УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

537.311.33

КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Э. И. Рашба

содержание

§ 1	۱.	Влияние спин-орбитального взаимодействия на резонансные эффекты	557
§ 2	₹.	Комбинированный резонанс на зонных посителях (общий анализ)	559
§ 3	3.	Комбинированный резонанс на зонных носителях в кристаллах различ-	
		ной симметрии. Обсуждение первых экспериментальных результатов	565
§ 4	ŧ.	Комбинированный резонанс на связанных носителях (общий анализ)	572
§ 5	ó.	Комбинированный резонанс на локальных центрах различного типа	574
Ци	ТИ	грованная литература	577

§ 1. ВЛИЯНИЕ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Если пренебречь спин-орбитальным взаимодействием, то движение электрона по конфигурационным степеням свободы, с одной стороны, и движение по спиновым степеням свободы, с другой, происходят независимо. Рассмотрим их последовательно.

Для зонного электрона (дырки) с изотропным квадратичным законом дисперсии, находящегося в постоянном однородном магнитном поле H, классической картиной конфигурационного движения является вращение по спирали с осью, параллельной H, и частотой обращения

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} , \qquad (1,1)$$

где m — эффективная масса. При квантовом описании возникает хорошо известная картина квантования по Ландау с энергетическим расстоянием между соседними орбитами, равным $h\omega_c$.

При наложении внешнего высокочастотного поля на электрон действует сила Лоренца, приводящая к переходам между стационарными состояниями. В электродипольном приближении, которое является практически абсолютно достаточным, взаимодействие носителя тока с электромагнитным полем является чисто электрическим; оно возбуждает квантовые переходы между соседними уровнями Ландау ($\Delta n=1$), соответствующие обычному циклотронному резонансу (ЦР) на частоте ω_c . Характеристической величиной размерности длины, определяющей дипольный момент перехода и, следовательно, интенсивность циклотронного поглощения, является $r_H = \sqrt{ch/eH}$ — радиус первой квантовой орбиты. В практически применяемом интервале магнитных полей $r_H \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$ см.

При сложном законе дисперсии носителей тока картина ЦР значительно осложняется. Циклотронная частота ω_c становится функцией величины и ориентации магнитного поля H и номера циклотронной

558 э. и. рашба

орбиты; оказываются возможными переходы с $\Delta n > 1$. Однако основные признаки ЦР — электрический характер возбуждения и неизменность спинового состояния — сохраняют силу.

Двум ориентациям спина электрона (дырки) в поле H соответствуют два спиновых уровня. Переходы между ними — парамагнитный резонанс (ПР) — возбуждаются магнитной компонентой высокочастотного поля и идут на частоте

$$\omega_s^0 = \frac{g_0 \beta_0 H}{\hbar}$$
:

здесь β_0 — магнетон Бора, а $g_0\approx 2$ — g-фактор свободного электрона. Характеристической длиной, определяющей интенсивность ПР, является комптоновская длина $\lambda_0=\hbar/m_0c=2\beta_0/e\approx 4\cdot 10^{-11}$ см $(m_0$ — масса свободного электрона).

Очевидно, что $r_H \gg \lambda_0$, причем из приведенных оценок видно, что эти величины различаются примерно на пять порядков. Следовательно, циклотронный резонанс сильнее парамагнитного ориентировочно на десять порядков. Однако эта простая и прозрачная картина резко усложняется при учете спин-орбитального взаимодействия. Прежде всего, оно приводит к изменению численных значений параметров зонной структуры, в первую очередь фактора спектроскопического расщепления. В этих условиях зонный носитель тока является квазичастицей, которая обладает эффективным спиновым магнитным моментом, содержащим в себе наряду с чисто спиновой и орбитальную часть, которая часто является доминирующей; в дальнейшем спин носителя мы будем понимать в подобном обобщенном смысле. Отличие g-фактора от g0 напболее значительно в кристаллах, состоящих из средних и тяжелых элементов *). Например, в InSb д-фактор зонных электронов в 25 раз превышает значение для свободных электронов и имеет обратный знак. Кроме того, д-фактор из скаляра обычно становится тензором, симметрия которого определяется групповыми

Несмотря на всю существенность этой перенормировки параметров, наиболее радикальное изменение все же претерпевает динамика квазичастиц. А именно, исчезает автономность конфигурационного и спинового движений и возникает «зацепление» между ними. Необходимо сразу же подчеркнуть, что сильное электростатическое поле атомных остовов, в котором движется в кристалле зопный электрон, приводит к тому, что для зонных электронов спин-орбитальные эффекты оказываются на много порядков большими, чем для свободных электронов.

Зацепление конфигурационного и спинового движений делает невозможным разделение квантовых переходов на чисто конфигурационные и чисто спиновые; можно говорить лишь о преимущественно конфигурационных и преимущественно спиновых переходах. Но это существенно изменяет условия возбуждения различных переходов. А именно, становится возможным возбуждение спиновых переходов электрической компонентой электромагнитного поля, а орбитальных переходов — магнитной компонентой; этот эффект мы будем называть в дальнейшем комбинированным резонансом (КР).

Электрон взаимодействует с электрической компонентой высокочастотного поля значительно сильнее, чем с магнитной; отражением этого и является отмечавшийся выше разрыв между интенсивностями

^{*)} В таких случаях, строго говоря, в качестве характеристического параметра следует рассматривать не $\hat{\tau}_0$, а $\hat{\tau}=g-\hat{\tau}_0/2$. Учитывая, однако, что такое изменение всегда может быть сделано и существенно лишь в отдельных случаях, мы ниже для простоты не будем вводить новый параметр $\hat{\tau}$.

циклотронного и парамагнитного резонансов. Поэтому из двух перечисленных возможностей в полупроводниках существенна только первая, однако опа даже при относительно слабой спин-орбитальной связи может обеспечить преобладание электрического возбуждения спиновых переходов над магнитным.

Первоначально комбинированный резонанс был исследован нами ^{1, 2} для зонных носителей применительно к специальному типу зонной структуры, особенно благоприятному для получения высокой интенсивности КР и являющемуся удобной моделью для теоретического анализа; в настоящее время рассмотрен ряд других случаев и получены первые экспериментальные подтверждения существования резонанса.

В двух следующих параграфах будет изложена теория КР на зонных носителях в кристаллах различного типа и проанализированы первые экспериментальные данные. В них будет показано, что во многих случаях, в особенности в кристаллах без центра инверсии, интенсивность КР должна преобладать (иногда на много порядков) над интенсивностью ПР.

Волновые функции локальных центров большого радиуса могут быть представлены как относительно узкие волновые пакеты, составленные из волновых функций зонных состояний, энергетически близких к краю зоны. Поэтому естественно ожидать, что высокая интенсивность КР на зонных носителях должна обусловить возможность аналогичного эффекта на связанных носителях. Более детальный анализ показывает, что КР на связанных электронах действительно должен иметь место, однако он в обычных условиях должен быть значительно слабее, чем на зонных носителях. Причина этого состоит в малости радиуса центра по сравнению с радиусом орбиты. Тем не менее в опредсленных случаях и на локальных центрах КР может оказаться сравнимым по интенсивности с ПР и даже значительно превышать его. Обсуждению этих вопросов посвящены два последних параграфа статьи.

§ 2. КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАИС ИА ЗОННЫХ НОСИТЕЛЯХ (ОБЩИЙ АНАЛИЗ)

Движение зонного электрона в постоянном однородном магнитном поле ${\bf H}$ с вектор-потенциалом ${\bf A}$ $({\bf r})$ описывается матричным гамильтонианом 3 , зависящим от оператора квазиимпульса

$$\hat{\mathbf{k}} = -i\nabla + \frac{e\mathbf{A}(\mathbf{r})}{ch}.$$
 (2.1)

Порядок матрицы равен числу контактирующих (или близких) зон в точке симметрии \mathbf{k}_0 , в окрестности которой строится гамильтониан метода эффективной массы. Мы здесь ограничимся случаем, когда в точке симметрии ири учете спина имеется двукратное вырождение; именно в таких условиях существо дела выступает наиболее ясно и физическая картина максимально прозрачна. Это рассмотрение охватывает в то же время большинство наиболее интересных случаев, доступных экспериментальному исследованию.

Удобно преобразовать матричный гамильтониан $H(\hat{k})$ так, чтобы в него входили только симметризованные произведения компонент квазиимпульса. При этом все возникающие коммутаторы должны быть выражены через компоненты напряженности магнитного поля H с помощью известных коммутационных соотношений

$$[\hat{k}_{\alpha}, \ \hat{k}_{\alpha'}] = -i \frac{eH_{\alpha''}}{ch}; \qquad (2,2)$$

здесь тройка индексов a, a' и a'' представляет собой циклическую перестановку из х, у и z. При этом матричный гамильтониан

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{k}}) = \|\mathbf{H}_{ij}(\hat{\mathbf{k}})\| \tag{2.3}$$

преобразуем в ряд по степеням Н

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{k}}) = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{H}^{(i)}(\hat{\mathbf{k}}, H), \tag{2.4}$$

где член $H^{(i)}$ — порядка H^i .

Поскольку квантовый радиус в к-пространстве $k_H = r_H^{-1} \sim V H$, разложение (2,4) по степеням H, по существу, является в то же время разложением по степеням к и в духе метода эффективной массы в нем обычно можно ограничиться несколькими первыми членами. Мы ниже ограничимся двумя первыми членами. При этом, если руководствоваться формальным учетом членов одного порядка по степеням квазиимпульса, следует, например, удерживая в ${
m H^{(1)}}$ члены до Hk^2 включительно, ограничиться в $\mathbf{H}^{(0)}$ членами порядка k^{-1} . Однако в тех случаях, когда актуальные значения k ($k_{\text{хар}}$ — радиус ферми-поверхности, среднее тепловое k) значительно превышают k_H , целесообразно различать порядок параметров $k_{\rm xap}$ и k_H . Отметим еще, что в случае узкой запрещенной зоны, когда имеет место сильная непараболичность, может оказаться целесообразным преобразовывать ряд (2,4) с тем, чтобы собрать из разных порядков по H члены с одинаковой симметрией.

