

530.12:531.18

ВИДИМАЯ ФОРМА БЫСТРОДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ*)

B. Вайскопф

Я хотел бы обратить внимание физиков на статью Террелла¹, где он кладет конец старому предрассудку, которого все мы практически придерживались. Мы все считали, что согласно специальной теории относительности движущееся тело представляется сокращенным в направлении движения в $[1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ раз. Нам казалось, что пассажир быстрого космического корабля, глядящий в окошко, должен видеть сферические тела в виде сжатых эллипсоидов. Но из рассуждений Террелла, проведенных также для частного случая сферы Пенроузом², вытекает, что это совсем не так. Причина этого весьма проста. Когда мы видим или фотографируем какое-либо тело, мы регистрируем кванты света, одновременно поступившие на сетчатку глаза или на фотографическую пленку. Но это значит, что эти кванты света были испущены точками тела не одновременно. Точки, более удаленные от наблюдателя, представили свою часть картины, соответствующую более ранним моментам времени, чем близкие точки. Следовательно, если тело движется, на сетчатке глаза или на фотографии получается «искаженное» изображение тела, поскольку тело занимало различные положения в те моменты, когда различные его части послали свет, образовавший видимую картину.

В специальной теории относительности эти искажения имеют замечательным следствием уничтожение сокращений Лоренца, так что тела кажутся не искаженными, а лишь повернутыми. Это строго справедливо только для тел, видимых под малым телесным углом.

Чтобы полностью понять ситуацию, рассмотрим искажение картины, которое возникает при наблюдении движущегося тела в классическом случае, т. е. в случае, когда свет движется со скоростью c только в неподвижной системе, где находится наблюдатель, а движущиеся тела не испытывают сокращений Лоренца. В системе координат, связанной с телом, движущимся со скоростью v , скорость света в направлении движения будет $c - v$, а в противоположном направлении $c + v$.

Вначале мы рассмотрим куб размером l , движущийся параллельно одному из ребер и рассматриваемый в направлении, перпендикулярном к движению. Наблюдения производятся на большом расстоянии так, чтобы угол зрения был малым (рис. 1). Квадрат $ABCD$, обращенный к наблюдателю, будет виден неискаженным, поскольку все точки наход-

*) V. F. Weisskopf, The Visual Appearance of Rapidly Moving Objects, Physics Today 13, 24 (1960). Перевод В. М. Южакова. Публикуя перевод статьи В. Вайскопфа, появившейся в 1960 г., редакция УФН делает ее более доступной для изучающих теорию относительности.

дятся на одинаковом расстоянии от наблюдателя. Квадрат $ABEF$, обращенный в сторону, обратную движению (задняя грань по отношению к движению, но не по отношению к положению наблюдателя) невидим,

если куб не движется. Однако если куб движется, этот квадрат становится видимым, поскольку свет от точек E и F испускается на l/c секунд раньше, когда точки E и F были расположены на расстоянии $(v/c)l$ сзади, т. е. были соответственно в положениях E' и F' . Следовательно, грань $ABEF$ будет видна как прямоугольник с высотой l и шириной $(v/c)l$. Поэтому

Рис. 1. Куб, движущийся со скоростью v , наблюдаемый под углом 90° к направлению движения.

вид куба искажается. На неискаженной картине повернутого куба обе грани должны казаться сокращенными; если грань $ABEF$ сокращается в отношении v/c , другая грань, $ABCD$, должна сократиться в отношении $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, тогда как здесь (на искаженной картине

