

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

523+530.12:531.51

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ АСТРОФИЗИКА. I*)**Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	377
2. Равновесие и устойчивость звезды в целом	378
3. Уравнение состояния	383
4. Массы звезд в конечной стадии эволюции	387
5. Поле тяготения Шварцшильда	388
6. Поле тяготения внутри звезды	390
7. Распространение лучей света в статической звезде и вне ее	391
8. Строение сверхплотных звезд	393
9. Дефект массы	396
10. Устойчивость сверхплотных звезд	398
11. О решениях с отрицательным гравитационным дефектом масс	400
12. Эволюция звезды	402
13. Нейтронные звезды	406
14. Эволюция звезды с массой больше «OB»-предела	407
15. Релятивистский коллапс	409
§ 16. Метастабильность любого равновесного состояния.	414
Цитированная литература	416

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Основной силой, управляющей движением небесных тел, является сила всемирного тяготения. Эта же сила наряду с силами давления определяет строение отдельных космических тел.

Закон всемирного тяготения известен со времен Ньютона, и хотя уже полвека назад стало ясно, что этот закон справедлив лишь для слабых полей тяготения с гравитационным потенциалом $\varphi \ll c^2$ и для медленных движений с $v \ll c$, астрофизики почти никогда не обращались в своих исследованиях к теории тяготения Эйнштейна. Причина этого заключается в следующем: если оставить в стороне космологию (изучающую Вселенную как целое), которой мы касаться в этой статье не будем, то до самого последнего времени астрономам не было известно образований, гравитационный потенциал которых близок к c^2 .

Сравнительно недавно интерес к релятивистской теории тяготения возрос в связи с открытием космических объектов нового типа. Последнее десятилетие астрофизики тщетно пытались найти источник той огромной энергии, которая запасена в космических лучах и магнитных полях некоторых мощных радиогалактик. Эта энергия порядка 10^{60} эрг сравнима с энергией гравитационного взаимодействия звезд гигантских галактик.

*) Вторая часть статьи готовится авторами к печати и будет опубликована в УФН в одном из первых выпусков 1965 г.

Хойл и Фаулер¹ предположили, что такая энергия может выделяться при сжатии сверхзвезды с массой порядка $10^8 M_{\odot}$, находящейся в центре галактики*). Почти одновременно были открыты объекты, имеющие, по-видимому, массы такого порядка, размеры около 10^{16} см (световая неделя), излучающие в оптической области около 10^{46} эрг/сек, что на два порядка больше светимости крупной галактики с размерами в миллион раз большие и содержащей 10^{11} звезд **).

Теоретический анализ эволюции подобной большой массы показывает, что она должна сжиматься до таких размеров, при которых у ее поверхности потенциал $\Phi \approx c^2$, так что для всей проблемы оказывается существенной теория тяготения Эйнштейна.

Все эти результаты возродили интерес к полузабытым астрономам работам Оппенгеймера и его сотрудников^{2, 3}, относящимся к 30-м годам. В этих и последующих работах рассматривались модели звезд на последних стадиях их активной жизни, когда источники внутренней энергии уже исчерпаны и звезда остыла. Было показано, что достаточно массивная холодная невращающаяся звезда даже при скромной массе в $2M_{\odot}$ и больше будет неудержимо сжиматься, а при массе порядка $1,5 M_{\odot}$ придет в состояние так называемой нейтронной звезды с радиусом порядка десяти километров и с $\Phi \approx 0,2 c^2$.

Эволюция невращающихся звездных систем также должна приводить к их постепенному уплотнению, увеличению скоростей движения звезд до $\approx 0,5$ с, а затем к релятивистскому сжатию.

Итак, в последнее время становится все более очевидно, что массивные космические тела и системы тел ***) неизбежно приходят в релятивистское состояние. Процессы, протекающие на этих этапах эволюции, являются предметом изучения релятивистской астрофизики.

Мы начнем изложение с того, что напомним общие сведения о равновесии звезды и ее эволюции и выясним те условия, которые приводят звезду в релятивистскую фазу; затем остановимся на свойствах сферически-симметричного поля тяготения в вакууме — так называемого поля Шварцшильда — и после этого обратимся к анализу объектов, для которых существенную роль играют эффекты теории тяготения Эйнштейна.

Некоторые вопросы теории устойчивости звезд, а также отдельные другие вопросы, связанные с изложенными ниже, затрагиваются в педавгическом обзоре Чиу⁴.

Хорошее изложение классической теории строения звезд и нерелятивистских этапов их эволюции имеется в монографиях^{13, 25, 26, 27, 41}.

Основные выводы работы Оппенгеймера и Волкова² и Оппенгеймера и Снайдера³ изложены в учебниках Л. Д. Ландау и Е. М. Либшица^{38, 46}. Вопросы теории сверхплотных звездных конфигураций рассматриваются в работах^{10, 8, 15, 16, 70}. Некоторые вопросы релятивистской астрофизики и теории сверхзвезд изложены в работах^{32, 42, 48}.

§ 2. РАВНОВЕСИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ ЗВЕЗДЫ В ЦЕЛОМ

Звезда в обычном состоянии представляет собой газовый шар, находящийся в гидродинамическом и тепловом равновесиях. Гидродинамическое равновесие обеспечивается равенством силы тяготения и силы давления, действующих на каждый элемент массы звезды.

*) M_{\odot} — масса Солнца, $\sim 2 \cdot 10^{33}$ г.

**) Обзор экспериментальных данных о сверхзвездах см. в статье Дж. Гринштейна (УФН 63(3), 549 (1964)).

***) По крайней мере, тела слабо врачающиеся. Вопросы, связанные с вращением, еще далеко не выяснены, они будут обсуждены во II части обзора.

Характерное время гидродинамических процессов в звезде гораздо меньше времени тепловых процессов и процессов переработки ядерного горючего. В самом деле, для Солнца, например, характерное время теплового процесса определяется условием

$$t_{T\odot} \approx \frac{E_{T\odot}}{L_{\odot}} \approx \frac{3kT_{\odot}}{2m} \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ лет},$$

где $E_{T\odot}$ — тепловая энергия Солнца, T_{\odot} — температура недр Солнца (10^7 К), m — молекулярный вес, L_{\odot} — светимость и M_{\odot} — масса Солнца ($L_{\odot} = 4 \cdot 10^{33} \text{ эрг/сек}$, $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$). Время переработки ядерного топлива

$$t_{N\odot} \approx \frac{E_{N\odot}}{L_{\odot}} \approx \frac{0,01c^2 M_{\odot}}{L_{\odot}} \approx 10^{11} \text{ лет}.$$

Здесь $E_{N\odot}$ — запас ядерной энергии вещества Солнца, $0,01c^2$ — максимальная энергия ядерных реакций на единицу массы. С другой стороны, оценим время гидродинамических процессов. Пусть у поверхности звезды сила тяготения не полностью уравновешивается силой давления. Тогда под действием этой нескомпенсированной силы вещество получит ускорение

$$\frac{d^2r}{dt^2} = a \frac{GM}{R^2}, \quad (2,1)$$

где a — доля нескомпенсированной силы, R — радиус звезды. Оценим время t_H , за которое поверхность сместится на долю b радиуса:

$$\frac{d^2r}{dt^2} \approx \frac{\Delta r}{t_H^2} = \frac{bR}{t_H^2},$$

и сравнивая с (2,1),

$$t_H = \left(\frac{a GM}{b R^3} \right)^{-1/2} \approx \left(\frac{GM}{R^3} \right)^{-1/2}, \quad (2,2)$$

если принять $b \approx a$ — порядка 1.

Другой подход к нахождению t_H заключается в оценке времени прохождения звуком расстояния порядка радиуса Солнца. Условие равновесия звезды приводит к тому, что этот подход даст ту же формулу (2,2) для t_H . В самом деле, скорость звука $v_{\text{зв}} = (\partial P / \partial Q)^{1/2}$. Используя для оценки приведенное ниже усредненное уравнение равновесия (2,3а), находим, что

$$v_{\text{зв}} = \left(\frac{\partial P}{\partial Q} \right)^{1/2} \approx \left(\frac{\bar{P}}{\bar{Q}} \right)^{1/2} = \left(\frac{GM}{R} \right)^{1/2},$$

откуда следует (2,2). Для Солнца $t_{H\odot} \approx 10^3 \text{ сек}$. и мы видим, что $t_{H\odot} < t_{I\odot}$, $t_{H\odot} \ll t_{N\odot}$.

Итак, для существования звезды в стационарном состоянии необходимо выполнение устойчивого гидростатического равновесия. Условие равновесия записывается в виде

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{GM(r)Q}{r^2}. \quad (2,3)$$

Слева стоит сила давления, действующая на единицу объема, справа — сила притяжения его массой $M(r)$, заключенной внутри сферы радиуса r . Для анализа вопросов равновесия и устойчивости мы будем все вещество звезды характеризовать средней плотностью \bar{Q} и давлением \bar{P} , оценивая

порядки величин (знаки средних для краткости далее опускаем). Такой способ является грубым, но очень наглядно выявляет физическую сущность вопроса. Точная теория устойчивости равновесной модели звезды подтверждает грубые оценки⁵. Используя средние характеристики, можно написать для всей звезды

$$\frac{P}{R} = \rho \frac{GM}{R^2}. \quad (2,3a)$$

$$\text{Tак как } \rho = M/(4/3\pi R^3), \text{ то} \\ P = \left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/3} GM^{2/3} \rho^{4/3}. \quad (2,4)$$

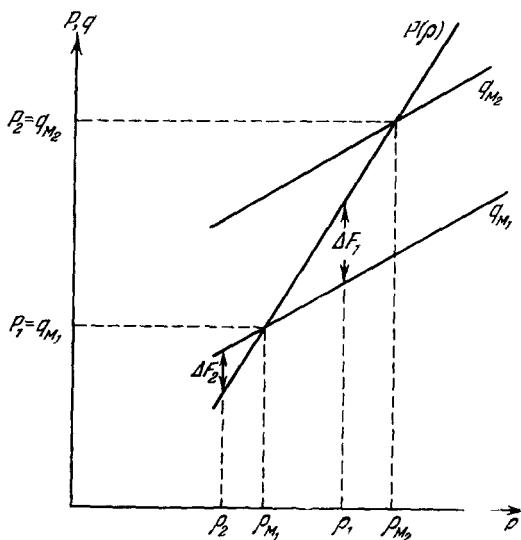


Рис. 1. Условие равновесия звезды.

$P(\rho)$ — давление материи; $q_{M_1}(\rho)$ — гравитационное давление для звезды с массой M_1 , $q_{M_2}(\rho)$ — то же для массы M_2 . В стационарном состоянии $P = q$. Если P идет круче q , то любое малое отклонение от равновесия (от точки P_1 , ρ_{M_1} для звезды с массой M_1) вызывает появление сил (ΔF_1 или ΔF_2), возвращающих звезду к равновесию.

кие, то гидродинамическую устойчивость надо рассматривать при постоянной энтропии S (разумеется для «средней» энтропии, характеризующей звезду в целом). Следовательно, $P(q)$ есть уравнение изэнтропы. Допустим, что звезда несколько изменила свой размер, а значит, и плотность ρ . Это приведет к изменению P и q . Как видно из рис. 1, условием устойчивости равновесия будет

$$\frac{dP}{dq} > \frac{dq}{dq}. \quad (2,5)$$

В самом деле, при равновесии $P = q$; это соответствует точке пересечения кривых $P(q)$ и $q_M(q)$. Знаком M указывает массу звезды. Если кривая $P(q)$ идет круче кривой $q(q)$, то при сжатии звезды P становится больше q и нескомпенсированная часть давления вещества ΔF_1 стремится расширить звезду, вернуть ее в равновесие. При расширении $q > P$ и тяготение (нескомпенсированная давлением его часть ΔF_2) сжимает звезду, опять возвращая ее к равновесию. Таким образом, (2,5) есть условие устойчивости равновесия. Из определения q следует

$$\frac{dq}{dq} = \frac{4}{3} \frac{q}{\rho}.$$

Используя это равенство и условие равновесия $P = q$, переписываем (2,5):

$$\frac{dP}{dq} > \frac{4}{3} \frac{q}{\rho} = \frac{4}{3} \frac{P}{\rho}$$

или

$$\frac{d \ln P}{d \ln \rho} > \frac{4}{3}. \quad (2,6)$$

Величину $\frac{d \ln P}{d \ln q} = \gamma$ следует назвать показателем адиабаты; однако γ не постоянна, а сама является функцией плотности и энтропии.

Итак, критерием гидродинамической устойчивости является $\gamma > 4/3$. Напомним, что для идеального одноатомного нерелятивистского газа $\gamma = 5/3$.

Мы сейчас не рассматриваем вопрос о тепловом равновесии звезды, однако, учитывая медленность тепловых процессов, считаем $S = \text{const}$.

Уравнение (2,4) можно рассматривать как выражение массы звезды через ее среднюю плотность, если известно уравнение состояния $P = P(q)$. Продифференцируем равенство (2,4):

$$\frac{2}{3} M^{-1/3} \frac{dM}{dq} = \frac{P_0^{-7/3}}{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{1/3} G} \left(\frac{d \ln P}{d \ln q} - \frac{4}{3} \right).$$

Знак dM/dq совпадает со знаком разности ($\gamma - 4/3$), что ясно видно из рис. 1. Действительно, большая масса соответствует большему q , и если наклон P больше q (т. е. $\gamma > 4/3$), то кривые пересекаются при больших q .

Сформулируем результат: когда звезда устойчива, то $dM/dq > 0$, а когда неустойчива, то $dM/dq < 0$. При вычислении dM/dq подразумевается сравнение двух моделей звезды из вещества с одним и тем же уравнением состояния и одинаковой энтропией, но с различными массами, отличающимися на dM . Этот критерий естествен: в устойчивом состоянии добавление массы вызывает сжатие и увеличение давления, компенсирующего возросшую силу тяготения. Заметим, что анализ точного уравнения равновесия, а не усредненного, приводит к следующему критерию устойчивости: $dM/dq_c > 0$, где q_c — центральная плотность звезды⁵.

Не может ли звезда потерять устойчивость благодаря сильной зависимости от температуры процессов выделения энергии при ядерных реакциях? Эта зависимость для небольших интервалов T выражается соотношением

$$\varepsilon = \varepsilon_0 q T^\nu.$$

Здесь ε_0 и ν — постоянные. Для протон-протонной реакции, например, $\nu = 4,5$ в интервале температур $(0,9 \div 1,3) \cdot 10^7$ °К. Для углеродного цикла $\nu = 20$ при $T = (1,2 \div 1,6) \cdot 10^7$ °К.

Процесс теплоотвода и излучения энергии звездой в окружающее пространство определяется условиями диффузии излучения из недр наружу *). Поток энергии наружу Q зависит от распределения температуры и непрозрачности вещества звезды:

$$Q = 4 \pi r^2 D \frac{dE}{dr},$$

где D — коэффициент диффузии, E — плотность световой энергии, пропорциональная T^4 . Так как обычно $\nu > 4$ и, следовательно, выделение энергии резче зависит от T , чем теплоотвод, казалось бы случайное малое превышение энерговыделения над процессом излучения энергии звездой в окружающее пространство приведет к повышению T , а значит, и к резкому увеличению выделения энергии ε : возмущение будет развиваться. Это явление аналогично тепловому взрыву в химических системах. В действительности дело обстоит иначе. Мы уже подчеркивали, что

*) При некоторых условиях поток энергии переносится не излучением, а путем конвекции, но это не меняет сущности дела.

гидродинамические процессы в звезде идут гораздо быстрее тепловых. Поэтому увеличение выделения энергии приведет к отклонению от равновесия: $P > q$. Это заставит звезду расширяться и уменьшить q . Подставим в (2,4) уравнение состояния $P = kTq/m$ и найдем T :

$$T = \frac{4}{3} \pi \frac{m}{k} GM^{2/3} q^{1/3}. \quad (2,7)$$

Мы видим, что уменьшение q ведет к уменьшению T *), а значит, к уменьшению ϵ , и возмущение развиваться не будет.

Превышение излучения над выделением энергии приведет к обратному процессу, и равновесие вновь восстановится. Таким образом, звезда регулирует мощность источников ядерной энергии, приводя их в соответствие с излучением энергии с поверхности.

Превышение энерговыделения над теплоотводом приводит, как мы видим, к уменьшению температуры звезды. В этом смысле можно говорить об отрицательной теплоемкости звезды. Рассматриваемая теплоемкость отличается от теплоемкости при постоянном давлении или постоянном объеме, которые обычно вводятся в физике. В данном случае — это «теплоемкость при условии равновесия звезды», т. е. при условии

$$dP = \frac{4}{3} \frac{P}{Q} dQ.$$

В стационарном состоянии звезды выделение ядерной энергии в точности компенсирует потери энергии на излучение. Однако уменьшение концентрации ядерного горючего приводит к нарушению баланса: потери энергии, хотя и ненамного, превышают выделение энергии. Это ведет к повышению температуры, которая устанавливается такой, чтобы обеспечить скорость выделения ядерной энергии при уменьшенной концентрации ядерного горючего или при переходе на сжигание другого топлива (например, с H на He), требующего для горения более высокой температуры. В этом заключается медленная эволюция звезды с постепенным исчерпыванием запасов ядерной энергии.

