

539.12

ПОЛЯРИЗОВАННАЯ ПРОТОННАЯ МИШЕНЬ В ОПЫТАХ
С ЧАСТИЦАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

С. М. Биленький, Л. И. Липидус, Р. М. Рындин

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение	243
§ 2. Соотношение «поляризация—асимметрия» в случае поляризации, перпендикулярной к плоскости реакции. Правило Бора	245
§ 3. Принципы симметрии и ограничения на вид амплитуды реакции	251
§ 4. Спиновая матрица плотности	256
§ 5. Соотношение «поляризация — асимметрия» в случае произвольного направления поляризации	259
§ 6. Возможные способы определения четностей странных частиц в опытах с поляризованной мишенью	261
§ 7. Рассеяние нуклонов нуклонами	269
§ 8. Мезон-нуклонное рассеяние	288
§ 9. Фоторождение пионов и K -мезонов	291
§ 10. Рассеяние γ -квантов и электронов нуклонами	294
Цитированная литература	298

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появились сообщения об экспериментах, выполненных на мишени, содержащей поляризованные протоны¹⁻³. Во всех этих экспериментах в качестве мишени использовался монокристалл двадцатичетырехводного двойного нитрата лантана — магния $\text{La}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24\text{H}_2\text{O}$, в котором около процента La^{3+} замещалось парамагнитными ионами Ce^{3+} или Nd^{3+} . Протоны кристаллизационной воды, которые составляют около 3% кристалла по весу, поляризуются методом так называемой динамической поляризации. Мы изложим здесь вкратце упрощенную схему возникновения поляризации протонов. Читателя, желающего более подробно ознакомиться с механизмом поляризации, мы отсылаем к работам⁴.

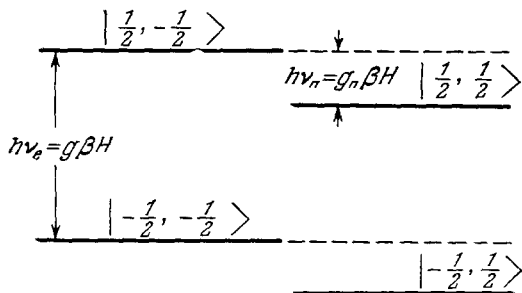


Рис. 1.

Рассмотрим энергетические уровни системы электрон (точнее, электронная оболочка парамагнитного иона с эффективным спином $s = 1/2$) — протон в постоянном магнитном поле H (рис. 1).

На рис. 1 $|M, m\rangle$ — состояние с проекциями спинов электрона и ядра M и m , β — магнетон Бора, g и g_n — электронный и протонный факторы Ланде. Благодаря диполь-дипольной связи магнитных

моментов электрона и протона невозмущенные состояния $|M, m\rangle$ перемешиваются и в переменном магнитном поле, перпендикулярном полю H , происходят переходы с одновременным изменением проекций спинов электрона и протона («запрещенные» переходы). При насыщении, например, перехода $|-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \rightleftharpoons |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ населенности этих состояний становятся одинаковыми *):

$$N_+ n_+ = N_- n_-, \quad (1,1)$$

где N_{\pm} и n_{\pm} — числа электронов и протонов с проекциями спина $\pm 1/2$ соответственно. Если время релаксации разрешенных переходов $|M, m\rangle \rightleftharpoons |M \pm 1, m\rangle$ много меньше времени рассматриваемого «запрещенного» перехода под влиянием переменного поля, то распределение электронов близко к больцмановскому:

$$\frac{N_+}{N_-} \approx e^{-\frac{g\beta H}{kT}}. \quad (1,2)$$

Из (1,1) и (1,2) находим, что

$$\frac{n_+}{n_-} = e^{\frac{g\beta H}{kT}}, \quad (1,3)$$

откуда для поляризации протонов получаем

$$P = \frac{\frac{n_+}{n_-} - 1}{\frac{n_+}{n_-} + 1} = \text{th } \frac{g\beta H}{2kT}. \quad (1,4)$$

Очевидно, что в отсутствие переменного поля поляризация протонов равна

$$P_{\text{стат}} = \text{th } \frac{g_n \beta H}{2kT}. \quad (1,5)$$

Таким образом, при насыщении парамагнитного резонанса возникает поляризация протонов, значительно превосходящая статическую поляризацию. Из (1,4) и (1,5) следует, что при $\frac{g\beta H}{2kT} \ll 1$

$$P \simeq \frac{g\beta H}{2kT} \simeq \frac{g}{g_n} P_{\text{стат}} \simeq 6,6 \cdot 10^2 P_{\text{стат}}.$$

Этим способом в работе ⁵ получена поляризация 60% в кристалле объемом около 15 см³ при температуре $T = 1,2^\circ \text{K}$, постоянном поле $H = 18,5 \text{ кгс}$ и частоте переменного поля 70 Гц.

В этом обзоре мы рассмотрим возможные применения поляризованной протонной мишени в физике высоких энергий. Применение поляризованной протонной мишени приведет к существенному прогрессу в измерении поляризационных эффектов в различных реакциях. Например, поляризация протонов в $\pi - p$ - и $p - p$ -рассеянии может быть определена путем измерения лево-правой асимметрии π -мезонов (нуклонов) в рассеянии π -мезонов (неполяризованных нуклонов) на поляризованной мишени. Если же мишень не поляризована, то поляризация протонов определяется путем двойного опыта с измерением асимметрии во вторичном рассеянии протонов отдачи. Отметим, что уже в первом эксперименте по $\pi - p$ -рассеянию на поляризованной мишени ² поляризация протонов была определена с большей точностью, чем в двойном опыте ⁶⁻⁸, и под

*) Насыщение «запрещенного» парамагнитного резонанса означает, что время протонной релаксации много больше времени перехода под влиянием внешнего переменного магнитного поля.

теми углами, где измерение лево-правой асимметрии затруднено малой анализирующей способностью мишени-анализатора. Таким же способом в p - p -рассеянии была измерена поляризация нуклонов в интервале энергий 1,7—6,1 Гэв. В случае нуклон-нуклонного рассеяния возникает, например, возможность заменить тройной опыт по определению корреляции поляризаций измерением сечения рассеяния поляризованного пучка поляризованной мишенью и т. п.

Поляризованная мишень позволяет выполнить ряд экспериментов, которые без нее осуществить невозможно. Примером является определение параметров поворота спина в π — p -рассеянии.

Ясно, что проведение указанных опытов позволит существенно продвинуться в задаче о восстановлении матриц рассеяния и глубже понять спиновую зависимость взаимодействий между элементарными частицами.

Применение поляризованной протонной мишени открывает широкие возможности и при изучении неупругих процессов.

Изучение реакций

$$\begin{aligned}\pi(\bar{K}) + p &\rightarrow Y + K(\pi), \\ \bar{K} + p &\rightarrow \Xi + K\end{aligned}$$

на поляризованной мишени позволяет однозначно определить четности странных частиц ¹⁰⁻¹⁴.

При рассмотрении возможных применений поляризованной мишени мы будем основываться лишь на общих требованиях инвариантности относительно пространственных вращений и отражений и обращения времени, изложению которых мы посвятим отдельный параграф. Основываясь на этих требованиях, мы сформулируем основные теоремы, использующиеся при изучении поляризационных явлений в сильных взаимодействиях.

Авторы надеются, что обзор сможет служить введением в круг проблем, связанных с изучением поляризационных явлений.

§ 2. СООТНОШЕНИЕ «ПОЛЯРИЗАЦИЯ — АСИММЕТРИЯ» В СЛУЧАЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ К ПЛОСКОСТИ РЕАКЦИИ. ПРАВИЛО БОРА

Мы начнем с элементарного рассмотрения важных соотношений, необходимых для дальнейшего.

Рассмотрим сначала рассеяние бесспиновых частиц на поляризованных частицах со спином $\frac{1}{2}$, например рассеяние π -мезонов на поляризованной водородной мишени. Поляризация частиц со спином $\frac{1}{2}$ определяется как среднее значение оператора $\sigma = 2s$ (s — оператор спина, σ — матрица Паули). Эта величина полностью характеризует спиновое состояние частиц со спином $\frac{1}{2}$. Пусть $P = Pn_0$ обозначает начальную поляризацию частиц мишени. Начальный и конечный относительные импульсы p и p' (система центра инерции) определяют плоскость рассеяния. Предположим, что вектор n_0 ортогонален этой плоскости. Условимся говорить, что частицы рассеиваются налево, если векторное произведение $[pp']$ параллельно n_0 , и частицы рассеиваются направо, если $[pp']$ антипараллельно n_0 (рис. 2). Если ось z направить по p , а ось y по n_0 , то при рассеянии налево азимутальный угол ϕ равен нулю, при рассеянии направо $\phi = \pi$.

Состояние с поляризацией $P = Pn_0$ описывается некогерентной «смесью» двух собственных функций χ_+ и χ_- оператора (σ, n_0) . Если w_+ и w_- — нормированные вероятности, с которыми χ_+ и χ_- входят в смесь, то

$$P = w_+ - w_- \quad (2,1)$$

Из (2,1) и условия нормировки находим

$$\left. \begin{aligned} w_+ &= \frac{1}{2} (1 + P), \\ w_- &= \frac{1}{2} (1 - P). \end{aligned} \right\} \quad (2,2)$$

Пусть $\sigma_{m'; m}^L(\theta)$ и $\sigma_{m'; m}^R(\theta)$ — дифференциальные сечения рассеяния на угол θ налево и направо, m и m' — проекции спина на \mathbf{p}_0 в начальном и конечном

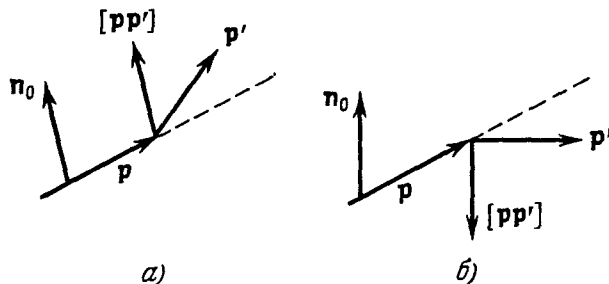


Рис. 2. а) Рассеяние налево; б) рассеяние направо.

состояниях. Тогда для дифференциальных сечений рассеяния на мишени с поляризаций P получаем

$$\begin{aligned} \sigma^{L, R}(\theta) &= w_+ (\sigma_{++}^{L, R}(\theta) + \sigma_{-+}^{L, R}(\theta)) + w_- (\sigma_{+-}^{L, R}(\theta) + \sigma_{--}^{L, R}(\theta)) = \\ &= \frac{1}{2} (\sigma_{++}^{L, R}(\theta) + \sigma_{-+}^{L, R}(\theta) + \sigma_{+-}^{L, R}(\theta) + \sigma_{--}^{L, R}(\theta)) + \\ &+ \frac{1}{2} P (\sigma_{++}^{L, R}(\theta) + \sigma_{-+}^{L, R}(\theta) - \sigma_{+-}^{L, R}(\theta) - \sigma_{--}^{L, R}(\theta)). \end{aligned} \quad (2,3)$$

Между сечениями рассеяния налево и направо легко установить следующие соотношения:

$$\sigma_{m'; m}^L(\theta) = \sigma_{-m'; -m}^R(\theta). \quad (2,4)$$

Для этого следует воспользоваться инвариантностью относительно вращений. Действительно, при повороте на угол π вокруг начального импульса

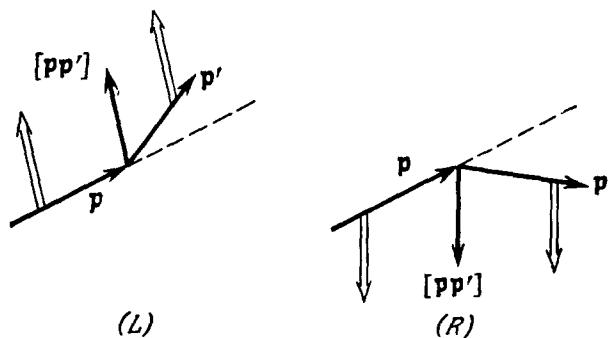


Рис. 3. Рассеяние (L) получается из (R) поворотом на угол π вокруг \mathbf{p} (двойные стрелки означают направления спинов).

конечный импульс при рассеянии направо переходит в конечный импульс при рассеянии налево, и наоборот, а проекции спина меняют знак (рис. 3). Первый член в выражении (2,3) (обозначим его $\sigma_0(\theta)$) представляет собой

сечение рассеяния на неполяризованной мишени. Как видно из (2,4), это сечение одинаково для рассеяния налево и направо. Из соотношений (2,4) следует также, что член, пропорциональный поляризации мишени P , в выражении (2,3) имеет разный знак в зависимости от того, куда происходит рассеяние: налево или направо. Эффект поляризации мишени можно изучать, следовательно, путем измерения разности сечений рассеяния налево и направо. Обычно вводится величина

$$e^{LR}(\theta) = \frac{\sigma^L(\theta) - \sigma^R(\theta)}{\sigma^L(\theta) + \sigma^R(\theta)}, \quad (2,5)$$

называемая лево-правой асимметрией. Из (2,3) и (2,4) получаем для лево-правой асимметрии следующее выражение:

$$e^{LR}(\theta) = P \frac{\frac{1}{2} [\sigma_{++}^L(\theta) + \sigma_{-+}^L(\theta) - \sigma_{+-}^L(\theta) - \sigma_{--}^L(\theta)]}{\sigma_0(\theta)}. \quad (2,6)$$

Коэффициент при P в этом выражении, как было впервые показано Вольфенштейном¹⁵, равен поляризации частиц отдачи, возникающей при рассеянии влево на неполяризованной мишени. В рассматриваемом нами случае рассеяния частиц со спином 0 и $\frac{1}{2}$ это является следствием инвариантности относительно пространственных вращений и отражений. Из указанных требований инвариантности вытекает прежде всего, что поляризация, являющаяся средним значением оператора спина, представляет собой псевдовектор. Если мишень не поляризована, то векторное произведение $[\mathbf{p}\mathbf{p}']$ — единственный псевдовектор, который может быть построен из физических величин задачи. Таким образом, поляризация конечных частиц, возникающая при рассеянии на неполяризованной мишени, ортогональна плоскости рассеяния. Величина поляризации при рассеянии налево, очевидно, равна

$$P_0^L(\theta) = \frac{\frac{1}{2} (\sigma_{++}^L(\theta) + \sigma_{-+}^L(\theta) - \sigma_{+-}^L(\theta) - \sigma_{--}^L(\theta))}{\sigma_0(\theta)}. \quad (2,7)$$

На первый взгляд это выражение отличается от коэффициента при P в (2,6) (сечения $\sigma_{+-}^L(\theta)$ и $\sigma_{-+}^L(\theta)$ входят в (2,6) и (2,7) с разными знаками). Однако из инвариантности относительно вращений и отражений следует, что в случае упругого рассеяния $\sigma_{+-}(\theta) = \sigma_{-+}(\theta) = 0$. Проще всего это можно установить с помощью правила, сформулированного О. Бором¹⁴.

Мы получим это правило в общем случае двухчастичной реакции

$$a + b \rightarrow c + d. \quad (2,8)$$

Правило Бора вытекает из инвариантности относительно отражения в плоскости реакции. Предположим, что начальная и конечная волновые функции $|\mathbf{p}, M\rangle$ и $|\mathbf{p}', M'\rangle$ являются собственными функциями оператора проекции суммарного спина на направление нормали к плоскости реакции (M и M' — соответствующие проекции). Очевидно, что импульсы \mathbf{p} и \mathbf{p}' остаются неизменными при отражении R в плоскости реакции. Так как спин является псевдовектором, остаются неизменными и его проекции на направление нормали. Поэтому $|\mathbf{p}, M\rangle$ и $|\mathbf{p}', M'\rangle$ представляют собой собственные функции оператора отражения R . Для того чтобы определить соответствующие собственные значения, заметим, что операция отражения в плоскости реакции может быть представлена в виде произведения операции инверсии I (отражение в начале координат) и вращения $R_n(\pi)$ на угол π вокруг нормали. Действуя оператором R на начальное

состояние, получаем

$$R|p, M\rangle = R_n(\pi) I|p, M\rangle = I_i R_n(\pi) | -p, M\rangle = I_i e^{i\pi(s_n)} |p, M\rangle = I_i e^{i\pi M} |p, M\rangle, \quad (2,9)$$

где $I_i = I_a I_b$ — произведение внутренних четностей начальных частиц и s — оператор суммарного спина. Аналогично для функции конечного состояния находим

$$R|p', M'\rangle = I_f e^{i\pi M'} |p', M'\rangle, \quad (2,10)$$

где $I_f = I_c I_d$. Благодаря инвариантности относительно отражений собственные значения R в начальном и конечном состояниях должны совпадать, и мы приходим к следующему правилу отбора:

$$I_i e^{i\pi M} = I_f e^{i\pi M'}. \quad (2,11)$$

Это и есть правило Бора. Оно связывает внутренние четности частиц, участвующих в реакции, с проекциями полного спина на направление нормали к плоскости реакции.

Вернемся теперь к рассмотрению упругого рассеяния частиц со спинами 0 и $\frac{1}{2}$. В этом случае $I_i = I_f$, а возможные значения $M = m$ и $M' = m'$ равны $\pm \frac{1}{2}$. Как видно из (2,11), это означает, что $m = m'$ и рассеяние с переворотом спина оказывается запрещенным: $\sigma_{+-} = \sigma_{-+} = 0$. Таким образом, лево-правая асимметрия (2,6) и поляризация (2,7) равны

$$e^{LR}(\theta) = P \frac{\frac{1}{2}(\sigma_{++}^L(\theta) - \sigma_{--}^L(\theta))}{\sigma_0(\theta)}, \quad (2,12)$$

$$P_0^L(\theta) = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_{++}^L(\theta) - \sigma_{--}^L(\theta))}{\sigma_0(\theta)}. \quad (2,13)$$

Отсюда очевидно, что

$$e^{LR}(\theta) = P P_0^L(\theta). \quad (2,14)$$

Это соотношение играет важную роль при анализе экспериментов с поляризованными частицами. Ниже мы покажем, что (2,14) справедливо и в общем случае упругих столкновений поляризованных частиц со спином $\frac{1}{2}$ и неполяризованных частиц с произвольным спином. При получении (2,14) в рассмотренном простейшем случае мы основывались лишь на требованиях инвариантности относительно вращений и отражений. Ясно поэтому, что (2,14) будет справедливым и для любых реакций типа

$$0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2} \quad (2,15)$$

(0 и $\frac{1}{2}$ — спины частиц) при условии $I_i = I_f$.

Оказывается, что и при изменении полной внутренней четности ($I_i = -I_f$) лево-правая асимметрия в реакциях типа (2,15) полностью определяется поляризациями P и $P_0^L(\theta)$. Это, как и в предыдущем случае, легко понять с помощью правила Бора. Действительно, при $I_i = -I_f$ из (2,11) вытекает, что $m = -m'$, и реакция без переворота спина оказывается запрещенной: $\sigma_{++} = \sigma_{--} = 0$. Тогда из (2,6) и (2,7) следует, что

$$e^{LR}(\theta) = P \frac{\frac{1}{2}(\sigma_{-+}^L(\theta) - \sigma_{+-}^L(\theta))}{\sigma_0(\theta)}, \quad (2,16)$$

$$P_0^L(\theta) = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_{-+}^L(\theta) - \sigma_{+-}^L(\theta))}{\sigma_0(\theta)}. \quad (2,17)$$

Отсюда получаем

$$e^{LR}(\theta) = -PP_0^L(\theta). \quad (2,18)$$

Таким образом, для любых реакций типа (2,15) лево-правая асимметрия равна ¹⁰

$$e^{LR}(\theta) = \pm PP_0^L(\theta), \quad (2,19)$$

где знак «+» соответствует $I_i = I_f$, а знак «-» относится к случаю $I_i = -I_f$. Это соотношение, как мы подробно обсудим в дальнейшем, дает возможность определять внутренние четности частиц в экспериментах с поляризованными водородными мишенями.

Перейдем к рассмотрению упругих столкновений неполяризованных частиц со спином j и поляризованных частиц со спином $\frac{1}{2}$. Начальную поляризацию будем по-прежнему считать ортогональной плоскости рассеяния. Очевидно, что неполяризованные частицы со спином j могут быть описаны некогерентной «смесью» $(2j+1)$ собственных функций оператора проекции спина на направление \mathbf{p}_0 . Вес, с которым каждая функция входит в «смесь», равен $1/(2j+1)$. Сечение рассеяния налево (направо) на угол θ обозначим $\sigma_{\mu'm'; \mu m}^{L(R)}(\theta)$ (μ' и μ — проекции спина j в конечном и начальном состояниях). Тогда дифференциальные сечения $\sigma^{L(R)}(\theta)$, усредненные по начальным и просуммированные по конечным спиновым состояниям, равны

$$\sigma^{L,R}(\theta) = \frac{1}{2} \frac{1}{2j+1} \sum_{\substack{\mu, \mu' \\ m, m'}} \sigma_{\mu'm'; \mu m}^{L,R}(\theta) + \frac{1}{2(2j+1)} P \sum_{\mu, \mu', m'} [\sigma_{\mu'm'; \mu+}^{L,R}(\theta) - \sigma_{\mu'm'; \mu-}^{L,R}(\theta)]. \quad (2,20)$$

Инвариантность относительно вращений приводит к соотношениям

$$\sigma_{\mu'm'; \mu m}^{L,R}(\theta) = \sigma_{-\mu'-m'; -\mu-m}^{L,R}(\theta). \quad (2,21)$$

Суммируя эти соотношения по проекциям спинов, получаем

$$\sum_{\substack{\mu', \mu \\ m', m}} \sigma_{\mu'm'; \mu m}^L(\theta) = \sum_{\substack{\mu', \mu \\ m', m}} \sigma_{\mu'm'; \mu m}^R(\theta), \quad (2,22)$$

$$\sum_{\mu', \mu} \sigma_{\mu'm'; \mu m}^L(\theta) = \sum_{\mu', \mu} \sigma_{\mu'(-m'); \mu(-m)}^R(\theta). \quad (2,23)$$

Первое из них означает, что дифференциальные сечения рассеяния неполяризованных частиц налево и направо равны между собой. Из второго следует, что коэффициент при P в (2,20) меняет знак при переходе от рассеяния налево к рассеянию направо. Учитывая это, получаем следующее выражение для лево-правой асимметрии:

$$e^{LR}(\theta) = P \frac{1}{2(2j+1)\sigma_0(\theta)} \times \sum_{\mu', \mu} [\sigma_{\mu'+; \mu+}^L(\theta) + \sigma_{\mu'-; \mu+}^L(\theta) - \sigma_{\mu'+; \mu-}^L(\theta) - \sigma_{\mu'-; \mu-}^L(\theta)]. \quad (2,24)$$

Поляризация частиц со спином $\frac{1}{2}$, возникающая при рассеянии неполяризованных частиц, равна

$$P_0^L(\theta) = \frac{1}{2(2j+1)\sigma_0(\theta)} \times \sum_{\mu', \mu} [\sigma_{\mu+; \mu+}^L(\theta) + \sigma_{\mu+; \mu-}^L(\theta) - \sigma_{\mu-; \mu+}^L(\theta) - \sigma_{\mu-; \mu-}^L(\theta)]. \quad (2,25)$$

Легко видеть, что при j , отличном от нуля, правило Бора не запрещает переходов с изменением проекции спина $\frac{1}{2}$, т. е. $\sum_{\mu', \mu} \sigma_{\mu' \pm, \mu \mp}(\theta)$ отличны, вообще говоря, от нуля. Однако и в этом случае, как было показано Вольфенштейном и Ашкином¹⁶ и Далицем¹⁷, имеет место соотношение (2,14) для лево-правой асимметрии. Для того чтобы доказать это, необходимо кроме инвариантности относительно вращений и отражений воспользоваться также инвариантностью при обращении времени. Как известно, в случае двухчастичной реакции (2,8) инвариантность относительно обращения времени связывает вероятность перехода из состояния $|\alpha, p, \mu, m\rangle$ в состояние $|\beta, p', \mu', m'\rangle$ с вероятностью

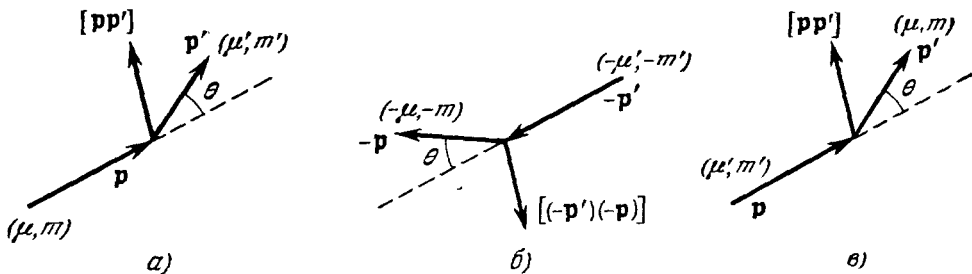


Рис. 4.

обратного перехода из $|\beta, -p', -\mu', -m'\rangle$ в $|\alpha, -p, -\mu, -m\rangle$. Здесь α и β характеризуют сорт частиц, участвующих в реакции. В рассматриваемом случае упругого рассеяния прямой и обратный процессы по существу совпадают ($\alpha = \beta$). Они изображены на рис. 4, а, б. Сечения рассеяний, изображенных на рис. 4, б и в, равны вследствие инвариантности относительно вращений (очевидно, что рис. 4, в может быть получен из рис. 4, б путем поворота на угол π вокруг p' и последующего поворота на $\pi - \theta$ вокруг нормали к плоскости рассеяния). Сечения же рассеяний рис. 4, а и б равны благодаря инвариантности относительно обращения времени. Таким образом, мы приходим к равенству сечений рассеяний, изображенных на рис. 4, а и в:

$$\sigma_{\mu' m'; \mu m}(\theta) = \sigma_{\mu m; \mu' m'}(\theta). \quad (2,26)$$

Отсюда следует, что

$$\sum_{\mu', \mu} \sigma_{\mu' +; \mu -}^L(\theta) = \sum_{\mu', \mu} \sigma_{\mu' -; \mu +}^L(\theta), \quad (2,27)$$

Таким образом, сечения рассеяния с переворотом спина $\frac{1}{2}$ выпадают из выражений (2,14) и (2,25) для асимметрии и поляризации, и мы снова приходим к соотношению (2,14).