Отдельные слагаемые H^(z) гамильтониана H удобно разложить по базисным матрицам, в качестве которых в рассматриваемом случае двумерных матриц можно принять единичную матрицу од и матрицы Паули $\sigma=(\sigma_x,\,\sigma_y,\,\sigma_z)=(\sigma_1,\,\sigma_2,\,\sigma_3);$ мы будем считать их выбранными в обычном представлении ($\sigma_y=\sigma_2$ — мнимая матрица). Тогда

$$H^{(0)}(\hat{\mathbf{k}}) = \sum_{i=0}^{3} \sigma_{i} f_{i}(\hat{\mathbf{k}}),$$

$$H^{(1)}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{H}) = \sigma_{0}(\mathbf{H}\mathbf{B}(\hat{\mathbf{k}})) + \frac{\beta_{0}}{2} (\mathbf{\sigma}g(\hat{\mathbf{k}})\mathbf{H}),$$
Здовектор, а $g(\hat{\mathbf{k}})$ — тензор.

где $\mathbf{B}(\hat{\mathbf{k}})$ — псевдовектор, а $g(\hat{\mathbf{k}})$ — тензор.

Пространственная симметрия кристалла и симметрия по отношению к инверсии времени накладывают ряд ограничений на функции $f_i(\hat{\mathbf{k}}),$ ${\bf B}({\bf k})$ и $g({\bf k})$. Эти ограничения могут быть найдены для каждого конкретного типа симметрии кристалла, например, методом, разработанным Пикусом 4. Нас сейчас, однако, будут интересовать лишь ограничения, являющиеся общими для всех кристаллов с центром инверсии.

Если обозначить через ψ_i $(i=1,\ 2)$ блоховские спиноры, отвечающие рассматриваемому дважды вырожденному состоянию с квазиимпуль- $\operatorname{com} \mathbf{k}_0$, то при последовательном применении операций инверсии J и обращения времени K они будут преобразовываться друг через друга:

$$KJ\psi_{i} - R\psi_{i} = \sum_{j} R_{ji}\psi_{i}, \qquad (2.6)$$

где R — унитарная матрица. Это соотношение будет иметь место как для одномерных малых представлений, когда двукратное вырождение является следствием Т-симметрии *), так и для двумерных малых представлений, когда Т-симметрия не приводит к добавочному вырождению **). Приме-

^{*)} Случан a и b — по Вигнеру 5 ; отметим, что рассматривается квазичастица со спином, равным 1/2. **) Случай c — по Вигнеру 5 .

няя к обеим частям (2,6) оператор KJ и учитывая, что $K^2=-1,\ J^2=1,$ получаем $RR^*=-1,$ что совместно с унитарностью R дает $R=-\widetilde{R},$ где \widetilde{R} — матрица, транспонированная по отношению к R. Поэтому можно принять $R=\sigma_y$.

Условие симметрии по отношению к преобразованию KJ для мат-

ричного гамильтониана, записанного в базисе ф, имеет вид

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{H}) = R^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}(KJ\hat{\mathbf{k}}, KJ\mathbf{H})R = \sigma_u\widetilde{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{k}}, -\mathbf{H})\sigma_u. \tag{2.7}$$

Если вернуться к разложению H по матричному базису σ_0 и σ , то из (2,7) следует, что σ_0 может рассматриваться как вещественный скаляр ($KJ\sigma_0=\sigma_0$), σ — как мнимый псевдовектор ($KJ\hat{\mathbf{k}}=\hat{\mathbf{k}}$), а H — как мнимый псевдовектор (KJH=-H).

Применяя условие инвариантности (2,7) к (2,5), получаем

$$f_i(\hat{\mathbf{k}}) = 0 \text{ при } i = 1, 2, 3, \qquad \mathbf{B}(\hat{\mathbf{k}}) = 0;$$
 (2.8)

на $f_0(\hat{\mathbf{k}})$ и $g(\hat{\mathbf{k}})$ никаких ограничений не накладывается. Если \mathbf{k}_0 эквивалентно — \mathbf{k}_0 (в частности $\mathbf{k}_0 = 0$), то $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{H})$ должно быть инвариантно по отношению к инверсии J, и в этом случае f_0 и g будут четными функциями $\hat{\mathbf{k}}$.

Первое из условий (2,8) означает, что матрица Н⁽⁰⁾ кратна единичной; отсюда сразу же следует тот хорошо известный факт, что в кристаллах с центром инверсии зоны во всем k-пространстве двукратно вырождены. Второе из условий (2,8) показывает, что при наличии центра инверсии член в гамильтониане, описывающий различное смещение в магнитном поле двух сопряженных долин, аннулируется; поскольку нас в дальнейшем будут интересовать лишь внутридолинные переходы, мы этот член вообще будем опускать.

Вернемся теперь к гамильтониану (2,5) и подробнее проанализируем

роль отдельных слагаемых.

Член Н⁽⁰⁾ не зависит явно от **H** и определяется теми же параметрами, которые входят в закон дисперсии и задают форму изоэнергетических поверхностей. Поэтому естественно движение, преимущественно определяемое этой частью гамильтониана, рассматривать как обобщенное конфигурационное движение.

Недиагональные элементы матрицы $H^{(0)}$, как правило, значительно меньше диагональных, так как они описывают расхождение зон вблизи точки \mathbf{k}_0 , обусловленное спин-орбитальным взаимодействием. Это расхождение зон, всегда имеющее место в кристаллах без центра инверсии, отсутствует при наличии центра инверсии.

В постоянном однородном магнитном поле член $\mathbf{H}^{(1)}$ в (2,5) в низшем приближении, когда можно пренебречь зависимостью $g(\hat{\mathbf{k}})$ от $\hat{\mathbf{k}}$, представляет собой постоянную матрицу, аналогичную спиновому гамильтониану. Поэтому движение, определяемое этим слагаемым, естественно рассматривать как обобщенное спиновое.

Копфигурационное и спиновое движения могут рассматриваться как независимые, когда гамильтониан состоит из двух слагаемых (естественно, коммутирующих), одно из которых зависит только от «конфигурационных» операторов (компонент $\hat{\mathbf{k}}$), а второе — только от «спиновых» (компонент σ). Именно этот случай имеет место, когда матрица $\mathbf{H}^{(0)}$ считается диагональной, а g-фактор не зависящим от $\hat{\mathbf{k}}$.

Всякое отступление от этого условия приводит к неавтономности конфигурационного и спинового движений в однородном магнитном поле;

из предыдущего ясно, что тип зацепления между ними различен в зависимости от того, имеет ли кристалл центр инверсии.

В кристаллах с центром инверсии $H^{(0)}$ всегда диагонально и поэтому единственной причиной зацепления является зависимость $g(\hat{\mathbf{k}})$.

Наоборот, в кристаллах без центра инверсии наряду с этим эффектом имеет место зацепление, обусловленное неднагональностью $\mathbf{H}^{(o)}$. Как правило, именно последний эффект оказывается преобладающим, так как он связан с членами, которые могут иметь порядок k_{xap} (в кристаллах соответствующих групп симметрии), в то время как зависимость g-фактора от $\hat{\mathbf{k}}$ связана с членами $\sim k_H^2 k_{\mathrm{xap}}$ или даже более высокого порядка малости (при \mathbf{k}_0 , эквивалентном $-\mathbf{k}_0$, начиная с членов $\sim k_H^2 k_{\mathrm{xap}}^2$).

Матричный гамильтониан при наличии переменного электромагнитного поля с вектор-потенциалом $\widetilde{\mathbf{A}}$ в электродипольном приближении получается из выписанного выше путем замены

$$\mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{A} + \widetilde{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{H} \longrightarrow \mathbf{H} + \widetilde{\mathbf{H}}.$$
 (2.9)

В линейном по $\widetilde{\mathbf{A}}$ приближении к \mathbf{H} ($\hat{\mathbf{k}}$) добавляются два члена:

$$\widetilde{\mathbf{H}}_1 = \frac{e}{c} (\mathbf{v} \widetilde{\mathbf{A}}), \quad v = \frac{1}{th} [\mathbf{r}, \ \mathbf{H} (\hat{\mathbf{k}})],$$
 (2.10)

$$\widetilde{\mathbf{H}}_{2} = \frac{\beta_{0}}{2} (\mathbf{\sigma}g \ (\hat{\mathbf{k}}) \ \widetilde{\mathbf{H}}). \tag{2.11}$$

В стоячей волне, где электрическое и магнитное высокочастотные поля обладают различным пространственным распределением, можно разделить их действие. Поскольку первое из них пропорционально $\widetilde{\mathbf{A}}$, возмущение $\widetilde{\mathbf{H}}_1$ в электродипольном приближении сводится к действию электрической компоненты поля (в общем случае следовало бы говорить о действии лоренцевой силы), в то время как $\widetilde{\mathbf{H}}_2$ описывает действие магнитной компоненты поля на эффективный спиновый момент.

В приближении, в котором конфигурационное и спиновое движения разделяются, \widetilde{H}_1 является причиной циклотронного резонанса, а \widetilde{H}_2 —парамагнитного. Благодаря зацеплению конфигурационного и спинового движений оператор \widetilde{H}_1 начинает возбуждать переходы, сопровождающиеся изменением спинового состояния; среди них будет как переход, связанный только с изменением спинового квантового числа, так и переходы, сопровождаемые одновременным изменением спинового и конфигурационных квантовых чисел. Все эти переходы, в соответствии со сказанным в предыдущем параграфе, мы будем относить к комбинированному резонансу; комбинированным резонансу; комбинированным резонансом под действием \widetilde{H}_2 будем пренебрегать.

