другие виды энергии. В предыдущих параграфах были рассмотрены некоторые подобные механизмы. В случае сферического или почти сферического сжатия, как мы видели, из-за эффекта самозамыкания выход энергии не может быть существенным. Механизм гравитационного излучения<sup>5, 88, 23</sup> не может быть достаточным ввиду того, что гравитационные волны практически не взаимодействуют с веществом; поэтому гравитационные волны могут рассматриваться только как канал оттока энергии от системы. Возможно выделение достаточной энергии при аккреции вещества. Но, вероятно, существенную роль в явлении сверхзвезды играют магнитные и магнитогидродинамические процессы. Мы рассмотрим соответствующие гипотезы ниже.

Наконец, возможна еще следующая точка зрения: сверхзвезды — это галактики в процессе возникновения (см., например, работу Филда<sup>89</sup>) или, наоборот, в процессе умирания — в стадии коллапса<sup>90</sup>.

Эволюция звездной системы сопровождается «испарением» звезд, уносящих энергию из системы, излучением гравитационных волн, образованием двойных систем и прямым столкновением звезд. Все это приводит к потере кинетической энергии звезд системы, постепенному уплотнению ее, приводящему к критическому состоянию и затем к коллапсу за время порядка одного обращения периферийных звезд<sup>90</sup>. Общий недостаток этих гипотез — в том, что они не объясняют непосредственно магнитные поля и релятивистские частицы в сверхзвездах, а также периодические колебания выхода света.

В связи с этими соображениями интересно отметить следующее: предварительный анализ расположения в пространстве пяти сверхзвезд говорит о том, что в отдаленную эпоху в прошлом образование сверхзвезд не было более вероятным, чем в настоящее время<sup>91</sup>. Переходим теперь к гипотезам, представляющимся в настоящее время особенно интересными.

## § 16. МАГНИТОУРБУЛЕНТНАЯ ТЕОРИЯ СВЕРХЗВЕЗД

Излучение радиоволн сверхзвездами является наиболее убедительным доказательством наличия магнитных полей и электронов высокой энергии, вращающихся в этих полях. Своебразная форма светящихся струй, выброшенных из ядра, также свидетельствует об определяющей роли магнитного поля.

Большой цикл исследований равновесия и эволюции массивных звезд без учета магнитного поля в сущности привел к негативным результатам. Подытожим теорию, изложенную выше. Сферически симметрическая массивная звезда теряет устойчивость при весьма малой плотности и скромной температуре в момент, когда гравитационный потенциал еще мал и ядерная энергия не успела выделиться. За потерей устойчивости следует коллапс, при котором гравитационная энергия выделяется, превращаясь в тепловую и кинетическую энергию вещества, но все эти формы энергии не проявляются снаружи и оказываются погребенными в гравитационном поле звезды после ее самозамыкания.

Рассмотрение несферически симметрических задач приводит к выводу, что в подобных процессах может иметь место выделение достаточного количества энергии в виде теплового излучения и кинетической энергии струй. Однако для построения истинной картины нужно учесть магнитогидродинамические эффекты, ибо нельзя игнорировать прямые наблюдательные данные о магнитных полях.

В работе В. Л. Гинзбурга и Л. М. Озерного<sup>69</sup> рассматривалось магнитное поле коллациирующей звезды; поле усиливается в ходе сжатия в соответствии с условием вмороженности («прикленности», как иногда выражаются) силовых линий. При этом соотношение между магнитной и гравитационной энергией не изменяется:

$$H \sim \frac{1}{R^2}, \quad W_m \sim H^2 R^3 \sim \frac{1}{R}.$$

Авторы подчеркивают, что магнитная энергия составляет малую часть полной энергии звезды и не влияет на динамику сжатия основной массы газа. Учет эффектов ОТО приводит к тому, что гравитационное самозамыкание сопровождается втягиванием магнитного поля, прижимающегося к поверхности Шварцшильда. Внешнее магнитное поле при этом исчезает.

В работе Н. С. Кардашева<sup>70</sup> рассматривается механизм усиления магнитного поля, связанный со сжатием вращающегося облака плазмы. Относительное движение частей облака сопровождается запутыванием силовых линий магнитного поля и усилением поля. Кардашев полагает, что энергия поля может сравняться по порядку величины с гравитационной энергией облака. Далее рассматривается образование магнитогидродинамических волн в плазме при быстром сжатии тела.

Вопросы магнитогидродинамических явлений и, в частности, объяснение периодических изменений яркости в рамках магнитотормозной теории излучения рассматриваются в работах Л. М. Озерного<sup>98, 34</sup>.

Логическим продолжением этой линии развития является идея, наиболее четко сформулированная Д. Лайзером<sup>95</sup>. Сверхзвезда рассматривается как тело, в котором тяготение уравновешено в основном хаотическим турбулентным магнитным полем.

Хорошо известно, что максвелловский тензор магнитного поля соответствует растягиванию в двух направлениях, перпендикулярных к полю, и сжатию вдоль поля. Следовательно, хаотическое поле, в котором равномерно представлены все направления, в среднем создает

расталкивание, соответствующее среднему давлению, равному  $1/3$  плотности энергии. Характерное соотношение  $p = \mathcal{E}/3$  имеет место для стационарного в среднем электромагнитного поля во всех случаях: и для совокупности электромагнитных волн в пустоте, т. е. для фотонного газа, и для хаотического магнитного поля в плазме, поддерживаемого токами, текущими в плазме.

Прежде чем идти дальше к конкретизации такой модели, выясним общие соотношения между массой звезды и силой тока, создающего магнитное поле  $H$ , необходимое для равновесия. По порядку величины

$$\frac{GM^2}{R} = H^2 R^3, \quad H = \frac{MV\sqrt{G}}{R^2}.$$

Ток находим по уравнению

$$\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi j = 4\pi n e \frac{v}{c},$$

где  $e$  — заряд электрона в электростатических единицах,  $n$  — концентрация электронов,  $v$  — средняя скорость электронов, создающих ток. Подставляем  $|\text{rot } \mathbf{H}| \sim H/r$ , где  $r$  — характерный масштаб, запишем  $M = Nm_p = nR^3m_p$ , где  $N$  — полное число нуклонов в звезде,  $m_p$  — масса протона. Получим

$$v = c \sqrt{\frac{R}{r}} \sqrt{\frac{Gm_p^2}{e^2}}.$$

Итак, в выражение для  $v$  вошло характерное отношение под вторым корнем — отношение гравитационного взаимодействия двух протонов к их электростатическому взаимодействию:

$$\frac{Gm_p^2}{e^2} = 10^{-36}, \quad v = 10^{-18} c \sqrt{\frac{R}{r}}.$$

Именно благодаря тому, что гравитационное взаимодействие ничтожно по сравнению с электростатическим, достаточно ничтожного упорядоченного движения частиц одного знака относительно частиц другого знака, чтобы возникло расталкивание, уравновешивающее тяготение.

