

530.12:531.51

## ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕГО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ

*В. Б. Брагинский*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Более сорока лет известно, что для слабого гравитационного поля уравнения Эйнштейна сходны с волновыми уравнениями для электромагнитного поля

$$\square \Phi_{\mu}^{\nu} = -\frac{16\pi k}{c^4} T_{\mu}^{\nu} \quad (1)$$

при дополнительном условии  $\Phi_{\mu,\nu}^{\nu} = 0$ . В уравнениях (1)  $\Phi_{\mu}^{\nu} = h_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu}^{\nu} h_{\alpha}^{\alpha}$ ,  $h_{\mu}^{\nu}$  — малая величина первого порядка, характеризующая искривление метрики пространства:  $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ ,  $T_{\mu}^{\nu}$  — тензор энергии-импульса,  $k$  — гравитационная постоянная,  $c$  — скорость света  $10^{10}$  см/сек. Эти уравнения, так же как и уравнения Максвелла, имеют решение в виде волн, распространяющихся с той же скоростью, что и электромагнитные волны. Однако лишь в последние годы в литературе стал обсуждаться вопрос о возможности обнаружения гравитационного излучения. Трудность обнаружения гравитационных волн связана, во-первых, с малостью гравитационной постоянной  $k$ , во-вторых, с тем, что отношение гравитационной массы (гравитационного заряда) к массе инертной является для любых тел постоянной величиной \*). (В общей теории относительности этот экспериментальный факт лежит в основе слабого принципа эквивалентности.) Второе обстоятельство приводит к тому, что переменное движение масс может привести лишь к квадрупольному излучению гравитационных волн. Так, например, потеря энергии на гравитационное излучение некоторой системой масс при  $v/c \ll 1$  равна <sup>2</sup>

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{k}{45c^5} (\ddot{D}_{\alpha\beta})^2, \quad (2)$$

где  $D_{\alpha\beta}$  — компоненты тензора квадрупольного момента масс:

$$D_{\alpha\beta} = \int_V \mu (3x^{\alpha}x^{\beta} - \delta_{\alpha\beta}x_{\gamma}^2) dV. \quad (3)$$

\*) Согласно последним измерениям <sup>4</sup> отношение инертной массы к гравитационной одинаково для различных тел с точностью  $a \cdot 10^{-11}$ ,  $a$  — порядка единицы.

Здесь  $\mu$  — плотность,  $V$  — объем. Выражение (2) для мощности гравитационного излучения с точностью до численного множителя совпадает с аналогичным выражением в электродинамике для квадрупольного электромагнитного излучения

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tau} = \frac{1}{180c^5} (\ddot{D}_{\alpha\beta})^2, \quad (4)$$

если заменить  $\sqrt{k}\mu$  на  $\rho$  — плотность электрических зарядов. Таким образом, при попытке поставить опыты по обнаружению гравитационного излучения дело обстоит примерно так же, как в электродинамике, но в распоряжении экспериментатора будут только гравитационные заряды (гравитационные массы) одного знака, с одним и тем же отношением гравитационного заряда (гравитационной массы) к массе инертной. Поэтому возможные излучатели и приемники могут быть только квадрупольного типа и, следовательно, весьма малоэффективными. Кроме того, удельный гравитационный заряд весьма невелик (для электрона  $\frac{\sqrt{k}m_{\text{гр}}}{m_{\text{ин}}} = \sqrt{k}$  меньше, чем  $e/m_{\text{ин}}$ , в  $\sim 10^{21}$  раз). Гравитационное излучение представляет собой оторвавшееся от неравномерно движущихся масс поле, которое убывает с расстоянием от источника как  $R^{-1}$ , если расстояние много больше длины волны. Иными словами, так же как в случае электромагнитного излучения, здесь можно различать волновую зону, где изменение метрики пространства распространяется со скоростью, равной скорости света с законом убывания  $R^{-1}$ , и неволновую зону, где поле может быть приближенно вычислено по закону Ньютона.

Объективным основанием появившегося интереса к постановке опытов по обнаружению гравитационного излучения, кроме непрерывного роста экспериментальной техники, по-видимому, следует считать разработанные относительно недавно статистические методы выделения слабого сигнала из шума при оптимальном использовании предварительной информации о сигнале и длительных промежутков времени. Интересно отметить, что при этом оказывается возможным измерить в узкой полосе частот такие амплитуды механических колебаний центров масс макроскопических тел, которые меньше  $10^{-13}$  см. В этой статье приведены данные о различных возможных источниках гравитационного излучения, обсуждены предложенные методы обнаружения этого излучения и приведены предварительные результаты, позволяющие оценить верхний предел уровня гравитационного излучения внеземного происхождения.

## 2. ИСТОЧНИКИ ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### а) Двойные звезды

Наиболее надежными источниками гравитационного излучения внеземного происхождения являются двойные звезды с малым периодом обращения. Такие источники являются практически постоянными для земного наблюдателя, и поэтому при попытке обнаружить их излучение можно осуществлять длительное выделение сигнала из шумов при корреляционном приеме, используя то обстоятельство, что излучение строго синхронно с обращением компонентов двойной звезды, которое можно наблюдать оптическими методами. Для системы из двух звезд, движущихся по круговым орбитам с массами  $m_1$  и  $m_2$  и частотой обращения  $\omega$ , мощность гравитационного излучения можно рассчитать с помощью

формулы (2), которая для этого случая принимает вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tau} = \frac{32}{5} \frac{k^{7/3} m_1^2 m_2^2 \omega^{10/3}}{c^5 (m_1 + m_2)^{2/3}} \quad (5)$$

Как видно из (5), в качестве интенсивных источников гравитационной радиации интерес представляют двойные звезды с большой массой, малым периодом обращения и расположенные в относительной близости от земного наблюдателя. В табл. I приведены данные для мощности гравитационного излучения шести двойных звезд, расположенных в относительной близости от солнечной системы. В этой же таблице указаны период