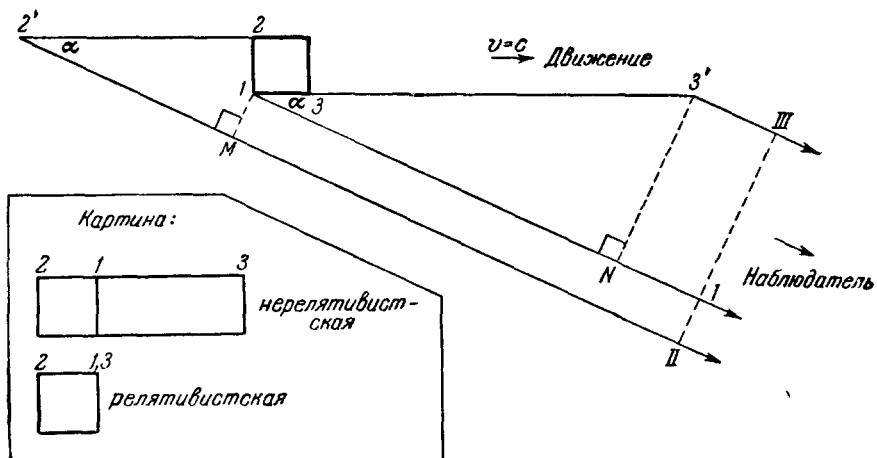


Рис. 2. Куб, движущийся со скоростью света, рассматриваемый под углом $\theta = 180^\circ - \alpha$ к направлению движения.

Точки I , II , III — световые импульсы, приходящие от точек тела 1 , 2 , 3 и достигающие одновременно наблюдателя (классическая картина).

$ABCD$ представляется квадратом. Следовательно, изображение куба получается растянутым в направлении движения. Аналогичные рассуждения, примененные к движущейся сфере, показывают, что она выглядит как эллипс, вытянутый в направлении движения в отношении $(1 + v^2/c^2)^{1/2}$.

Мы получим еще более парадоксальные результаты при рассмотрении в нерелятивистском мире изображения движущегося куба, рассматриваемого не под углом 90° к направлению движения, а под углом $180 - \alpha$ градусов, где α — малый угол. Мы теперь смотрим на тело налево, когда оно приближается к нам слева. Для упрощения рассуждений примем $v/c = 1$. Каково изображение теперь? Рассмотрим рис. 2. Ребра AB , CD , EF

обозначены цифрами 1, 2, 3. Допустим, что ребро 1 испускает кванты в момент $t = 0$. Где должны испускать свет ребра 2 и 3, чтобы он образовал общий фронт со светом от 1, другими словами, чтобы свет от этих трех ребер достиг наблюдателя одновременно? Легко видеть, что ребро 2 должно испустить свет значительно раньше; это должно произойти, когда оно находится в точке, отмеченной как $2'$, которая определяется равенством расстояний $22'$ и $2'M$. Интервал $22'$ — расстояние, которое проходит ребро 2 между испусканием света ребрами 2 и 1. Длина $2'M$ есть расстояние, которое проходит свет от ребра 2, чтобы идти одним фронтом со светом от 1. Как свет, так и ребро движутся со скоростью c . Можно показать, что расстояние $1M$ равно отрезку 12 , являющемуся ребром куба l . Свет, поступающий от ребра 3, испущен значительно позже, когда это ребро находится в $3'$. Точка $3'$ определяется равенством расстояний $33'$ и $1N$. Простое вычисление показывает, что

$$(3'N) = l \sin \alpha (1 - \cos \alpha)^{-1}.$$

Какова же видимая картина куба? Она указывается на рис. 2 точками I , II , III , которые представляют положения световых квантов, идущих от тела и образующих изображение. Мы увидим сильно деформированный куб с ребром 1 где-то посередине, ребро 2 левее 1, как будто мы смотрим сзади (слева направо) и ребро 3 далеко направо от 1. Опять мы видим картину, растянутую в направлении полета. Грань между ребрами 1 и 2 представляется правильным квадратом.

Теперь мы покажем, что теория относительности упрощает ситуацию. Она устраниет искажения изображения, причем получается неискаженная, но повернутая картина тела. Мы можем непосредственно в этом убедиться на прежних примерах. Рассмотрим случай куба, наблюдаемого под прямым углом к направлению движения; сокращение Лоренца уменьшит расстояние между ребрами AB и CD в отношении $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, но оставит расстояние между AB и EF неизменным. Поэтому грань $ABCD$ сокращается в точности в отношении, необходимом для представления неискаженного куба, повернутого на угол, синус которого равен v/c . В случае куба, приближающегося к нам со скоростью света, сокращение Лоренца уменьшит расстояние между ребрами 1 и 3 до нуля. Изображение, которое видит наблюдатель, есть правильный квадрат, соответствующий задней грани; больше он ничего не видит, поскольку ребро 3 совпадает с ребром 1. Поэтому он видит неискаженную картину сзади. Тело не искажено, но повернуто на угол 180 — а градусов.

