1964 г. Август Т. LXXXIII, вып. 4
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

СИММЕТРИЯ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ *)

Е. Вигнер

Вопросы симметрии и инвариантности и даже законы сохранения несомненно играли важную роль в мышлении физиков предыдущих поколений, начиная с Галилея и Ньютона и, возможно, еще раньше. Однако этим вопросам не уделялось особого внимания и они четко формулировались лишь в отдельных случаях. Уравнения Ньютона не были связаны с какой-либо специальной системой координат и, следовательно, оставляли все направления и все точки в пространстве эквивалентными. Они были, как мы теперь говорим, инвариантны относительно вращений и сдвигов. То же самое относится и к ньютоновскому закону тяготения. Не было особого смысла подчеркивать этот факт и фантазировать о возможности существования законов природы с более низкой симметрией. Что касается законов сохранения, то закон сохранения энергии в механике интуитивно осознали и пользовались им даже до Галилея **).

Теоремы сохранения импульса и момента импульса в их полной общности не использовались, хотя в специальном случае центрального движения последняя представляет собой один из законов Кеплера. Большинство книг по механике, написанных на рубеже нашего века и даже позже, не упоминает общей теоремы сохранения момента импульса ***). Она должна была быть известна в общем виде, поскольку все занимающиеся проблемой трех тел, где эта теорема применяется, пользовались ею как очевидной. Тем не менее физики не уделяли ей особого внимания. Отношение к вопросу инвариантности уравнений существенно изменилось главным образом благодаря работам Эйнштейна. Эйнштейн в яркой и отчетливой форме высказал постулаты о симметрии пространства (эквивалентность направлений и эквивалентность точек пространства) ****). Он также пересмотрел и сформулировал в модифицированном виде эквивалентность движущихся и покоящихся систем координат. Важная роль законов сохранения стала очевидной, когда в результате интереса к боровской модели атома приобрела решающее значение теорема о сохранении момента импульса. Мне довелось пережить те дни, и я помню, как возникла всеобщая вера в этот закон, так же как и в другие законы сохранения. Для такой веры было достаточно оснований, так как еще в 1904 г. Хамель установил связь между законами сохранения и основными симметриями

*) E. Wigner, Symmetry and Conservation Laws, Physics Today 17, 34 (1964). Перевод А. Т. Филиппова.

**) Согласно Г. Хамелю (см. [1], стр. 130), еще Жордан де Немор (примерно в 1300 г.) осознал основные черты того, что мы теперь называем механической энергией, а Леонардо да Винчи постулировал невозможность вечного двигателя.

***) В «Истории физики» Ф. Кэджори (см. [2], стр. 108) описана в точности половина пути к установлению этой теоремы.

****) См., например, сравнительно популярную брошюру [3].

пространства и времени [4]. Хотя эта первая работа была практически неизвестна, по крайней мере среди физиков, вера в законы сохранения была так сильна, как если бы они представлялись всем очевидными. Это, однако, является еще одним примером того, что интуиция физика сильнее, чем его знания.

С начала этого века наше отношение к симметриям и законам сохранения претерпело большие изменения. Немногие из статей, написанных ныне и посвященных фундаментальным вопросам физики, не содержат упоминания о постулатах инвариантности, а связь между законами сохранения и принципами инвариантности была признана, пожалуй, в слишком общем виде *). Кроме того, понятие о симметрии и инвариантности было распространено на новую область — на область, где его корни значительно менее тесно связаны с непосредственным опытом и наблюдением, чем это имеет место для классической пространственно-временнóй симметрии. Поэтому, может быть, полезно сначала обсудить взаимосвязь явлений, законов природы и принципов инвариантности. Эта связь не совсем одинакова для классических принципов инвариантности, которые будут называться геометрическими, и для новых принципов инвариантности, которые будут называться динамическими. Наконец, мне хотелось бы пересмотреть с более элементарной, чем обычно, точки зрения связь между законами сохранения и принципами инвариантности.

СОБЫТИЯ, ЗАКОНЫ ПРИРОДЫ, ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ

Вопрос о связи между этими понятиями не нов; он занимал людей в течение долгого времени, сначала почти подсознательно. Может оказаться небезынтересным пересмотреть его в свете нашего бóльшего опыта и, как мы надеемся, более зрелого понимания.