Заметим, что в соответствии с отрицательной теплоемкостью звезды как целого постепенное увеличение температуры сопровождается уменьшением энтропии.

В самом деле, запишем уравнение состояния один раз через температуру, другой через энтропию и перепишем (2,4); соответственно получаем

$$P = \text{const} \cdot Tq, \quad (2,8)$$

$$P = \text{const} \cdot e^{c_1 S} q^{5/3}, \quad (2,9)$$

$$P = \text{const} \cdot q^{4/3}. \quad (2,10)$$

Из (2,8) и (2,10) следует, что

$$T = \text{const} \cdot q^{1/3}, \quad (2,11)$$

а из (2,9) и (2,10)

$$e^{c_1 S} = \text{const} \cdot q^{-1/3}. \quad (2,12)$$

Таким образом, из (2,11) и (2,12) видно, что увеличение плотности приводит к увеличению T и к уменьшению S .

*) В массивных звездах давление определяется главным образом давлением излучения и $P = aT^4/3$. Очевидно, и в этом случае уменьшение q сопровождается уменьшением T .

§ 3. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

В предыдущем параграфе мы установили, что масса равновесной звезды и устойчивость равновесия существенно зависят от уравнения состояния вещества.

В недрах обычных звезд температура настолько велика, что газ почти полностью ионизован и представляет собой высокотемпературную плазму. В условиях сильной ионизации отдельные частицы имеют гораздо меньшие размеры, чем атомы и молекулы в нейтральном газе, и взаимодействие их мало, поэтому отклонения от уравнения идеального газа пренебрежимо малы, и мы имеем для давления вещества

$$P = \frac{kT}{m} Q. \quad (3.1)$$

Молекулярный вес m равен доле μ массы протона m_p , приходящейся на одну частицу. В полностью ионизованной водородной плазме $m = m_p/2$. Давление можно записать и через энтропию S :

$$P = C_2 e^{C_1 S} Q^{5/3}, \quad (3.2a)$$

где C_1, C_2 — константы.

В массивных звездах температура настолько высока, что существенным становится давление излучения. В этом случае к правой части (3.1) надо прибавить

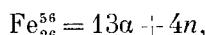
$$P_L = \frac{a}{3} T^4.$$

Для почти чистого излучения энергия $E \sim T^4 V$; здесь энергия E и объем V рассчитаны на один нуклон (хотя мы рассматриваем почти чистое излучение и нуклонов очень мало), ибо сохраняющейся величиной является именно число нуклонов. Отсюда, используя соотношение $dS = dE/T$, легко находим, что при $S = \text{const}$

$$P_L = \text{const} \cdot Q^{4/3}. \quad (3.2b)$$

Как видно из (3.2a), для идеального одноатомного газа $\gamma = 5/3$. Показатель адиабаты для чистого излучения (газа фотонов), как видно из (3.2b), равен $4/3$. Вещество, состоящее из невзаимодействующих частиц, имеет показатель адиабаты между $5/3$ и $4/3$.

Однако при очень высокой температуре при наличии статистического равновесия между частицами могут происходить равновесные реакции, сопровождаемые поглощением энергии. При этом рост температуры при сжатии замедляется и показатель адиабаты может стать меньше $4/3$. Примером подобной эндотермической реакции является процесс



на значение которого указали Хайл и Фаулер⁷. Согласно расчетам В. С. Имшенника и Д. К. Надежина благодаря этому процессу γ становится меньше $4/3$ для $T \geq 5 \cdot 10^9$ при $Q = 10^7 \text{ г/см}^3$ и достигает минимального значения при этой плотности, равного $\gamma_{\min} = 0,97$ при $T = 6,5 \cdot 10^9$.

Другой пример такого процесса — рождение пар e^+, e^- . Если плотность вещества достаточно низка для того, чтобы давление в основном определялось излучением (или излучением и парами e^+, e^- при $T > 6 \cdot 10^9$), то показатель адиабаты, как показано Г. В. Пинаевой⁴⁵, становится заметно меньше $4/3$ в интервале $5 \cdot 10^8 < T < 3,5 \cdot 10^9$.

Таким образом, при больших температурах есть процессы, приводящие к тому, что $\gamma < 4/3$, и обусловливающие, следовательно, неустойчивость гидростатического равновесия в ньютоновской теории.

Обратимся теперь к случаю низких температур. В процессе эволюции звезда рано или поздно исчерпает запасы источников ядерной энергии. После этого излучение энергии, как мы видели, будет сопровождаться сжатием звезды, что приведет, в конце концов, к вырождению газа электронов. Давление вещества будет определяться в основном именно давлением вырожденных частиц.

Дальнейшее излучение энергии и охлаждение звезды в конце концов приводит к тому, что температура уменьшится практически до нуля. Устойчивая равновесная конфигурация с $T = 0$, а значит, и $S = 0$ (если такая конфигурация возможна для данной массы), является естественной конечной стадией эволюции звезды. Поэтому исследование уравнения состояния при $S = 0$ представляет особый интерес.

Посмотрим, как будет меняться состояние холодного вещества и его давление с изменением плотности.

При плотности больше 10^2 г/см^3 расстояние между атомами меньше, чем их размеры, электроны коллективизируются и не принадлежат уже отдельным ядрам независимо от температуры вещества. В каком состоянии они будут находиться? Принцип Паули устанавливает, что в 6-мерном фазовом пространстве импульсов и координат в одной ячейке с объемом $(2\pi\hbar)^3$, где \hbar — постоянная Планка, может находиться не более двух электронов, отличающихся направлением спина. Следовательно, при нулевой температуре и заданной плотности n_e электроны, стремясь занять наименее возможные энергетические состояния, заполнят все ячейки фазового пространства с импульсом от нуля до p_0 , располагаясь по два в каждой ячейке. Такое состояние называют вырожденным. Границный импульс Ферми p_0 очевидным образом связан с плотностью электронов:

$$n_e = \frac{1}{3\pi^2\hbar^3} p_0^3.$$

Справа в этом равенстве стоит удвоенное число ячеек в объеме фазового пространства, являющегося произведением единичного координатного объема на объем шара радиуса p_0 в пространстве импульсов. Выражая n_e через плотность вещества ρ : $n_e = \rho Z / A m_p$, где A и Z — средний атомный вес и средний заряд атомов вещества соответственно, m_p — масса протона, находим граничный импульс Ферми

$$p_0 = \left(\frac{3l^3 Z \pi^2}{4m_p} \rho \right)^{1/3}.$$

Давление определяется плотностью потока импульса. Если скорости частиц нерелятивистские, то $v = p/m$, где m — масса частицы. Так как масса электрона много меньше массы атомных ядер, электронное давление много больше давления ядер. Последнее можно не учитывать, и уравнение состояния имеет вид *)

$$P = 9,9 \cdot 10^{12} \left(\frac{Z \rho}{A} \right)^{5/3}. \quad (3,3)$$

С повышением плотности увеличивается импульс частиц. При $\rho \approx \approx A/Z \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ импульс электронов становится порядка $m_e c$ и электронный газ делается релятивистским. Показатель аднабаты постепенно уменьшается от $5/3$ до $4/3$. Для ультрарелятивистского газа $\gamma = 4/3$. Однако дальнейшее увеличение плотности вещества выше $\rho = 2 \cdot 10^6 \text{ г/см}^3$ приводит к тому, что электроны, находящиеся на краю ферми-распределения

*) Мы пользуемся везде системой CGS.

ления, при некоторой плотности, начинают вступать в обратный β -процесс со стабильными ядрами:

$$(Z, A) + e^- = (Z - 1, A) + v.$$

Образовавшиеся нейтрино свободно уходят из звезды. Изолированное ядро $(Z - 1, A)$ неустойчиво, оно испытывает β -распад:

$$(Z - 1, A) \rightarrow (Z, A) + e^- + \tilde{v}.$$

Однако в звезде при рассматриваемой плотности этот процесс идти не может, так как ядра погружены в вырожденный электронный газ и все ячейки фазового пространства, соответствующие импульсу рождающегося электрона, уже заняты, электрон родиться не может.

Обратный β -процесс ведет к уменьшению общего числа электронов на грамм вещества и увеличению числа нейтронов в ядрах. Этот процесс называют нейтронизацией. Возможность образования нейтронных конфигураций была указана в ⁶⁶⁻⁶⁸ и рассчитана Л. Д. Ландау¹⁸. Плотность, соответствующая началу нейтронизации, зависит от химического и изотопного состава вещества.

Мы увидим ниже, что для звезд нейтронизация начинается, когда вещество состоит из элементов среднего атомного веса ($A \approx 24$). При этом $Q_{\text{крит}} = 10^9 - 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ *). Уменьшение числа электронов задерживает рост давления, и при $Q > Q_{\text{крит}}$ γ становится меньше $4/3$. Процесс нейтронизации делает ядра неустойчивыми и в конце концов приводит к их развалу. При $Q > 10^{12} \text{ г} / \text{см}^3$ давление (так же как и плотность) в основном определяется вырожденным нейтронным газом. Если бы нейтроны взаимодействовали между собой, этот газ был бы идеальным и, пока γ еще нерелятивистский, показатель адиабаты $\gamma = 5/3$ (и всегда $\gamma > 4/3$). Однако известно, что между нейtronами существуют силы притяжения, хотя эти силы недостаточны для образования ядер, состоящих из нейтронов, они все же вносят отрицательный вклад в давление и γ по-прежнему меньше $4/3$.

На малых расстояниях между барionами силы притяжения сменяются силами отталкивания, которые вносят положительный вклад в давление, и поэтому при $Q \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ г} / \text{см}^3$ γ вновь становится больше $4/3$. Гласно А. Камерону⁸ при $Q \geq 10^{12} \text{ г} / \text{см}^3$ уравнение состояния имеет вид

$$P = 5,3 \cdot 10^9 Q^{5/3} + 1,6 \cdot 10^{-5} Q^{8/3} - 1,4 \cdot 10^5 Q^2. \quad (3,4)$$

съ второе слагаемое учитывает силы отталкивания, а третье — силы тяжения между барionами.

Камерон, как и многие другие авторы, склонен преувеличивать точность формул, подобных (3,4). В действительности это только грубоеближение к истине. При еще больших плотностях ($Q > 10^{15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$) в веществе должны появляться гипероны**), которые стабильны в данных условиях, что подробно рассматривается в работах В. А. Амбарцумяна¹⁹, С. Саакяна и их сотрудников⁹⁻¹¹, однако мы пока не можем определенно говорить о точном виде уравнения состояния в этой области***).

) Любопытное исключение⁵⁸ представляет нейтронизация He^3 (см. § 12).

**) Еще при ядерной плотности $Q \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ г} / \text{см}^3$ в веществе появляются Σ^- -гипероны. Их стабильность обеспечивается наличием вырожденных электронов. В обычных ядрах, находящихся в центре атома, гиперонов быть не может, так как они лишь в среднем в объеме атома компенсируют заряд ядра, и плотность новых в ядре даже для тяжелых элементов в миллион раз меньше, чем плотность новых при появлении стабильных Σ^- -гиперонов в звездном веществе.

*** Несмотря на рождение новых частиц, сохраняющейся величиной является заряд n : к числу барionов относятся и гипероны.

При большой плотности нужно различать полную плотность массы (включающую плотность энергии) ρ ($\text{г} \cdot \text{см}^{-3}$) и плотность массы покоя барионов $\rho' = nm$ ($\text{г} \cdot \text{см}^{-3}$), где n (см^{-3}) — плотность барионов.

В течение долгого времени без доказательства принимали, что давление должно быть меньше или равно $\rho c^2/3$ (см. § 8). Такой закон получается в двух случаях: при рассмотрении свободных невзаимодействующих частиц (причем $P = \rho c^2/3$ в пределе ультрарелятивистских частиц) и при рассмотрении электромагнитного поля и частиц, взаимодействующих через электромагнитное поле.

Однако в работе § 9 был построен конкретный пример взаимодействия частиц с полем тяжелых нейтральных векторных мезонов; релятивистская инвариантная теория привела к выражению для давления $P \rightarrow \rho c^2 = \epsilon$ при $\rho \rightarrow \infty$. Заметим, что при $P = \rho c^2/3$ скорость звука $v_{\text{зв}} = c/\sqrt{3}$ в новом варианте, при $P = \rho c^2$ скорость звука стремится к скорости света, $v_{\text{зв}} \rightarrow c$, что является эстетически более удовлетворительным. Во всяком случае предположение, что всегда и везде $P < \rho c^2/3$ перешло в разряд предрассудков; с момента опубликования работы § 9 прошло более четырех лет, но против нее не появилось возражений; см. также §§ 11, 43.

В последнее время появилась работа Д. А. Киржница и В. Л. Поляченко § 10, в которой высказывается предположение о возможности $v_{\text{зв}} > c$. Более того, в этой работе конструируется пример барионов, локально взаимодействующих с псевдоскалярным мезонным полем, в котором по мнению авторов, реализуется такой случай. Общие соображения позволяют утверждать, что в этом примере содержится ошибка: уравнения поля мезонов вне источников имеют скорость распространения сигналов c ; система из покоящихся точечных барионов, взаимодействующих через мезоны, никоим образом не даст скорости сигнала больше

Различные показатели степени в зависимости $\rho = \rho(n)$ соответствуют различным отношениям P/ρ в той области, где $\rho \gg \rho' = nm$:

$$\text{при } P \sim \rho \sim n^{4/3} \quad P = \frac{1}{3} \rho c^2;$$

$$\text{при } P \sim \rho \sim n^2 \quad P = \rho c^2.$$

Как мы увидим дальше (см. § 4), звезды, в которых достигаются плотности $\rho \approx 10^{15} \text{ г}/\text{см}^3$ и больше, заведомо являются релятивистскими, т. е. определяющее влияние на их строение оказывают эффектыщей теории относительности. Оказывается в связи с этим, что отсутствие надежных сведений об уравнении состояния при сверхъядерных плотностях не препятствует рассмотрению принципиальных вопросов эволюции звезды.

Приведем в заключение в табл. I знаки $\Delta = \gamma - 4/3$ для $S =$

Таблица
Знак $\Delta = \lambda - 4/3$ для различных значений плотности ($S = 0$)

Интервал плотности	$\rho \leq 10^9 \text{ г}/\text{см}^3$	$10^9 \leq \rho \leq 10^{14}$	$10^{14} < \rho < 10^{15}$	$\rho > 10^{15} \text{ г}/\text{см}^3$
Знак Δ	+	-	+	-

*) Об особенностях, которые возникают при $\rho \geq 10^{15} \text{ г}/\text{см}^3$, см. § 8.

Для полного решения вопроса об эволюции звезды надо уметь составлять подобную таблицу для любой заданной энтропии S , т. е. необходимо знать уравнение состояния для всех значений q и T . Чтобы написать такое уравнение состояния, надо решить уравнения статистического равновесия для компонент вещества при заданном q и T . Несмотря на то, что эта задача в принципе тривиальна для большей части возможных значений q и T , она еще не решена даже в грубом приближении. Работа в этом направлении только начинается. Однако, несмотря на отсутствие в настоящее время численных расчетов, все же можно, очевидно, из соображений непрерывности функции $P(S, q)$ указать примерный вид $P_{S=\text{const}} = P(q)$ для небольших S , так как функция $P = P(0, q)$ известна. Эти соображения помогут нам при анализе эволюции звезды.

§ 4. МАССЫ ЗВЕЗД В КОНЕЧНОЙ СТАДИИ ЭВОЛЮЦИИ

Вернемся к нерелятивистской теории. Рассчитаем массу холодной звезды ($S = 0$) как функцию средней плотности. Перепишем формулу (2,4) в виде

$$M = \frac{bP^{3/2}}{G^{3/2} q^2}, \quad (4,1)$$

где $b = (3/4\pi)^{1/2}$.

В том случае, когда уравнение состояния во всей звезде имеет вид адиабаты $P = kq^\gamma$, где k , γ — постоянные, уравнение равновесия (2,3) было проинтегрировано в фундаментальной работе Эмдена¹². Основные выводы этой работы изложены, например, в⁴⁴. В результате для M вместо выражения (4,1), которое получено из усредненного уравнения равновесия, получается выражение, отличающееся от (4,1) тем, что вместо численного коэффициента $b = (3/4\pi)^{1/2}$ стоит множитель $b(\gamma)$, зависящий от γ . Вместо γ часто употребляют индекс политропы $n = 1/(\gamma - 1)$. Если γ изменяется от $5/3$ до $4/3$, то $b(\gamma)$ меняется от $b(5/3) \approx 7,4$ до $b(4/3) \approx 4,6$.