Модель объекта не полна в двух отношениях. 1) С помощью магнитного поля трудно уравновесить тяготение не только в среднем, но и локально, в каждой точке. Магнитная сила, действующая на элемент объема плазмы, равная  $[\mathbf{H}j] \sim [\mathbf{H} \text{rot } \mathbf{H}]$ , не является потенциальной. Сила тяготения —  $q \text{grad } \varphi$ , строго говоря, потенциальна лишь в том случае, если  $q = \text{const}$  или  $q = q(\varphi)$ . Неясно, можно ли добиться точного равенства двух сил в каждой точке при произвольном распределении плотности. 2) Тело в целом находится в состоянии безразличного равновесия, если нет других факторов, кроме тяготения и магнитного поля, поскольку магнитное поле имеет показатель адиабаты  $\gamma = 4/3$  (по отношению к подобному сжатию тела).

Эти трудности разрешаются, если принять вслед за Лайзером, что наряду с магнитным полем имеется макроскопическое движение вещества типа турбулентности, причем кинетическая энергия вещества порядка магнитной энергии. Турбулентное движение происходит с нерелятивистской скоростью, показатель адиабаты его  $5/3$ . Поэтому тело в целом имеет показатель адиабаты средний между  $4/3$  и  $5/3$  и находится в устойчивом равновесии.

По мере диссипации энергии происходит медленное сжатие тела. Если бы не было диссипации, то при сжатии кинетическая энергия возрастала бы сильнее, чем магнитная. Нарушенное равновесие восстанав-

ливается превращением кинетической энергии в магнитную за счет дальнейшего запутывания и растяжения силовых линий магнитного поля. Объемные токи, создающие магнитное поле, могут оказываться неустойчивыми относительно пинч-эффекта, т. е. в отдельных участках плазма может сжиматься вследствие притяжения параллельных токов. При этом возникают электрические поля, приводящие к ускорению отдельных групп заряженных частиц: такие явления наблюдались и на опыте при разрядах в разреженной плазме. Рассматриваемое тело оказывается мощным источником космических лучей, причем энергия, набираемая частицей, оказывается пропорциональной заряду частицы, если частицы движутся с одинаковой скоростью в данном электрическом поле.

Наконец, когда в ходе сжатия включаются эффекты ОТО, происходит коллапс, который, согласно Лайзеру, сопровождается выбросом части массы. При выбросе магнитные линии выпрямляются, выброшенное вещество состоит из отдельных струй или волокон, в которых плазма накрепко соединена с вморооженным в нее магнитным полем, вытянутым вдоль волокна.

Работа Лайзера носит в значительной мере описательный характер, количественных оценок мало и они ненадежны. Это не умаляет ее значения: основные ее утверждения — большая роль магнитного поля в общем балансе энергии \*) и медленная эволюция почти равновесного состояния, рождение релятивистских частиц — хорошо согласуются с общей картиной явлений в сверхзвездах.

Остается невыясненным вопрос о темпе эволюции и пространственном масштабе магнитотурбулентности. Напомним, что основная теорема Бэйчелора о равенстве магнитной и кинетической энергий в турбулентной хорошо проводящей жидкости до сих пор не доказана.

Возможно, что наибольшая часть энергии заключена в турбулентности самого большого пространственного масштаба. В таком случае возможен и другой подход — рассмотрение стационарных упорядоченных полей и упорядоченного движения в поле тяжести. Один вариант соответствует конвекции с подъемом по экватору и опусканием по полюсам. Наблюдаемые данные и в особенности организованный выброс одной или двух струй и правильный период колебания яркости говорят скорее в пользу такого приближения. Другой возможный вариант представляет собой осесимметричное решение с тороидальным магнитным полем и вращением вещества вокруг оси; равновесное состояние соответствует минимуму энергии при данном распределении удельного (на единицу массы) момента импульса и магнитного потока по веществу. В состоянии минимума энергии при соблюдении условия вморооженности магнитного потока и сохранении момента угловая скорость различных струй может быть различна. Однако тот факт, что энергия минимальна, означает подавление турбулентности магнитным полем в этой ситуации, что приведет к увеличению длительности такого состояния.

#### § 17. ГИПОТЕЗА АНТИКОЛЛАПСА

В заключение статьи рассмотрим явление, прямо противоположное коллапсу, — антиколлапс. По гипотезе, изложенной в <sup>97</sup>, антиколлапс может явиться источником гигантской энергии, выделяющейся в процессах, указанных в § 15.

\*) Этот момент, как упоминалось, содержался и в работе Кардашева.

При коллапсе наблюдатель на поверхности сжимающейся звезды за конечное собственное время пересекает сферу Шварцшильда и достигает центральной особенности. Будем рассматривать это явление в обратном порядке по времени. Тогда поверхность звезды, начиная расширяться от точки, за конечное собственное время пересечет сферу Шварцшильда и будет продолжать расширяться дальше. Так как при коллапсе время достижения сферы Шварцшильда для внешнего наблюдателя бесконечно, то, казалось бы, он будет видеть обратный процесс — расширение от сферы Шварцшильда — тоже бесконечно долгим, и уж, конечно, он не сможет увидеть то, что было до выхода из-под критической сферы.

В действительности это не так. Картина расширения не есть обращение во времени картины сжатия, а протекает принципиально иначе<sup>98</sup>. Причина этого, грубо говоря, состоит в следующем. Явление затухания процессов при коллапсе объясняется совместным действием двух эффектов: замедления течения времени в сильном поле и (обобщенным) эффектом Допплера при удалении от наблюдателя поверхности сжимающейся звезды. Оба эффекта направлены в сторону замедления процессов. При расширении поверхности эффект Допплера действует в сторону ускорения для внешнего наблюдателя процессов на звезде. Этот эффект оказывается сильнее, чем замедление процессов в гравитационном поле. Внешний наблюдатель увидит эволюцию, начиная не от застывшей картины при  $R = r_g$ , а увидит весь процесс расширения, начиная от точечных размеров. Более подробное описание картины расширения читатели найдут в работе<sup>98</sup>. Позже некоторые выводы этой работы были повторены в<sup>99</sup>.

Указанные особенности коллапса и антиколлапса связаны со следующим важнейшим свойством сферического поля тяготения. Физическое продолжение пространства-времени «внутри» сферы Шварцшильда ( $T$ -область) обладает двузначностью. Это было отмечено для пустого пространства Финкельштейном<sup>100</sup>, а внутри вещества — в работах<sup>43, 44</sup>. При одном продолжении движение любых пробных частиц и лучей света направлено внутрь от сферы Шварцшильда. При другом продолжении все движения направлены наружу.