С самой абстрактной точки зрения имеется большое сходство между связью законов природы с событиями, с одной стороны, и связью принципов симметрии с законами природы — с другой. Позвольте мне начать с первой связи, т. е. со связи законов природы с событиями.

Если бы мы знали, каким будет положение планеты в любое заданное время, то не оставалось бы ничего такого, чтобы законы физики могли нам сообщить о движении этой планеты. Это верно также и в более общем случае: если бы мы были полностью осведомлены обо всех событиях в мире, повсюду и во все времена, то не было бы никакой пользы в законах физики и фактически любой другой науки. Мы делаем здесь весьма очевидное утверждение, что законы естественных наук полезны постольку, поскольку без них мы бы знали о мире еще меньше. Если бы мы уже знали положение планеты во все времена, то математическое соотношение между этими положениями, даваемое законами движения планет, не принесло бы пользы, но могло бы, тем не менее, представлять интерес. Оно могло бы доставить нам некоторое удовольствие, и, может быть, созерцание его вызвало бы наше удивление, даже если бы это математическое соотношение не дало нам новой информации. Возможно также, что если бы кто-либо предложил нам другую информацию о положениях этой планеты, то мы смогли бы более эффективно опровергнуть его в том случае, если его утверждения о положениях планеты не согласовались бы с законами движения планет (предполагается, что мы верим в те законы природы, которые воплощены в законах движения планет).

Обратимся теперь к связи принципов симметрии или инвариантности с законами природы. Если мы знаем некий закон природы, например

*) См. статью автора [5], а также статью [6] и более новую работу [7].

уравнения электродинамики, то сведения о тонких свойствах этих уравнений не добавят ничего к их содержанию. Быть может, и интересно заметить, что корреляции между событиями, предсказываемыми этими уравнениями, не зависят от того, рассматриваются ли они покоящимся наблюдателем или же равномерно движущимся наблюдателем. Однако все корреляции между событиями уже даны самими уравнениями, и вышесказанное замечание об инвариантности этих уравнений не увеличивает числа и не изменяет характера этих корреляций.

В более общем случае, если бы мы знали все законы природы или окончательный закон природы, то свойства инвариантности этих законов не давали бы нам новой информации. Они могли бы доставить нам некоторое удовольствие, и, может быть, созерцание их вызвало бы наше удивление, даже если эти свойства инвариантности и не дают новой информации. Возможно также, что если бы кто-либо предложил другой закон природы, то мы смогли бы более эффективно опровергнуть его в том случае, если его закон природы не согласовался бы с принципами инвариантности (предполагается, что мы верим в принципы инвариантности).

Очевидно, что предыдущее обсуждение связи законов природы с событиями и связи принципов симметрии или инвариантности с законами природы чрезвычайно фрагментарно. И о том и о другом можно было бы написать немало страниц. Насколько я могу судить, новые проблемы, которые пришлось бы рассматривать на этих страницах, не нарушили бы сходства двух указанных выше связей, т. е. сходства между связью законов природы с событиями и связью принципов инвариантности с законами природы. Они, скорее, подкрепили бы это сходство и подтвердили бы ту функцию принципов инвариантности, которая состоит в выявлении структуры или взаимосвязи законов природы, точно так же, как законы природы выявляют структуру и взаимосвязь совокупности событий.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ

В чем состоит различие между старыми и хорошо установленными геометрическими принципами инвариантности и новыми, динамическими принципами инвариантности? Геометрические принципы инвариантности, хотя они и определяют структуру законов природы, формулируются в терминах самих событий. Так, сформулированная должным образом инвариантность относительно сдвига во времени выглядит следующим образом: корреляции между событиями зависят только от промежутков времени между ними и не зависят от момента времени, в который произошло первое событие. Если P_1, P_2, P_3 — положения, которые может занимать упомянутая выше планета в моменты времени t_1, t_2, t_3, то она могла бы занимать эти положения также и в моменты времени t_1+t, t_2+t, t_3+t, где t совершенно произвольно. С другой стороны, новые динамические принципы инвариантности формулируются в терминах законов природы. Они применяются к определенным видам взаимодействия, а не к какой-либо корреляции между событиями. Так, когда мы говорим, что электромагнитное взаимодействие калибровочно инвариантно, то ссылаемся на конкретный закон природы, который определяет порождение электромагнитного поля зарядами и влияние электромагнитного поля на движение зарядов.