В качестве меры интенсивности спиновых переходов удобно выбрать интенсивность ПР; поэтому именно с ней ниже будет сопоставляться интенсивность КР. Как будет видно из дальнейшего, интенсивность КР во многих случаях порядка интенсивности ПР или значительно выше ее, а при определенных условиях может даже приближаться к интенсивности ЦР.

Нужно отметить следующее обстоятельство. В обычную релятивистскую формулу для энергии спин-орбитального взаимодействия электрона

$$V_{SO} = \frac{e\hbar^2}{4m_0^2c^2} \left(\mathbf{\sigma} \left[\mathbf{E}, \, \hat{\mathbf{k}} \right] \right) \tag{2.12}$$

переменное электрическое поле $\tilde{\mathbf{E}}$ входит дважды; один раз явно как часть полного поля \mathbf{E} и второй раз неявно через вектор-потенциал, содержащийся в $\hat{\mathbf{k}}$. Схема матричного гамильтониана в форме, изложенной

выше, соответствует учету $\widetilde{\mathbf{E}}$ только через вектор-потенциал. Поэтому следует убедиться, что явная зависимость V_{SO} от $\widetilde{\mathbf{E}}$ несущественна. Действительно, она связана с членом порядка $\beta_0 \frac{\hbar k}{m_0 c} \widetilde{E} \sim \beta_0 \frac{v}{c} \widetilde{E}$, который на малый фактор v/c меньше взаимодействия с переменным магнитным полем $(\beta_0 \widetilde{H})$ и может обусловить лишь переходы, значительно более слабые, чем в ΠP .

Общее исследование особенностей КР может быть выполнено, когда члены, обусловливающие зацепление конфигурационного и спинового движений, малы и могут рассматриваться как возмущение. Тогда в гамильтониане нулевого приближения

$$H_0 = \sigma_0 f_0 (\hat{\mathbf{k}}) + \frac{1}{2} \beta_0 (\sigma g (0) \mathbf{H})$$
 (2.13)

конфигурационное и спиновое движения разделяются и собственные функции могут быть выбраны в мультипликативной форме. Если ограничиться в $f_0(\hat{\mathbf{k}})$ квадратичными членами, что обычно является достаточным, то изоэнергетические поверхности являются сферами или эллипсопдами, а собственные функции — функциями Ландау. Второе слагаемое в (2,13) определяет спиновую функцию. Его всегда возможно преобразованием системы координат привести к диагональному виду $\frac{1}{2} \beta_0 g(\Omega)$ ог $_2H$, где $g(\Omega)$ определяется ориентацией H; мы будем предполагать в настоящем параграфе это преобразование выполненным.

Удобно произвести каноническое преобразование всех операторов

$$\hat{A} \longrightarrow e^T \hat{A} e^{-T} \tag{2.14}$$

с помощью оператора T, такого, чтобы в полном гамильтониане $H=H_0+H_1$ в результате преобразования исчезли все члены, педиагональные по спину. При этом членами $\sim\!H_1$ в диагональной части, приводящими к поправкам к энергетическим уровням, но не влияющими на интенсивность KP, в определенном приближении можно пренебречь; тогда преобразованный гамильтониан совпадает с H_0 .

В первом порядке по \mathbf{H}_1 матричные элементы оператора T равны

$$\langle \mathfrak{n}' \mid T \mid \mathfrak{n} \rangle = \frac{\langle \mathfrak{n}' \mid H_1 \mid \mathfrak{n} \rangle}{E_{\mathfrak{n}'} - E_{\mathfrak{n}}}$$
 (2.15)

для состояний п и п', соответствующих разным ориентациям спина; все матричные элементы, диагональные по спину, можно положить равными нулю. В этом же приближении преобразованный оператор скорости равен

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\iota h} \{ [\mathbf{r}, \ \mathbf{H}_0] + [\mathbf{r}, \ \mathbf{H}_1] + [T \ [\mathbf{r}, \ \mathbf{H}_0]] \}.$$
 (2.16)

Первое слагаемое в (2,16) описывает ЦР, два последних — КР.

Фигурирующие в (2,15) ипдексы и, пумерующие состояния, включают в себя четыре квантовых числа: три орбитальных (дискретное осцилляторное квантовое число n и два непрерывных k_x и k_z ; см., например, 6) и спиновое σ . Пользуясь обычными свойствами движения в одиородиом магнитном поле, легко убедиться, что операторы \mathbf{H}_1 , $[\mathbf{r}, \mathbf{H}_0]$ и T диагональны по k_x и k_z . Кроме того, оператор $[\mathbf{r}, \mathbf{H}_0]$ может быть разбит на три части, которые, действуя на функции Ландау, приводят к сохранению, уменьшению или увеличению n на n при неизменных остальных квантовых числах; соответствующие части \mathbf{r} обозначим

через r_{α} ($\alpha=0,-1,-1$). Используя эти обозначения, легко убедиться, что для переходов с изменением спинового состояния

$$\langle \mathfrak{n}' \, | \, [T, [r_{\alpha}, \ H_0]] \, | \, \mathfrak{n} \rangle = \frac{\alpha \hbar \omega_c \left(\Omega \right)}{E_{\mathfrak{n}} - E_{\mathfrak{n}'} + \alpha \hbar \omega_c \left(\Omega \right)} \, \langle \mathfrak{n}' \, | \, [r_{\alpha}, \ H_I] | \mathfrak{n} \rangle, \qquad (2.17)$$

где $\omega_c(\Omega)$ — частота ЦР при избранной ориентации Н. Таким образом, матричные элементы двух операторов, ответственных за возбуждение КР, пропорциональны друг другу, и для получения качественной картины эффекта достаточно рассматривать только первый из них.

В то время как форма изоэнергетических поверхностей преимущественно определяется оператором H_0 , интенсивность KP определяется оператором H_1 , который, как правило, содержит компоненты $\hat{\mathbf{k}}$, входящие в симметризованных комбинациях, в более высокой степени (обозначим ее s), чем H_0 . Поэтому угловые зависимости KP обычно менее симметричны, чем изоэнергетические поверхности.

Как видно из (2,16), часть оператора \mathbf{v} , ответственная за KP , является формой степени] s-1 по компонентам $\hat{\mathbf{k}}$. Учитывая известные правила отбора для матричных элементов импульса на осцилляторных функциях, легко видеть, что спектр KP должен состоять из 2s-1 полос — полос чисто спинового перехода—и 2(s-1) полос, отвечающих переворачиванию спина с одновременным изменением n (на $\pm 1, \pm 2, \ldots, \pm (s-1)$). Чем в более высоком порядке метода эффективной массы появляется возмущение H_1 , тем богаче спектр KP ; однако одновременно быстро падает интенсивность и соответственно затрудняется экспериментальное наблюдение отдельных полос.

Отдельные полосы отвечают разным комбинациям операторов $\hat{\mathbf{k}}_{\alpha}$; поэтому они обладают различной зависимостью от ориентации \mathbf{H} и квантовых чисел. Это приводит к различию угловых зависимостей интенсивности \mathbf{KP} в функции ориентации \mathbf{H} , а также к разнообразным зависимостям от H, концентрации электронов (при наличии вырождения) и температуры (для невырожденного электронного газа). Наряду с монотонной зависимостью интенсивности \mathbf{KP} от H при наличии вырождения появляются осцилляции, имеющие де-гааз-ваи-альвеновскую природу. Возбуждение \mathbf{KP} возможно как при $\mathbf{\tilde{E}} \perp \mathbf{H}$ (поперечный резонанс), так и при $\mathbf{\tilde{E}} \parallel \mathbf{H}$ (продольный резонанс).

Весь анализ КР, приведенный выше, основывался на предположении, что поправки к гамильтониану H_0 , обусловливающие КР, малы. Для кристаллов с центром инверсии оно сводится к требованию, чтобы поправки к g-фактору, связанные с его зависимостью от $\hat{\mathbf{k}}$, были малы по сравнению с самим g-фактором; это условие в полупроводниках практически всегда хорошо выполняется. Соответствующий критерий является значительно более жестким в полупроводниках без центра инверсии — здесь требуется, чтобы спин-орбитальное расхождение зон $\delta(k)$ при квазимпульсах порядка $k_{\rm xap}$ было значительно меньше циклотронной $\hbar\omega_c(\Omega)$ (или зеемановской $\hbar\omega_s(\Omega) = |g(\Omega)|\beta_0 H$) энергии; когда эти величины становятся одного порядка, исчезают общие для всех электронов резонансные частоты и полосы поглощения должны очень уширяться. Этот критерий, ограничивая сверху $k_{\rm xap}$, при фиксированной рабочей частоте одновременно ограничивает концентрацию носителей для вырожденного электронного газа и температуру — для невырожденного.

Нетрудно оценить отношение матричных элементов оператора скорости для КР и ЦР. Согласно (2,16) оно порядка

$$\frac{v_{\rm KP}}{v_{\rm HP}} \sim \frac{H_1(k_{\rm xap})}{H_0(k_{\rm xap})} \sim \frac{H_1(k_{\rm xap})}{E_{\rm xap}} . \tag{2.18a}$$

 $\mathbf{Y}_{i}^{\mathbf{P}^{\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{O}}} \overset{\mathbf{q}_{\mathbf{T}\mathbf{O}}}{\leftarrow} \overset{\mathbf{q}_{\mathbf{T}\mathbf{O}}}{\hbar} \overset{\mathbf{o}_{\mathbf{T}\mathbf{M}}}{\circ} \overset{\mathbf{o}_{\mathbf{T}\mathbf{M}}}{\leftarrow} \overset{\mathbf{p}_{\mathbf{G}}}{\leftarrow} (\Omega)$, и поэтому $\frac{v_{\mathbf{H}\mathbf{P}}}{v_{\mathbf{H}\mathbf{D}}} < \frac{\hbar\omega_{s}(\Omega)}{\mathrm{E}_{\mathbf{X}\mathbf{a}\mathbf{D}}} \ . \tag{2.186}$

эящая справа величина становится порядка единицы лишь в ситуами квантового предела, когда $k_{\rm x\,ap} \sim k_{\rm H}$; в остальных случаях она всегда меньше единицы,

В заключение этого параграфа кратко остановимся на вопросе о ширине полос КР. Могут быть введены два времени релаксации: τ — время релаксации внутри каждой из двух спиновых подсистем и τ_s — время спиновой релаксации. Если они одного порядка, то ширины всех полос резонансного поглощения сравнимы между собой и в шкале частот имеют порядок τ^{-1} . Однако обычно $\tau_s \gg \tau$, и полоса ПР, имеющая ширину $\sim \tau_s^{-1}$, значительно уже полосы ЦР, имеющей ширину $\sim \tau^{-1}$. Возникает вопрос, какой будет ширина различных полос КР?