При $q \ll 10^6 \text{ г/см}^3$ справедливо уравнение состояния для вещества, где давление определяется вырожденным электронным газом (3,3). Подставляя (3,3) в (4,1) и считая $b(5/3) = 7,4$, находим

$$M = 6,8 \cdot 10^{-3} q^{1/2} \left(\frac{Z}{A} \right)^{5/2} M_\odot. \quad (4,2)$$

Если бы с увеличением q газ электронов постепенно становился релятивистским, но нейтронизации вещества не происходило, то для $q \gg 10^6 \text{ г/см}^3$ вместо уравнения состояния (3,3) надо было бы написать уравнение состояния для вещества, давление которого определяется ультра-релятивистскими вырожденными электронами, а плотность — атомными ядрами:

$$P = 1,23 \cdot 10^{15} \left(\frac{Zq}{A} \right)^{4/3}. \quad (4,3)$$

При этом атомные ядра еще не вырождены и в целом $P \ll qc^2$; поэтому применима ньютонаовская теория. Подставляя это выражение в (4,1), используя $b(4/3) = 4,6$ и учитывая, что отношение Z/A для тяжелых элементов порядка 0,5, получаем

$$M = 1,45 M_\odot.$$

Таким образом, для холодного вещества, находящегося в равновесии, в ньютоновской теории существует верхний предел массы («чандрасекаровский предел»¹³), равный $1,45M_{\odot}$ и достигаемый в пределе при $q = \infty$ (когда γ точно равно $4/3$ во всей звезде). Однако в действительности, как мы отмечали в предыдущем параграфе, нейтронизация вещества приводит к тому, что $\gamma = 4/3$ не при $q = \infty$, а при $q \approx 10^9 - 10^{10} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Когда средняя плотность вещества звезды достаточно высока, $q \geq 10^7 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, давление определяется релятивистскими вырожденными электронами, γ очень мало отличается от $4/3$. Теперь достаточно немногого уменьшить γ , и Δ станет меньше 0. Когда плотность в центре звезды превышает $q_c \approx 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, там начинается нейтропиция вещества. Как только в центре начинается этот процесс, γ для всей звезды становится меньше $4/3$ *). Максимальная масса, соответствующая этой центральной плотности, $M_{\max} = 1,2 M_{\odot}$ ¹⁴⁻¹⁶ (см. рис. 4). Этот результат получен путем численного интегрирования уравнения равновесия (2,3) с учетом изменения уравнения состояния при переходе от плотных недр звезды к менее плотной ее поверхности. Значение M_{\max} зависит (но не сильно) от химического состава и в еще меньшей степени от вращения звезды (до того предела, пока вращение не вызывает мощного истечения вещества с экватора звезды). При дальнейшем повышении плотности $\gamma < 4/3$ (см. табл. I). Из формулы (4,1) следует, что с ростом q масса будет убывать, равновесие при этом неустойчиво ($dM/dq < 0$), следовательно, стационарные холодные звезды, имеющие плотность в центре $q_c > 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, не существуют (см. также 69).

Когда средняя плотность нейтронного ядра звезды достигает $q = 10^{13} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, плотность в центре превосходит ядерную ($3 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$) и среднее γ для звезды становится больше $4/3$. Таким образом, минимального значения масса M равновесной звезды достигает при $q \approx 10^{13} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Можно оценить это M_{\min} , найдя давление при $q = 10^{13} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ по формуле (3,4) и подставив это значение в (4,1) с $b \approx 5$:

$$M_{\min} \approx 0,05 M_{\odot}.$$

Напоминаем, что это только порядковая оценка, ибо в действительности звезда не может целиком состоять из нейтронов. В наружных областях давление недостаточно для существования стабильных нейтронов, и внешняя оболочка состоит из ядер и электронов. Подробнее о массах холодных звезд при больших плотностях говорится далее (см. § 8). За деталями расчетов отсылаем к работе Г. С. Саакяна и Ю. Л. Вартаняна¹⁶.

Дальнейшее увеличение плотности сопровождается увеличением массы, так как $\Delta = \gamma - 4/3 > 0$, а значит, и $dM/dq > 0$. Равновесные конфигурации при этом устойчивы. Одновременно с отталкиванием барионов при $q \approx 10^{15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ в игру вступают эффекты релятивистской теории тяготения. И прежде чем рассматривать эти релятивистские объекты, мы должны напомнить свойства сильных статических гравитационных полей Эйнштейна.

§ 5. ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ЩВАРЦШЛЬДА

Рассмотрение релятивистских эффектов мы начнем с простейшего случая — сильного поля тяготения, создаваемого сферическим телом в вакууме.

*) При критической плотности некоторый вклад в уменьшение эффективной γ вносят также эффекты, обусловленные различию между плотностью массы покоя частиц и плотностью энергии (см. § 3) и изменению в законе для силы тяготения в связи с общей теорией относительности⁴⁷. Подробнее об этом см. § 8.

Решение уравнений Эйнштейна для такого поля (решение Шварцшильда ¹⁷ 1916 г.*)) определяет геометрические свойства пространства и темп течения времени вблизи тела, создающего поле. Оказывается, что это поле всегда постоянно (даже если вещества центрального тела совершают радиальные движения, оставаясь сферически симметричным) и зависит только от полной энергии тела E .

Выражение для четырехмерного интервала в поле Шварцшильда имеет вид

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2, \quad (5,1)$$

где $M = E/c^2$. В выражении для ds^2 содержатся все сведения о гравитационном поле. Напомним, как пользоваться этим выражением для физических выводов. Первые три слагаемые в сумме дают взятый с обратным знаком квадрат расстояния между бесконечно близкими точками dl^2 , записанный в сферической системе координат в искривленном пространстве. Неподвижный наблюдатель, находящийся вблизи массивного тела, может измерять расстояния в малой окрестности обычным способом, вводя декартовы координаты. В этих координатах $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Если он выберет $dz = rd\theta$, а $dy = r \sin \theta d\varphi$, то вне поля тяготения в евклидовом пространстве $dx = dr$. Вблизи массивного тела, в поле Шварцшильда, как видно из (5,1),

$$dx = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right)^{-1/2} dr. \quad (5,2a)$$

Перед dr стоит множитель, отличный от единицы, что отражает факт неевклидовости геометрии пространства. Из этого следует, например, что расстояние между двумя близкими окружностями, описанными в одной плоскости вокруг центрального тела и имеющими длины l_1 и l_2 , равно не $(l_2 - l_1)/2\pi$, а

$$\frac{l_2 - l_1}{2\pi} \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} \right)^{-1/2}.$$

Кривизна пространства в данной точке в данном двумерном направлении, т. е. при данной ориентации плоскости (так называемая риманова кривизна) измеряется отношением $(\Sigma - \pi)/S$ где Σ — сумма углов малого треугольника на этой плоскости, а S — его площадь. Кривизна имеет размерность $c m^{-2}$ и может быть положительной и отрицательной. Вне звезды в направлении, касательном к ее поверхности, кривизна отрицательна, а в ортогональных направлениях положительна. Кривизна, усредненная по всем направлениям (так называемая гауссова кривизна) равна нулю.

Последнее слагаемое в (5,1) есть (помноженный на c^2) квадрат промежутка времени τ , текущего в данной точке:

$$\Delta\tau = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \Delta t. \quad (5,2b)$$

Вдали от тела при $r \rightarrow \infty$ $\Delta\tau = \Delta t$. Чем ближе точка наблюдения к телу, создающему поле, тем медленнее течет время, т. е. данному промежутку времени на бесконечности Δt соответствует все меньший промежуток $\Delta\tau^{**}$).

Найдем силу тяготения F , действующую в поле Шварцшильда на пробную массу m , скорость которой невелика ($v \ll c$). Эта сила,

*) О свойствах решения Шварцшильда см., например, ⁴⁶.

**) Одновременность событий устанавливается передачей световых сигналов. Передача сигнала в поле Шварцшильда рассматривается ниже.

очевидно, равна $F = m d^2l/d\tau^2$. Ускорение свободного падения $d^2l/d\tau^2$ для пробной частицы записывается в следующем виде:

$$\frac{d^2l}{d\tau^2} = - \frac{GM}{r^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{1/2}},$$

и, следовательно, сила тяготения

$$F = - \frac{GMm}{r^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{1/2}}. \quad (5,3)$$

Мы видим, что при $r = 2GM/c^2$ сила тяготения становится бесконечной. Эта особенность свидетельствует о том, что центральное тело, если оно статическое, не может иметь радиус меньше $2GM/c^2$. Используемая выше неподвижная и недеформирующаяся сферическая система координат применима также только при $r > 2GM/c^2$. Этот критический радиус $r_g = 2GM/c^2$ носит название гравитационного, а сферу радиуса r_g называют сферой Шварцшильда. Заметим, что нестатическое тело может иметь размеры меньше гравитационного радиуса.

На большом по сравнению с r_g расстоянии поле Шварцшильда есть обычное поле тяготения ньютоновской теории с гравитационным потенциалом $\varphi = GM/r$ и выражением для силы

$$F = - \frac{GMm}{r^2}.$$

Гравитационный радиус Солнца 2,96 км, Земли 0,443 см. Радиусы Земли и Солнца много больше их гравитационных радиусов. Следовательно, вне Солнца, Земли и других звезд и планет гравитационное поле с огромной точностью есть поле Ньютона. В веществе реальное Шварцшильда неприменимо, и внутри звезды, как мы увидим в следующем параграфе, нет никаких особенностей типа сферы Шварцшильда.

§ 6. ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ ВНУТРИ ЗВЕЗДЫ

Рассмотрим теперь свойства сильного поля тяготения внутри покоящегося вещества. Здесь 4-мерный интервал принято записывать в виде

$$ds^2 = -e^{\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + e^{\nu(r)} c^2 dt^2. \quad (6,1)$$

Два коэффициента: $e^{\lambda(r)}$, описывающий отклонение геометрии от евклидовой, и $e^{\nu(r)}$, описывающий изменение темпа течения времени,— определяются распределением вещества:

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{8\pi G}{c^2 r^2} \int_0^r Q r^2 dr, \quad (6,2)$$

$$-\nu = \int_r^\infty \left[\frac{8\pi G}{c^4} (Qc^2 + P) r^{\nu(\lambda)} - \frac{d\lambda}{dr} \right] dr. \quad (6,3)$$

Напомним, что Q — плотность вещества, включающая не только сумму масс частиц единицы объема, но и их энергию (движения и взаимодействия, кроме гравитационного). Коэффициенты при dr^2 в выражениях (5,1) и (6,1) в вакууме вне звезды должны совпадать. Отсюда, используя

(6,2), получаем выражение для массы

$$M = 4\pi \int_0^R qr^2 dr. \quad (6.4)$$

Напомним, что вследствии неевклидовости пространства элемент объема $dV = 4\pi \exp(\lambda/2) r^2 dr \neq 4\pi r^2 dr$. В интеграле (6,4) стоит $4\pi r^2 dr$, а не dV . Мы увидим, что это связано с влиянием энергии поля тяготения на массу тела. Из формул (6,2) и (6,3) видно, что коэффициент $e^\lambda > 1$, а $e^\nu < 1$ (так же как было и вне тяготеющей массы), поэтому внутри тела отклонение геометрии от евклидовой носит тот же характер, что и за его границей, и $dV > 4\pi r^2 dr$, а время течет медленнее, чем на бесконечности.

Из формулы (6,2) следует, что $e^\lambda \rightarrow 1$, когда $r \rightarrow 0$, и метрика при этом имеет галилеев вид. Это, конечно, не означает, что пространство здесь меньше искривлено, чем в других точках. Дело в том, что мы пользуемся сферическими координатами и условие $r \rightarrow 0$ означает, что берется малая окрестность вокруг центра. В предыдущем параграфе мы напомнили, что кривизна пространства имеет размерность см^{-2} ; следовательно, эффекты, вызываемые кривизной, уменьшаются пропорционально квадрату размера. Поэтому при $r \rightarrow 0$ кривизна пространства не проявляется и $e^\lambda \rightarrow 1$ *).

В действительности гауссова (средняя) кривизна пространства C_G в центре звезды больше, чем в других местах. Величина C_G дается формулой (см. работу А. Л. Зельманова ⁵⁴, интересующие нас выводы этой работы имеются в ⁵⁵)

$$C_G = \frac{4}{3} \frac{\pi G q}{c^2}. \quad (6.5)$$

Так как в центре звезды плотность максимальна, там максимально и C_G . Конечно, не надо думать, что из (6,5) следует евклидовость пространства вне звезды, где $q = 0$, даже вблизи ее поверхности в сильном поле. Формула (6,5) дает только среднюю кривизну пространства по всем двумерным направлениям, и эта средняя кривизна действительно равна нулю. Но как указывалось в предыдущем параграфе, вне звезды риманова кривизна пространства не равна нулю и может иметь в зависимости от двумерного направления и положительное, и отрицательное значения. В центре звезды все направления равнозначны; там кривизна для любой ориентации дается формулой (6,5) и всегда положительна.

Гравитационное поле, полученное «сшиванием» решений внутри звезды и снаружи, нигде не имеет каких-либо физических особенностей типа сферы Шварцшильда, и везде $1 < e^\lambda < \infty$ и $0 < e^\nu < 1$.

§ 7. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА В СТАТИЧЕСКОЙ ЗВЕЗДЕ И ВНЕ ЕЕ

Посмотрим теперь, как будут распространяться лучи света и нейтрино, движущиеся по радиусу в сферическом поле тяготения. Поскольку локально наблюдатель может ввести координаты, в которых $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, то, используя принцип постоянства (локального) скорости света, измеренной локальным наблюдателем ($v_{\text{света}} = c$),

*) Заметим, что существуют решения с конечной массой и $q_c = \infty$. Соответственно в этих решениях и бесконечна кривизна в центре, и $e^\lambda = 1$. Мы этих сингулярных решений здесь не касаемся.

получаем уравнение движения частицы с нулевой массой покоя: $ds = 0$. Следовательно, при $\varphi = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$

$$\frac{dr}{dt} = ce^{\frac{v-\lambda}{2}}. \quad (7,1)$$

Везде внутри звезды $e^{\frac{v-\lambda}{2}} < 1$. За поверхностью звезды в вакууме

$$e^{\frac{v-\lambda}{2}} = 1 - \frac{2GM}{c^2r} < 1,$$

причем эта величина стремится к 1 при $r \rightarrow \infty$. Следовательно, например, для нейтрино, вылетевшего из центра, изменение координаты r со временем t далекого наблюдателя должно иметь вид, изображенный на рис. 2. Пунктиром на этом рисунке показано движение нейтрино в отсутствие поля тяготения. Заметим, что если радиус звезды $R \rightarrow r_g$, то в вакууме

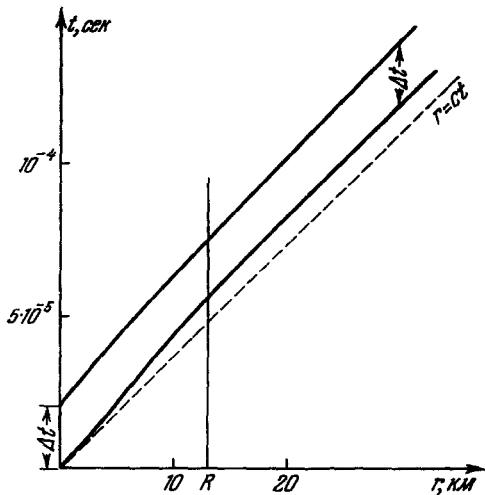


Рис. 2. Графики изменения r по часам внешнего наблюдателя t для двух нейтрино, вылетевших при $t = 0$ и $t = \Delta t$ из центра звезды с массой $0,64M_{\odot}$.

R — граница звезды ($R = 6,9, R_g$).

интервалу Δt в сильном поле тяготения соответствует промежуток времени

$$\Delta\tau = e^{v/2} \Delta t. \quad (7,2)$$

Следовательно, частота принятого наблюдателем сигнала, пропорциональная $1/\Delta t$, отличается от частоты испущенного сигнала $\omega_0 \sim 1/\Delta t$:

$$\omega = \omega_0 e^{-v/2}. \quad (7,3)$$

Частота сигнала уменьшается при выходе его из поля тяготения (и увеличивается при движении в обратном направлении). Соответственно этому уменьшается и энергия кванта $E = \hbar\omega$. Описанное явление называется гравитационным красным смещением. Для наблюдателя, находящегося на поверхности звезды, спектр испускания атомов выглядит точно так же, как и в лаборатории на Земле. Однако спектр тех же атомов звезды, наблюдаемый с Земли, сдвинут, благодаря описанному явлению, в красную сторону *).

*.) «Фиолетовое» смещение, вызванное у лучей, приходящих из космоса на Землю, ее гравитационным полем, составляет всего $\Delta\omega/\omega \approx 10^{-9}$, и мы им пренебрегаем.

Гравитационное изменение частоты квантов демонстрирует изумительную стройность общей теории относительности. Действительно, описанное явление в рамках ньютоновской теории можно интерпретировать как потерю энергии квантами при выходе из поля тяготения. Но благодаря связи энергии и частоты, $E = \hbar\omega$, изменение энергии связано с изменением частоты, а последняя $\sim 1/\Delta t$. Таким образом, из этого факта следует изменение темпа течения времени в поле тяготения, т. е. изменение свойств пространственно-временного континуума. Отсюда уже непосредственно вытекает теория тяготения Эйнштейна с идеей кривизны пространства-времени. Многочисленные попытки как-то иначе построить современную теорию гравитации не увенчались успехом. Теория Эйнштейна является единственной стройной и до конца последовательной теорией тяготения, объясняющей всю совокупность наблюдательных данных.