Ниже следующие рассуждения показывают, что этот результат носит общий характер, т. е. относится к любому телу. Рассмотрим ансамбль световых импульсов, возникающих в N точках тела, распространяющихся в одном направлении, заданном вектором k , и так, чтобы все световые импульсы находились в одной плоскости, перпендикулярной k (рис. 3). Тогда они одновременно попадут в глаз наблюдателя и создадут видимый образ. Мы будем называть такой ансамбль световых импульсов «картиной» тела. В нерелятивистских условиях «картина» не остается «картиной», если она воспринимается в движущейся системе отсчета. Причина заключается в том, что в движущейся системе отсчета плоскость световых импульсов не будет перпендикулярной к направлению распространения. В релятивистском мире «картина» остается «картиной» в любой системе отсчета.

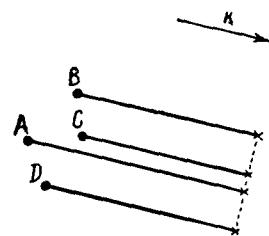


Рис. 3. «Картина». A, B, C, D — точки тела, четыре крестика—световые импульсы, образующие «картину».

Световые импульсы одновременно достигают камеру во всех системах отсчета.

Этот факт можно сразу доказать следующим образом: световые импульсы образуют волновой фронт или могут быть представлены включенными в электромагнитную волну точно в тех местах, где волна образует гребень. Известно, что электромагнитные волны являются поперечными во всех системах отсчета. Это означает, что волновой фронт или плоскость гребня волны перпендикулярны к направлению распространения в любой системе.

Можно также показать, что расстояние между световыми импульсами — величина инвариантная. Для этого нам нужно только ввести координатную систему, в которой ось x параллельна направлению распространения. Тогда инвариант двух световых импульсов картины $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - c^2(t_1 - t_2)^2$ равен квадрату расстояния d между импульсами, поскольку $d^2 = (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$, и $x_1 = x_2$, если $t_1 = t_2$. Это обстоятельство и выражает тот факт, что импульсы находятся в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны.

Неинвариантным является только направление распространения, вектор k . Преобразование этого направления определяется хорошо известной формулой aberrации. Луч света,

Рис. 4. Угол наблюдения θ' светового луча относительно направления скорости v , видимый наблюдателем в движущейся системе как функция того же угла θ , как он видим в покоящейся системе.

Кривая 1 для $v = 0$, кривая 2 для $v = c/2$, кривая 3 для $v = c$.

направление которого образует угол θ с осью x , в системе, движущейся по оси x со скоростью v , представляется образующим угол θ' с осью x *):

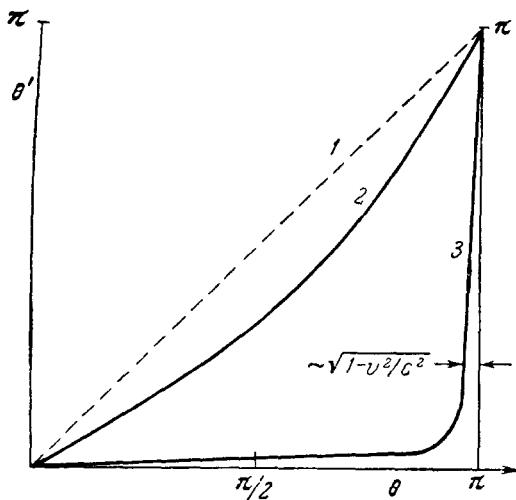
$$\sin \theta' = \frac{(1 - v^2/c^2) \sin \theta}{1 + (v/c) \cos \theta}.$$

Из инвариантности «картины» мы сможем сделать следующее заключение. Картина, получаемая от движущегося тела, рассматриваемого под углом θ , та же самая, что видна в системе, в которой тело находится в покое, но рассматривается под углом θ' . Следовательно, мы видим неискаженную картину движущегося тела, в которой тело кажется повернутым на угол $\theta' - \theta$. Сферическое тело по-прежнему кажется сферой.

