

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

533.9

ПЛАЗМА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

А. А. Веденов

Плазма твердых тел — это система положительных и отрицательных носителей заряда (электронов и дырок) в твердых телах.

Плазма твердых тел может быть заряженной (электронная плазма металлов, электронная или дырочная плазма полупроводников, плазма с неравной концентрацией электронов и дырок в сплавах) или нейтральной (электронно-дырочная плазма полупроводников и полуметаллов); плотность частиц в плазме для различных твердых тел варьируется в широких пределах (от нуля до 10^{22} см⁻³ для заряженной плазмы и до 10^{17} см⁻³ для нейтральной).

Некоторые свойства плазмы твердых тел (термодинамические свойства, кинетические коэффициенты) в значительной степени связаны с типом и особенностями кристаллической решетки твердого тела и со взаимодействием носителей заряда с решеткой; с другой стороны, в ряде случаев плазму твердого тела можно рассматривать как почти изолированную подсистему твердого тела (слабо взаимодействующую с решеткой) и изучать свойства этой подсистемы.

1. КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Характерным свойством плазмы твердых тел является наличие коллективных возбуждений — плазменных колебаний.

1. П л а з м а м е т а л л о в. В электронной плазме металлов могут существовать лэнгмюровские колебания¹. При этих колебаниях на плоский слой электронов плотностью n_0 , смещенный от положения равновесия на расстояние δx , действует возвращающая сила

$$\delta F = e \delta E = -e \cdot 4\pi n_0 e \delta x,$$

вызывающая колебания около положения равновесия с плазменной частотой

$$\omega_p^2 = -\frac{\delta F}{m \delta x} = \frac{4\pi n_0 e^2}{m}. \quad (1)$$

Формула (1) дает правильное выражение для частоты лишь достаточно длинных лэнгмюровских волн (фазовая скорость ω/k которых намного превышает фермиевскую скорость электронов v_F); поправка к частоте, учитывающая конечность отношения $v_F/(\omega/k)$, обусловлена электронным давлением и равна

$$\frac{\delta \omega}{\omega_p} = \frac{1}{2} \frac{\delta \omega^2}{\omega_p^2} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\nabla p}{n}}{eE} \approx \frac{k^2 v_F^2}{\omega_p^2}.$$

На границе металла с вакуумом в электронной плазме могут распространяться поверхностные волны², потенциал электрического поля которых φ гармонически меняется вдоль границы и во времени и экспоненциально спадает по обе стороны от границы:

$$\varphi = \varphi_0 e^{-k|x|} \cos(kz - \omega t).$$

Поскольку нормальная к границе компонента вектора электрической индукции

$$D = -\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

непрерывна, частота поверхностной волны должна удовлетворять равенству $\varepsilon(\omega) = -1$. Для волн с фазовой скоростью, много большей скорости Ферми, диэлектрическая восприимчивость электронной плазмы равна

$$\varepsilon = 1 + \frac{\frac{4\pi}{c} j}{1 - \frac{\partial E}{\partial t}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

и, следовательно, частота поверхностных волн

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_p.$$

Следует отметить, что это выражение верно только для волн, фазовая скорость которых ω/k много меньше скорости света c (лишь в этом случае электрическое поле волны потенциально); если же ω/k и c соизмеримы, то волновой вектор k и частота ω поверхностной волны связаны соотношением

$$c^2 k^2 = \omega^2 \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - 2\omega^2}.$$

Колебания с плазменной частотой ω_p и пониженной плазменной частотой $\omega_p / \sqrt{2}$ косвенно наблюдаются в опытах по прохождению через

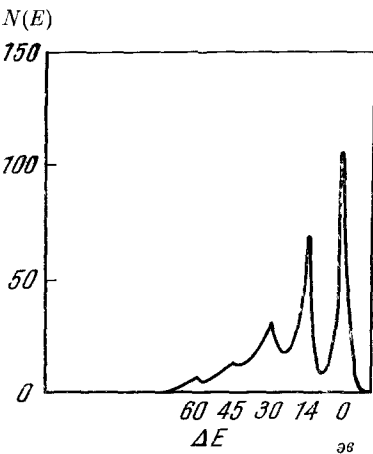


Рис. 1.

тонкую фольгу электронов¹, возбуждающих такие колебания и теряющих при этом энергию $\Delta E = \hbar \omega_p, 2\hbar \omega_p, \dots$ или $\hbar \omega_p / \sqrt{2}, \dots$ (равную по порядку величины нескольким десяткам электрон-вольт, рис. 1). Сравнение теоретических и экспериментальных значений частоты ω_p показывает, что электронная плазма многих металлов образована валентными электронами атомов решетки.

Плазменная частота ω_p определяет границу между областями прозрачности и зеркального отражения света от металлов⁵²: при $\omega > \omega_p$ $\varepsilon > 0$ и металлическая пленка оказывается прозрачной для света, при $\omega < \omega_p$ $\varepsilon < 0$ и свет полностью отражается от поверхности металла. Изучение отражения и поглощения³ света, частота которого близка к плазменной

частоте пленки, является косвенным методом наблюдения ленгмювских колебаний.

При наличии сильного магнитного поля H_0 в электронной плазме плотностью n_0 могут распространяться спиральные волны, представляю-

щие собой электромагнитные колебания в веществе ^{4, 5}. Если волна распространяется вдоль силовых линий поля H_0 (направленного по оси z), электроны плазмы, совершая под действием электрического поля волны $E = -i\omega H/c k$ *) дрейфовое движение со скоростью $U = -ic(E/H_0)$, создают ток $j = n_0 e U$, поддерживающий переменное магнитное поле H :

$$-kH = \frac{4\pi}{c} j = \frac{4\pi}{c} n_0 e \left(-ic \frac{1}{H_0} \right) \left(-i \frac{\omega}{ck} H \right).$$

Таким образом, частота ω спиральной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля, связана с волновым числом k следующим дисперсионным соотношением:

$$\omega = \frac{cH_0}{4\pi n_0 e} k^2.$$

Дисперсионное соотношение для спиральных волн, распространяющихся под углом к магнитному полю, находится из системы уравнений движения плазмы и электродинамики, которые в данном случае принимают вид

$$i[kH] = \frac{4\pi}{c} n_0 e \left(\frac{c[EH_0]}{H_0^2} + v_{||} \right),$$

$$\frac{\omega}{c} H = [kE] \quad (2)$$

(E, H — электрическое и магнитное поля волны, $v_{||}$ — составляющая скорости вдоль внешнего магнитного поля H_0). Исключая из системы (2) v и H и учитывая, что электронная плазма в низкочастотных спиральных волнах является несжимаемой ($(kv) = 0$), получаем

$$\omega = \frac{cH_0}{4\pi n_0 e} k k_z, \quad (3)$$

где k — модуль волнового вектора, а k_z — его проекция на внешнее магнитное поле.

Экспериментальная проверка дисперсионного соотношения (3) была проведена путем исследования низкочастотного магнитоплазменного резонанса ⁶ в образцах, имевших форму параллелепипеда ⁷. Волновой вектор спиральной волны в этом случае равен

$$k_{lmn} = \pi \left(\frac{l}{X}, \frac{m}{Y}, \frac{n}{Z} \right),$$

где l, m, n — целые числа, а X, Y, Z — длины ребер параллелепипеда; поэтому резонансная частота равна

$$\omega_{lmn} = \frac{cH_0}{4\pi n_0 e} \frac{n^2}{Z^2} \left(1 + \frac{l^2}{n^2} \frac{Z^2}{X^2} + \frac{m^2}{n^2} \frac{Z^2}{Y^2} \right)^{1/2} = \omega_{00n} \alpha_{lmn}.$$

Теоретические и экспериментальные значения отношения $\omega_{lm1}/\omega_{111}$ хорошо согласуются между собой (рис. 2).

Вследствие трения электронной плазмы о кристаллическую решетку (импульс электронов передается фононам, примесям и т. д.) спиральная

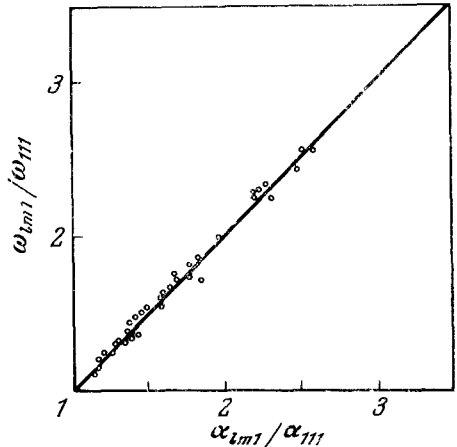


Рис. 2.

*) Здесь $E = E_x + iE_y$, $H = H_x + iH_y$ и т. д.

волна затухает за время, примерно равное $\Omega\tau$ периодам колебания:

$$\frac{\gamma}{\omega} \approx (\Omega\tau)^{-1}$$

($\Omega = eH_0/mc$, τ — время релаксации импульса), поскольку диссипация энергии волны за период колебания равна

$$\frac{1}{\omega} F_{\text{тр}} v = \frac{1}{\omega} \frac{nmv}{\tau} v \approx \frac{H^2}{\Omega\tau}.$$

Другой причиной затухания спиральных волн является вязкость электронной плазмы; отношение вязких потерь к потерям на трение равно

$$\frac{F_{\text{вязк}}}{F_{\text{тр}}} = \frac{mv\Delta v}{\frac{mv}{\tau}} \approx k^2 l^2$$

(v — кинематическая вязкость, а l — длина свободного пробега электронов в металле).