Как показано в<sup>43, 44</sup>, выбор между указанными продолжениями решения Шварцшильда в  $T$ -область не произволен, а физически определен условиями возникновения этой области. Если она возникает при сжатии шара до размеров, меньших гравитационного радиуса, то в ней все движения будут направлены внутрь. Если с самого начала задавать скорости вещества с размерами меньше  $r_g$  направленными наружу, то в  $T$ -области все движения будут направлены наружу, лучи света будут выходить из-под сферы Шварцшильда и достигать внешнего наблюдателя. Одновременное существование в  $T$ -области частиц, движущихся внутрь и наружу, невозможно. В  $T$ -области в сферической задаче смена сжатия расширением невозможна. Поэтому в модели антиколлапса необходимо предполагать начало расширения от точечных размеров.

Посмотрим, как, согласно гипотезе антиколлапса, можно попытаться объяснить явления сверхзвезд и другие гигантские взрывы. Рассмотрим однородную изотропную космологическую модель Фридмана. Предположим, что в момент бесконечной плотности (в решении, не учитывающем квантовых эффектов) начало расширяться не все вещество. Некоторые области (ядра) задержались и по мировому времени модели некоторый период не расширяются. Эта задержка по времени может быть произвольной длительности и для разных ядер разная.

Затем происходит расширение этих ядер и вещество выходит из-под гравитационного радиуса, а его энергия путем взаимодействия с падаю-

щим извне веществом переходит в энергию космических лучей и излучения. Возможно расширение не сразу всего задержавшегося вещества, а последовательно отдельных его оболочек, т. е. возможны повторные взрывы и непрерывное истечение вещества. Падающее извне вещество может быть выброшено раньше ядром со скоростью меньше параболической. Кроме того, в механизме перевода энергии разлетающегося вещества в другие виды энергии существенную роль может играть магнитное поле, на что обратил внимание Б. В. Комберг. В работе <sup>97</sup> построена математическая модель, реализующая нарисованную выше картину.

Подчеркнем, что гипотеза «антиколлапса» основывается на обычных физических законах, не предполагает их нарушений и в известном смысле развивает идеи В. А. Амбарцумяна о возможности длительного существования массивных  $D$ -тел и последующего их взрыва <sup>12</sup>. Некоторые соображения по этому поводу высказаны в <sup>108</sup>.

С другой стороны, изложенная гипотеза не имеет ничего общего с концепцией Хойла <sup>36, 101</sup> о непрерывном возникновении вещества (увеличении барионного заряда при расширении). Гравитационное действие ядер, задержавшихся в расширении, все время остается неизменным.

Некоторые соображения о возможных причинах задержки расширения ядер и того, что было с ними до начала расширения, и о прочих подробностях высказаны в <sup>97</sup>. Решения типа космологического Фридмановского для ограниченной массы применялись Н. С. Калицыным <sup>102</sup> в связи с разбеганием кратных галактик; эффекты ОТО на этом этапе ничтожны.

В связи с гипотезой антиколлапса целесообразно обсудить соотношение между концепцией Амбарцумяна и точкой зрения многих других астрономов.

Амбарцумян на протяжении многих лет утверждает, что общее направление космологической эволюции заключается в расширении вещества из некоего сверхплотного состояния. Он приводит много наблюдательных фактов, подтверждающих его теорию. Противоположная точка зрения, широко распространенная в настоящее время, заключается в том, что звезды галактики образуются путем конденсации из разреженного газа. Имея в виду известный факт общего расширения Метагалактики (Фридмановского или Хаббловского; выбор названия — в зависимости от того, что подразумевается, теория или наблюдения), обычную точку зрения следует формулировать более точно: ортодоксальный астроном считает, что вещество  $10^{10}$  лет назад действительно находилось в сверхплотном состоянии, но в этой стадии плотность была с огромной точностью однородна во всем пространстве. В ходе расширения вещество достигло весьма малой плотности  $10^{-10} \div 10^{-20} \text{ г/см}^3$ . В этот период неоднородности плотности нарастают, но все еще остаются малыми \*). Лишь на более поздней стадии, занимающей львиную долю из  $10^{10}$  лет, вещество конденсируется в звезды и галактики. Таким образом, каждая частица вещества была раньше в сверхплотном состоянии, затем прошла через минимум плотности, указанный выше, и снова пришла в состояние относительно большой плотности в звездах. С точки зрения Амбарцумяна, даже звезды, рождающиеся в настоящее время, возникают из вещества, находящегося в сверхплотном состоянии. Это вещество перед превращением в звезду не проходило состояния малой плотности.

\*) Первая фундаментальная работа, трактующая весь процесс зарождения и развития неоднородности, начиная со сверхплотного состояния, когда играют роль квантовые флюктуации, принадлежит А. Д. Сахарову <sup>103</sup>. Этому исследованию предшествовали работы <sup>104, 105</sup>.

Изложенная выше теория антиколлапса показывает, что эта точка зрения в принципе не противоречит физическим законам ОТО. Вопрос о том, что происходило и происходит в действительности, и, в частности, выбор из этих двух возможностей должен быть решен в конце концов наблюдательными данными.

Указанная гипотеза может найти применение и в космологии, как возможный вариант развития гигантских систем типа конечной Метагалактики (в пределе безграничной Метагалактики космологический анти-коллапс тождествен фридмановской модели). Что касается применения гипотезы для объяснения сверхзвезд и взрывов ядер галактик, то хотя она и в состоянии объяснить гигантское выделение энергии и не противоречит ни данным наблюдений, ни законам физики, все же ее начальные условия необычны (сверхплотное состояние). Авторам сейчас представляется более вероятным, что загадка сверхзвезд будет решена без привлечения столь необычных предположений о задержке расширения. Еще раз повторим, что решающее слово принадлежит наблюдательным данным.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА И СРАВНЕНИЕ С МЕТОДОМ ФАУЛЕРА<sup>5</sup>

##### I. Ньютона вская теория

Решение Эмдена с  $n=3$  запишем с помощью безразмерной функции отношения «текущей массы»  $m$  к полной  $M$ :

$$q = q_c \psi \left( \frac{m}{M} \right) = q_c \psi(z), \quad m = 4\pi \int_0^r qr^2 dr, \quad M = 4\pi \int_0^R qr^2 dr,$$

$$z = \frac{m}{M}.$$

Рассмотрим сначала формулы для фиксированной энтропии, например, для  $S=0$ . В этом разделе будем писать кратко  $E(q)$  вместо  $E(q, S)$  и  $d/dq$  вместо  $(\partial/\partial q)_S$ .