Это ни в коем случае не должно интерпретироваться как указание на отсутствие сокращения Лоренца. Конечно, сокращение Лоренца остается, но оно точно компенсируется расширением картины, вызванным конечной скоростью распространения света.

Поучительно изобразить графически зависимость угла θ' от угла θ . Рис. 4 показывает эту зависимость для $v = 0$, для малых значений v/c ,

*) Углы относятся к направлению, под которым видны лучи, что означает направление, обратное направлению движения световых импульсов.



а также для случая $v/c \approx 1$. Мы видим, что кажущийся поворот всегда отрицателен; это обозначает, что поворот увеличивает наблюдателю обзор задней по отношению к движению стороны тела. В предельном случае $v \approx c \theta'$ — очень малая величина для всех значений θ , за исключением случая, когда $180^\circ - \theta$ порядка $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$. Так как θ изменяется от 180° до 0° при движении тела мимо нас, мы получаем для случая $v \approx c$, что переднюю сторону тела можно видеть только в самом начале; далее тело поворачивается и очень скоро обратится к нам задней по отношению к движению стороной, когда мы видим тело еще приближающимся к нам. Так продолжается до тех пор, пока тело не начнет удаляться от нас, и тогда, естественно, оно становится видимо сзади. Такое парадоксальное положение, возможно, не так уж удивительно, если вспомнить, что при $v \approx c$ угол aberrации равен почти 180° ; следовательно, свет, который мы видим идущим от тела, когда оно движется к нам, покидает тело в обратном направлении, если смотреть из точки, где находится само тело.

Ситуация становится яснее, если мы обратим внимание на распределение испущенного света, как оно представляется наблюдателю. Примем, что движущееся тело в системе отсчета, в которой оно покоится, обладает изотропным излучением, т. е. интенсивность излучения не зависит от угла θ' . Это излучение отнюдь не будет изотропным в той системе, относительно которой тело движется; здесь оно кажется сконцентрированным в направлении вперед. Если $v \approx c$, большая часть света представляется испущенной так, что образует очень малый угол θ с v . Это хорошо известный эффект, благодаря которому изотропное излучение представляется так, как будто почти все оно испущено в виде сфокусированного луча фары. Одним из примеров этого эффекта является излучение электронов, движущихся по кругу со скоростью, близкой к c ; это наблюдается в синхротронах. В этом случае излучение в системе покоя электрона не вполне изотропно; это в основном дипольное излучение. Тем не менее оно представляется остро направленным в сторону полета.

Кажущее угловое распределение $I(\theta)$ интенсивности излучения в покоящейся системе связано с угловым распределением $I_0(\theta')$ в системе движущегося тела выражением, получаемым из aberrационной формулы:

$$\frac{I(\theta)}{I_0(\theta')} = \frac{\sin \theta' d\theta'}{\sin \theta d\theta} = K(\theta),$$

$$K(\theta) = \frac{1 - (v/c)^2}{[1 + (v/c) \cos \theta]^2}.$$

где θ — угол наблюдения; следовательно, для направления вперед θ близко к π . Функция $K(\theta)$ изображена на рис. 5 в зависимости от θ ; мы видим, что ширина (раствор) луча «фары» порядка $[1 - (v/c)^2]^{1/2}$.

Множитель $K(\theta)$ определяет также эффект Допплера. Если свет, излучаемый в системе, движущейся с телом, имеет частоту ω_0 , покоящийся наблюдатель воспринимает частоту $\omega = K^{1/2} \omega_0$. Частота увеличивается или уменьшается, умножаясь на корень квадратный из множителя, на который увеличивается или уменьшается интенсивность. Заметим, что для $\theta = 90^\circ$ уменьшение частоты происходит благодаря релятивистскому эффекту Допплера.