§ 8. СТРОЕНИЕ СВЕРХПЛОТНЫХ ЗВЕЗД

Из уравнения поля Эйнштейна, как известно, непосредственно следуют уравнения движения, а в частном случае статики — уравнения равновесия. В случае сферической симметрии уравнение равновесия записывается в виде *)

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{dv}{dr} (P + qc^2). \quad (8,1)$$

Выражение (8,1) вместе с уравнениями (6,2), (6,3) и уравнением состояния определяет гидростатическое равновесие в релятивистской теории и заменяет уравнение равновесия (2,3) ньютоновской теории. Интегрирование этой системы совместно с уравнением состояния, описанным в § 3, позволяет построить релятивистские модели сверхплотных холодных звездных конфигураций, продолжающих в область больших плотностей ряд моделей, рассмотренных в § 4.

Первые подобные расчеты были проделаны в классической работе Оппенгеймера и Волкова ² в 1939 г. с использованием уравнения состояния идеального ферми-газа. Наиболее характерной особенностью рассчитанных моделей было то, что кривая $M = M(q)$ в области $q \approx 10^{15} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ имеет максимум. На неизбежность появления предела равновесной массы указывалось уже в работах ^{18, 19}.

Причины появления максимума состоят в следующем: во-первых, изменяется закон для силы тяготения. Мы уже отмечали, что сила тяготения (5,3) на поверхности статической звезды стремится к бесконечности, когда радиус ее приближается к гравитационному (а не к нулю, как было в ньютоновской теории), и, следовательно, радиус звезды R должен быть больше r_g :

$$R > r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (8,2)$$

Выразим R через M и среднюю плотность q . Согласно формуле (6,4) средняя плотность

$$q = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

*) Из выражения (8,1) видно, что величина $v/2$ аналогична ньютоновскому потенциалу φ . В приближении слабого поля $v/2 = \varphi/2$, и учитывая, что в этом случае $qc^2 \gg P$, получаем формулу равновесия ньютоновской теории (2,3).

Находя отсюда R и подставляя в (8,2), получаем

$$M < \frac{c^3}{(2G)^{3/2}} \left(\frac{4}{3} \pi \right)^{1/2} Q^{-1/2},$$

или, вводя числовые коэффициенты,

$$M < M_{\odot} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{16}}{Q}}.$$

Мы видим, что по какому бы закону не менялось давление $P = P(Q)$, наибольшее возможное значение M обязано падать с ростом Q .

Другая причина, ведущая к появлению максимума $M(Q)$, состоит в том, что при больших плотностях главный вклад в плотность энергии (а следовательно, и в плотность массы) вносит уже не энергия покоя частиц, а энергия их движения и взаимодействия. Обозначим плотность барionов через n , а показателем адиабаты γ , назовем $d \ln P / d \ln n$. Определенная таким образом γ_1 для вырожденного газа всегда больше $4/3$ и, в принципе, для отталкивающихся частиц может достичь значения ³⁹ $\gamma_1 = 2$.

Однако в уравнение равновесия входит не n , а плотность массы Q и давление P .

В силу отмеченного выше обстоятельства, асимптотический вид уравнения состояния: $P \sim Q$, поэтому эффективное значение $\gamma_2 = d \ln P / d \ln Q$ становится меньше $4/3$ и в пределе $\gamma_2 \rightarrow 1$.

В табл. I на стр. 386 приведено именно γ_2 . На рис. 3 представлены графики γ_1 и γ_2 для идеального газа нейтронов. Смена $\gamma_2 > 4/3$ на $\gamma_2 < 4/3$, как показано в § 4, ведет к появлению максимума $M(Q)$. Таким образом, даже безотносительно к изменению закона силы тяготения, $M(Q)$ должна иметь максимум. Оба рассмотренных эффекта одного порядка и действуют в одну и ту же сторону. Численно эти эффекты, как малые поправки к классической теории, были рассмотрены в малоизвестной работе С. А. Каплана ⁴⁷ и много позже в работе Фаулера ¹⁸ (см. также ²⁰). Эти поправки в связи с теорией строения очень массивных звезд будут рассмотрены во II части обзора.

Итак, рассмотренные причины приводят к тому, что масса равновесной конфигурации не может быть сколь угодно большой, и в области больших плотностей ($Q \approx 10^{15} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$) кривая $M = M(Q)$ также имеет максимум. В работе Оппенгеймера и Волкова ² расчеты, проделанные с использованием уравнения состояния идеального вырожденного нейтронного газа, дают $M_{\max} \approx 0,72 \cdot M_{\odot}$. Однако это уравнение состояния, как мы видели в § 3, не применимо при подобных плотностях. Последние работы Камерона ⁸, Саакяна и Вартаняна ¹⁶ с уравнением состояния реального газа дают значение $M_{\max} \approx (1,6 \pm 2) M_{\odot}$.

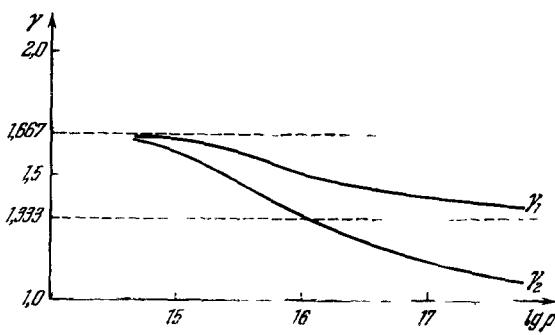


Рис. 3. $\gamma_1 = d \ln P / d \ln n$ и $\gamma_2 = d \ln P / d \ln Q$ как функции плотности Q для идеального холодного газа нейтронов.

Теперь мы можем завершить построение функции $M = M(q)$ для равновесных конфигураций при $S = 0$. На рис. 4 приведена кривая $M = M(q_c)$ по вычислениям разных авторов. По оси абсцисс здесь отложена не средняя плотность q , а плотность в центре конфигурации q_c , что является более удобным параметром; в частности, именно $dM/dq_c > 0$ есть критерий устойчивости звезды для ньютонаического случая, как это отмечалось в § 2. (Об устойчивости моделей в релятивистском случае см. § 10.)

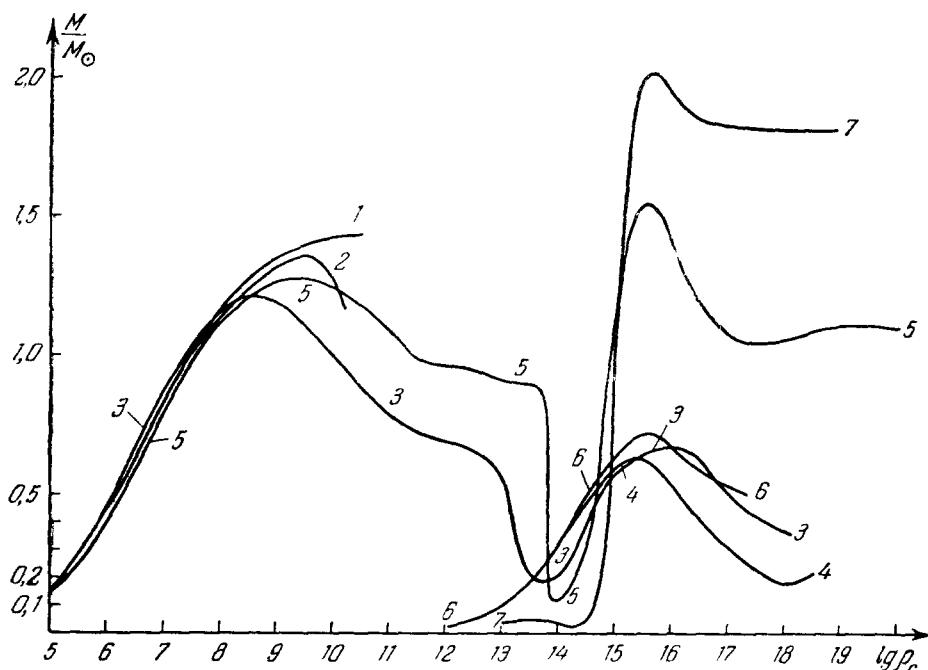


Рис. 4. Массы холодных звезд.

1 - Чандraseкар¹³, 1939 г.; 2 - Хамада и Сальпетер (для Mg^{24})¹⁴, 1958 г.; 3 - Гаррисон, Ванано, Уиллер (для реального газа)¹⁴, 1961 г.; 4 - Амбарцумян и Саакян (для идеального газа)⁹, 1964 г.; 5 - Саакян и Вартанян (для реального газа)¹⁶, 1964 г.; 6 - Оппенгеймер и Волков (для идеального газа)², 1939 г.; 7 - Камерон (для реального газа)⁸, 1959 г.

Из рис. 4 видно, что развитие знаний о свойствах вещества при больших плотностях несколько изменяло кривую $M(q_c)$, особенно в области сверхвысоких плотностей. Эта кривая отличается также по расчетам разных авторов вследствие различных предположений о химическом составе вещества (в области первого максимума) и вследствие различных упрощающих допущений, принятых при вычислении. Однако несмотря на эти отличия качественный характер кривой, важный при анализе принципиальных вопросов эволюции звезды, одинаков у всех авторов. В дальнейшем мы будем пользоваться для определенности кривой 5 Саакяна и Вартаняна¹⁶. В расчетах этих авторов учтено изменение уравнения состояния при переходе от плотных недр звезды к ее оболочке. Любопытно, что в области больших плотностей за максимумом, там, где уже не могут находиться реальные равновесные холодные звезды, полная масса равновесной звезды, как показали Н. А. Дмитриев и С. А. Холин, испытывает периодическую затухающую зависимость от q_c , когда $q_c \rightarrow \infty$ (см. рис. 6).

Для $q_c = \infty$, как уже говорилось в § 6, есть решение с конечной массой.

Мы будем называть максимум массы для звезд при $q_c \approx 10^{15} \text{ г/см}^3$ «OB»-максимумом (Оппенгеймер, Волков) M_{\max}^{OB} в отличие от чандraseкаровского максимума, имеющего место при q_c порядка $10^9 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$. На поверхности звезды с $M = M_{\max}^{\text{OB}}$, e^v принимает минимальное возможное для поверхности звезд значение. Это значение $e_{\min}^v = 0,5$. Следовательно, максимальное гравитационное красное смещение, которое можно в принципе наблюдать в спектре равновесной звезды, есть

$$\frac{\omega_0}{\omega} = e^{-v/2} \approx 1,4. \quad (8,3)$$

На рис. 5 для двух звезд с $q_c = 5,5 \cdot 10^{14}$ и $3,6 \cdot 10^{15} \text{ г/см}^3$ и с массами соответственно $0,64M_\odot$ и $1,55M_\odot$ приведены графики $e^{\lambda/2}$ и $e^{v/2}$. График $e^{\lambda/2}$ характеризует отклонение геометрии пространства от евклидовой вблизи звезды и внутри ее. Координатный радиус для этих звезд, т. е. величины r для поверхности, $R = r_{\text{пов}} = \sqrt{s/4\pi}$ (где s — площадь поверхности звезды) равен соответственно 13 и 9,3 км. Расстояние от центра

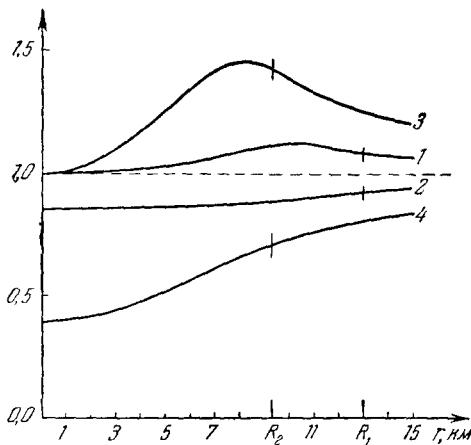


Рис. 5. $e^{\lambda/2}$ и $e^{v/2}$ как функции радиуса r для звезд с $M_1 = 0,64M_\odot$ и $M_2 = 1,55M_\odot$.
1 — $e^{\lambda/2}_{M_1}$, 2 — $e^{v/2}_{M_1}$; 3 — $e^{\lambda/2}_{M_2}$, 4 — $e^{v/2}_{M_2}$. Радиусы R_1 и R_2 соответствуют поверхности звезд.

нию со временем на бесконечности. стремится к единице в центре звезды.

Разумеется, это связано с условием нормировки: мы выбирали временнюю координату t так, чтобы она на бесконечности все время совпадала там с показаниями часов наблюдателя; поэтому $(e^{v/2})_\infty = 1$, а $e^{v/2}$ в центре звезды во столько раз меньше $(e^{v/2})_\infty$, во сколько раз темп течения времени в центре меньше, чем на бесконечности.

§ 9. ДЕФЕКТ МАССЫ

Запишем выражение полной энергии звезды E для того случая, когда плотности малы и применима теория Ньютона: $E = E_0 + T + \Omega$. Здесь $E_0 = Nmc^2$ — энергия покоя нуклонов, составляющих звезду, T — энергия движения и взаимодействия нуклонов, Ω — потенциальная энергия взаимного тяготения. Последнее слагаемое отрицательно. Обозначим $E_0 + T = E_1$. В релятивистской области соответственно следует различать:

$$E = Mc^2 = 4\pi c^2 \int_0^R qr^2 dr, \quad (9,1)$$

$$E_0 = M_0 c^2 = c^2 \int_V mn dV = N mc^2 \quad (9,2)$$

$$\tilde{R} = \int_0^{r_{\text{пов}}} e^{\lambda/2} dr$$

равно соответственно 13,8 и 11,5 км.

Величина $e^{v/2}$, как уже отмечалось, аналогична ньютоновскому потенциалу. Она непосредственно показывает замедление темпа течения времени по сравне-

нию с временем на бесконечности. В отличии от $e^{\lambda/2}$ значение $e^{v/2}$ не

и

$$E_1 = M_1 c^2 - c^2 \int_V \varrho dV, \quad (9,3)$$

где $dV = 4\pi e^{\lambda/2} r^2 dr$. На рис. 6 приведены графики M , M_0 и M_1 как функции ϱ_c . Вычисления сделаны для случая идеального вырожденного нейтронного газа²¹. Напомним, что плотность массы ϱ , измеренная локально, включает не только массу покоя, но и внутреннюю энергию движения нуклонов и энергию взаимодействия частиц в 1 см^3 . (Кроме гравитационного!) Последнее не включается в ϱ , так как силы гравитации—дальнодействующие и энергия гравитации зависит не от локальных свойств, а от свойств всей конфигурации.) Полная масса звезды M не равна сумме масс элементов ее объема M_1 , и так как $e^{\lambda/2} > 1$, то

$$M < M_1.$$

Разность $\Delta_1 M = M_1 - M$ назовем полным гравитационным дефектом массы. Происхождение $\Delta_1 M$ очевидно: объединяя элементы массы $dm = \varrho dV$ (уже имеющие заданную плотность ϱ) в звезду, мы должны учесть энергию гравитационного взаимодействия между этими элементами. Эта энергия связи (не учитываемая в (9,3), в отличие от (9,1)) и соответствующая ей масса отрицательны, поэтому $\Delta_1 M > 0$. В ньютоновском приближении $c^2 \Delta_1 M = -\Omega$.

Отношение

$$\alpha_1 = \frac{\Delta_1 M}{M}$$

называют коэффициентом гравитационной упаковки, он характеризует отношение гравитационной энергии, взятой по модулю, к полной. На рис. 7 приведена зависимость α_1 от ϱ_c для звезд, состоящих из реального газа, согласно работе¹⁶. Для малых ϱ_c α_1 мало и стремится к нулю при $\varrho_c \rightarrow 0$. Для наиболее плотных конфигураций $\alpha_1 \approx 0.5$.

Рис. 7. Зависимость $\alpha_1 = \Delta_1 M/M$ и $\alpha_2 = \Delta_2 M/M_0$ от плотности ϱ_c в центре звезды.

Разность $\Delta_2 M = M_0 - M = Nm - M$ носит название неполного или (просто) дефекта массы. Энергия, соответствующая $\Delta_2 M$, есть как раз та энергия, которая выделяется при образовании из первоначально разреженного диффузного вещества плотной звезды. Из физики этого процесса ясно, что для устойчивой стационарной звезды $\Delta_2 M > 0$ *).

*) Здесь мы рассматриваем дефект массы только для статических конфигураций. Если отказаться от требования статичности, то полная масса M заданного числа нуклонов в принципе может быть сколь угодно мала (см. § 16). В частности, M для замкнутой космологической модели равна нулю (см., например, ^{46, 49}). Особенно интересны свойства ΔM для так называемых полузамкнутых миров^{50, 51}.

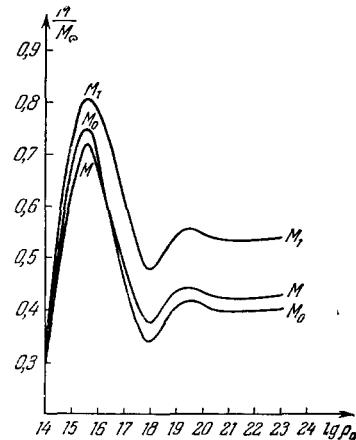
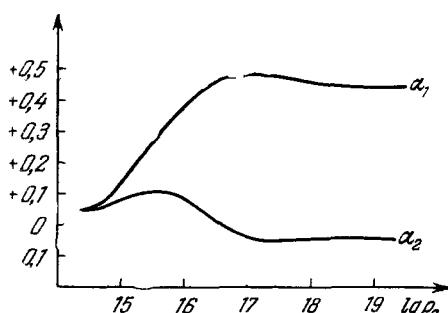


Рис. 6. M , M_0 и M_1 как функции ϱ_c для холодного идеального ферми-газа нейтронов.