С помощью низкочастотного магнитоплазменного резонанса можно определить коэффициент Холла $R = 1/n_0 e c$ (сравнивая экспериментальное значение резонансной частоты с теоретическим: $\omega = k^2 c^2 H_0 R / 4\pi$) и удельное сопротивление $\varrho = m/ne^2\tau$ (сравнивая экспериментальное значение ширины резонанса с теоретическим: $\gamma/\omega = 1/\Omega\tau = \varrho/H_0 R$ при $kl \ll 1$) материала образца. Такие исследования проведены для Cu, Ag, Au, Pb, Sn, Zn, Cd, Hg⁸.

Соотношение (3), связывающее частоту и волновой вектор спиральной волны, справедливо только для волн значительно более длинных, чем ларморовский радиус электрона $R_H = v_F/\Omega$. Поправку к частоте спиральных волн, связанную с конечностью величины kR_H , можно найти следующим образом. Для волн, распространяющихся вдоль магнитного поля H_0 , направленного вдоль оси z , получаем

$$\frac{ck}{\omega} E = -iH, \quad kH = -\frac{4\pi}{c} j, \quad (4)$$

где

$$E = E_x + iE_y, \quad H = H_x + iH_y,$$

a — плотность тока

$$j = e \int (v_x + iv_y) f_1 dv \quad (5)$$

определяется возмущенной функцией распределения f_1 , удовлетворяющей линеаризованному кинетическому уравнению

$$\begin{aligned} -i\omega f_1 + ikv \cos \theta f_1 - \Omega \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} &= e (E_x v_x + E_y v_y) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = \\ &= e \frac{E e^{-i\varphi} + E^* e^{i\varphi}}{2} v \sin \theta \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \end{aligned} \quad (6)$$

(v , θ , φ — сферические координаты в пространстве скоростей). Подставляя в (5) решение (6) и выражая E через H с помощью (4), получаем для случая газа, заполняющего ферми-сферу радиусом v_F , дисперсионное уравнение

$$\omega A = \frac{cH_0}{4\pi n_0 e} k^2,$$

где

$$A = \frac{3}{4} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{1 + \frac{\omega}{\Omega} + \frac{kv_F}{\Omega} \cos \theta} d(\cos \theta) = 1 + \frac{1}{5} k^2 R_H^2 + \dots$$

Таким образом, уменьшение частоты спиральной волны равно⁹

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{1}{5} k^2 R_H^2. \quad (7)$$

Это значение хорошо согласуется с экспериментальными данными¹⁰ (рис. 3).

2. Нейтральная плазма полуметаллов и полупроводников. В такой плазме наряду с лэнгмюровскими колебаниями могут существовать продольные электронно-дырочные звуковые волны (аналогичные ионно-звуковым волнам в газовой плазме⁵³). Если, например, массы дырок и электронов (m_+ , m_-) и средние энергии их хаотического движения (T_+ , T_-) удовлетворяют неравенствам: $m_+ \gg m_-$, $T_- \gg T_+$, то в такой волне дырки движутся под действием переменного электрического поля $m dU_+/dt = -e \nabla \phi$, создаваемого пространственным зарядом: $-\Delta \phi = 4\pi e (n_+ - n_-)$; плотность дырок связана с их скоростью: $\partial n_+/\partial t = -\nabla n_+ U_+$, плотность же электронов при достаточно большой частоте столкновений определяется распределением Больцмана:

$$n_- = N e^{-e\phi/T_-}.$$

Для плоской волны малой амплитуды получаем отсюда следующую связь частоты с волновым вектором^{*}):

$$\omega^2 = \frac{c_s^2 k^2}{1 + k^2 D^2},$$

где $c_s = \sqrt{\frac{T_-}{m_+}}$, $D = \left(\frac{4\pi N e^2}{T_-}\right)^{-1/2}$.

При наличии внешнего магнитного поля в нейтральной плазме полуметаллов и полупроводников могут распространяться так называемые альвеновские и магнитозвуковые волны. При распространении в холодной плазме ($nT \ll H_0^2$) волны с частотой ω , значительно меньшей циклотронных частот носителей заряда, скорость частиц в волне определяется дрейфом поперек магнитного поля \mathbf{H}_0 под действием электрического поля \mathbf{E} и силы инерции $\mathbf{F}_\Pi = -m \frac{\partial}{\partial t} \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}_0]}{H_0^2} = im\omega c \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}_0]}{H_0^2}$:

$$\mathbf{v} = c \left[\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{F}_\Pi}{e} \right) \frac{\mathbf{H}_0}{H_0^2} \right].$$

Ток, вызванный колебательным движением зарядов плазмы с такой скоростью, создает магнитное поле волны

$$i[\mathbf{k}\mathbf{H}] = [i\mathbf{k} \left\{ \frac{c\mathbf{k}}{\omega} \mathbf{E} \right\}] = \frac{4\pi}{c} \sum n e \left(i\omega \frac{mc^2}{e} \frac{\mathbf{E}}{H_0^2} \right). \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что для альвеновской волны (вектор \mathbf{E} лежит в плоскости \mathbf{k} , \mathbf{H}_0)

$$\omega = v_A k \cos \vartheta \quad (9)$$

^{*}) Подробный анализ распространения продольных волн в электронно-дырочной плазме см. в работе¹¹.

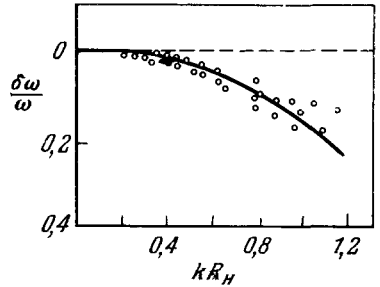


Рис. 3.

(θ — угол между направлением распространения волны и внешним магнитным полем \mathbf{H}_0), для магнитозвуковой волны (вектор \mathbf{E} перпендикулярен к плоскости \mathbf{k} , \mathbf{H}_0)*)

$$\omega = v_A k. \quad (10)$$

Альвеновские и магнито-звуковые волны наблюдались в экспериментах с Bi и его сплавами с Sn, Te¹² (в этих опытах было $H_0 \approx 10$ кэс, $v_A = 10^7 \div 10^8$ см/сек).

При достаточно большом внешнем магнитном поле наблюдается циклотронное поглощение спиральных и альвеновских волн плазмой носителей, имеющее место в случае, когда частота волны в системе координат, связанной с движущимся носителем,

$$\omega' = \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}$$

совпадает с частотой обращения носителя в магнитном поле: $\omega' = \Omega$. Если внешнее магнитное поле таково, что удовлетворяется неравенство $\Omega > \omega + k(\omega) v_F$ (где v_F — фермиевская скорость носителей), то совпадение частот ω' и Ω невозможно и циклотронное поглощение отсутствует. Распространение альвеновских волн в плазме твердого тела и циклотронное затухание наблюдалось в Bi и сплавах Bi — Sn, Bi + Te^{14, 15}.

Результаты экспериментов⁵⁹ по циклотронному поглощению спиральных волн в Na хорошо согласуются с теоретическим соотношением для критического магнитного поля $H_{кр}$, при котором исчезает циклотронное поглощение спиральных волн:

$$\frac{eH_{кр}}{mc} = k(\omega) v_F = \left(\frac{\omega}{\frac{eH_{кр}}{4\pi n_0 e}} \right)^{1/2} v_F$$

($\omega \ll \Omega$).

3. З а р я ж е н н а я п л а з м а п о л у п р о в о д н и к о в. Наличие заряженной (электронной, дырочной или электронно-дырочной) плазмы в полупроводниках приводит к возникновению магнитоплазменного резонанса, который наблюдается при воздействии однородного высокочастотного электрического поля \mathbf{E} на полупроводниковый образец, помещенный в постоянное магнитное поле. Магнитное поле волны, распространяющейся вдоль \mathbf{H}_0 , определяется равенством**)

$$kH = -\frac{4\pi}{c} \sum n e U + \varepsilon \frac{i\omega}{c} E,$$

где

$$U = -i \frac{eE}{m} (\Omega - \omega)^{-1}$$

— скорость носителей в электрическом поле волны, $\mathbf{E} = -i(\omega/c\mathbf{k})H$, а суммирование производится по сортам носителей. Отсюда следует, что

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon + \sum \frac{\omega_p^2}{\omega(-\omega + \Omega)} \right). \quad (11)$$

В случае носителей одного сорта и $\varepsilon = 1$ из уравнения (11) следует (вследствие однородности поля $k = 0$), что резонанс имеет место при условии

$$\Omega = \omega - \frac{\omega_p^2}{\omega}$$

*) Анализ дисперсионных соотношений на основе кинетического уравнения в модели свободных носителей см. в ^{12, 13} и цитированных там работах.

**) $E = E_x + iE_y$, $H = H_x + iH_y$, $U = U_x + iU_y$.

(учет деполяризации в образце приводит к замене ω_p на $A\omega_p^0$, где $A = -L(1 + \chi L)^{-1}$, χ — диэлектрическая восприимчивость кристаллической решетки, L — фактор деполяризации образца^{16, 17}). Сравнение теоретических и экспериментальных данных (проведенное для Ge¹⁷) позволяет определить плотность плазмы, эффективные массы носителей и частоту соударений.

II. ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ

Течения плазмы твердых тел — это направленное движение носителей, возникающее при наличии градиентов электрического и химического потенциалов, температуры. Эти течения давно и подробно изучались в экспериментах по определению сопротивления твердых тел (в магнитном поле и в его отсутствие), термоэлектрических коэффициентов, постоянной Холла и т. д.