Опишем теперь, что будет видно, если мимо нас движется тело с околосветовой скоростью. В начале, пока угол зрения еще близок к 180° , мы видим переднюю сторону тела, частота испытывает сильное допплеровское смещение в сторону высоких частот; интенсивность света сильно увеличена. Мы смотрим в «фару». Когда угол зрения становится порядка $\pi - [1 - (v/c)^2]^{1/2}$, цвет смещается в сторону низких частот, интенсив-

ность падает и кажется, что тело поворачивается. Когда $\theta \approx \pi - 2^{1/2} \times [1 - (v/c)^2]^{1/4}$, угол все еще близок к 180° , интенсивность становится очень низкой, мы теперь вне луча «фары», свет значительно более низкой частоты, чем в системе, движущейся с телом; тело полностью повернулось, и мы смотрим на его заднюю относительно движения сторону. Передняя сторона невидима, потому что лучи, испущенные вперед, сконцентрированы в малом угле «фары». Картина, видимая при углах, меньших

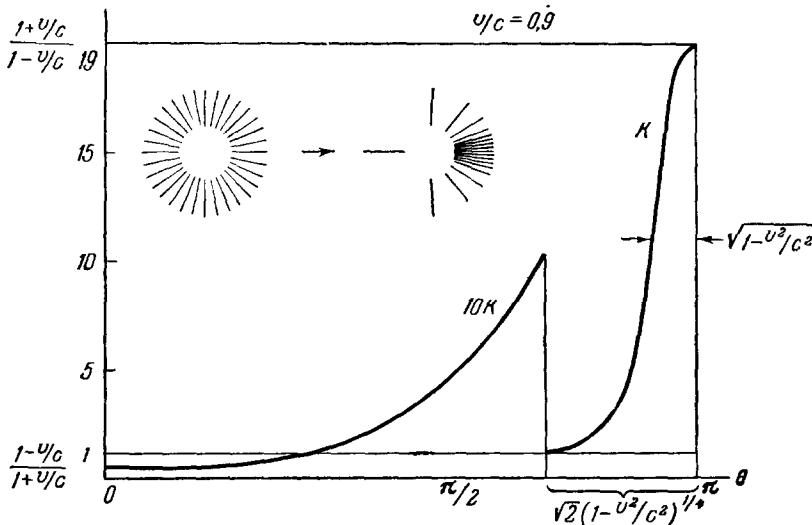


Рис. 5. Отношение K интенсивности излучения на единицу телесного угла, измеренной в системе наблюдателя, к интенсивности на единицу телесного угла, измеренной в системе, движущейся с телом, как функция угла наблюдения θ .

K также определяет допплеровское смещение. Наблюданная частота ω связана с испускаемой частотой соотношением $\omega = K^{1/2} \omega_0$.

$\pi - 2^{1/2} [1 - (v/c)^2]^{1/4}$, остается в основном неизменной, пока тело не исчезнет. Это та картина, которая ожидается, когда тело удаляется. Однако она возникает уже тогда, когда тело приближается к нам.

Мы должны подчеркнуть, что все приведенные рассуждения вполне точны только для тел, которые видны под очень малыми телесными углами. Только в таком случае картина состоит в основном из параллельных световых импульсов. Если телесный угол конечен, углы поворота для различных частей картины будут различными, что приведет к некоторым искажениям. Однако, как показал Пенроуз², картина сферы удерживает круговое очертание даже при больших углах зрения.

Весьма удивительно, что эти простые и важные факты относительно релятивистского вида тел не были замечены в течение 55 лет, пока их не обнаружил Террелл.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. J. Tegrell, Phys. Rev. **116**, 1041 (1959).
2. R. Penrose, Proc. Cambr. Phil. Soc. **55**, 137 (1959); см. также: H. Salecker, E. Wigner, Phys. Rev. **109**, 571 (1958).