В ньютоновском приближении $c^2 \Delta_2 M = -(T + \Omega)$. Отношение

$$\alpha_2 = \frac{\Delta_2 M}{M_0}$$

показывает отношение энергии, выделившейся при образовании звезды, к $M_0 c^2$. График $\alpha_2 (q_c)$, вычисленный для звезд из реального газа по данным¹⁶, также приведен на рис. 7. Для больших плотностей α_2 становится отрицательным. Об этом см. § 11.

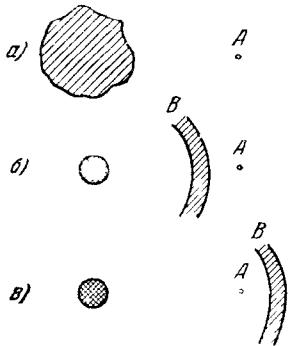


Рис. 8. Изменение массы вещества при образовании плотной звезды (*A* — наблюдатель).

а) Диффузное вещество до ската в звезду. б) Вещество скатилось; высвеченная энергия (область *B*) еще не прошла наблюдателя, последний не обнаруживает уменьшения массы тела. в) Волна прошла наблюдателя, он отмечает уменьшение массы тела на ΔM .

тационных волн и т. п. При соединении частиц в связную систему энергия, равная дефекту массы, высвечивается в виде либо квантов, либо нейтрино, либо гравитации. Далекий наблюдатель обнаружит дефект массы — уменьшение массы не в момент соединения частиц, а после того как высвеченная энергия пройдет мимо него (рис. 8). До этого момента любые трансформации энергии никак не сказываются на измеряемой наблюдателем массе звезды (разумеется, благодаря закону сохранения энергии).

§ 10. УСТОЙЧИВОСТЬ СВЕРХПЛОТНЫХ ЗВЕЗД

Как было указано в § 2, критерием устойчивости равновесия звезды является $dM/dq_c > 0$ ⁵. Однако доказательство этого утверждения спрашивливо только для ньютоновского закона тяготения и непосредственно к релятивистской области неприменимо.

Устойчивое равновесие означает минимум энергии звезды при данной энтропии и числе частиц. Исходя из этого общего положения, можно показать, что тот же критерий для малых возмущений применим и в релятивистской области.

Понятие энергии звезды будет систематически использоваться во II части обзора. Мы здесь приведем другое доказательство критерия устойчивости⁵, не претендующее на полную математическую строгость, но удовлетворяющее физиков.

Прежде всего рассмотрим, как меняется масса равновесной звезды при добавлении к ней одной частицы, приносимой на радиус r из бесконечности, где ее энергия равнялась mc^2 . Иными словами, найдем dM/dN .

Энергия такой частицы, свободно падающей в поле тяготения до радиуса r , достигнет величины *)

$$\epsilon = mc^2 e^{-\frac{v(r)}{2}}. \quad (10,1)$$

Разность $\epsilon(r) - \mu(r)$, где $\mu(r)$ — химический потенциал частиц холодной звезды, высвечивается, например, γ -квантами. Вследствие потери энергии γ -квантов из-за гравитационного красного смещения (см. (7,3)) на бесконечность уходит энергия

$$\Delta E = (\epsilon - \mu) e^{v/2}. \quad (10,2)$$

С другой стороны, из уравнения равновесия для холодной звезды следует ^{22, 16}

$$\mu(r) e^{\frac{v(r)}{2}} = \text{const} \cdot m c^2 e^{\frac{v(R)}{2}}. \quad (10,3)$$

Из (10,1) — (10,3) получаем

$$\frac{dM}{dN} = m e^{\frac{v(R)}{2}} = \text{const}.$$

Изменение M не зависит от того, в какое место равновесной звезды добавлена частица **). Заметим, что в силу (10,2) и $e^v < 1$ всегда

$$\frac{dM}{dN} < m. \quad (10,4)$$

Вернемся теперь к вопросу об устойчивости звезды. Рассмотрим участок кривой $M = M(Q_c)$, близкий к максимуму M_{\max} . Из выражения (10,4) следует, что при том же значении $Q_c = Q_{\text{крит}}$, при котором имеет максимум $M(Q_c)$, достигается максимум $N(Q_c)$.

Следовательно, слева и справа от $Q_{\text{крит}}$ можно выбрать две различные стационарные звездные модели с разными Q_{c1} и Q_{c2} , но с одинаковым N . Тогда решение для одной из этих моделей можно представить как возмущенное другое решение:

$$Q_2(r) = Q_1(r) + \delta Q. \quad (10,5)$$

В самом общем случае решение для малых возмущений имеет вид

$$\delta Q = \varphi(r) e^{\omega t}. \quad (10,6)$$

Для частного возмущения δQ , переводящего стационарное решение Q_1 в стационарное же решение Q_2 , естественно, δQ не зависит от времени, т. е. $\omega = 0$ ***). Таким образом, в максимуме кривой $M(Q_c)$

$$\omega = \omega^2 = 0.$$

Очевидно, случай с $\omega^2 = 0$ лежит на границе между $\omega^2 < 0$, где ω — мнимое, и $\omega^2 > 0$, где ω вещественно. Первый случай соответствует устойчи-

*) Энергия измеряется локальным наблюдателем и не включает потенциальную энергию частицы в поле тяготения; полная энергия частицы, разумеется, не меняется при падении (излучение гравитационных волн не учитывается, так как оно мало).

**) В отличие от ошибочного утверждения Уилера ²³. Заметим, что независимость dM/dN от места, в которое добавлена частица, означает, что если мы зададим возмущение распределения частиц $\delta n(r)$, не меняя их полного числа, т. е. так, что $\delta N = 0$, то в первом порядке и $\delta M = 0$, т. е. $\delta M / \delta n|_{\delta n = \text{const}} = 0$. Это как раз означает, что состояние равновесия соответствует экстремуму массы, т. е. экстремуму полной энергии системы (что вполне естественно). Если этот экстремум является минимумом, то это означает устойчивость состояния в соответствии со сказанным в начале этого параграфа.

***) Метод, которым мы здесь воспользовались, систематически развивался в работе ²⁴; см. также ⁷⁰.

вости, второй — неустойчивости. Мы показали, следовательно, что переход через максимум соответствует потере устойчивости. Эти соображения одинаково применимы как для модели звезды, построенной с учетом общей теории относительности, так и для нерелятивистского случая. Подчеркнем, что мы пока рассматривали только малые возмущения

§ 11. О РЕШЕНИЯХ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ГРАВИТАЦИОННЫМ ДЕФЕКТОМ МАСС

В § 9 было указано, что для устойчивых звездных моделей гравитационный дефект массы $\Delta_2 M > 0$. Однако для неустойчивых конфигураций, соответствующих падающей ветви, мы не можем заранее высказать определенного утверждения о знаке

$$\Delta_2 M = 4\pi \int_0^R (m n e^{\lambda/2} - q) r^2 dr,$$

ибо, с одной стороны, $n m < q$ благодаря энергии движения и взаимодействия нуклонов, с другой стороны, $e^{\lambda/2} \geq 1$. Вопрос о знаке $\Delta_2 M$ должен решаться конкретным расчетом моделей звезд.

Модели с отрицательным $\Delta_2 M$ заведомо должны быть неустойчивыми; они не могут осуществляться в природе и поэтому не представляют особого интереса. Мы останавливаемся на этом вопросе только потому, что он часто обсуждается в литературе.

Рассмотрим зависимость массы звезды M от числа нуклонов в ней. Во-первых, ясно, что эта кривая выходит из нуля: $N = 0, M = 0$. Кроме того, в § 10 мы показали, что $dM/dN < m$. Отсюда, на первый взгляд, следует, что всегда $M < Nm$ и $\Delta_2 M > 0$. Однако это не так.

Кривые $M(q_c)$ и $N(q_c)$ проходят через максимум при одном и том же $q_{\text{крит}}$, а dM/dN — везде конечна и не имеет особенностей (см. § 10). Отсюда следует, что зависимость M от N будет иметь точку возврата, соответствующую общему максимуму M и N . Эта зависимость изображена на рис. 9 по данным¹⁶ для сверхплотных конфигураций*). Везде на кри-

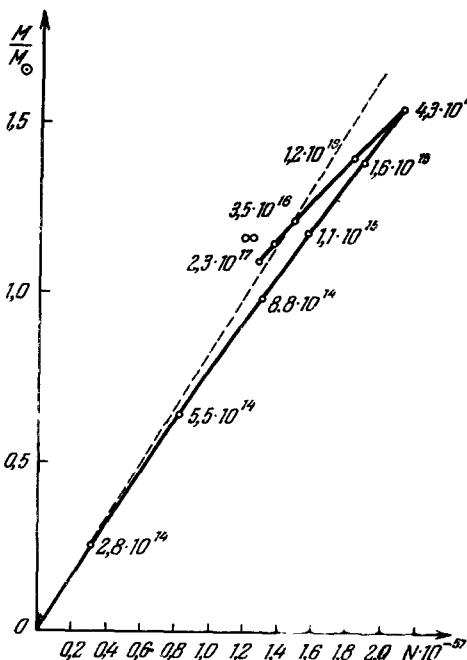


Рис. 9. Зависимость массы холодной звезды от полного числа барионов N .

Рядом с кружочками указаны плотности звезды в центре. Пунктирная линия $M = Nm_n$.

вой $dM/dN < m$, но имеется участок, где $Nm > M$ и $\Delta_2 M < 0$. Разумеется, эти конфигурации неустойчивы и малые возмущения заставляют звезду сжиматься или расширяться. При разлете такой звезды вещества будет иметь на бесконечности отличную от нуля кинетическую энергию

*) В соответствии с замечанием, сделанным в § 8, кривые $M(q_c)$ и $N(q_c)$ имеют неограниченное число максимумов при $q_c \rightarrow \infty$, амплитуда M и N затухает, и соответствующее число точек возврата имеется на кривой $M = M(N)$.

Ясно, что реальная звезда с $\Delta_2 M < 0$ не может образоваться из диффузного вещества.

Физическая причина того, что $\Delta_2 M < 0$, состоит в следующем. При очень большой плотности энергия движения и отталкивания барионов существенно больше их энергии покоя,

$$\varrho > nm.$$

Поэтому, несмотря на то, что учет отрицательной энергии гравитационного поля несколько снижает это различие, все же

$$\Delta_2 M = 4\pi \int_0^R (mne^{\lambda/2} - \varrho) r^2 dr < 0.$$

Из рис. 9 видно существование решений с $\Delta_2 M < 0$ для уравнений состояния реального газа.

На рис. 6 кривые M_v и M для идеального газа пересекаются, т. е. и в этом случае $\Delta_2 M < 0$ при $\varrho_c \geq 5 \cdot 10^{16}$. Повторяем, что это обстоятельство, любопытное само по себе, не имеет принципиального интереса.

Важно однако отметить, что $\Delta_2 M < 0$ возможно для свободных частиц только в релятивистской теории, но не в ньютоновском приближении. Действительно, в ньютоновской теории для звезды из максвелловского и ферми-газа справедлива теорема вириала

$$T = -\frac{1}{2} \Omega.$$

С другой стороны, в ньютоновском приближении (см. § 9)

$$c^2 \Delta_2 M = -(T + \Omega).$$

Следовательно,

$$c^2 \Delta_2 M = -\frac{1}{2} \Omega > 0. \quad (11,1)$$

В релятивистской теории теорема вириала уже не применима, и там возможны неустойчивые решения с $\Delta_2 M < 0$.

Подчеркнем также, что все сказанное имеет место не только для газа из сталкивающихся частиц, но и для газа, частицы которого не взаимодействуют между собой никак, кроме гравитационного взаимодействия *). Действительно, возьмем любое стационарное изотермическое решение для звезды из идеального газа и «выключим» столкновения между частицами. Очевидно, локально в каждой точке среднее распределение вещества, его энергия не изменяется, ибо при столкновениях происходит только обмен энергиями и импульсами частиц. Интегральные характеристики системы при выключении столкновений не изменятся. Теперь каждая частица совершает финитное движение в общем гравитационном поле всех остальных частиц, орбита ее не обязана быть замкнутой кривой. Полная энергия каждой отдельной частицы в поле остальных (сохраняющаяся при движении на орбите) меньше mc^2 , в соответствии с чем частица не может уйти на бесконечность.

Если рассматриваемое состояние получено после «выключения» столкновений из стационарного решения для холодного идеального ферми-газа с $\Delta_2 M < 0$, то, следовательно, и здесь будет $\Delta_2 M < 0$. Таким образом, хотя полная энергия каждой частицы меньше mc^2 , полная энергия всей системы больше Nmc^2 . Качественно возможность этого легко

*) Сказанное справедливо, когда функция распределения зависит только от $Ee^{V/2}$, где E — энергия. См. по поводу дальнейшего изложения работы Финлэй-Фрейндлиха ⁵⁶, цитируемые в обзоре ⁵⁷.

понять, если вспомнить, что в ньютоновой теории энергия одной частицы

$$E_i = mc^2 - T_i - \Omega_i.$$

Однако энергия всей системы равна

$$E = N \left(mc^2 - T_i + \frac{1}{2} \Omega_i \right).$$

Существенным здесь является коэффициент $1/2$ в третьем члене, необходимый для того, чтобы не учесть дважды каждое попарное взаимодействие. Так как $\Omega_i < 0$, то

$$E = \sum_i E_i - \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i > \sum_i E_i.$$

Поэтому и возможно решение с $E > Nmc^2$ при $E_i < mc^2$. Конечно, для этого необходимо нарушение теоремы вириала, ибо эта теорема приводит к неравенству (11,1).

§ 12. ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗДЫ

Теперь мы можем приступить к анализу эволюции звезды. Мы не будем здесь подробно останавливаться на всех этапах эволюции, отсылая читателя к книге С. А. Каплана²⁵ и соответствующим монографиям^{26, 27}. Сделаем только несколько замечаний, необходимых для дальнейшего.

Согласно общепринятым представлениям²⁸, звезды образуются из первоначально разреженной среды путем гравитационной конденсации диффузной материи, состоящей главным образом из водорода. В фазе сжатия звезда светит за счет гравитационной энергии. На этот источник энергии звезд указывал еще Кельвин. Температуры еще низки и выделение ядерной энергии пренебрежимо мало. Звезда находится в гидростатическом равновесии без внутренних источников энергии. Продолжительность этой фазы относительно невелика и составляет

$$\tau \approx 5 \cdot 10^7 \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right)^2 \text{ лет.}$$

В соответствии с отрицательной теплоемкостью звезды, при излучении энергии и сжатии увеличивается температура, которая, наконец, повышается в недрах звезды настолько, что начинают идти ядерные реакции превращения водорода в гелий. В. А. Амбарцумян²⁹ с сотрудниками рассматривают другой возможный эволюционный путь до начала ядерных реакций, а именно возникновение протозвезд не из диффузного вещества, а из сверхплотных D -тел, природа которых пока неизвестна. Это не меняет дальнейшего эволюционного пути звезды, который определяется массой, начальной энтропией и начальным химическим составом, а если звезда вращается, то еще и ее моментом *). С началом ядерных реакций звезда находится в состоянии гидродинамического и теплового равновесия. Это самый длительный период активной жизни звезды, продолжительность которого определяется запасами водорода в ядре, где температура достаточно высока для ядерных реакций, и скоростью переработки водорода в гелий. Очевидно, что этот период τ пропорционален M/L , где L — светимость звезды. Расчеты дают, что масса ядра, где выгорает водород, порядка $0,1M$, откуда следует

$$\tau = 1,1 \cdot 10^{10} \frac{L_{\odot}}{L} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ лет.} \quad (12,1)$$

*) В связи с возможностью этого второго пути образования звезд см. работу³⁰ о пылезоядерных реакциях в холодном водороде.

Неоднородность химического состава, вызванная выгоранием водорода в центре, ведет к перестройке структуры звезды, ее внешняя оболочка распухает, а ядро сжимается.