В общем случае неупругих процессов равенство (2,27) и, следовательно, соотношение (2,14) не имеют места. Ниже мы покажем, однако, что лево-правую асимметрию в этом случае можно связать с поляризацией, возникающей в обратной реакции. Рассмотрим процесс (2,8) и предположим, что спин частицы b равен $\frac{1}{2}$, а спины остальных частиц произвольны. Обозначим их j_a, j_c и j_d соответственно. Поступая как и ранее, для лево-правой асимметрии в реакции с поляризованными частицами b и неполяризованными a получаем следующее выражение:

$$e^{LR}(\theta) = P_b \frac{1}{2(2j_a+1)\sigma_0^{cd; ab}(\theta)} \sum_{m_a, m_c, m_d} [\sigma_{m_a m_c; (+)m_a}^L(\theta) - \sigma_{m_a m_c; (-)m_a}^L(\theta)], \quad (2,28)$$

где $\sigma_0^{cd;ab}(\theta)$ — дифференциальное сечение процесса (2,8) в случае неполяризованных частиц, а P_b — поляризация частиц b . Из инвариантности относительно вращений и обращения времени можно получить следующие соотношения между сечениями прямого (2,8) и обратного

$$c + d \rightarrow a + b \quad (2,29)$$

процессов:

$$\sigma_{m_d m_c; m_b m_a}(\theta) = \sigma_{m_b m_a; m_d m_c}(\theta) \frac{p'^2}{p^2}. \quad (2,30)$$

С помощью этих соотношений из (2,28) находим

$$e^{LR}(\theta) = P_b \frac{1}{(2l_c+1)(2l_d+1)\sigma_0^{ab;cd}(\theta)} \sum_{m_c, m_d, m_a} (\sigma_{(+)m_a; m_d m_c}^L(\theta) - \sigma_{(-)m_a; m_d m_c}^L(\theta)), \quad (2,31)$$

где $\sigma_0^{ab;cd}(\theta)$ — дифференциальное сечение реакции (2,29) с неполяризованными частицами. Очевидно, что коэффициент при P_b в этом выражении представляет собой поляризацию $P_b^{ob}(\theta)$ частиц b , возникающую в обратной реакции (2,29), когда частицы c и d не поляризованы. Мы получаем, таким образом, соотношение ¹⁸⁻²¹

$$e^{LR}(\theta) = P_b P_b^{ob}(\theta), \quad (2,32)$$

которое является обобщением (2,14) на случай неупругих реакций.

При получении основных соотношений (2,14), (2,19) и (2,32) этого параграфа мы предполагали, что поляризация начальных частиц перпендикулярна плоскости реакции. Далее, когда мы сформулируем требования инвариантности для амплитуды реакции, эти соотношения будут обобщены на случай произвольного направления поляризации.

§ 3. ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ И ОГРАНИЧЕНИЯ НА ВИД АМПЛИТУДЫ РЕАКЦИИ

Мы сформулируем вначале условия инвариантности в форме требований, которым должна удовлетворять S -матрица*). S -матрицей, как известно, называется оператор, превращающий начальную волновую функцию системы ($t \rightarrow -\infty$) в волновую функцию при $t \rightarrow +\infty$:

$$|\psi(+\infty)\rangle = S |\psi(-\infty)\rangle. \quad (3,1)$$

Вид этого оператора определяется взаимодействием. Если взаимодействие отсутствует, то волновая функция не зависит от времени**) и S -матрица обращается в единицу.

Рассмотрим вначале пространственные вращения. Пусть $|\psi(t)\rangle$ — волновая функция произвольного состояния в некоторой системе отсчета, а $|\psi(t)\rangle_R$ — волновая функция, описывающая то же самое состояние

*) Читателю, желающему более подробно ознакомиться с принципами инвариантности и их применением в ядерной физике, мы рекомендуем обратиться к обзорам ²²⁻²⁴.

**) S -матрица (3,1) определена в представлении взаимодействия. В этом представлении волновая функция $|\psi(t)\rangle$ подчиняется уравнению

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = H(t) |\psi(t)\rangle,$$

где $H(t)$ — гамильтониан взаимодействия. При отсутствии взаимодействия

$$\frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = 0.$$

в системе отсчета, повернутой относительно первоначальной системы. Волновые функции $|\psi(t)\rangle$ и $|\psi(t)\rangle_R$ связаны унитарным преобразованием

$$|\psi(t)\rangle_R = U_R |\psi(t)\rangle. \quad (3,2)$$

Унитарный оператор U_R ($U_R^\dagger U_R = 1$) зависит, естественно, от углов, характеризующих поворот системы отсчета. Умножим (3,1) слева на U_R . Учитывая (3,2), получаем

$$|\psi(+\infty)\rangle_R = U_R S U_R^{-1} |\psi(-\infty)\rangle_R. \quad (3,3)$$

Волновые функции $|\psi(+\infty)\rangle_R$ и $|\psi(-\infty)\rangle_R$ описывают конечное и начальное состояния в повернутой системе отсчета, и следовательно, по определению оператор $U_R S U_R^{-1}$ представляет собой матрицу рассеяния в новой системе.

Постулат инвариантности взаимодействий относительно вращений состоит в том, что для любых поворотов

$$U_R S U_R^{-1} = S. \quad (3,4)$$

Поскольку S -матрица определяется динамикой, мы тем самым предполагаем независимость динамики от поворотов системы координат. Условия инвариантности (3,4) можно, очевидно, записать также в виде

$$U_R^{-1} S U_R = S. \quad (3,5)$$

Для того чтобы сформулировать требование инвариантности относительно пространственной инверсии, рассмотрим наряду с первоначальной системой отсчета систему, оси которой направлены противоположно осям первой системы (если первоначальная система — правая, то вторая система является левой). Пусть U_I — унитарный оператор, который, действуя на волновую функцию произвольного состояния $|\psi(t)\rangle$ в первой системе, дает волновую функцию $|\psi(t)\rangle_I$, описывающую то же состояние в отраженной системе

$$|\psi(t)\rangle_I = U_I |\psi(t)\rangle. \quad (3,6)$$

Оператор $U_I S U_I^{-1}$ является S -матрицей в отраженной системе отсчета, и условие инвариантности относительно отражений имеет, следовательно, вид

$$U_I^{-1} S U_I = S. \quad (3,7)$$

Перейдем теперь к формулировке условий инвариантности относительно обращения времени. Чтобы пояснить смысл соответствующих требований инвариантности, обратимся вначале к уравнению движения. Пусть $|\psi(t)\rangle$ — решение уравнения Шрёдингера в представлении взаимодействия

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = H(t) |\psi(t)\rangle, \quad (3,8)$$

где $H(t)$ — гамильтониан взаимодействия. Произведем комплексное сопряжение уравнения (3,8) и заменим в нем t на $-t$. Получаем

$$i \frac{\partial |\psi(-t)\rangle^*}{\partial t} = H^*(-t) |\psi(-t)\rangle^*. \quad (3,9)$$

В общем случае частиц со спином $H^*(-t) \neq H(t)$, и следовательно, функция $|\psi(-t)\rangle^*$ не удовлетворяет уравнению Шрёдингера. Предположим, однако, что гамильтониан взаимодействия таков, что существует унитарный оператор U_T , который обеспечивает выполнение условия

$$U_T H^*(-t) U_T^{-1} = H(t). \quad (3,10)$$

Тогда очевидно, что функция $|\psi(t)\rangle_T = U_T |\psi(-t)\rangle^*$ также является решением уравнения (3,8)

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle_T}{\partial t} = H(t) |\psi(t)\rangle_T. \quad (3,11)$$

Таким образом, если гамильтониан взаимодействия удовлетворяет (3,10), то наряду с решением уравнения Шрёдингера $|\psi(t)\rangle$ всегда существует решение $|\psi(t)\rangle_T = U_T |\psi(-t)\rangle^*$. Это решение описывает «обращенное» движение системы. Ниже мы поясним физический смысл «обращенного» решения. Соотношение (3,10) и представляет собой условие инвариантности относительно обращения времени. Выясним теперь, какие условия на S -матрицу накладывает инвариантность относительно обращения времени. S -матрица для второго решения та же, что и для первого, поскольку она определяется только оператором взаимодействия и не зависит от начального состояния. Поэтому наряду с (3,1) имеем

$$|\psi(+\infty)\rangle_T = S |\psi(-\infty)\rangle_T, \quad (3,12)$$

т. е.

$$U_T |\psi(-\infty)\rangle^* = S U_T |\psi(+\infty)\rangle^*.$$

Умножая это соотношение слева на U_T^{-1} , получаем

$$|\psi(-\infty)\rangle^* = U_T^{-1} S U_T |\psi(+\infty)\rangle^*. \quad (3,13)$$

С другой стороны, умножая (3,1) слева на S^+ , используя унитарность S -матрицы

$$S^+ S = I$$

и производя комплексное сопряжение, находим

$$|\psi(-\infty)\rangle^* = \tilde{S} |\psi(+\infty)\rangle^*. \quad (3,14)$$

Здесь значок \sim означает транспонирование. Сравнивая (3,13) и (3,14), окончательно получим

$$U_T^{-1} S U_T = \tilde{S}. \quad (3,15)$$

Из условий (3,5), (3,7) и (3,15) вытекают довольно жесткие ограничения на возможный вид матричных элементов S -матрицы.

Прежде чем сформулировать эти ограничения, отметим, что в рассматриваемых нами задачах (рассеяние, реакция) при $t \rightarrow -\infty$ частицы не взаимодействуют между собой и имеют определенные импульсы. Обозначим такое состояние $|i\rangle$. Нас интересует вероятность обнаружения частиц с определенными импульсами при $t \rightarrow +\infty$ (состояние $|f\rangle$). Для того чтобы выделить ту часть матричного элемента $\langle f | S | i \rangle$, которая обуславливается взаимодействием, представим его в виде

$$\langle f | S | i \rangle = \langle f | i \rangle - 2\pi i \delta(Q' - Q) \delta(E' - E) T_{fi}. \quad (3,16)$$

Здесь Q' , E' и Q , E_i — полный импульс и энергия конечного и начального состояний; δ -функции обеспечивают сохранение полного импульса и энергии. Квадрат модуля второго члена дает вероятность перехода под влиянием взаимодействия из состояния $|i\rangle$ в состояние $|f\rangle$. Матричный элемент T_{fi} можно представить в виде

$$T_{fi} = (\chi'^* T(p', p) \chi). \quad (3,17)$$

Здесь p и p' — начальный и конечный относительные импульсы, χ и χ' — спинные функции начальных и конечных частиц, а $T(p', p)$ — матрица, действующая на спинные переменные. Матрица $T(p', p)$ определяется,

естественно, динамикой процесса. Мы выясним, какие общие ограничения на ее вид вытекают из требований инвариантности. Начнем с вращений. Из (3,5) получаем

$$\langle f | S | i \rangle = \langle f | U_R^{-1} S U_R | i \rangle = {}_R \langle f | S | i \rangle_R, \quad (3,18)$$

где $|i\rangle_R$ и $|f\rangle_R$ — волновые функции начальных и конечных частиц в повернутой системе отсчета. Очевидно, что если состояние $|i\rangle$ описывает частицы с полным импульсом Q и относительным импульсом p , то состояние $|i\rangle_R$ описывает те же частицы с импульсами Q_R и p_R :

$$\left. \begin{aligned} (Q_R)_i &= a_{il} (Q)_l, \\ (p_R)_i &= a_{il} (p)_l. \end{aligned} \right\} \quad (3,19)$$

Здесь a_{il} — косинус угла между новой осью i и старой осью l .

Соотношение (3,18) представляет собой равенство разных матричных элементов одного и того же оператора. Из (3,16), (3,17) и (3,18) получаем

$$(\chi_R^\dagger T(p'_R, p_R) \chi_R) = (\chi'^\dagger T(p', p) \chi). \quad (3,20)$$

Здесь χ_R и χ'_R — начальная и конечная спинорные функции в новой системе отсчета. Функции χ и χ_R (χ' и χ'_R) описывают в разных системах одно и то же спинорное состояние. Поэтому они связаны унитарным преобразованием

$$\left. \begin{aligned} \chi_R &= u_R \chi, \\ \chi'_R &= u'_R \chi'. \end{aligned} \right\} \quad (3,21)$$

Унитарные матрицы u_R и u'_R действуют на спинорные переменные и зависят от углов поворота. Если спины обеих начальных (конечных) частиц отличны от нуля, то функция χ (χ') представляет собой произведение (либо сумму произведений) спинорных функций отдельных частиц. Матрица u_R (u'_R) является в этом случае прямым произведением матриц, действующих на каждую спинорную функцию в отдельности.

Среднее значение оператора спина должно преобразоваться при вращениях как вектор, т. е.

$$\chi_R^\dagger s_i \chi_R = a_{ik} \chi^\dagger s_k \chi,$$

где s_i — оператор спина любой из начальных частиц. Отсюда следует, что матрица u_R удовлетворяет соотношениям

$$u_R^{-1} s_i u_R = a_{ik} s_k. \quad (3,22)$$

Ясно также, что матрица u'_R удовлетворяет аналогичным соотношениям.

Из (3,20) и (3,21) получаем

$$u_R'^{-1} T(p'_R, p_R) u_R = T(p', p). \quad (3,23)$$

Это и есть условие, которому должна удовлетворять T -матрица вследствие инвариантности относительно пространственных вращений.

Перейдем теперь к рассмотрению инверсии системы координат. Если p_I и p'_I — начальный и конечный относительные импульсы в новой системе отсчета, а χ_I и χ'_I — начальная и конечная спинорные функции в этой системе, то

$$\left. \begin{aligned} p_I &= -p, & p'_I &= -p', \\ \chi_I &= u_I \chi, & \chi'_I &= u'_I \chi', \end{aligned} \right\} \quad (3,24)$$

где u_I — унитарная матрица, удовлетворяющая соотношениям

$$u_I^{-1} s_i u_I = s_i. \quad (3,25)$$

Для матрицы u_I' справедливы аналогичные соотношения. Условия (3,25) следуют из того, что среднее значение оператора спина должно преобразовываться как псевдовектор.

Действие оператора U_I на функцию $|i\rangle$ состоит в замене $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}_I$, $\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q}_I$, $\chi \rightarrow \chi_I$ и умножении ее на множитель, модуль которого равен единице. Из принципа суперпозиции следует, что этот множитель одинаков для различных состояний данных частиц. Следовательно, он характеризует их внутренние свойства. Принято называть этот множитель внутренней четностью. Если произвести инверсию системы отсчета дважды, то мы возвращаемся в исходную систему. Волновая функция частицы с целым спином совпадает при этом с первоначальной, а волновая функция частиц с полуцелым спином либо совпадает с первоначальной, либо отличается от нее знаком (последнее связано с тем, что двукратную инверсию можно рассматривать как тождественное преобразование и как поворот на угол 2π , который для частиц с полуцелым спином приводит, как известно, к изменению знака). Это означает, что внутренняя четность бозе-частиц может быть равна ± 1 , а внутренняя четность ферми-частиц может равняться ± 1 , $\pm i$. Из (3,7) для матричных элементов получаем

$$\langle f | S | i \rangle = {}_I \langle f | S | i \rangle_I. \quad (3,26)$$

Отсюда находим

$$(\chi'^+ T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi) = I_i I_f^* (\chi_I'^+ T(-\mathbf{p}', -\mathbf{p}) \chi_I), \quad (3,27)$$

где I_i (I_f) — произведение внутренних четностей начальных (конечных) частиц.

Таким образом, из инвариантности относительно отражений окончательно получаем

$$T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = I_i I_f^* u_I^{-1} T(-\mathbf{p}', -\mathbf{p}) u_I. \quad (3,28)$$

Отметим, что произведение $I_i I_f^*$ может быть равно только ± 1 .

Перейдем теперь к выяснению следствий, вытекающих из инвариантности относительно обращения времени. Умножая (3,15) справа на $|f\rangle^*$ и слева на $|i\rangle$, получаем

$${}_t \langle i | S | f \rangle_t = \langle f | S | i \rangle. \quad (3,29)$$

При замене t на $-t$ импульс и момент количества движения меняют знак. Поэтому «обращенное во времени» состояние $|i\rangle_T = U_T |i\rangle^*$ ($|f\rangle_T = U_T |f\rangle^*$) отличается от состояния $|i\rangle$ ($|f\rangle$) знаком импульсов и проекций спинов. Из (3,29) находим

$$(\chi'^+ T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi) = \eta_T \eta_T^* (\chi_T^+ T_{об}(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}') \chi_T). \quad (3,30)$$

Здесь $T_{об}(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}')$ — матрица обратного процесса ($f \rightarrow i$), $\chi_T = u_T \chi^*$, $\chi_T' = u_T' \chi'^*$, u_T и u_T' — унитарные матрицы, а η_T и η_T' — множители, равные по модулю единице (временные четности начального и конечного состояний). Матрица u_T определяется требованием, чтобы среднее значение спина изменяло знак при обращении времени:

$$\chi_T^+ s_i \chi_T = -\chi^+ s_i \chi. \quad (3,31)$$

Отсюда следует, что u_T удовлетворяет условию

$$u_T \tilde{s}_i u_T^{-1} = -s_i. \quad (3,32)$$

Аналогичным соотношениям подчиняется матрица u_T' . Из (3,30) получаем

$$\tilde{T}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = u_T^{-1} T_{об}(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}') u_T' \eta_T \eta_T^*. \quad (3,33)$$

Соотношение (3,33) связывает матрицы прямого и обратного процессов. Для процесса упругого рассеяния $T_{об} = T$, $u_T' = u_T$, $\eta_T \eta_T^* = 1$ и (3,33) представляют собой в этом случае ограничение на вид матрицы рассеяния *):

$$\tilde{T}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = u_T^{-1} T(-\mathbf{p}, -\mathbf{p}') u_T. \quad (3,34)$$

§ 4. СПИНОВАЯ МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ

До сих пор мы предполагали, что спиновое состояние начальных и конечных частиц описывается волновыми функциями. Однако в обычных условиях эксперимента спиновое состояние не может быть описано волновой функцией, точнее, не может быть описано одной волновой функцией, а описывается матрицей плотности или «смесью» волновых функций. Перейдем к определению матрицы плотности²⁵⁻²⁶. Рассмотрим пучок частиц с определенным импульсом. Он получается в результате взаимодействия с некоторой подсистемой. Если предположить, что вся система в целом описывается волновой функцией, то после взаимодействия, приводящего к образованию пучка, волновую функцию всей системы всегда можно представить в виде

$$\psi(x, \sigma, \xi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ipx} \sum_{\mu n} a_{\mu n} \chi_{\mu}(\sigma) \psi_n(\xi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ipx} \varphi(\sigma, \xi). \quad (4,1)$$

Здесь $\chi_{\mu}(\sigma)$ — спиновые функции частиц пучка, $\psi_n(\xi)$ — волновые функции подсистемы, коэффициенты $a_{\mu n}$ не зависят от времени и определяются теми взаимодействиями, которые привели к образованию пучка. Будем предполагать, что функции $\chi_{\mu}(\sigma)$ и $\psi_n(\xi)$ ортонормированы и образуют полную систему. Состояние подсистемы нас не интересует. Поэтому при вычислении средних значений операторов, действующих на переменную σ , по ξ следует произвести интегрирование (суммирование). Пусть O — любой оператор, действующий на переменную σ . Интегрируя по ξ и предполагая, что функция $\varphi(\sigma, \xi)$ нормирована, для среднего значения $\langle O \rangle$ получаем

$$\langle O \rangle = \sum_{\substack{\mu, \mu' \\ \sigma, \sigma'}} \chi_{\mu}^*(\sigma') O_{\sigma' \sigma} \chi_{\mu}(\sigma) c_{\mu \mu'}, \quad (4,2)$$

где

$$c_{\mu \mu'} = \sum_n a_{\mu n} a_{\mu' n}^*. \quad (4,3)$$

Если ввести матрицу Q с элементами

$$Q_{\sigma \sigma'} = \sum_{\mu, \mu'} \chi_{\mu}(\sigma) \chi_{\mu'}^*(\sigma') c_{\mu \mu'}, \quad (4,4)$$

то среднее значение оператора O равно

$$\langle O \rangle = \sum_{\sigma, \sigma'} O_{\sigma' \sigma} Q_{\sigma \sigma'} = \text{Sp } OQ. \quad (4,5)$$

*) Если произвести поворот на угол π вокруг направления $\mathbf{p}' - \mathbf{p}$, то, используя (3,22), можно переписать (3,34) в виде

$$\tilde{T}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = u_T^{-1} u_R^{-1} T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) u_T u_R.$$

В обычном представлении матриц Паули $u_T = -i\sigma_2 = \exp\left(-\frac{i}{2} \sigma_2 \pi\right)$ и совпадает с оператором поворота на угол $(-\pi)$ вокруг оси y . Если ось y направить по $\mathbf{p}' - \mathbf{p}$, то $u_T u_R = 1$ и условие (3,34) обращается в требование симметрии T -матрицы: $\tilde{T}(\mathbf{p}' \mathbf{p}) = T(\mathbf{p}', \mathbf{p})$. Эта формулировка условия T -инвариантности принадлежит

Л. Д. Пузикову.

Матрица ϱ носит название матрицы плотности. Условие нормировки функции $\varphi(\sigma, \xi)$ приводит к тому, что

$$\text{Sp } \varrho = 1. \quad (4,6)$$

В случае, когда $\varphi(\sigma, \xi)$ ненормирована, среднее значение оператора O равно

$$\langle O \rangle = \frac{\text{Sp } O\varrho}{\text{Sp } \varrho}. \quad (4,7)$$

Среднее значение любого оператора, действующего на переменную σ , может быть найдено, если задана матрица ϱ . Таким образом, матрица плотности (4,4) полностью описывает спиновое состояние частиц пучка.

Отметим, что спиновое состояние пучка может быть описано волновой функцией лишь в случае, когда волновая функция всей системы $\varphi(\sigma, \xi)$ представляется в виде произведения волновых функций, относящихся к частям системы (одно слагаемое в разложении (4,1)):

$$\varphi(\sigma, \xi) = \chi(\sigma) \psi(\xi). \quad (4,1a)$$

Матрица плотности такого состояния имеет вид

$$\varrho_{\sigma\sigma'} = \chi(\sigma) \chi^*(\sigma'), \quad (4,8)$$

и среднее значение оператора O равно

$$\langle O \rangle = \chi^+ O \chi. \quad (4,9)$$

Из (4,9) очевидно, что спиновое состояние пучка полностью описывается волновой функцией χ . Такие состояния называются чистыми.

Перечислим основные свойства матрицы плотности, вытекающие из (4,4), (4,3) и (4,8).

1. Матрица плотности эрмитова:

$$\varrho = \varrho^+, \quad (4,10)$$

что обеспечивает вещественность средних значений эрмитовых операторов.

2. Матрица плотности чистого состояния (4,8) удовлетворяет соотношению

$$\varrho^2 = \varrho \text{Sp } \varrho. \quad (4,11)$$

Отсюда для чистого состояния находим

$$\text{Sp } \varrho^2 = (\text{Sp } \varrho)^2. \quad (4,12)$$

3. В общем случае

$$\text{Sp } \varrho^2 \leq (\text{Sp } \varrho)^2. \quad (4,13)$$

Как мы уже отмечали, спиновое состояние пучка описывается одной волновой функцией в случае, когда волновая функция всей системы имеет вид (4,1a). Покажем теперь, что в общем случае спиновое состояние всегда может быть описано также набором нескольких некогерентных спиновых функций (смесь). Для этого напишем уравнение для собственных функций и собственных значений матрицы плотности

$$\sum_{\sigma''} \varrho_{\sigma\sigma''} u_{\mu}(\sigma'') = \varrho_{\mu} u_{\mu}(\sigma). \quad (4,14)$$

Умножая (4,14) на $u_{\mu}^*(\sigma')$, суммируя по μ и используя условие полноты системы функций

$$\sum_{\mu} u_{\mu}(\sigma'') u_{\mu}^*(\sigma') = \delta_{\sigma''\sigma'},$$

получаем

$$\varrho_{\sigma\sigma'} = \sum_{\mu} \varrho_{\mu} u_{\mu}(\sigma) u_{\mu}^*(\sigma'). \quad (4,15)$$

Среднее значение оператора O , вычисленное с помощью (4,15), равно

$$\langle O \rangle = \sum_{\mu} \varrho_{\mu} (u_{\mu}^+ O u_{\mu}). \quad (4,16)$$

Из условия нормировки ϱ следует, что

$$\sum_{\mu} \varrho_{\mu} = 1. \quad (4,17)$$

Кроме того, с помощью (4,14), (4,3) и (4,4) можно показать, что собственные значения положительны:

$$\varrho_{\mu} \geq 0. \quad (4,18)$$

Соотношения (4,16), (4,17) и (4,18) означают, что спиновое состояние пучка описывается в общем случае некогерентной смесью функций u_{μ} , входящих в смесь с вероятностью ϱ_{μ} .

В качестве примера рассмотрим простейший случай частиц со спином $\frac{1}{2}$. Матрица плотности является в этом случае 2×2 -матрицей, и следовательно, она может быть разложена по четырем базисным матрицам. В качестве них удобно выбрать матрицы I и σ_i . Получаем разложение

$$\varrho = c + \sum_i d_i \sigma_i, \quad (4,19)$$

где c и d_i — действительные числа (эрмитовость ϱ). Нормируя матрицу (4,19), находим, что $c = \frac{1}{2}$. На основании (4,5) и (4,19) получаем, что

$$\frac{1}{2} \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} \text{Sp } \sigma_i \varrho = d_i. \quad (4,20)$$

Средние значения $\langle \sigma_i \rangle$ образуют псевдовектор, который называется поляризацией. Вводя обозначение $\mathbf{P} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$, запишем матрицу (4,19) в виде

$$\varrho = \frac{1}{2} (I + (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{P})). \quad (4,21)$$

Таким образом, спиновое состояние частиц со спином $\frac{1}{2}$ полностью задается поляризацией \mathbf{P} . Из неравенства (4,13) находим, что $P = |\mathbf{P}|$ (степень поляризации) не превосходит единицы:

$$P \leq 1. \quad (4,22)$$

Согласно (4,12) степень поляризации равна единице для чистого состояния. Состояние с $P = 0$ называется неполяризованным.