Мы рассмотрим два случая течения плазмы твердых тел: 1) течение заряженной плазмы металлов по проводнику переменного сечения, приводящее к появлению так называемой конфигурационной э. д. с.^{18, 19}; 2) течение нейтральной плазмы полупроводника во внешнем магнитном поле, приводящее к появлению у плазмы магнитного момента²⁰.

1. При протекании электрического тока по металлической проволоке, поперечное сечение которой в какой-то точке резко уменьшается, в этой точке возникает скачок потенциала (рис. 4). Причина появления скачка потенциала следующая. Поскольку при стационарном течении накопление заряда невозможно, полный ток, проходящий через области 1 и 2, должен быть одним и тем же; поэтому плотность тока при переходе в область 2 скачком возрастает. Заряженная плазма металла практически несжимаема, так что увеличение плотности тока $j = neU$ может быть связано только с увеличением скорости U . Резкое увеличение скорости плазмы в переходной области предполагает существование δ -образного электрического поля

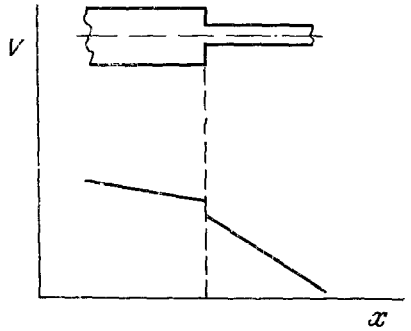


Рис. 4.

$$E = \frac{m}{e} \frac{dU}{dt}$$

на границе областей 1 и 2; скачок потенциала

$$v_2 - v_1 = - \int_1^2 E dx$$

можно выразить через площади поперечного сечения проводника S_1 и S_2 и полный ток I :

$$v_2 - v_1 = - \int_1^2 \frac{m}{e} \frac{dU}{dt} dx = - \frac{m}{2e} (U_2^2 - U_1^2) = - \frac{1}{2} \frac{m}{e} \left(\frac{1}{ne} \right)^2 I^2 \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right). \quad (12)$$

Конфигурационная э. д. с. (12) *) меняет знак при изменении знака заряда но не зависит от направления тока I .

2. Рассмотрим радиальную диффузию нейтральной плазмы твердого тела к поверхности цилиндрического образца (радиусом R), находящегося во внешнем аксиальном магнитном поле. Поскольку накопление заряда в стационарных условиях отсутствует, электроны и дырки должны двигаться с одинаковой скоростью $v_r^+ = v_r^-$ в радиальном направлении и вращаться в азимутальном направлении со скоростями v_θ^\pm , создавая азимутальный электрический ток $j_\theta = \Sigma n e v_\theta$ (суммирование по электронам и дыркам) и аксиальный магнитный момент со средней плотностью

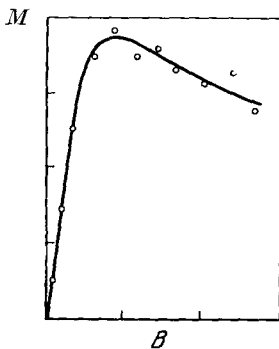


Рис. 5.

$$M = \frac{1}{2c} \frac{\int_0^R r j_\theta(r) 2\pi r dr}{\pi R^2}. \quad (13)$$

Выражая из уравнений движения

$$e_\pm E_r + e_\pm \frac{v_\theta^\pm}{c} H - \frac{m_\pm v_r}{\tau_\pm} - \frac{T \nabla_r n}{n} = 0, \\ -e_\pm \frac{v_r}{c} H - \frac{m_\pm v_\theta^\pm}{\tau_\pm} = 0$$

азимутальные скорости v_θ^\pm через $\nabla_r n$ и подставляя в (13) ток $j_\theta = n (e_+ v_\theta^+ + e_- v_\theta^-)$ и градиент плотности $\nabla_r n = -n \delta (r - R + 0)$ (предполагая таким образом, что имеется резкое падение плотности вблизи поверхности образца), получаем

$$M = -\frac{2nT}{H} \frac{\left(\frac{\mu H}{c}\right)^2}{1 + \left(\frac{\mu H}{c}\right)^2} \quad (14)$$

где $\mu = (\mu_+ + |\mu_-|)^{1/2}$ — средняя подвижность.

Результаты экспериментального исследования фотоманитного момента **) плазмы германия ²⁰ согласуются с формулой (14) (рис. 5).

Если в плазме идет диффузия внутрь образца, то радиальный градиент плотности меняет знак, а вместо диамагнитного момента (14) должен возникать парамагнитный $|M|$; такой парамагнитный момент действительно наблюдается ²⁰.

Таким образом, плазма твердых тел может быть как диамагнетиком, так и парамагнетиком, в зависимости от условий создания неравновесной концентрации носителей.

III. УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЙ

Ламинарное течение плазмы твердых тел, обусловленное наличием градиентов электрического потенциала, температуры, плотности и т. д., может оказаться неустойчивым. Неустойчивость плазмы проявляется двояко: во-первых, возмущение, создаваемое внешним источником, в неустойчивой плазме усиливается; во-вторых, даже при отсутствии

*) Расчет конфигурационной э. д. с., основанный на уравнении Больцмана для свободных электронов, рассеивающихся на неподвижных центрах, приводит к появлению в формуле (12) множителя порядка единицы ¹⁹.

**) Возникающего при создании неравновесной концентрации плазмы путем освещения образца Ge.

внешнего сигнала, наблюдается рост флуктуаций, всегда присутствующих в плазме, и изменение усредненных характеристик течения.

Одной из хорошо известных неустойчивостей течения является так называемая двухпотоковая (или «пучковая») неустойчивость, возникающая в нейтральной плазме при наличии достаточно быстрого относительного движения противоположно заряженных компонент плазмы (см., например, обзор работ по пучковой неустойчивости в газовой плазме ⁴⁴). Так, из гидродинамических уравнений, описывающих движение двухкомпонентной плазмы с достаточно большими временами релаксации *),

$$\frac{\partial v_{\pm}}{\partial t} + (U_{\pm} \nabla) v_{\pm} = -s_{\pm}^2 \frac{\nabla n_{\pm}}{n_{\pm}} + e_{\pm} \frac{E}{m_{\pm}},$$

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + N_{\pm} \nabla v_{\pm} + U_{\pm} \nabla n_{\pm} = 0,$$

$$\nabla E = 4\pi e (n_+ - n_-)$$

(s_{\pm} — средние тепловые скорости, U_{\pm} — скорости упорядоченного движения компонент, которые для простоты предполагаются параллельными, v_{\pm} , n_{\pm} — возмущения скоростей и плотностей, E — электрическое поле) для плоской волны $\exp(-i\omega t + ikx)$, распространяющейся вдоль скорости относительного движения, получаем следующую связь частоты и волнового вектора:

$$k^2 \rightarrow \sum \frac{\omega_p^2}{\left(\frac{\omega}{k} - U\right)^2 - s^2} \equiv F\left(\frac{\omega}{k}\right) \quad (15)$$

(ω_p — плазменная частота; суммирование производится по сортам носителей). Из формулы (15) следует, что при $|U_+ - U_-| > s_+ + s_-$ всегда найдутся такие достаточно длинные волны ($k < k_1 \approx \omega_p/U$), для которых имеются два действительных и два комплексных корня дисперсионного уравнения (15) (рис. 6); частота таких волн оказывается комплексной, и возмущения с длиной волны $\lambda > 2\pi/k_1$ будут нарастать.

Таким образом, если скорость относительного движения электронов и дырок превышает сумму их тепловых (или фермиевских) скоростей, течение плазмы твердого тела будет неустойчивым.

Вторым примером неустойчивости течения может служить так называемая винтовая неустойчивость тока в продольном магнитном поле.

Винтовая неустойчивость возникает при одновременном воздействии на плазму достаточно сильных (параллельных или почти параллельных) электрического (E) и магнитного (H) полей. При этом плазма носителей в образце конечных размеров является неоднородной ($\nabla_0 N \neq 0$).

Рассмотрим задачу о распространении в такой плазме плоской волны (все величины в которой меняются пропорционально $e^{-i\omega t + ikx}$), предполагая, что: а) $\Omega\tau \ll 1$, б) длина волны значительно меньше характерных размеров изменения параметров плазмы:

$$\frac{1}{k} \frac{\nabla_0 N}{N} \ll 1,$$

в) колебания являются низкочастотными ($\omega\tau \ll 1$), потенциальными ($E = -\nabla\Phi$) и плазма все время остается квазинейтральной ($N_+ = N_-$).

*) Расчет условий возникновения двухпотоковой неустойчивости в плазме проводников с малыми временами релаксации см., например, в работе ²¹.

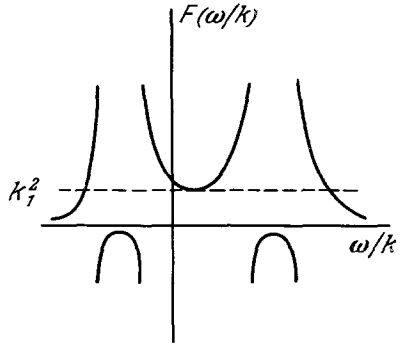


Рис. 6.