Отсюда вытекает, что в основе динамических разновидностей инвариантности лежит существование определенных видов взаимодействий. Как известно, физики долгое время надеялись, что все взаимодействия можно получить из механических взаимодействий. Некоторые из нас помнят еще, что в начале этого века электромагнитные взаимодействия рассматривались как источник всех остальных. Затем возникла необходимость разъяснить гравитационное взаимодействие, и фактически это можно было сделать вполне успешно. Ныне мы различаем четыре или пять различных видов взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, один или два вида сильных (т. е. ядерных) взаимодействий и слабое взаимодействие, ответственное за β-распад, распад μ-мезона и некоторые аналогичные явления. Таким образом, мы, по крайней мере на время, оставили надежду найти одно-единственное, основное взаимодействие. К тому же каждое взаимодействие имеет некоторую динамическую группу инвариантности, такую, как калибровочная группа для электромагнитных взаимодействий.

Этим, однако, и ограничивается объем наших познаний. Иначе говоря, не следует забывать, что проблема взаимодействий все еще остается таинственной. Утияма [8] стимулировал плодотворное направление исследований, показав, каким образом можно найти взаимодействие, если известна его группа. Однако у нас нет никакого метода, позволяющего заранее указать такую группу, у нас также нет никакого способа, позволяющего указать, сколько имеется групп и, следовательно, сколько имеется взаимодействий. Группы представляются совершенно разъединенными, и, по-видимому, нет никакой связи между различными группами, характеризующими различные взаимодействия, и между этими группами и геометрической группой симметрии, которая представляет собой единственную, хорошо определенную группу, с которой мы уже знакомы в течение многих лет.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Поскольку полезно оставаться, пока это возможно, на знакомой земле (terra cognita), займемся сначала пересмотром геометрических принципов инвариантности. Соответствующая группа была впервые обнаружена Пуанкарэ, и я склонен называть ее группой Пуанкарэ [9]. Ее истинный смысл и важное значение впервые выявил Эйнштейн в своей специальной теории относительности. Эта группа содержит, во-первых, сдвиги в пространстве и во времени. Это значит, что корреляции между событиями одинаковы повсюду и во все времена, что законы природы, т. е. сжатое описание (компендиум) этих корреляций, одинаковы независимо от того, где и когда они установлены. Если бы это было не так, человеческий ум не был бы в состоянии найти законы природы.

Здесь полезно подчеркнуть то обстоятельство, что именно законы природы (то есть корреляции между событиями), а не сами события являются теми сущностями, к которым применяются законы симметрии. Конечно, события изменяются от одного места к другому. Однако если наблюдать, скажем, положения брошенного камня в три различных момента времени, то можно найти связь между этими положениями, и эта связь будет одной и той же во всех точках земного шара.

Вторая симметрия совсем не столь очевидна, как первая: она предполагает эквивалентность всех направлений. Этот принцип мог быть обнаружен только тогда, когда стало ясно, что различие между направлениями вверх и вниз обусловлено влиянием притяжения земли. Иными словами, в противоположность тому, что обычно полагают, законы природы устанавливают корреляции не между тремя положениями брошенного камня, а между тремя положениями камня относительно земли.

Последняя симметрия — независимость законов природы от состояния равномерного движения системы, в которой производятся наблюдения, — совсем не очевидна для неподготовленного ума*). Одно из следствий этой симметрии состоит в том, что законы природы определяют не скорость, а ускорение тела: скорость различна в системах координат, движущихся с различными скоростями, тогда как ускорение одинаково, пока движение координатных систем друг относительно друга равномерно. Следовательно, принцип эквивалентности равномерно движущихся координатных систем и их эквивалентность с покоящимися системами не могли быть установлены, пока не был понят второй закон Ньютона, после чего этот принцип был сразу обнаружен самим Ньютоном. Благодаря некоторым электромагнитным явлениям этот принцип временно приобрел дурную славу, до тех пор, пока Эйнштейн не возродил его в несколько видоизмененной форме.