Вернемся теперь к рассмотрению процессов столкновений и получим связь между спиновыми матрицами плотности начального и конечного состояний. Для дальнейшего удобно воспользоваться представлением начальной матрицы плотности в форме смеси

$$\varrho_0 = \sum_{\mu} \varrho_{\mu} \chi_{\mu} \chi_{\mu}^+. \quad (4,23)$$

На основании (3,16), (3,17) и (4,23) после усреднения по начальным и суммирования по конечным спиновым состояниям получаем сле-

дующее выражение для сечения:

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{j_0} \sum_{\mu, \mu'} (\chi_{\mu'}^{+T}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_{\mu}) \varrho_{\mu} (\chi_{\mu}^{+T+}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_{\mu'}) \delta(E' - E) d\mathbf{p}' = \\ = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{j_0} \text{Sp } T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \varrho_0 T^+(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \delta(E' - E) p'^2 dp' d\Omega'. \quad (4,24)$$

Здесь j_0 — плотность потока начальных частиц. В (4,24) легко произвести интегрирование по p' . После интегрирования получаем следующее выражение для дифференциального сечения:

$$\sigma \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega'} = (2\pi)^4 \frac{v'}{v} \left(\frac{E'_1 E'_2}{E} \right) \text{Sp } T(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \varrho_0 T^+(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \quad (4,25)$$

где v' и v — разности скоростей конечных и начальных частиц в с. ц. и. Удобно ввести матрицу $M(\mathbf{p}', \mathbf{p})$, которая отличается лишь множителем от $T(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ и определена так, что дифференциальное сечение равно

$$\sigma = \text{Sp } M(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \varrho_0 M^+(\mathbf{p}', \mathbf{p}). \quad (4,26)$$

Перейдем теперь к построению матрицы плотности конечного состояния. Если начальные частицы описываются функцией χ_{μ} , то спиновая функция конечных частиц равна

$$\chi' = \sum_{\mu'} \chi_{\mu'}^{+} (\chi_{\mu} M(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_{\mu}). \quad (4,27)$$

Используя условие полноты функций χ_{μ}' , функцию χ' можно записать следующим образом:

$$\chi' = M(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \chi_{\mu}. \quad (4,28)$$

В случае же, когда начальное состояние описывается матрицей плотности (4,23), конечная матрица плотности равна

$$\varrho = \sum_{\mu} (M \chi_{\mu}) \varrho_{\mu} (M \chi_{\mu})^{+} = M \varrho_0 M^{+}. \quad (4,29)$$

Конечная матрица плотности нормирована так, что (см. (4,26)) сумма ее диагональных элементов равна дифференциальному сечению. Среднее же значение оператора O в конечном состоянии в соответствии с (4,7), (4,29) и (4,26) равно

$$\langle O \rangle = \frac{\text{Sp } M \varrho_0 M^{+} O'}{\sigma}. \quad (4,30)$$

§ 5. СООТНОШЕНИЕ «ПОЛЯРИЗАЦИЯ—АСИММЕТРИЯ» В СЛУЧАЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО НАПРАВЛЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Из условий (3,23), (3,28) и (3,33) можно получить общее выражение для M -матрицы любого процесса. Вольфенштейн и Ашкин¹⁶ и Далиц¹⁷, основываясь на общем выражении для амплитуды упругого рассеяния, показали, что лево-правая асимметрия в рассеянии поляризованных частиц со спином $\frac{1}{2}$ на неполяризованных частицах с произвольным спином равна скалярному произведению начальной поляризации на поляризацию частиц со спином $\frac{1}{2}$, возникающую при рассеянии неполяризованных частиц. Как уже подчеркивалось, это соотношение лежит в основе анализа поляризационных явлений и позволяет, в частности, определять поляризацию частиц путем измерения лево-правой асимметрии. Мы получим соотношение «поляризация — асимметрия» в случае двухчастичных реакций (2,8), используя непосредственно требования инвариантности (3,23), (3,28) и (3,33). Предположим, что спин одной из начальных частиц

равен $\frac{1}{2}$, а спины всех остальных частиц произвольны. Если в начальном состоянии поляризована только частица со спином $\frac{1}{2}$ (поляризация P), то нормированная начальная матрица плотности равна

$$\varrho_0 = \frac{1}{2} (I + (\sigma P)) \frac{1}{2s+1}, \quad (5,1)$$

где s — величина спина второй начальной частицы*). С помощью (4,26) находим следующее выражение для дифференциального сечения процесса:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \frac{(P \operatorname{Sp} M(p', p) \sigma M^+(p', p))}{\operatorname{Sp} M(p', p) M^+(p', p)} \right), \quad (5,2)$$

где

$$\sigma_0 = \frac{1}{2(2s+1)} \operatorname{Sp} M(p', p) M^+(p', p) \quad (5,3)$$

— дифференциальное сечение в случае неполяризованных начальных частиц. Покажем теперь, что в силу требований инвариантности относительно обращения времени, вращений и отражений, отношение

$$\frac{\operatorname{Sp} M(p', p) \sigma M^+(p', p)}{\operatorname{Sp} M(p', p) M^+(p', p)} \quad (5,4)$$

равно поляризации частицы со спином $\frac{1}{2}$, возникающей в обратной реакции с неполяризованными частицами. Используем вначале требование (3,33). Если учесть коэффициент пропорциональности между матрицами $M(p', p)$ и $T(p', p)$, то (3,33) можно записать в виде

$$p \tilde{M}(p', p) = p' u \tilde{T}^T M_{06}(-p, -p') u' \eta_T \eta_T^*.$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{Sp} M(p', p) \sigma M^+(p', p)}{\operatorname{Sp} M(p', p) M^+(p', p)} &= \frac{\operatorname{Sp} \tilde{M}^+(p', p) \tilde{\sigma} \tilde{M}(p', p)}{\operatorname{Sp} \tilde{M}^+(p', p) \tilde{M}(p', p)} = \\ &= - \frac{\operatorname{Sp} M_{06}(-p, -p') M_{06}^+(-p, -p') \sigma}{\operatorname{Sp} M_{06}(-p, -p') M_{06}^+(-p, -p')} \quad (5,5) \end{aligned}$$

Таким образом, отношение (5,4) равно со знаком минус поляризации частиц со спином $\frac{1}{2}$, возникающей в обратной реакции при столкновении неполяризованных частиц (начальный и конечный импульсы в обратной реакции $-p'$ и $-p$ соответственно). Введем единичные векторы $k = p/|p|$ и $k' = p'/|p'|$ и обозначим поляризацию, возникающую в обратной реакции, следующим образом:

$$\frac{\operatorname{Sp} M_{06}(-p, -p') M_{06}^+(-p, -p') \sigma}{\operatorname{Sp} M_{06}(-p, -p') M_{06}^+(-p, -p')} = P_0^{06}(-k, -k'). \quad (5,6)$$

Из инвариантности матрицы реакции относительно вращений и отражений (соотношения (3,23), (3,28) и (3,22), (3,25)) вытекает, что поляризация (5,6) является псевдовектором, т. е.

$$P_0^{06}(-k, -k') = P_0^{06}((kk')) [k'k]. \quad (5,7)$$

Отсюда следует, что

$$P_0^{06}(-k, -k') = -P_0^{06}(k', k). \quad (5,8)$$

*) Пучок и мишень готовятся обычно независимо друг от друга. Поэтому матрица плотности начального состояния будет прямым произведением $\varrho_{\text{п}} \times \varrho_{\text{м}}$ матриц плотности пучка и мишени. В нашем случае мишень не поляризована и матрица плотности мишени пропорциональна единичной матрице $\varrho_{\text{м}} = \frac{1}{2s+1} I$. Коэффициент пропорциональности в этом выражении определяется условием нормировки. Матрица плотности пучка $\varrho_{\text{п}}$ задается поляризацией P и имеет вид (4,21).

Таким образом, отношение (5,4) равно $+P_0^{06}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$, и для дифференциального сечения прямой реакции окончательно получаем

$$\sigma = \sigma_0 (1 + (PP_0^{06}(\mathbf{k}', \mathbf{k}))). \quad (5,9)$$

Отсюда лево-правая асимметрия равна ¹⁸⁻²⁹

$$e^{LR} = \frac{\sigma^L - \sigma^R}{\sigma^L + \sigma^R} = (PP_0^{06}). \quad (5,10)$$

В случае упругого рассеяния прямая и обратная реакции совпадают и $P_0^{06}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ представляет собой поляризацию, которая возникла бы, если бы падающие частицы были не поляризованы.

§ 6. ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧЕТНОСТЕЙ СТРАННЫХ ЧАСТИЦ В ОПЫТАХ С ПОЛЯРИЗОВАННОЙ МИШЕНЬЮ

Определение внутренних четностей K -мезонов и гиперонов представляет собой одну из важных задач физики элементарных частиц. В связи с несохранением четности во всех слабых процессах, включая распады странных частиц, внутренняя четность гиперонов и K -мезонов может быть определена лишь при изучении сильных и электромагнитных взаимодействий, ответственных за их образование и взаимные превращения. Пожалуй, одним из наиболее интересных применений поляризованной водородной мишени в физике высоких энергий и являются возможные опыты по определению внутренних четностей странных частиц в реакциях

$$\left. \begin{aligned} \pi + p &\rightarrow Y + K, \\ \bar{K} + p &\rightarrow Y + \pi, \end{aligned} \right\} \quad Y = (\Lambda, \Sigma) \quad (6,1)$$

с поляризованными протонами. Эта возможность была указана в работах ¹⁰⁻¹³. Связь между внутренними четностями и поляризациями участвующих в реакции частиц обсуждалась в общем виде в упоминавшейся работе ¹⁴. Возможность определения четностей странных частиц при изучении реакций (6,1) с поляризованными протонами базируется лишь на общих требованиях инвариантности относительно вращений и отражений и не связана с какими-либо конкретными предположениями о динамике взаимодействий.

Одна из возможных постановок опыта основывается на соотношении между лево-правой асимметрией $e^{LR}(\theta)$ в реакции с поляризованной мишенью и поляризацией P_0^L , возникающей при столкновении неполяризованных частиц, имеющем место в случае реакций типа $0 + \frac{1}{2} \rightarrow \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ (к этому типу относятся и интересующие нас реакции (6,1), так как спин K -мезона равен нулю, а спины Σ - и Λ -гиперонов равны половине). Напомним, что в случае мишени, поляризованной перпендикулярно плоскости реакции, это соотношение (см. (2,19)) имеет вид

$$e^{LR}(\theta) = \pm PP_0^L(\theta) \quad (I_\pi I_p = \pm I_K I_Y), \quad (6,2)$$

где P — степень поляризации мишени. Установление того, какая из этих двух возможностей имеет место в действительности, и позволяет определить четность (KY) -пары относительно протона. Для этого следует сравнить результаты двух независимых экспериментов, выполненных при одной и той же энергии. В одном из них должна быть определена поляризация гиперона в реакции на неполяризованной мишени. Во втором следует измерить асимметрию в реакции с поляризованной мишенью. В принципе достаточно сравнить между собой лишь знаки $e^{LR}(\theta)$

и $P_0^L(\theta)$. Если знаки совпадают, то $I_\pi I_p = I_K I_Y$, если противоположны, то $I_\pi I_p = -I_K I_Y$.

Можно воспользоваться и видоизмененной постановкой опыта. Чтобы понять ее сущность, предположим вначале, что в нашем распоряжении имеются протоны, полностью поляризованные в направлении \mathbf{n}_0 . Как и раньше, рассмотрим реакцию (6,1) в плоскости, перпендикулярной направлению поляризации. Тогда из правила Бора (см. (2,11)) немедленно следует, что гипероны, вылетающие под любым углом θ , будут полностью поляризованы и их поляризация будет совпадать по направлению с поляризацией протонов, если $I_K I_Y = I_\pi I_p$ (запрещена реакция с переворотом спина), и противоположна ей, если $I_K I_Y = -I_\pi I_p$ (запрещена реакция без переворота спина). Таким образом, определение направления поляризации гиперонов, возникающей в реакции с полностью поляризованными протонами, и сравнение его с направлением поляризации мишени также позволяют прийти к однозначному заключению о четности (KY)-пары. Ситуация по существу не изменится, если протоны поляризованы лишь частично: $\mathbf{P} = P\mathbf{n}_0$. Нужно только произвести соответствующее усреднение. Действительно, средняя поляризация гиперонов*), вылетающих под углом θ в плоскости, перпендикулярной \mathbf{n}_0 , как налево, так и направо, оказывается, как нетрудно проверить с помощью формул (2,4), равной

$$\langle P(\theta) \rangle = P \frac{\sigma_{++}^L(\theta) + \sigma_{--}^L(\theta) - \sigma_{+-}^L(\theta) - \sigma_{-+}^L(\theta)}{\sigma_{++}^L(\theta) + \sigma_{--}^L(\theta) + \sigma_{+-}^L(\theta) + \sigma_{-+}^L(\theta)}. \quad (6,3)$$

Воспользовавшись правилом Бора (2,11), получаем из (6,3)

$$\langle P(\theta) \rangle = \pm P, \quad I_K I_Y = \pm I_\pi I_p. \quad (6,4)$$

Как и в случае полностью поляризованных протонов, средняя поляризация гиперонов либо равна поляризации протонов ($I_K I_Y = I_\pi I_p$), либо равна ей по величине и противоположна по направлению ($I_K I_Y = -I_\pi I_p$).

Откажемся теперь от предположения о том, что мишень поляризована в направлении, ортогональном плоскости реакции, и получим формулы, справедливые в общем случае. Для этого проще всего воспользоваться аппаратом матрицы плотности и амплитуды реакции, развитым в § 3—5. Матрица плотности начального состояния в реакциях (6,1) имеет вид

$$\rho = \frac{1}{2} (I + (\sigma \mathbf{P})), \quad (6,5)$$

где \mathbf{P} — поляризация водородной мишени.

Дифференциальное сечение реакции на поляризованной мишени равно

$$\sigma(\theta, \varphi) = \text{Sp } M \rho M^+ = \sigma_0(\theta) \left(1 + \left(\mathbf{P} \frac{\text{Sp } M \sigma M^+}{\text{Sp } M M^+} \right) \right), \quad (6,6)$$

*) Средняя поляризация гиперонов определяется равенством

$$\langle P(\theta) \rangle = \frac{N_+^L(\theta) + N_+^R(\theta) - N_-^L(\theta) - N_-^R(\theta)}{N_+^L(\theta) + N_+^R(\theta) + N_-^L(\theta) + N_-^R(\theta)},$$

где $N_+^L(\theta)$ — число гиперонов, вылетающих под углом θ налево со спином, параллельным \mathbf{n}_0 и т. д. При таком усреднении из выражения для конечной поляризации выпадают члены, соответствующие поляризации, возникающей при столкновении неполяризованных частиц.

где σ_0 — сечение реакции с неполяризованной мишенью. С другой стороны, поляризация гиперонов $\mathbf{P}_0(\theta, \varphi)$, возникающая при столкновениях неполяризованных частиц, связана с амплитудой реакции соотношением

$$\mathbf{P}_0(\theta, \varphi) = \frac{\text{Sp } \sigma \mathbf{M} \mathbf{M}^+}{\text{Sp } \mathbf{M} \mathbf{M}^+}. \quad (6,7)$$

Матрицы σ и \mathbf{M} в общем случае не коммутируют. Поэтому следы $\text{Sp } \mathbf{M} \sigma \mathbf{M}^+$ и $\text{Sp } \sigma \mathbf{M} \mathbf{M}^+$, входящие в выражения для сечения и поляризации, не равны, вообще говоря, друг другу. Однако между ними существует простое соотношение, вытекающее из требований инвариантности относительно вращений и отражений. Прежде всего эти требования означают, что указанные следы являются псевдовекторами. Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \text{Sp } \mathbf{M} \sigma \mathbf{M}^+ &= \mathbf{n} \text{ Sp } \mathbf{M} (\sigma \mathbf{n}) \mathbf{M}^+, \\ \text{Sp } \sigma \mathbf{M} \mathbf{M}^+ &= \mathbf{n} \text{ Sp } (\sigma \mathbf{n}) \mathbf{M} \mathbf{M}^+, \end{aligned} \right\} \quad (6,8)$$

где $\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{p}\mathbf{p}']}{|[\mathbf{p}\mathbf{p}']|}$ — нормаль к плоскости реакции. Произведем теперь отражение в плоскости реакции. Векторы \mathbf{p} и \mathbf{p}' переходят при этом сами в себя, и условие инвариантности \mathbf{M} -матрицы имеет вид

$$R^{-1} \mathbf{M}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) R = \pm \mathbf{M}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \quad (I_K I_Y = \pm I_\pi I_p). \quad (6,9)$$

Поскольку в случае частиц со спином $\frac{1}{2}$ оператор отражения R равен $(\sigma \mathbf{n})$, соотношение (6,9) означает, что оператор $(\sigma \mathbf{n})$ коммутирует с \mathbf{M} -матрицей в случае $I_K I_Y = I_\pi I_p$ и антикоммутирует в случае $I_K I_Y = -I_\pi I_p$. Отсюда и из (6,8) вытекает, что

$$\text{Sp } \mathbf{M} \sigma \mathbf{M}^+ = \pm \text{Sp } \sigma \mathbf{M} \mathbf{M}^+ \quad (I_K I_Y = \pm I_\pi I_p). \quad (6,10)$$

Для дифференциального сечения реакции из (6,6), (6,7) и (6,10) получаем

$$\sigma = \sigma_0 (1 \pm (\mathbf{P} \mathbf{P}_0)) \quad (I_K I_Y = \pm I_\pi I_p). \quad (6,11)$$

Левая-правая асимметрия, таким образом, равна

$$e^{LR} = \pm (\mathbf{P} \mathbf{P}_0) \quad (I_K I_Y = \pm I_\pi I_p), \quad (6,12)$$

где \mathbf{P}_0 — поляризация, возникающая при рассеянии налево. Из (6,7), (6,8) и (6,12) видно, что абсолютное значение асимметрии максимально, если поляризация мишени параллельна (или антипараллельна) нормали к плоскости реакции.

Таким образом, рассмотренный нами ранее случай начальной поляризации, ортогональной к плоскости реакции, наиболее выгоден с точки зрения измерения асимметрии.

Перейдем теперь к рассмотрению поляризации гиперонов в случае произвольного направления поляризации мишени. Мы рассмотрим только связь между поляризацией гиперонов, усредненной по всем направлениям вылета (по направлениям \mathbf{p}'), и поляризацией мишени. Усредненная поляризация $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ определяется соотношением

$$\langle \mathbf{P}_Y \rangle = \frac{\int \text{Sp } \mathbf{M} \sigma \mathbf{M}^+ d\Omega}{\int \text{Sp } \mathbf{M} \mathbf{M}^+ d\Omega}. \quad (6,13)$$

Здесь интегрирование производится по всем направлениям \mathbf{p}' , а $d\Omega$ — соответствующий элемент телесного угла. Общее выражение для $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ нетрудно написать, опираясь на требования инвариантности. Действительно, $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ должно быть псевдовектором, построенным из начального импульса \mathbf{p} и \mathbf{P} . Как видно из (6,13), $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ может зависеть от \mathbf{P} лишь

линейно. Следовательно, $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ имеет вид

$$\langle \mathbf{P}_Y \rangle = \alpha \mathbf{P} + \beta (\mathbf{P} \mathbf{k}) \mathbf{k}, \quad (6,14)$$

где α и β — функции энергии налетающих частиц, конкретный вид которых зависит от динамики взаимодействия. Однако знак α не зависит от динамики. Оказывается, что α положительно при $I_K I_Y = I_\pi I_p$ и отрицательно при $I_K I_Y = -I_\pi I_p$. Следовательно, если поляризация мишени перпендикулярна импульсу налетающих частиц, то сравнение знаков \mathbf{P} и $\langle \mathbf{P}_Y \rangle$ позволяет определить четность (KY) -пары.

Для того чтобы это доказать, используем общие выражения для матрицы реакции, которые можно получить из условий инвариантности, сформулированных в § 3. В случае, когда внутренняя четность не меняется, M -матрица является скаляром:

$$M = a + b (\sigma \mathbf{n}), \quad \mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k} \mathbf{k}']}{|\mathbf{k} \mathbf{k}'|}. \quad (6,15)$$

При изменении внутренней четности матрица реакции — псевдоскаляр:

$$M = c (\sigma \mathbf{k}) + d (\sigma \mathbf{k}'), \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{k}' - (\mathbf{k} \mathbf{k}') \mathbf{k}}{|\mathbf{k} \mathbf{k}'|}. \quad (6,16)$$

В выражениях (6,15) и (6,16) \mathbf{k} и \mathbf{k}' — единичные векторы в направлениях начального и конечного относительных импульсов, a , b , c и d — функции энергии и $(\mathbf{k} \mathbf{k}') = \cos \theta$. Вычисляя с помощью этих выражений следы, входящие в (6,13), и производя интегрирование по направлениям \mathbf{k}' , приходим к следующим выражениям для коэффициента α :

I. $I_K I_Y = I_\pi I_p$,

$$\alpha = \frac{\int |a|^2 d\Omega}{\int (|a|^2 + |b|^2) d\Omega} = \frac{\int |a|^2 d\Omega}{\int \sigma_0 d\Omega} \geq 0, \quad (6,17a)$$

II. $I_K I_Y = -I_\pi I_p$,

$$\alpha = - \frac{\int |c|^2 d\Omega}{\int (|c|^2 + |d|^2) d\Omega} = - \frac{\int |c|^2 d\Omega}{\int \sigma_0 d\Omega} \leq 0. \quad (6,17b)$$

Вернемся теперь к обсуждению опыта, состоящего в сравнении измеренных в независимых экспериментах асимметрии и поляризации гиперонов. В настоящее время один из этих экспериментов уже проведен: поляризация гиперонов, возникающая при столкновениях неполяризованных частиц, определена при нескольких значениях энергии.

Так, например, реакция



исследовалась в широкой области импульсов налетающих пионов. Сведения о величине и знаке поляризации Λ -гиперонов были получены при изучении их распадов. Угловое распределение протонов от распада поляризованного гиперона имеет вид*)

$$W(\vartheta) = W_0 (1 - \alpha_\Lambda P_\Lambda \cos \vartheta), \quad (6,19)$$

*) Вследствие несохранения четности в распаде Λ -гиперонов

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p$$

амплитуда распада является комбинацией скаляра и псевдоскаляра ($s_{1/2}$ - и $p_{1/2}$ -волны в конечном состоянии) и имеет вид

$$M = a + b (\sigma \mathbf{k}),$$

где a и b — постоянные, характеризующие распад, а \mathbf{k} — единичный вектор в направ-

где ϑ — угол между импульсом протона и направлением поляризации гиперона P_Λ (напомним, что поляризация гиперонов ортогональна плоскости их рождения). Отсюда видно, что изучение асимметрии углового распределения позволяет найти произведение $\alpha_\Lambda P_\Lambda$. Коэффициент асимметрии ($-\alpha_\Lambda$) связан с механизмом распада гиперона и равен (см. примечание на стр. 264) продольной поляризации протонов, возникающей при распаде неполяризованных гиперонов. Продольная поляризация протонов, а следовательно, и α_Λ определены в настоящее время экспериментально. Способ определения продольной поляризации основывается на том, что протоны, поляризованные в направлении их импульса в системе покоя гиперона, будут, вообще говоря, обладать поперечной (по отношению к направлению их импульса в л.с.) компонентой поляризации в лабораторной системе. Поперечная же компонента может быть определена при изучении азимутальной асимметрии в рассеянии протонов на ядре с известной анализирующей способностью, например, углероде. Так как Λ -частицы, полученные в реакции (6,18), поляризованы, для получения неполяризованных гиперонов следует произвести усреднение по всем ориентациям плоскости их рождения. Наиболее точное значение $\alpha_\Lambda = -0,62 \pm 0,07$ получено Кронином и Оверсетом²⁷ на основании анализа 1156 случаев рассеяния протонов в углеродных пластинах, помещенных в искровую камеру. Значения α_Λ , полученные другими авторами, приведены в табл. I, заимствованной из обзорного доклада Кроуфорда²⁸ на Женевской конференции 1962 г.

Отрицательное значение α_Λ означает, что протоны обладают положительной спиральностью и при распаде поляризованного Λ -гиперона вылетают преимущественно в направлении поляризации P_Λ .

Зная α_Λ , можно определить P_Λ , основываясь на измеренных значениях $\alpha_\Lambda P_\Lambda$. Так, при энергии пионов $T_\pi = 793$ Мэв средняя поляризация P_Λ составляет около 70% и направлена по $[(-p_\pi) p_\Lambda]$. Она близка к этому значению и при $T_\pi = 871$ Мэв. Полные сечения реакции (6,18) равны при этих энергиях $(0,14 \pm 0,01) \cdot 10^{-27}$ см² и $(0,56 \pm 0,04) \times 10^{-27}$ см². Подробности о сечениях и поляризациях при этих энергиях

лени импульса протона. Если гиперон поляризован, начальная матрица плотности равна

$$\rho_\Lambda = \frac{1}{2} (1 + (\sigma P_\Lambda)),$$

где $P_\Lambda = P_\Lambda \mathbf{n}$ — поляризация гиперона (\mathbf{n} — единичный вектор в направлении поляризации). Для вероятности распада W получаем

$$W = \text{Sp } M \rho_\Lambda M^\dagger = W_0 (1 - \alpha_\Lambda P_\Lambda \cos \vartheta),$$

где $W_0 = |a|^2 + |b|^2$ — вероятность распада неполяризованного гиперона, $\cos \vartheta = (\mathbf{n} \mathbf{k})$, а параметр асимметрии α_Λ определяется интерференцией $s_{1/2}$ - и $p_{1/2}$ -волн и равен

$$\alpha_\Lambda = - \frac{2 \text{Re } a b^*}{|a|^2 + |b|^2}.$$

При распаде неполяризованных гиперонов протоны будут продольно поляризованы и степень их поляризации оказывается равной ($-\alpha_\Lambda$). Действительно, поляризация P_p протонов равна

$$P_p = \frac{\text{Sp } \sigma M M^\dagger}{\text{Sp } M M^\dagger} = \frac{2 \text{Re } a b^*}{|a|^2 + |b|^2} \mathbf{k} = -\alpha_\Lambda \mathbf{k}.$$

Как видно из этих рассуждений, степень поляризации гиперонов может быть определена при изучении асимметрии продуктов распада, если известен параметр α_Λ . Его определение требует в свою очередь измерения продольной поляризации протонов отдачи в распаде неполяризованного Λ -гиперона. Очевидно, что эти рассуждения применимы к нелептонному распаду любого гиперона со спином $\frac{1}{2}$.

приведены в работе ³³. Там же имеются ссылки на более ранние работы. По данным группы Кроуфорда ³⁴ при импульсе пиона 1035 Мэв сечение составляет $(0,73 \pm 0,028) \cdot 10^{-27}$ см², а поляризация под углом 90°

Таблица I

Авторы*)	Источник Λ-частиц	Детектор	α _Λ
Кронин и Оверсет ²⁷	$\pi^- + p$	Искровая камера	$-0,62 \pm 0,05$
Грэй и др. ²⁹	$K^- + \text{He}$	Гелиевая пузырьковая камера	$-0,66 \pm 0,25$
Билл и др. ³⁰	$\pi^- + p$	Искровая камера	$-0,67 \pm 0,13$ $-0,47$
Бэрдж и Фаулер ³¹	$\pi^- + \text{пропан}$	Пропановая пузырьковая камера	$-0,45 \pm 0,40$
Болдт и др. ³²	$\pi^- + \text{железо}$	Камера Вильсона	$0,85 \pm 0,15$ $-0,21$

*) Работы расположены в порядке, обратном хронологическому. Первые по времени данные Болдта и др. считаются сейчас неправильными.

(с. п. и.) близка к 100%. Отсюда видны значения энергии пионов, при которых можно рекомендовать проведение опыта по определению четности (ΛK)-системы.