Задание  $E(q)$  определяет давление:

$$P = -\frac{dE}{dV} = q^2 \frac{dE}{dq};$$

$\gamma = \frac{1}{3}$  означает, что  $P = \text{const} \cdot q^{4/3}$ . Запишем

$$E = Aq^{1/3}, \quad P = \frac{1}{3} Aq^{4/3}. \quad (I,1)$$

Подставим это  $E$  в общее выражение для энергии звезды:

$$\mathcal{E} = \int E dm - G \int \frac{m dm}{r} \quad (I,2)$$

и зададимся эмденовским распределением.

Получим

$$\mathcal{E} = \int A (q_c \psi)^{1/3} dm - G \int \frac{m dm}{\left( \frac{M}{q_c} \xi \right)^{1/3}}, \quad (I,3)$$

$$\xi = \frac{3}{4\pi} \int_0^z \psi^{-1}(z) dz \quad (I,4)$$

и, переходя к безразмерной переменной интегрирования  $z$ :

$$\mathcal{E} = \alpha A q_c^{1/3} M - \beta G M^{5/3} q_c^{1/3}, \quad (I,5)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — безразмерные числа,

$$\alpha = \int_0^1 \psi^{1/3}(z) dz, \quad \beta = \int_0^1 \xi^{-1/3}(z) z dz. \quad (I,6)$$

Находим равновесную массу  $M_{e0}$  ( $e$  от equilibrium — равновесие,  $0$  — без поправок):

$$\frac{d\mathcal{E}}{dQ_c^{1/3}} = \alpha AM - \beta GM_c^{5/3} = 0, \quad M_{e0} = \left( \frac{\alpha A}{\beta G} \right)^{3/2}. \quad (I,7)$$

Для массы, близкой к равновесной  $M = M_e + \mu$ , находим, разлагая в ряд,

$$\mathcal{E} = -\frac{2}{3} \alpha A \mu Q_c^{1/3} = -\frac{2}{3} \beta G M_c^{2/3} \mu Q_c^{1/3} = -k \mu Q_c^{1/3}, \quad (I,8)$$

где через  $k$  обозначено  $\frac{2}{3} \beta G M_c^{2/3}$ . Вводим произвольную малую поправку в уравнение состояния:

$$E = A Q_c^{1/3} + f(Q), \quad P = \frac{1}{3} A Q_c^{4/3} + Q^2 f'(Q), \quad (I,9)$$

$$\Delta E = f(Q), \quad \Delta P = Q^2 f'(Q).$$

Соответствующая поправка в энергии звезды

$$\Delta \mathcal{E} = \int_0^M f(Q) dm = \int_0^M f(Q_c \psi(z)) dm. \quad (I,10)$$

Считаем поправку малой, а также малым  $\mu = M - M_e$ , вычисляем поправку при  $M = M_{e0}$  и складываем ее с изменением энергии из-за отклонения  $M$  от  $M_e$ ; получаем (постоянная  $k$  определена формулой (I,8))

$$\mathcal{E} = -k \mu Q_c^{1/3} + \int_0^{M_{e0}} f \left[ Q_c \psi \left( \frac{m}{M_e} \right) \right] dm. \quad (I,11)$$

Находим условие равновесия

$$\frac{d\mathcal{E}}{dQ_c} = 0 = -\frac{1}{3} k \mu_{eq} Q_c^{-2/3} + \int_0^{M_{eq0}} f' \left[ Q_c \psi \left( \frac{m}{M_e} \right) \right] \psi \left( \frac{m}{M_e} \right) dm. \quad (I,12)$$

Интеграл в правой части (I,12) можно записать так (см. определения в начале приложения):

$$\int f' \psi dm = \frac{1}{Q_c} \int f' Q_c \psi dm = \frac{1}{Q_c} \int f' Q dm = \frac{1}{Q_c} \int \frac{\Delta P}{Q} dm. \quad (I,13)$$

Из формул (12,13) находим

$$\mu_e = \frac{3}{k} Q_c^{-1/3} \int \frac{\Delta P}{Q} dm, \quad M_e = M_{e0} + \mu_e \quad (I,14)$$

и выражение для равновесной энергии, подставляя (I,14) в (I,11) и обозначая  $1/Q = v$ :

$$\mathcal{E}_e = -3 \int \frac{\Delta P}{Q} dm + \int_0^{M_{e0}} f dm = \int_0^{M_{e0}} (\Delta E - 3v \Delta P) dm. \quad (I,15)$$

Энергия и давление первого приближения удовлетворяют соотношению

$$E_0 - 3vP_0 = 0. \quad (I,16)$$

Следовательно, к выражению под интегралом можно прибавить (I,16); получим

$$\mathcal{E}_e = \int_0^{M_{e0}} (E - 3vP) dm. \quad (I,17)$$

Наконец введем, следуя Фаулеру, безразмерную величину

$$\varepsilon = \frac{E}{3Pv} = \frac{E\varrho}{3P}, \quad E - 3vP = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} E = (\varepsilon - 1)E; \quad (I,18)$$

последнее равенство следует из того, что предполагается  $\varepsilon - 1 \ll 1$  и вся теория строится в первом порядке по  $\varepsilon - 1$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_e &= \int (\varepsilon - 1) E dm = (\varepsilon - 1) \int E dm = \\ &= (\varepsilon - 1) \int E_0 dm = (\varepsilon - 1) \int \frac{Gm dm}{r}. \end{aligned} \quad (I,19)$$

Это выражение совпадает с выражением Фаулерса. Воспроизведем его вывод:

$$\mathcal{E} = \int E dm - \int \frac{Gm dm}{r}. \quad (I,20)$$

Преобразуем первый интеграл по частям:

$$\begin{aligned} \int E dm &= \int E\varrho dv = - \int v d(E\varrho) = - 3 \int v d(\varepsilon P) = \\ &= 4\pi \int r^3 \varepsilon dP - 4\pi \int r^3 P d\varepsilon. \end{aligned} \quad (I,21)$$

В правой части в первый интеграл Фаулер подставляет выражение  $dP$  из уравнения равновесия

$$dP = -\varrho \frac{Gm}{r^2} dr = -\frac{Gm dm}{4\pi r^4}, \quad (I,22)$$

вторым интегралом Фаулер пренебрегает; окончательно получается выражение

$$\mathcal{E} = \int \varepsilon \frac{Gm dm}{r} - \int \frac{Gm dm}{r} = \int (\varepsilon - 1) \frac{Gm dm}{r} = (\varepsilon - 1) \int \frac{Gm dm}{r}. \quad (I,23)$$

При  $\varepsilon = \text{const}$  выражение совпадает с нашим, однако при  $\varepsilon = \varepsilon(m)$  пренебрежение  $4\pi \int r^3 P d\varepsilon$  дает ошибку порядка рассматриваемого эффекта; в результате в ответе Фаулерса усреднение  $\varepsilon$  происходит по неправильному закону, с весом  $\frac{m dm}{r}$  вместо веса  $E dm \sim P dv$ . Более существенно, однако, что Фаулер ограничивается рассмотрением  $\mathcal{E}_e(\varrho_c)$ , тогда как полное понимание равновесия, его устойчивости и других свойств требует знания всей функции двух или трех переменных  $\mathcal{E}(M, \varrho_c)$  при  $S=0$  или  $\mathcal{E}(S, M, \varrho_c)$  вблизи равновесия.