В достаточно массивных звездах ($M > M_{\odot}$ и $M \sim M_{\odot}$) температура в ядре поднимается настолько, что начинают идти реакции тройного столкновения α -частиц с образованием C^{12}



Дальнейшую судьбу звезды теоретически рассчитать очень трудно. Возможно, звезда испытывает ряд бурных изменений, сопровождающихся выбросом части наружных оболочек; но крайне невероятно, чтобы всегда в результате выбросов звезда теряла основную часть своей массы. Так или

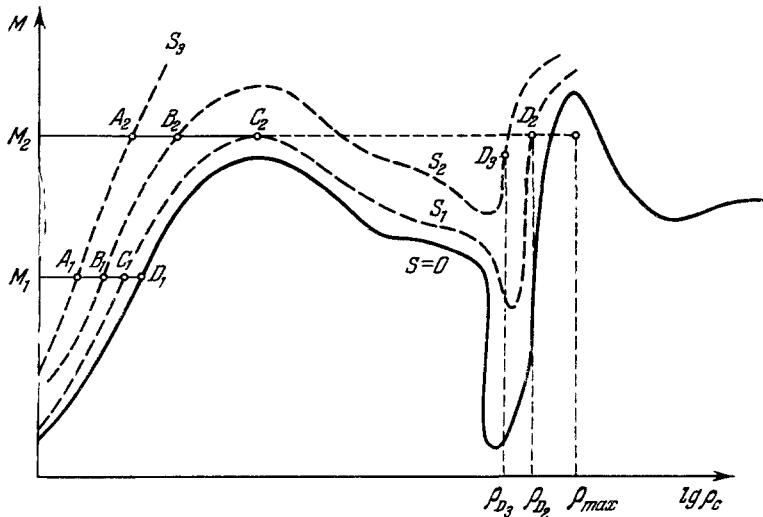


Рис. 10. Эволюция звезд M_1 и M_2 с массой меньше чем предел « c ».

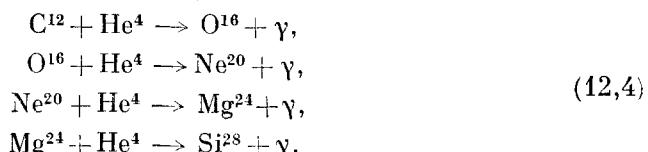
иначе, общее направление эволюции звезды протекает путем, описанным в конце § 2, — истощение запасов ядерного горючего приводит к сжатию звезды, ее разогреву. На диаграмме $M - q$ (рис. 10) звезда по равновесным состояниям будет медленно перемещаться слева направо по горизонтальной линии ($M = \text{const}$). Рассмотрим сначала эволюцию звезд с $M < 1,2 M_{\odot}$ (M_1 на рис. 10). Сжатие будет продолжаться до тех пор, пока не наступит вырождение электронов в основной массе газа. После этого сжатие практически прекратится, так как давление слабо зависит от температуры, и за всю последующую эволюцию P уменьшится примерно в 2 раза, и звезда достигнет точки D_1 . До начала вырождения при сжатии температура звезды увеличивается, ее теплоемкость отрицательна. После наступления вырождения электронов и прекращения сжатия звезда, излучая, остывает, ее температура, пройдя через максимум, падает. Теплоемкость звезды теперь уже положительна. Максимум температуры по порядку величины соответствует энергии вырождения электронов в конечном состоянии. Для звезд с массой, равной M_{\odot} , максимум T_c составляет $\sim 10^9$ К. В дальнейшем, при остывании всякие гермоядерные реакции с эффективным выделением энергии прекращаются, вырождение электронов становится все более сильным. Эта последняя стадия жизни звезд носит название стадии белых карликов. Белые карлики медленно остывают, излучая за счет тепловой энергии главным

образом атомных ядер, находящихся еще в невырожденном состоянии. Процесс остывания длится миллиарды лет²⁷. Как мы видим, в течение всей эволюции звезда на диаграмме $M - q$ медленно перемещается слева направо и стремится к кривой, соответствующей $T = 0$ ($S = 0$).

Окончательный химический состав белых карликов зависит от тех ядерных реакций, которые протекали еще на стадии их сжатия и разогрева, а возможность протекания тех или иных реакций в свою очередь зависит от температуры. Во всех звездах с $M \geq 0,3M_{\odot}$ в процессе эволюции заведомо достигались температуры гораздо выше $T = 10^7$ °К, при которой начинаются ядерные реакции превращения H в He^4 . Рассчитаем максимальную температуру, которая достигается в звезде массы M . Мы уже говорили, что это — температура вырождения газа электронов: $T_{\max} \approx T$ вырождения $\sim q^{2/3}$. Используя уравнения (3,1) и (4,1), легко получить, что $T_{\max} \sim \mu^2 M^{4/3}$. Численные расчеты дают для T_{\max} в центре звезды²⁸

$$\lg T_c = 8,6 + 2 \lg \mu - \frac{4}{3} \lg \frac{M}{M_{\odot}}, \quad (12,3)$$

где μ — молекулярный вес. По оценке Эпика²⁸ температура, близкая к максимальной, сохраняется в течение $\sim 10^{14}$ сек. Отсюда можно оценить как ядерные реакции превращения гелия изменят химический состав звезды. Если $T > \sim 3 \cdot 10^8$, то процесс тройного столкновения α -частиц (12,2) приводит к образованию C^{12} , но реакция на этом не заканчивается.



По расчетам Эпика белые карлики с $M > 0,5M_{\odot}$ должны состоять главным образом из Mg^{24} , более тяжелые ядра не образуются, благодаря тому, что исчерпывается весь гелий. В звездах с массой около $(0,4 \div 0,45) M_{\odot}$ в центральных частях значительная доля гелия еще испытывает подобное превращение, но при $M < 0,4M_{\odot}$ белый карлик в основном должен состоять из гелия*).

Проследим теперь последние этапы эволюции звезды с $1,6 M_{\odot} \geq M \geq 1,2 M_{\odot}$. В ходе падения энтропии такая звезда также медленно проходит слева направо по квазиравновесным состояниям от A_2 к C_2 вдоль линии M_2 на рис. 10. После достижения критической точки C_2 , являющейся максимумом изэнтропии $M(q)$, наступает потеря устойчивости и происходит катастрофическое сжатие со скоростью порядка скорости свободного падения $dR/dt \sim \sqrt{GM}(R_c - R)/R^2$. Необходимо особенно подчеркнуть, что после достижения состояния C_2 скорость дальнейшего сжатия никак не зависит от скорости тех процессов, которые в ходе

*) Время эволюции звезд с $M < 0,3M_{\odot}$ согласно (12,1) больше возраста Метагалактики. Чем меньше M , тем меньше максимальная возможная температура. Поэтому в звездах с достаточно малой M температура в будущем может обеспечить протекание ядерных реакций, останавливающихся только на He^3 . Казалось бы, эти звезды в конце эволюции (при $S = 0$) должны состоять из He^3 . Но как недавно отметили Паркер, Бахкал и Фаулер⁵⁸, потенциал нейтронизации He^3 очень низок и составляет всего 18 кэв. Поэтому в ходе эволюции звезды He^3 будет превращаться в тритий, а последний уже путем обычной термической реакции превратится в He^4 . Таким образом, эти звезды в конце эволюции будут состоять из He^4 . Но при массе $M < 0,1M_{\odot}$ вырождение наступит раньше, чем температура поднимется достаточно высоко для протекания ядерных реакций. Такие звезды светят за счет гравитационной энергии и в конце эволюции будут состоять в основном из водорода. Любопытно, что в спектре одной из звезд⁶¹ обнаружено большое количество He^3 .

медленной эволюции подвели звезду к критическому состоянию. Это вполне соответствует тому, что скорость свободного падения человека, прыгнувшего вниз с крыши, не зависит от скорости, с которой он подходил к краю.

Здесь надо отметить следующее существенное обстоятельство. Рассматривая возникновение неустойчивости звезды и ее гидродинамическое сжатие, мы предполагаем, что процессы, вызывающие неустойчивость, т. е. делающие $\gamma < 4/3$, идут за время многое меньшее гидродинамического t_H . По отношению к таким процессам вещество все время находится в состоянии равновесия. Эти процессы протекают почти аднабатически, а следовательно, с постоянной энтропией. Примером подобного процесса является рождение пар при высокой температуре. Однако не исключено, что нейтронизация вещества, которая как мы видели, приводит к неустойчивости при низких температурах, протекает за время, сравнимое с t_H . В таком случае нейтронизация будет отставать от равновесия в данных условиях. Это эквивалентно появлению большой эффективной вязкости, приводящей к увеличению энтропии. Детализация картины требует совместного рассмотрения гидродинамики и процесса нейтронизации.

Кроме того, мы грубо характеризовали вещество звезды средней плотностью и средним давлением. Ясно, что при этом невозможно учесть появление при сжатии ударных волн, вызывающих увеличение энтропии с «гидродинамической» скоростью. Невозможно также учесть потерю части массы, вызванную, вероятно, главным образом выходом ударной волны на поверхность звезды. Учет этих явлений требует конкретного расчета нестационарных процессов в звезде⁷¹.

В результате все перечисленные явления приведут к следующему. После «срыва» звезды в точке C_2 плотность будет расти (горизонтальный пунктир на рис. 10) и звезда достигнет нового устойчивого состояния (точка D_2), но по инерции сжатие продолжается дальше, пока не будет достигнута некоторая максимальная плотность (ρ_{\max}). В первом приближении возникнут затухающие колебания вокруг D_2 . Затухание вызывается описанными выше процессами роста энтропии; кроме того, звезда сбрасывает часть массы. В результате этого, с изэнтропы, отвечающей моменту срыва, звезда переходит на более высокую изэнтропу (с S_1 на S_2). Горизонтальная линия снижается из-за потери массы, и звезда приходит к точке D_3 в состояние равновесия.

Это состояние звезды обычно называют нейтронным состоянием. Здесь невольно возникает вопрос: как же так, ведь мы начинали эволюцию звезды с водорода, с протонов; в результате термоядерных реакций протоны объединялись в сложные ядра, при этом излучалась огромная энергия порядка $0,01 Mc^2$, а в конце эволюции в стадии нейтронной звезды снова имеем вещество, состоящее из отдельных барионов (причем масса покоя нейтрона даже больше массы H)? Откуда же взялась излученная в процессе эволюции энергия? Ответ очевиден: тяготение создало большую плотность, что привело к нейтронизации вещества и заставило сложные ядра рассыпаться на отдельные барионы; следовательно, именно энергия тяготения в конечном состоянии компенсирует ту энергию, которая излучена звездой в окружающее пространство.

Идеи Кельвина и Гельмгольца о том, что звезды светят за счет энергии тяготения, оказались неприменимы для продолжительной стадии активной жизни звезды, когда она светит за счет ядерных реакций. Однако в заключительной фазе эволюции звезды энергия тяготения ломает ядерные связи, и в конце концов тяготение оказывается ответственным за всю излученную энергию; в этом смысле идеи великих физиков прошлого оказались правильными.

§ 13. НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Нейтронная звезда в положении D_3 находится в квазиравновесном состоянии. Нейтронное ядро звезды окружено оболочкой, состоящей из ядер и вырожденных электронов, а самые поверхностные слои состоят из обычной плазмы. Какие бы процессы ни привели звезду в положение D_3 , температура ее недр, как указал Чиу⁴, не может быть больше нескольких миллиардов градусов, ибо в противном случае интенсивное рождение пар (v, \bar{v}), моментально покидающих звезду, все равно охладило бы ее *). Во всех внутренних частях звезды теплопроводность чрезвычайно высока, так как определяется вырожденными электронами. Поэтому ядро нейтронной звезды изотермично и только в самой внешней оболочке имеется градиент температуры. Температура недр — не выше нескольких миллиардов градусов. Строение внешней оболочки нетрудно рассчитать, так как радиус и масса нейтронной конфигурации уже известны, а определенной температурой недр можно задаться. В результате мы определим поверхностную температуру звезды и ее светимость. Приводим данные расчетов Чиу и Сальпетера⁶⁵ для нейтронной звезды с $M = 0,5 M_{\odot}$ и радиусом $R = 10$ км (табл. II).

Таблица II

Температура ядра T_e , °К	Эффективная поверхностная температура I_e , °К	Нейтринная светимость L_v , гр. сек	Фотонная светимость L_{ph} , гр. сек	Эффективное вре- мя охлаждения τ , года
$2 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^{39}$	$2,3 \cdot 10^{37}$	10
$1 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{36}$	$8 \cdot 10^{36}$	10^3
$5 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^{33}$	$3 \cdot 10^{36}$	10^3
$2 \cdot 10^8$	$4,5 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{29}$	$3 \cdot 10^{35}$	$1,5 \cdot 10^3$

Несмотря на то, что светимости нейтронных звезд в тысячи раз пре-
восходят светимость Солнца, они невидимы в обычные телескопы, что
было отмечено А. А. Амбарцумянном и Г. С. Саакяном¹⁰. Действительно,
их поверхностные температуры T_e составляют, как видно из табл. II,
десятки миллионов градусов, и основную часть энергии эти звезды излу-
чают в виде мягких рентгеновских лучей. Для поверхностной температуры
 $\sim 1,2 \cdot 10^7$ °К максимум распределения энергии в спектре как функция
 $I_v dv$ лежит в области $\sim 4\text{\AA}$. В оптическом диапазоне излучение ничтожно
и составляет миллионную долю светимости Солнца в этом диапазоне.
Что, конечно, связано с ничтожной поверхностью нейтронной звезды,
составляющей $2 \cdot 10^{-10}$ долю поверхности Солнца.

Есть ли действительно нейтронные звезды в Галактике? Заатмо-
сферные исследования последних двух лет³⁰ (см. также^{63, 64}) позволили
открыть несколько источников рентгеновского излучения. Согласно³⁰
один из этих источников находится в направлении Крабовидной туман-
ности. Эта туманность является остатком вспышки сверхновой звезды.
На месте другого источника не видно никакого оптического объекта.
Заметим, что раньше считали слабую звездочку 15-звездной величины
в центре Крабовидной туманности остатком вспыхнувшей сверхновой.
В последнее время наблюдения Крафта показали, что эта звезда не может

*) Основным процессом, приводящим к рождению нейтрино при высоких темпе-
ратурах, является аннигиляция электронно-позитронных пар: $e^+ + e^- \rightarrow v + \bar{v}$.

Понтеорво⁷² первый отметил, что современная теория β -распада приводит
возможности излучения даже без участия барионов (обзор см. 73).

быть остатком сверхновой, так как имеет обычный спектр. В центре туманности нет других звезд ярче 18-й величины.

Поток рентгеновского излучения от Крабовидной туманности составляет $2 \cdot 10^{-9}$ эрг·сек $^{-1}$ см $^{-2}$ Å $^{-1}$ для $\lambda \approx 5$ Å 30 .

Если считать вслед за Мортоном²⁹, Чиу и Сальпетером⁶⁵, что источником излучения является нейтронная звезда, нетрудно подсчитать ее эффективную поверхностную температуру, так как расстояние до туманности известно (1100 pc), а масса и радиус нейтронной звезды не могут сильно меняться. Получаем для $R = 9,25$ км $T_e = 7,6 \cdot 10^6$ °К.

По самым последним газетным сообщениям Фридман, используя явление покрытия Крабовидной туманности Луной, определил, что размеры рентгеновского источника $\sim 1/5$ размеров туманности, т. е. составляют около 0,02 pc = $6 \cdot 10^{16}$ см. Если это так, то видимый источник, очевидно, — не нейтронная звезда. Это делает более вероятной гипотезу В. Л. Гинзбурга⁶² о синхротронной природе рентгеновского излучения. Очевидно, ситуация сложнее, чем представляли Мортон, Чиу и Сальпетер. Некоторые соображения об этом — во II части обзора.

По данным табл. II нейтронные звезды очень быстро остывают и перестают излучать энергию. Однако так будет только в том случае, если звезда находится в вакууме. Нейтронная звезда представляет собой глубокую потенциальную яму тяготения, вызывающую аккрецию вещества (т. е. падение вещества на звезду). Гравитационный потенциал у поверхности звезды составляет $\approx 0,2 c^2$. Внешнее вещество, падая в этом поле, разгоняется до скорости около половины световой. Столкнувшись с поверхностью, падающее вещество выделяет энергию порядка $0,2mc^2$, где m — падающая масса. Как будет показано во второй части обзора скорость роста массы при аккреции по порядку величины составляет

$$\frac{dM}{dt} \approx (2 \div 4) \frac{\pi G^2 M^2 q_\infty}{v^3},$$

где q_∞ — плотность окружающего вещества, v — скорость движения на бесконечности частиц вещества относительно звезды. Если принять $q_\infty = 10^{-24}$ г/см 3 , $v \approx 10^6$ см/сек, то $dM/dt \approx 2 \cdot 10^{12}$ г/сек и светимость нейтронной звезды за счет аккреции $L \approx 4 \cdot 10^{32}$ эрг/сек. Эффективная поверхностная температура при этом несколько менее миллиона градусов и максимум закона Вина лежит при $\lambda \approx 50$ Å. Время существенного увеличения массы звезды $t \approx 10^{21}$ сек, что гораздо больше возраста Метагалактики.

Таким образом, мы видим, что нейтронная звезда за счет аккреции межзвездного вещества может существовать как источник мягкого рентгеновского излучения со светимостью, сравнимой с солнечной, практически неограниченно долгое время. Однако светимость за счет аккреции на много порядков меньше светимости нейтронных звезд сразу после их образования (см. табл. II). Конечно, если звезда будет погружена в облако, гораздо более плотное, чем межзвездная диффузная материя (и это должно иметь место, если нейтронная звезда возникает после взрыва сверхновой), ее светимость резко возрастет. Взаимодействия падающего вещества с излучением здесь не касается.