Естественно, что полосы, отвечающие комбинационным переходам с частотами $n\omega_c(\Omega) \pm \omega_s(\Omega)$, будут обладать шириной $\sim \tau^{-1}$, так как они сопровождаются изменением номера циклотронной орбиты на $n \neq 0$.

В особом положении находится полоса чисто спинового перехода. Чтобы убедиться в этом, удобно рассмотреть случай, когда оператор H_1 содержит \hat{k}_{α} линейно, а следовательно, \mathbf{v}_s — релятивистская часть \mathbf{v} (см. (2,16)) — не содержит \hat{k}_{α} и зависит исключительно от спиновых операторов. Если пренебречь еще в полном гамильтониане системы спиновыми взаимодействиями, то его можно записать в виде $\mathbf{H} = \mathbf{H}_r + \mathbf{H}_s$, где \mathbf{H}_r — конфигурационная часть гамильтониана, которая включает взаимодействие с рассеивателями, а \mathbf{H}_s — спиновый гамильтониан, входящий в (2,13). Используя коммутативность \mathbf{H}_r с \mathbf{v}_s и \mathbf{H}_s , легко преобразовать известную формулу для вещественной части проводимости:

$$\sigma_{\alpha\beta}(\omega) \sim \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [e^{iHt}v_{s}^{a}e^{-iHt}, v_{s}^{\beta}] \rangle = \\
= \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle [e^{iH,t}v_{s}^{a}e^{-iH,t}, v_{s}^{\beta}] \rangle \sim \delta(\omega - \omega_{s}). \quad (2.19)$$

Следовательно, ширина полосы чисто спинового перехода определяется неучтенными здесь поправками к уровням порядка H_4 и спиновой релаксацией. Аналогичное рассмотрение для случая, когда \mathbf{v}_s зависит от $\hat{\mathbf{k}}$, более сложно и пока не проведено. Однако приближенная теория, основанная на обобщении метода Карилуса — Швингера на случай двух времен релаксации, приводит к выводу, что и в общем случае спиновая полоса имеет ширину $\sim \tau_s^{-1}$ при произвольном τ .

Необходимо отметить, что весь произведенный в этом параграфе анализ картины KP основывался на гамильтониане, не включающем рассеяния, и поэтому справедлив при $\omega \tau, \omega \tau_s \gg 1$.

§ 3. КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАНС НА ЗОННЫХ НОСИТЕЛЯХ В КРИСТАЛЛАХ РАЗЛИЧНОЙ СИММЕТРИИ. ОБСУЖДЕНИЕ ПЕРВЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы рассмотрим сейчас особенности КР на зонных носителях при нескольких основных типах зонной структуры, соответствующих наиболее изученным группам полупроводников. Как следует из § 2, КР должен быть наиболее интенсивных в сталлах без центра инверсии, в которых спин-орбитальное расх κ_L зон появляется уже в первом порядке по k. Среди них, по-видиние наиболее удобным объектом исследования являются полупроводы с петлей экстремумов, к которым принадлежат соединения типа CdS и дробсуждение распространенности этого типа зонной структуры, величины параметров и пр. содержится в 7 .

В гексагональной модификации кристаллов типа CdS c симметрией C_{6v} матричный гамильтониан зонных электронов вблизи $\mathbf{k}_0 = 0$ имеет вид

$$H(\hat{\mathbf{k}}) = \sigma_0 (A\hat{k}_{\perp}^2 + \hat{B}k_z^2) + \alpha [\sigma, \hat{\mathbf{k}}]_z + \frac{\beta_0}{2} \{g_{\perp} (\sigma_{\perp} \mathbf{H}) + g_{||} \sigma_z H_z\}, \quad (3.1)$$

где Oz ориентировано вдоль гексагональной оси, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$, а $\sigma_{\perp} = (\sigma_x, \sigma_y)$. Константа α определяет величину спин-орбитального расхождения зон. Закон дисперсии электронов.

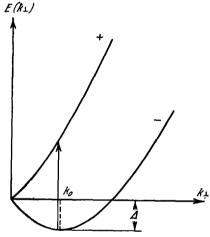


Рис. 1. Зависимость $E\left(k_{\perp}\right)$ для полупроводников с петлей экстремумов. Δ — глубина петли, k_0 — радиус петли. Знаки + и — указывают ветви закона дисперсии (3,2). Стрелкой отмечены переходы, соответствующие комбинированному резонансу носителей с предельно малой энергией.

ния зон. Закон дисперсии электронов, отвечающий гамильтониану $(3,1)^{2,8,9}$,

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = Ak^2 + Bk_z^2 \pm \alpha k_1$$
. (3,2)

Минимум энергии $E_{\min} = -\Delta = -\alpha^2/4A$ для нижнего знака в (3,2) (для определенности полагаем $\alpha>0$) достигается на окружности (петле экстремумов) с радиусом $k_0=\alpha/2A$, лежащей в плоскости $k_z=0$; ход энергии в функции k_1 представлен на рис. 1. При малых энергиях $|E-E_{\min}|<\Delta$ изоэнергетические поверхности имеют форму торов.

Когда носители сосредоточены у дна зоны, $k_{\rm xap} \approx k_0$ и расхождение зон $\approx \delta \ (k_0) = 4\Delta$. Наоборот, при характеристических энергиях, больших по сравнению с Δ , $\delta (k_{\rm xap}) \sim 4 \sqrt{E_{\rm xap}} \Delta$. Поэтому проанализированная в \S 2 ситуация, когда $\delta \ (k_{\rm xap}) \ll \hbar \omega_s$ и члены $\sim \delta \ (k_{\rm xap})$ могут рассматриваться как возмущение, для полупроводников с петлей экстремумов наступает лишь в достаточно сильных магнитных полях, разрывающих спин-орбитальную связь*). На-

пример, при δ $(k_{\rm x\,ap})\sim 4\cdot 10^{-5}$ ${\it 96}$ $(E_{\rm x\,ap}\sim 10^{-4}$ ${\it 96}$, $\Delta\sim 10^{-6}$ ${\it 96}$ — это, по-видимому, примерно соответствует величине Δ в некоторых кристаллах этой группы) рабочая частота установки должна удовлетворять условию $\nu=\omega/2\pi\gg 10^{10}$ ${\it eu}$, а магнитное поле при $g\approx 2$ условию $H\gg 3000$ ${\it 9}$. При больших значениях Δ эти критерии будут значительно более жесткими и, например, уже при $\Delta\sim 10^{-5}$ ${\it 96}$ соответствуют переходу в инфракрасную область спектра.

Если критерий $\delta (k_{\rm X\,ap}) \ll \hbar \omega_s$ выполнен, то должна наблюдаться единственная полоса КР на частоте ω_s . Пользуясь (2,18a), легко убедиться, что $(v_{\rm KP}/v_{\rm ЦP})^2 \sim \Delta/E_{\rm X\,ap}$. В то же время аналогичное отношение для

^{*)} Речь идет, естественно, не о разрыве внутриатомных спин-орбитальных связей с энергией порядка \mathscr{B} , а о выполнении критерия $\delta\left(h_{\mathrm{Xap}}\right) \ll \hbar\omega_{s}$, обеспечивающего значительную автономность конфигурационного и спинового движений зонных носителей.

ПР и ЦР порядка $(g\lambda_0/r_{xap})^2$. Поэтому отношение интенсивностей

$$\frac{I_{\rm KP}}{I_{\rm IIP}} \sim \frac{\Delta}{E_{\rm xap}} \left(\frac{r_{\rm xap}}{g\hbar_0}\right)^2 \sim \frac{\Delta mc^2}{(\hbar\omega_s)^2} \,. \tag{3.3}$$

При $\Delta \sim 10^{-6}$ эв, $\hbar \omega_s \sim 10^{-4}$ эв, $m \sim 0.1$ m_0 это отношение $\sim 10^7$; следовательно, при подобной зонной структуре КР на много порядков сильнее ПР. Детальная теория КР в полупроводниках с петлей экстремумов в сильных магнитных полях дана в 10 .

 ${
m KP}$ в полупроводниках с петлей экстремумов интересен не только своей высокой интенсивностью, но также и тем, что для ${\bf H}$, ориентированного вдоль оси симметрии, матричное уравнение Шрёдингера решается точно 11 , и поэтому можно исследовать картину ${
m KP}$ в широком диапазоне H^1 .

Точный энергетический спектр системы состоит из двух ветвей, которые могут быть сопоставлены двум ветвям закона дисперсии. Из каждого состояния нижней ветви возможны два перехода в состояния верхней ветви, частота которых зависит от квантового числа исходного состояния; поэтому, как правило, спектр КР должен быть бесструктурным и должен разрешаться лишь в некоторых предельных случаях.