Таблица I

Звезда	$\tau_{\text{обр}},$ сутки	$m_1$	$m_2$	$L, \text{ см}$	$d\mathcal{E}/d\tau,$ эрг/сек	$At, \text{ эрг/сек} \times$ $\times \text{ см}^2$	$\frac{\Delta\omega}{\omega}   \tau = 3 \cdot 10^8 \text{ сек}$
UV Leo	0,60	1,36	1,25	$2,1 \cdot 10^{20}$	$1,8 \cdot 10^{31}$	$3,5 \cdot 10^{-12}$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
V Pup	1,45	1,66	9,8	$1,2 \cdot 10^{21}$	$4 \cdot 10^{31}$	$2,3 \cdot 10^{-12}$	$1,4 \cdot 10^{-10}$
i Boo	0,268	1,35	0,68	$3,8 \cdot 10^{19}$	$1,9 \cdot 10^{30}$	$1,1 \cdot 10^{-10}$	$1,9 \cdot 10^{-9}$
YY Eri	0,324	0,76	0,50	$1,3 \cdot 10^{20}$	$2,6 \cdot 10^{29}$	$1,3 \cdot 10^{-12}$	$5,1 \cdot 10^{-10}$
SW Lac	0,324	0,97	0,83	$2,3 \cdot 10^{20}$	$1,1 \cdot 10^{30}$	$1,7 \cdot 10^{-12}$	$9,5 \cdot 10^{-10}$
WZ Sge	81 мин	0,6	0,03	$3 \cdot 10^{20}$	$3,5 \cdot 10^{29}$	$3 \cdot 10^{-13}$	$4 \cdot 10^{-9}$

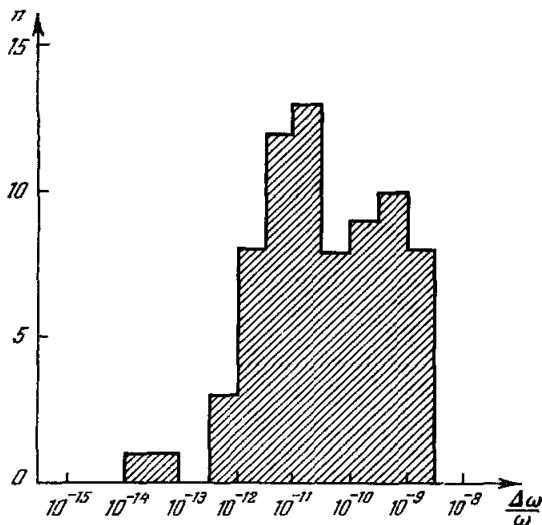
обращения  $\tau_{\text{обр}}$ , массы  $m_1$  и  $m_2$  в единицах массы Солнца, расстояние до этих звезд от Земли  $L$  и плотность потока мощности гравитационного излучения  $t$  вблизи Земли. Множитель  $A$  может варьироваться от 0 до нескольких единиц в зависимости от ориентации плоскости вращения звезд по отношению к Земле. Первые пять звезд в таблице затменные (см. каталог Копала <sup>5</sup>), последняя звезда WZ созвездия «Стрела» обладает уникально малым периодом обращения (81 минута) <sup>6</sup>, <sup>7</sup>. Интегральный поток мощности гравитационного излучения от этой звезды, возможно, превосходит мощность оптического излучения.

Согласно оценкам, полученным В. Н. Мироновским<sup>8</sup>, двойные звезды типа WU Ma должны дать основную часть плотности потока мощности гравитационного излучения неземного происхождения; эта величина должна быть примерно равна  $10^{-9}$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. Наиболее вероятный период обращения этих звезд составляет ~4 часа. Таким образом, если создавать в земных условиях приемник гравитационного излучения, рассчитанный на прием излучения от известных двойных звезд, необходимо чтобы он мог регистрировать потоки мощности по крайней мере  $\sim 10^{-9} \div 10^{-10}$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. Такой поток энергии, если бы это было электромагнитное излучение, можно было бы без труда обнаружить. Однако, как будет показано дальше, квадрупольный характер приемника делает эту задачу очень трудной. Излучение гравитационных волн приводит к потере энергии двойной звездой, которая, как известно <sup>2</sup>, равна  $\epsilon \approx -km_1 m_2 (2R)^{-1}$  (без релятивистских поправок). В результате компоненты двойной звезды должны сближаться <sup>2</sup>, а частота обращения увеличиваться. За время  $\tau$  частота обращения  $\omega$  должна измениться на величину  $\Delta\omega$ :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{96k^{5/3} m_1 m_2 \omega^{8/3} \tau}{5c^5 (m_1 + m_2)^{1/3}} \quad (6)$$

В табл. I приведена и величина относительного изменения частоты обращения для тех же двойных звезд за время  $\tau = 3 \cdot 10^8$  сек (около 10 лет).

Как видно из таблицы, у всех из шести приведенных звезд изменение частоты обращения, которое должно было быть вызвано гравитационным излучением больше, чем относительная нестабильность частоты современных атомных и молекулярных стандартов частоты (для водородного мазера около  $2 \cdot 10^{-12}$ ). Интересно отметить, что для большинства звезд частота обращения известна с точностью до 8-го знака, а влияние гравитационной радиации сказывается, как это видно из таблицы, уже в 9 — 10-м знаке. Таким образом, возможный косвенный эксперимент, который мог бы подтвердить существование гравитационной радиации, состоит в длительном наблюдении за изменением периода обращения «подходящих» двойных звезд. На изменении периода обращения могут сказаться и другие явления (например, выбросы большой массы вещества из одного из компонентов двойной звезды), что затрудняет возможность наблюдения эффекта в чистом виде. Число двойных звезд, в которых изменение периода обращения за счет излучения гравитационных волн в принципе может быть



обнаружено с помощью современных стандартов частоты, довольно велико. На рисунке приведено распределение числа известных затменных двойных звезд в зависимости от предполагаемого изменения частоты обращения  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  за  $\tau = 3 \cdot 10^8$  сек. При составлении этой функции распределения были использованы данные для  $m_1$ ,  $m_2$  и  $\tau_{\text{обр}}$  из каталога Копала<sup>4</sup>. Как видно из гистограммы, 8 затменных звезд должны изменить частоту обращения больше чем на  $1 \cdot 10^{-9}$ , а 48 — больше чем на  $1 \cdot 10^{-11}$ . Отметим одно интересное обстоятельство: при составлении табл. I подбирались двойные звезды с относительно большими  $m$  и малыми  $\tau_{\text{обр}}$ . При этом оказалось, что среди известных двойных звезд нет таких, компоненты которых обладали бы массами в несколько солнечных, а период обращения был бы равен или меньше, чем период WZ «Стрелы» (81 минута). Если бы такие двойные звезды существовали, то за счет потерь энергии на гравитационное излучение время их жизни как двойных было бы относительно непродолжительным. Для «уникальной» двойной звезды WZ «Стрелы» время жизни предположительно может быть порядка 100 млн. лет<sup>6</sup>. Таким образом, отсутствие среди известных двойных звезд с большим  $\frac{\Delta\omega}{\omega}$  можно рассмат-

ривать как некоторое косвенное подтверждение существования гравитационного излучения.