Изучение реакции

$$\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+ \quad (6,20)$$

с поляризованной водородной мишенью дает возможность не только определить четность (Σ⁺ K⁺)-пары, но и относительную четность Σ- и Λ-гиперонов, если известны результаты опытов по изучению реакции (6,18). Из различных распадов Σ-гиперонов только процесс Σ⁺ → p + π⁰ характеризуется существенно отличным от нуля значением коэффициента асимметрии. По последним данным ^{28, 30}

$$\alpha_0 = 0,78 \quad \begin{matrix} +0,08 \\ -0,09. \end{matrix}$$

Аналогичные коэффициенты для других распадов Σ-гиперонов равны ²⁸

$$\alpha_+ (\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+) = 0,03 \pm 0,08,$$

$$\alpha_- (\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-) = 0,16 \pm 0,21.$$

По данным Корка и др. ³⁵ поляризация гиперонов в (6,20) при T_π = 990 Мэв близка к 100%. Однако поляризация гиперонов в той же реакции при T_π = 1090 Мэв очень мала ³⁶.

Если спин Ξ⁻-гиперона окажется равным половине, для определения четности (Ξ⁻p)-пары можно будет использовать реакцию

$$K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+. \quad (6,21)$$

В предположении, что спин Ξ⁻ равен ½, известны как значение коэффициента асимметрии α_Ξ (распад Ξ⁻ → Λ + π⁻), так и энергия, при

которой поляризация Ξ^- -гиперона велика. Наиболее точное α_{Ξ} равно ²⁸
 $\alpha_{\Xi} = 0,62 \pm 0,11$.

Поляризация Ξ^- -гиперонов близка к 100%, например при импульсе K^- -мезонов 1800 Мэв/с ³⁷.

До сих пор мы рассматривали возможные способы определения четности в реакциях вида

$$0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2} \quad (6,22)$$

с поляризованной мишенью (0 и $\frac{1}{2}$ — спины частиц).

Рассмотрим теперь вкратце реакции типа

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + 0. \quad (6,23)$$

Мы покажем, что измерение полного сечения реакции вида (6,23) с поляризованным пучком и поляризованной мишенью и сравнение его с полным сечением этой же реакции с неполяризованными частицами также позволяет определить внутренние четности частиц ³⁸.

Действительно, полное сечение реакции (6,23) имеет вид (см. § 7)

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{4}(\sigma_0^t - \sigma^s)(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) + \frac{1}{2}(\sigma_+^t - \sigma_0^t)(\mathbf{P}_1 \mathbf{k})(\mathbf{P}_2 \mathbf{k}), \quad (6,24)$$

где \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 — поляризации пучка и мишени, σ_0^t , σ_+^t и σ^s — полные сечения реакции из триплетного с проекцией нуль, триплетного с проекцией $+1$ и синглетного состояния соответственно. Пусть произведение внутренних четностей всех частиц $I = -1$. Тогда закон сохранения четности дает

$$(-1)^{l_i} = -(-1)^{l_f}, \quad (6,25)$$

где l_i и l_f — орбитальные моменты начального и конечного состояний. Если начальное состояние — синглет, то очевидно, что сохранение полного момента приводит к

$$l_i = l_f. \quad (6,26)$$

Соотношения (6,25) и (6,26) означают, что при $I = -1$ реакция из синглетного состояния запрещена:

$$\sigma^s = 0, \quad I = -1. \quad (6,27)$$

При $I = +1$ оказывается запрещенной реакция из триплетного состояния с проекцией нуль:

$$\sigma_0^t = 0, \quad I = +1. \quad (6,28)$$

В этом случае из закона сохранения четности следует, что

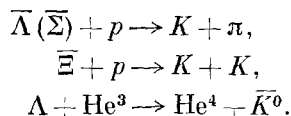
$$(-1)^{l_i} = (-1)^{l_f}, \quad (6,29)$$

в то время как закон сохранения момента и его проекции требует, чтобы l_i и l_f отличались на единицу.

Отсюда видно, что для рассматриваемых реакций знак коэффициента при $(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2)$ в выражении для полного сечения однозначно связан с внутренней четностью. В случае, когда поляризация мишени ортогональна \mathbf{k} , сечения принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 - \frac{1}{4} \sigma^s (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2), & I = 1, \\ \sigma &= \sigma_0 + \frac{1}{4} \sigma_0^t (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2), & I = -1. \end{aligned} \right\} \quad (6,30)$$

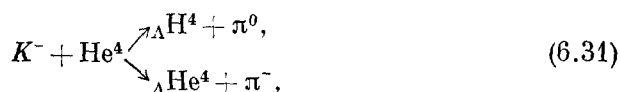
Таким образом, сравнение полных сечений σ и σ_0 позволяет определить знак коэффициента при $(P_1 P_2)$ и, следовательно, внутреннюю четность частиц. Для этой цели можно изучать, например, реакции



Отметим, что определение внутренних четностей таким образом представляется в настоящее время более трудным, чем в реакциях вида (6,22).

Коснемся теперь вкратце вопроса о том, какие сведения о внутренних четностях странных частиц дали эксперименты, выполненные до настоящего времени.

Указания на отрицательную четность (ΛK) были получены при изучении реакций



рассмотренных Далицем ³⁹. Если спины гиперядер равны нулю, то сохранение полного момента приводит к равенству орбитальных моментов в начальном и конечном состояниях реакций (6,31):

$$l_i = l_f. \quad (6,32)$$

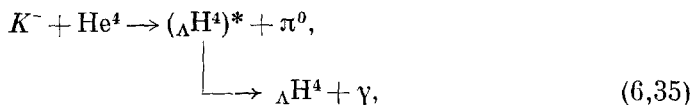
В свою очередь закон сохранения четности дает

$$I_{\bar{K}} I_N (-1)^{l_i} = I_{\Lambda} I_{\pi} (-1)^{l_f}, \quad (6,33)$$

откуда следует, что реакция разрешена лишь при условии

$$I_{\bar{K}} I_N = I_{\Lambda} I_{\pi}. \quad (6,34)$$

В настоящее время экспериментально подтверждено, что спин ΛH^4 в основном состоянии равен нулю (см., например, ⁴⁰). Поэтому наблюдение группой Блока — Певзнера ⁴¹ нескольких десятков случаев реакций (6,31) является веским указанием в пользу того, что $I_{\bar{K}} I_N = I_{\Lambda} I_{\pi}$. Однако наблюдение реакции (6,31) не определяет четности ($K\Lambda$)-пары, если у гиперядра имеется возбужденное состояние со спином единица и с энергией связи в несколько сотен кэв ⁴². Действительно, в этом случае и при $I_{\bar{K}} I_N = -I_{\Lambda} I_{\pi}$ будет иметь место последовательность реакций



имитирующая (6,31). Поэтому наблюдение гиперядер при взаимодействии K^- -мезонов с He^4 можно будет считать доказательством (6,34) лишь после того, как будет установлено отсутствие γ -излучения от распада $(\Lambda \text{H}^4)^* \rightarrow \Lambda \text{H}^4 + \gamma$ или $(\Lambda \text{He}^4)^* \rightarrow \Lambda \text{He}^4 + \gamma$.

В самое последнее время получены очень веские аргументы в пользу того, что относительная четность Σ - и Λ -частиц положительна ^{43, 44}. Для определения $(\Sigma\Lambda)$ -четности измерялся спектр масс (e^+e^-) -пар от распада неполяризованных Σ^0 -гиперонов:

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + e^+ + e^-. \quad (6,36)$$

Изучение этого распада с целью определения $(\Sigma\Lambda)$ -четности было предложено в работах ^{45,46}. Задача состоит в том, чтобы установить, является ли переход электрическим (отрицательная $(\Sigma\Lambda)$ -четность) или магнитным (положительная $(\Sigma\Lambda)$ -четность) дипольным переходом. При данной четности матричный элемент характеризуется двумя форм-факторами. Однако форм-фактор, исчезающий в случае излучения реального γ -кванта, разумно считать малым при тех значениях передачи импульса, которые имеют место в распаде (6,36). Именно в этом предположении авторы работ ^{43,44} приходят к заключению о положительной $(\Sigma\Lambda)$ -четности. К такому же заключению приходят авторы работ ^{47,48} на основе феноменологического анализа $K^- - p$ -взаимодействий в области импульсов K^- -мезонов около 400 Мэв/с.

§ 7. РАССЕЯНИЕ НУКЛОНОВ НУКЛОНАМИ

Опыты по рассеянию нуклонов нуклонами являются важным источником информации о взаимодействии между этими частицами. Непосредственной целью этих опытов является получение сведений об асимптотическом поведении волновых функций сталкивающихся нуклонов или, иначе говоря, восстановление матрицы рассеяния нуклонов нуклонами.

За последние годы в изучении нуклон-нуклонных столкновений и в решении задачи восстановления матрицы рассеяния был достигнут значительный прогресс. Это стало возможным благодаря получению поляризованных нуклонных пучков и выполнению опытов по двойному и тройному рассеянию. Поляризованные пучки быстрых протонов были получены в результате рассеяния протонов ядрами. Если полученный таким образом пучок подвергнуть вторичному рассеянию на мишени, идентичной первой, можно определить степень поляризации пучка. При энергиях в несколько сотен Мэв поляризация упруго рассеянных ядрами протонов близка при некоторых углах рассеяния к 70—100%. Поляризация, возникающая при столкновении протонов с протонами, определялась путем измерения азимутальной асимметрии при рассеянии пучка протонов с известной степенью поляризации на водороде (двойное рассеяние). В тройном рассеянии, где первая и третья мишени играли роль поляризатора и анализатора, определялось изменение поляризации при рассеянии поляризованных протонов на водороде (вторая мишень).

Впервые подобная программа опытов была выполнена при энергии 310 Мэв ⁴⁹ (Беркли). Вслед за этим было проведено детальное изучение нуклон-нуклонного рассеяния при 150 Мэв ⁵⁰ (Гарвард, Харуэлл) и 210 Мэв ⁵¹ (Рочестер), при 650 Мэв ⁵² (Дубна) и вблизи 50 Мэв ⁵³.

В этом параграфе мы рассмотрим возможные применения поляризованной протонной мишени, а также поляризованного пучка и поляризованной мишени при решении задачи о восстановлении матрицы нуклон-нуклонного рассеяния.

1. М а т р и ц а $N - N$ -р а с с е я н и я. В рамках требований изотопической инвариантности три процесса нуклон-нуклонного рассеяния ($p - p$ -, $n - p$ - и $n - n$ -рассеяние) описываются матрицей, действующей на спинные и изотопические переменные нуклонов:

$$M(k', k) = M_0(k', k) \frac{1 - (\tau_1 \tau_2)}{4} + M_1(k', k) \frac{3 + (\tau_1 \tau_2)}{4}. \quad (7,1)$$

Здесь τ_1 и τ_2 — изотопические матрицы нуклонов, k и k' — единичные векторы в направлениях начального и конечного относительных импульсов (с. п. н.), а M_0 и M_1 описывают рассеяние в состояниях с изотопическим спином T , равным 0 или 1. Как легко видеть из (7,1), матрицы

$p-p$ и $n-n$ - рассеяния совпадают с M_1 , а $n-p$ - рассеяние описывается полусуммой M_1 и M_0 . Более точно, амплитуды $p-p$, $n-n$ и $n-p$ - рассеяния выражаются через M_1 и M_0 следующим образом:

$$\begin{aligned}\langle pp|M|pp\rangle &= \langle nn|M|nn\rangle = M_1, \\ \langle np|M|np\rangle &= \frac{1}{2}(M_1 + M_0), \\ \langle pn|M|np\rangle &= \frac{1}{2}(M_1 - M_0).\end{aligned}$$

Общее выражение для матрицы $M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ может быть получено из требований инвариантности относительно пространственных вращений и отражений, а также обращения времени^{16,17}. Введем тройку взаимно ортогональных векторов

$$\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k}\mathbf{k}']}{|[\mathbf{k}\mathbf{k}']|}, \quad \mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|}, \quad \mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}+\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}+\mathbf{k}'|}. \quad (7,2)$$

Эта тройка удобна и тем, что в нерелятивистском приближении векторы \mathbf{l} и \mathbf{m} совпадают по направлению с лабораторными импульсами рассеянного нуклона и нуклона отдачи соответственно. Разлагая $M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ по полной системе шестнадцати спиновых матриц $I, \sigma_{1i}, \sigma_{2k}, \sigma_{1i}, \sigma_{2k}$, используя тройку векторов (7,2), приходим с помощью (3,23), (3,28) и (3,34) к следующему общему выражению:

$$\begin{aligned}M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= a_T + b_T(\sigma_1\mathbf{n})(\sigma_2\mathbf{n}) + c_T[(\sigma_1\mathbf{n}) + (\sigma_2\mathbf{n})] + \\ &+ d_T[(\sigma_1\mathbf{n}) - (\sigma_2\mathbf{n})] + e_T(\sigma_1\mathbf{m})(\sigma_2\mathbf{m}) + f_T(\sigma_1\mathbf{l})(\sigma_2\mathbf{l}).\end{aligned} \quad (7,3)$$

Коэффициенты a_T, b_T, c_T, d_T, e_T и f_T являются комплексными функциями энергии сталкивающихся частиц и $(\mathbf{k}\mathbf{k}') = \cos \theta$.

Покажем теперь, что в случае нуклон-нуклонного рассеяния коэффициент $d_T = 0$. Это является следствием тождественности частиц для $p-p$ и $n-n$ - рассеяния. Для $n-p$ - рассеяния это верно лишь в рамках гипотезы изотопической инвариантности. Чтобы доказать это утверждение, рассмотрим начальное (конечное) состояние двух нуклонов с определенными значениями четности $(-1)^l, (-1)^{l'}$, полного спина $s (s')$ и полного изотопического спина $T (T')$. Из принципа Паули следует, что

$$\begin{aligned}(-1)^l (-1)^{s+1} (-1)^{T+1} &= -1, \\ (-1)^{l'} (-1)^{s'+1} (-1)^{T'+1} &= -1.\end{aligned}$$

Учитывая сохранение четности и полного изотопического спина, получаем из этих равенств

$$(-1)^s = (-1)^{s'}.$$

Поскольку возможными значениями s и s' являются 0 и 1, отсюда вытекает, что $s = s'$ и синглет-триплетные переходы запрещены. Единственным же слагаемым в амплитуде (7,3), не коммутирующим с оператором квадрата полного спина $S^2 = \frac{1}{4}(\sigma_1 + \sigma_2)^2$ и приводящим к синглет-триплетным переходам, является

$$d_T[(\sigma_1\mathbf{n}) - (\sigma_2\mathbf{n})].$$

Таким образом, $d_T = 0$ и матрица нуклон-нуклонного рассеяния симметрична относительно замены $\sigma_1 \leftrightarrow \sigma_2$. Отметим, что к отсутствию синглет-триплетных переходов для нуклон-antinуклонного рассеяния приводит требование G -инвариантности.

Матрицу $M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ ($d_T = 0$) можно переписать в несколько ином виде, выделив явно синглетное и триплетное рассеяния:

$$M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = B_T \hat{S} + C_T [(\sigma_1 \mathbf{n}) + (\sigma_2 \mathbf{n})] + \frac{1}{2} G_T [(\sigma_1 \mathbf{m})(\sigma_2 \mathbf{m}) + (\sigma_1 \mathbf{l})(\sigma_2 \mathbf{l})] \hat{T} + \\ + \frac{1}{2} H_T [(\sigma_1 \mathbf{m})(\sigma_2 \mathbf{m}) - (\sigma_1 \mathbf{l})(\sigma_2 \mathbf{l})] \hat{T} + N_T (\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n}) \hat{T}. \quad (7,4)$$

Здесь $\hat{S} = \frac{1}{4} [1 - (\sigma_1 \sigma_2)]$ и $\hat{T} = \frac{1}{4} [3 + (\sigma_1 \sigma_2)]$ — синглетный и триплетный проецирующие операторы, а

$$B = a - b - e - f, \quad C = c, \quad G = 2a + e + f, \\ H = e - f, \quad N = a + b. \quad (7,5)$$

Амплитуда B описывает синглетное рассеяние, остальные — триплетное.

Требование антисимметрии конечной волновой функции $M(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \chi_s \chi_T$ (χ_s и χ_T — спиновая и изоспиновая функции начального состояния) относительно перестановки пространственных ($\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}'$), спиновых и изотопических переменных приводит, как нетрудно видеть с помощью (7,4) и (7,5), к тому, что амплитуды $B_1(\theta)$, $C_1(\theta)$, $H_1(\theta)$, $G_0(\theta)$, $N_0(\theta)$ не меняются при замене $\theta \rightarrow \pi - \theta$, в то время как $B_0(\theta)$, $C_0(\theta)$, $H_0(\theta)$, $G_1(\theta)$ и $N_1(\theta)$ изменяют знак. Используя эти свойства симметрии, нетрудно с помощью (7,5) установить и поведение амплитуд a_T , b_T и т. д. при замене $\theta \rightarrow \pi - \theta$.

Таким образом, при изучении $p-p$ и $n-n$ -рассеяния можно ограничиться измерениями в угловом интервале $0 \leq \theta \leq \pi/2$, так как значение амплитуды в интервале $\pi/2 < \theta \leq \pi$ определяется указанными свойствами симметрии. В случае $n-p$ -рассеяния интервал измерений удваивается, $0 \leq \theta \leq \pi$, что соответствует удвоению числа состояний в этой системе.

До сих пор мы не приняли во внимание ограничений, накладываемых на $M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ требованиями унитарности S -матрицы, $S^+ S = 1$. Как было показано в работе ^{5,4}, это требование приводит в области энергий до порога мезонообразования к следующему интегральному соотношению:

$$\frac{2\pi}{ik} [M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - M_T^+(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] = \int M_T^+(\mathbf{k}'', \mathbf{k}') M_T(\mathbf{k}'', \mathbf{k}) d\Omega_{\mathbf{k}''}, \quad (7,6)$$

где $d\Omega_{\mathbf{k}''}$ — элемент телесного угла в направлении \mathbf{k}'' . Это матричное соотношение эквивалентно при каждом значении T пяти интегральным соотношениям между десятью действительными функциями угла и энергии (действительными и мнимыми частями коэффициентов a_T , b_T и т. д. или B_T , C_T и т. п.). Если пять из этих функций известны при заданной энергии во всем интервале углов ($0 \leq \theta \leq \pi/2$), то в области энергий до порога рождения пионов пять других функций определяются пятью соотношениями (7,6). Подчеркнем, что из этих соотношений определяется и общая фаза матрицы рассеяния. Отсюда видно, что для восстановления $M_T(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ в принципе необходимо произвести пять опытов при всех углах. Так как матрица $p-p$ -рассеяния совпадает с M_1 , для ее восстановления достаточно выполнить пять опытов в интервале углов $0 \leq \theta \leq \pi/2$. В случае $n-p$ -столкновений матрица рассеяния равна $\frac{1}{2} (M_1 \pm M_0)$, и для ее восстановления следует произвести пять опытов в интервале углов $0 \leq \theta \leq \pi$. Если M_1 известна при заданной энергии из опытов по $p-p$ -рассеянию, то для определения M_0 можно ограничиться пятью

опытами по $n - p$ -рассеянию при той же энергии в интервале $0 \leq \theta \leq \leq \pi/2$.

Практически для восстановления матрицы рассеяния используется метод фазового анализа (см., например, ⁵⁵), который автоматически учитывает условие унитарности (действительность фазовых сдвигов и параметров смешивания ниже порога рождения пионов).

Развитие техники эксперимента и в особенности наличие поляризованной протонной мишени и поляризованных пучков нуклонов позволяет поставить задачу прямого восстановления элементов матрицы рассеяния с точностью до общего фазового множителя при данных значениях угла и энергии без использования соотношения унитарности. На первый взгляд для этого требуется провести девять независимых экспериментов. Однако, как показали Шумахер и Бете ⁵⁶, из-за билинейного характера зависимости наблюдаемых величин от элементов матрицы рассеяния для однозначного ее восстановления требуется выполнить большее число независимых экспериментов при каждом значении угла и энергии. Этот метод особенно полезен при высоких энергиях, когда необходимость учитывать большое число состояний и рассматривать влияние неупругих процессов затрудняют проведение фазового анализа. Наличие поляризованной мишени и поляризованных пучков нуклонов делают эту программу осуществимой уже в настоящее время.

2. Возможные опыты. 1) Возможные опыты по рассеянию нуклонов нуклонами*) отличаются как состоянием поляризации начальных пучка и мишени, так и характером измеряемых величин (сечение, поляризация рассеянной частицы, поляризация частицы отдачи, корреляция поляризаций). Параметры, измеряемые в опытах с неполяризованной мишенью, обычно называются параметрами однократного, двойного и тройного рассеяния. Эти названия происходят от условий проведения соответствующих экспериментов при отсутствии инжекторов поляризованных частиц. Ниже мы вкратце опишем эти опыты и покажем, как они видоизменяются при использовании поляризованных мишеней.

Вначале мы рассмотрим столкновения нетождественных частиц, а на изменениях, вносимых принципом Паули, остановимся позднее. Индекс 1 у спиновых матриц будет относиться к падающим (рассеянными) частицам, а индекс 2 к частицам мишени (отдачи).

Сечение рассеяния неполяризованного пучка на неполяризованной мишени

$$\sigma_0 = \frac{1}{4} \text{Sp } MM^+ \quad (7,7)$$

является параметром однократного рассеяния. Выражение сечения и других измеряемых величин через амплитуды a , b и т. п. приведено в табл. II (см. ниже).

Поляризации P_1^0 и P_2^0 рассеянных частиц и частиц отдачи, возникающие при столкновениях неполяризованных частиц**), равны между собой***)

$$P_1^0 = P_2^0 \equiv P^0 = \frac{1}{4} \frac{\text{Sp } \sigma_1 MM^+}{\sigma_0} \quad (7,8)$$

*) Анализ всех возможных опытов по рассеянию нуклонов нуклонами и вытекающих из требований инвариантности связей между ними проведен в работе ⁵⁴.

**) Как уже отмечалось, благодаря инвариантности при отражениях поляризации P_1^0 и P_2^0 ортогональны плоскости рассеяния.

***)) Равенство поляризаций P_1^0 и P_2^0 является следствием симметричной зависимости M от σ_1 и σ_2 ($d = 0$). Это утверждение неверно в случае существования синглет-триплетных переходов.

Они определяются при измерении асимметрии во вторичном рассеянии на мишени с известной анализирующей способностью и являются параметрами двойного рассеяния. Обычно пользуются видоизмененной постановкой опыта. Поляризация, возникающая при столкновении неполяризованных нуклонов, определяется по асимметрии рассеяния на водороде (вторая мишень) пучка с известной степенью поляризации, полученного в результате столкновений с ядрами (первая мишень) с известной поляризующей способностью.

Очевидно, что применение поляризованной мишени позволяет отказаться от дополнительного рассеяния, приводящего к получению пучка с известной степенью поляризации, и заменяет тем самым опыт по определению P из измерений асимметрии в двойном рассеянии опытом по измерению асимметрии рассеяния неполяризованного пучка на поляризованной мишени.

Применение поляризованной мишени окажется очень полезным при измерении поляризации в $n - p$ -рассеянии. Для этого в опытах с неполяризованными нейтронами достаточно наблюдать асимметрию протонов отдачи. Пучки быстрых нейтронов на ускорителях протонов обычно получают в результате обменного $n - p$ -рассеяния. Поляризация их оказывается небольшой. Упругое рассеяние нейтронов ядрами приводит к поляризованным пучкам нейтронов с невысокой интенсивностью. В результате большая часть данных о поляризации в $n - p$ -рассеянии получена до сих пор из анализа опытов по квазиупругому рассеянию поляризованных протонов на нейтронах, входящих в состав дейтронов.

Эксперименты с поляризованной протонной мишенью дают возможность получить сведения о поляризации частиц при энергиях в несколько $Гэв$, где исследования без поляризованной мишени сильно затруднены.

2) Рассмотрим теперь так называемый тензор деполяризации D_{ik} , который определяется соотношением

$$\sigma_0 D_{ik} = \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} M \sigma_{1k} M^+. \quad (7,9)$$

При рассеянии поляризованного пучка с поляризацией P_1 на неполяризованной мишени тензор D_{ik} связывает i -компоненту поляризации P'_1 рассеянных частиц с P_1 соотношением

$$P'_{1i} = \frac{\text{Sp } \sigma_{1i} M Q M^+}{\text{Sp } M Q M^+} = \frac{1}{4} \frac{\text{Sp } \sigma_{1i} M [1 + (\sigma_1 P_1)] M^+}{\sigma_0 [1 + (P^0 P_1)]} = \frac{P_i^0 + D_{ik} P_{1k}}{1 + (P^0 P_1)}, \quad (7,10)$$

где, как и раньше, $P^0 = P^0 n$ — поляризация частиц, возникающая при столкновении неполяризованных нуклонов. Благодаря симметричной зависимости M от σ_1 и σ_2 тензор D_{ik} равен также $\frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{2i} M \sigma_{2k} M^+$ и определяет поляризацию частиц отдачи P'_2 при рассеянии неполяризованных частиц на мишени с поляризацией P_2 :

$$P'_{2i} = \frac{P_i^0 + D_{ik} P_{2k}}{1 + (P^0 P_2)}. \quad (7,11)$$

Как видно из определения D_{ik} (см. (7,9)), требований инвариантности (3,23) и (3,28) относительно вращений и отражений и трансформационных свойств спиновых матриц (см. (3,22) и (3,25)), D_{ik} является тензором второго ранга и имеет, следовательно, вид

$$D_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = D_{nn} n_i n_k + D_{ll} l_i l_k + D_{mm} m_i m_k + D_{mi} m_i l_k + D_{lm} l_i m_k. \quad (7,12)$$

Коэффициенты D_{nn} , D_{ll} и т. п. являются функциями энергии, и $(\mathbf{k} \mathbf{k}') = \cos \theta$.

