1963 г. Июль Т. LXXX, вып. 3

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ТЕОРИЯ РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ, СОЗДАННАЯ А. А. ФРИДМАНОМ

Я. Б. Зельдович

§ 1. История открытия Фридманом нестационарности Вселенной 357
§ 2. Прошлое и будущее в теории Фридмана 359
§ 3. Элементарный вывод закона расширения 360
§ 4. Случай произвольного уравнения состояния 363
§ 5. Структура Вселенной как целого 366
§ 6. Плотность вещества 367
§ 7. Наблюдательное исследование структуры. Горизонт 367
§ 8. Нейтрино и электромагнитное излучение 370
§ 9. Метрика расширяющейся Вселенной 372
§ 10. Кривизна пространства, сверхсветовая скорость, модель Милна . . . 373
§ 11. Красное смещение или старение квантов 374
§ 12. Красное смещение. Точная формула и физическая интерпретация 376
§ 13. Электрический заряд во Вселенной 379
§ 14. Зарядовая несимметрия 380
§ 15. Масса замкнутого мира 380
§ 16. Постановка вопроса о начальном состоянии 382
§ 17. Варианты начальных условий 383
§ 18. Неоднородность плотности и случайное движение 385
§ 19. Гравитационная неустойчивость 387
§ 20. Заключение 389

§ 1. ИСТОРИЯ ОТКРЫТИЯ ФРИДМАНОМ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ВСЕЛЕННОЙ

Данная статья приурочена к 75-летию со дня рождения А. А. Фридмана, которое исполнилось 17 июня 1963 г.

Прошло около 40 лет со времени опубликования двух коротких статей, в которых на основе общей теории относительности дается нестационарное решение космологической проблемы или, говоря проще и короче, предлагается теория расширяющейся Вселенной. Вскоре, в 1925 г., Фридман умер, раньше чем астрономические наблюдения подтвердили его теорию. По свидетельству академика В. А. Фока, переводившего работу Фридмана на немецкий язык для «Zeitschrift für Physik», автор не был уверен, что мир действительно устроен в соответствии с найденными им решениями *).

Правильная теория не только объясняет известные факты, но и предсказывает новые явления. Классический пример, который всегда приводят в этой связи,— предсказание существования планеты Нептун, сделанное астрономом Леверье **). Но Леверье пользовался небесной

---

*) См. ст. В. А. Фока в этом номере УФН на стр. 353.

**) Менее известно, что, кроме планеты, расположенной за орбитой Урана (т. е. Нептуна), Леверье предсказал еще существование планеты, орбита которой находится внутри орбиты Меркурия. В действительности такой планеты нет. Аномалии в движении Меркурия, на которых основывался Леверье, объясняются эффектами общей теории относительности.

механикой, которая еще до его работы была блестяще разработана и подтверждена.

Между тем работа Фридмана была первым (сейчас можно добавить: единственным) правильным применением общей теории относительности к космологии.

Общая теория относительности основана на специальной теории и принципе равенства тяжелой и инертной масс. В теории Фридмана делается единственное дополнительное предположение, что Вселенная в среднем однородна и изотропна; в окрестности солнечной системы и нашей Галактики с определенной плотностью распределены другие галактики *), имеется определенная средняя плотность вещества; предполагается, что и на любом расстоянии, в любом другом месте физические условия в среднем такие же.

Наша Галактика не является какой-то избранной, центральной во Вселенной, точно так же как не являются избранными ни Земля, ни Солнце. Далее, движение галактик должно быть таким, чтобы оно не нарушало однородности и изотропности пространства, т. е. одинаковости условий во всех точках пространства и равноценности всех пространственных направлений в данной точке.

Из такого минимального количества предпосылок теоретически был получен грандиозный вывод: галактики не могут быть в покое друг относительно друга**). Относительные скорости движения двух объектов возрастают пропорционально расстоянию между ними.

В настоящее время максимальная скорость удаления, зарегистрированная для далеких галактик, составляет 0,3 ÷ 0,4 скорости света, т. е. порядка 100 000 *км/сек*.

Эта скорость определяется по допплеровскому смещению спектральных линий.