Если Δ велико, магнитные поля не слишком велики и большинство носителей сконцентрировано у дна зоны, то KP, по существу, представляет собой межзонное поглощение носителей с переходами между двумя спиновосопряженными зонами; на рис. 1 эти переходы указаны стрелкой. Поглощение расположено вблизи частоты $\omega = 4\Delta/\hbar$ и состоит из ряда пиков с расстоянием между ними, равным $2\omega_{\rm c\perp} = 4Ak_H^2/\hbar$. Сила осциллятора KP в этом случае очень высока и совпадает с силой осциллятора LP; в то же время его легче наблюдать, чем LP, так как квазиклассическая частота LP, равная LP

$$\omega_{\rm c} = \frac{eH}{c} \cdot \frac{2\pi}{\hbar^2} / \frac{\partial S_{-}}{\partial E_{-}} = \omega_{\rm c} \perp \frac{k_{\perp} - k_0}{k_{\perp}} , \qquad (3.4)$$

аннулируется при $k_{\perp} = k_0$ (S_- — площадь сечения изоэнергетической поверхности E_- плоскостью $k_z = \cos \theta$).

Если же, наоборот, $E_{\rm xap}\gg \Delta$ и магнитное поле разрывает спин-орбитальную связь, в спектре КР будут две полосы. Одна из них, обсуждавшаяся выше, соответствует частоте $\omega_{s||}=|g_{||}|\,\beta_0 H/\hbar;$ другая, являющаяся одной из комбинаций частот $2\omega_{c\perp}$ и $\omega_{s||}$ (зависящей от соотношения параметров), слабее ее на фактор $\sim (\delta(k_{\rm xap})/\hbar\omega_{c\perp})^4$.

Отметим, что случай больших Δ был рассмотрен 13 также для \mathbf{H} , ориентированного перпендикулярно к оси симметрии; так как точное решение не может быть получено, был применен квазиклассический метод. В отличие от большинства других эффектов в \mathbf{KP} область вблизи центрального сечения вносит малый вклад; поскольку еще частота \mathbf{KP} при $\hbar \omega_{s} \ll \Delta$ резко зависит от квантовых чисел, поглощение должно быть широкополосным.

К сожалению, резонансные свойства этих полупроводников, в которых высокая интенсивность КР должна сочетаться с интересными особенностями ЦР 1, совершенно не изучены экспериментально. Результаты единственной работы 14, в которой изучался ЦР в n-CdS, находятся в противоречии с более поздними работами по исследованию других эффектов.

Второй теоретически исследованный тип зонной структуры без центра инверсии — это кристаллы типа $n\text{-InSb}^{15}$. В них, если ограничиться членами, кубическими по \hat{k}_{α} , матричный гамильтониан имеет вид

$$H_0 = \frac{\hbar^2 \hat{k}^2}{2m} + \frac{g\beta_0}{2} (\sigma H), \quad H_1 = \delta_0 (\sigma \hat{\varkappa}),$$
 (3.5)

где

$$\hat{\mathbf{u}}_x = \hat{k}_y \hat{k}_x \hat{k}_y - \hat{k}_z \hat{k}_x \hat{k}_z, \tag{3.6}$$

а $\hat{\mathbf{x}}_y$ и $\hat{\mathbf{x}}_z$ получаются из $\hat{\mathbf{x}}_x$ циклической перестановкой индексов; в качестве координатных выбраны кубические оси.

Поскольку H_1 третьей степени по \hat{k}_{α} , интенсивность KP должна быть значительно ниже, чем в полупроводниках с петлей экстремумов; в сильных полях в спектре наряду с частотой спинового резонанса должны присутствовать четыре комбинационные частоты; схема переходов для lnSb приведена на рис. 2. Интенсивность kp должна быть резко анизотропной; тицичные угловые диаграммы приведены на рис. 3. В работе ln вычислены

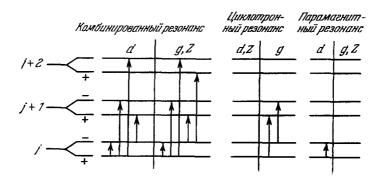


Рис. 2. Схема расположения энергетических уровней электрона в магнитном поле для InSb.

Стрелками указаны переходы, соответствующие различным резонансам; предположено, что комбинированный резонане обусловлен членом H₁ из (3,5). Буквами указаны типы поляризации: продольная (Z), правая (d) и леван (g) круговые.

интенсивности всех полос в ряде предельных случаев и зависимость интенсивностей от температуры, концентрации электронов и H; исследованы осцилляции интенсивности при наличии вырождения.

Оценка величины δ_0 , произведенная для InSb на основе модели Кэйна 16 , привела к $|\delta_0|\approx 2\cdot 10^2$ ат. ед. Это значение $|\delta_0|$ при $\nu=2.4\cdot 10^{10}$ гу приводит к концентрационному пределу наблюдения спинового резонанса

 $N_{\text{пред}} \sim 6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.

Спиновый резонанс зонных электронов в InSb был впервые обнаружен Бемским ¹⁷. При $\nu=2,4\cdot 10^{10}$ гу ему удалось наблюдать резонанс вплоть до концентрации $N\approx 3\cdot 10^{15}$ см ⁻³; при больших концентрациях из-за резкого расширения полосы, начинавшегося примерно с $N\approx 2\cdot 10^{15}$ см ⁻³, наблюдение резонанса было невозможным. Удовлетворительное согласие теоретического и экспериментального значений $N_{\rm пред}$ указывает на правильность оценки $|\delta_0|$. В то же время при этом значении $|\delta_0|$ и значениях концентраций и температур, соответствовавших измерениям Бемского, превышение интенсивности KP в пучности электрической компоненты высокочастотного поля над интенсивностью ΠP в пучности магнитной компоненты составляет по теоретическим оценкам примерно четыре порядка; поскольку размеры образцов составляют обычно около 0,1 от длины волны, даже при помещении образца в пучность магнитного поля электрическое возбуждение не может быть исключено. Ноэтому в 15 было высказано предположение, что Бемский фактически наблюдал супернозицию KP и ΠP .

Это предположение нашло подтверждение в более поздних экспериментальных работах — Браташевского, Галкина и Иванченко ¹⁸*) и Белла ¹⁹. В них на фоне широкой полосы циклотронно-плазменного резонанса была обнаружена узкая (~10 :- 20 э) полоса спинового резонанса и было непосредственно, путем перемещения образца в резонаторе, доказано

значительное преобладание электрического возбуждения спиповых переходов над магнитным. Поэтому можно считать, что в этих работах КР на зонных носителях был экспериментально обнаружен. На рис. 4 в качестве иллюстрации приведены кривые, полученные Беллом.

В то же время в этих экспериментах, выполненных при температуре жидкого гелия, примесное рассеяние было настолько сильным, что критерий от >> 1 грубо нарушался, что видно по крайне размытым кривым ЦР. Поэтому можно ожидать значительных отступлений от предсказаний теории, в особенности в угловых диаграммах, определяемых симметрией квантовых состояний.

В обеих экспериментальных работах $^{18, 19}$ была установлена нолная изотропия КР на частоте ω_s во всех поляризациях. Хотя систематическая теория КР в условиях $\omega \tau \leqslant 1$, $\omega \tau_s \gg 1$ в настоящее время отсутствует, можно показать, что сильное рассеяние

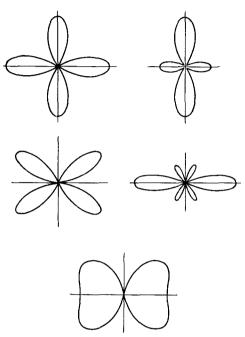


Рис. 3. Типичные угловые диаграммы интенсивпости комбинированного резонанса для кристаллов типа InSb.

Зацепление конфигурационного и спинового движений осуществляется оператором $\mathbf{H_1}$ из (3,5).

должно сглаживать угловые днаграммы; тем не менее оно, по-видимому, не должно приводить к полной изотропизации, во всяком случае, пока справедливо неравенство $h/\tau \ll \zeta$, которое удовлетворялось в ^{18, 19} (ζ — фермиевская энергия).

Заслуживает впимания еще следующее обстоятельство. Особенностью InSb, обусловливающей характерные значения ряда параметров его зонной структуры ($m=0.013~m_0,~g=-51~\mathrm{n}$ т. д.), является малая величина ширины запрещенной зоны \mathbf{E}_g (немногим превышающая 0.2~96). Это заставляет рассмотреть, наряду с оператором \mathbf{H}_1 из (3.5), также член \mathbf{H}_1' , обусловленный зависимостью g-фактора от $\hat{\mathbf{k}}$. Действительно, хотя \mathbf{H}_1' и является величиной высшего порядка малости по квазиимпульсу (оно $\sim k_H^2~k_{\rm xap}^2$), но в нем содержится член типа ($\sigma \hat{\mathbf{k}}$)($\mathbf{H}\hat{\mathbf{k}}$), обусловленный «взаимодействием» ближайших зои, в то время как δ_0 преимущественно определяется вкладом верхних зон. Этот член легко оценить как

$$\mathbf{H}_{1}^{\prime} \sim \frac{h^{2}}{2m} \frac{\hbar \omega_{s}}{\mathrm{E}_{g}} (\mathbf{\sigma} \hat{\mathbf{k}}) \left(\frac{\mathbf{H}}{H} \hat{\mathbf{k}} \right).$$
 (3.7)

^{*)} Пх результаты были частично сообщены Ю. А. Браташевским на IX Всесоюзном совещании по физике низких температур (Ленинград, июнь 1962).

Его сравнение с H_1 сразу же позволяет оценить относительный вклад обоих операторов в матричные элементы скорости:

$$\frac{v_{\rm H_1}}{v_{\rm H_1'}} \sim \frac{\delta (k_{\rm xap})}{\hbar \omega_s} \frac{E_g}{E_{\rm xap}}$$
 (3.8)

При $N \sim 10^{14}~cm^{-3}$ и значениях рабочих частот, применявшихся в $^{18,~19}$, эта величина порядка единицы и вклад члена H_1' должен быть учтен, что не делалось в предыдущих работах (см. прим. при корректуре на стр. 577). Поскольку H_1' из (3,7), в отличие от H_1 , представляет собой сферический (а не кубический) инвариант, обусловленное им поглощение должно быть изотропным. Нетрудно убедиться, что при $\omega \tau$, $\omega \tau_s \gg 1$ он обусловливает переходы на одной из комбинационных частот в продольной

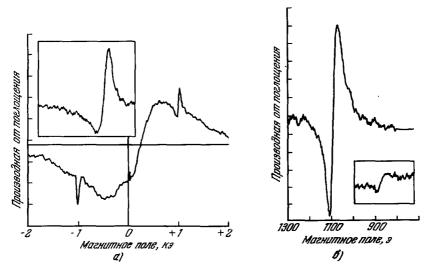


Рис. 4. Резонансное поглощение электронов в InSb.