Дальнейшие ограничения на D_{ik} следуют из требований инвариантности при обращении времени. Используя (3,34) и (3,32), получаем

$$\begin{aligned}\sigma_0 D_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} M(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{1k} M^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \\ &= \frac{1}{4} \text{Sp } \tilde{M}^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \tilde{\sigma}_{1k} \tilde{M}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \tilde{\sigma}_{1i} = \\ &= \frac{1}{4} \text{Sp } u_T^{-1} M^+(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') u_T \tilde{\sigma}_{1k} u_T^{-1} M(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') u_T \tilde{\sigma}_{1i} = \\ &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1k} M(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') \sigma_{1i} M^+(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') = \sigma_0 D_{ki}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'). \quad (7,13)\end{aligned}$$

Так как при замене $\mathbf{k} \rightleftharpoons -\mathbf{k}'$ векторы \mathbf{l} , \mathbf{m} , \mathbf{n} переходят в $-\mathbf{l}$, \mathbf{m} и $-\mathbf{n}$, из (7,12) и (7,13) вытекает, что

$$D_{ml} = -D_{lm}. \quad (7,14)$$

Таким образом, D_{ik} определяется четырьмя скалярными функциями:

$$D_{ik} = D_{nn} n_i n_k + D_{ll} l_i l_k + D_{mm} m_i m_k + D_{ml} (m_i l_k - l_i m_k). \quad (7,15)$$

При обсуждении опытов по тройному рассеянию⁵⁷ Вольфенштейном были введены следующие параметры:

$$\left. \begin{aligned} D &= (\mathbf{n}_\perp)_i D_{ik} (\mathbf{n}_\perp)_k = (\mathbf{n})_i D_{ik} (\mathbf{n})_k = D_{nn}, \\ R &= [\mathbf{n}_\perp \mathbf{k}'_\perp]_i D_{ik} [\mathbf{n}_\perp \mathbf{k}_\perp]_k = -(\mathbf{m})_i D_{ik} [\mathbf{n} \mathbf{k}]_k = D_{mm} \cos \frac{\theta}{2} - D_{ml} \sin \frac{\theta}{2}, \\ A &= [\mathbf{n}_\perp \mathbf{k}'_\perp]_i D_{ik} (\mathbf{k}_\perp)_k = -(\mathbf{m})_i D_{ik} (\mathbf{k})_k = D_{mm} \sin \frac{\theta}{2} - D_{ml} \cos \frac{\theta}{2}, \\ R' &= (\mathbf{k}'_\perp)_i D_{ik} [\mathbf{n}_\perp \mathbf{k}_\perp]_k = (\mathbf{l})_i D_{ik} [\mathbf{n} \mathbf{k}]_k = D_{ll} \sin \frac{\theta}{2} + D_{ml} \cos \frac{\theta}{2}, \\ A' &= (\mathbf{k}'_\perp)_i D_{ik} (\mathbf{k}_\perp)_k = (\mathbf{l})_i D_{ik} (\mathbf{k})_k = D_{ll} \cos \frac{\theta}{2} - D_{ml} \sin \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (7,16)$$

Здесь \mathbf{n}_\perp , \mathbf{k}_\perp и \mathbf{k}'_\perp — нормаль к плоскости рассеяния и единичные векторы в направлениях импульсов падающих и рассеянных частиц в лабораторной системе координат. Для получения связи между введенными параметрами и D_{nn} , D_{mm} и т. п. мы воспользовались тем, что $\mathbf{n}_\perp = \mathbf{n}$, $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'_\perp = \mathbf{l}$ в нерелятивистском приближении. Из (7,16) вытекает, что параметры R , A , R' и A' связаны между собой соотношением

$$(A + R') = (A' - R) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (7,17)$$

Тот факт, что из четырех параметров тройного рассеяния лишь три оказываются независимыми, остается справедливым, конечно, для процесса упругого рассеяния частиц спина $\frac{1}{2}$ на частицах произвольного спина s . Особый случай реакции $0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ обсуждается в § 8.

Для измерения параметров (7,16), или, что то же самое, компонент D_{ik} в отсутствие поляризованной мишени необходимы опыты по тройному рассеянию. Как и при двойном рассеянии, первое рассеяние играет роль поляризатора — получается пучок с известной поляризацией P_1 . Второе рассеяние происходит на исследуемой (водородной) мишени. Третье рассеяние на мишени-анализаторе служит для определения поляризации P'_1 . Геометрия различных опытов по тройному рассеянию определяется тем, что поляризация, возникающая при столкновениях неполяризованных частиц, ортогональна плоскости рассеяния, и тем, что анализирующее

рассеяние позволяет определить опять-таки лишь нормальную к его плоскости компоненту поляризации. Так, для определения D все три рассеяния следует провести в одной плоскости. При определении R плоскость исследуемого рассеяния должна быть перпендикулярна плоскости поляризующего и анализирующего рассеяний. При определении A плоскость анализирующего рассеяния перпендикулярна плоскости основного, а для получения продольно-поляризованного пучка между поляризующим рассеянием и исследуемым должно быть помещено магнитное поле и т. п. Применение поляризованной мишени делает излишним рассеяние на мишени-поляризаторе *) и позволяет заменить опыт по тройному рассеянию двойным опытом. Дополнительные преимущества возникают при исследовании $n-p$ -рассеяния. Так, например, для измерения D в $n-p$ -рассеянии достаточно рассеять неполяризованные нейтроны на протонной мишени, поляризованной по нормали к плоскости рассеяния, и затем измерить лево-правую асимметрию протонов отдачи.

3) Обратимся теперь к тензору передачи поляризации

$$K_{ik} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{2i} M \sigma_{1k} M^+. \quad (7,18)$$

Этот тензор определяет поляризацию частиц отдачи \mathbf{P}_2 при рассеянии поляризованного пучка (поляризация \mathbf{P}_1) на неполяризованной мишени:

$$\mathbf{P}'_{2i} = \frac{P_i^0 + K_{ik} P_{1k}}{1 + (\mathbf{P}^0 \mathbf{P}_1)}. \quad (7,19)$$

Благодаря симметричной зависимости M от σ_1 и σ_2 этот же тензор определяет поляризацию \mathbf{P}'_1 рассеянных частиц при рассеянии неполяризованного пучка на поляризованной (поляризация \mathbf{P}_2) мишени

$$\mathbf{P}'_{1i} = \frac{P_i^0 + K_{ik} P_{2k}}{1 + (\mathbf{P}^0 \mathbf{P}_2)}. \quad (7,20)$$

Общее выражение для K_{ik} можно написать, повторяя процедуру, приведенную к общему выражению (7,15) для D_{ik} . Следует лишь иметь в виду, что требование инвариантности при обращении времени накладывает на K_{ik} ограничение вида

$$K_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = K_{ki}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') \quad (7,21)$$

только при симметричной зависимости M от σ_1 и σ_2 . Окончательно получаем

$$K_{ik} = K_{nn} n_i n_k + K_{ll} l_i l_k + K_{mm} m_i m_k + K_{ml} (m_i l_k - l_i m_k). \quad (7,22)$$

Как и в случае D_{ik} , определение различных компонент тензора K_{ik} в опытах с неполяризованной мишенью требует тройного рассеяния. Геометрия этих опытов аналогична геометрии опытов по определению D_{ik} , и мы не будем на ней останавливаться. Применение поляризованной мишени делает, как и раньше, излишним рассеяние на мишени-поляризаторе и сводит тройной опыт к двойному.

Прежде чем переходить к обсуждению дальнейших применений поляризованной мишени, сделаем несколько замечаний, касающихся опытов по определению D_{ik} и K_{ik} . В опытах по определению D_{ik} с неполяризованной мишенью необходимо провести измерение поляризации рассеянных частиц после исследуемого (второго) рассеяния. Если частица рассеивается на большие углы (с. ц. и.), то в лабораторной системе ее энергия будет невелика и измерение поляризации окажется затрудненным

*) То же самое относится и к магнитному полю перед исследуемым рассеянием.

из-за отсутствия хороших анализаторов поляризации. При измерении же D_{ik} в опытах с поляризованной мишенью требуется измерить поляризацию частиц' отдачи. Но при больших углах рассеяния эти частицы будут обладать большой энергией, и измерение их поляризации не должно вызывать особых затруднений. Поэтому опыты по определению D_{ik} с поляризованной мишенью дополняют для нетождественных частиц определение D_{ik} в опытах с поляризованным пучком. Эти же соображения относятся к опытам по определению K_{ik} .

Рассмотрим теперь некоторые особенности измерения компонент тензоров D_{ik} и K_{ik} в $p-p$ -рассеянии, возникающие из-за тождественности частиц. В $p-p$ -рассеянии мы называем рассеянной частицей протон, попадающий в угловой интервал $0 \leq \theta < \pi/2$. Протон, попадающий в интервал $\pi/2 < \theta \leq \pi$, называется частицей отдачи. Напомним, что, например, в опытах с поляризованным пучком нахождение компонент тензора D_{ik} требует измерения поляризации рассеянных частиц, а нахождение компонент K_{ik} — измерения поляризации частиц отдачи. Отсюда следует, что измерение K_{ik} в случае тождественных частиц представляет собой расширение интервала измерений компонент D_{ik} на область углов $\theta > \pi/2$. Компоненты D_{ik} связаны при этом с компонентами K_{ik} следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} D_{nn}(\pi - \theta) &= K_{nn}(\theta), & D_{mm}(\pi - \theta) &= K_{ll}(\theta), \\ D_{ll}(\pi - \theta) &= K_{mm}(\theta), & D_{ml}(\pi - \theta) &= K_{lm}(\theta) = -K_{ml}(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (7.23)$$

То, что компонента D_{nn} связана указанным соотношением с K_{nn} , а D_{ll} с K_{mm} и т. д., легко понять, если принять во внимание, что при замене $\mathbf{k}' \rightarrow -\mathbf{k}'$ ($\theta \rightarrow \pi - \theta$, $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$) \mathbf{m} переходит в \mathbf{l} , \mathbf{l} переходит в \mathbf{m} а \mathbf{n} в $-\mathbf{n}$.

Из принятого определения частиц отдачи вытекает, что протоны отдачи будут всегда обладать меньшей энергией в лабораторной системе, чем рассеянные протоны. Если протон отдачи попадает в интервал энергий от 20 до 100 Мэв, то измерение K_{ik} (или, что то же самое, D_{ik} на дополнительных углах $\pi - \theta$) в опытах с поляризованным пучком будет сильно затруднено отсутствием мишеней-анализаторов, подходящих для измерения поляризации протонов отдачи с такой энергией (в области энергий ниже 20 Мэв измерение поляризации снова облегчается, если воспользоваться в качестве анализатора гелиевой мишенью). Избавиться от этой трудности позволяет использование поляризованной мишени, так как в этом случае для определения K_{ik} требуется измерять поляризацию рассеянных частиц, обладающих большей энергией.

4) Перейдем теперь к рассмотрению сечения рассеяния поляризованных частиц на поляризованной мишени. Матрица плотности начального состояния имеет в этом случае вид

$$\varrho = \frac{1}{4} [I + (\sigma_1 \mathbf{P}_1)] [I + (\sigma_2 \mathbf{P}_2)]. \quad (7.24)$$

Дифференциальное сечение равно

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} &= \text{Sp } M \varrho M^+ = \sigma_0 + \frac{1}{4} \text{Sp } M (\sigma_1 \mathbf{P}_1) M^+ + \\ &+ \frac{1}{4} \text{Sp } M (\sigma_2 \mathbf{P}_2) M^+ + \frac{1}{4} \text{Sp } M (\sigma_1 \mathbf{P}_1) (\sigma_2 \mathbf{P}_2) M^+. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Следы $\frac{1}{4} \text{Sp } M \sigma_{1,2} M^+$ представляют собой поляризацию $\sigma_0 \mathbf{P}^0$, возникающую при столкновениях неполяризованных частиц, и (7.25) можно

переписать в виде

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 (1 + P_{1i} P_i^0 + P_{2k} P_k^0 + P_{ik} P_{1i} P_{2k}), \quad (7,26)$$

где

$$\sigma_0 P_{ik} = \frac{1}{4} \text{Sp } M \sigma_{1i} \sigma_{2k} M^+. \quad (7,27)$$

Этот тензор P_{ik} и представляет собой ту новую характеристику, сведения о которой можно получить при измерении сечения рассеяния поляризованных частиц на поляризованной мишени. Как мы сейчас покажем, этот тензор, по существу, совпадает с тензором корреляции поляризаций C_{ik}

$$\sigma_0 C_{ik} = \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} M M^+, \quad (7,28)$$

возникающей при рассеянии неполяризованных частиц на неполяризованной мишени.

Благодаря симметричной зависимости M от σ_1 и σ_2 тензоры P_{ik} и C_{ik} симметричны по индексам i и k . Учитывая это и пользуясь инвариантностью относительно вращений и отражений, получаем

$$P_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = P_{nn} n_i n_k + P_{mm} m_i m_k + P_{ll} l_i l_k + P_{ml} (m_i l_k + m_k l_i), \quad (7,29)$$

$$C_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = C_{nn} n_i n_k + C_{mm} m_i m_k + C_{ll} l_i l_k + C_{ml} (m_i l_k + m_k l_i). \quad (7,30)$$

Из требований инвариантности при обращении времени (3,34) находим

$$\begin{aligned} \sigma_0 P_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= \frac{1}{4} \text{Sp } M(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \sigma_{1i} \sigma_{2k} M^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \\ &= \frac{1}{4} \text{Sp } \tilde{M}^+(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \tilde{\sigma}_{2k} \tilde{\sigma}_{1i} \tilde{M}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = \\ &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} M(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') M^+(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}') = \sigma_0 C_{ik}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'). \end{aligned} \quad (7,31)$$

Подставляя (7,29) и (7,30) в (7,31), имеем

$$P_{nn} = C_{nn}, \quad P_{mm} = C_{mm}, \quad P_{il} = C_{il}, \quad P_{ml} = -C_{ml}, \quad (7,32)$$

что и доказывает наше утверждение.

Измерения сечения при различных ориентациях поляризаций пучка и мишени позволяют определить различные компоненты P_{ik} или C_{ik} . Для нуклон-нуклонного рассеяния

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1, P_2} &= \sigma_0 \{1 + P^0(\mathbf{P}_1 \mathbf{n}) + P^0(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + P_{nn}(\mathbf{P}_1 \mathbf{n})(\mathbf{P}_2 \mathbf{n}) + P_{ll}(\mathbf{P}_1 \mathbf{l})(\mathbf{P}_2 \mathbf{l}) + \\ &+ P_{mm}(\mathbf{P}_1 \mathbf{m})(\mathbf{P}_2 \mathbf{m}) + P_{ml}[(\mathbf{P}_1 \mathbf{l})(\mathbf{P}_2 \mathbf{m}) + (\mathbf{P}_1 \mathbf{m})(\mathbf{P}_2 \mathbf{l})]\}. \end{aligned} \quad (7,33)$$

Для случая поляризаций мишени и пучка, ортогональных плоскости рассеяния ($\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_1 \mathbf{n}$; $\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{n}$), (7,33) сводится к

$$\sigma_{nn} = \sigma_0 \{1 + P^0 P_2 + [P^0 + P_2 C_{nn}] P_1\}. \quad (7,34)$$

Для получения данных о других компонентах тензора P_{ik} необходимо провести измерения сечений $\sigma_{P_1 P_2}$ при других ориентациях \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 . За направления \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 достаточно выбрать направления векторов $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}$ и $[\mathbf{k}_n \mathbf{n}_n] = [\mathbf{k} \mathbf{n}]$ в лабораторной системе. Если $\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{k}$ и $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{k}$, то

$$\sigma_{k, k} = \sigma_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} P_1 P_2 [C_{ll} (1 + \cos \theta) + C_{mm} (1 - \cos \theta) - 2 C_{ml} \sin \theta] \right\}. \quad (7,35)$$

При $\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{k}$, $\mathbf{P}_2 = P_2 [\mathbf{k} \mathbf{n}]$ (7,33) переходит в

$$\sigma_{k, [\mathbf{k} \mathbf{n}]} = \sigma_0 \{1 + P_1 P_2 [(C_{ll} - C_{mm}) \sin \theta + C_{ml} \cos \theta]\}, \quad (7,36)$$

что совпадает с выражением для сечения, когда поляризация пучка направлена по вектору $[\mathbf{k}\mathbf{n}]$, а мишень поляризована по \mathbf{k} .

Для случая поляризаций пучка и мишени по вектору $[\mathbf{k}\mathbf{n}]$

$$\sigma_{[\mathbf{k}\mathbf{n}], [\mathbf{k}\mathbf{n}]} = \sigma_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} P_1 P_2 [C_{ll} (1 - \cos \theta) + C_{mm} (1 + \cos \theta) + 2C_{ml} \sin \theta] \right\}. \quad (7,37)$$

Таким образом, простые соотношения (7,34)—(7,37) показывают, как использование поляризованных мишеней позволяет заменить трудные измерения с тремя мишенями, требующиеся для определения тензора C_{ik} , более простыми измерениями сечений рассеяния поляризованных частиц на поляризованной мишени.

Из-за трудностей измерения поляризации частиц отдачи с малой энергией большая часть проведенных до сих пор измерений параметров C_{nn} и C_{ml} относится к углу рассеяния $\theta = \pi/2$. Так как подобных трудностей не возникает при измерении сечений, поляризованные мишени оказываются наиболее полезными в расширении наших знаний о тензоре C_{ik} .

Первый эксперимент с поляризованной протонной мишенью и поляризованным пучком¹ относится к $p-p$ -рассеянию при энергии 20 Мэв, где взаимодействие происходит в основном в 1S_0 -состоянии. В силу свойств симметрии амплитуды $p-p$ -рассеяния при замене

$$\theta \rightarrow \pi - \theta, \quad P^0(90^\circ) = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_{P_1 P_2}(90^\circ) = \sigma_0 (1 + P_1 P_2 C_{nn}),$$

если поляризации пучка и мишени перпендикулярны плоскости рассеяния. Если σ_{\pm} — сечения рассеяния на мишени, поляризованной «вверх» (+) и «вниз» (—), то

$$C_{nn} = \frac{1}{P_1 P_2} \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-}$$

и измерение сечений приводит прямо к определению $C_{nn}(90^\circ)$.

Отметим еще, что знание суммы C_{nn} , C_{ll} и C_{mm} позволяет непосредственно выделить синглетный и триплетный вклады в дифференциальное сечение рассеяния неполяризованного пучка на неполяризованной мишени. Действительно,

$$C_{nn} + C_{ll} + C_{mm} = \langle (\sigma_1 \sigma_2) \rangle,$$

где через $\langle (\sigma_1 \sigma_2) \rangle$ обозначено среднее значение скалярного произведения спинов. Сечения же синглетного и триплетного рассеяний равны соответственно

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s &= \text{Sp } MM^+ \hat{S} = \sigma_0 (1 - \langle (\sigma_1 \sigma_2) \rangle), \\ \sigma_t &= \frac{1}{3} \text{Sp } MM^+ \hat{T} = \sigma_0 \left(1 + \frac{1}{3} \langle (\sigma_1 \sigma_2) \rangle \right), \end{aligned} \right\} \quad (7,38)$$

где \hat{S} и \hat{T} — синглетный и триплетный проецирующие операторы.

5) Измерение сечения σ_0 , поляризации P^0 и компонент тензоров D_{ik} , K_{ik} и \hat{C}_{ik} дает четырнадцать уравнений для определения a , b и т. п. (табл. II). Если наблюдаемые величины известны с достаточной степенью точности, то на основании этих уравнений можно, следуя работе⁵⁶, произвести восстановление матрицы рассеяния при заданных значениях угла рассеяния и энергии. Так как наблюдаемые величины квадратичны по матрице M , общая фаза не может быть восстановлена из измерений под заданным углом и определению подлежат девять действительных величин (действительные и мнимые части параметров a , b и т. д.). В каче-

стве общей фазы выберем фазу амплитуды s и в соответствии с этим будем считать в дальнейшем s действительным положительным числом.

Таблица II

$\sigma_0 = a ^2 + b ^2 + 2 c ^2 + e ^2 + f ^2,$	(1)
$\sigma_0 D_{nn} = a ^2 + b ^2 + 2 c ^2 - e ^2 - f ^2,$	(2)
$\sigma_0 D_{ll} = a ^2 - b ^2 - e ^2 + f ^2,$	(3)
$\sigma_0 D_{mm} = a ^2 - b ^2 + e ^2 - f ^2,$	(4)
$\sigma_0 D_{ml} = 2 \operatorname{Im} c^* (a - b),$	(5)
$\sigma_0 P^0 = 2 \operatorname{Re} c^* (a + b),$	(6)
$\sigma_0 C_{ml} = 2 \operatorname{Im} c^* (e - f),$	(7)
$\sigma_0 K_{ml} = 2 \operatorname{Im} c^* (e + f),$	(8)
$\frac{1}{2} \sigma_0 C_{nn} = \operatorname{Re} ab^* + c ^2 - \operatorname{Re} ef^*,$	(9)
$\frac{1}{2} \sigma_0 K_{nn} = \operatorname{Re} ab^* + c ^2 + \operatorname{Re} ef^*,$	(10)
$\frac{1}{2} \sigma_0 C_{ll} = \operatorname{Re} af^* - \operatorname{Re} be^*,$	(11)
$\frac{1}{2} \sigma_0 K_{ll} = \operatorname{Re} af^* + \operatorname{Re} be^*,$	(12)
$\frac{1}{2} \sigma_0 C_{mm} = \operatorname{Re} ae^* - \operatorname{Re} bf^*,$	(13)
$\frac{1}{2} \sigma_0 K_{mm} = \operatorname{Re} ae^* + \operatorname{Re} bf^*.$	(14)

Из уравнений (1) и (2) табл. II следует, что

$$2(|e|^2 + |f|^2) = \sigma_0(1 - D_{nn}). \quad (7,39)$$

Вычитая (4) из (3), получаем

$$2(|f|^2 - |e|^2) = \sigma_0(D_{ll} - D_{mm}). \quad (7,40)$$

Из (7,39) и (7,40) находим модули e и f :

$$4|e|^2 = \sigma_0(1 - D_{nn} - D_{ll} + D_{mm}), \quad (7,41)$$

$$4|f|^2 = \sigma_0(1 - D_{nn} + D_{ll} - D_{mm}). \quad (7,42)$$

Если предположить, что s известно, из (7) и (8) можно найти мнимые части e и f :

$$\operatorname{Im} e = \frac{1}{4c} \sigma_0(C_{ml} + K_{ml}) \equiv \frac{N'}{c}, \quad (7,43)$$

$$\operatorname{Im} f = \frac{1}{4c} \sigma_0(K_{ml} - C_{ml}) \equiv \frac{M'}{c}, \quad (7,44)$$

где мы ввели обозначения $N' = \frac{1}{4} \sigma_0(C_{ml} + K_{ml})$ и $M' = \frac{1}{4} \sigma_0(K_{ml} - C_{ml})$. Следовательно, если известно s , (7,41)–(7,44) определяют e и f с точностью до знаков их реальных частей.

Для определения s рассмотрим уравнения (9) и (10) таблицы. Вычитая (9) из (10), находим

$$\operatorname{Re} ef^* \equiv \operatorname{Re} e \operatorname{Re} f + \operatorname{Im} e \operatorname{Im} f = \frac{1}{4} \sigma_0(K_{nn} - C_{nn}). \quad (7,45)$$

Обозначим $\frac{1}{4}\sigma_0(K_{nn}-C_{nn})$ через L . Переносим $\operatorname{Im} e \operatorname{Im} f$ в правую часть (7,45), возводя получившееся равенство в квадрат и воспользовавшись уравнениями (7,41)–(7,44), получаем после несложных преобразований следующее выражение для c через наблюдаемые величины L , M' , N' и определенные ранее $|e|^2$ и $|f|^2$:

$$c^2 = \frac{N'^2 |f|^2 + M'^2 |e|^2 - 2LM'N'}{|e|^2 |f|^2 - L^2}. \quad (7,46)$$

Таким образом, (7,41)–(7,46) определяют пять параметров:

$$c, \operatorname{Im} e, \operatorname{Im} f, \operatorname{Re} e, \operatorname{Re} f,$$

с точностью до знака одной из реальных частей.

Теперь следует определить a и b . Удобнее находить комбинации

$$u = \frac{1}{2}(a+b), \quad v = \frac{1}{2}(a-b).$$

Складывая (1) и (2), (3) и (4), (9) и (10), находим

$$|a|^2 + |b|^2 = \frac{1}{2}\sigma_0(1 + D_{nn}) - 2c^2,$$

$$|a|^2 - |b|^2 = \frac{1}{2}\sigma_0(D_{ll} + D_{mm}),$$

$$2\operatorname{Re} ab^* = \frac{1}{2}\sigma_0(C_{nn} + K_{nn}) - 2c^2.$$

Отсюда следует, что

$$2|u|^2 = \frac{1}{4}\sigma_0(1 + D_{nn} + K_{nn} + C_{nn}) - 2c^2, \quad (7,47)$$

$$2|v|^2 = \frac{1}{4}\sigma_0(1 + D_{nn} - K_{nn} - C_{nn}), \quad (7,48)$$

$$\operatorname{Re} uv^* = \frac{1}{8}\sigma_0(D_{ll} + D_{mm}). \quad (7,49)$$

Кроме того, из (5) и (6) следует

$$\operatorname{Re} u = \frac{1}{4} \frac{\sigma_0 P^0}{c}, \quad (7,50)$$

$$\operatorname{Im} v = \frac{1}{4} \frac{\sigma_0 D_{ml}}{c}. \quad (7,50')$$

Из (7,47), (7,48), (7,50) и (7,50') четыре параметра $\operatorname{Re} u$, $\operatorname{Im} u$, $\operatorname{Re} v$, $\operatorname{Im} v$ определяются с точностью до знаков $\operatorname{Im} u$ и $\operatorname{Re} v$. Для определения этих знаков можно использовать уравнение (7,49). При достаточно высокой точности экспериментальных данных это уравнение будет давать однозначный ответ о знаках $\operatorname{Im} u$ и $\operatorname{Re} v$.

Таким образом, уравнения (1) — (10) табл. II позволяют найти все параметры амплитуды с точностью до произвола в выборе знака $\operatorname{Re} e$ (или $\operatorname{Re} f$). Эта неоднозначность в выборе знака может быть устранена привлечением любого из не использовавшихся до сих пор уравнений (11) — (14). Эти уравнения могут также оказаться полезными для восстановления матрицы рассеяния, если экспериментальные данные будут недостаточно точными.

6) Получим, исходя из обычных требований инвариантности, общее выражение для полного сечения любого канала реакции в случае столкновения поляризованного пучка с поляризованной мишенью^{58,59}.

Выражение для полного сечения σ должно представлять собой скаляр, построенный из величин, характеризующих состояние системы перед столкновением: поляризаций пучка и мишени \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 и относительного импульса \mathbf{p} в начальном состоянии. При этом следует лишь учесть, что σ зависит линейно от каждой из поляризаций. Таким образом,

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) + \sigma_2 (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}). \quad (7.51)$$

Здесь, как и ранее, \mathbf{k} — единичный вектор в направлении \mathbf{p} , σ_0 — полное сечение реакции с неполяризованными частицами, а коэффициенты σ_1 и σ_2 — некоторые функции энергии сталкивающихся частиц. Их смысл легко понять с помощью следующих простых рассуждений.

Выберем в качестве оси квантования направление \mathbf{k} . Вероятности обнаружения в начальном состоянии синглета и триплета с проекцией m обозначим через w^s и w_m^t . Скалярные произведения $(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2)$ и $(\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k})$, входящие в (7.51) и равные соответственно средним значениям операторов $(\sigma_1 \sigma_2)$ и $(\sigma_1 \mathbf{k}) (\sigma_2 \mathbf{k})$ в начальном состоянии, можно записать в виде

$$\begin{aligned} (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) &= \langle (\sigma_1 \sigma_2) \rangle = \langle 2S^2 - 3 \rangle, \\ (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) &= \langle (\sigma_1 \mathbf{k}) (\sigma_2 \mathbf{k}) \rangle = \langle 2(\mathbf{S} \mathbf{k})^2 - 1 \rangle, \end{aligned}$$

где $S = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2)$ — оператор спина системы.