В этих условиях из уравнений движения

$$-\frac{T\nabla N}{N} - \frac{m}{\tau} U + e\mathcal{E} + \frac{e}{c} UH = 0$$

находим

$$U_\alpha = \left(-\frac{D\nabla_\beta N}{N} + \mu\mathcal{E}_\beta \right) (\delta_{\alpha\beta} + \Omega\tau\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}h_\gamma)$$

($D = T\tau/m$ — коэффициент диффузии, $\mu = e\tau/m$ — подвижность, $\mathbf{h} = \mathbf{H}/H$, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ — единичный полностью антисимметричный тензор); подставляя это выражение в уравнение непрерывности

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla_\alpha N U_\alpha = 0,$$

получаем уравнение для плотности зарядов плазмы N_\pm

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla_\alpha (-D\nabla_\beta N + \mu\mathcal{E}_\beta N) (\delta_{\alpha\beta} + \Omega\tau\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}h_\gamma) = 0. \quad (16)$$

Линеаризуя это уравнение, т. е. полагая $N = N + n$, $\mathcal{E} = E - ik\varphi$, $\nabla = \nabla_0 + ik$, удерживая в (16) члены, пропорциональные амплитуде переменной плотности n и потенциалу φ , и учитывая, что $\nabla_0 E = 0$, получаем следующее соотношение между n и φ :

$$-i\omega n + (D_\pm k_\alpha k_\beta n + \mu_\pm N k_\alpha k_\beta \varphi - \mu_\pm ik_\beta \varphi \nabla_\alpha N + \mu E_\beta ik_\alpha n) (\delta_{\alpha\beta} + \Omega_\pm \tau_\pm \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} h_\gamma) = 0$$

(здесь и ниже индекс 0 у ∇_0 опущен).

Приравнивая нулю детерминант этой системы двух алгебраических уравнений для величин n и φ , приходим к следующему дисперсионному уравнению, связывающему частоту ω с волновым вектором k :

$$A_+ B_- - B_+ A_- = 0, \quad (17)$$

где

$$A = -\omega + \mu k E - i \frac{\mu T}{e} k^2 + \mu \Omega \tau k [Eh],$$

$$B = \mu k^2 N - \mu ik \nabla N - \mu \Omega \tau ik [\nabla N h].$$

Из (17) получаем мнимую часть γ комплексной частоты $\omega + i\gamma$

$$\gamma = \frac{\mu_+ |\mu_-|}{\mu_+ + |\mu_-|} (k^2 N)^{-1} \left[-\frac{2T}{|e|} k^4 N - (\Omega_+ \tau_+ + |\Omega_- \tau_-|) [(kE)(k[\nabla N h]) - (k\nabla N)(k[Eh])] \right]. \quad (18)$$

Если, например, векторы \mathbf{E} , \mathbf{h} направлены по оси z , а ∇N — по оси x , то волны будут нарастать при условии, что

$$\frac{\Omega_+ \tau_+ + |\Omega_- \tau_-|}{2} \frac{|e| E \lambda}{T} \frac{\lambda \nabla_x N}{N} \frac{k_y k_z}{k^2} > 1 \quad \left(\lambda \equiv \frac{1}{k} \right).$$

Отсюда следует, что при заданном k_z нарастают волны лишь с одним знаком k_y , т. е. растущие возмущения являются винтовыми.

Экспериментальное исследование винтовой неустойчивости показывает, что теория в целом правильно описывает явление*), проверена теоретическая зависимость критического магнитного поля от электриче-

*) Более подробный анализ условий возникновения винтовой неустойчивости в полупроводниках и полуметаллах см. в работах ^{22,57} (впервые теория винтовой неустойчивости была развита в применении к газовой плазме положительного столба тлеющего разряда ⁵⁴).

ского ($H_{кр} \sim E^{-1}$, рис. 7) ^{23, 57}, зависимость критической частоты (при которой затухание сменяется усилением) от E ^{23, 57}, исследован характер искажения тока при возникновении неустойчивости и показано, что возникающее возмущение действительно является винтовым ²⁴.

При прохождении через плазму твердых тел сильного электрического тока в ней наблюдается пинч-эффект — стягивание плазмы в шнур под действием пондеромоторной силы $[jH]$, обусловленной взаимодействием тока с созданным им самим магнитным полем ²⁶⁻²⁹. Температура и плотность такого сжатого состояния плазмы определяется балансом сил, действующих в плазменном шнуре (равновесие кинетического давления плазмы и давления магнитного поля), и балансом подвода (джоулево тепло) и отвода (нагревание решетки, теплопроводность) энергии. Образование плазменного шнура может сопровождаться рядом вторичных явлений: значительным изменением электросопротивления (т. е. вольт-амперной характеристики) ^{27, 28}, возбуждением стоячих звуковых волн в образце ²⁹, появлением свечения, обусловленного рекомбинацией электронов и дырок в плазме с неравномерной плотностью носителей ²⁷, нагревом и плавлением кристаллической решетки в области плазменного шнура ²⁶, раскалыванием образца под действием возникающих при пинч-эффекте механических и термических напряжений ²⁶ и т. п. Наряду с методом пропускания сильного тока через $p-n$ -переход, пинч-эффект в плазме твердых тел может быть в принципе использован для создания лазера, использующего рекомбинационное излучение электронно-дырочных пар и преобразующего электрическую энергию непосредственно в энергию когерентного светового излучения.

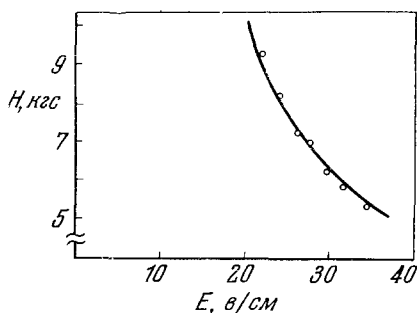


Рис. 7.

IV. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЕБАНИЙ РЕШЕТКИ С ПЛАЗМОЙ

Взаимодействие плазмы твердых тел с решеткой кристалла приводит к ряду эффектов, проявляющихся при распространении звука в твердых телах. К таким эффектам относятся изменение скорости звука, затухание (или усиление) звука за счет взаимодействия с плазмой, появление локальных аномалий на дисперсионных кривых.

1. Движение плазмы твердых тел в переменном электрическом поле, возникающем вследствие деформации кристаллической решетки при распространении звуковой волны, приводит к изменению скорости звука в магнитном поле Δs , измеренному в ряде твердых ^{30, 31} (Cu, Ag, Au, Al, Ta, V) и жидких ³² (Hg, Ka + Na, Pb, Si, Al) металлов; экспериментальные и теоретические значения Δs хорошо согласуются между собой.

2. Характер взаимодействия частиц плазмы твердого тела с колебаниями решетки в разных телах различен (хотя во всех случаях сила, действующая на частицы плазмы со стороны деформированной решетки, имеет электрическую природу). Рассмотрим один из часто встречающихся типов взаимодействия, когда лагранжиан системы, состоящей из решетки и плазмы, имеет следующий вид ³³:

$$L = \frac{MN}{2} \int \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 - s^2 (\nabla \xi)^2 \right] dx + \sum \frac{mv^2}{2} + \sum q \nabla \xi. \quad (19)$$

Здесь первое слагаемое — лагранжиан звуковых колебаний, второе — кинетическая энергия частиц плазмы, третье — энергия взаимодействия этих частиц с деформированной решеткой. Величина ξ в уравнении (19) — деформация, M , N — масса и плотность атомов решетки, m — массы носителей, q — постоянные взаимодействия; суммирование проводится по всем частицам плазмы.

Переходя к непрерывному описанию плазмы и варьируя (19), получаем неоднородное уравнение Даламбера для деформации

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - s^2 \Delta \xi = - \frac{1}{MN} \sum q \nabla n \quad (20)$$

(n — плотность частиц плазмы) и уравнение движения частиц в звуковом поле

$$m \frac{dv}{dt} = + q \nabla^2 \xi. \quad (21)$$

В действительности в уравнении (21), кроме деформационной силы $q \nabla^2 \xi$, должны присутствовать градиент давления, сила Лоренца и сила трения, так что полное уравнение движения принимает вид

$$m \frac{dv}{dt} = q \nabla^2 \xi - \frac{\nabla p}{n} + e \left(E + \frac{v}{c} H \right) - \frac{mv}{\tau}. \quad (22)$$

При распространении звуковой волны плазма под действием деформационных сил приходит в движение и вызывает изменение свойств самой волны. Рассмотрим для определенности случай нейтральной плазмы из частиц двух сортов и предположим, что силы инерции и трения малы, а плазма при распространении звука остается квазинейтральной; тогда из (22) получим

$$\left. \begin{aligned} eE - T_1 \frac{\nabla n}{n} + q_1 \nabla^2 \xi &= 0, \\ -eE - T_2 \frac{\nabla n}{n} + q_2 \nabla^2 \xi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

(где $T_{1,2} = \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_{1,2}$ — средние энергии хаотического движения частиц), так что изменение плотности плазмы, вызванное волной деформации, равно

$$\frac{\delta n}{n} = \frac{q_1 + q_2}{T_1 + T_2} \nabla \xi.$$

Подставляя δn в (20), находим измененное значение скорости звука:

$$s'^2 = s^2 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{T_1 + T_2} \frac{n}{NM}. \quad (24)$$

Оказывается, однако, что взаимодействие звуковой волны с вырожденной плазмой может приводить не только к грубому эффекту — изменению наклона прямой $\omega = sk$, но и к появлению на дисперсионной кривой локальной особенности при $k = 2k_F$ ³⁴. Для выяснения характера этой особенности воспользуемся уравнением для матрицы плотности частиц плазмы

$$i \frac{\partial \varrho(y, z)}{\partial t} = \left(-\frac{\Delta_y}{2} + \frac{\Delta_z}{2} + \Psi(y) - \Psi(z) \right) \varrho(y, z). \quad (25)$$