а) Электродипольное поглощение. На размытой кривой циклотронного резонанса вблизи і кэ при обеих ориентациях магнитного поля видны пики комбинированного резонанса, соэтветствующие чисто слиновому переходу; на вставке один из пиков изображен в увеличенном масштабе. б) Магнитодипольное поглощение. В одной из поляризаций видна полоса парамагнитного резонанса; во второй поляризации (вставка) она отсутствует.

поляризации, чисто спиновые переходы в одной из круговых поляризаций поперечного резонанса и не приводит к поглощению в другой. При $\omega \tau < 1$, $\omega \tau_s \gg 1$ он, по-видимому, способен объяснить изотроиность поглощения в продольной и одной из круговых поляризаций, но не объясняет равенства поглощения в обеих круговых поляризациях, установленного Беллом ¹⁹. Поэтому здесь необходимы дальнейшие исследования.

Повышение температуры сопровождается ослаблением примесного рассеяния, ростом от и сужением полосы ЦР. При температуре жидкого кислорода Браташевскому, Галкину и Иванченко 18 удалось в продольной поляризации в значительной степени скомпенсировать циклотронное поглощение и наблюдать четыре новые полосы поглощения, возбуждаемые электрической компонентой поля. Эти полосы обладают значительной анизотропией и располагаются в области 4000 ÷ 7000 э (рис. 5). Авторами было высказано предположение, что наблюдавшиеся ими полосы являются четырьмя остальными полосами КР.

Однако строгая идентификация наблюдавшихся полос и исключение других возможных интерпретаций крайне осложнены следующим обстоя-

тельством. Из-за малой эффективной массы электронов ($m = 0.013 \, m_0$) плазменные эффекты в n-InSb очень велики и при $N \approx 10^{14} \ cm^{-3}$ положение полосы ДР смещается плазменным взаимодействием на порядок в область больших магнитных полей (от ~300 до ~ 3000 э), а это приводит к перестройке всей кривой поглощения. В то же время устранение искажений, вносимых плазменными эффектами, путем пересчета экспериментальных данных затруднено влиянием скинирования — скиновая

длина была порядка размера сферических образцов. Поэтому вопрос о природе наблюдавшихся полос и возможности их интерпретации как четырех полос КР, смещенных плазменным взаимодействием из области $150 \div 500$ э (теоретическое положение) в область $4000 \div 7000 \mathfrak{d}$, еще ждет своего окончательного решения.

Резюмируя сопоставление теоретических и экспериментальных результатов по n-InSb, следует сделать вывод, что сам факт существования комбинированного резонанса установлен однозначно; в то же время необходимо как обобщение теории на новые случаи (сильное рассеяние от ≤ 1 , учет плазменных эффектов), так и проведение новых экспериментов в условиях, удовлетворяющих критериям уже существующей теории. Среди полупроводников с центром инверсии наибольший интерес представляют Ge и Si, как наиболее доступные для резонансных исследований.

Теория КР электронов в Ge и Si была построена Бойко ²⁰, который показал, что в Si должна возникать единственная полоса на частоте ω_s , а в Ge три полосы на частотах ω_s и $\omega_c + \omega_s$. Оценка вероятностей переходов пока-



Рис. 5. Резонансное поглощение электронов в InSb. а) Магнитоплазменный резонанс в поперечной поляризации; б) магнитоплазменная и четыре новые полосы поглощения в продольной поляривации.

зала, что в обоих случаях интенсивности КР и ПР должны быть сравнимы по порядку величины.

Поскольку в полупроводниках с центром инверсии КР возникает вследствие зависимости g-фактора от $\hat{\mathbf{k}}$, он должен быть наиболее силен при наличии близких зон, когда отступление д от постоянного значения наступает особенно рано. С подобной ситуацией мы встречаемся в кристаллах p-Ge и p-Si, подвергнутых деформации, понижающей симметрию и снимающей вырождение зон легких и тяжелых дырок в $\mathbf{k}_0 = 0$; в таких случаях расстояние между расщепленными зонами $\Delta_{\scriptscriptstyle R}$ обычно порядка нескольких сотых эв. Эта интересная ситуация была исследована Гургенишвили ²¹ на основе теории Пикуса и Бира ²²; в его работе интенсивности и угловые зависимости КР выражены непосредственно через параметры Латтинджера ²³, известные из других экспериментов.

Порядок величины найденного им эффекта легко получить следующим образом. Из соображений размерности ясно, что квадратичное по kслагаемое в g-факторе порядка $\hbar^2 k^2_{\text{Aap}}/m\Delta_{\epsilon}$. Следовательно, член в операторе скорости, ответственный за КР, порядка $\frac{\hbar k_{{
m Xa}}_{{
m Ya}}}{m} \frac{\beta_0 H}{\Delta_{{
m g}}}$, а матричный элемент координаты порядка $\hbar^2 k_{\mathrm{xap}}/m\Delta_{\varepsilon}$. Поэтому

$$\frac{I_{\rm RP}}{I_{\rm \Pi P}} \sim \frac{mc^2 E_{\rm xap}}{\Delta_{\varepsilon}^2}$$
 (3.9)

При $E_{xap} \approx 3 \cdot 10^{-4}$ ж и $\Delta_{\epsilon} \approx 10^{-2}$ ж это отношение порядка 10^{6} .

В недеформированных кристаллах Ge и Si, как хорошо известно, вследствие четырехкратного вырождения зон в \mathbf{k}_0 = 0 уровни дырок в магнитном поле при малых квантовых числах (квантовая область) неэквидистантны; систематика квантовых уровней в этой ситуации была разработана Латтинджером ²³, а детальная теория квантовых переходов была дана в последующих работах (Хуцишвили и др. ²⁴). В работе ²⁴ показано, что в квантовой области практически все переходы сопровождаются изменением спинового состояния, причем — те типы переходов, которые по своим свойствам в квазиклассической области могут быть отнесены к КР $(a^{\pm}(n)
ightharpoonup b^{\pm}(n-1)$ -переходы в обозначениях 23), в приближении сферических зон возбуждаются в продольной поляризации. В приближении, принятом в 24, интенсивность КР монотонно убывает с ростом n; однако учет в матричном гамильтониане членов $\sim H \hat{k}_n \hat{k}_B$ после прохождения через минимум приведет к новому росту интенсивности КР в области больших n.

остановимся на интересных результатах Смита, В заключение Голта и Мэррита 25 , обнаруживших комбинационные частоты $\omega_c \pm \omega_s$ в спектрах Ві и Sb. В этих кристаллах с малыми Ед и большими д-факторами зависимость g от $\hat{\mathbf{k}}$ должна быть значительной, и, видимо, в связи с этим, было высказано мнение 19, что эффект, обнаруженный в 25, имеет ту же природу, что и КР на частоте ω_s в InSb. Однако Ві и Sb являются металлами с сильно выраженным скинированием, а в скин-слое высокочастотное электрическое поле значительно слабее магнитного (на фактор порядка отношения толщины скин-слоя к длине волны 26); поэтому условия для электрического возбуждения спиновых переходов здесь менее благоприятные, чем в n-1nSb. Между тем именно в условиях сильного скин-эффекта, как это было отмечено Азбелем 27, резко неоднородное в пространстве высокочастотное магнитное поле будет возбуждать наряду с чисто спиновыми переходами и переходы на комбинационных частотах. Поляризация переходов, установленная Смитом и др., указывает на то, что обнаруженные ими полосы скорее всего являются магнитодипольными и обусловлены механизмом ²⁷.

§ 4. КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАНС НА СВЯЗАННЫХ НОСИТЕЛЯХ (ОБЩИЙ АНАЛИЗ)

Как уже отмечалось в § 1, высокая интенсивность КР на зонных носителях приводит к изменению условий возбуждения спинового резонанса на локальных центрах, а именно, к возможности КР на связанных носителях. Мы будем ниже рассматривать преимущественно центры большого радиуса, так как КР на них и на зонных носителях можно непосредственно сопоставить, построив теорию в общих терминах, и таким путем выделить особенности, обусловленные переходом электрона в связанное состояние. Как видно из предыдущего параграфа, сила осциллятора f KP на зонных носителях может быть очень высока, достигая величин порядка единицы. Для полей H, разрывающих спин-орбитальную связь, fлегко оценить с помощью (2,18а), если учесть, что сила осциллятора ЦР порядка $E_{\rm xap}/\hbar\,\omega_{\rm c}$. Например, для кристаллов без центра инверсии $f\sim \frac{\delta^2\,(k_{\rm xa})}{E_{\rm xap}\hbar\omega_{\rm c}}\,;$

$$f \sim \frac{\delta^2 \left(k_{\text{Xa}_{\nu}} \right)}{E_{\text{Xap}} \hbar \omega_c} \,; \tag{4.1}$$

интересно отметить, что пока $k_{\mathtt{xap}}$ не зависит от H, сила осциллятора пропорциональна H^{-1} .

Нетрудно увидеть источник высоких значений f. Как хорошо известно, у зонного электрона наряду с силой осциллятора для перехода в прочие зоны имеется неисчезающая сила осциллятора для перехода «в себя», которая равна m_0/m^{28} ; именно этой силой осциллятора обусловлено внутризонное поглощение света свободными носителями и циклотронное поглощение. Сила осциллятора для перехода «в себя», которой располагает шрёдингеровский зонный электрон, при переходе к релятивистскому электрону и удвоении числа зон распределяется между двумя зонами — на переходы «в себя» и переходы в спиновосопряженную зону; эта последняя сила осциллятора, грубо говоря, и является источником \mathbf{KP} .