Находим

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) &= \sum_m w_m^t - 3w^s, \\ (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) &= \sum_m (-1)^{m+1} w_m^t - w^s. \end{aligned} \right\} \quad (7.52)$$

Из (7.52) и условия нормировки $w^s + \sum_m w_m^t = 1$ получаем следующие выражения для вероятностей:

$$\left. \begin{aligned} w^s &= \frac{1 - (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2)}{4}, \quad w_0^t = \frac{1 + (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) - 2(\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k})}{4}, \\ w_+^t + w_-^t &= \frac{1 + (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k})}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.53)$$

Если через σ^s и σ_m^t обозначить полные сечения реакции из соответствующих спиновых состояний, то

$$\sigma = w^s \sigma^s + \sum_m w_m^t \sigma_m^t. \quad (7.54)$$

Учитывая, что благодаря инвариантности относительно вращений и отражений $\sigma_+^t = \sigma_-^t$ (*), из (7.54) и (7.53) после простых преобразований получаем

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{4} (\sigma_0^t - \sigma^s) (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) + \frac{1}{2} (\sigma_+^t - \sigma_0^t) (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}), \quad (7.55)$$

откуда и вытекает связь сечений реакций из триплетных и синглетного состояний с σ_1 и σ_2 .

Мы можем получить полную информацию о полных сечениях σ_0 , σ_1 и σ_2 , проводя эксперименты с неполяризованным пучком и мишенью,

*) Последнее видно, например, из (7.51). Действительно, значения полных сечений σ_+^t и σ_-^t могут быть получены из общего выражения (7.51), если считать, что пучок и мишень полностью поляризованы либо в направлении \mathbf{k} (σ_+^t), либо в направлении $-\mathbf{k}$ (σ_-^t). Это значит, что в обоих случаях $(\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2) = 1$ и $(\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) = 1$. Отсюда и следует высказанное утверждение.

а также в условиях, когда: а) \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 параллельны между собой и перпендикулярны направлению пучка и б) \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 параллельны между собой и направлены вдоль направления пучка. Измеряя полное сечение σ в этих условиях, можно найти σ_1 и σ_2 и, воспользовавшись очевидным соотношением

$$\sigma_0 = \frac{1}{4} \sigma^s + \frac{1}{4} \sigma_0^t + \frac{1}{2} \sigma_+^t,$$

определить три независимых сечения реакции из синглетного и триплетного состояний.

Полученные соотношения относятся к любому каналу реакции с двумя частицами со спином $\frac{1}{2}$ в начальном состоянии. Следовательно, они справедливы и для полного сечения σ_{tot} всех процессов. Используя унитарность S -матрицы, нетрудно связать коэффициенты $\sigma_{1\text{tot}}$ и $\sigma_{2\text{tot}}$ в выражении для полного сечения с коэффициентами матрицы упругого рассеяния вперед⁵⁸⁻⁶⁰. В случае рассеяния вперед в (7,3) $c(0) = d(0) = 0$, $b(0) = e(0)$ и матрица (7,3) принимает вид

$$M(\mathbf{k}, \mathbf{k}) = a(0) + e(0)(\sigma_1 \sigma_2) + [f(0) - e(0)](\sigma_1 \mathbf{k})(\sigma_2 \mathbf{k}). \quad (7,56)$$

Наряду с обычной оптической теоремой

$$\text{Im } a(0) = \frac{k}{4\pi} \sigma_{0\text{tot}}, \quad (7,57)$$

условие унитарности S -матрицы дает следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \text{Im } e(0) &= \frac{k}{4\pi} \sigma_{1\text{tot}}, \\ \text{Im } [f(0) - e(0)] &= \frac{k}{4\pi} \sigma_{2\text{tot}}. \end{aligned} \right\} \quad (7,58)$$

Таким образом, измерение полного сечения всех процессов при различных ориентациях поляризаций пучка и мишени позволяет определить мнимые части всех трех амплитуд упругого рассеяния вперед. Эти измерения позволяют также улучшить известную оценку нижней границы дифференциального сечения упругого рассеяния вперед. Используя (7,56) — (7,58), получаем следующее неравенство:

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \geq \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 [\sigma_{0\text{tot}}^2 + 2\sigma_{1\text{tot}}^2 + (\sigma_{1\text{tot}} + \sigma_{2\text{tot}})^2], \quad (7,59)$$

где $\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}$ — сечение упругого рассеяния неполяризованных частиц.

7) Ряд результатов, полученных выше для нуклон-нуклонного рассеяния, остаются справедливыми и для процессов упругого рассеяния фермионов со спином $\frac{1}{2}$ друг на друге (рассеяние электронов протонами или гиперонов нуклонами и т. п.), а также для более общего класса реакций вида $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ как с $I_i = I_f$, так и при $I_i = -I_f$.

Отметим, как видоизменяются результаты, справедливые для $N - N$ -рассеяния, при существовании синглет-триплетных переходов. Прежде всего поляризации \mathbf{P}_1^0 и \mathbf{P}_2^0 различны. Вместо одного тензора D_{ik} для описания изменения поляризации в соударении необходимо вводить два тензора

$$D_{ik}^{(1)} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{1i} M \sigma_{1k} M^* \quad (7,60)$$

и

$$D_{ik}^{(2)} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{2i} M \sigma_{2k} M^*. \quad (7,61)$$

Тензор $D_{ik}^{(1)}$ определяет поляризацию рассеянного пучка P'_1 , когда поляризованный пучок (поляризация P_1) рассеивается на неполяризованной мишени. Тензор $D_{ik}^{(2)}$ определяет поляризацию частиц отдачи P'_2 после рассеяния неполяризованных частиц на мишени с поляризацией P_2 .

Аналогично вводятся тензоры передачи поляризации $K_{ik}^{(1)}$ и $K_{ik}^{(2)}$:

$$K_{ik}^{(1)} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{2i} M \sigma_{1k} M^* \quad (7,62)$$

и

$$K_{ik}^{(2)} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{1i} M \sigma_{2k} M^*. \quad (7,63)$$

Тензор $K_{ik}^{(1)}$ определяет поляризацию частиц отдачи P'_2 после рассеяния поляризованного пучка (с поляризацией P_1) на неполяризованной мишени. Тензор $K_{ik}^{(2)}$ определяет поляризацию P'_1 рассеянных частиц после соударения неполяризованного пучка с поляризованной мишенью (поляризация P_2).

В присутствии синглет-триплетных переходов для процессов упругого рассеяния требования T -инвариантности приводят к равенствам вида

$$\left. \begin{aligned} D_{ik}^{(1)}(k', k) &= D_{ki}^{(1)}(-k, -k'), \\ D_{ik}^{(2)}(k', k) &= D_{ki}^{(2)}(-k, -k') \end{aligned} \right\} \quad (7,13')$$

и

$$K_{ik}^{(1)}(k', k) = K_{ki}^{(2)}(-k, -k'), \quad (7,21')$$

которые заменяют (7,13) и (7,21).

В общем случае реакций вида $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ с $I_i = \pm I_f$ к ряду интересных соотношений приводят требования инвариантности при пространственных отражениях. Отметим сначала, что оператор отражения в плоскости реакции (2,9) для этого случая имеет вид

$$R = (\sigma_1 n) (\sigma_2 n). \quad (7,64)$$

Таким образом,

$$RMR^{-1} = (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) M (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) = +M \quad (7,65)$$

для реакций с $I_i = +I_f$. Заметим, что справедливость (7,65) очевидна, если воспользоваться явным выражением для M -матрицы (7,3). Соотношение (7,65) заменяется на

$$RMR^{-1} = (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) M (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) = -M \quad (7,66)$$

для случая реакции с $I_i = -I_f$.

С помощью (7,64) можно еще раз показать, что поляризация P_0 направлена по нормали к плоскости рассеяния, а у тензоров D_{ik} , K_{ik} , P_{ik} , C_{ik} отсутствуют компоненты вида D_{nl} , C_{mn} .

С помощью (7,64) нетрудно показать, что в самом общем случае параметры деполяризации тензоров $D_{ik}^{(1)}$ и $D_{ik}^{(2)}$ равны между собой (с точностью до знака в случае реакции рассматриваемого вида с $I_i = -I_f$). Действительно, рассматривая сразу случай обоих значений $I_i = \pm I_f$, имеем

$$\begin{aligned} \sigma_0 D_{nn}^{(1)} &= \frac{1}{4} \text{Sp } (\sigma_1 n) M (\sigma_1 n) M^* = \\ &= \pm \frac{1}{4} \text{Sp } (\sigma_1 n) (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) M (\sigma_1 n) (\sigma_2 n) (\sigma_1 n) M^* = \\ &= \pm \frac{1}{4} \text{Sp } (\sigma_2 n) M (\sigma_2 n) M^* = \pm \sigma_0 D_{nn}^{(2)}. \end{aligned} \quad (7,67)$$

Аналогичный результат имеет место для тензоров $K_{ik}^{(1)}$ и $K_{ik}^{(2)}$. Действительно,

$$\sigma_0 K_{nn}^{(1)} = \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma_2 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{n}) M^* = \pm \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma_1 \mathbf{n}) M (\sigma_2 \mathbf{n}) M^* = \pm \sigma_0 K_{nn}^{(2)}. \quad (7,68)$$

В случае неупругой реакции тензоры C_{ik} и P_{ik} , вообще говоря, дающие различную информацию, имеют совпадающие с точностью до знака компоненты C_{nn} и P_{nn} . Действительно,

$$\sigma_0 P_{nn} = \frac{1}{4} \text{Sp} M (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M^* = \pm \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M M^* = \pm \sigma_0 C_{nn}. \quad (7,69)$$

Экспериментальная проверка соотношений вида (7,67) — (7,69) в неупругих реакциях дает возможность для экспериментального исследования вопроса о степени сохранения четности.

8) Максимальную информацию можно получить, проводя опыты при одновременном использовании поляризованной мишени и поляризованного пучка частиц. Выше мы видели, какие сведения можно получить при изучении дифференциального и полного сечения взаимодействия поляризованного пучка нуклонов с поляризованной мишенью. Можно поставить вопрос, какую дополнительную информацию дает изучение поляризации нуклонов и корреляции поляризаций после рассеяния поляризованного пучка на поляризованной мишени.

Общее выражение для проекции векторов поляризации рассеянной частицы 1 на направление произвольного вектора \mathbf{Q} можно представить в виде

$$\sigma_{P_1, P_2} (P_1' \mathbf{Q}) = \sigma_0 [P^0 (\mathbf{Qn}) + K_{Q, P_2} + D_{Q, P_1} + M_{QP_1 P_2}], \quad (7,70)$$

где $K_{ab} = K_{ik} a_i b_k$, $D_{ab} = D_{ik} a_i b_k$, а D_{ik} и K_{ik} — ранее введенные тензоры деполаризации и передачи поляризации.

Во вновь вводимом тензоре

$$M_{ikq} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp} \sigma_{1i} M \sigma_{1k} \sigma_{2q} M^* \quad (7,71)$$

в силу сохранения четности отличны от нуля лишь тринадцать элементов. Общее выражение для этого псевдотензора третьего ранга имеет вид

$$\begin{aligned} M_{ikq} (\mathbf{k}', \mathbf{k}) = & M_{nnn} n_i n_k n_q + M_{nll} n_i l_k l_q + M_{lnl} l_i n_k l_q + \\ & + M_{lln} l_i l_k n_q + M_{nmm} n_i m_k m_q + M_{mlm} m_i n_k m_q + M_{mnn} m_i m_k n_q + \\ & + M_{nlm} n_i l_k m_q + M_{lnm} l_i n_k m_q + M_{lmn} l_i m_k n_q + M_{nmi} n_i m_k l_q + \\ & + M_{mni} m_i n_k l_q + M_{lin} l_i n_k m_q. \end{aligned} \quad (7,72)$$

Не все компоненты тензора $M_{ikq} (\mathbf{k}', \mathbf{k})$ содержат новую (по сравнению с более простыми опытами) информацию. Так параметр M_{nnn} совпадает с P_2^0 . Доказательство опирается на инвариантность при отражениях и допускает обобщение на общий случай реакций вида $1/2 + 1/2 \rightarrow 1/2 + 1/2$. Действительно, в правой части равенства

$$\sigma_0 M_{nnn} = \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M^*$$

под знаком следа, воспользовавшись (7,65) и (7,66) и тем, что $(\sigma_2 \mathbf{n})^2 = 1$, можно записать

$$\begin{aligned} \sigma_0 M_{nnn} = & \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma_2 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) (\sigma_1 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M^* = \\ = & \pm \frac{1}{4} \text{Sp} (\sigma_2 \mathbf{n}) M M^* = \pm \sigma_0 P_2^0, \end{aligned}$$

что доказывает сделанное утверждение.

Аналогичным образом можно прийти к тому, что требования инвариантности «сводят» результаты некоторых более сложных опытов к более простым. Некоторые примеры будут приведены ниже.

Для поляризации частиц отдачи аналогично (7,70) имеем

$$\sigma_{P_1 P_2}(\mathbf{P}'_2 \mathbf{Q}) = \sigma_0 [P^0(\mathbf{Qn}) + K_{QP_1} + D_{QP_2} + N_{QP_1 P_2}], \quad (7,73)$$

и новая информация содержится в тензоре

$$N_{ikq} = \frac{1}{4\sigma_0} \text{Sp } \sigma_{2i} M \sigma_{1k} \sigma_{2q} M^*. \quad (7,74)$$

Структура этого тензора не отличается от (7,72). Ряд свойств симметрии близок к свойствам симметрии тензора M_{ikq} . Нетрудно, в частности, убедиться, что

$$N_{nnn} = \pm P_1^0$$

для обоих случаев относительных четностей в общем случае реакций вида $1/2 + 1/2 \rightarrow 1/2 + 1/2$. Кроме того, поскольку, например,

$$\begin{aligned} \text{Sp } (\sigma_1 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{l}) (\sigma_2 \mathbf{l}) M^* &= \text{Sp } (\sigma_2 \mathbf{n}) [(\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) \times \\ &\times (\sigma_1 \mathbf{n}) (\sigma_2 \mathbf{n}) (\sigma_1 \mathbf{l}) (\sigma_2 \mathbf{l})] M^* = \pm \text{Sp } (\sigma_2 \mathbf{n}) M (\sigma_1 \mathbf{m}) (\sigma_2 \mathbf{m}) M^*, \end{aligned}$$

требования инвариантности при отражениях приводят к равенствам

$$\left. \begin{aligned} N_{nll} &= \pm M_{nmm}, & N_{nmm} &= \mp M_{nll}, \\ N_{nml} &= \pm M_{nlm}, & N_{nlm} &= \pm M_{nml}. \end{aligned} \right\} \quad (7,75)$$

Рассмотрим теперь наиболее сложный опыт — определение корреляции поляризаций в экспериментах с одновременным использованием поляризованного пучка (поляризация \mathbf{P}_1) и мишени (поляризация \mathbf{P}_2). Для корреляций поляризаций в этом случае можно получить

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1 P_2} C_{ab}^{P_1 P_2} &= \frac{1}{4} \text{Sp } (\sigma_1 \mathbf{a}) (\sigma_2 \mathbf{b}) M [I + (\mathbf{P}_1 \sigma_1)] [I + (\mathbf{P}_2 \sigma_2)] M^* = \\ &= \sigma_0 \{C_{ab} + C_{ikq} a_i b_k P_{1q} + P_{ikq} a_i b_k P_{2q} + C_{ikqp} a_i l_k P_{1q} P_{2p}\}, \end{aligned} \quad (7,76)$$

где $C_{ab} = C_{ikq} a_i b_k$ определяется известным тензором C_{ik} , а возможная новая информация связывается с тензорами C_{ikq} , P_{ikq} и C_{ikqp} :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 C_{ikq} &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{1q} M^*, \\ \sigma_0 P_{ikq} &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{2q} M^*, \\ \sigma_0 C_{ikqp} &= \frac{1}{4} \text{Sp } \sigma_{1i} \sigma_{2k} M \sigma_{1q} \sigma_{2p} M^*. \end{aligned} \right\} \quad (7,77)$$

Тензор C_{ikq} (P_{ikq}) характеризует корреляцию поляризаций при экспериментировании с поляризованным (неполяризованным) пучком и неполяризованной (поляризованной) мишенью. Общий вид тензоров C_{ikq} и P_{ikq} дается выражением, аналогичным (7,72). Инвариантность при отражениях приводит к тому, что

$$C_{nnn} = \pm P_2^0, \quad P_{nnn} = \pm P_1^0, \quad (7,78)$$

а некоторые компоненты совпадают с компонентами ранее введенных тензоров третьего ранга. Например,

$$\left. \begin{aligned} P_{mnm} &= \pm M_{lnl}, & P_{lnl} &= \pm M_{mnm}, & P_{mnl} &= \mp M_{lnm}, \\ C_{mnn} &= \pm M_{lln}, & C_{lnl} &= \pm M_{mnn}, & P_{lnm} &= \pm M_{mnl}, \\ C_{mnl} &= \mp M_{lmn}, & C_{lnm} &= \mp M_{mln}, & C_{nll} &= \pm N_{mnn}, \\ C_{lln} &= \mp P_{mnn}, & P_{nmm} &= \pm N_{lnl}, & C_{nml} &= \pm N_{lln}, \\ C_{mmn} &= \mp P_{lln}, & C_{nlm} &= \mp N_{mln}, & C_{nml} &= \mp N_{lmn}, \\ C_{mln} &= \pm P_{lmn}, & P_{nll} &= \pm N_{mnm}, & P_{nlm} &= \mp N_{mnl}, \\ P_{nml} &= \mp N_{lnm}, & P_{mln} &= \pm C_{lmn}. \end{aligned} \right\} \quad (7,79)$$

Требования T -инвариантности приводят для упругого рассеяния к соотношениям

$$\left. \begin{aligned} M_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= C_{kqi}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'), \\ N_{ikq}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= P_{kqi}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'). \end{aligned} \right\} \quad (7,80)$$

Мы не будем обсуждать подробно свойств тензора C_{ikqp} . Отметим только, что инвариантность при отражениях приводит к тому, что

$$\sigma_0 C_{nnnn} = \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n}) M(\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n}) M^* = \pm \text{Sp} M^* M = \pm \sigma_0,$$

так что в общем случае реакций вида $1/2 + 1/2 \rightarrow 1/2 + 1/2$ с двумя значениями четностей $I_i = \pm I_f$

$$C_{nnnn} = \pm 1. \quad (7,81)$$

Требования инвариантности относительно отражений приводят к обращению в нуль компонент C_{nnna} , C_{nabe} ($\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} = \mathbf{l}, \mathbf{m}$). Компоненты C_{nnab} ($\mathbf{a}, \mathbf{b} = \mathbf{l}, \mathbf{m}$), как нетрудно видеть, совпадают с компонентами тензора C_{ik} . Действительно, рассматривая сразу общий случай реакций с обоими значениями $I_i = \pm I_f$, имеем

$$\begin{aligned} \sigma_0 C_{nnab} &= \frac{1}{4} \text{Sp}(\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n}) M(\sigma_1 \mathbf{a})(\sigma_2 \mathbf{b}) M^* = \\ &= \pm \frac{1}{4} \text{Sp} M(\sigma_1 \mathbf{n})(\sigma_2 \mathbf{n})(\sigma_1 \mathbf{a})(\sigma_2 \mathbf{b}) M^* = \pm \sigma_0 C_{[na], [bn]} \end{aligned}$$

и

$$C_{nnab} = \pm C_{[na], [bn]}, \quad (7,82)$$

так что, например,

$$C_{nnlm} = \pm C_{ml}.$$

Аналогично имеем

$$\begin{aligned} C_{nanb} &= \pm D_{[an], [bn]}, & C_{nabn} &= \pm K_{[an], [bn]}, \\ C_{anbn} &= \pm D_{[an], [bn]}, & C_{abnn} &= \pm C_{[na], [bn]}, \\ C_{llll} &= \pm C_{mmmm}, & C_{mlll} &= \pm C_{llmm}, & C_{mlml} &= \pm C_{lmlm}, \\ C_{lmmm} &= \mp C_{mlll}, & C_{mlmm} &= \mp C_{lmll}, & C_{mllm} &= \pm C_{lmmll}, \\ C_{mmlm} &= \mp C_{llml}, & C_{mmml} &= \pm C_{lllm}. \end{aligned}$$

Требование T -инвариантности приводит к соотношению

$$C_{ikqp}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = C_{qpi k}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'). \quad (7,83)$$

Выражения для всех тензоров через коэффициенты амплитуды (7,4) см. в работе ⁵⁴.

9) Выше все обсуждение проводилось в общем предположении о том, что в амплитуде (7,3) ни одна из скалярных функций не является малой. Результаты исследования нуклон-нуклонного взаимодействия в области энергий в несколько сотен $Mэв$ соответствуют такой сложной картине. В области очень больших энергий, когда во взаимодействии эффективно участвуют состояния с большими значениями орбитальных моментов, можно ожидать ряда упрощений общего вида амплитуды. Последние исследования $p-p$ -рассеяния в области особо малых углов рассеяния⁶¹ в области энергий $\sim 10 \text{ Гэв}$ указывают на необходимость исследования поляризационных явлений и при столь высоких энергиях.

Ряд упрощений имеет место для области малых энергий, где взаимодействие происходит в основном в S -состояниях. Матрица $n-p$ -рассеяния имеет в этой области энергий вид

$$M = a_1 \hat{T} + a_0 \hat{S} = \alpha + \beta (\sigma_1 \sigma_2), \quad (7,84)$$

где a_1 и a_0 — длины рассеяния в 3S_1 - и 1S_0 -состояниях соответственно. Поляризация P^0 обращается, естественно, в нуль, а для других величин нетрудно получить

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{\sigma^s + 3\sigma^t}{4} = |\alpha|^2 + 3|\beta|^2, \quad \sigma^s = |\alpha - 3\beta|^2, \quad \sigma^t = |\alpha + \beta|^2, \\ D_{ik} &= \frac{|\alpha|^2 - |\beta|^2}{|\alpha|^2 + 3|\beta|^2} \delta_{ik}, \quad P_{ik} = \frac{2[\operatorname{Re} \alpha^* \beta - |\beta|^2]}{|\alpha|^2 + 3|\beta|^2} \delta_{ik}, \\ K_{ik} &= \frac{2[\operatorname{Re} \alpha^* \beta + |\beta|^2]}{|\alpha|^2 + 3|\beta|^2} \delta_{ik}, \end{aligned} \right\} \quad (7,85)$$

где σ^s и σ^t — сечения рассеяния в синглетном и триплетном состояниях соответственно. Как можно было ожидать, все выписанные тензоры оказываются пропорциональными δ_{ik} . Выражение для тензора P_{ik} можно привести к виду

$$P_{ik} = \frac{\sigma^t - \sigma^s}{\sigma^s + 3\sigma^t} \delta_{ik},$$

что является частным случаем общего соотношения (7,38). Так как в этом случае $D_{ii} = D_{mm}$, (7,17) переходит в два соотношения

$$A = -R', \quad A' = R.$$

Интересное применение поляризованной протонной мишени для исследований в области совсем малых энергий указано Ю. В. Тараном и Ф. Л. Шапиро⁶². Ввиду большого различия σ^s и σ^t в $n-p$ -взаимодействии пучок нейтронов, пропущенный сквозь поляризованную мишень, оказывается сильно поляризованным. Нетрудно показать, что степень поляризации пучка нейтронов, пропущенных через поляризованную протонную мишень толщины d , равна

$$P_n = \tanh \frac{1}{4} [P_2 n (\sigma^s - \sigma^t) d],$$

где P_2 — поляризация мишени, а n — число протонов в 1 см^3 . Использование поляризованных нейтронов (и поляризованных мишеней) очень плодотворно для исследования ядерных уровней и других задач.

Для $p-p$ -рассеяния в области малых энергий амплитуда сводится к синглетному просецирующему оператору

$$M = \alpha [1 - (\sigma_1 \sigma_2)].$$

Таким образом, для $p-p$ -рассеяния при малых энергиях $D_{ik} = K_{ik} = 0$, а $P_{ik} = -\frac{1}{3} \delta_{ik}$. Отклонения от указанных величин измеряют влия-

ние более высоких состояний $p - p$ -системы. Проведение систематических поляризационных исследований в области энергий ниже 50 Мэв представляется необходимым для установления однозначного набора фазовых сдвигов $n - p$ -системы в этой области энергии. Имеющиеся в настоящее время результаты анализа групп в Иельском университете ⁶³ и в Дубне ⁶⁴ расходятся особенно в зависимости от энергии коэффициента смешивания состояний 3S_1 и 3D_1 .

§ 8. МЕЗОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ

В этом параграфе мы рассмотрим рассеяние π -мезонов и K -мезонов нуклонами.

Общий вид матрицы рассеяния можно получить из требований инвариантности относительно вращений и отражений (3,22) и (3,28). Инвариантность при обращении времени не накладывает в данном случае дополнительных ограничений на M -матрицу. Как мы уже отмечали (см. § 6), матрица рассеяния частиц со спином нуль на частицах со спином $\frac{1}{2}$ имеет следующий вид:

$$M = a + b(\sigma n). \quad (8,1)$$

Полное измерение включает в рассматриваемом случае определение неполяризованного сечения, асимметрии в рассеянии на поляризованной мишени и исследование поляризации частиц отдачи при рассеянии на неполяризованной и поляризованной мишенях. Измерение асимметрии упругого рассеяния на поляризованной мишени эквивалентно, вследствие соотношения поляризация — асимметрия, определению поляризации частицы отдачи в опытах с неполяризованной мишенью. Однако измерение асимметрии на поляризованной мишени позволяет определить поляризацию частиц отдачи в такой области углов, в которой ее непосредственное измерение в двойном опыте затруднено малой анализирующей способностью мишени-анализатора.

Один из первых экспериментов с поляризованной водородной мишенью состоял в измерении асимметрии рассеяния π^+ -мезонов с энергией 246 Мэв на водороде ². Поляризация протонов отдачи была измерена при этом с большей точностью, чем в двойном опыте, и под теми углами, где проведение двойного опыта весьма затруднительно.

В наиболее обследованной области энергий $K - N$ -системы анализ предполагает достаточным учет взаимодействия лишь в S -состоянии. Сечение рассеяния на поляризованной мишени более σ_0 чувствительно к вкладу P -состояний. Именно с этой точки зрения интересны опыты на поляризованной мишени с K -мезонами невысоких энергий.

В случае $\pi(K)$ -нуклонного рассеяния поляризованная протонная мишень дает возможность находить такие величины, определение которых без поляризованной мишени невозможно. Речь идет о тензоре деполаризации ⁹.