## II. Общие соотношения между $\mathcal{E}_e$ и $\mathcal{E}$

Общим свойством задачи является тот факт, что в нулевом приближении энергия пропорциональна  $\varrho_c^{1/3}$ , причем коэффициент обращается в нуль для состояния безразличного равновесия. Таким образом, общая постановка задачи такова: для холодной звезды при  $S=0$ ,  $\mu=M-M_e$

$$\mathcal{E} = -k\mu\varrho_c^{1/3} + \varphi(\varrho_c), \quad (II,1)$$

а для горячей звезды при  $M=\text{const}$ ,  $s=S-S_e$

$$\mathcal{E} = bs\varrho_c^{1/3} + \varphi(\varrho_c); \quad (II,2)$$

функция  $\varphi$  при учете одних только поправок на уравнение состояния дается выражением

$$\varphi(\varrho_c) = \int (E - 3Pv) dm = \int (\varepsilon - 1) E dm, \quad (II,3)$$

причем интегрирование производится по эмденовской кривой  $n=3$  нулевого приближения для  $M=M_e$  или  $S=S_e$  с единственным свободным параметром  $\varrho_c$ , от которого и зависит. С учетом поправки на ОТО (см. ниже, III):

$$\varphi(\varrho_c) = \int (E - 3Pv) dm - 0,93 \frac{G^2 M^{7/3}}{c^2} \varrho_c^{2/3} = \varphi_0(\varrho_c) - \text{const} \cdot \varrho_c^{2/3}; \quad (II,4)$$

меняется вид функции  $\varphi$ , но не меняется характер уравнений (II,2). В формуле (II,4)  $\varphi_0$  есть величина, вычисленная по (II,3) без учета ОТО, смысл  $\varphi$  виден из самой формулы (II,4). Постановка задачи заключается в следующем: дано уравнение, для определенности (II,2),  $\mathcal{E}(s, q_c)$ ; требуется найти  $\mathcal{E}_e(q_c)$  из условия равновесия и найти границу существования равновесных конфигураций. Удобно ввести  $x = q_c^{1/3}$  в качестве переменной. Получим \*)

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= bsx + \varphi(x), \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = 0 = bs + \varphi'(x), \quad s_e = -\frac{\varphi'}{b}, \\ \mathcal{E}_e(x) &= -x\varphi'(x) + \varphi(x) = -x^2 \frac{d}{dx} \left( \frac{\varphi}{x} \right). \end{aligned} \quad (\text{II,5})$$

Условие границы существования решений — горизонтальный перегиб:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial q} = \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial q^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} = 0, \quad (\text{II,6})$$

$$bs_{kp} + \varphi'(x_{kp}) = 0, \quad (\text{II,7})$$

$$\varphi''(x_{kp}) = 0. \quad (\text{II,8})$$

При этом (II,8) позволяет найти  $x_{kp}$ , т. е. критическую плотность, а после этого (II,7) дает значение энтропии на критической кривой (или критическое значение массы  $\mu$  в аналогичной задаче с фиксированной энтропией и переменной массой). Заметим, что

$$\frac{d\mathcal{E}_e}{dx} = -x\varphi''(x) - \varphi'(x) + \varphi'(x) = -x\varphi''(x) = -x \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} \Big|_S.$$

Следовательно, условие горизонтального перегиба на кривой  $\mathcal{E}(x, s)$  при  $s = \text{const}$  совпадает с условием минимума кривой рис. 5:

$$\mathcal{E}_e(x) = \mathcal{E}(x, s_e(x)).$$

Устойчивость данного равновесного состояния зависит, очевидно, от знака  $\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2}$  в точке, где  $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = 0$ . Из формулы следует, что на спадающей ветви кривой  $\mathcal{E}_e(x)$  решения устойчивы:  $\frac{\partial \mathcal{E}_e}{\partial x} < 0$ ,  $\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} > 0$ ; утверждение, сделанное выше в § 2, формально доказано.

### III. Поправки на ОТО

Дадим сначала выражение для поправки на энергию в данной произвольной конфигурации вещества, не соответствующей, вообще говоря, равновесию. Вещество считаем в данный момент покоящимся, т. е. мгновенная скорость равна нулю, однако мгновенное ускорение, вообще говоря, не равно нулю, поскольку нет равновесия.

Следует учитывать зависимость плотности массы от энергии. Плотность массы покоя обозначим  $n$ , плотность, включающую энергию,  $q$ ; тогда  $q = n \left( 1 + \frac{E}{c^2} \right)$ , где  $E$  — удельная энергия (сверх массы покоя), на единицу массы покоя.

Следует учитывать неевклидовость пространства:

$$dV = e^{\lambda/2} 4\pi r^2 dr, \quad V = 4\pi \int_0^r e^{\lambda/2} r^2 dr > \frac{4}{3} \pi r^3,$$

\*) Любопытно, что поправка на ОТО пропорциональна  $q_c^{2/3} \sim x^2$  и отрицательна при данной конфигурации:  $\Delta \mathcal{E} = -nx^2$ ; отсюда  $\Delta \mathcal{E}_e = -x\varphi' + \varphi = -nx^2$ ; поправка на ОТО в равновесной энергии  $\Delta \mathcal{E}_e$  положительна, равна по величине и противоположна по знаку поправке в энергии данной конфигурации  $\Delta \mathcal{E}$ :

$$\Delta \mathcal{E} = -\Delta \mathcal{E}_e.$$

где под  $r$  понимается «координатный» радиус, такой, что длина большого круга есть  $2\pi r$ , поверхность сферы  $4\pi r^2$ . Инвариантной характеристикой конфигурации, занятой данным общим числом барионов, является функция  $n(V)$ , где  $V$  — текущий объем. Равновесие соответствует экстремуму наблюдаемой массы звезды

$$M = 4\pi \int_0^R qr^2 dr,$$

при данной массе покоя

$$N = \int_0^R n(V) dV$$

и при данной энтропии, которой определяется зависимость

$$E = E(S, n).$$

Отсчитывая энергию от массы покоя звезды, получаем

$$\mathcal{E} = c^2 (M - N) = c^2 \int_0^R (qe^{-\lambda/2} - n) dV.$$

Это выражение необходимо сравнить с ньютоновским

$$\mathcal{E}_n = \int En dV - G \int \frac{m' dm'}{r'},$$

где  $m'$  — текущая «ニュтоновская» масса (вычисленная без поправок на зависимость массы от энергии),  $r'$  — «ニュтоновский или евклидовский» радиус,

$$dm' = n dV, \quad m' = \int_0^V n dV, \quad r' = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V}.$$

Поправкой на ОТО называем разность  $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_n$  и вычисляем первый не исчезающий член в разложении по степеням  $G$ . Очевидно, безразмерным параметром является

$$\frac{rg}{R} \sim \frac{GM}{Rc^2} \sim GN^{2/3} Qc^{1/3} c^{-2}.$$

Отношение  $\frac{E}{c^2} \sim \frac{P}{qc^2}$  того же порядка, что и  $\frac{rg}{R}$ . Члены первого порядка по  $G$  уже учтены в ньютоновском приближении.