В то же время для связанных состояний сила осциллятора как для перехода «в себя», так и для перехода в другие состояния, вырожденные по отношению к исходному, всегда равна нулю вследствие конечности радиуса состояния R. Следовательно, отличные от нуля значения f всегда будут появляться лишь в высших порядках по магнитному полю H, расщепляющему уровни. Параметром разложения будет $\hbar \omega_s / E_i \sim (k_H R)^2$, где E_t — потенциал центра, являющийся характеристической величиной для расстояний между последовательными уровнями, а f, в отличие от (4,1), будет содержать лишь прямые степени H (во всяком случае, пока $\hbar \omega_s \ll E_t$). Поэтому при прочих равных условиях KP на связанных носителях должен быть значительно слабее, чем на зонных (Э. И. P а ш б а, Доклад на Всесоюзном симпозиуме по теории твердого тела и новым методам квантовой статистики, Одесса, май 1961).

Рассмотрим теперь подробнее ²⁹ структуру матричного элемента координаты ${\bf r}$ для ${\bf KP}$, причем сначала ограничимся локальным уровнем, возникшим у дна простой зоны. Точнее, мы предполагаем отсутствие многодолинной структуры, а также спин-орбитального расщепления зон в точке ${\bf k}_0$, в которой расположено дно зоны (обычно ${\bf k}_0=0$), и двукратное вырождение в ${\bf k}_0$ с учетом спина; в окрестности ${\bf k}_0$ в полупроводниках без центра инверсии, которыми мы временно ограничимся, зоны будут слегка расходиться.

Мы сейчас убедимся, что

$$r \sim \frac{\hbar \omega_s}{E_i} \frac{\delta(k_R)}{E_i} R, \quad k_R = \frac{\pi}{R}.$$
 (4.2)

Последний множитель в (4,2) R представляет собой максимальную величину матричного элемента перехода — радиус центра, в то время как два первых множителя являются малыми факторами, возникцими вследствие учета возмущений, делающих КР возможным. Действительно, второй множитель учитывает эффект расхождения зон, являющийся в принятой модели единственным отражением существования спин-орбитальной связи.

При простой зоне основной уровень примесного центра вследствие T-симметрии при H=0 двукратно вырожден (с учетом спина); две волновые функции, принадлежащие ему, могут быть обозначены ψ и $K\psi$. Пользуясь свойствами оператора K, легко убедиться 5 , что

$$(K\psi, \ \mathbf{r}\psi) = (K\mathbf{r}\psi, \ K^2\psi) = -(K\mathbf{r}\psi, \ \psi) = -(K\psi, \ \mathbf{r}\psi) = 0.$$
 (4.3)

Поэтому матричный элемент координаты становится отличным от нуля лишь в первом порядке по H, что и обусловливает появление первого множителя в (4,2).

Отметим теперь, при каких обстоятельствах могут исчезнуть малые факторы в (4,2). Первый фактор исчезает для состояний с моментом $J>^{1}\!/_{2}$ и переходов с изменением модуля магнитного квантового числа M, так как здесь исходное и конечное состояния не сопряжены относительно инверсии времени. Такая ситуация с $J=^{3}\!/_{2}$ реализуется для акцепторов при вырожденных зонах (типа p-Ge, Si, InSb 30). В этом же случае

574 Э. И. РАШБА

исчезает и второй множитель, так как спин-орбитальное расхождение зон в точке симметрии обычно превышает E_i (или является величиной этого порядка). Следует, однако, иметь в виду, что в рассмотренном случае второй множитель выполнял еще одну роль. Дело в том, что при наличии центра инверсии электродипольные переходы между различными состояниями внутри одного терма запрещены, а оператор, вызывающий спин-орбитальное расхождение зон, одновременно является единственным членом в гамильтониане, нечетным по отношению к инверсии. Поэтому для акцепторных центров указанного типа при пренебрежении $\delta\left(k_R\right)$ можно получить неисчезающую интенсивность KP, лишь учтя другие нечетные члены в гамильтониане метода эффективной массы; подробнее мы остановимся на этом в следующем параграфе.

Наконец, матричный элемент \mathbf{r} может значительно возрасти при наличии близких уровней, когда в (4,2) вместо \mathbf{E}_i в знаменателях будет стоять существенно меньшая величина; это возможно при многодолинной структуре, для возбужденных уровней и пр.

Легко видеть, что f пропорционально H при r, не зависящем от H, и пропорционально H^3 при r, пропорциональном H, что существенно

отличается от (4,1).

§ 5. КОМБИНИРОВАННЫЙ РЕЗОНАНС НА ЛОКАЛЬНЫХ ЦЕНТРАХ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

Рассмотрим теперь детальнее ряд специальных случаев. Если применить (4,2) к полупроводникам с петлей экстремумов и принять значения параметров, которые, по-видимому, близки к реализующимся в CdS, CdSe и пр. ($E_i \sim 3 \cdot 10^{-2}$ эв, $\alpha \sim 10^{-10}$ эв·см), то при $v \approx 10^{11}$ сек⁻¹ получается $r \sim 10^{-10}$ см, что превышает λ_0^*).

Расчеты, выполненные вариационным методом для полупроводников с петлей экстремумов ²⁹, приводят в области слабых полей к результату, близкому к (4,2), а в области сильных полей ($\hbar\omega_s\gg E_i$) к таким же интенсивностям, как и для зонных носителей ¹⁰. При промежуточных полях $\hbar\omega_s\sim E_i$ интенсивность в функции H проходит через резкие максимумы, возникающие при пересечении термов; соответствующие частоты поглощения лежат в инфракрасной области спектра.

Как было показано в § 4, наиболее высоких интенсивностей комбинированного резонанса следует ожидать для акцепторных центров большого радиуса, основное состояние которых четырехкратно вырождено. Ситуация лучше всего поддается анализу в p-InSb, так как вследствие отсутствия в кристалле центра инверсии в гамильтониане зонных дырок содержатся нечетные кубические по k члены; это позволяет построить в рамках метода эффективной массы чисто макроскопическую теорию 32 . Поскольку кубические члены в InSb являются нерелятивистскими, их относительная величина по сравнению с квадратичными членами составляет $\sim (a/R)$, где a — постоянная решетки, и поэтому матричный элемент координаты для переходов с изменением |M| по аналогии с (4,2) можно оценить как

$$r \sim \frac{a}{R} R = a, \tag{5.1}$$

^{*)} Если рассматривать комбинированный резонанс на локальных центрах как метод измерения α, то он, по-видимому, обладает примерно таким же или на порядок меньшим порогом, чем метод Хопфилда (по тонкой структуре экситонных спектров 31), в то время как комбинированный резонанс на зонных носителях должен позволить измерить значительно меньшие α.

что на три порядка превышает λ_0 . Теория предсказывает острые угловые диаграммы резонанса, аналогичные приведенным на рис. 3.

К сожалению, в свободных кристаллах спиновый резонанс на акцепторах не удалось обнаружить, по-видимому, из-за уширения полос, обусловленного неидеальностью решетки 30 ; его удается, однако, наблюдать на кристаллах, подвергнутых деформации, понижающей симметрию и снимающих четырехкратное вырождение. При этом матричный элемент чисто спинового перехода отличается от величины типа (5,1) фактором $\hbar \, \omega_s / \Delta_\epsilon \, ^{33}$, как это видно из теории возмущений (Δ_ϵ — расщепление уровня, обусловленное деформацией). Поэтому

$$r \sim \frac{\hbar \omega_s}{\Delta \varepsilon} a;$$
 (5,2)

обычно $\hbar \omega_s / \Delta_{\varepsilon} \sim 0.1$, и r на два порядка превышает λ_0 .

Значительно более трудным для теории является случай акцепторов большого радиуса в Ge и Si, проанализированный Биром, Бутиковым и Пикусом ³³. Поскольку идеальные кристаллы этого типа обладают центром инверсии и он отсутствует лишь в местной группе примесного атома, замещающего один из атомов основного вещества, оказывается существенным детальный ход потенциала в пределах ячейки, и решение задачи в рамках метода эффективной массы невозможно; поэтому здесь вопрос может ставиться лишь об оценке порядков величин.

Не имея возможности воспроизвести здесь анализ, выполненный в работе 33 , мы ограничимся грубыми оценками, аналогичными приведенным выше для других случаев. Поскольку местная группа примесного атома является группой тетраэдра, антисимметричная часть потенциала примесного центра на расстояниях, превышающих a, может рассматриваться как потенциал октуполя с моментом $\sim ea^3$; на расстояниях порядка R возмущающий потенциал можно оценить как $\frac{e^2a^3}{\epsilon R^4} \sim \mathrm{E}_i \left(\frac{a}{R}\right)^3$. Поэтому он приводит к матричному элементу перехода

$$r \sim \left(\frac{a}{R}\right)^3 R = \left(\frac{a}{R}\right)^2 a,$$
 (5,3)

и здесь $r \ll a$. В то же время для Ge, и в особенности для Si, оцененное таким образом r превышает λ_0 . Отметим, однако, что согласно результатам ³³ r хотя и имеет структуру, аналогичную (5,3), но численно оказывается меньшим; в частности, согласно ³³ для Si $r \sim \lambda_0$, а для Ge $r \ll \lambda_0$. Деформация образца, обеспечивающая сужение спиновых полос, как уже отмечалось, уменьшает r/λ_0 .

В связи с этим интересно отметить, что согласно выводам ³³, где тщательно исследованы различные механизмы уширения полос, в наиболее совершенных в структурном отношении образдах, получение которых доступно в настоящее время, ширина полос должна быть достаточно малой и в отсутствие внешних деформаций. Поэтому интересна постановка экспериментов по КР в таких кристаллах.