#### б) Гипотетические источники гравитационного излучения

Процессы, происходящие при несимметричном коллапсе звезд, могут привести к мощному гравитационному излучению. Как показали Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков<sup>9</sup>, при падении тела массы  $m$  на сферически симметрично сжимающуюся звезду массы  $M$ , радиус которой близок к гравита-

ционному радиусу  $r_g = \frac{2kM}{c^2}$ , несколько процентов от  $mc^2$  превращается во вспышку гравитационного излучения, если  $m \sim M$ . Гравитационная волна при движении  $m$  по радиусу звезды  $M$  имеет вид одиночного всплеска длительностью  $\Delta t \sim r_g/c$ , а при финитном движении по орбите с радиусом, сравнимым с  $r_g$ , имеет вид пуга таких всплесков. В каждом таком всплеске заключена энергия  $\sim \alpha \frac{m^2 c^2}{M}$ , где  $\alpha \sim 0,01 \div 0,1$ . Интересно, что при финитном движении массы  $m$  в окрестности звезды  $M$  полная величина излученной энергии в виде гравитационных волн не зависит от отношения  $m/M$ . Если такой источник расположен от солнечной системы на расстоянии  $L = 500$  мегапарсек, то при  $m = m_\odot$  и  $M = 10^2 m_\odot$  можно ожидать вблизи Земли поток мощности

$$t \approx \beta \frac{mc^3}{4\pi L^2 r_g} = 0,7 \frac{\text{эрг}}{\text{сек} \cdot \text{см}^2}, \quad (7)$$

если положить  $\beta = 10^{-2}$ . При этом основная часть спектра излучения должна лежать вблизи частоты  $f \approx c/r_g = 10^3$  гц. Однако сколь часто происходят такие процессы, неизвестно, и поэтому если создавать приемник, рассчитанный на излучение от таких источников, необходимо будет производить наблюдения в течение длительного времени. При несимметричном коллапсе звезды возможно интенсивное гравитационное излучение, вызванное другими механизмами (вращением звезды, ее колебаниями). Согласно оценкам И. С. Шкловского и Н. С. Кардашева<sup>10</sup>, если исходить из некоторых модельных представлений о несимметричном коллапсе звезды, при ее массе  $M = 10^{41}$  г можно ожидать, что мощность гравитационного излучения достигнет  $\sim 10^{54} \div 10^{58}$  эрг/сек. Если такой источник расположен на расстоянии 500 мегапарсек, от него можно ожидать вблизи Земли поток мощности гравитационного излучения  $t \approx 10^{-1} \div 10^3$  эрг/сек·см<sup>2</sup> вблизи частоты  $f \approx 10^{-4}$  гц.

Если существуют так называемые нейтронные звезды<sup>11</sup>, которые должны иметь относительно большие массы ( $m \sim 0,5 m_\odot$ ) и малые размеры ( $R \sim 16$  км), то двойные нейтронные звезды также должны быть источниками мощного гравитационного излучения. Согласно оценкам Дайсона<sup>11</sup>, двойная нейтронная звезда за 2 секунды перед слиянием ее двух компонентов излучает  $\sim 10^{52}$  эрг/сек·см<sup>2</sup> потока мощности гравитационной радиации с частотой около  $10^3$  гц. Если такой источник расположен на расстоянии 300 килопарсек от Земли, поток мощности, на который можно рассчитывать, оказывается  $\sim 10^3$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. Гравитационная радиация от перечисленных выше излучателей есть механизм диссипации энергии, а не передачи от одной части взаимодействующих масс другой<sup>13</sup>. Отметим, что эти гипотетические источники гравитационного излучения являются непостоянными; хотя они и должны дать значительно большие плотности потока гравитационного излучения в течение короткого времени, чем известные двойные звезды, желателен при постановке соответствующего опыта оценить, как часто такие источники могут действовать. Такие оценки еще не производились.

#### в) Гравитационное излучение неземного происхождения высокой частоты

Возможным источником гравитационного излучения высокой частоты может быть тепловое движение вещества. Согласно оценке В. И. Мироновского<sup>8</sup>, мощность гравитационного излучения Солнца вызвана в основном тормозным излучением (гравитационным) при кулоновском рассеянии

электронов и составляет величину порядка  $10^{15}$  эрг/сек. Этой величине потока соответствует несколько гравитонов (с частотой, соответствующей примерно оптическому диапазону), падающих на квадратный метр земной поверхности в секунду.

Если следовать гипотезе о возможных взаимных превращениях обычной материи и гравитационного поля (Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов<sup>14</sup>), то можно оценить эффективное сечение реакций, при которых происходят гравитационные трансмутации фермионов<sup>15-21</sup>. Однако величина сечения таких реакций весьма мала: согласно оценке Г. М. Гандельмана и В. С. Пинаева, гравитационное излучение при кулоновском рассеянии электронов на 10 порядков меньше, чем излучение нейтрино<sup>48</sup>. Видимо, вследствие этого реальные эксперименты с такого рода превращениями пока не обсуждались.

Отметим еще один возможный механизм, в результате которого может возникнуть гравитационное излучение высокой частоты. При распространении электромагнитного излучения в постоянном электрическом или магнитном поле изменяющиеся во времени с частотой электромагнитного излучения компоненты тензора энергии-импульса в соответствии с уравнением (1) должны дать гравитационное излучение той же частоты<sup>22</sup>. Причем, так как скорости распространения обеих волн одинаковы, должен иметь место волновой резонанс гравитационных и электромагнитных волн. При отсутствии постоянного поля излучения гравитационных волн нет. Эффективность преобразования можно характеризовать отношением амплитуд гравитационной волны  $a(x)$  и электромагнитной волны  $b(x)$ . Предполагая, что плоские волны распространяются в направлении  $x$  и взаимодействуют в течение времени  $\tau$ , можно видеть<sup>22</sup>, что

$$\left| \frac{a(x)}{b(0)} \right|^2 \approx \frac{k}{\pi c^2} (F^0)^2 \tau^2, \quad (8)$$

где  $F^0$  — величина напряженности постоянного поля. Если положить  $F^0 = 10^{-5}$  э,  $\tau = 3 \cdot 10^8$  сек и считать, что полное время движения электромагнитного излучения от отдаленного космического источника составляет  $10^7$  лет, то

$$\left| \frac{a(x)}{b(0)} \right|^2 \approx 10^{-17}.$$

Существенно, что при этом мы имеем дело не с «покраснением» всех фотонов, входящих в электромагнитную волну, а с превращением фотона в гравитон<sup>15</sup>.