Есть шуточный рассказ о том, как Роберт Вуд, проехав светофор на красный свет, объяснял полисмену, что из-за допплер-эффекта он воспринимал свет как зеленый. Но в спектрах далеких галактик действительно линии, соответствующие сине-зеленой части спектра, попадают в красную область, в видимой части спектра наблюдаются линии, которые в обычных лабораторных условиях лежат в ультрафиолете.

Рассматривая это явление с классической точки зрения, можно сказать, что кинетическая энергия движения далеких объектов гигантски велика, эта кинетическая энергия во много раз превышает энергию любых известных ядерных реакций (за исключением реакций аннигиляции).

Таким образом, теория Фридмана предсказала грандиозное явление, масштаб которого в миллиарды раз больше масштаба явлений в солнечной системе.

Поэтому без преувеличения можно говорить о великом научном подвиге Фридмана; его работа является основой всей современной космологии, общенаучное значение этой работы не меньше значения знаменитых гидродинамических работ Фридмана.

Значение и нетривиальность работы Фридмана выступают еще ярче, когда знакомишься с работами по космологии других ученых, и в частности, творца теории относительности Альберта Эйнштейна.

---

*) Галактики — скопления звезд (10^9—10^{12} звезд), подобные скоплению, видимому как Млечный Путь, к которому принадлежит наша солнечная система.

**) В принципе возможно равенство нулю скорости в определенный момент времени, однако ускорение всегда отлично от нуля. Поэтому мгновенное $v=0$ в такой же мере не является покоем, как и обращение в нуль скорости камня, брошенного вертикально вверх, в верхней точке траектории.

Эйнштейн исходил из предвзятой точки зрения, что Вселенная должна быть стационарной т. е. в среднем неизменной с течением времени. Когда оказалось, что уравнения не дают такого решения, он стал произвольно менять уравнения общей теории относительности (грубо говоря, ввел нечто вроде отрицательной плотности и отрицательного давления в пустоте) только с тем, чтобы спасти стационарность. Кстати, стационарность решения Эйнштейна оказалась иллюзорной: выяснилось, что его решение неустойчиво относительно малых возмущений.

Когда появились работы Фридмана, Эйнштейн отнесся к ним отрицательно. Только после разъяснений Круткова, приехавшего в Берлин с письмом Фридмана, он признал эти работы.

Через несколько лет, в 1929 г., последовало экспериментальное подтверждение нестационарности Вселенной, всеобщего разбегания туманностей.

В 1935 г., в книжке «Сущность теории относительности» Эйнштейн, подводя итог, отмечает правильность концепции Фридмана и подчеркивает, что изменение уравнений, которое он сам производил, было ошибкой.

Работы Фридмана опубликованы в 1922—1924 гг. в период больших трудностей. «Россия во мгле» — вот впечатление Герберта Уэллса о Москве и Петрограде 1921 г. В том же номере журнала, где опубликована работа Фридмана, помещено обращение к немецким ученым — собрать научную литературу для русских коллег, которые были отрезаны от нее во время войны и революции. В этих условиях создание теории огромного значения было подвигом не только научным, но и общечеловеческим.

Предлагаемая статья адресована широкому кругу читателей, отнюдь не специализирующихся в области астрономии. С одной стороны, в нее включен материал, который может считаться общеизвестным, содержащийся в таких учебниках, как «Теория поля» Ландау и Лифшица. С другой стороны, в популярной статье можно отказаться от библиографии, поскольку не предполагается полнота изложения всех имеющихся в литературе взглядов и утверждений.

Подробная библиография дана в сб. «Строение звездных систем» (М., ИЛ, 1963). Работы автора см. в сб. «Вопросы космогонии», т. IX (М., Изд-во АН СССР, 1963). Ряд вопросов подробно рассмотрен в статье Лифшица и Халатникова в настоящем выпуске УФН и в статье автора в «Успехах физических наук» (т. 78 (4), стр. 549, декабрь 1962 г.)

§ 2. ПРОШЛОЕ И БУДУЩЕЕ В ТЕОРИИ ФРИДМАНА

Как уже было сказано, теория приводит к связи между расстоянием и скоростью

$$\mathbf{u} = H\mathbf{r}, \qquad (2,1)$$

где H — так называемая постоянная Хэббла, названная по имени астронома, открывшего явление разбегания далеких галактик.