§ 14. ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗДЫ С МАССОЙ БОЛЬШЕ «ОВ»-ПРЕДЕЛА

Рассмотрим теперь последние стадии эволюции звезды с массой больше предела «ОВ» для сверхплотных конфигураций ($M > 1,6 M_\odot$). Качественное отличие этого случая от предыдущих заключается в том, что для столь больших масс нет равновесной конфигурации с $S = 0$ (и $T = 0$).

Это означает, что без потери существенной части массы остывшая массивная звезда не может прийти в равновесное состояние. С другой стороны, как подчеркивают Хойл, Фаулер и Бербиджи³², нет никаких причин, которые могли бы заставить звезду выбрасывать как раз столько массы, чтобы прийти в конце концов в состояние равновесия с $S = 0$. Следовательно, заключительная часть эволюции таких звезд будет существенно нестационарной.

Проследим последние этапы этой эволюции (рис. 11). К критической точке C звезда медленно подходит по квазиравновесным состояниям.

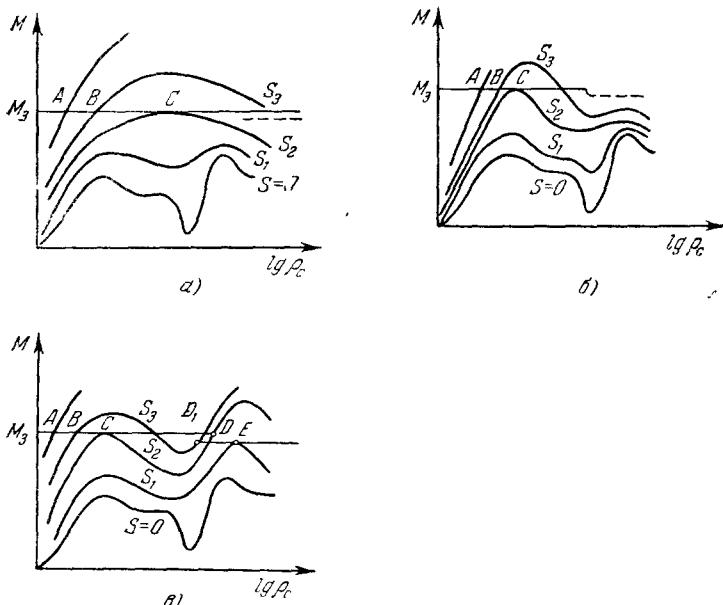


Рис. 11. Разные схемы эволюции звезды с $M_3 > M^{*OB}$.

В C звезда теряет устойчивость и сжимается с гидродинамической скоростью. Дальнейшая ее эволюция зависит от того, как идут в этой области на диаграмме $q - M$ изэнтропы. Как уже отмечалось в § 3 и 8, при малых S изэнтропы качественно повторяют ход кривой $S = 0$. Но при больших S вид изэнтроп может быть существенно иным, а расчетов уравнения состояния в этой области пока нет. Поэтому мы рассмотрим качественно различные возможности, представленные на рис. 11, $a - c$. Подчеркнем, что в области больших плотностей, благодаря релятивистским эффектам, непременно $dM/dq < 0$ при любой $S = \text{const}$.

В случае, изображенном на рис. 11, a , горизонталь $M = \text{const}$ касается в точке C изэнтропы с одним максимумом. Тогда после срыва в точке C звезда будет неограниченно сжиматься, и через время порядка t_H она сожмется настолько, что гравитационный потенциал у ее поверхности станет порядка c^2 и начнут проявляться эффекты общей теории относительности. Начиная с этого момента, звезда вступает в фазу релятивистского сжатия — коллапса. Об этой релятивистской стадии речь будет идти далее (см. § 15).

Качественно то же самое произойдет, если изэнтропы имеют вид, изображенный на рис. 11, b . Здесь второй максимум лежит значительно ниже первого, и ни рост энтропии в процессе сжатия (изэнтропа равновесия, соответствующая возросшей энтропии, есть уже не S_2 , а S_3 на рис. 11, b), ни сброс массы (переход на пунктирную горизонталь) не при-

водят звезду в устойчивое состояние — она неограниченно сжимается. Иначе будет протекать эволюция в случае, изображенном на рис. 11, в. Здесь второй максимум выше первого, и после срыва в точке C звезда эволюционирует точно так же, как в случае, приводящем к образованию нейтронной звезды (§ 12). Звезда придет в квазиравновесное состояние в точке D_1 . Однако если в случае нейтронной звезды это состояние является конечным на эволюционном пути (звезда приходит к $S = 0$ и $T = 0$), то в нашем случае после достижения D_1 начнется второй этап квазиравновесной эволюции. Звезда, излучая энергию, будет опять медленно продвигаться по квазиравновесным состояниям слева направо, с изэнтропы на изэнтропу до достижения второго максимума E , после чего звезда вновь срывается и теперь уже неограниченно сжимается, переходя в стадию релятивистского коллапса.

Мы видим, что конечным уделом всех звезд с $M > M_{\max}^{\text{OB}}$ является релятивистский коллапс, к рассмотрению которого мы теперь и перейдем.

§ 15. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ КОЛЛАПС

Пусть звезда находится в точке «срыва» A в максимуме изэнтропы на диаграмме $M - q_c$ (рис. 12). Возмущения, сдвигающие звезду вправо или влево (точки B и C), выводят ее из равновесия. В обоих случаях равновесные конфигурации, соответствующие возмущенной плотности, лежат ниже, имеют меньшую массу (точки B' и C'). Это значит, что сила тяготения в B и C превышает силу давления и заставляет звезду сжиматься, увеличивать плотность. Но если сжатие возвращает звезду из B к равновесию A , то из C оно уводит звезду все дальше от равновесия; начинается коллапс. Скорость, с которой начинается коллапс в самой точке A , определяется скоростью медленной эволюции звезды, т. е. скоростью, с которой она подходит к критической точке A и, продолжая свое движение, выходит из этой точки вправо. Однако после сколь-нибудь заметного отхода от состояния равновесия A силы тяготения уже на конечную величину превышают силы давления и ускорение сжатия составляет конечную долю ускорения свободного падения. Таким образом, очень быстро после «срыва» звезда сжимается практически с ускорением свободного падения, и силы давления не играют существенной роли в динамике коллапса. Эти соображения подтверждаются конкретным расчетом релятивистского сжатия звезды с противодавлением, выполненным М. А. Подурцом³³.

Из сказанного следует, что в самом грубом приближении при анализе динамики коллапса звезды в целом мы можем пренебречь эффектами давления и положить $P = 0$. Такой коллапс рассмотрен в классической работе Оппенгеймера и Снайдера³ и работе Толмена³⁴.

Мы увидим ниже, что качественные особенности коллапса не зависят от скорости сжатия и совершенно одинаковы и для скорости, составляющей как 10%, так и 99% скорости свободного падения.

Будем рассматривать поверхность коллапсирующей звезды. В процессе сжатия масса M не меняется, и поэтому при $P = 0$ частица на

³ УФН, т. LXXXIV, вып. 3

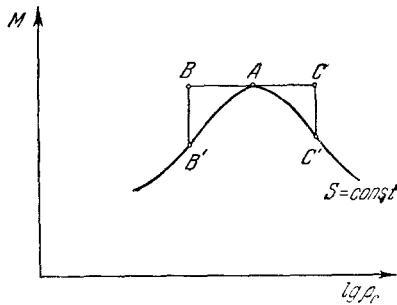


Рис. 12. Звезда в точке «срыва» A . Отклонение от равновесия влево (точка B) вызывает появление силы, возвращающей звезду в A . Отклонение вправо (C) вызывает «срыв» — гидродинамическое сжатие звезды.

поверхности просто падает под действием тяготения массы M . Следовательно, чтобы выяснить характер коллапса, достаточно рассмотреть свободное падение пробной частицы в поле массы M .

Для скорости свободного падения в поле Шварцшильда (см., например,³⁵⁾ имеем

$$\frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left[1 - \frac{1 - \frac{r_g}{r}}{1 - \frac{r_g}{r_0}} \right]^{1/2} c. \quad (15,1)$$

Здесь r_g — гравитационный радиус центральной массы, r_0 — расстояние, с которого начинается падение и на котором $dr/dt = 0$. На большом расстоянии (r_0 и $r \gg r_g$) формула (15,1) переходит в обычное выражение ньютоновской теории

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} (r_0 - r).$$

Выражение (15,1) показывает скорость изменения координаты r по часам далекого наблюдателя. Местный неподвижный наблюдатель, находящийся рядом с падающим телом, измерит его скорость (см. § 5, формулы (5,2a) и (5,2b))

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dr}{dt} \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} = \left[1 - \frac{1 - \frac{r_g}{r}}{1 - \frac{r_g}{r_0}} \right]^{1/2} c. \quad (15,2)$$

С приближением к гравитационному радиусу $dx/d\tau \rightarrow c$. Совсем иначе меняется скорость dx/dt по часам t далекого наблюдателя. Используя формулу (15,1), находим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\left(1 - \frac{r_g}{r} \right)^{1/2}} \frac{dr}{dt} \rightarrow 0$$

при $r \rightarrow r_g$. Разумеется, стремление скорости dx/dt к нулю вызвано замедлением течения времени вблизи r_g . Скорость $v = dx/dt$ есть величина, имеющая непосредственный физический смысл. Ее измеряет стоящий рядом наблюдатель. Именно она входит в выражение локальной энергии частицы по формуле $E = mc^2/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ и т. д. При падении частицы эта скорость все время, естественно, возрастает под действием тяготения. Скорость dx/dt , которая определяется через время далекого наблюдателя, такого непосредственного смысла не имеет. Вдали от тяготеющей массы $dx/dt = dx/d\tau = dr/dt$ и для падающей частицы dx/dt возрастает, но вблизи массы dx/dt уменьшается и, как мы видели выше, стремится к нулю при $r \rightarrow r_g$. Однако это уменьшение вызвано не «отталкиванием со стороны центрального тела», как неправильно пишет Мак-Витти⁽³⁶⁾, стр. 136), а указанной выше связью между временами τ и t .

Интеграл

$$\Delta t = \int_{r_0}^r \left(\frac{dr}{dt} \right)^{-1} dt \quad (15,3)$$

расходится на верхнем пределе, если $r = r_g$. Таким образом, время t падения частицы до r_g всегда бесконечно. Даже для света, время распростране-

нения которого от r_0 до r определяется интегрированием (7,1) и равно

$$\Delta t = \frac{r_0 - r}{c} + \frac{r_g}{c} \ln \frac{r_0 - r_g}{r - r_g}, \quad (15,4)$$

Δt , соответствующее достижению r_g , равно бесконечности, а быстрее света ничто двигаться не может.

Итак, по часам далекого неподвижного наблюдателя время достижения r_g всегда равно бесконечности. Любое тело, под действием каких бы сил оно не находилось, может только асимптотически приближаться к r_g .

Каково время падения по часам, установленным на самой падающей частице? Связем систему отсчета с частицей. В этой системе часы не меняют положения, поэтому для них $ds = cdT$, где T — показание часов. Отсюда $\Delta T = \frac{1}{c} \int ds$. Но ds есть инвариантная величина, не меняющаяся при переходе к другой системе, и ее можно вычислить в системе Шварцшильда:

$$\Delta T = \frac{1}{c} \int_{r_0}^r \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c}{\frac{dr}{dt}} - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}}} dr. \quad (15,5)$$

Используя для dr/dt выражение (15,1), видим, что (15,5) сходится при любом верхнем пределе, в том числе и при $r = r_g$. В частности, если частица падает с параболической скоростью (т. е. $dr/dt = 0$ на бесконечности), то

$$\Delta T = \text{const} \cdot (r_1 - r)^{3/2} \quad (15,6)$$

— формула, совпадающая с формулой ньютоновой теории. Здесь r_1 — положение частицы в момент начала отсчета ΔT .

Итак время падения до r_g по часам частицы конечно. То, что беконечно во времени внешнего наблюдателя, конечно по часам падающего. Что может быть более наглядной иллюстрацией относительности понятия времений бесконечности?

Нам остается сделать только одно пояснение. С помощью выражения (15,3) мы находим $r = r(t)$, т. е. положение пробной частицы в момент t по часам далекого наблюдателя. Но это, конечно, не есть то место, где этот наблюдатель видит частицу в момент t , ибо свету надо некоторое время $\Delta_* t$, чтобы пройти путь от частицы до наблюдателя. Это время легко рассчитать по формуле (15,4). Обозначим время прихода света к наблюдателю через t_* :

$$t_* = t + \Delta_* t. \quad (15,7)$$

Когда частица приближается к гравитационному радиусу, $t \rightarrow \infty$ и $\Delta_* t \rightarrow \infty$, поэтому t_* и подавно стремится к бесконечности. Таким образом, наблюдатель видит, что частица только асимптотически за бесконечное время приближается к гравитационному радиусу. С помощью приведенных выше выражений нетрудно получить формулу $r = r(t_*)$ для падающей частицы, т. е. тот закон, по которому наблюдатель видит приближение частицы к гравитационному радиусу. Для $r_g \rightarrow r$ асимптотический вид формулы таков:

$$r = r_g + (r_1 - r_g) e^{-\frac{c(t_* - t_1)}{2r_g}}. \quad (15,8)$$

Здесь r_1 — положение частицы в момент t_1^1 ($r_1 - r_g \ll r_g$).

Посмотрим теперь, как будет для внешнего наблюдателя меняться яркость излучателя, падающего в поле Шварцшильда. Пусть в некоторый момент падающий источник находится вблизи r_g и движется с локальной скоростью $dx/d\tau = v$ по радиусу, соединяющему центральное тело с далеким наблюдателем A , и для сопутствующего наблюдателя, падающего вместе с источником, последний излучает изотропно с постоянной интенсивностью. Тогда плотность потока на бесконечности I_∞ будет для наблюдателя A

$$I_\infty = \text{const} \left(1 - \frac{r_g}{r} \right)^2 \left[\frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 + \frac{v}{c} \right)^2} \right]^2. \quad (15,9)$$

Здесь один множитель $(1 - r_g/r)$ описывает гравитационное красное смещение, второй множитель $(1 - r_g/r)$ связан с искривлением траектории лучей в поле тяготения, множитель $[(1 - v^2/c^2)/(1 + v/c)^2]$ связан с доинтегратором, а второй такой же множитель — с абберацией. Из (15,2) следует, что

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{r_g}{r} \frac{r_0 - r}{r_0 - r_g},$$

и при $r \rightarrow r_g$

$$I_\infty = \text{const} \cdot \left(1 - \frac{r_g}{r} \right)^4. \quad (15,10)$$

Закон изменения r с t_* уже найден (15,8). Таким образом, мы получаем выражение, показывающее, как далекий наблюдатель видит изменение яркости падающего источника при $r \rightarrow r_g$:

$$I_\infty = \text{const} \cdot e^{-\frac{2c}{r_g}(t_* - t_g^1)}. \quad (15,11)$$

Частота принимаемой наблюдателем световой волны стремится к нулю по аналогичному закону, только с четверо меньшим по модулю показателем экспоненты.

Наши расчеты изменения яркости и длины волн относятся только к центральной точке видимого диска сжимающейся звезды. Для всего диска выводы сделать гораздо сложнее, так как необходимо рассматривать лучи, движущиеся под большим углом к радиусу, а пути таких лучей вблизи звезды весьма сложны. Анализ этого вопроса показывает³⁷, что для светимости всей звезды L имеет место формула, аналогичная (15,11), но с несколько иным показателем экспоненты:

$$L = \text{const} \cdot e^{-\frac{4c}{3\sqrt{3}R_g}(t_* - t_g^1)}, \quad (15,12)$$

где R_g — гравитационный радиус звезды.

Мы рассматривали источники света, расположенные на поверхности. Ясно, что источники пейтрино, например, будут в центре сжимающейся звезды. Но и в этом случае излучение определяется формулой вида (15,12) (см.³⁸).

Итак, мы теперь можем сделать следующие выводы. Далекий наблюдатель видит, что катастрофически колapsирующая звезда, когда ее размеры еще много больше R_g , сжимается с гидродинамической скоростью, т. е. очень быстро. При $R = R_g \sim R_g$ сама звезда продолжает стремительно сжиматься и за конечное собственное время достигает R_g , и продолжает сжиматься дальше; для внешнего наблюдателя, благодаря разобранным выше эффектам, ее видимое сжатие резко замедляется и ее радиус

стремится к R_g по закону (15,8). Средняя плотность звезды стремится при этом к

$$Q_{\max} = 2 \cdot 10^{16} \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right)^2 \frac{c}{cm^3}. \quad (15,13)$$

Светимость звезды резко падает, несмотря на то, что вблизи момента, когда $R \approx R_g$, фотоны продолжают рождаться в звезде почти в одном и том же темпе (в действительности даже в возрастающем темпе). Благодаря гравитационному красному смещению и другим, указанным после формулы (15,9) эффектам светимость падает по закону (15,12). Характерное время затухания порядка R_g/c . Для объектов разной массы это время приведено в табл. III.