Тензор деполаризации определяет поляризацию конечного нуклона при рассеянии мезонов на поляризованной мишени. Если через \mathbf{P}' обозначить вектор поляризации конечного нуклона, а через \mathbf{P} поляризацию мишени, то

$$P'_i = \frac{\frac{1}{2} \text{Sp } \sigma_i M [I + \sigma \mathbf{P}]}{\frac{1}{2} \text{Sp } M [I + (\sigma \mathbf{P})]} M^+ = \frac{\sigma_0 (P_i^0 + D_{ih} P_h)}{\sigma_0 (1 + P_i P_i^0)}. \quad (8,2)$$

Здесь σ_0 и \mathbf{P}^0 — дифференциальное сечение и поляризация нуклона отдачи в случае, когда мезон рассеивается на неполяризованной мишени,

а тензор деполяризации D_{ih} равен

$$D_{ih} = \frac{1}{2\sigma_0} \text{Sp } \sigma_i M \sigma_h M^+. \quad (8,3)$$

Пусть $\mathbf{k}_\pi = \mathbf{k}$ и \mathbf{k}'_π — единичные векторы в направлении импульсов начального мезона и нуклона отдачи в лабораторной системе. Разложим вектор поляризации протонов мишени \mathbf{P} по ортонормированной системе $\mathbf{n}_\pi = \frac{[\mathbf{k}\mathbf{k}'_\pi]}{|\mathbf{k}\mathbf{k}'_\pi|} = -\mathbf{n}$, \mathbf{k} и $[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}] = \mathbf{s}$, а вектор поляризации нуклонов отдачи \mathbf{P}' по системе векторов \mathbf{n}_π , \mathbf{k}'_π и $[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi] = \mathbf{s}'$. Для компонент вектора \mathbf{P}' получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma(\mathbf{P}'\mathbf{n}_\pi) &= \sigma_0(-P^0 + D(\mathbf{P}\mathbf{n}_\pi)), \\ \sigma(\mathbf{P}'\mathbf{k}'_\pi) &= \sigma_0(A'\mathbf{k} + R'[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}])\mathbf{P}, \\ \sigma(\mathbf{P}'[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi]) &= \sigma_0(A\mathbf{k} + R[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}])\mathbf{P}, \end{aligned} \right\} \quad (8,4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_0(1 + P_i P_i^0), \\ \sigma_0 D &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma\mathbf{n}_\pi) M (\sigma\mathbf{n}_\pi) M^+, \\ \sigma_0 A' &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma\mathbf{k}'_\pi) M (\sigma\mathbf{k}_\pi) M^+, \\ \sigma_0 R' &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma\mathbf{k}'_\pi) M (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}]) M^+, \\ \sigma_0 A &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi]) M (\sigma\mathbf{k}) M^+, \\ \sigma_0 R &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi]) M (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}]) M^+. \end{aligned} \right\} \quad (8,5)$$

Заметим, что выбор системы векторов, по которым разлагается \mathbf{P}' , естественно вытекает из процедуры измерения поляризации частиц отдачи.

Существенная особенность рассматриваемых здесь процессов состоит в том, что в формулах (8,4) только два параметра независимы. Мы покажем, что

$$D = 1, \quad A' = R, \quad A = -R'. \quad (8,6)$$

Для доказательства воспользуемся соотношением

$$(\sigma\mathbf{n}) M (\sigma\mathbf{n}) = M, \quad (8,7)$$

которое вытекает из инвариантности S -матрицы относительно отражений в плоскости рассеяния (см. (6,9)). Заметим, что справедливость (8,7) очевидна, если воспользоваться явным выражением для M -матрицы (8,1).

Используя формулы (8,5) и соотношение (8,7), получаем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 D &= \frac{1}{2} \text{Sp } M M^+ = \sigma_0, \\ \sigma_0 A' &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma\mathbf{k}'_\pi) (\sigma\mathbf{n}) M (\sigma\mathbf{n}) (\sigma\mathbf{k}) M^+ = \\ &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi]) M (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}_\pi]) M^+ = \sigma_0 R, \\ \sigma_0 R' &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma\mathbf{k}'_\pi) (\sigma\mathbf{n}) M (\sigma\mathbf{n}) (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}]) M^+ = \\ &= \frac{1}{2} \text{Sp } (\sigma[\mathbf{n}_\pi\mathbf{k}'_\pi]) M (\sigma\mathbf{k}) M^+ = -\sigma_0 A. \end{aligned} \right\} \quad (8,8)$$

Таким образом, чтобы определить все компоненты вектора поляризации \mathbf{P}' , необходимо измерить только две величины. Естественно, что более просто измерить компоненту поляризации, перпендикулярную \mathbf{k}_π , т. е. параметры A и R . Для определения $A(R)$ необходимо направить поляризацию мишени по направлению \mathbf{k} ($[\mathbf{n}_\pi \mathbf{k}]$) и измерить асимметрию рассеяния протонов отдачи в плоскости, перпендикулярной плоскости первоначального рассеяния. Асимметрия вниз — вверх во втором рассеянии, очевидно, равна

$$e_R = \frac{\sigma(\text{вниз}) - \sigma(\text{вверх})}{\sigma(\text{вниз}) + \sigma(\text{вверх})} = P_c R P, \quad (8,9)$$

если поляризация мишени направлена по $[\mathbf{n}_\pi \mathbf{k}]$, и

$$e_A = \frac{\sigma'(\text{вниз}) - \sigma'(\text{вверх})}{\sigma'(\text{вниз}) + \sigma'(\text{вверх})} = P_c A P, \quad (8,10)$$

если поляризация мишени равна $\mathbf{P} = P\mathbf{k}$. Здесь P_c — анализирующая способность мишени-анализатора, а направление «вверх» определяется направлением вектора $[\mathbf{k}\mathbf{k}'_\pi]$.

Измерение этих параметров позволило бы устранить неоднозначности фазового анализа $\pi - N$ -рассеяния, которые все еще остаются в области энергий от 200 до 400 Мэв.

Важно подчеркнуть, что изучение бозон-нуклонного рассеяния с помощью поляризованной мишени позволяет однозначно определить абсолютные величины и относительную фазу функций a и b , т. е. восстановить с точностью до общей фазы матрицу рассеяния. Действительно, нетрудно получить следующие выражения для наблюдаемых величин:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= |a|^2 + |b|^2, \\ \sigma_0 P^0 &= 2 \operatorname{Re}(ab^*), \\ \sigma_0 R &= (|a|^2 - |b|^2) \cos \theta_\pi - 2 \operatorname{Im}(ab^*) \sin \theta_\pi, \\ \sigma_0 A &= -(|a|^2 - |b|^2) \sin \theta_\pi - 2 \operatorname{Im}(ab^*) \cos \theta_\pi, \end{aligned} \right\} \quad (8,11)$$

где θ_π — угол между падающим мезоном и нуклоном отдачи в лабораторной системе. Из этих соотношений находим

$$\left. \begin{aligned} |a|^2 &= \frac{1}{2} \sigma_0 (1 + R \cos \theta_\pi - A \sin \theta_\pi), \\ |b|^2 &= \frac{1}{2} \sigma_0 (1 - R \cos \theta_\pi + A \sin \theta_\pi), \\ ab^* &= \frac{1}{2} \sigma_0 (P^0 - iR \sin \theta_\pi - iA \cos \theta_\pi). \end{aligned} \right\} \quad (8,12)$$

Возможность прямого восстановления матрицы рассеяния по измеренным на опыте величинам становится особенно существенной в области высоких энергий мезонов, где проведение фазового анализа сильно затрудняется большим числом состояний и необходимостью учета влияния неупругих процессов.

При проведении фазового анализа данных о $\pi - N$ - и $K(\bar{K}) - N$ -рассеянии (или при прямом восстановлении амплитуды) к дальнейшим упрощениям приводят требования изотопической инвариантности сильных взаимодействий. Так, рассеянию π^+ -мезонов протонами (π^- -мезонов нейтронами) соответствует V_3 -амплитуда $\pi - N$ -рассеяния в состоянии с изоспином системы $T = 3/2$. Амплитуды различных процессов, инициируемых π^- -мезонами на протонах, выражаются через V_3 и амплитуду рассеяния V_1 в состояниях с изоспином системы $T = 1/2$ с помощью

соотношений

$$M(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) = \frac{1}{3}(V_3 + 2V_1), \quad M(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) = \frac{\sqrt{2}}{3}(V_3 - V_1).$$

Для $K-N$ -системы имеем два значения изоспина системы 1 и 0 с амплитудами рассеяния W_1 и W_0 соответственно. Таким образом,

$$\begin{aligned} M(K^+ p \rightarrow K^+ p) &= W_1, \\ M(K^0 p \rightarrow K^0 p) &= \frac{1}{2}(W_1 + W_0), \\ M(K^0 p \rightarrow K^+ n) &= \frac{1}{2}(W_1 - W_0). \end{aligned}$$

Аналогично, вводя амплитуды z_1 и z_0 , для $\bar{K}-N$ -системы имеем

$$\begin{aligned} M(K^- p \rightarrow K^- p) &= \frac{1}{2}(z_1 + z_0), \\ M(K^- p \rightarrow \bar{K}^0 n) &= \frac{1}{2}(z_1 - z_0), \\ M(\bar{K}^0 p \rightarrow \bar{K}^0 p) &= z_1. \end{aligned}$$

Каждая из введенных выше амплитуд имеет структуру (8,1).

Отметим в заключение, что полученные результаты допускают простое обобщение. Все соотношения, приведенные выше, основывались лишь на инвариантности относительно пространственных вращений и отражений. Это означает, что все вышеизложенное относится и к неупругим реакциям типа $0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ при условии, что полная внутренняя четность начальных частиц I_i равна внутренней четности конечных частиц I_f .

В случае реакций того же вида с $I_i = -I_f$ из инвариантности относительно отражений в плоскости реакции следует, что (см. § 6)

$$(\sigma n) M(\sigma n) = -M. \quad (8,13)$$

По сравнению с (8,6) это приводит к изменению знака в правой части

$$D = -1, \quad A' = -R, \quad R' = A. \quad (8,6')$$

Общее выражение для тензора D_{ik} (7,15) сводится тем самым для реакций вида $0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ к

$$D_{ik} = \pm n_i n_k + D_{ll}(l_i l_k \pm m_i m_k) + D_{ml}(m_i l_k \mp l_i m_k), \quad (8,14)$$

где верхний и нижний знаки соответствуют двум возможным значениям $I_i = \pm I_f$.

Так же как и амплитуда (8,1), выражение (8,14) автоматически удовлетворяет требованиям T -инвариантности для процессов упругого рассеяния (см. (7, 19)). Экспериментальная проверка полученных выше соотношений, основанных на требованиях инвариантности при отражениях и вращениях, позволяет подойти к экспериментальному исследованию сохранения четности в сильных взаимодействиях, включая поиски влияния несохранения четности в слабых взаимодействиях.

§ 9. ФОТОРОЖДЕНИЕ ПИОНОВ И К-МЕЗОНОВ

Изучение процесса фоторождения бозонов на фермионах является одним из важнейших источников информации о рождающихся частицах. Наряду с процессами рассеяния пионов нуклонами в самом начале развития пионной физики фоторождение пионов на нуклонах было одним из основных источников информации о пион-нуклонном взаимодействии.

Увеличение достижимой на ускорителях энергии фотонов делает процессы фоторождения важным орудием исследования более высоких пион-нуклонных резонансов. Изучение процесса фоторождения недалеко от порога с высокой точностью позволит разрешить ряд неясных до сих пор вопросов пионной физики и провести надежный анализ самого процесса фоторождения пионов. Помимо собственного интереса, детальные сведения о механизме фоторождения пионов в широкой области энергий явятся основой для теории протонного комптон-эффекта.

До недавнего времени эксперименты по изучению фоторождения сводились к измерению сечения рождения неполяризованными γ -квантами на неполяризованной мишени и поляризации нуклонов отдачи с начально неполяризованным пучком и мишенью. Были проведены также измерения дифференциального сечения рождения пионов поляризованными γ -квантами на неполяризованной мишени. Прогресс с созданием поляризованных пучков γ -квантов и поляризованных протонных мишеней позволяет обратиться к более сложным экспериментам.

Мы рассмотрим здесь фоторождение $\pi(K)$ -мезонов на поляризованной протонной мишени. Ограничимся рассмотрением неполяризованных γ -квантов. Общее выражение для матрицы реакции можно найти из требований инвариантности относительно вращений и отражений (3,22) и (3,28). Можно показать, что матрица реакции имеет вид ⁶⁶

$$M = A(\epsilon q) + iB(\sigma q)(\epsilon n) + iC(\sigma n)(\epsilon q) + iD(\sigma s)(\epsilon n) \quad (9,1)$$

для процесса рождения на нуклонах скалярного бесспинового бозона и

$$M = a(\epsilon n) + ib(\sigma q)(\epsilon q) + ic(\sigma n)(\epsilon n) + id(\sigma s)(\epsilon q) \quad (9,2)$$

для фоторождения псевдоскалярной частицы.

В этих формулах q и k — единичные векторы в направлении импульсов бозона и фотона в системе ц. и. соответственно $n = [kq]/|kq|$, $s = [qn]$, ϵ — вектор поляризации фотона, удовлетворяющий условию $(\epsilon k) = 0$.

Если мишень поляризована, то, как следует из соотношений (4,26) и (4,21), сечение процесса имеет вид

$$\sigma = \sigma_0(1 + P_i A_i). \quad (9,3)$$

Здесь σ_0 — сечение фоторождения на неполяризованной протонной мишени, P — поляризация протонов и мишени, а

$$\sigma_0 A = \frac{1}{2} \text{Sp } M \sigma M^+.$$

Из доказанной в § 5 общей теоремы (см. (5,9)) следует, что A представляет собой поляризацию нуклона, возникающую в обратном процессе радиационного захвата бозона неполяризованными барионами. В общем случае эта величина не совпадает с поляризацией нуклона, возникающей в результате фоторождения на неполяризованных нуклонах. Таким образом, измерение этих величин дает независимую информацию о процессе. Это обстоятельство является общим для всех неупругих реакций.

Поляризация конечного бариона при фоторождении на поляризованной мишени, очевидно, равна

$$\sigma P_i^* = \sigma_0 (P_i^0 + D_{ik} P_k), \quad (9,4)$$

где

$$P_i^0 = \frac{1}{2\sigma_0} \text{Sp } M M^+ \sigma_i$$

— поляризация конечной частицы при неполяризованной мишени, а тензор деполяризации D_{ik} равен

$$D_{ik} = \frac{1}{2\sigma_0} \text{Sp } \sigma_i M \sigma_k M^+. \quad (9,5)$$

Отметим, что так же, как и в случае рассеяния пионов нуклонами, тензор деполяризации в процессе фоторождения может быть измерен только при наличии поляризованной мишени.

Из соображений инвариантности относительно пространственных вращений и отражений очевидно, что при неполяризованных γ -квантах отличны от нуля пять компонент тензора D_{ik} . В отличие от процессов типа $0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ и процессов упругого рассеяния частиц со спином $\frac{1}{2}$ для процесса фоторождения (и для других неупругих процессов с двумя частицами в конечном состоянии) все пять компонент тензора D_{ik} являются независимыми.

С помощью формул (9,1) и (9,2) легко найти выражения для наблюдаемых величин. Приведем лишь результаты вычислений. (Фотоны не поляризованы.)

1. Скалярный бозон:

$$\left. \begin{aligned} 2\sigma_0 &= (|A|^2 + |C|^2) \sin^2 \theta + (|B|^2 + |D|^2), \\ \sigma_0(P^0\mathbf{n}) &= -\text{Im}(A^*C) \sin^2 \theta - \text{Im}(B^*D), \\ \sigma_0(\mathbf{A}\mathbf{n}) &= -\text{Im}(A^*C) \sin^2 \theta + \text{Im}(B^*D), \\ 2\sigma_0 D_{nn} &= (|A|^2 + |C|^2) \sin^2 \theta - (|B|^2 + |D|^2), \\ 2\sigma_0 D_{qq} &= (|A|^2 - |C|^2) \sin^2 \theta + (|B|^2 - |D|^2), \\ 2\sigma_0 D_{ss} &= (|A|^2 - |C|^2) \sin^2 \theta + (|D|^2 - |B|^2), \\ \sigma_0 D_{sq} &= \text{Re } A^*C \sin^2 \theta + \text{Re } B^*D, \\ \sigma_0 D_{qs} &= -\text{Re } A^*C \sin^2 \theta + \text{Re } B^*D. \end{aligned} \right\} \quad (9,6)$$

2. Псевдоскалярный бозон:

$$\left. \begin{aligned} 2\sigma_0 &= (|a|^2 + |c|^2) + (|b|^2 + |d|^2) \sin^2 \theta, \\ \sigma_0(P^0\mathbf{n}) &= -\text{Im } a^*c - \text{Im } b^*d \sin^2 \theta, \\ \sigma_0(\mathbf{A}\mathbf{n}) &= -\text{Im } a^*c + \text{Im } b^*d \sin^2 \theta, \\ 2\sigma_0 D_{nn} &= |a|^2 + |c|^2 - (|b|^2 + |d|^2) \sin^2 \theta, \\ 2\sigma_0 D_{qq} &= |a|^2 - |c|^2 + (|b|^2 - |d|^2) \sin^2 \theta, \\ 2\sigma_0 D_{ss} &= |a|^2 - |c|^2 + (|d|^2 - |b|^2) \sin^2 \theta, \\ \sigma_0 D_{sq} &= \text{Re } a^*c + \text{Re } (b^*d) \sin^2 \theta, \\ \sigma_0 D_{qs} &= -\text{Re } a^*c + \text{Re } (b^*d) \sin^2 \theta. \end{aligned} \right\} \quad (9,7)$$

В отличие от процессов вида $0 + \frac{1}{2} \rightarrow 0 + \frac{1}{2}$ параметр D_{nn} не обращается в ± 1 , так как оператор $(\sigma\mathbf{n})$ не является для процессов фоторождения оператором отражения в плоскости реакции.

Для определения «плоских» компонент тензора D_{ik} необходимо провести четыре независимых измерения.

Так как матрица процесса фоторождения характеризуется четырьмя комплексными функциями угла и энергии, для ее восстановления под заданным углом и при фиксированной энергии требуется проведение по крайней мере семи независимых экспериментов.

Для однозначного восстановления матрицы процесса, как мы видели на примерах мезон-нуклонного и нуклон-нуклонного рассеяний, требуется

большее число экспериментов. Это означает, в частности, что решение задачи восстановления матрицы фоторождения потребует проведения экспериментов как с поляризованными мишенями, так и с поляризованными γ -квантами.

В заключение заметим, что в силу инвариантности относительно обращения времени фоторождение пионов нуклонами можно изучать также с помощью исследования обратного процесса-радиационного захвата пионов нуклонами⁶⁷.

Так, например, изучение процесса захвата отрицательного пиона протонами

$$\pi^- + p \rightarrow n + \gamma \quad (9,8)$$

дает сведения о процессе рождения пионов на свободных нейтронах монохроматическими γ -квантами. Исследование поляризации нейтронов при захвате на неполяризованной мишени эквивалентно измерению асимметрии с поляризованной нейтронной мишенью. Тензоры деполяризации в процессах фоторождения и радиационного захвата $D_{ik}^{\gamma N}$ и $D_{ik}^{\pi N}$ соответственно оказываются связанными соотношением

$$D_{ik}^{\gamma N}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = D_{ki}^{\pi N}(-\mathbf{q}, -\mathbf{k}), \quad (9,9)$$

которое обобщает аналогичное соотношение для процесса упругого рассеяния.

С ростом интенсивности пионных пучков наличие этих соотношений позволит проводить детальные исследования, эквивалентные изучению фоторождения на нейтронной мишени.

§ 10. РАССЕЯНИЕ γ -КВАНТОВ И ЭЛЕКТРОНОВ НУКЛОНАМИ

Как известно, данные о рассеянии на протонах электронов высоких энергий при анализе их в нижайшем порядке по константе электромагнитного взаимодействия являются источником сведений об электромагнитных факторах сильно взаимодействующих частиц. Результаты исследования $\gamma - p$ -рассеяния допускают проведение анализа, основанного на дисперсионных соотношениях и использующего сведения о механизме фоторождения пионов.

Здесь мы кратко обсудим, какие возможности открывает поляризованная протонная мишень в подобных исследованиях. Начнем с протонного комптон-эффекта. Основная часть до сих пор проведенных опытов по изучению этого процесса связана с измерением неполяризованных сечений рассеяния на протонах γ -квантов с энергиями примерно до 300 Мэв⁶⁸. Лишь в последнее время появились данные, относящиеся к области энергий 800—900 Мэв.

Анализ $\gamma - p$ -рассеяния в области энергий ниже 300 Мэв приводит к вполне определенным предсказаниям относительно ожидаемой поляризации протонов отдачи на неполяризованной и поляризованной мишенях.

Амплитуду протонного комптон-эффекта можно представить в виде⁶⁹

$$M = R_1(\mathbf{e}\mathbf{e}') + R_2(\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\lambda}) + iR_3(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{e}'\mathbf{e}]) + iR_4(\boldsymbol{\sigma}[\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\lambda}]) + \\ + iR_5[(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k})(\boldsymbol{\lambda}'\mathbf{e}) - (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}')(\boldsymbol{\lambda}\mathbf{e}')] + iR_6[(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}')(\boldsymbol{\lambda}'\mathbf{e}) - (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k})(\boldsymbol{\lambda}\mathbf{e}')], \quad (10,1)$$

где $\boldsymbol{\lambda} = [\mathbf{k}\mathbf{e}]$, $\boldsymbol{\lambda}' = [\mathbf{k}'\mathbf{e}']$, а \mathbf{e} , \mathbf{k} и \mathbf{e}' , \mathbf{k}' — единичные векторы поляризации и импульса фотона до и после рассеяния соответственно. Для сечения рассеяния неполяризованных γ -квантов на неполяризованной мишени

имеем ⁷⁰

$$4\sigma_0 = |R_1 + R_2|^2 (1 + \cos \theta)^2 + |R_1 - R_2|^2 (1 - \cos \theta)^2 + |R_3 + R_4|^2 (3 + 2 \cos \theta - \cos^2 \theta) + |R_3 - R_4|^2 (3 - 2 \cos \theta - \cos^2 \theta) + 2 |R_5 + R_6|^2 (1 + \cos \theta)^3 + 2 |R_5 - R_6|^2 (1 - \cos \theta)^3 + 4 \operatorname{Re} (R_3 + R_4)^* (R_5 + R_6) (1 + \cos \theta)^2 - 4 \operatorname{Re} (R_3 - R_4)^* (R_5 - R_6) (1 - \cos \theta)^2. \quad (10,2)$$

Выражение для поляризации протонов отдачи после взаимодействия в начале неполяризованных γ -квантов и нуклонов

$$2\sigma_0 P^0 = n \sin \theta \operatorname{Im} [(R_3 + R_4) (R_1 + R_2)^* (1 + \cos \theta) - (R_3 - R_4) (R_1 - R_2)^* (1 - \cos \theta)] \quad (10,3)$$

совпадает, конечно, с выражением, определяющим асимметрию в сечении рассеяния неполяризованных фотонов на поляризованных протонах.

Без использования техники поляризованной мишени измерения поляризации протонов затруднено (помимо величины сечения) малостью энергий отдачи нуклонов. Привлечение поляризованных мишеней снижает эту трудность.

Ниже порога рождения пионов все амплитуды R_i в e^2 -приближении действительны и поляризация P^0 обращается в нуль. Экспериментальная проверка этого утверждения явится проверкой основных допущений анализа протонного комптон-эффекта. Выше порога рождения пионов поляризация P^0 быстро увеличивается. В работах ⁷⁰⁻⁷² для значений поляризации в области энергии до 300 Мэв на основе анализа, базирующегося на дисперсионных соотношениях, получены численные оценки поляризации. Из этих оценок следует, что максимальное значение поляризации P^0 достигает величины около 30% вблизи 250 Мэв. Проверка этого предсказания может быть весьма существенной для всего анализа. Измерение P^0 при более высоких энергиях может служить проверкой предположения о дифракционном характере $\gamma - p$ -рассеяния ⁷³. P^0 обращается в нуль в пренебрежении действительными частями амплитуд R_i по сравнению с мнимыми.

Аналогично упругому мезон-нуклонному рассеянию и фоторождению пионов только привлечение поляризованной мишени позволяет в рассматриваемом случае произвести измерение компонент тензора деполяризации D_{ik} . С помощью (10,1) для отличных от нуля компонент тензора D_{ik} нетрудно получить следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} 4\sigma_0 D_{nn} &= [|R_1 + R_2|^2 - |R_3 + R_4|^2 - 4 \operatorname{Re} (R_3 + R_4)^* (R_5 + R_6)] (1 + \cos \theta)^2 + \\ &+ [|R_1 - R_2|^2 - |R_3 - R_4|^2 + 4 \operatorname{Re} (R_3 - R_4)^* (R_5 - R_6)] (1 - \cos \theta)^2 - \\ &- 2 |R_5 - R_6|^2 (1 - \cos \theta)^3 - 2 |R_5 + R_6|^2 (1 + \cos \theta)^3, \\ 2\sigma_0 (D_{ll} - D_{nn}) &= [2 |R_3 + R_4 + (R_5 + R_6) (1 + \cos \theta)|^2 - \\ &- (|R_3 + R_4|^2 + |R_3 - R_4|^2) (1 - \cos \theta)] (1 + \cos \theta), \\ 2\sigma_0 (D_{mm} - D_{nn}) &= [2 |R_3 - R_4 - (R_5 - R_6) (1 - \cos \theta)|^2 - \\ &- (|R_3 + R_4|^2 + |R_3 - R_4|^2) (1 + \cos \theta)] (1 - \cos \theta), \\ 2\sigma_0 D_{lm} &= \operatorname{Re} [(R_1 + R_2)^* (R_3 + R_4) (1 + \cos \theta) + \\ &+ (R_1 - R_2)^* (R_3 - R_4) (1 - \cos \theta)] \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (10,4)$$

Выражения для поляризационных тензоров через инвариантные амплитуды были получены в работе ⁷⁴. В пределе малых энергий

$$D_{ik} \rightarrow i\delta_{ik}.$$

С ростом энергии D_{nn} , D_{ll} , D_{mm} убывают по величине. Оценки, основанные на результатах ⁷², приводят к тому, что параметр D_{nn} (90°), равный примерно 0,60 при энергии γ -квантов 75 Мэв, меняет свой знак несколько ниже порога, а в области энергий 150—225 Мэв достигает значений около $-0,30$. Величина D_{nn} в области углов рассеяния γ -квантов около 180° , убывая с ростом энергии от начального значения, равного 1, меняет знак ниже порога рождения пионов, а в области около 200 Мэв достигает значений около $-0,8$. Энергетическая зависимость всех компонент тензора D_{ik} , особенно в области малых углов рассеяния, характеризуется заметным околороговым эффектом.

Экспериментальное исследование компонент тензора деполяризации представляется необходимым для более глубокого понимания механизма протонного комптон-эффекта. Измерение компонент D_{ik} в области больших энергий γ -квантов явится хорошим методом исследования нуклонных изобар. Преодоление трудностей с малыми энергиями частиц отдачи позволило бы измерить компоненты D_{ik} существенно ниже порога и получить дополнительные сведения о поляризуемости нуклонов.

Исследование поляризационных эффектов в рассеянии γ -квантов протонами позволило бы провести полный феноменологический анализ этого процесса.