Здесь

$$\Delta_y = \frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$\Psi = e\Phi - q\nabla\xi$ — потенциальная энергия частицы в деформационном и электрическом ($E = -\nabla\Phi$) полях. Переходя в (25) к переменным $x = (y - z)/2$, $x' = y - z$ и вводя квантовую функцию распределения³⁵

$$f_{xp} = \sum_{x'} e^{-ix'p} \varrho \left(x + \frac{x'}{2}, x - \frac{x'}{2} \right), \quad (26)$$

получим для ее компоненты Фурье

$$f_{kp} = \sum_x f_{xp} e^{-ikx}$$

квантовое кинетическое уравнение

$$\frac{\partial f_{kp}}{\partial t} + i\mathbf{k}\mathbf{p}f_{kp} = \Psi_k \frac{f_{p+\frac{k}{2}} - f_{p-\frac{k}{2}}}{i}. \quad (27)$$

Для плоской звуковой волны $\exp(-i\omega t + ikx)$, распространяющейся в двухкомпонентной плазме, линеаризуя (27) и подставляя

$$\Psi_k = \frac{1}{ik} (-eE - q\nabla^2\xi),$$

получаем

$$\begin{aligned} eE - \frac{1}{\beta_1} \frac{\nabla n}{n} + q_1 \nabla^2 \xi &= 0, \\ -eE - \frac{1}{\beta_2} \frac{\nabla n}{n} + q_2 \nabla^2 \xi &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\beta = \int \frac{f_{p+\frac{k}{2}} - f_{p-\frac{k}{2}}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{p}} d\mathbf{p}, \quad (28)$$

так что мы снова приходим к уравнению (23), в котором, однако, величины T заменены на β^{-1} . В случае, когда частицы в пространстве импульсов заполняют ферми-сферу, величина β вблизи $k = 2k_F$ имеет особую часть $\beta(k) - \beta(k_F) \propto (k - 2k_F) \ln |k - 2k_F|$; поэтому на дисперсионной кривой звука при наличии плазмы появляется логарифмическая особенность у групповой скорости:

$$\frac{d\omega}{dk} \sim \ln \left| 1 - \frac{k}{2k_F} \right|$$

(анализ, проведенный в работе³⁶ для цилиндрической и плоской ферми-поверхности в случае металла, когда имеется только один сорт носителей, показывает, что в этом случае особенность $\frac{d\omega}{dk}$ становится более сильной).

3. При частоте звука

$$\omega = \frac{1}{4} \frac{s^2}{c^2} \frac{\omega_p^2}{\Omega},$$

соответствующей точке пересечения дисперсионных кривых звуковой ($\omega = sk$) и спиральной волн ($\omega = cH_0 k^2 / 4\pi n_0 e$), должно иметь место аномальное поглощение³⁷. Аналогичное явление должно наблюдаться при частотах, соответствующих точкам пересечения дисперсионной кривой звука с дисперсионными кривыми электронно-дырочного звука, альвеновской волны и т. д.

Действительно, вблизи точки пересечения (ω_0, k_0) дисперсионных кривых двух нормальных колебаний x и y система уравнений для

величин x и y при наличии связи между ними имеет вид

$$\begin{aligned}(\Omega - i\gamma - s_1 q - i\Gamma_1)x + \Lambda y &= 0, \\ (\Omega - i\gamma - s_2 q - i\Gamma_2)y + \Lambda x &= 0,\end{aligned}$$

где $\Omega = \omega - \omega_0$, $q = k - k_0$, а члены, содержащие Λ , описывают связь между колебаниями. Считая Λ действительным, получаем следующие выражения для частоты $\Omega_{1,2}$ и затухания $\gamma_{1,2}$ (которое предполагается малым) «смешанных» колебаний (рис. 8):

$$\left. \begin{aligned}\Omega_{1,2} &= -\frac{s_1 + s_2}{2} q \pm \sqrt{\left(\frac{s_1 - s_2}{2}\right)^2 q^2 + \Lambda^2}, \\ \gamma_{1,2} &= \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} \pm \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{2} \frac{\frac{s_1 - s_2}{2} q}{\sqrt{\left(\frac{s_1 - s_2}{2}\right)^2 q^2 + \Lambda^2}}.\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

ли декременты затухания Γ_1 и Γ_2 сильно различаются, то колебание, слабо затухающее вдали от точки пересечения, вблизи нее затухает очень сильно:

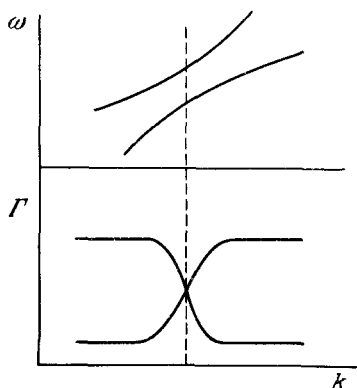


Рис. 8.

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2}$$

при $q = 0$.

Экспериментальное исследование дисперсии колебания вблизи точки пересечения дисперсионных кривых спиральной и звуковой волн³⁸ подтверждает теорию³⁷.

4. Затухание звуковых волн, обусловленное взаимодействием с плазмой твердых тел, в различных твердых телах имеет разную природу. Причиной затухания звука в заряженной решетке металла или полупроводника (где при движении решетки возмущается ее объемный заряд) является вязкость η заряженной плазмы носителей.

Если длина волны звука становится меньше длины свободного пробега электрона, вязкое затухание ($\propto \omega^2$) сменяется затуханием Ландау ($\propto \omega$), обусловленным взаимодействием звуковой волны с резонансными электронами (проекция скорости которых на направление распространения волны равна скорости звука: $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v}$). Величину этого затухания для продольных волн ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{E} \parallel \mathbf{U}$) можно найти, линеаризуя уравнения непрерывности и движения решетки

$$-i\omega\delta N + ikNU = 0, \quad -i\omega MU = eE,$$

кинетическое уравнение для электронов

$$(-i\omega + ik\mathbf{v})\delta f = \frac{e\mathbf{E}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}$$

и подставляя значения δN и δf в равенство (справедливое для длин волн $ka \ll 1$; a — межатомное расстояние) $\delta N = \int \delta f d\mathbf{v}$. Из полученного таким образом дисперсионного уравнения

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{M}{m} \frac{1}{N} \int \frac{\mathbf{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}} d\mathbf{v}$$

следует $\omega = ks(1 - i\delta)$, где $s \approx \left(\frac{m}{M} \langle v^2 \rangle\right)^{1/2}$, $\delta \approx \frac{s}{\langle v^2 \rangle^{1/2}}$. Звуковая волна, в которой не возникает объемного заряда ионов (поперечная волна в диэлектрике, полупроводнике), затухает из-за джоулевых потерь у носителей. При наличии сильного внешнего магнитного поля ($\Omega\tau \gg 1$) затухание звука может достигать большой величины из-за появления у носителей (колеблющихся со скоростью $v_{||}$ под влиянием деформации решетки вдоль направления распространения волны) большой поперечной скорости $v_{\perp} = \Omega\tau v_{||}$.

Экспериментальное наблюдение затухания звука согласуется с теорией и позволяет определить ряд характеристик плазмы^{38, 39}.

Диссипативные механизмы, обуславливающие в обычных условиях затухание звука, при достаточно быстром движении плазмы носителей в кристаллической решетке приводят к усилению звуковых волн⁴⁰.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда взаимодействие звука с плазмой описывается деформационным потенциалом, и предположим для простоты, что «деформационный заряд» q отличен от нуля лишь у одного сорта носителей. Если пренебречь собственным давлением и электрическим полем носителей, их скорость в плоской звуковой волне $\exp(-i\omega t + ikx)$ определяется равенством деформационной силы и силы трения:

$$v = -k^2 \frac{q\tau}{m} \xi.$$

Колебания плотности носителей, как видно из уравнения непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} + N\nabla v + U\nabla n = -i\omega n + ikNv + ikUn = 0,$$

находятся в фазе с колебаниями скорости при дозвуковой направленной скорости носителей ($U < s$) и в противофазе — при сверхзвуковой скорости ($U > s$):

$$\frac{n}{N} = \frac{v}{\frac{\omega}{k} - U}.$$

Отсюда следует, что правая часть неоднородного уравнения Даламбера для деформации (20), в силу ее мнимости описывающая затухание звука, меняет знак при $U = \omega/k \approx s$:

$$-\omega^2 + s^2 k^2 = +i \frac{q^2 k^3 \tau}{Mm} \frac{1}{\frac{\omega}{k} - U},$$

т. е. затухание при $U > s$ сменяется усилением. Как и затухание, усиление звуковых волн плазменным потоком в различных твердых телах обусловлено разными механизмами.

а) При распространении длинноволнового звука в заряженной решетке металла или полупроводника носители совершают колебания под действием силы со стороны решетки и под действием силы вязкости

$$\eta \frac{\partial^2 v_{\perp}}{\partial x^2} = -k^2 \eta v_{\perp}.$$

Поскольку возмущения объемного заряда для плазмы большой плотности должны отсутствовать, возмущения плотности носителей

$$\delta n_{\perp} = kNv_{\perp} (\omega - \mathbf{kU})^{-1}$$

(U — дрейфовая скорость носителей, v_- — колебательная скорость носителей) и решетки $\delta n_+ = kNv_+$ (v_+ — скорость решетки) равны, так что

$$v_- = \left(1 - \frac{kU}{ks}\right) v_+$$

и, следовательно, сила, действующая со стороны носителей на решетку, $F = k^2\eta v_-$, равна

$$k^2\eta \left(1 - \frac{kU}{ks}\right) v_+.$$

При $U < s$ эта сила определяет затухание ультразвука ³⁸, а при $U > s$ приводит к усилению.