Используем единственное соотношение, справедливое в отсутствие равновесия:

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2Gm}{rc^2},$$

$$e^{-\frac{\lambda}{2}} = \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)^{1/2} = 1 - \frac{Gm}{rc^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{Gm}{rc^2}\right)^2.$$

С нужной точностью получим

$$\Delta\mathcal{E} = \int dV \left[ -En \frac{Gm}{c^2 r} - \frac{1}{2} n \frac{G^2 m^2}{c^2 r^2} + nG \left( \frac{m'}{r'} - \frac{m}{r} \right) \right], \quad (III,1)$$

$$\frac{m'}{r'} - \frac{m}{r} = \frac{m' - m}{r'} - \frac{m(r' - r)}{rr'}, \quad (III,2)$$

$$m' - m = -\frac{1}{c^2} \int En dV + \frac{G}{c^2} \int \frac{nm}{r} dV, \quad (III,3)$$

$$r' - r = \frac{G}{r^2 c^2} \int mr dr. \quad (III,4)$$

Используя эти соотношения, окончательно получим поправку в виде суммы пяти интегралов, в которых везде можно отождествлять плотность, объем, радиус с

соответствующими ньютоново-евклидовыми величинами, а ошибка от этого будет высшего порядка малости:

$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{E} &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5, \\ I_1 &= -\frac{G}{c^2} \int E \frac{m dm}{r}, \\ I_2 &= -\frac{1}{2} \frac{G^2}{c^2} \int \frac{m^2 dm}{r^2}, \\ I_3 &= -\frac{G}{c^2} \int \left( \int E dm \right) \frac{1}{r} dm, \\ I_4 &= +\frac{G^2}{c^2} \int \left( \int \frac{m dm}{r} \right) \frac{dm}{r}, \\ I_5 &= -\frac{G^2}{c^2} \int \left( \int mr dr \right) \frac{m dm}{r^4}.\end{aligned}$$

Интегралы берутся по всей массе звезды, а внутренние интегралы в  $I_3$ ,  $I_4$  и  $I_5$ —от центра до текущего  $m$  или  $r$ . Они расположены в том порядке, который естественно следует из формул (III,4)–(III,4). Это выражение для  $\Delta \mathcal{E}$  существенно упрощается применительно к равновесному распределению газа с показателем адиабаты  $\gamma = \frac{4}{3}$ , т. е. при учете

$$E = \frac{3p}{\rho}, \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2}.$$

В этом случае, после нескольких интегрирований по частям, получим

$$I_3 + I_4 = -\frac{2}{3} I_1 + 2I_2, \quad I_5 = -\frac{1}{3} I_1,$$

и окончательно  $\Delta \mathcal{E} = \frac{2}{3} I_1 + 3I_2$ . Это выражение в точности совпадает с взятой с обратным знаком поправкой Фаулера<sup>5</sup>  $\Delta \mathcal{E} = -\Delta \mathcal{E}_c$ .

Используя теперь функцию Эмдена с  $n=3$  для вычисления интегралов, получаем окончательно

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{ОТО}} = -\frac{0,93 G^2 M^{7/3} \rho_c^{2/3}}{c^2}.$$

*Примечания при корректуре.* 1. Керр<sup>148</sup> рассматривал частный случай поля вращающегося тела. Он отмечает, что у точечной массы при моменте вращения больше  $Mr_g c$  меняется сама топология поверхности  $g_{00}=0$ . Однако такой момент остановит сжатие еще на нерелятивистской стадии.

2. Недавние наблюдения советских радиоастрономов указывают на изменение яркости квазара СТА 102 в радиодиапазоне ( $\lambda \approx 30$  см) с периодом  $\sim 100$  дней<sup>152</sup>.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, УФН 84 (3), 377 (1964).
2. F. Hoyle, W. Fowler, Month. Not. 125, 169 (1963); Nature 197, 533 (1963).
3. A. S. Eddington, The Internal Constitution of the Star, Cambridge, 1926.
4. С. А. Каплан, Уч. зап. Львовского ун-та 15, вып. 4, 101 (1949).
5. W. A. Fowler, Revs. Mod. Phys. 36, 545, 1104, 1964; Preprint (Cal. Inst. of Technology, November 1964); см. также сб. <sup>26</sup>.
6. J. A. Wheeler, в сб. Gravitation and Relativity, N. Y., 1964, 195.
7. Я. Б. Зельдович, Вопросы космогонии 9, 157 (1963).
8. R. Emde, Gaskugeln, Leipzig, 1907.
9. Г. В. Пинаева, Астрон. ж. 41, 25 (1964).
10. F. Hoyle, W. Fowler, Astrophys. J. 132, 565 (1960).
11. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, Phys. Rev. 55, 374 (1939).
12. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 2, Ереван, Изд-во АН Арм. ССР, 1960.
13. J. H. Jeans, Astronomy and Cosmogony, Cambridge, 1929, стр. 345.
14. С. Б. Пикельнер, Основы космической электродинамики, М., Физматгиз, 1961.