Уже упоминалось, что законы сохранения энергии, импульса и момента импульса непосредственно следуют из только что перечисленных симметрий. Наиболее очевидно это в квантовомеханической теории, где они следуют непосредственно из кинематики теории, без использования какого-либо динамического закона типа уравнения Шрёдингера. Это будет продемонстрировано несколько ниже. В классической теории положение значительно более сложно, и в действительности, простейшее доказательство указанных законов сохранения в классической теории основано на замечании о том, что классическая теория является предельным случаем квантовой теории. Поэтому каждое уравнение, выполняющееся в квантовой теории при любом значении постоянной Планка h, верно также и в пределе $h = 0$. Следы такого рода аргументации можно обнаружить также в общих рассмотрениях, показывающих связь между законами сохранения и симметрией пространства — времени в классической теории. Законы сохранения можно получить также с помощью элементарных средств, используя динамическое уравнение (т. е. второй закон Ньютона) и предположение, что силы можно получить из потенциала, который зависит только от расстояний между частицами. Поскольку понятие потенциала не очень естественно, то такая процедура не является обычно принятой. Например, Мах предполагает, что сила, действующая на любую частицу, равна сумме сил, каждая из которых вызвана другой частицей [12]. Такое предположение содержится также в третьем законе Ньютона; в противном случае понятие противодействия было бы лишено смысла. В дополнение к этому Мах предполагает, что сила зависит только от положений частиц взаимодействующей пары, а не от их скоростей. Некоторое допущение такого типа действительно необходимо в классической теории [3]. При только что упомянутых предположениях закон сохранения импульса непосредственно следует из третьего закона Ньютона, и обратно, третий закон Ньютона также необходим для сохранения импульса. Все это было обнаружено еще Ньютоном. Для закона сохранения момента импульса, который был открыт в его общей форме Эйлером, Бернулли и д'Арси почти через шестьдесят лет после появления «Principia»**), значение изотропии пространства очевидно. Если бы направление силы между двумя частицами не совпадало с направлением прямой линии, соединяющей одну

*) Так, в «Физике» Аристотеля [10] постулируется, что для поддержания состояния движения требуется непрерывное воздействие некоторой причины. Следовательно, все тела пришли бы в состояние абсолютного покоя, если устранить воздействие причины, которая сообщает им скорость (см., например, книгу [11], стр. 82, рис. 244). Это не может быть верно в системах координат, движущихся друг относительно друга. В таком случае системы координат, в которых это верно, имеют предпочтительное состояние движения.

**) И. Ньютон, Математические начала натуральной философии, Москва, 1936. (*Прим. перев.*)

частицу с другой, то оно не было бы инвариантным при вращениях вокруг этой линии. Поэтому при сделанных выше допущениях возможны только центральные силы. Так как момент таких сил равен нулю, если они равны и противоположно направлены, то отсюда следует закон сохранения момента импульса. Мы не получили бы этого закона, если бы силы зависели от положений трех или большего числа частиц.

Как уже отмечалось выше, в квантовой механике законы сохранения следуют из основных кинематических понятий. Дело просто в том, что состояния в квантовой механике описываются векторами в абстрактном пространстве, а физические величины, такие, как положение, импульс и т. д., описываются операторами, действующими на эти векторы. Например, из инвариантности относительно вращений затем следует, что если задано любое состояние φ, то существует другое состояние φ_α, которое в системе координат, полученной вращением вокруг оси Z на угол α, выглядит точно так же, как и φ. Обозначим, далее, состояние, в которое переходит φ за промежуток времени τ через $H_\tau\varphi$ (схематическое изображение см. на рис. 1).

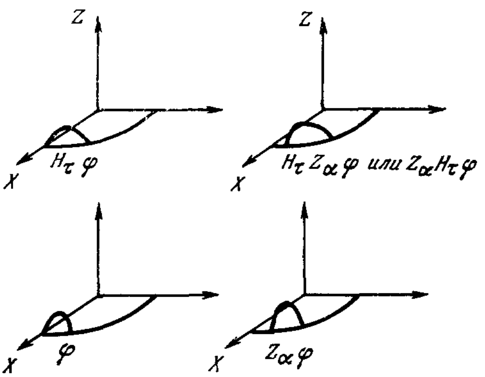

Рис. 1.