б) Звуковые волны, в которых не возникает объемного заряда решетки, вызывают колебательное движение носителей со скоростью $v = \frac{\tau}{m} F$, где F — сила взаимодействия решетки с носителями. Колебания потока носителей, вызванные этой силой, равны

$$i = \delta n U + Nv = \frac{N\tau}{m} F \left(1 - \frac{kU}{ks}\right)^{-1},$$

так что диссипация энергии волны (среднее значение работы, произведенной силой F) пропорциональна величине

$$\langle iF \rangle \propto \frac{\frac{N\tau}{m}}{1 - \frac{kU}{ks}} \langle F^2 \rangle;$$

ширина резонанса в точке $kU/ks = 1$ равна

$$\Delta \approx \frac{4\pi\sigma}{\omega} (1 + k^2 D^2),$$

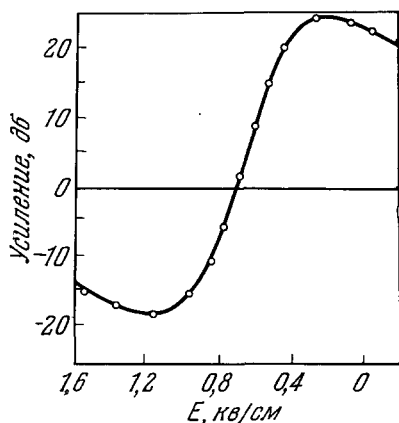


Рис. 9.

где σ — проводимость, а D — дебаевский радиус плазмы носителей. Это выражение удовлетворительно описывает затухание ($U < s$) и усиление ($U > s$) ультразвука в полупроводниках ⁴¹ (рис. 9).

в) В скрещенных электрическом и магнитном полях, наложенных на плазму, носители дрейфуют со скоростью

$$U = \frac{c[E_0 H_0]}{H_0^2}.$$

Взаимодействие со звуковой волной, распространяющейся вдоль вектора E_0 , приводит к появлению в плазме постоянного тока, пропорционального квадрату амплитуды колебательной скорости носителей в волне:

$$\langle j \rangle = \langle ev_{\perp} \delta n \rangle = \frac{e \frac{\Omega \tau}{s}}{1 - \frac{kU}{ks}} \langle v_{\parallel}^2 \rangle$$

(ширина резонанса в точке $kU/ks = 1$ равна

$$\Delta \approx \frac{v_F}{s} kl (\Omega^2 \tau^2 + k^2 l^2)^{-1},$$

где v_F — средняя скорость хаотического движения носителей, l — длина свободного пробега). Работа электрического поля при $U < s$ приводит

к затуханию ультразвука, хорошо исследованному экспериментально³⁹; при $U > s$ затухание звука сменяется усилением.

В условиях, когда скорость направленного (дрейфового) движения настолько велика, что возможно усиление звука, может иметь место нарастание амплитуды тепловых звуковых колебаний; поскольку в таких условиях в основном нарастают волны, распространяющиеся вдоль вектора направленной скорости носителей, возникает дополнительная передача импульса направленного движения от плазмы к решетке, т. е. дополнительная сила трения плазмы о кристаллическую решетку. Появление такой силы приводит к излому вольт-амперной характеристики исследуемого образца, т. е. к скачкообразному уменьшению наклона кривой зависимости тока от напряжения в отсутствие магнитного поля⁴² (увеличение трения уменьшает ток) и к аналогичному скачкообразному возрастанию наклона в сильном магнитном поле (увеличение трения увеличивает ток)^{43, 44}.

Аналогично усилению и генерации звука*), возможно усиление (и генерация) магнитных возбуждений потоком плазмы твердых тел в ферромагнетиках, антиферромагнетиках и ферритах, усиление рэлеевских волн, волн изгиба⁴⁷ и т. п.

В случае, когда затухание волн и частота столкновений частиц невелики, так что можно считать волны, электроны и дырки слабо взаимодействующими квазичастицами, можно указать следующее приближенное условие такого усиления: направленная скорость носителей должна превышать фазовую скорость возбуждаемых волн. Действительно, гамильтониан взаимодействия отдельных электронов и дырок (фермионы) с волнами (бозоны) имеет вид взаимодействия «тока» частиц с «полем» волн:

$$H = \sum_{pp'} \lambda a_p^+ a_{p'} b_{p-p'} + \text{эрм. сопр.},$$

где a^+ , a , b^+ , b — операторы рождения и уничтожения частиц и волн соответственно, λ — амплитуда взаимодействия. Следовательно, уравнение для плотности волн N_k в пространстве волновых чисел k имеет вид (для слабого взаимодействия)

$$\dot{N}_k = \sum_p w [(N_k + 1) n_{p+\frac{k}{2}} (1 - n_{p-\frac{k}{2}}) - N_k n_{p-\frac{k}{2}} (1 - n_{p+\frac{k}{2}})] \delta(\varepsilon_{p+\frac{k}{2}} - \varepsilon_{p-\frac{k}{2}} - \omega_k),$$

где ε , ω — энергии частиц и волн, n_p — функция распределения ферми-частиц по импульсам; вероятность перехода w пропорциональна λ^2 . Считая $N_k \gg 1$ (что соответствует случаю усиления или затухания достаточно интенсивного пакета волн), получаем

$$\dot{N}_k = 2\gamma N_k, \quad \gamma = \frac{1}{2} \sum_p w (n_{p+\frac{k}{2}} - n_{p-\frac{k}{2}}) \delta(\omega_k - \mathbf{k}\mathbf{v}),$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m^*$ — скорость частиц. Для достаточно длинных волн ($k \ll p$) отсюда находим

$$\gamma \sim \left(\frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} \right)_{v = \frac{\omega_k}{k}},$$

где $f = \sum_{p_{\perp}} n_p$ (суммирование проводится по компонентам импульса, перпендикулярным к волновому вектору возбужденного колебания).

*) Линеинной теории усиления звука потоком носителей заряда посвящен ряд работ (см., например, 45); в работах 46 произведен учет ограничения амплитуды усиливающейся звуковой волны нелинейными эффектами.

Если газ частиц движется как целое со скоростью U , то

$$\frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} > 0 \text{ при } v < U \text{ и } \frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} < 0 \text{ при } v > U.$$

Поэтому при $U > \omega_k/k$ должно наблюдаться усиление волн: $\gamma > 0$.

V. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН

Волны, распространяющиеся в плазме твердых тел, взаимодействуют друг с другом. Характерные черты взаимодействия плазменных волн проще всего выяснить, рассматривая случай, когда затухание этих волн достаточно мало, так что их можно рассматривать как квазичастицы, подчиняющиеся статистике Бозе. Взаимодействие таких квазичастиц удобно описывать гамильтонианом, содержащим произведение трех, четырех



Рис. 10.

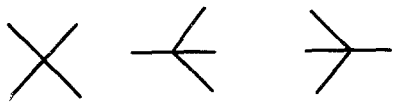


Рис. 11.

и т. д. операторов поля: $H = H^{(3)} + H^{(4)} + \dots$. В этом случае в низшем порядке теории возмущений гамильтониан $H^{(3)}$ приводит к двум процессам: а) распад одной волны на две и б) слияние двух волн в одну (рис. 10); гамильтониан $H^{(4)}$ — к трем процессам: а) рассеяние двух волн (переход двух волн в две), б) распад одной волны на три, в) слияние трех волн в одну (рис. 11). Волны, присутствующие в начальном и конечном состояниях всех этих процессов, могут принадлежать как к одной и той же, так и к различным ветвям плазменных колебаний *); во взаимодействии с плазменными волнами могут принимать участие и фононы.

Зная гамильтониан взаимодействия волн, можно получить кинетическое уравнение для функций распределения волн в пространстве волновых векторов. Например, часть гамильтониана $H^{(3)}$, описывающая распад спиральной волны («геликона») на спиральную и звуковую (фонон) и обратный процесс, имеет вид

$$H = \sum_{kq} \lambda_{kq} a_k^\dagger a_{k-q} b_q + \text{эрм. сопр.}$$

(a^+ , a ; b^+ , b — операторы рождения и уничтожения геликонов и фононов, λ_{kq} — амплитуда взаимодействия), кинетическое уравнение для функции распределения геликонов n_k принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{dn_k}{dt} = & \sum_{\substack{q \\ \omega_k = \omega_{k-q} + \Omega_q}} w [(n_k + 1) n_{k-q} N_q - n_k (n_{k-q} + 1) (N_q + 1)] + \\ & + \sum_{\substack{q \\ \omega_k + \Omega_q = \omega_{k+q}}} w [(n_k + 1) n_{k+q} (N_q + 1) - n_k (n_{k+q} + 1) N_q]. \quad (30) \end{aligned}$$

Здесь N_q — функция распределения фононов, w — вероятность процесса распада или слияния; суммирование производится по значениям волнового вектора q , удовлетворяющим законам сохранения энергии (частоты)

*) Следует заметить, что трансформация одного типа волн в другой может осуществляться не только в процессах распада, слияния и рассеяния волн, но также и в процессах индуцированного рассеяния волн на частицах плазмы.