#### г) Возможные земные источники гравитационного излучения

В земных условиях, по-видимому, трудно создать источник гравитационного излучения, который мог бы дать поток мощности, сравнимый с тем, который можно ожидать от описанных выше относительно низкочастотных источников (нестационарные процессы при коллапсе звезд и излучение двойных звезд). Так, например, если вращать стержень массы  $m \sim 10^4$  г с такой скоростью, что центробежное напряжение в нем будет близко к временному сопротивлению сталей лучших сортов, то наибольший поток мощности гравитационного излучения, который можно будет получить при соответствующей форме стержня, составит  $\sim 10^{-30}$  эрг/сек (около 10 гравитонов в год).

Механические колебания в твердых телах также приводят к гравитационному излучению. Если возбудить в стержне продольные колебания

на самой низкой из его собственных частот, то мощность гравитационного излучения можно подсчитать с помощью соотношения

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tau} = -\frac{16k\mu^2 S^2 \xi^2 v^6}{15c^6}, \quad (9)$$

которое после несложных преобразований можно получить из формулы (2) (см. <sup>23</sup>). В формуле (9)  $\mu$  — плотность материала стержня,  $S$  — его поперечное сечение,  $\xi$  — амплитуда относительного удлинения,  $v$  — скорость распространения продольных волн в стержне. Согласно оценкам Вебера, при наилучших условиях для  $\mu$ ,  $S$ ,  $\xi$  и  $v$  можно рассчитывать на поток мощности  $10^{-13}$  эрг/сек, однако при этом на возбуждение механических колебаний придется затратить  $\sim 10^8$  вт.

При взрывах также можно рассчитывать наблюдать вспышку гравитационного излучения. Шюкинг (см. таблицу в книге Уилера <sup>24</sup>) оценил, что при взрыве урановой бомбы (17 килотонн) мощность излучения составляет  $\sim 10^{-4}$  эрг/сек в течение  $\tau \sim 10^{-8}$  сек.

Резюмируя приведенные оценки для разных возможных видов источников гравитационного излучения, следует, по-видимому, при постановке соответствующих экспериментов отдать предпочтение неземным источникам. Однако, как это будет показано дальше, нет принципиальных запретов при постановке опытов и с земными источниками.

### 3. ПРИЕМНИКИ ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

#### а) Условия для создания приемника

Как уже отмечалось выше, приемник гравитационного излучения, так же как и излучатель, должен быть квадрупольного типа. Иными словами, при постановке опыта по приему гравитационного излучения необходимы по крайней мере две пробные массы. В связи с тем, что их удельные гравитационные заряды одинаковы (одинаково отношение гравитационной массы к инертной), относительное движение пробных масс будет вызвано только градиентом волны. Разность сил действующих на две пробные массы в поле гравитационной волны равна <sup>23, 46</sup>

$$F_{\text{гг}}^{\mu} \approx -mc^2 R_{0\alpha 0}^{\mu} l^{\alpha}, \quad (10)$$

если расстояние между массами  $l^{\alpha}$  мало по сравнению с длиной волны и их скорости также не слишком большие ( $v/c \ll 1$ ). В формуле (10)  $m$  — величина каждой из пробных масс, а  $R_{0\alpha 0}^{\mu}$  — компоненты тензора кривизны Римана. В электродинамике разность сил, действующих на два одинаковых электрических заряда  $q$ , разнесенных на расстояние  $l$ , равна

$$F_{\text{эл}} \approx q \frac{\partial E}{\partial l} l. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) аналогичны; величина  $R_{0\alpha 0}^{\mu}$  эквивалентна градиенту напряженности поля.

Если регистрация синусоидальной электромагнитной волны  $E = E_0 \sin(\omega_0 \tau - kx)$  осуществлялась бы с помощью двух одинаковых электрических зарядов (с одинаковым отношением  $q/m_{\text{ин}}$ ) по разности сил  $F_{\text{эл}}$ , действующих на эти заряды, то, зная частоту  $\omega_0$ , величину заряда  $q$  и расстояние между ними  $l$ , нетрудно вычислить и поток мощности электромагнитного излучения, проходящего вблизи этих зарядов. Для этого нужно в выражение для вектора Пойнтинга  $S = c(4\pi)^{-1}[\mathbf{E}\mathbf{H}]$  подставить выражение для силы  $F_{\text{эл}}$  из (11) и использовать то, что  $E = E_0 \sin(\omega_0 \tau - kx)$ .

Тогда для потока мощности синусоидальной электромагнитной волны получим

$$S \approx \frac{c^3 F_{\text{эл}}^2}{4\pi q^2 \omega^2 l^2}, \quad (12)$$

что справедливо, если  $l \ll \lambda$  и скорости движения зарядов малы.

Если выполнить аналогичные выкладки для потока мощности гравитационного излучения  $t$ , то мы придем к аналогичному выражению

$$t \approx \frac{c^3 (F_{\text{гр}}^\mu)^2}{8\pi k m^2 l^2 \omega^2}. \quad (13)$$

Формула (13), так же как и (12), получена для синусоидальной волны. Как видно из сравнения формул (12) и (13), они, так же как и формулы для мощности излучения, совпадают (с точностью до численного множителя), если заменить  $\sqrt{kt}$  на  $q$ .

Таким образом, «принимать» гравитационное излучение может любая пара пробных масс, если имеется некоторое устройство, позволяющее фиксировать малую разность сил, действующих на эти пробные массы, находящиеся в поле гравитационной волны. В качестве пары таких масс можно выбрать пары Земля — спутник, Земля — звезда, две планеты, две пробные массы в лаборатории и протяженное твердое тело, в котором гравитационная волна возбуждает механические колебания. У такого приемника, так же как и у электрического квадруполья, есть диаграмма направленности (см. <sup>25</sup>). Постановку опыта по приему гравитационного излучения, по-видимому, следует обсуждать с двух точек зрения. Во-первых, необходимо сформулировать условия, в которые следует поместить пробные массы, если опыт ставится в лабораторных условиях. Во-вторых, необходимо знать, каким методом нужно измерить малые относительные смещения между пробными массами, вызванные  $F_{\text{гр}}^\mu$  («инструментальные» ограничения).