Близкое положение имеет место для рассеяния электронов высоких энергий нуклонами. Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные укладываются в рамки однофотонного приближения. Дальнейшее увеличение энергии частиц и величины передаваемого импульса на новых ускорителях позволяет продвинуться дальше в изучении структуры нуклонов. Исследование поляризационных эффектов в $e - p$ -рассеянии, представляя возможность для прямой проверки принимаемых приближений, с другой стороны, дает возможность повысить точность данных о формфакторах частиц.

Ввиду отсутствия симметрии между электроном (частица 1) и нуклоном (частица 2) в случае электрон-нуклонного рассеяния разрешены синглет-триплетные переходы. В e^2 -приближении возникают существенные упрощения. Так обращаются в нуль поляризации протонов и электронов P_2^0 и P_1^0 . Для описания изменения поляризации при столкновении необходимо вводить тензоры $D_{ik}^{(1)}$, $D_{ik}^{(2)}$, $K_{ik}^{(1)}$ и $K_{ik}^{(2)}$, определенные в (7,60) — (7,63). Тензор D_{ik} определяет поляризацию рассеянных электронов P_1' , когда поляризованный пучок электронов (поляризация P_1) рассеивается на неполяризованной мишени. Тензор D_{ik}^3 определяет поляризацию нуклонов отдачи P_2' после рассеяния неполяризованных электронов на поляризованной протонной мишени (поляризация P_2). Тензор $K_{ik}^{(1)}$ определяет поляризацию нуклона отдачи P_2' после рассеяния поляризованного пучка электронов (с поляризацией P_1) на неполяризованной мишени. Тензор $K_{ik}^{(2)}$ определяет поляризацию P_1' рассеянных электронов после соударения неполяризованных электронов с поляризованной протонной мишенью. В силу (7,67) и (7,68) $D_{nn}^{(1)} = D_{nn}^{(2)}$ и $K_{nn}^{(1)} = K_{nn}^{(2)}$.

Ввиду обращения в e^2 -приближении P_2^0 в нуль измерение лево-правой асимметрии рассеяния протонов отдачи в случае протонной мишени, поляризованной нормально к плоскости рассеяния, прямо дает значение D_{nn} . В более общем случае (см. § 8) эта асимметрия дается выражением, пропорциональным

$$P_2^0 + D_{nn}P_2.$$

Общая структура тензоров D_{ik} , K_{ik} имеет вид

$$D_{ik}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = D_{nn}n_in_k + D_{ll}l_il_k + D_{mm}m_im_k + D_{lm}l_im_k + D_{ml}m_il_k. \quad (10,5)$$

Требования T -инвариантности приводят (аналогично тому, как это получено в § 7) к соотношениям

$$\left. \begin{aligned} D_{ik}^{(1)}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= D_{ki}^{(2)}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'), \\ K_{ik}^{(1)}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) &= K_{ki}^{(2)}(-\mathbf{k}, -\mathbf{k}'), \end{aligned} \right\} \quad (10,6)$$

откуда вытекает, что

$$\left. \begin{aligned} D_{lm}^{(1)(2)} &= -D_{ml}^{(1)(2)}, \quad K_{ll}^{(1)} = K_{ll}^{(2)}, \quad K_{mm}^{(1)} = K_{mm}^{(2)}, \\ K_{lm}^{(1)} &= -K_{ml}^{(2)}, \quad K_{lm}^{(2)} = -K_{ml}^{(1)}. \end{aligned} \right\} \quad (10,7)$$

Подробные расчеты поляризационных эффектов в $e-p$ -рассеянии в e^2 -приближении были проведены в работе ⁷⁵. Из результатов этой работы следует, что $K_{nn}^{(1)} = K_{nn}^{(2)} = 0$, а параметр D_{nn} равен

$$D_{nn} = 1 - \frac{q^2}{2M^2} (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \left[1 + \frac{\mu^2 q^2}{4M^2} + \frac{q^2}{2M^2} (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right]^{-1}, \quad (10,8)$$

где $\mu = F_2/F_1$, F_1 и F_2 — дираковский и паулиевский формфакторы нуклона соответственно, а другие обозначения стандартны. В работе ⁷³ получены выражения и для других компонент тензоров D_{ik} и K_{ik} .

Перейдем теперь к рассмотрению рассеяния поляризованных электронов поляризованными протонами. Ввиду обращения в нуль P_1^0 и P_2^0 общее выражение (7,26) для сечения рассеяния электронов, поляризованных ортогонально плоскости рассеяния ($\mathbf{P}_1 = P_1 \mathbf{n}$) на протонной мишени с поляризацией $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{n}$, обращается в

$$\sigma_{nn} = \sigma_0 (1 + C_{nn} P_1 P_2). \quad (10,9)$$

Измерение сечений рассеяния при двух направлениях поляризации мишени прямо дает C_{nn} при произвольных углах рассеяния. Ввиду того, что ультрарелятивистские электроны поляризованы продольно, величина C_{nn} оказывается порядка отношения масс сталкивающихся частиц, так что отличие σ_{nn} от σ_0 , конечно, более заметно при рассеянии на протонах мюонов.

Рассеяние поляризованных электронов на поляризованных протонах в e^2 -приближении было теоретически рассмотрено в работах ^{76,77}. Ввиду продольности электронов высоких энергий к особенно заметным эффектам приводит комбинация продольно-поляризованного пучка и поляризованной мишени с ориентацией в плоскости рассеяния (по направлению векторов \mathbf{k} и $[\mathbf{n}\mathbf{k}]$). В ⁷⁶ показано, что сечение рассеяния поляризованного пучка электронов на поляризованной протонной мишени в лабораторной системе имеет следующий вид:

$$\sigma_{P_1 P_2} = \sigma_0 [1 + (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 \mathbf{k}) M_{11} + (\mathbf{P}_1 \mathbf{k}) (\mathbf{P}_2 [\mathbf{n}\mathbf{k}]) M_{13}], \quad (10,10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{\left[1 + \eta \mu^2 + 2\eta (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] |F_1|^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4M^2 \xi^2 \left(1 + 2\xi \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin^4 \frac{\theta}{2}}, \\ M_{11} &= [\eta (1 - \mu + \xi^{-1}) - \xi] \varrho \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \quad M_{13} = \varrho \eta (\xi^{-1} - \mu), \\ \varrho &= \frac{2(1 + \mu) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{1 + \eta \mu^2 + 2\eta (1 + \mu)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}}, \quad \xi = \frac{\epsilon_1}{M}, \quad \eta = \frac{q^2}{4M^2}. \end{aligned} \right\} \quad (10,10')$$

Измерение сечений $e-p$ -рассеяния (в области применимости e^2 -приближения) с поляризованными частицами также позволяет повысить точность данных о формфакторах (особенно магнитном) и проверить справедливость приближения.

Эксперименты с μ -мезонами позволяют увеличить точность сопоставления электромагнитных свойств лептонов.

Измерение сечений $\pi-p$ - и $N-N$ -рассеяния на поляризованной мишени в области предельно высоких энергий является в высшей степени необходимым экспериментом для проверки гипотез о поведении матрицы рассеяния. Без использования поляризованных мишеней проведение подобных исследований крайне затруднено.

В качестве примера можно указать на возможность выяснения в подобных опытах характера дифракционного рассеяния^{78,79}. Дифракция с мнимыми фазовыми сдвигами, без преломления волн, характеризуется тем, что в амплитуде $\pi-N$ -рассеяния (8,1) величина $a(\theta)$ мнима, а $b(\theta)$ действительна. Для $N-N$ -рассеяния в том же приближении все амплитуды a , b , e и f в (7,3) мнимы, а величина c действительна. При этом $P^0 = 0$, и сечение рассеяния неполяризованного пучка на поляризованной мишени не отличается от сечения рассеяния неполяризованных частиц. Поляризация P^0 обращается в нуль также и при справедливости асимптотической γ_5 -инвариантности⁸⁰. В рамках теории с полюсами Редже возникают вполне определенные предсказания для поляризационных эффектов⁸¹. В асимптотической области энергий, где справедлива теорема Померанчука⁸², должны иметь место соотношения между поляризациями частиц в перекрестных процессах^{83,84}. Так, поляризация в $\pi^- - p$ -рассеянии должна быть равна с обратным знаком поляризации в $\pi^+ - p$ -рассеянии:

$$P^0(\pi^+p) = -P^0(\pi^-p).$$

Аналогично, например,

$$P_\Sigma^0(\pi^+p \rightarrow \Sigma^+K^+) = -P_\Sigma^0(K^-p \rightarrow \Sigma^+\pi^-),$$

а поляризация нуклонов в нуклонном комптон-эффекте и в процессе перезарядки пионов

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n,$$

а также поляризация Ξ -гиперона в реакции

$$K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$$

стремятся к нулю.

Исследования поляризационных эффектов в области сверхвысоких энергий только начинаются. И здесь поляризованная мишень позволяет проводить исследования, результаты которых содержат новую информацию, подчас недоступную без использования этой техники.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. Abragam, M. Borghini, P. Catillon, J. Coustham, P. Roubreau, T. Thirion, Phys. Letts. **2**, 310 (1962); П. Драгическу, М. Драгическу, В. И. Луцкий, Б. С. Неганов, Л. Б. Парфенов, препринт ОИЯИ Р-1626, Дубна, 1964.
2. O. Chamberlain, C. D. Jeffries, C. H. Shultz, G. Sapiro, L. Van Rossum, Phys. Letts. **7**, 293 (1963).
3. H. Steiner, J. Arens, F. Betz, O. Chamberlain, B. Dieterle, P. Grannis, M. Hansreil, C. Shultz, Bull. Amer. Phys. Soc. **9**, 95 (1964).
4. Г. Р. Хуцшвили, УФН **71**, 9 (1960); M. Borghini and A. Abragam, Suppl. Helv. Phys. Acta **6**, 143 (1961); A. A. Абрагам, Ядерный магнетизм,

- М, ИЛ, 1963, O S. Leifson and S D Jeffries, *Phys Rev* **122**, 1781 (1961), S D Jeffries, *Dynamical Nuclear Orientation Interscience Publ*, 1963, A Abragam, M Borghini, *Progr Low Temp Phys* **4**, 384 (1964)
- 5 C Schultz, O Chamberlain, G Shapiro, *Bull Amer Phys Soc* **9**, 95 (1964)
 - 6 J Ashkin, J P Blaser, A Buiger, J Kunze, T A Romanowski, *Proc 1956 Ann Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1958, стр 42
 - 7 И М Василевский, В В Вишняков, *ЖЭТФ* **38**, 1644 (1960)
 - 8 E Rogers, O Chamberlain, R Foote, H Steiner, C Wiegand and T Ypsilantis, *Revs Mod Phys* **33**, 356 (1961)
 - 9 Y S Kim, *Phys Rev* **129**, 862 (1963)
 - 10 С М Биленький, Р М Рындин, *ЖЭТФ* **35**, 827 (1958)
 - 11 S M Bilenky, *Nuovo cimento* **10**, 1049 (1958)
 - 12 Э И Долинский, *ЖЭТФ* **35**, 1293 (1958)
 - 13 R H Capps, *Phys Rev* **115**, 786 (1959)
 - 14 A Bohr, *Nucl Phys* **10**, 486 (1959)
 - 15 L Wolfenstein, *Phys Rev* **75**, 1664 (1949)
 - 16 L Wolfenstein, J Ashkin, *Phys Rev* **85**, 947 (1952)
 - 17 R H Dalitz, *Proc Phys Soc A* **65**, 175 (1952)
 - 18 A Simon, *Phys Rev* **92**, 1050 (1953)
 - 19 А Базь, *ЖЭТФ* **32**, 628 (1957)
 - 20 Л И Лapidус, *ЖЭТФ* **33**, 204 (1957)
 - 21 М И Широков, *ЖЭТФ* **33**, 975 (1957)
 - 22 O C Wicks, *Annual Review of Nuclear Science* **8**, 1 (1958) (см перевод УФН **68**, 201 (1959))
 - 23 П Мэтьюс, *Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц*, М, ИЛ, 1959
 - 24 N Kemmer, J C Polkinghorne, D L Pursey, *Reports on Progress in Physics* **22**, 368 (1959)
 - 25 Л Д Ландау, Е М Лифшиц, *Квантовая механика*, М, Физматгиз, 1963, стр 58—61
 - 26 U Fano, *Revs Mod Phys* **29**, 74 (1957)
 - 27 J W Cronin, O E Overseth, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 453
 - 28 F S Crawford — *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 827
 - 29 L Gray, E Harth, J Leinter et al, *Nuovo cimento* **28**, 179 (1963)
 - 30 E Beall et al, *Phys Rev Letts* **8**, 75 (1962)
 - 31 R W Birge, W B Fowler, *Phys Rev Letts* **5**, 524 (1960)
 - 32 E Boldt et al, *Phys Rev Letts* **1**, 256 (1958)
 - 33 L Bertanza et al, *Phys Rev Letts* **8**, 332 (1962)
 - 34 F S Crawford, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 270, 1962
 - 35 B Cork, L Keith, W A Wentzel, J W Cronin, R L Cool, *Phys Rev* **120**, 100 (1960)
 - 36 C Balray, H Courant et al, *Revs Mod Phys* **33**, 374 (1962)
 - 37 H K Ticho, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 436
 - 38 S M Bilenky, R M Ryndin, *Phys Letts* **6**, 217 (1963)
 - 39 R H Dalitz, *Proc of the Sixth Annual Rochester Conference on High Energy Physics*, Interscience Publishers, New York, 1956
 - 40 G A Snow, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 795
 - 41 a) M M Block et al, *Phys Rev Letts* **3**, 291 (1959), b) M M Block et al, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 371
 - 42 R H Dalitz, B W Downs, *Phys Rev* **111**, 967 (1958)
 - 43 H Courant et al, *Phys Rev Letts* **10**, 409 (1963)
 - 44 C Alef et al, *Bull Amer Phys Soc* **8**, 514 (1963)
 - 45 G Feinberg, *Phys Rev* **109**, 1019 (1958)
 - 46 G Feldman, T Fulton, *Nucl Phys* **8**, 106 (1958)
 - 47 M FerroLuzzi, R Tripp, M Watson, *Phys Rev Letts* **8**, 28, 175 (1962)
 - 48 R H Capps, *Proc of 1962 Intern Conf on High Energy Phys at CERN*, 1962, стр 401
 - 49 O Chamberlain, E Segre, R D Tripp, C Wiegand, T Ypsilantis, *Phys Rev* **105**, 288 (1957), И М Василевский, В В Вишняков, Е Илиеску, А А Тяпкин, *ЖЭТФ* **39**, 889 (1960), I V Allaby, A Ashmore, A N Diddens, I Eodes, G B Huxtable, K Skarsvag, *Proc Phys Soc* **77**, 234 (1961)

50. I. Palmeri, A. M. Cormack, N. F. Ramsey, R. Wilson, *Ann. of Phys.* **5**, 299 (1958); G. F. Hwang, T. R. Ophel, E. H. Thorndike, R. Wilson, *Phys. Rev.* **352** (1960); B. Rose, *Proc. 1960 Ann. Intern. Conf. at Rochester*, 1960, p. 100; L. Birde, D. N. Edwards, B. Rose, A. C. Taylor, E. Wood, *Phys. Rev. Letts.* **4**, 302 (1960); *Nucl. Phys.* **42**, 280 (1963); E. H. Thorndike, I. Lefrancois, W. Shaer, R. Wilson, *Phys. Rev.* **120**, 1819 (1960); W. H. Hess, *Rev. Mod. Phys.* **30**, 368 (1958); A. F. Kuckes, R. Wilson, *Phys. Rev.* **121**, 1226 (1961); S. Hee, R. Wilson, *Prog. Report Harvard*, 1962; O. N. Jarvis, B. Rose, I. P. Scanlon, E. Wood, *Nucl. Phys.* **42**, 294 (1963); R. A. Hoffman, I. Lefrancois, E. H. Thorndike, R. Wilson, *Phys. Rev.* **125**, 973 (1962); G. N. Stafford, G. Whitehead, *Proc. Phys. Soc.* **79**, 430 (1962); C. Caverzasio, K. Kurada, A. Michalowitz, *J. phys. et radium* **22**, 628 (1961).
51. K. Gotow, E. Heer, *Phys. Rev. Letts* **5**, 111 (1960); W. H. Hess, *Revs. Mod. Phys.* **30**, 368 (1951); E. Baskiz, E. H. Hafner, A. Roberts, I. H. Tinlot, *Phys. Rev.* **106**, 564 (1957); I. H. Tinlot, R. E. Werner, *Phys. Rev.* **124**, 890 (1961); A. C. England, W. A. Gibson, K. Gotow, E. Heer, I. H. Tinlot, *Phys. Rev.* **124**, 561 (1961).
52. Н. П. Богачев, И. К. Взорев, *ДАН СССР* **99**, 931 (1954); Н. П. Богачев, *ДАН СССР* **108**, 806 (1956); Я. М. Селектор, С. Я. Никитин, Е. Г. Богомолов, С. М. Замбовский, *ДАН СССР* **99**, 967 (1957); М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **31**, 361 (1956); М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **33**, 37 (1957); Ю. П. Кумекин, М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **35**, 398 (1958); Ю. П. Кумекин, М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **38**, 1451 (1960); Ю. П. Кумекин, М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **43**, 166 (1962); В. И. Никаноров, Г. Петер, А. Ф. Писарев, Х. Поэе, *ЖЭТФ* **42**, 1209 (1962); Б. М. Головин, В. П. Желепов, Р. Я. Зулькарнеев, Цуй Ва-гуан, *ЖЭТФ* **44**, 142 (1963); В. П. Желепов и др., *ДАН СССР* **104**, 380 (1955); Б. С. Неганов, О. В. Савченко, *ЖЭТФ* **32**, 1265 (1957); М. Г. Мещеряков, Б. С. Неганов, *ДАН СССР* **100**, 677 (1955); А. Дунайцев, Ю. Прокошкин, *ЖЭТФ* **36**, 1656 (1959); Л. М. Сороко, *ЖЭТФ* **35**, 276 (1958).
53. L. H. Johnson, D. A. Swenson, *Phys. Rev.* **111**, 212 (1958); C. J. Batty, R. S. Gilmore, G. H. Stafford, *Phys. Lett.* **2**, 109 (1962); Nisimura, Sanada, Hayashi, Kobagashi, Worth, Imada, Fukunaga, Hasai, Ryn, Snug, Hiratate, *JNSJ245*; Hoshizaki, Otsuki, Tamagaki and Watari, *Progr. Theor. Phys.* **29**, 617 (1963); K. Nisimura, J. Sanada, P. Catillon, K. Fukunaga, T. Hasegawa, H. Hasai, N. Ray, D. C. Worth, H. Imada, *Prog. Theor. Phys.* **30**, 719 (1963); T. C. Griffith, D. C. Imrie, G. I. Lush, A. J. Metheringham, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 444 (1963).
54. Л. Д. Пузиков, Р. М. Рындин, Я. А. Смородинский, *ЖЭТФ* **32**, 592 (1957); Р. М. Рындин, диссертация ОИЯИ, 1957.
55. См., например, М. Н. MacGregor, M. Moravisk, H. Stapp, *Annual Review of Nuclear Science* **10**, 291 (1960); M. H. MacGregor, *Phys. Rev.* **123**, 2154 (1961); M. H. Hull, K. E. Lassila, H. M. Ruppel, F. A. McDonald, G. Breit, *Phys. Rev.* **122**, 1606 (1961); L. Lapidus, *Intern. Conf. on High Energy Phys. at CERN*, 1962 p. 726; N. Hoshizaki, S. Mashida, *Prog. Theor. Phys.* **29**, 49 (1963); Ю. М. Казаринов, И. Н. Силин, *ЖЭТФ* **43**, 692, 1385 (1962); Р. Я. Зулькарнеев, И. Н. Силин, *ЖЭТФ* **45**, 664 (1963); И. Быстрицкий, Р. Я. Зулькарнеев, *ЖЭТФ* **45**, 1169 (1963); Л. С. Ажгирей, Н. П. Клепиков, Ю. П. Кумекин, М. Г. Мещеряков, С. Б. Нурушев, Г. Д. Столетов, *ЖЭТФ* **45**, 1174 (1963); Y. Нама, N. Hoshizaki, Kyoto Univ. RIFP-30, Kyoto (1963); Y. Нама, N. Hoshizaki, Kyoto Univ. RIFP-31, Kyoto (1963).
56. Я. А. Смородинский, Труды IX (1959) Международной конференции по физике частиц высоких энергий. М., 1961, стр. 201; C. R. Schumacher, H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **121**, 1534 (1961).
57. L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **96**, 1654 (1954).
58. S. Bilenky, R. Ryndin, *Phys. Letts.* **6**, 217 (1963).
59. R. I. N. Phillips, *Nucl. Phys.* **43**, 413 (1963).
60. П. Виятерниц, препринт ОИЯИ, P-1484, 1963.
61. Л. Ф. Кириллова, В. А. Никитин, А. А. Номофилов, В. А. Свиридов, Л. Н. Стрельцов, М. Шафранова, *ЖЭТФ* **45**, 1261 (1963).
62. Ю. В. Таран, Ф. Л. Шапиро, *ЖЭТФ* **44**, 2185 (1963).

63. G. Breit, M. M. Hull, K. E. Lassila, K. D. Pyatt and M. M. Ruppel, *Phys. Rev.* **128**, 826, 830 (1962).
64. Ю. М. Казаринов, И. Н. Силин, *ЖЭТФ* **43**, 1385 (1962).
65. Ю. М. Казаринов, В. С. Киселев, И. Н. Силин, *ЖЭТФ* **45**, 637 (1963).
66. M. Moravcsik, *Phys. Rev.* **125**, 1088 (1962); см. также K. M. Watson, *Phys. Rev.* **95**, 228 (1954); T. Nakano, K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.* **8**, 53 (1952); K. Aidzu, *Lecture at the Intern. Conf. on Theor. Phys.*, 1953, Kyoto, Japan, стр. 200; E. Fermi, *Suppl. Nuovo cimento* **1**, 17 (1955); M. Kawaguchi, S. Minami, *Prog. Theor. Phys.* **12**, 789 (1954); M. Gell-Mann, K. M. Watson, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **4**, 219 (1954); А. А. Логунов, А. Н. Тавхелидзе, *ЖЭТФ* **32**, 1393 (1957).
67. Л. И. Липидус, *ЖЭТФ* **34**, 922 (1957).
68. Б. Б. Говорков, В. И. Гольдманский, О. А. Карпухин, А. В. Куценко, В. В. Павловская, *ДАН СССР* **111**, 988 (1956); G. Bernardini, A. O. Hanson, A. C. Odian, T. Kamagata, L. B. Auerbach, I. Filosofo, *Nuovo cimento* **18**, 1203 (1959); L. G. Hyman, R. Ely, D. H. Frish, M. A. Wahlig, *Phys. Rev. Letts.* **3**, 93 (1959); R. H. Littauer, I. W. De Wire, M. Feldmann, *Bull. Amer. Phys. Soc.* **4**, 253 (1959); В. И. Гольдманский, О. А. Карпухин, А. В. Куценко, В. В. Павловская, *ЖЭТФ* **38**, 1695 (1960); В. В. Павловская, *Диссертация* (ФИАН, 1961); П. С. Баранов, Л. И. Словохотов, Г. А. Сокол, Л. Н. Штарков, *ЖЭТФ* **41**, 1713 (1961); I. W. de Wire, M. Feldmann, V. L. Highland, R. Littauer, *Phys. Rev.* **124**, 909 (1961). R. F. Stiening, F. Loh, M. Deutsch, *Phys. Rev. Letts.* **10**, 536 (1963).
69. В. И. Ритус, *ЖЭТФ* **33**, 1264 (1957); R. E. Prange, *Phys. Rev.* **110**, 240 (1958).
70. Л. И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао, *ЖЭТФ* **38**, 201 (1960).
71. M. Jacob, I. Mathews, *Phys. Rev.* **117**, 854 (1960).
72. Л. И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао, *ЖЭТФ* **41**, 1546 (1961); Л. И. Липидус, *Диссертация* (ОИЯИ, 1961); R. H. Capps, *Phys. Rev.* **106**, 1031 (1957); **108**, 1032 (1957); A. P. Contogouris, *Phys. Rev.* **124**, 912 (1961); A. P. Contogouris, *Nuovo cimento* **25**, 1041 (1962); **21**, 674 (1961); A. C. Hearn, E. Leader, *Phys. Rev.* **126**, 789 (1962); V. F. Müller, *Proc. 1962 Intern. Conf. on High Energy Phys. at CERN*, стр. 222; *Z. Phys.* **170**, 114 (1962); Н. Ф. Нелипа, Л. В. Фильков, *Proc. 1962 Intern. Conf. on High Energy Phys. at CERN*, стр. 225; A. P. Contogouris, A. Verganelaris, *Phys. Lett.* **6**, 103 (1963); D. Holliday, *Ann. of Phys.* **24**, 289 (1963); S. K. Kundu, M. Yonezawa, *Nucl. Phys.* **44**, 499 (1963); S. Kundu, *Nuovo cimento* **31**, 918 (1964).
73. Y. Yamaguchi, *Prog. Theor. Phys.* **12**, 111 (1954); S. Minami, Y. Yamaguchi, *Nuovo cimento* **17**, 651 (1957); S. Minami, *Nuovo cimento* **21**, 401 (1961).
74. Г. В. Фролов, *ЖЭТФ* **39**, 1829 (1960).
75. Г. В. Фролов, *ЖЭТФ* **34**, 764 (1958); *ЖЭТФ* **40**, 296 (1961).
76. А. И. Ахизер, Л. Н. Розенцвейг, И. М. Шмушкевич, *ЖЭТФ* **33**, 765 (1957).
77. I. A. Scofield, *Phys. Rev.* **113**, 1599 (1959).
78. Л. И. Липидус, *ЖЭТФ* **34**, 1148 (1958).
79. N. Hoshizaki, S. Mashida, *Prog. Theor. Phys.* **29**, 44 (1963).
80. А. А. Логунов, В. А. Мещеряков, А. Н. Тавхелидзе, *Proc. 1962 Inter. Conf. on High Energy Phys. at CERN*, p. 151.
81. В. Н. Грибов, И. Я. Померанчук, *Phys. Rev. Letts.* **8**, 412 (1962); Y. Nara, *Phys. Letts.* **2**, 246 (1962); H. Uberall, *Phys. Letts.* **3**, 323 (1963); Itsicson, M. Jacob, *Nuovo cimento* **28**, 250 (1963); В. Н. Грибов, *ЖЭТФ* **43**, 1529 (1962); Д. В. Волков, В. Н. Грибов, *ЖЭТФ* **44**, 1068 (1963); М. П. Рекало, *ЖЭТФ* **45**, 1114 (1963).
82. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **34**, 725 (1958).
83. И. И. Левинтов, *ЖЭТФ* **42**, 191 (1962).
84. С. М. Биленький, Нгуен Ван Хьеу, Р. М. Рындин, *ЖЭТФ* **46**, 1098 (1964).
85. В. П. Канавец, И. И. Левинтов, Б. В. Морозов, М. Д. Шафранов, *ЖЭТФ* **45**, 1272 (1963).