Тогда, в силу инвариантности относительно вращений, φ_α перейдет за тот же промежуток времени в состояние $H_\tau\varphi_\alpha$, которое во второй системе координат выглядит в точности так же, как и $H_\tau\varphi$ (в первой системе координат). Поэтому состояние $H_\tau\,\varphi_\alpha$ может быть получено из $H_\tau\varphi$ с помощью преобразования Z_α. Из этого следует, что

$$H_\tau Z_\alpha \varphi = Z_\alpha H_\tau \varphi, \tag{1}$$

и, поскольку это верно для любого φ, получим

$$H_\tau Z_\alpha = Z_\alpha H_\tau. \tag{2}$$

Таким образом, оператор Z_α коммутирует с H_τ, и это есть условие, обеспечивающее его сохранение. Фактически проекция момента импульса на ось Z равна пределу выражения $\frac{1}{\alpha}(Z_\alpha - 1)$ при бесконечно малом α. Другие законы сохранения получаются таким же путем. Дело в том, что *операторы преобразования или по крайней мере инфинитезимальные операторы преобразования играют двойную роль и являются сохраняющимися величинами.*

На этом можно закончить обсуждение геометрических принципов инвариантности. Однако мной не упоминались отражения, которые, например, приводят к понятию четности, и я также не говорил о явно более общем геометрическом принципе инвариантности, который составляет основу общей теории относительности. Причина, по которой опущено первое, состоит в том, что я так или иначе должен буду рассматривать операторы отражения в конце данной статьи. Причина, по которой я не говорил об инвариантности по отношению к общим преобразованиям координат общей теории относительности, состоит в том, что я считаю лежащую в ее основе инвариантность не геометрической, а динамической. Перейдем поэтому к рассмотрению динамических принципов инвариантности.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ

Когда мы работаем с динамическими принципами инвариантности, мы находимся преимущественно на неведомой земле (terra incognita). Тем не менее, поскольку некоторые из попыток построения этих принципов не только остроумны, но и успешны, и поскольку этот вопрос находится сейчас в центре внимания, я хотел бы сделать несколько замечаний. Начнем со случая электромагнитных взаимодействий, который лучше всего изучен.

Для того чтобы описать взаимодействие зарядов с электромагнитным полем, сначала вводят некоторые новые величины, описывающие электромагнитное поле, так называемые электромагнитные потенциалы. Зная потенциалы, нетрудно вычислить компоненты электромагнитного поля, но не наоборот. Более того, потенциалы определяются электромагнитным полем не однозначно; некоторые потенциалы (отличающиеся на градиент произвольной функции) дают одинаковое поле. Из этого следует, что потенциалы не могут быть измеримыми величинами; и в действительности измеримы только такие величины, которые инвариантны относительно преобразований, связанных с указанным выше произволом в потенциале. Эта инвариантность искусственна, она аналогична инвариантности, которую мы могли бы получить, вводя в наши уравнения координаты некоего приведения. Тогда уравнения должны быть инвариантны относительно изменения координат этого приведения. Не видно, однако, ради чего стоило бы вводить координаты такого приведения.

Так же обстоит дело и с заменой полей потенциалами, пока все остальное оставляется неизменным. Допустим, однако,— и это решающий шаг,— что для сохранения неизменной ситуации с каждым переходом от одной системы потенциалов к другой (оставляющим электромагнитное поле неизменным) нужно связать некоторое преобразование поля вещества. Совокупность этих двух преобразований, а именно преобразований электромагнитных потенциалов и преобразований поля вещества, называется калибровочным преобразованием. Так как это преобразование оставляет физическую ситуацию неизменной, то любое из уравнений, упомянутое ниже, должно быть инвариантным. Это неверно, если, например, не изменить уравнения движения. Если уравнения движения оставить неизменными, то они обладали бы тем бессмысленным свойством, что два состояния, полностью эквивалентные в один момент времени, могли бы перейти с течением времени в два различных состояния. Поэтому уравнения движения необходимо модифицировать; это проще всего может быть сделано с помощью математического приема, который называют модификацией лагранжиана. Простейшая модификация, восстанавливающая инвариантность, дает общепринятые уравнения движения электродинамики, которые хорошо согласуются со всем нашим опытом.