15. Я. Б. Зельдович, Вопросы космогонии **9**, 240 (1963).
16. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, М., Физматгиз, 1963.
17. Дж. Бербидж и Э. М. Бербидж, в сб. «Происхождение и эволюция звезд», М., ИЛ, 1962 (перевод из Handb. d. Phys., Bd. 51).
18. А. И. Лебединский, Вопросы космогонии **2**, 5 (1954); Л. Э. Гуревич, Вопросы космогонии **3**, 94 (1954).
19. А. Ф. Богородский, Уравнения поля Эйнштейна и их применение в астрономии, Киев, Изд-во Киевского ун-та, 1962.
20. С. Л. Галкин, Тезисы I Советской гравитационной конференции, М., 1961.
21. А. В. Metzner, J. Math. Phys. **4**, 1194 (1963).
22. С. А. Каплан, ЖЭТФ **19**, 951 (1949).
23. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ДАН СССР **155**, 1033 (1964).
24. А. Einstein, Berlin Ber. 154 (1918).
25. Л. Нифельд, Е. Плебанский, Движение и релятивизм, М., ИЛ, 1962.
26. Quasi-Stellar Sources and Gravitational Collapse (ed. by J. Robinson, A. Schild, E. L. Schucking), Univ. Chicago Press, 1965.
27. В. Б. Брагинский, см. настоящий выпуск УФН, стр. 433.
28. Й. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., Физматгиз, 1962.
29. А. С. Eddington, Relativitäts Theorie in mathematischer Behandlung, Berlin, 1925 (см. перевод: А. С. Эддингтон, Теория относительности, М.—Л., ОНТИ, 1934).
30. В. И. Пустовойт, М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ **42**, 163 (1962).
31. F. J. Dyson, Interstellar Communication, N. Y., 1963, стр. 115.
32. W. Fowler, The Dallas Conference, December 16—18, 1963 (см. <sup>26</sup>, стр. 51).
33. Р. С. Peters, J. Mathews, Phys. Rev. **131**, 435 (1963).
34. Л. М. Озерной, Ранние стадии формирования звезд и звездных систем, Тезисы Симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция» (Москва, ноябрь 1964).
35. J. F. Bird, Rev. Mod. Phys. **36**, 717 (1964).
36. F. Hoyle, W. Fowler, G. Burbidge, E. M. Burbidge, Astrophys. J. **139**, 909 (1964); см. <sup>26</sup>, стр. 29.
37. И. Д. Новиков, Л. М. Озерной, Препринт, ФИАН, А-17, 1964.
38. R. V. Wagoner, Rotation and Gravitational Collapse, Preprint, 1965.
39. H. Thirring, Phys. Zs. **19**, 33 (1918); **22**, 29 (1921).
40. А. Т. Дорошкевич, Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ЖЭТФ **36**, № 1 (7) (1965).
41. Г. С. Сакян, Ю. Л. Вартаниян, Астрон. ж. **41**, 193 (1964).
42. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, Письма в редакцию **1** (3), 40 (1965).
43. И. Д. Новиков, Вестн. МГУ, серия III, № 6, 66 (1962).
44. И. Д. Новиков, Вестн. МГУ, серия III, № 5, 90 (1962); Сообщ. ГАИШ, № 132 (1964); Астрон. ж. **40**, 772 (1963).
45. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ **16**, 587 (1946).
46. Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников, УФН **30** (3), 391 (1963).
47. T. Regge, J. Wheeler, Phys. Rev. **108**, 1063 (1957).
48. Е. М. Лифшиц, В. В. Судаков, И. М. Халатников, ЖЭТФ **40**, 1847 (1961); Phys. Rev. Letts. **6**, 311 (1961).
49. R. Penecole, Phys. Rev. Letts. **14**, 57 (1965).
50. Ф. Хойл, Вопросы космогонии **7**, 15 (1960); в сб. «Магнитная гидродинамика», М., Госатомиздат, 1958, стр. 37.
51. O. Struve, Stellar Evolution, Princeton, New Jersey, 1950 (см. перевод: О. Струве, Эволюция звезд, М., ИЛ, 1954).
52. M. Schwarzschild, Structure and Evolution of the Stars (см. перевод: М. Шварцшильд, Строение и эволюция звезд, М., ИЛ, 1961).
53. E. E. Salpeter, Astrophys. J. **121**, 161 (1955).
54. С. В. Рублев, Тезисы Симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция» (Москва, ноябрь 1964), стр. 8.
55. Курс астрофизики и звездной астрономии, под ред. А. А. Михайлова, т. 2, М., Физматгиз, 1962.
56. Г. А. Шайи, Бюлл. Абастуманской астрофиз. обс. **7**, 83 (1943).
57. С. В. Рублев, Тезисы Симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция» (Москва, ноябрь 1964), стр. 11.
58. Р. Е. Гершберг, Тезисы Симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция» (Москва, ноябрь 1964), стр. 6.
59. W. J. Luyten, Minnesota Publ. **2**, № 14 (1960).
60. А. Г. Масевич, Э. В. Коток, Астрон. ж. **40**, 659 (1963).
61. Ж. Вокулёр, в сб. «Строение звездных систем», М., ИЛ, 1962, стр. 376 (перевод из Handb. d. Phys., Bd. 53).
62. H. Friedman et al., Preprint, 1964; Science **147**, № 3656 (1965).
63. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, ДАН СССР **158**, 808 (1964).