при распаде и слиянии $\omega_k = \omega_{k-q} + \Omega_q$ в первой и $\omega_k + \Omega_q = \omega_{k+q}$ во второй сумме.

Поскольку распад геликона на геликон и фонон возможен лишь при выполнении законов сохранения энергии, распад низкочастотных геликонов вообще запрещен; при повышении частоты спиральной волны выше порогового значения $\omega_1 = s^2(\pi n_0 e / c H_0)$ (для волны, распространяющейся вдоль магнитного поля) ее групповая скорость превышает скорость звука s и становится возможным испускание геликоном фонона (распад), т. е. у спиральной волны при $\omega > \omega_1$ возникает дополнительное затухание. Аналогичное затухание, обусловленное процессами распада и слияния, возможно и для других волн в плазме твердых тел.

В некоторых случаях взаимодействие плазменных волн может иметь другой характер. Если, например, в плазме созданы высокочастотные колебания, то волна низкой частоты, распространяющаяся в такой плазме, будет создавать «сжатия» и «разрежения» в газе высокочастотных колебаний, в результате чего ее фазовая скорость, групповая скорость и декремент (инкремент) могут существенно измениться. Такое «адиабатическое» взаимодействие волн должно иметь место, в частности, при развитии пучковой неустойчивости в плазме с большими временами релаксации носителей заряда ⁴⁸.

VI. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПЛАЗМЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Амплитуда малых возмущений, развивающихся в неустойчивой плазме твердых тел, экспоненциально нарастает во времени, так что квадрат амплитуды η удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d\eta}{dt} = 2\gamma\eta. \quad (31)$$

где γ — инкремент линейной теории. По мере развития возмущения скорость его роста изменяется и уравнение (31) становится несправедливым. Если величина η невелика, а возникающие пульсации носят регулярный характер, т. е. обладают определенной частотой и длиной волны, скорость роста η можно найти, разлагая уравнения, описывающие динамику плазмы, по амплитуде возмущений. При этом мы получаем уравнение

$$\frac{d\eta}{dt} = 2\gamma_H\eta, \quad \gamma_H = \gamma + a\eta + b\eta^2 + \dots, \quad (32)$$

отличающееся от (31) заменой инкремента линейной теории γ на «нелинейный инкремент» γ_H , зависящий от квадрата амплитуды η . С помощью уравнения (32) удастся описать ряд явлений, протекающих в неустойчивой системе при небольшой надкритичности, т. е. в случае, когда инкремент γ мал.

Существуют два режима возникновения турбулентности: «мягкий» ⁵⁵ и «жесткий» ⁵⁶. Мягкому режиму в уравнении (32) соответствует случай $a < 0$; при этом квадрат амплитуды стационарного движения, возникающего в неустойчивой плазме твердых тел, равен

$$\eta = -\frac{\gamma}{a}$$

и плавно увеличивается от нуля при переходе от устойчивости ($\gamma < 0$) к неустойчивости ($\gamma > 0$) и увеличении надкритичности. Если переход от докритического режима к надкритическому был вызван изменением какого-нибудь параметра системы X (электрического или магнитного

поля, градиента температуры и т. п.), то на кривой зависимости любой усредненной по пульсациям величины Y от этого параметра в критической точке $X = X_{кр}$ появляется излом.

Действительно, разложение любой усредненной величины Y по амплитуде возмущений, развивающихся в неустойчивой плазме, имеет вид

$$Y = Y_0 + \alpha\eta + \dots, \quad (33)$$

и поскольку $\eta = 0$ при $X < X_{кр}$ и $\eta \propto X - X_{кр}$ при $X > X_{кр}$, производная величины Y по параметру X в точке $X = X_{кр}$ имеет конечный скачок $\Delta \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \right)$ (сама же функция $Y(X)$ непрерывна).

При изменении двух параметров $X_{1,2}$ переход к неустойчивому состоянию происходит на некоторой кривой $\Phi(X_{1кр}, X_{2кр}) = 0$; при этом скачки производных любых двух усредненных по пульсациям величин связаны соотношением ⁴⁹:

$$\Delta \frac{\partial Y_1}{\partial X_1} \Delta \frac{\partial Y_2}{\partial X_2} = \Delta \frac{\partial Y_1}{\partial X_2} \Delta \frac{\partial Y_2}{\partial X_1}. \quad (34)$$

При «жестком» режиме ($a > 0$) картина возникновения турбулентности выглядит следующим образом. Изменяя какой-то параметр плазмы X ,

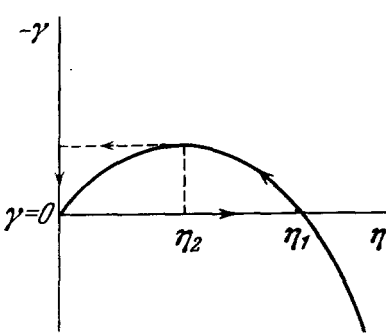


Рис. 12.

(можно уменьшить декремент, $\gamma \rightarrow 0$ при $X \rightarrow X_{кр}$), и перейти в область неустойчивости. При $\gamma = +0$ амплитуда возмущений скачком достигает конечной величины η_1 , определяемой обращением в нуль нелинейного инкремента γ_H :

$$a\eta_1 + b\eta_1^2 + \dots = 0, \quad \eta_1 = -\frac{a}{b} \quad (35)$$

(рис. 12). При дальнейшем увеличении надкритичности амплитуда плавно увеличивается от значения η_1 к большим значениям η_0 , определенным равенством

$\gamma_H(\eta_0) = 0$. Если теперь параметр X уменьшается и становится ниже критического значения ($X < X_{кр}$), то движение в плазме не исчезает; амплитуда $\sqrt{\eta}$ скачком падает до нуля лишь при $X = X'_{кр} < X_{кр}$. Из (32) следует, что решение $\eta = \eta_0$ устойчиво, если

$$\left(\frac{\partial \gamma_H}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_0} < 0,$$

и неустойчиво, если

$$\left(\frac{\partial \gamma_H}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_0} > 0,$$

так что срыв возмущений имеет место при $\frac{\partial \gamma_H}{\partial \eta} = 0$, т. е. при

$$\eta = \eta_2 = -\frac{2a}{b}. \quad (36)$$

Таким образом, при жестком режиме возникновения турбулентности имеет место гистерезис: возникновение и срыв пульсаций в плазме происходят при различных значениях внешних параметров.

Кривая зависимости любой усредненной по пульсациям наблюдаемой величины Y от параметра X при жестком возникновении турбулент-

ности имеет разрывы и петлю гистерезиса (рис. 13). Скачки Δ_1 и Δ_2 на этой кривой (возбуждение и срыв пульсаций) связаны простым соотношением

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = 2 \quad (37)$$

(вытекающим из (33) при учете равенств (35), (36)). Изломы на кривых зависимости $Y = Y(X)$ (мягкий режим) наблюдались на вольт-амперных характеристиках пьезоэлектрических полупроводников (CdS, CdSe)⁴² и полуметаллов (Bi)⁴³; причиной излома считается возникновение неустойчивости плазмы твердого тела по отношению к возбуждению звуковых колебаний в случае, когда скорость U потока плазмы во внешнем электрическом поле ($U = \mu E$) или в скрещенных электрическом и магнитном полях ($U = c \frac{|EH|}{H^2}$) превышает скорость звука s . В отсутствие магнитного поля возникающие при $U > s$ пульсации вызывают уменьшение средней скорости плазмы, и dI/dE падает (рис. 14, б). При наличии сильного магнитного поля пульсации уменьшают среднюю сверхзвуковую дрейфовую скорость; поэтому компонента силы Лоренца, направленная против силы, вызванной электрическим полем, уменьшается, и вольт-амперная характеристика становится более крутой:

$$\Delta \frac{dI}{dE} > 0$$

(если бы дрейфовая скорость в турбулентной плазме уменьшилась до

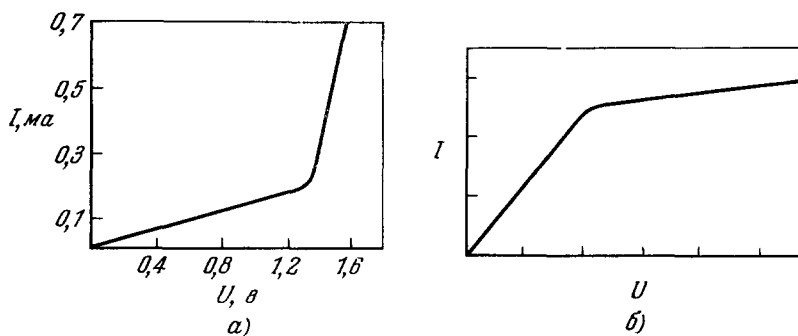


Рис. 14.

звуковой, дифференциальное магнитосопротивление такой плазмы было бы равным обычному сопротивлению

$$\frac{dE}{dI} = \frac{m}{ne^2\tau},$$

несмотря на наличие сильного поперечного магнитного поля).

Явления гистерезиса (жесткий режим) наблюдались при развитии винтовых возмущений в неустойчивой плазме в параллельных электрическом и магнитном полях⁵⁰.

VII. ЗАДАЧИ ТЕОРИИ И ЭКСПЕРИМЕНТА

В заключение укажем на ряд вопросов, теоретических и экспериментальных, выяснение которых способствовало бы пониманию свойств плазмы твердых тел.

Наиболее интересной задачей теории кажется выяснение характера движения плазмы, возникающего при спонтанном росте флуктуаций в неустойчивой плазме (а также связанные вопросы: стабилизация неустойчивости внешним периодическим возмущением, ограничение усиления внешнего сигнала в неустойчивой плазме и генерация гармоник этого сигнала, сверхзвуковые течения плазмы твердых тел).