Называя H постоянной, имеют в виду, что H не зависит от расстояния между галактиками и от направления $\mathbf{r}$. Теория предсказывает, что H зависит от времени. В самом деле, при инерционном движении скорость постоянна, а расстояние увеличивается, так что H уменьшается; к этому добавляется еще влияние тяготения, также уменьшающее H.

Что говорит теория о прошлом и будущем Вселенной?

Выводы, относящиеся к прошлому, однозначны. В настоящее время происходит расширение, следовательно, раньше плотность была больше.

Величина H имеет размерность 1/*сек*. Поэтому H^{-1} представляет собой время.

При инерционном движении H^{-1} как раз и есть время, протекшее с момента, когда плотность была бесконечна.

С учетом гравитационного взаимодействия скорость расширения в прошлом была больше, чем без учета тяготения, а значит, время, протекшее с момента бесконечной плотности до сегодняшнего дня, T меньше чем H^{-1}, $T < H^{-1}$.

В теории Фридмана неизбежен вывод о том, что был момент, когда плотность была бесконечна (этот момент удобно выбрать за начало отсчета времени). Этот вывод остается в силе независимо от того, по какому закону нарастает давление при большой плотности: в однородной Вселенной давление не зависит от координат, а ведь на движение влияет только сила, равная разности давлений (градиенту давления).

Выводы из теории Фридмана относительно будущего существенно зависят от соотношения между сегодняшними значениями H (постоянной Хэббла) и средней плотности вещества ϱ.

Есть определенная критическая величина $\varrho_c = \frac{3}{8\pi}\frac{H^2}{\varkappa}$, где $\varkappa$ — ньютоновская постоянная тяготения

$$\varkappa = 6{,}7\cdot 10^{-8}\ см^3 г^{-1} сек^{-2}$$

(вывод этого выражения с помощью ньютоновской механики в следующем параграфе).

Если фактическая плотность ϱ меньше этого критического значения, $\varrho < \varrho_c$, то тяготение не сможет остановить наблюдаемое расширение: хотя расширение и будет замедляться, но оно не сменится сжатием; расстояние между двумя далекими галактиками с течением времени будет неограниченно расти.

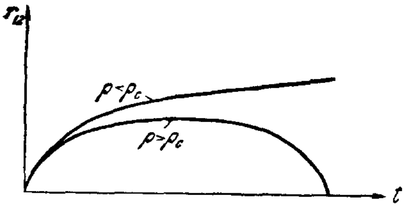

Рис. 1.

Если же плотность больше критической, $\varrho > \varrho_c$ (о фактическом положении см. в § 5), то притяжение велико и наблюдаемое в настоящее время расширение должно в будущем смениться остановкой и сжатием; вместо допплеровского «красного смещения» (разбегание) астрономы далекого будущего будут говорить о «синем» или «фиолетовом» смещении спектральных линий. В этом случае не только в прошлом, но и в будущем решение дает бесконечную плотность.

Зависимость от времени расстояния между двумя галактиками в двух случаях схематически показана на рис. 1.

§ 3. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ВЫВОД ЗАКОНА РАСШИРЕНИЯ

Общая теория относительности содержит в себе как предельный случай классическую механику вместе с ньютоновской теорией тяготения.

Рассмотрим малую область, внутри которой все скорости малы по сравнению со скоростью света c; малы и разности гравитационного потенциала внутри области (по сравнению с c^2). К такой области применимы уравнения Ньютона. При этом мы пользуемся теоремой, которая одинаково имеет место и в ньютоновской теории и в общей теории относительности: вещество, окружающее рассматриваемую область сферически-симметричным слоем, никак не влияет на процессы внутри области. Оказывается, что это утверждение обобщается и на область, мысленно вырезанную в бесконечном пространстве, заполненном веществом с постоянной плотностью.

Обратимся к «арифметике». Рассмотрим шаровую область радиуса R, внутри которой вещество с плотностью ϱ имеет в данный момент $t=t_0$ скорость, распределенную по закону

$$\mathbf{u} = H\mathbf{r}. \tag{3,1}$$

В частности, частица A на краю имеет мгновенную скорость

$$u_R = HR.$$

Ускорение этой частицы равно

$$\frac{du_R}{dt} = -\varkappa \frac{M}{R^2}, \tag{3,2}$$

где M — масса вещества, заключенного внутри рассматриваемой области

$$M = \frac{4\pi}{3}\varrho R^3. \tag{3,3}$$

С течением времени ϱ и R меняются, но M, очевидно, постоянно. Следовательно, уравнение легко проинтегрировать; умножаем слева и справа на $u_R = dR/dt$:

$$u_R\frac{du_R}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}u_R^2\right) = -\varkappa\frac{M}{R^2}\frac{dR}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{\varkappa M}{R}, \quad \frac{1}{2}u_R^2 - \frac{\varkappa M}{R} = \mathrm{const} = k. \tag{3,4}$$