Выше мы уделяли основное внимание оценке интенсивности КР; это обусловлено тем, что на центрах большого радиуса КР еще не наблюдался экспериментально, поэтому оценка его интенсивности необходима для выбора целесообразного направления экспериментальных исследований; в то же время величина интенсивности резонанса существенна также для оценки возможности и целесообразности его практического применения в дальнейшем. После обнаружения резонанса основной интерес должно представлять исследование его многочисленных особенностей.

Остановимся в заключение на интересной группе работ, которая уже привела к успехам в экспериментальном изучении КР. Бломбергеном (Доклад в Национальной Академии наук, Вашингтон, апрель 1961 г. ³⁴) было указано, что в случаях, когда парамагнитные поны, образующие в кристалле примесные центры малого радпуса, занимают позиции, лишенные центра инверсии, становится возможным электродипольное возбуждение спиновых переходов, т. е. комбинированный резонанс; в этих же условиях в постоянном внешнем электрическом поле Е частота спинового резонанса линейно зависит от Е (при наличии центра инверсии будет только квадратичный эффект).

Эти эффекты были вскоре экспериментально наблюдены на понах переходных металлов в Si, представляющих собой удобный и хорошо изученный объект исследования: сдвиг частот в постоянном поле — Людвигом и Вудбери ³⁵, а KP — Людвигом и Хэмом ³⁶.

Теория этих эффектов была дана Хэмом 37 в терминах атомных функций, возмущенных кристаллическим полем, на основе энергетической схемы междоузельных ионов переходных металлов в Si, предложенной ранее в работе 38 . Им для ряда типичных случаев *) методом теории возмущений был получен спин-гамильтониан; из структуры коэффициентов видны факторы, определяющие электрический дипольный момент. Он максимален, когда основное состояние примесного иона является орбитальным триплетом (L=1), так как в этом базисе в местной группе примесного иона T_d отличны от нуля матричные элементы координаты; если еще нижайшему уровню (возникшему в результате спин-орбитального расщепления) отвечает $J>^{1}/_{2}$, то электродипольные члены возникают в нулевом порядке по H. Эти условия выполнены для иона Mn^+ (S=2, L=1; нижайший уровень J=1), у которого электродипольные эффекты выражены наиболее ярко (в сравнении с пятью другими изученными ионами); если записать для Mn^+ электродипольный член спин-гамильтониана в виде

$$erE(J_xJ_z+J_zJ_x)$$
,

где J_{α} — матрицы момента, а E ориентировано вдоль Oy, то согласно 36 $r \approx 3 \cdot 10^{-10}$ cm. Очевидно, что верхняя граница возможных значений r для подобных объектов ставится размерами ионов a_0 ; но фактические значения r всегда будут существенно меньше a_0 из-за относительной малости кристаллического расщепления термов по сравнению с расстоянием между атомными термами, для орбитальных синглетов — также из-за малости спин-орбитального и зеемановского расщеплений по сравнению с кристаллическим и т. д. Поэтому в ряду зонные носители — центры большого радиуса — центры малого радиуса последней группе объектов соответствует, как правило, наименьшая интенсивность KP; тем не менее их экспериментальное исследование является, по-видимому, наиболее доступным.

Если примесный ион расположен в объеме образца, то кристаллическое поле вблизи его лишено центра инверсии лишь в определенных типах решеток; в то же время поле вблизи ионов, расположенных у поверхности, никогда не имеет центра инверсии. Поэтому было предложено ³⁹ использовать электродипольные эффекты для выделения спиновых переходов в приповерхностных ионах примеси.

Существование электродипольных спиновых переходов, в соответствии с дисперсионными соотношениями, приводит к появлению вблизи спиновых частот резонансных членов в диэлектрической постоянной. Ройциным 40 рассмотрены особенности, которые вносятся этими членами

^{*)} Основываясь на общих свойствах симметрии, Ройцин ³⁹ построил и исследовал спин-гамильтонианы для ряда других случаев.

в различные эффекты, являющиеся микроволновыми аналогами электрои магнитнооптических явлений, с учетом зеемановского и штарковского расщеплений спиновых уровней.

Различие в правилах отбора для КР и ПР открывает возможность насыщения переходов новых типов и расширяет область применимости двойного электронно-ядерного резонанса 36; таким путем, в частности, можно добиться повышения степени ориентации атомных ядер ⁴¹.

Примечание при корректуре. В недавно появившемся обзоре Яфета (Y. Y a f e t, в сб. Solid State Physics, vol. 14, New York - London, 1963) проанализирован еще один тип членов, приводящих к комбинпрованному резонансу. В формализме метода эффективной массы оператор координаты в общем случае имеет вид

$$x_{\alpha} = i \frac{\partial}{\partial k_{\alpha}} - X_{\alpha},$$

где $X_{oldsymbol{lpha}}$, связанные с межзонными матричными элемептами, зависят как от компонент $\hat{\mathbf{k}}$, так и вследствие паличия спин-орбитальной связи от спиновых матриц; поэтому операторы X_{α} дадут дополнительный вклэд в КР. В общем случае он должен быть того же порядка, что и вклад, обусловленный зависимостью g-фактора от \hat{k} . По оценкам Яфета в n-InSb этот эффект слабее, чем рассмотренный в 15 . В. И. Шека (ФТТ 6, 3099 (1964)) вычислил интенсивность КР в n-InSb, пользуясь точным решением для восьмизонной схемы. Согласно его результатам в условиях экспериментов 18 , 19 , повидимому, преобладает механизм 15 , связанный со спин-орбитальным расхождением видимому, прообщих и межен стать второстепенным в сильных квантующихся магнитных полях $(\hbar\omega_c\!\gg\!kT)$ при не слишком низких температурах. Проведенное им дополнительное исследование показывает, что вычисленный им эффект обусловлен механизмом Яфета.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Рашба, ФТТ 2, 1224 (1960).

2. Э. И. Рашба, Материалы Международной конференции по физике полупроводников (Прага, 1960), Spec. Public. of the Czech. J. Phys.: a) Abstracts. стр. 14, б) Proceedings, стр. 45.

3. J. M. Luttinger, W. Kohn, Phys. Rev. 97, 869 (1955). 4. Г. Е. Пикус, ЖЭТФ 41, 1258, 1507 (1961). 5. Е. Wigner, Gött. Nachr., 1932, стр. 546. 6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., Физматгиз, 1963, § 111.

7. Э. И. Рашба, Укр. физ. ж. 8, 1064 (1962). 8. Э. И. Рашба, В. И. III е ка, ФТТ, сб. статей И, 162 (1959).

- 9. R. C. C asella, Phys. Rev. Letts. 5, 371 (1960). 10. Э. H. Рашба, В. H. Шека, ФТТ 3, 1277 (1961). 11. Ю. А. Фирсов, ЖТФ 27, 2212 (1957). 12. H. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. Н. Каганов, ЖЭТФ 31, 63
- 13. Э. П. Рашба, И. П. Бойко, ФТТ 3, 1277 (1961).
- 14. R. N. Dexter, J. Phys. Chem. Solids 8, 494 (1959). 15. D. H. Pam δa, B. H. III e κ a, ΦΤΤ 3, 1735, 1863 (1961). 16. E. O. Kane, J. Phys. Chem. Solids 1, 249 (1957). 17. G. Bemski, Phys. Rev. Letts. 4, 62 (1960).

18. Ю. А. Браташевский, А. А. Галкин, Ю. М. Иванченко, ФТТ 5, 358, 1963; Proc. of the Intern. Conf. on the Physics and Techniques of Low Tem-

5, 358, 1963; Proc. of the Intern. Conf. on the Physics and Techniques of Low Temperatures, Prague, 1963.

19. R. L. Bell, Phys. Rev. Letts. 9, 52 (1962).

20. П. П. Бойко, ФТТ 4, 2128 (1962).

21. Г. Е. Гургенишвили, ФТТ 5, 2070 (1963).

22. Г. Е. Пикус, Г. Л. Бир, ФТТ 1, 1642 (1959); 3, 1001 (1961).

23. Л. М. Luttinger, Phys. Rev. 102, 1030 (1956).

24. Г. Р. Хуцишвили, ФТТ 4, 2708 (1962); Г. А. Барамидзе, Г. Е. Гургенишвили, Г. Р. Хуцишвили, ФТТ 4, 2959 (1962).

25. G. Е. Smith, J. K. Galt, F. R. Merrith, Phys. Rev. Letts. 4, 276 (1960).

(1960).

26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1957.

578

27. М. Я. Азбель, ФТТ 4, 569 (1962). 28. Г. Бете, А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов, М.-Л., ОНТИ, 1938.

29. Э. И. Рашба, В. И. Шека, ФТТ 6, 141 (1964).

30. W. Kohn, Solid State Physics, vol. 5, N. Y., 1957.
31. J. Hopfield, J. Appl. Phys., Suppl. to 32 (10), 2277 (1961).
32. Э. И. Рашба, В. И. Шека, ФТТ 6, 576 (1964).
33. Г. Л. Емр, Е. И. Бутиков, Г. Е. Пикус, J. Phys. Chem. Solids 24, 1467, 1475 (1963).

1475 (1963).
34. N. Bloembergen, Science 133, 1363 (1961).
35. G. W. Ludwig, H. H. Woodbury, Phys. Rev. Letts. 7, 240 (1961).
36. G. W. Ludwig, F. S. Ham, Phys. Rev. Letts. 8, 210 (1962).
37. F. S. Ham, Phys. Rev. Letts. 7, 242 (1961).
38. G. W. Ludwig, H. H. Woodbury, Phys. Rev. Letts. 5, 98 (1960).
39. A. Б. Ройцин, ФТТ 4, 2948 (1962); 5, 151 (1963).
40. A. Б. Ройцин, ФТТ 5, 2395 (1963).

41. М. Ф. Дейген, А. Б. Ройцин, ЖЭТФ 47, 294 (1964).