Таблица III

Характерное время затухания светимости
для объектов разной массы

$M M_{\odot}$	R_g, km	$t = R_g/c, sec$
1,6	4,8	$1,6 \cdot 10^{-5}$
10	30	10^{-4}
10^2	$3 \cdot 10^2$	10^{-3}
10^5	$3 \cdot 10^5$	1
10^8	$3 \cdot 10^8$	10^3
10^{11}	$3 \cdot 10^{11}$	10^6

Таким образом, звезда почти мгновенно перестает излучать для внешнего наблюдателя.

Внешний наблюдатель никогда не узнает, что случилось со звездой, когда ее радиус стал меньше гравитационного.

Рассмотренное явление носит название гравитационного самозамыкания. Никакое излучение уже не уходит от звезды *).

Однако звезда, конечно, не «исчезает» бесследно из нашего мира. При коллапсе не меняется ее масса M и ее статическое гравитационное поле. Такая «потухшая» звезда взаимодействует с окружающими телами своим полем тяготения (чрезвычайно сильным вблизи ее гравитационного радиуса!) **).

Мы нашли конечное состояние звезды с массой больше критической, $M > M_{\max}^{OB}$. Это состояние, катастрофически нестационарное для самой звезды, является асимптотически «стационарным» в указанном выше смысле для внешнего наблюдателя.

Так разрешается «парадокс больших масс» (т. е. вывод о неизбежности катастрофического сжатия большой массы), возникший благодаря работам Оппенгеймера и его сотрудников ^{2,3} и обсуждаемый в литературе (см. работу Уилера¹⁴ и обзор Чиу⁴). На первый взгляд этот парадокс кажется весьма неприятным. Действительно, останавливающая звезда с массой $M > M_{\max}^{OB}$ неограниченно сжимается (никакого предела сжатия нет!). Что же дальше? Уилеру этот вопрос представляется неразрешимым и он предполагает ¹⁴, что в большой массе «лишняя» часть нуклонов аннигилирует при сжатии, превращаясь в излучение, покидающее звезду, так что

*) Самозамыкание приводит к тому, что масса коллапсирующей звезды не может сильно уменьшаться за счет излучения энергии ^{5,3,2} и большая часть гравитационной энергии не излучается в виде света или частиц, а превращается в кинетическую энергию сжимающегося тела.

**) Напомним, что пока речь шла о невращающихся звездах. Роль вращения будет разобрана во второй части обзора.

остающаяся масса всегда меньше критической. Это предположение является отказом от фундаментального закона физики — закона сохранения барионного заряда, причем для больших масс критическая плотность, при которой должен происходить этот процесс, весьма умеренна. Например, при $M = 10^8 M_{\odot}$ ^{*)} по формуле (15.13) имеем $Q_{kp} = 2 \text{ г}/\text{см}^3$. Невелики также и температуры, достижимые при сжатии до критических размеров (см. вторую часть обзора). При этих ничем не примечательных условиях заведомо не может происходить ничего фантастического. Единственно необычно большим является поле тяготения, но согласно принципу эквивалентности само поле тяготения локально не меняет законов управляющих физическими процессами.

С нашей точки зрения никакого парадокса нет. Для внешнего наблюдателя коллапс «останавливается» при $R \rightarrow R_g$, и нет необходимости в придумывании фантастических нарушений надежно установленных основных законов физики.

§ 16. МЕТАСТАБИЛЬНОСТЬ ЛЮБОГО РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ

Для краткости будем считать, что холодные звезды состоят из идеального ферми-газа. В § 2, 10 мы рассматривали устойчивость звезды по отношению к малым возмущениям. Было показано, что при выполнении критерия $dM/dQ_c > 0$ конфигурация имеет минимум энергии и устойчива по отношению к малым возмущениям.

Для звезд из холодного ферми-газа, имеющих число нуклонов $N < 0,75N_{\odot}$, всегда существует одно или несколько статических решений. Среди них есть решение с наименьшей полной энергией. Оно устойчиво к малым возмущениям. Статических решений с тем же N , но меньшей полной энергией (меньшей M) не существует. Значит ли это, что отсюда следует вывод: нельзя так перегруппировать нуклоны (не изменения их числа), чтобы получившаяся конфигурация (заведомо нестатическая) имела полную энергию (а значит, и массу M) меньше исходной? Ниже мы покажем, что такой вывод был бы неверен, что минимум энергии, отвечающий стационарному состоянию, есть только локальный минимум.

Сжимая массу внешним давлением, можно, в принципе подвести ее размеры так близко к гравитационному радиусу **), что силы тяготения (стремящиеся при этом к бесконечности) превысят силы давления (которые возрастают пропорционально Q), заставят ее дальше сжиматься самостоительно — коллапсировать.

Из сказанного казалось бы следует вывод, что коллапс малой массы хотя и возможен, но отделен от состояния равновесия гигантским энергетическим барьером.

Мы покажем, что и этот вывод неверен, что энергетический барьер в данном случае бесконечно мал.

Начнем с доказательства последнего утверждения.

Чем меньше исходная масса, тем меньше надо затратить энергии, чтобы заставить ее коллапсировать, несмотря на то, что плотность, до которой предварительно надо сжать вещество, с уменьшением массы возрастает: $Q = 2 \cdot 10^{16} (M_{\odot}/M)^2$. Пусть имеется холодная конфигурация в равновесии. Сожмем ее малую центральную часть, заставляя эту часть коллапсировать достаточно быстро. Тогда слои, лежащие на границе с коллапсирующим ядром, потеряют опору снизу и начнут проваливаться

^{*)} Есть основания считать, что так называемые сверхзвезды имеют подобные массы и находятся в стадии релятивистского коллапса. См. об этом во второй части обзора.

^{**)} Так как при сжатии мы сообщаем энергию, масса вещества возрастает.

к центру, вовлекая в это падение все более наружные слои. Внутренние слои согласно свойству релятивистского коллапса будут вечно падать по часам внешнего наблюдателя, никогда не обретая опоры снизу. Следовательно, не остановятся и внешние слои. Таким образом, вся звезда будет вовлечена в сжатие — будет коллапсирована.

Чем меньше область первоначально сжатого ядра, тем меньше нужно затратить энергии, для того чтобы заставить всю звезду сжиматься из устойчивого состояния.

Итак, мы доказали, что энергетический барьер, отделяющий коллапс от равновесия, бесконечно мал *); но возмущения, переводящие звезду в коллапс, отнюдь не малы, сжатие ядра до начала его коллапса тем больше, чем меньше необходимая энергия. Например, можно заставить звезду с массой, равной массе Солнца, коллапсировать, сжав в ее центре ядро с массой, равной массе Земли. Чтобы заставить такое ядро коллапсировать, его надо сжать до плотности

$$\rho = 2 \cdot 10^{16} \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}} \right)^2 = 2 \cdot 10^{27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}!$$

Естественно, что подобные «флуктуации» самопроизвольно ни статистически, ни квантовым образом возникнуть не могут. Конечно, в линеаризованной теории малых возмущений подобной возможности перехода в коллапс обнаружить нельзя.

Покажем теперь, что всегда можно так сложить заданное число нуклонов N , что полная их энергия будет сколь угодно мала, т. е. масса M , измеренная внешним наблюдателем, будет сколь угодно малой ³¹.

Пусть задано число барионов N . Будем укладывать их достаточно плотно, так что справедливо выражение для ультрарелятивистского газа

$$\rho = \frac{3}{4} \hbar (3\pi^2)^{1/3} \frac{1}{c} n^{4/3}. \quad (16,1)$$

Для M и N имеем формулы для покоящейся материи:

$$M = 4\pi \int_0^R Q(r) r^2 dr, \quad (16,2)$$

$$N = 4\pi \int_0^R n(r) e^{\lambda/2r^2} dr. \quad (16,3)$$

Зададим распределение

$$\rho = \frac{a}{r}, \quad r < R, \quad \text{и} \quad \rho = 0, \quad r > R, \quad (16,4)$$

где a — произвольная константа. Используя формулы (16,1), (16,2),

) Теория тяготения Эйнштейна — неквантовая теория. Поэтому можно, исходя из соображений размерности, указать границу ее применимости (Уилер ¹⁴). Из постоянных π , G и c можно получить величину размерности длины $L^ = \left(\frac{\pi G}{c^3} \right)^{1/2} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см.}$

В меньших масштабах существенными должны стать квантовые флуктуации метрики. Следовательно, масса, имеющая гравитационный радиус $r_g = L^*$, — это наименьшая масса, которую мы еще можем сжать до размеров r_g , не обращаясь к квантовой теории. Она равна $m \approx 10^{-5} \text{ г}$. Эта величина определяет нижнюю границу рассматриваемого барьера, если эта граница зависит от квантовых эффектов.

(16,3) и (16,4), получаем

$$M = \text{const} \cdot N^{2/3} a^{1/2} \left(1 - \frac{8\pi G}{c^2} a \right)^{1/3}. \quad (16,5)$$

Распределение (16,4) имеет особенности: $Q \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$, Q разрывно при $r = R$. Легко убедиться, что всегда можно так сгладить особенности, что соотношение (16,5) изменится сколь угодно мало. В таком распределении нигде нет особенностей ни в метрике, ни в плотности.

Из выражения (16,5) следует, что при любом заданном N масса $M \rightarrow 0$, если $a \rightarrow c^2/8\pi G^2$, что и требовалось доказать. Разумеется, полученная конфигурация нестатическая, ведь ее масса близка к нулю и заведомо меньше статической при данном N . Сложеные таким образом нуклоны в начальный момент покоятся, но ускорение отлично от нуля, и они будут коллапсировать.

Мы видим, что в принципе можно было бы сделать машину, которая создает конфигурации с дефектом массы сколь угодно близким к M_0 . Таким образом, в этой машине из вещества выделяется энергия, почти равная $M_0 c^2$, что несравненно больше ядерной энергии $0,01 M_0 c^2$.

Конечно, создание такой машины для работы с массами много меньше M_{\max}^{OB} — невозможная задача, так как пришлось бы сжимать вещество до фантастических плотностей.

Для массы, близкой к пределу «OB», соответствующие плотности отнюдь не фантастичны и переход в коллапс возможен, например, при проходе по инерции через устойчивое состояние в ходе гидродинамического сжатия звезды с $M \approx 1,5 M_\odot$, «сорвавшейся» в районе чандraseкаровского максимума.

Однако здесь гравитационная энергия не излучается наружу, а превращается в кинетическую энергию сжимающегося вещества. Поэтому пока лучшая «гравитационная машина» — это аккреция вещества на нейтронную звезду с эффективностью порядка $0,2 mc^2$.

Этим параграфом мы заканчиваем первую часть обзора. Во второй части имеется в виду рассмотреть возможные процессы в окрестности релятивистских объектов и релятивистские фазы эволюции объектов с массами много больше солнечной.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. F. Hoyle, W. Fowler, Nature 197, 533 (1963).
2. J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, Phys. Rev. 55, 374 (1939).
3. J. R. Oppenheimer, H. Snyder, Phys. Rev. 56, 455 (1939).
4. H.-Y. Chiu, Ann. Phys. 26, 364 (1964).
5. Я. Б. Зельдович, Вопросы космогонии 9, 157 (1963).
6. L. Landau, Zs. Phys. Sowjetunion 1, 285 (1932).
7. F. Hoyle, W. Fowler, Astrophys. J. 132, 565 (1960).
8. A. G. W. Cameron, Astrophys. J. 130, 884 (1959).
9. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж. 38, 785 (1961).
10. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Вопросы космогонии 9, 91 (1963).
11. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартаниян, Сообщ. Бюраканской обсер. 33, 55 (1963).
12. R. Emden, Gaskugeln, Leipzig, 1907.
13. S. Chandrasekhar, Stellar Structure, Chicago, 1939.
14. Д. Ж. Уилер, Гравитация, нейтрино и Вселенная, М., ИЛ, 1962.
15. T. Namada, E. E. Salpeter, Astrophys. J. 134, 683 (1961).
16. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартаниян, Астроном. ж. 41, 193 (1964).
17. K. Schwarzschild, Berl. Ber. 1916, стр. 189.
18. L. D. Landau, Nature 141, 333 (1938).
19. R. C. Tolman, Relativity, Thermodynamics and Gravitation, Oxford, 1934.
20. Г. С. Саакян, Астроном. ж. 39, 1014 (1962).
21. Н. А. Дмитриев, С. А. Холлин, Вопросы космогонии 9, 254 (1963).
22. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 42, 1667 (1962).

23. J. A. Wheeler, *La Structure et l'évolution de l'univers*, 11 Conseil de physique Solvays, Bruxelles, 1958.
24. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, ДАН СССР **118**, 671 (1958).
25. С. А. Каплан, *Физика звезд*, М., Физматгиз, 1963.
26. Е. М. Burbridge, G. R. Burbidge, *Handb. d. Phys.*, Bd. 51, 1958 (см. перевод в сб. «Происхождение и эволюция звезд», М., ИЛ, 1962).
27. M. Schwarzschild, *Structure and Evolution of the Stars*, Princeton, 1958 (см. перевод: М. Шварцшильд, *Строение и эволюция звезд*, М., ИЛ, 1961).
28. Е. И. Эпик, в сб. «Ядерные процессы в звездах», М., ИЛ, 1957, стр. 108.
29. D. C. Morton, *Nature* **201**, 1308 (1964).
30. S. Bowyer, E. T. Byram, T. A. Chubb, H. Friedman, *Nature* **201**, 1307 (1964).
31. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **42**, 641 (1962).
32. F. Hoyle, W. Fowler, G. Burbidge, E. M. Burbidge, *Preprint, Cal. Tech. Inst.*, 1963; *Astrophys. J.* **139**, 909 (1964).
33. М. А. Подурец, ДАН СССР **154**, 300 (1964).
34. R. Tolman, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **20**, 169 (1934).
35. А. Ф. Богородский. Уравнения поля Эйнштейна и их применение в астрономии, Киев, 1962.
36. G. C. McVittie, *General Relativity and Cosmology*, London, 1956 (см. перевод: Г. Мак-Витти, *Общая теория относительности и космология*, М., ИЛ, 1961).
37. М. А. Подурец, Астроном. ж. **41**, № 6 (1964).
38. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, М., Гостехиздат, 1951.
39. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **41**, 1609 (1961).
40. Д. А. Киржнич, В. Л. Поляченко, ЖЭТФ **46**, 755 (1964).
41. Д. А. Франк-Каменецкий, *Физические процессы внутри звезд*, М., Физматгиз, 1959.
42. F. Hoyle, G. Burbidge, E. M. Burbidge, *Preprint*, 1964.
43. Г. С. Сакян, Изв. АН Арм. ССР **14**, 117 (1961).
44. В. А. Крат, *Фигуры равновесия небесных тел*, М., Гостехиздат, 1950.
45. Г. В. Пинаева, Астрон. ж. **41**, 25 (1964).
46. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М., Физматгиз, 1962.
47. С. А. Каплан, Уч. зап. Львовского ун-та **15**, вып. 4 (1949).
48. W. A. Fowler, *Revs. Mod. Phys.* **36**, 545 (1964).
49. Я. Б. Зельдович, УФН **80**, 357 (1963).
50. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **43**, 1037 (1962).
51. И. Д. Новиков, Вестн. МГУ, сер. III, № 5 (1962); Сообщ. ГАИШ, № 132 (1964); Астрон. ж. **40**, 772 (1963).
52. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 2, Ереван, Изд-во АН Арм. ССР, 1960.
53. Я. Б. Зельдович, Астрон. цирк. № 250, 1962.
54. А. Л. Зельманов, Кандидатская диссертация (МГУ, 1944).
55. И. Д. Новиков, Астрон. ж. **38**, 961 (1961).
56. E. Finlay-Freundlich, *Month. Not.* **105**, 237 (1945); **107**, 268 (1947).
57. Э. Шацман, Вопросы космогонии **3**, 227 (1954).
58. Р. Р. Раггер, J. N. Bahcall, N. A. Fowler, *Astrophys. J.* **139**, 602 (1964).
59. Я. Б. Зельдович, М. А. Подурец, ДАН СССР **156**, 57 (1964).
60. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ **33**, 991 (1957).
61. W. L. W. Sargent, J. Jugak, *Astrophys. J.* **134**, 777 (1961); J. Jugak, W. L. W. Sargent, J. L. Greenstein, *Astrophys. J.* **134**, 783 (1961).
62. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР (1964).
63. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, УФН **84** (2), 201 (1964).
64. Г. Фридман, УФН **84** (3), 505 (1964) (см. настоящий выпуск).
65. И. Ю. Chiuc, E. E. Salpeter, *Phys. Rev. Zetts.* **12**, 413 (1964).
66. W. Baade, F. Zwicky, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **20**, 255 (1934).
67. F. Hund, *Ergebn. exakt. Naturwiss.* **15**, 189 (1936).
68. T. E. Sterne, *Month. Not.* **93**, 736, 767, 770 (1933).
69. S. Chandrasekhar, R. F. Tooper, *Astrophys. J.* **139**, 1396 (1964).
70. J. A. Wheeler, в сб. *Gravitation*, NY, 1964.
71. Д. К. Надежин, Д. А. Франк-Каменецкий, Вопросы космогонии **10**, 154 (1964).
72. Б. Понтеэрво, ЖЭТФ **36**, 1615 (1959).
73. В. С. Пинаев, Вопросы космогонии **9**, 176 (1963).