Остановимся на первом вопросе. Если в нашем распоряжении имеется осциллятор, состоящий из двух одинаковых точечных масс  $m$ , которые связаны друг с другом элементом жесткости  $K$  и элементом с трением  $H$ , то уравнение относительного движения этих масс под воздействием гравитационного излучения будет иметь вид

$$m \frac{d^2 \xi^\mu}{d\tau^2} + H \frac{d\xi^\mu}{d\tau} + K \xi^\mu = F_{\text{гр}}^\mu + F_{\text{фл}}^\mu = -mc^2 R_{\alpha 0}^\mu l^\alpha + F_{\text{фл}}^\mu, \quad (14)$$

где  $F_{\text{фл}}^\mu$  — сумма всех флуктуационных сил, действующих на пробные массы. Условие обнаружения  $F_{\text{гр}}^\mu$  на фоне  $F_{\text{фл}}^\mu$  в случае равновесных тепловых флуктуаций известно: необходимо, чтобы

$$F_{\text{гр}}^\mu \geq B \sqrt{\overline{F_{\text{фл}}^2}} = B \sqrt{4\kappa T H \Delta f}. \quad (15)$$

В формуле (15)  $B$  — численный множитель, имеющий порядок нескольких единиц и зависящий от выбранного уровня достоверности обнаружения,  $\kappa$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура,  $\Delta f$  — полоса частот, которой можно ограничиться, наблюдая относительное движение пробных масс. Таким образом, предварительная информация о частотном спектре играет большую роль. Например, если производить когерентный прием «чистой» синусоидальной волны, то  $\Delta f = 1/\hat{\tau}$ , где  $\hat{\tau}$  — время, затраченное на измерение; при этом  $\hat{\tau}$  может достигать нескольких суток (см., например, условия в опыте <sup>26</sup>), так что  $\Delta f$  может составлять  $10^{-5}$  —  $10^{-6}$  *гц*. В том случае, если  $\Delta f \ll f_{\text{средн}}$ , но на измерение можно потратить



значительное время  $\hat{t}$ , в формуле (15) следует заменить  $\Delta f$  на  $\sqrt{\frac{\Delta f}{\hat{t}}}$ . При этом немного изменится и множитель  $B$  (см. подробнее <sup>27</sup>).

Таким образом, предварительная информация о спектре принимаемого гравитационного излучения играет большую роль для определения минимальных значений  $F_{гр}^{\mu}$  и  $t$ , но, по-видимому, значения  $\Delta f$  в формуле (15) — порядка  $10^{-5} \div 10^{-6} g\zeta$  — являются предельными для реальных экспериментов. Если ставить опыты в земных лабораторных условиях, то, вероятно, планирование экспериментов с относительно большими макроскопическими массами при температурах ниже  $4^{\circ} K$  нереально. Поэтому основной выигрыш в принципиально достижимой чувствительности квадратурного гравитационного приемника может быть получен лишь за счет уменьшения величины  $H$  — трения в теле, связывающем между собой пробные массы. Отметим одно важное обстоятельство: уменьшение величины  $H$  означает уменьшение флуктуационных сил, которые имеют негравитационное происхождение; поэтому предельная чувствительность рассматриваемых приемников будет зависеть от уровня экспериментальной техники, который для данной задачи будет определяться тем, насколько в условиях поставленного опыта удалось снизить величину  $H$ .

Для того чтобы оценить, какие потоки мощности гравитационного излучения можно в принципе зарегистрировать, исходя из конкретных условий опыта, приведем несколько значений для  $t$  в предположении, что флуктуационные силы, действующие на пробные массы, вызваны только толчками разреженного водорода при гелиевых температурах ( $p = 10^{-10}$  мм рт. ст.,  $T = 4^{\circ} K$  \*).

Как видно из формулы (13), минимальная величина  $t$  зависит от величины пробных масс  $m$ , расстояния между ними  $l$  и частоты гравитационного излучения, которое предполагается принимать. Поэтому в табл. II

Таблица II

$t, \frac{эрг}{сек \cdot см^2}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-15}$
$m, г$	$10^4$	$2 \cdot 10^5$	$10^1$
$\omega, \frac{рад}{сек}$	$2\pi \cdot 10^{+2}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2\pi \cdot 10^2$
$l, см$	$10^2$	$10^4$	$10^3$
$\Delta f, g\zeta$	1	$10^{-6}$	$10^{-5}$
$F_{гр}^{\mu}, дн$	$2 \cdot 10^{-14}$	$1,4 \cdot 10^{-17}$	$6 \cdot 10^{-17}$
$\Delta l, см$	$5 \cdot 10^{-24}$	$1,2 \cdot 10^{-17}$	$1,5 \cdot 10^{-26}$

приведены несколько значений  $t$  для различных  $m$ ,  $l$ ,  $\omega$  и разных  $\Delta f$ . В расчете предполагалось, что  $F_{гр}^{\mu} = \sqrt{F_{фл}^2}$  (см. подробнее <sup>29, 30</sup>).

Как видно из таблицы, для частоты  $\omega = 2,5 \cdot 10^{-3}$  рад/сек (что соответствует примерно частоте излучения WZ «Стрелы») в указанных условиях опыта поток  $t$ , который может быть принципиально зарегистрирован, меньше, чем оценки для ожидаемого значения  $t$  от звезд типа WU Ma ( $t \sim 10^{-9}$  эрг/сек  $\cdot$  см<sup>2</sup>, см. выше). Для частоты  $\omega = 2\pi \cdot 10^2$  рад/сек

\*) Данные о водороде при таком давлении и температуре можно найти в <sup>28</sup>.

оценка для принципиально обнаружимого  $t = 2 \cdot 10^{-15}$  эрг/см·см<sup>2</sup> уже достаточно близка к уровню мощности излучателя ( $N \sim 10^{-13}$  эрг/сек), предложенного Вебером<sup>23</sup>. Таким образом, по крайней мере в принципе, схема опыта «приемник — передатчик» в земных условиях возможна.

Осуществить условия, в которых флуктуационные силы, действующие на пробные массы, вызваны только давлением разреженного газа, легче всего было бы при свободном падении. Однако такой эксперимент можно планировать и в земных условиях, если использовать так называемые магнитные подвесы<sup>31, 32</sup>, с помощью которых удалось уже «подвесить» в вакууме без механического контакта массы в 25 кг. Для крутильного движения подвешенной массы такие системы вносят весьма незначительное трение<sup>32</sup>.