Наконец, позвольте мне, не входя во все детали, сделать утверждение, что аналогичная процедура возможна по отношению к гравитационному взаимодействию. Фактически намек на это содержался уже в работе Утиямы[8]. В данном случае приходится вводить обобщенные координаты, которые, как и потенциалы, фактически приводят к ненужным усложнениям. Тогда уравнения должны быть инвариантными относительно всех преобразований координат общей теории относительности. Это не изменило бы содержания теории, но свелось бы лишь к введению более гибкого языка, на котором существует несколько эквивалентных описаний одной и той же физической ситуации. Затем, однако, допускают, что поле вещества, кроме того, преобразуется подобно метрическому полю, поэтому для сохранения инвариантности уравнений их следует модифицировать.

Простейшая модификация или одна из простейших модификаций ведет к уравнениям Эйнштейна.

В данной только что интерпретации инвариантности общей теории относительности эта инвариантность не истолковывается как геометрическая. То, что не следует делать геометрического истолкования, было отмечено русским физиком Фоком [13]. Несколько переупрощая, можно сказать, что геометрическая инвариантность предполагает, что два физически различных состояния (как, например, на рис. 1) с течением времени переходят в два состояния, которые отличаются друг от друга так же, как и исходные состояния. В случае общей теории относительности это не так: просто допускается, что два различных описания одного и того же состояния должны с течением времени переходить в такие два описания, которые также дают одно и то же физическое состояние. Сходство со случаем электромагнитных потенциалов очевидно.

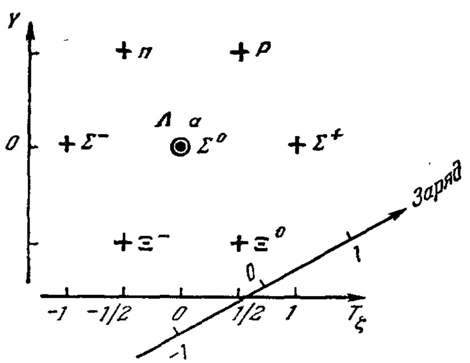

Рис. 2.

К сожалению, в случае других взаимодействий положение отнюдь не такое. Относительно более слабого *) из двух типов сильных взаимодействий известно очень мало. Более сильное взаимодействие, так же как и слабое, имеет группы, которые, прежде всего, значительно меньше, чем калибровочная группа или группа общих координатных преобразований **). Вместо бесконечного множества генераторов группы калибровочных преобразований и группы общих преобразований координат, они имеют конечное число генераторов (восемь). Их тем не менее достаточно для того, чтобы в значительной степени определить вид взаимодействия, так же как и для того, чтобы получить некоторые теоремы, аналогичные соответствующим теоремам спектроскопии, дающим приближенные соотношения между скоростями реакций и энергиями, т. е. в данном случае массами. На рис. 2 показан октуплет тяжелых масс; члены этого октуплета связаны друг с другом простейшим нетривиальным представлением соответствующей группы, которое совпадает со своим комплексно сопряженным.

Другое различие между группами симметрии электромагнетизма и гравитации, с одной стороны, и по крайней мере группой симметрии сильных взаимодействий, с другой стороны, состоит в том, что операции первых остаются истинными операциями симметрии даже и в том случае, если принять во внимание другие виды взаимодействий. С другой стороны, симметрия сильных взаимодействий «нарушена» другими взаимодействиями, т. е. преобразования группы сильных взаимодействий являются истинными операциями симметрии только в том случае, если можно пренебречь другими видами взаимодействий. Группа симметрии помогает определить оператор взаимодействия в любом случае. Однако в то время как относительно групп электромагнитных и гравитационных взаимодействий инвариантны все взаимодействия, относительно группы сильного взаимодействия инвариантно только само сильное взаимодействие.

---

*) Часто называют этот тип взаимодействий умеренно сильным. (*Прим. перев.*)

**) О группе сильных взаимодействий см. в работах [14]. О группе слабых взаимодействий см. в работах [15], а также в работе [16].