Нет ясности в вопросе о переносе по электронной плазме (металлов, органических кристаллов и аморфных веществ, больших молекул) энергии, выделяющейся при радиационном воздействии на твердое тело.

Интересно было бы исследовать влияние на коллективные свойства плазмы твердых тел ее пространственной периодичности и анизотропии.

Одна из конкретных задач, возникших в последнее время — это теория пинч-эффекта в плазме твердых тел (равновесие, устойчивость, турбулентный режим); здесь, однако, нужны и дополнительные эксперименты; другая конкретная задача — это теория микроплазмы — маленьких (диаметром в несколько микрон) светящихся областей, наблюдаемых при пробое в полупроводниковых $n-p$ -переходах и характеризующихся пониженным напряжением пробоя (см., например, работу⁵¹ и цитированную там литературу).

Представляют интерес опыты по изучению условий возникновения различных неустойчивостей плазмы, исследование мягкого и жесткого режимов возникновения турбулентности, в частности, проверка соотношений (34), (37) и изучение характера изменения усредненных величин при возникновении турбулентности (см. рис. 13); опыты по отражению и рассеянию электромагнитных волн плазмой, находящейся в состоянии, близком к неустойчивому, а также турбулентной плазмой; исследование сверхзвуковых течений плазмы твердых тел.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1. И. П. Гольдман, ЖТЭФ 17, 681 (1947); Д. Пайнс, УФН 62, 399 (1957); O. Klemperer, J. P. G. Shepherd, Advances Phys. 12, 355 (1963).
- 2. R. H. Ritchie, Progr. Theor. Phys. 29, 607 (1963).
- 3. A. J. McAlister, E. A. Stern, Phys. Rev. 132, 1599 (1963).
- 4. Aigrain, Proc. Int. Conf. Semiconductor Physics, Prague, 1960, стр. 224; О. В. Константинов, В. И. Перель, ЖЭТФ 38, 161 (1960).
- 5. R. Bowers, Sci. American 209, 46 (1963).
- 6. R. G. Chambers, B. K. Jones, Proc. Roy. Soc. A270, 417 (1962).
- 7. J. R. Merrill, M. T. Taylor, J. M. Goodman, Phys. Rev. 131, 2499 (1963).
- 8. M. T. Taylor, J. R. Merrill, R. Bowers, Phys. Rev. 129, 2525 (1963).
- 9. F. W. Sheard, Phys. Rev. 129, 2563 (1963).
- 10. M. T. Taylor, J. R. Merrill, R. Bowers, Phys. Letts. 6, 159 (1963).
- 11. D. Pines, J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 124, 1387 (1961).
- 12. S. J. Buchsbaum, J. K. Galt, Phys. Fluids 4, 1514 (1961); М. С. Хайкин, Л. А. Фальковский, В. С. Эдельман, Р. Т. Мина, ЖЭТФ 45, 1704 (1963).
- 13. Э. А. Канер, В. Ф. Скобов, ЖЭТФ 45, 610 (1963).
- 14. J. Kirsch, B. P. Miller, Phys. Rev. Letts. 9, 421 (1962).
- 15. J. Kirsch, Phys. Rev. (1964).
- 16. G. Dresselhaus, A. F. Kip, C. Kittel, Phys. Rev. 100, 618 (1955).
- 17. R. E. Michel, B. Rosenblum, Phys. Rev. 128, 1646 (1962).
- 18. M. Chester, Phys. Rev. Letts. 5, 91 (1960).

- 19. M. Chester, Phys. Rev. **133A**, 907 (1964).
- 20. Moore A. R., J. O. Kessler, Phys. Rev. **132**, 1494 (1963); Phys. Rev. Letts. **2**, 247 (1959).
- 21. S. Tosima, R. Hirota, J. Appl. Phys. **34**, 2992 (1963).
- + - 22. M. Glicksman, Phys. Rev. **124**, 1655 (1961); А. Э. Гуревич, И. В. Поффе, ФТТ **4**, 1979; 2637, 2968 (1962); Q. Holter, Phys. Rev. **129**, 2548 (1963).
- 23. C. E. Hurwitz, A. L. McWhorter, Phys. Rev. Letts. **10**, 20 (1963).
- 24. F. Okamoto, T. Koika, S. Tosima, J. Phys. Soc. Jap. **17**, 804 (1962).
- 25. И. Т. Иванов, С. В. Рывкин, ЖЭТФ **28**, 774 (1958).
- 26. M. Glicksman, M. C. Steele, Phys. Rev. Letts. **2**, 461 (1959); B. Anker-Johnson, J. Drummond, Phys. Rev. **131**, 1961 (1963); **132**, 2372 (1963).
- 27. Б. Оспнов, А. Хвощев, ЖЭТФ **43**, 1179 (1962).
- 28. T. Hattori, M. C. Steele, J. Phys. Soc. Japan **18**, 1294 (1963).
- 29. M. Steele, T. Hattori, J. Phys. Soc. Japan **17**, 1661 (1962).
- 30. G. A. Alers, P. A. Fleury, Phys. Rev. **129**, 2425 (1963).
- 31. S. Rodriguez, Phys. Rev. **130**, 1778 (1963).
- 32. W. Westphal, Zs. Phys. **168**, 333 (1962).
- 33. G. Weinreich, Phys. Rev. **104**, 321 (1956).
- 34. W. Kohn, Phys. Rev. Letts. **3**, 393 (1959).
- 35. Р. Мюал, в сб. «Вопросы причинности в квантовой механике», М., ИЛ, 1958; В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электродинамика плазмы и плазмоподобных сред, М., Гостомиздат, 1962.
- 36. А. М. Афанасьев, Ю. Раган, ЖЭТФ **43**, 1456 (1962).
- 37. Г. Акрамов, ФТТ **5**, 1310 (1963); В. Г. Скобов, Э. А. Канер, ЖЭТФ **46**, 273 (1964); T. Kjeldaa, Bull. Amer. Phys. Soc. **8**, 428 (1963); J. J. Quinn, S. Rodriguez, Phys. Rev. **133**, A1589 (1964); D. N. Landenberg, J. Bok, Phys. Rev. Letts. **11**, 549 (1963).
- 38. W. P. Mason, H. E. Bommel, J. Acoust. Soc. Amer. **28**, 930 (1956).
- 39. M. J. Harrison, Phys. Rev. **119**, 1260 (1960).
- 40. А. А. Веденов, Е. И. Велихов, ЖЭТФ **43**, 1110 (1962).
- 41. A. R. Hutson, J. McGee, D. L. White, Phys. Rev. Letts. **7**, 237 (1961).
- 42. R. W. Smith, Phys. Rev. Letts. **9**, 87 (1962).
- 43. L. Esaki, Phys. Rev. Letts. **8**, 4 (1962).
- 44. Я. Б. Файнберг, Атомная энергия **11**, 313 (1964).
- 45. W. P. Dumke, R. R. Haering, Phys. Rev. **126**, 1974 (1962); И. Н. Спектор, Phys. Rev. **127**, 1084 (1962); I. Yokota, Phys. Soc. Japan **18**, 155 (1963); A. B. Pippard, Phil. Mag. **8**, 161 (1963); Р. Ф. Казаринов, В. Г. Скобов, ЖЭТФ **42**, 910; **43**, 1496 (1962); А. А. Грилберг, ФТТ **6**, 911 (1964).
- 46. A. R. Hutson, Phys. Rev. Letts. **9**, 296 (1962); J. J. Hopfield, Phys. Rev. Letts. **8**, 311 (1962); R. Abe, Progr. Theor. Phys. **30**, 149 (1963); В. Л. Гуревич, Б. Д. Лайхтман, ЖЭТФ **46**, 598 (1964).
- 47. В. П. Пустовойт, М. Е. Герценштейн, ФТТ **6**, 879 (1964).
- 48. А. А. Веденов, Л. П. Рудаков, ДАН **159** (1964).
- 49. А. А. Веденов, ЖЭТФ **43**, 333 (1962).
- 50. B. Anker-Johnson, Appl. Phys. Letts. **3**, 104 (1963).
- 51. R. H. Haitz, A. Goertzberger, R. H. Scarlett, W. Shokley, J. Appl. Phys. **34**, 1581 (1963).
- 52. R. W. Wood, Phys. Rev. **44**, 353 (1933); C. Zener, Nature **132**, 968 (1933).
- 53. Г. В. Гордеев, ЖЭТФ **27**, 18 (1954); T. J. Itoh, J. Phys. Soc. Japan. **18**, 1695 (1963); I. Alexeff, R. V. Neidigh, Phys. Rev. **129**, 516 (1963); A. Y. Wong, R. W. Motley, N. D'Angelo, Phys. Rev. **133**, A436 (1964).
- 54. Б. Б. Кадомцев, А. В. Недоспасов, J. Nucl. Engng. **C1**, 230 (1960).
- 55. Л. Д. Ландау, ДАН **44**, 339 (1944).
- 56. А. А. Веденов, Ю. Б. Пономаренко, ЖЭТФ **46**, 2247 (1964).
- 57. C. E. Hurwitz, A. L. McWhorter, Phys. Rev. **134**, A1033 (1964).
- 58. C. C. Grimes, S. J. Buchsbaum, Phys. Rev. Letts. **12**, 357 (1964).
- 59. M. T. Taylor, Phys. Rev. Letts. **12**, 497 (1964).