В оценках для величины  $t$  мы исходили из того, что на пробные массы воздействуют только механические флуктуационные силы. Нетрудно оценить флуктуационное воздействие и других сил, в частности флуктуаций электромагнитного поля и сил, вызванных флуктуациями производных гравитационного потенциала. Последние определяют минимальные принципиально достижимые величины  $F_{\text{гр}}^{\mu}$  и  $t$ , которые можно зарегистрировать. Однако, как показывают оценки (см. подробнее<sup>29, 30</sup>), эти две флуктуационные силы существенно меньше, чем силы, вызванные флуктуациями давления газа, даже при  $p = 10^{-10}$  мм рт. ст. и  $T = 4^\circ$  К. Если пользоваться терминологией, принятой для приемников электромагнитного излучения, шумфактор для такого гравитационного приемника даже в описанных условиях будет много больше единицы. Отметим одно интересное обстоятельство. При уменьшении  $H$  постоянная времени осциллятора  $\tau^* = m/H^*$  оказывается большей, чем разумное время  $\hat{\tau}$ , которое может быть затрачено на измерение ( $\hat{\tau} \sim 10^5 \div 10^6$  сек). Это обстоятельство требует не совсем обычных статистических методов выделения слабого сигнала из шумов<sup>33</sup>, так как обычно  $\hat{\tau} \gg \tau^*$ . При этом оказывается, что для пробных масс, связанных весьма малым трением  $H$ , минимальная мощность  $\hat{N}_1$ , которая может «извлекаться» или «вкладываться» в энергию пробных масс, тем меньше, чем меньше  $H$  (или больше  $\tau^*$ )<sup>33</sup>:

$$N_1 = \frac{C\kappa T}{\sqrt{\hat{\tau}\tau^*}}, \text{ если } \tau^* \gg \hat{\tau}. \quad (16)$$

В формуле (16) множитель  $C$  имеет тот же смысл, что  $B$  в (15). Это выражение для  $N_1$  отличается от хорошо известного выражения для минимальной обнаружимой мощности при когерентном приеме синусоидального сигнала на фоне равновесных тепловых шумов

$$N_2 = c \frac{\kappa T}{\hat{\tau}}, \quad (17)$$

которое справедливо при  $\hat{\tau} \gg \tau^*$ . Очевидно, что если трение в системе настолько мало, что  $\tau^* \gg \hat{\tau}$ , при одном и том же  $\hat{\tau}$  можно достоверно обнаружить (в соответствии с формулой (16)) существенно меньшие мощности, чем обычно принято считать. Формула (16) перестает быть справедливой при  $\hbar\omega \approx N_1\hat{\tau} = C\kappa T \sqrt{\hat{\tau}/\tau^*}$ . Приведенные соображения о минимальных силах и мощностях, которые можно в принципе регистрировать в опытах с пробными массами, по нашему мнению, могут представить интерес и в негравитационных экспериментах с пробными телами.

\*) В магнитном подвесе Бимса<sup>32</sup> ротор с массой 13 кг терял около 10 об/мин за сутки, если ему была сообщена частота обращения  $\sim 25\,000$  об/мин; этому соответствует  $\tau^* \sim 10^9$  сек.

## б) «Инструментальные» ограничения

В предыдущем разделе были сформулированы условия, в которых должны быть помещены две пробные массы, по относительному движению которых предполагается обнаружить гравитационное излучение. Однако, чтобы реализовать эти условия, необходимо создать аппаратуру для измерения весьма малых механических смещений. В табл. II приведены амплитуды относительных смещений пробных масс для трех случаев приемников\*). В настоящее время существующие радиотехнические<sup>26</sup> и оптические<sup>34</sup> методы позволяют измерять амплитуды механических колебаний в узкой полосе частот  $\Delta l(\tau) \sim 10^{-11} \div 10^{-12}$  см. Однако эти оценки не следует рассматривать как предельно достижимые.

Нетрудно показать, что предельная чувствительность обычных емкостных датчиков определяется естественной шириной линии радиочастотного генератора, входящего в состав датчика.

Емкостный датчик механических смещений представляет собой электрический контур, в котором с помощью радиочастотного генератора возбуждены электрические колебания. Изменение расстояния  $d$  между пластинами емкости, входящей в состав контура, приводит к изменению резонансной частоты колебаний в контуре и, следовательно, к изменению амплитуды электрического напряжения в контуре, которое можно зарегистрировать с помощью чувствительного усилителя. Для того чтобы зарегистрировать  $\Delta l(\tau)$  — изменение расстояния между пластинами, необходимо, чтобы вызванное этим смещением изменение частоты контура  $\delta f$  было больше флуктуационного ухода частоты генератора:

$$\delta f = f_0 \frac{\Delta l(\tau)}{2d} > \sqrt{W(f) \Delta f}. \quad (18)$$

В этом выражении  $W(f)$  — спектральная плотность девиации частоты автогенератора<sup>35, 36</sup>,  $\Delta f$  — полоса частот для  $\Delta l(\tau)$ . Если предположить, что ширину линии автогенератора определяет только дробовой эффект, то, воспользовавшись известными аналитическими выражениями для  $W(f)$ <sup>36</sup>, можно получить оценку для минимально обнаружимых  $\Delta l(\tau)$ :

$$\Delta l(\tau) = 2\beta d \sqrt{\frac{eI_0 r \Delta f}{2N}}. \quad (19)$$

В формуле (19)  $e$  — заряд электрона,  $I_0$  — средний ток в лампе автогенератора,  $r$  — активное сопротивление в контуре генератора,  $N$  — его мощность и  $\beta$  — коэффициент компенсации, который может быть порядка  $10^{-3} \div 10^{-4}$ . Если в (19) положить  $I_0 = 10^{-4}$  а,  $r = 10^{-3}$  ом (что можно получить в «сверхпроводящих» контурах при гелиевых температурах),  $N = 10^{-4}$  вт, то  $\Delta l(\tau) = (10^{-16} \div 10^{-17}) \sqrt{\Delta f}$  см. Аппаратуру, позволяющую измерять такие механические смещения, еще не удалось создать. Приведенные здесь оценки для измеримых  $\Delta l(\tau)$  показывают, что существует еще большой «резерв» чувствительности для радиофизических методов измерения малых механических колебаний. По-видимому, отдавать заранее предпочтение емкостным датчикам для измерения малых относительных смещений пробных масс не следует. Возможно, что усовершенствование интерферометрических методов измерения малых смещений может дать не худшие результаты<sup>38</sup>.