Пусть читатель простит элементарность расчета: мы получили постоянство суммы кинетической и потенциальной энергий единицы массы на краю области; существенно, что при выводе не пришлось пользоваться рассуждениями о работе удаления частицы на бесконечность, которые зависели бы от того, чем окружена область.

Если в данный момент $u_R > 0$ и $k>0$, то, очевидно, u_R никогда не обратится в нуль, расширение никогда не сменится сжатием.

Подставим значения величин для $t=t_0$:

$$\frac{1}{2}u_R^2 - \frac{\varkappa M}{R} = \frac{1}{2}H^2R^2 - \varkappa\frac{4\pi}{3}R^3\varrho\frac{1}{R} = R^2\left(\frac{1}{2}H^2 - \frac{4\pi}{3}\varkappa\varrho\right) = k.$$

Итак, критическое условие

$$\frac{1}{2}H^2 - \frac{4\pi}{3}\varkappa\varrho_c = 0, \tag{3,5}$$

$$\varrho_c = \frac{3H^2}{8\pi\varkappa}. \tag{3,6}$$

Результат в точности совпадает с теорией Фридмана. Легко также найти закон изменения со временем плотности и постоянной Хэббла как для $\varrho > \varrho_c$, так и для $\varrho < \varrho_c$.

Чтобы не заниматься алгеброй, ограничимся предельным законом при малых $t \ll t_0$, когда R мало, $R(t) \ll R(t_0)$, соответственно велика скорость u_R и величиной k можно пренебречь по сравнению с большими u_R^2 и $\varkappa M/R$. Тогда

$$\frac{1}{2}u_R^2 = \frac{\varkappa M}{R}, \quad u_R = \frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2\varkappa M}{R}}, \quad \frac{2}{3}R^{3/2} = t\sqrt{2\varkappa M}. \tag{3,7}$$

Постоянная интегрирования выбрана так, чтобы при $t=0$, $R=0$, т. е. за начало отсчета времени выбран момент бесконечной плотности.

Найдем выражение плотности $\varrho(t)$. Для этого подставим

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3(t)\,\varrho(t),$$

получим

$$\varrho(t) = \frac{1}{6\pi\varkappa t^2} = \frac{8\cdot 10^5}{t^2}. \qquad (3,8)$$

Численное выражение дано для плотности в $г\cdot см^{-3}$ при t в секундах. Наконец для постоянной Хэббла получим

$$H = \frac{1}{R}\frac{dR}{dt} = \frac{2}{3}\frac{1}{t}. \qquad (3,9)$$

Рассматривалась область с вполне определенным количеством вещества M, с определенным $R(t)$. Однако результаты для таких величин, как $\varrho(t)$, $H(t)$, оказались не зависящими от выбора M и R. Это подтверждает внутреннюю согласованность расчета, подтверждает возможность обобщения расчета на бесконечное пространство.

Иногда говорят о гравитационном парадоксе в ньютоновской теории, о невозможности рассмотрения бесконечной однородной Вселенной в этой теории. В действительности есть определенный последовательный способ действий, при котором никакого парадокса не возникает. Будем сначала рассматривать шар конечного размера R с определенной плотностью ϱ и распределением скорости $\mathbf{u} = H\mathbf{r}$; решение механической задачи для него тривиально и приводит к определенной зависимости $H(t)$ и $\varrho(t)$, в которую R не входит. Следовательно, если устремить $R \to \infty$ в момент t_0 при фиксированных $H(t_0)$ и $\varrho(t_0)$, то получится правильное решение для бесконечной однородной Вселенной.

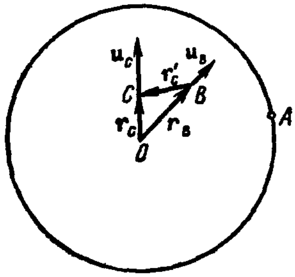

Рис. 2.