64. Я. Б. Зельдович, Я. А. Смородинский, ЖЭТФ 41, 907 (1961).  
 65. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ДАН СССР 158, 811 (1964).  
 66. Е. Е. Salpeter, *Astrophys. J.* 140 (2), 796 (1964).  
 67. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР 156, 43 (1964); см. <sup>26</sup>, стр. 283.  
 68. И. Д. Новиков, Астрон. цирк. № 290 (1964).  
 69. В. Л. Гинзбург, Л. М. Озерной, ЖЭТФ 47, № 9, 1030 (1964).  
 70. Н. С. Кардашев, Астрон. ж. 41, № 5 (1964).  
 71. Ф. Нойле, *Supernovae and Supernovae Remnants*, Preprint, 1964.  
 72. С. Б. Пикельнер, Астрон. ж. 42, 3 (1965).  
 73. Ф. Нойле, J. G. Ireland, Month. Not. 122, 35 (1961); Ф. Нойле, XI Conseil Solvay, Bruxelles, 1958.  
 74. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 48, 986 (1965).  
 75. А. Г. Дорошевич, Астрофизика 1, № 2 (1965).  
 76. Д. А. Франк-Каменецкий, Астрон. ж. 40, 455 (1963).  
 77. J. H. Piddington, Month. Not. 128, 345 (1964).  
 78. L. Mestel, Month. Not. 119, 223 (1959).  
 79. J. L. Greenstein, Quasi-stellar Radio Sources, Scient. Amer. 209 (6), 54 (1963) (см. перевод: Дж. Гринстейн, Сверхзвезды, УФН 83, 549 (1964)).  
 80. A. Sandage, *Astrophys. J.* 138, 30 (1963).  
 81. Сборник «Наблюдательные основы космологии», под ред. Ю. П. Исковского, М., ИЛ, 1965.  
 82. B. Anderson, W. Donaldson, H. Palmer, B. Rowson, *Nature* 205, 375 (1965).  
 83. A. Sandage, W. Windham, *Astrophys. J.* 141 (1), 328 (1965).  
 84. Я. Б. Зельдович, ДАН СССР 155, 67 (1964).  
 85. В. А. Амбарцумян, Доклад на XIII Сольвеевском конгрессе, 1964.  
 86. Л. М. Озерной, УФН 83, 565 (1964).  
 87. В. Л. Гинзбург, Астрон. ж. 38, 380 (1961).  
 88. И. С. Шкловский, И. С. Кардашев, ДАН СССР 155, 1037 (1964).  
 89. G. Field, *Nature* 202 (№ 4934), 786 (1964).  
 90. Я. Б. Зельдович, М. А. Подурец, Астрон. ж. 42, № 6 (1965).  
 91. Я. Б. Зельдович, Астрон. ж. 42, № 2, 283 (1965).  
 92. И. С. Шкловский, Астрон. ж. 41, 80 (1964).  
 93. A. S. Shagov, Yu. N. Efremov, Inform. Bull. Variable Stars, № 23, Commission 27 of IAV, 1963.  
 94. H. J. Smith, D. Hoffleit, *Nature* 198, 650 (1963).  
 95. D. Luyter, *Astrophys. J.* 141, № 2, 837 (1965).  
 96. Л. М. Озерной, О природе переменного излучения квазизвездных объектов, Труды Симпозиума «Переменные звезды и звездная эволюция», Изд-во «Знание», 1965; ДАН СССР 163, 50 (1965).  
 97. И. Д. Новиков, Астрон. ж. 41, 1075 (1964).  
 98. И. Д. Новиков, Л. М. Озерной, ДАН СССР 150, 1019 (1963).  
 99. J. Faulkner, F. Hoyle, J. V. Narlikar, *Astrophys. J.* 140, 1100 (1964).  
 100. D. Finkelstein, *Phys. Rev.* 110, 4 (1958).  
 101. F. Hoyle, I. V. Narlikar, *Proc. Roy. Soc.* 273, 4 (1963).  
 102. И. С. Калицын, Тезисы II Советской гравитационной конференции, Тбилиси, 1965.  
 103. А. Д. Сахаров, ЖЭТФ 36, № 1(7) (1965).  
 104. Е. М. Лифшиц, ЖЭТФ 16, 587 (1946).  
 105. И. Д. Новиков, ЖЭТФ 46, 686 (1964).  
 106. J. N. Bahcall, R. A. Wolf, *Neutron Stars*, Preprint, 1965.  
 107. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзэр, Физика ударных волн, М., Физматгиз, 1964.  
 108. Т. А. Эминзаде, Тр. Шемахинской обс. (Баку) 3, 12 (1964).  
 109. Я. Б. Зельдович, О. Х. Гусейнов, ДАН СССР 162, № 4 (1965).  
 110. Я. Б. Зельдович, О. Х. Гусейнов, ЖЭТФ. Письма в редакцию 1 (4), 11 (1965).  
 111. А. И. Базь, В. И. Гольданский, Я. Б. Зельдович, УФН 85 (3), 445 (1965).  
 112. F. Reines a. R. M. Woods Dr., *Ph. R. L.* 14, 20 (1965).  
 113. Я. Б. Зельдович, М. А. Подурец, ДАН СССР 156, 57 (1964).  
 114. Г. М. Гандельман, В. С. Пинаев, ЖЭТФ 37, 1072 (1964).  
 115. Б. М. Понтеэрво, ЖЭТФ 36, 1615 (1959).  
 116. В. С. Пинаев, Вопросы космологии 9, 176 (1963).  
 117. В. С. Пинаев, ЖЭТФ 45, 548 (1963).  
 118. F. C. Michel, *Phys. Rev.* B133, 329 (1964); см., <sup>26</sup> стр. 75.  
 119. Я. Б. Зельдович, Астрон. цирк., № 250 (1963).  
 120. W. A. Fowler, F. Hoyle, *Astrophys. J.*, Supp. № 91, 9, 201 (1964).

121. С. И. Брагинский, ЖЭТФ **47**, 2178 (1964).
122. Д. К. Надежин, Д. А. Франк-Каменецкий, Вопросы космогонии **10**, 154 (1964).
123. F. Hoyle, W. Fowler, Preprint, 1965.
124. H. Reeves, Preprint, 1965.
125. G. Wallerstein, Phys. Rev. Letts. **9**, 143 (1962).
126. А. Г. Дорошевич, Астрон. ж. **42**, № 6 (1965).
127. Л. В. Альтшуллер, УФН **85** (2), 197 (1965).
128. Н. Я. Чиу, Ann. Phys. **26**, 364 (1964) см. <sup>26</sup>, стр. 405.
129. В. Ц. Гуревич, Астрон. ж. **42**, № 6 (1965).
130. В. С. Имшенников, Д. К. Надежин, Астрон. ж. **42**, № 6 (1965).
131. W. B. Bonnor, Month. Not. **117**, 104 (1957).
132. А. Г. Масевич, Э. В. Коток, О. Б. Дружневская, А. Мазани, Астрон. ж. **42**, 334 (1965).
133. J. Greenstein, M. Schmidt, Astrophys. J. **140**, 1 (1964); см. <sup>26</sup>, стр. 175.
134. П. Н. Холопов, Астрон. ж. **42**, 369 (1965).
135. И. С. Шкловский, Астрон. ж. **42**, 287 (1965).
136. И. С. Шкловский, ДАН СССР **160** (1), 54 (1965).
137. M. Schwarzschild, R. Härn, Astrophys. J. **129**, 637 (1959).
138. J. Frenkel, Zs. Phys. **50**, 234 (1928).
139. С. А. Каплан, Г. А. Лупанов, Астрон. ж. **42**, 299 (1965).
140. S. Chandrasekhar, Phys. Rev. Letts. **12**, 414, 437 (1964); **14**, 241 (1965); Astrophys. J. **140**, 417 (1964).
141. I. Iben, см. <sup>26</sup>, стр. 67.
142. R. K. Harrison, K. S. Thorne, M. Wakano, J. A. Wheeler, Gravitation Theory and Gravitational Collapse; Univ. Chicago Press, 1965.
143. P. P. Parker, Phys. Rev. Letts. **14**, 55 (1965).
144. H. Bondi, Proc. Roy. Soc **A282**, 303 (1964).
145. W. A. Fowler, см. <sup>26</sup>, стр. 51.
146. Л. М. Озерной, Доклад на II Советской гравитационной конференции, Тбилиси, апрель 1965 г.
147. R. H. Fowler, Month. Not. **87**, 114 (1926).
148. R. P. Kerr, Phys. Rev. Letts. **11**, 522 (1963); см. <sup>26</sup>, стр. 99.
149. Н. Я. Чиу, Ann. Phys. **16**, 321 (1961).
150. Handb. d. Phys. (Brl.), Bd. 51, 1958, стр. 605.
151. Н. Я. Чиу, Ann. Phys. **15**, 1 (1961).
152. G. B. Snolomitsky, Inform. Bull. Variable Stars, No. 83, Comission 27 of IAV, 1965.