Мы уже убедились выше, что преобразования группы геометрической симметрии влекут за собой законы сохранения. Естественно, возникает вопрос, верно ли это для операций группы динамических симметрий. Кроме того, между различными группами динамической инвариантности, по-видимому, имеется некоторое различие. Общее мнение состоит в том, что закон сохранения электрического заряда можно рассматривать как следствие калибровочной инвариантности, т. е. как следствие группы электромагнитного взаимодействия. С другой стороны, по поводу законов сохранения, которые можно было бы приписать группе общей теории относительности, можно лишь строить предположения. Далее, представляется разумным предположить, что законы сохранения барионов и лептонов можно вывести соответственно с помощью групп сильного и слабого взаимодействия *). Если это верно, то отсюда следовало бы, что подходящие группы для этих взаимодействий еще не были обнаружены. В пользу последнего утверждения можно привести два соображения. Во-первых, упомянутые законы сохранения **) не удалось до сих пор вывести из свойств симметрии этих взаимодействий и маловероятно, что это можно сделать ***). Во-вторых, эти свойства симметрии не выполняются строго, а нарушаются другими взаимодействиями. Неясно, каким образом из приближенных симметрий могут следовать строгие законы сохранения, а все данные указывают на то, что законы сохранения барионов и лептонов выполняются строго [19, 20]. К тому же напомним, что наши представления о динамических принципах инвариантности установлены далеко не так твердо, как представления о геометрических принципах.

Позвольте мне сделать последнее замечание о принципе, который я бы, не колеблясь, назвал принципом симметрии и который является переходным между геометрическими и динамическими принципами. Этот переход дается перекрестными соотношениями [23]. Они относятся к амплитуде вероятности любого столкновения, например

$$A+B+\ldots \rightarrow X+Y+\ldots \qquad (3)$$

Эта амплитуда является функцией инвариантов, которые можно построить из четырехмерных векторов импульса падающих и уходящих частиц. Из одного принципа отражения, который мы не обсуждали, а именно из «инвариантности относительно обращения времени», далее следует, что амплитуда процесса (3) очень простым образом определяет также амплитуду обратной реакции

$$X+Y+\ldots \rightarrow A+B+\ldots \qquad (4)$$

Если обратить направление всех скоростей, а также заменить прошлое на будущее (это — определение «обращения времени»), то реакция (4) перейдет в реакцию (3), так что амплитуды для той и другой реакций, по существу, равны. Аналогично обозначим античастицы частиц A и B соответственно через $\overline{A}$ и $\overline{B}$ и т. д. и рассмотрим реакцию

$$\overline{A}+\overline{B}+\ldots \rightarrow \overline{X}+\overline{Y}+\ldots; \qquad (5)$$

*) Для закона сохранения числа барионов и сильных взаимодействий это впервые было предложено автором (см. [17]). Закон сохранения числа барионов впервые был высказан Штюкельбергом (см. [18]).

**) По поводу экспериментальной проверки этого и других законов сохранения см. работу [19]. Закон сохранения для лептонов был предложен Г. Марксом, а также Я. Б. Зельдовичем и Е. Конопинским и Х. Махмудом (см. [20]).

***) Для закона сохранения барионов и сильного взаимодействия это выразительно отмечено в очень интересной статье Дж. Сакураи [21]. По поводу сохранения лептонного числа см. работу [22].

ее амплитуда непосредственно определяется амплитудой процесса (3), так как (согласно интерпретации Ли и Янга), реакция (5) получается из реакции (3) посредством отражения пространства. Амплитуда процесса

$$\bar{X}+\bar{Y}+\ldots \rightarrow \bar{A}+\bar{B}+\ldots \tag{6}$$

может быть получена аналогичным путем. Связи между реакциями (3), (4), (5), (6) следуют из геометрических принципов инвариантности.

Можно, однако, пойти дальше. Перекрестные соотношения говорят нам, как вычислить, например, амплитуду процесса

$$\bar{X}+B+\ldots \rightarrow \bar{A}+Y+\ldots, \tag{7}$$

если известна амплитуда реакции (3). Разумеется, ни вычисление, ни его результат уже не столь просты. Следует рассматривать амплитуду реакции (3) как аналитическую функцию инвариантов, построенных из импульсов частиц реакции (3) и продолжить эту аналитическую функцию на те значения переменных, которые не имеют физического смысла для реакции (3), но дают амплитуду реакции

$$\bar{X}+B+\ldots \rightarrow \bar{A}+Y+\ldots \tag{8}$$

Очевидно, имеется несколько других реакций, амплитуды которых могут быть получены аналогичным способом, все они получаются аналитическим продолжением амплитуды реакции (3) или амплитуды любой из остальных реакций. Таким образом, вместо того чтобы переставлять частицы A и X, что приводит к реакции (7), можно было бы переставлять частицы A и Y и т. д.