В качестве пары пробных масс, как отмечалось в предшествующем разделе, можно использовать Землю и спутник, два спутника, две планеты, Землю и звезду, что, вероятно, особенно выгодно с точки зрения

\*) Значения  $\Delta l(\tau) \sim 10^{-17}$  см и меньшие представляют собой фурье-компоненты в узкой полосе частот от смещения центра масс пробных тел, вызванного для приведенных в табл. II случаев тепловыми флуктуациями ( $F_{\text{гр}}^{\mu} = \sqrt{F_{\text{пл}}^2}$ ).

приема гравитационного излучения неземного происхождения очень низких частот (можно подобрать  $l \sim \lambda$ , в то время как на Земле  $l \ll \lambda$ ). Такие «пробные» массы находятся в очень хороших условиях (с точки зрения соображений, высказанных выше) для приема гравитационного излучения. Однако современные радиотехнические и оптические методы измерения изменения расстояния пока хуже, чем те, на которые можно рассчитывать в земных лабораторных условиях. Формула (13) для плотности потока мощности гравитационного излучения  $t$ , который проявляется в виде разности сил  $F_{\text{гр}}^{\mu}$ , действующих на две «свободные» пробные массы, принимает вид

$$t \approx \frac{c^3 \omega^2 (\Delta l)^2}{8\pi k l^2}, \quad (20)$$

где  $\Delta l$  — амплитуда изменения расстояния между массами, вызванного  $F_{\text{гр}}^{\mu}$ . Как мы видели из приведенных в этом параграфе оценок, в земных условиях в настоящее время можно рассчитывать на  $\Delta l/l \approx 10^{-15} \div 10^{-16}$  (считая  $l = 10^3$  см) и планировать эксперименты, исходя из  $\Delta l/l \approx (10^{-19} \div 10^{-20}) \sqrt{\Delta f}$ . Если же использовать оптические методы изменения относительного движения звезд, то  $\Delta l/l \gtrsim 10^{-8}$ <sup>39</sup>. Такая же примерно относительная точность измерения изменения расстояния может быть получена и при радиолокации планет<sup>37</sup>. Возможности радиointерферометрии для этих целей еще не обсуждались. Таким образом, вероятно, следует пока отдать предпочтение земным приемникам гравитационного излучения.

#### в) Приемники излучения на протяженных массах

В предшествующих двух параграфах были обсуждены условия, в которые должны быть поставлены пробные массы для обнаружения возможно меньших потоков гравитационной радиации, и те трудности, которые возникают при необходимости измерения малых механических смещений этих масс. Эти трудности в существенной мере снимаются, если использовать протяженные массы.

Приемником гравитационного излучения, как мы отмечали в разделе а), может быть протяженное твердое тело, в котором гравитационная волна в соответствии с формулой (10) должна возбудить механические колебания. В этом случае для обнаружения  $F_{\text{гр}}^{\mu}$  можно использовать пьезоэффект. По оценкам Вебера<sup>23, 40</sup>, наблюдая таким способом механические напряжения вблизи самой низкой резонансной частоты (около 1 кгц) в бруске из дюралюминия длиной 1,5 м и массой около 1 т при температуре 4° К при  $\hat{\tau} = 1$  сек, можно обнаружить плотность потока мощности гравитационного излучения  $t \sim 10^2 \div 10^3$  эрг/сек·см<sup>2</sup>, а при когерентном приеме со временем выделения  $\hat{\tau} = 10^7$  сек соответственно  $t = 10^{-3} \div 10^{-4}$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. С подробным описанием этой установки, которая в настоящее время создается в Мерилендском университете (США), можно познакомиться в<sup>25</sup>. Такое приемное устройство сможет обнаружить гравитационное излучение неземного происхождения от некоторых видов гипотетических источников излучения, приведенных нами в гл. 1. В том случае, если результат этого опыта будет негативным, можно будет судить о том, как часто происходят процессы, приводящие к мощным вспышкам гравитационного излучения (процессы при коллапсе звезд, излучение от близких нейтронных звезд). Предельная чувствительность в схеме этого опыта определяется очень большой величиной  $H$  трения в материале бруска; увеличение чувствительности, по-видимому, может быть достигнуто лишь за счет увеличения масштабов опыта. Если планировать

опыт по обнаружению гравитационного излучения высоких частот с помощью протяженных масс, то, по-видимому, целесообразно использовать для этой цели фононные счетчики<sup>41-43</sup>. Существенно, что для масс небольших объемов в этом случае можно получить температуры ниже 4° К. По оценкам<sup>42</sup> для такого приемника можно рассчитывать на регистрацию  $\Delta l/l \sim 10^{-25}$ . Отметим, что оценка плотности потока мощности гравитационного излучения, который мог бы быть зарегистрирован фононными счетчиками, не производилась.

#### 4. ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ ПЛОТНОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НЕЗЕМНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Можно оценить верхний предел плотности гравитационного излучения неземного происхождения, если исходить из имеющихся экспериментальных данных о скорости расширения Вселенной. Эта величина может быть<sup>44, 45</sup> порядка  $10^3 \div 10^2$  эрг/сек·см<sup>2</sup>.

По предположению Дирака (см. в<sup>23</sup>), некоторые астрономические аномалии могут быть вызваны гравитационным излучением. Согласно оценке Малиера<sup>23</sup>, известные аномалии во вращении Земли могли бы быть вызваны потоком мощности гравитационного излучения  $t \sim 5 \cdot 10^{-8}$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. Если следовать этому предложению, то можно по известным данным о скоростях относительного движения звезд оценить (по известной точности астрономических измерений лучевых и тангенциальных скоростей звезд) верхний предел плотности потока мощности гравитационного излучения очень низких частот. Такие оценки, которые нетрудно получить с помощью формулы (20), дают для  $\omega \approx 2 \cdot 10^{-7}$  рад/сек и  $\omega \approx 2 \cdot 10^{-8}$  рад/сек соответственно  $8 \cdot 10^7$  эрг/сек·см<sup>2</sup> и  $8 \cdot 10^5$  эрг/сек·см<sup>2</sup>. Земля, если рассматривать ее как протяженное тело, также может служить приемником гравитационного излучения. Если бы сейсмические низкочастотные колебания в «спокойном» состоянии Земли были вызваны гравитационным излучением<sup>47</sup>, то для этого понадобилась бы спектральная плотность потока мощности вблизи собственных мод колебаний около  $10^8$  эрг/сек·см<sup>2</sup> (рад/сек<sup>-1</sup>).