Такое решение могло бы быть получено хоть через год после формулировки Ньютоном законов механики и всемирного тяготения. В действительности такой подход был найден лишь в 1935 г. в порядке осмысливания и популяризации решения Фридмана. Однако ньютоновский подход является строгим и точным.

Решение найдено путем рассмотрения шаровой области, в которой имеется выделенная точка — центр шара. В центре O вещество покоится (рис. 2). В каждой другой точке вещество движется с определенной скоростью, имеется выделенное направление — направление скорости $\mathbf{u}$. Однако легко убедиться на классическом уровне, что эта выделенность центра и направления является фиктивной. Возьмем произвольную точку B внутри шара и перейдем в систему координат, в которой B покоится.

Величины в новой системе координат отметим штрихом. Очевидно, что для какой-то другой точки C (см. рис. 2)

$$\mathbf{r}'_C = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_B, \qquad (3,10)$$

$$\mathbf{u}'_C = \mathbf{u}_C - \mathbf{u}_B. \qquad (3,11)$$

Мы пользуемся классическими законами преобразования: евклидовым для координат, галилеевым для скоростей.

Подставим хэбблловский закон

$$\mathbf{u} = H\mathbf{r},$$

получим

$$\mathbf{u}' = H\mathbf{r}'. \qquad (3,12)$$

Закон движения с точки зрения наблюдателя, находящегося и движущегося вместе с B, ничем не отличается от закона движения для наблюдателя в центре шара O, с которым мы себя молчаливо отождествили в предыдущем расчете.

Наблюдатель в точке B мог бы сказать, что он находится ближе к одному краю области, чем к другому но только в том случае, если область, заполненная материей, действительно имеет край, т. е. окружена пустотой. Если же область выделена только мысленно в бесконечно простирающемся однородном поле плотности вещества, то точка B полностью эквивалентна центру сферы, а также любой другой произвольно выбранной точке. Таким образом, действительно построено решение, удовлетворяющее принципу однородности, но решение по необходимости нестационарное.

Величие открытия Фридмана заключается, может быть, не столько в применении общей теории относительности, сколько в отказе от предвзятого представления о стационарности Вселенной.

§ 4. СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

Настоящий параграф может быть без ущерба для дальнейшего пропущен читателем, интересующимся только общефизической стороной дела.

Рассмотрим изменения формул, которые возникают в том случае, когда нельзя пренебречь давлением. Давление мы должны при этом сравнивать с плотностью энергии, в которую следует включить и энергию покоя.

Если пространство заполнено частицами, хаотически движущимися со скоростью света, например квантами или нейтрино и антинейтрино, то

$$p=\frac{1}{3}\varepsilon,$$

где p — давление, ε — плотность энергии. Плотностью массы, очевидно, следует называть

$$\varrho=\frac{1}{c^2}\varepsilon;$$

следовательно, для газа из релятивистских частиц $p=\frac{1}{3}\varrho c^2$.

Рассмотрение снова можно провести в ньютоновском приближении. Однако из общей теории относительности мы должны заимствовать тот факт, что притяжение зависит от суммы $\varrho+\frac{3p}{c^2}$ (в случае релятивистского газа эта величина равна 2ϱ).

Следовательно, ускорение на радиусе R

$$\frac{d^2R}{dt^2}=\frac{du_R}{dt}=-\varkappa\frac{4\pi}{3}\left(\varrho+\frac{3p}{c^2}\right)R. \qquad (4,1)$$

Второе отличие от предыдущего случая заключается в том, что при движении не остается постоянной масса, заключенная в шаре радиуса $R(t)$, т. е. масса внутри объема, ограниченного данными частицами (на техническом языке — внутри данного лагранжева радиуса). Дело в том, что при изменении R при наличии давления совершается работа против сил давления.

Энергия, заключенная в объеме

$$V=\frac{4\pi}{3}R^3,$$

равна

$$E = \varepsilon V.$$

По закону сохранения энергии

$$dE = -p\,dV, \qquad (4,2)$$

$$\varepsilon\, dV + V\, d\varepsilon = -p\,dV. \qquad (4,3)$$

Если давление является равновесным «термодинамическим»

$$p = p(V;\ S) = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S, \qquad (4,4)$$

то отсюда, в частности, получится закон сохранения энтропии $dS=0$.