Перекрестные соотношения разделяют с геометрическими принципами инвариантности следующие два свойства: 1) они не относятся ни к какому частному виду взаимодействия; 2) большинство из нас верит, что они выполняются без всяких ограничений. С другой стороны, хотя эти соотношения и можно сформулировать на языке событий, их формулировка предполагает, что установлен некоторый закон природы, а именно, известно математическое (в действительности аналитическое) выражение для амплитуды одной из вышеупомянутых реакций. Можно надеяться, что перекрестные соотношения помогут найти связующее звено между разъединенными ныне геометрическими и динамическими принципами инвариантности.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. G. Hamel, Theoretische Mechanik, B. G. Teubner Verlag, Leipzig, 1912.
2. F. Gajori, History of Physics, Macmillan, New York, 1929.
3. Relativitätstheorie, Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, различные издания 1916—1956 гг.
4. F. Engel, Ges. d. Wiss., Göttingen, 1916, стр. 270; см. также: G. Hamel, Zs. Math. Phys. 50, 1 (1904).
5. E. Wigner, Progr. Theor. Phys. (Kyoto) 11, 437 (1954).
6. Y. Murai, Progr. Theor. Phys. (Kyoto) 11, 441 (1954).
7. D. M. Greenberger, Ann. Phys. (N. Y.) 25, 290 (1963).
8. R. Utiyama, Phys. Rev. 101, 1597 (1956) (см. перевод в сб. «Элементарные частицы и компенсирующие поля», М., ИЛ, 1964, в дальнейшем цит. как ЭЧКП); см. также: C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev. 96, 191 (1954) (см. перевод в ЭЧКП).
9. H. Poincaré, Compt. rend. 140, 1504 (1905). Rend. Circ. Math. Palermo 21, 129 (1906) (см. перевод в сб. «Принцип относительности», М., ОНТИ, 1935).
10. Аристотель, «Физика», Москва, 1937.
11. A. C. Crombie, Augustine to Galileo, Falcon Press, London, 1952.
12. E. Mach, The Science of Mechanics (разные издания), Open Court Publishing Company, Chicago, гл. III, разд. 3 (см. перевод: Э. Мах, Механика, СПБ, 1909).

13. В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, М.—Л., Гостехиздат, 1955.
14. Y. Ne'eman, Nucl. Phys. **26**, 222 (1961); M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125**, 1067 (1962) (см. перевод в ЭЧКП).
15. R. P. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958) (см. перевод: Проблемы современной физики, № 4, 3 (1955)).
E. C. G. Sudarshan, R. E. Marshak, Phys. Rev. **109**, 1960 (1958) (см. перевод в том же выпуске ПСФ).
16. С. С. Герштейн, Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **29**, 698 (1955).
17. E. Wigner, Proc. Amer. Phil. Soc. **93**, 521 (1949); см. также: Proc. Nat. Acad. Sci. 38, 449 (1952).
18. E. C. G. Stueckelberg, Helv. Phys. Acta **11**, 299 (1938).
19. G. Feinberg, M. Goldhaber, Proc. Nat. Acad. Sci. **45**, 1301 (1959).
20. G. Marx, Acta Phys. Hung. **3**, 55 (1953); Я. Б. Зельдович, ДАН СССР **91**, 1317 (1953); E. J. Konopinski, H. M. Mahmoud, Phys. Rev. **92**, 1045 (1953).
21. J. J. Sakurai, Ann. Phys. (N. Y.) **11**, 1 (1960) (см. перевод в ЭЧКП).
22. G. Marx, Zs. Naturforsch. **9a**, 1051 (1954).
23. M. L. Goldberger, Phys. Rev. **99**, 979 (1955); см. также: M. L. Goldberger, K. M. Watson, Collision Theory, Wiley, New York, 1964, гл. 10.