Так как самое низкочастотное колебание Земли, которое могло бы быть вызвано гравитационной радиацией, имеет период около 54 минут и добротность для этой моды равна 400, плотность потока гравитационного излучения, который мог бы возбудить наблюдаемые колебания Земли с периодом, близким к 54 минутам, должна составлять около  $t \sim 10^2$  эрг/сек·см<sup>2</sup>.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя приведенные в этой статье соображения о возможных источниках гравитационной радиации и условиях создания приемников, следует отметить недостаточно высокий уровень экспериментальной культуры в этой области. В диапазоне низких частот, по-видимому, нет принципиальных ограничений для обнаружения гравитационного излучения от известных источников. В земных условиях осуществить схему опыта «приемник — передатчик» существенно сложнее, чем обнаружить излучение от источников неземного происхождения.

Использованные в обзоре соотношения и оценки следуют из теории гравитационного поля, которая вошла в большинство монографий и учебников и является в основном общепризнанной по крайней мере в области низкочастотных («классических») процессов. Однако существует точка зрения, согласно которой гравитационные волны не могут переносить энергию. Возможность квантования гравитационного поля и соответственно обнаружения квантов гравитационного излучения — гравитонов

часто рассматривается как спорная. Таким образом, успешная постановка соответствующих экспериментов как в области низких, так и в области высоких частот является весьма желательной. Отметим, что открытие факта существования гравитационного излучения, по-видимому, можно будет рассматривать как еще одно подтверждение эйнштейновской общей теории относительности. Обнаружение и исследование потоков гравитационного излучения неземного происхождения, вероятно, может стать новым каналом астрофизической информации.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Einstein, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. **1916**, 688, 1918 (1954).
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., Физматгиз, 1960.
3. В. А. Фок, Теория пространства, времени, тяготения, М., Физматгиз, 1961.
4. Р. Дяке, УФН **79** (2), 333 (1963); Experimental Relativity, Preprint, Princeton University, 1963.
5. Z. Korpal, M. Shapley, Catalogue of the Elements of Eclipsing Binary Systems, Jodrell Bank Annals **1**, 141 fasc. 4 (1956).
6. R. Kraft, J. Mathews, J. Greenstein, Astrophys. J. **136** (1), 312 (1962).
7. R. Kraft, Astrophys. J. **139** (2), 457 (1964).
8. В. Н. Мироновский, ЖЭТФ **48**, 358 (1965).
9. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, ДАН СССР **155**, 1033 (1964).
10. И. С. Шкловский, Н. С. Кардашев, ДАН СССР **155**, 1039 (1964).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, М., «Наука», 1964.
12. F. J. Dyson, Gravity Foundation Prize Essay, 1962.
13. W. A. Fowler, Rev. Mod. Phys. **36**, 545 (1964).
14. Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов, Вестн. МГУ **8**, 103 (1947).
15. Ю. С. Владимиров, ЖЭТФ **45**, 251 (1963).
16. И. Пийр, Тр. Ин-та физ. и астрон. АН ЭССР **5**, 41 (1951).
17. М. П. Коркина, Укр. физ. ж. **5**, 762 (1960).
18. J. A. Wheeler, D. Brill, Rev. Mod. Phys. **29**, 465 (1957).
19. J. A. Wheeler, Rendiconti Scuola, Varenna, Corso **12** (1960).
20. И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь, ЖЭТФ **43**, 1904 (1962).
21. Р. Фейнман, Доклад на IV Межд. грав. конф. в Варшаве 1962 г. (в печати).
22. М. Е. Герценштейн, ЖЭТФ **41**, 113 (1964).
23. Дж. Вебер, Общая теория относит. и гравитационные волны, М., ИЛ, 1962.
24. Дж. Уилер, Гравитация, нейтрино и Вселенная, М., ИЛ, 1962.
25. J. Weber, в сб. Gravitation and Relativity, N. Y., 1964.
26. В. Б. Брагинский, В. И. Руденко, Г. И. Рукман, ЖЭТФ **43**, 52 (1962).
27. D. Slepian, Bell. Syst. Tech. J. **163** (January 1958) (см. перевод в сб. «Определение параметров случайных процессов», К., Гостехиздат УССР, 1962).
28. R. E. Hoig, H. O. Hoek, RCA Res. **21**, 360 (1960).
29. В. Б. Брагинский, ЖЭТФ **44**, 1962 (1963).
30. В. Б. Брагинский, В. И. Руденко, Уч. зап. Каз. ун-та **123** (12), 96 (1963).
31. С. М. Калемин, В. В. Владимирский, ИТЭ **3**, 36 (1962).
32. J. W. Veams, R. D. Woyle, P. E. Shepner, Rev. Sci. Instrum. **32**, 645 (1961).
33. В. Б. Брагинский, Вестн. МГУ, сер. 3, № 2, 65 (1965).
34. И. Л. Берштейн, ДАН СССР **94**, № 4 (1954).
35. И. Л. Берштейн, Изв. АН СССР, сер. физ. **14**, 145 (1950).
36. В. С. Троицкий, Изв. вузов (Радиофизика), № 1, 20 (1958).
37. В. И. Котельников и др., Радиотехн. и электроника **7**, 1851 (1962).
38. М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт, ЖЭТФ **43**, 605 (1962).
39. В. В. Подобед, Фундаментальная астрометрия, М., Физматгиз, 1962.
40. J. Weber, Nuovo cimento **29** (4), 930 (1963).
41. У. Х. Копвиллем, Р. В. Шубина, Изв. вузов (Физика), № 5, 6 (1963).
42. А. Р. Кессель, У. Х. Копвиллем, ФТТ **4**, 2283 (1962).
43. А. Р. Кессель, У. Х. Копвиллем, ФТТ **5**, 667 (1963).
44. J. A. Wheeler, La Structure et l'évolution de l'universe, Ed. Sinoops, Brussels, 1958, стр. 112.
45. Я. Б. Зельдович, Я. А. Смородинский, ЖЭТФ **41**, 907 (1961).
46. F. A. E. Pirani, Acta Phys. Polonica **15** (6), 389 (1956).
47. J. Weber, R. L. Forward et al., Nature **189**, 473 (1961).
48. Г. М. Гандельман, В. С. Пинаев, ЖЭТФ **37**, 4 (10), 1073 (1959).