Снова проинтегрируем уравнение движения—умножим обе части на $u_R = dR/dt$:

$$u_R \frac{du_R}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} u_R^2\right) = -\varkappa \frac{4\pi}{3}\left(\varrho + \frac{3p}{c^2}\right) R \frac{dR}{dt}. \qquad (4,5)$$

Оказывается, что правую часть можно записать очень просто:

$$-\varkappa \frac{4\pi}{3}\left(\varrho + \frac{3p}{c^2}\right) R \frac{dR}{dt} \equiv \frac{d}{dt}\left(\frac{\varkappa}{R}\frac{4\pi}{3}\varrho R^3\right), \qquad (4,6)$$

благодаря связи между изменением энергии и давлением. В самом деле, легко проверить, что

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{R}\varrho V\right) = \frac{1}{c^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{R}\varepsilon V\right) = \frac{1}{c^2}\left[\varepsilon V \frac{d}{dt}\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\frac{d}{dt}(\varepsilon V)\right] =$$

$$= -\frac{1}{c^2}\left(\varepsilon V \frac{1}{R^2}\frac{dR}{dt} + \frac{1}{R} p \frac{dV}{dt}\right) =$$

$$= -\frac{1}{c^2}\left[\varrho c^2 \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 \frac{1}{R^2}\frac{dR}{dt} + \frac{1}{R} p \cdot 4\pi R^2 \frac{dR}{dt}\right], \qquad (4,7)$$

откуда следует (4,6).

Следовательно,

$$\frac{1}{2} u_R^2 - \frac{\varkappa}{R}\frac{4\pi}{3}\varrho R^3 = \frac{1}{2} H^2 R^2 - \frac{4\pi}{3}\varkappa\varrho R^2 = \mathrm{const}. \qquad (4,8)$$

Так как плотность всегда положительна, то, очевидно, возможность обращения скорости в нуль зависит от знака константы. В точности, как в предыдущем § 3, получим такое же значение критической плотности при данном H:

$$\varrho_c = \frac{3H^2}{8\pi\varkappa}. \qquad (4,9)$$

Замечательно, что, несмотря на изменение выражения ускорения, несмотря на другой закон изменения плотности ($\varrho R^3 \neq \mathrm{const}$), выражение «сохранения механической энергии» (4,8) осталось неизменным и при наличии давления.

Из сопоставления с выражением ускорения следует, что при критической плотности $\varrho = \varrho_c$ ускорение в мире, наполненном излучением $\left(p = \frac{\varepsilon}{3}\right)$, вдвое больше, чем в мире, наполненном веществом с $p \ll \varepsilon$.

Выражение «сохранение энергии» применялось в § 3 и 4 дважды: для формулы

$$dE = -p\,dV$$

и для формулы

$$\frac{1}{2}u_R^2-\frac{\varkappa M}{R}=\mathrm{const},$$

т. е. как бы для внутренней энергии E и для механической (кинетической и потенциальной) энергии. На каком основании можно было писать два отдельных уравнения сохранения, почему в выражении

$$dE=-p\,dV$$

не учитывалась кинетическая и потенциальная энергия?

Дело в том, что в шаре радиуса R с хэбблoвским распределением скоростей внутренняя энергия E пропорциональна объему, т. е. R^3, а кинетическая энергия пропорциональна R^5 (так как $u=RH$, $u^2\sim R^2$); точно так же энергия гравитационного взаимодействия $\sim\frac{M^2}{R}\sim R^5$. Мы вправе отдельно приравнивать члены $\sim R^3$ и члены $\sim R^5$.

Для данного закона давления легко найти конкретное решение уравнения движения.

При достаточно высокой температуре всегда в пределе скорости всех частиц стремятся к скорости света и рождается сколь угодно много квантов и нейтрино, так что действительно $p\to\frac{\varepsilon}{3}$; поэтому рассмотрение такого случая представляет физический интерес.

В этом случае из (4,3) получим

$$p\sim\varepsilon\sim\varrho\sim R^{-4},\quad \varrho=\frac{A}{R^4}, \tag{4,10}$$

где A — константа.

В уравнении (4,8) пренебрежем константой. Получим

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2-\frac{\varkappa}{R}\frac{4\pi}{3}\frac{A}{R^4}R^3=0,$$

$$\frac{dR}{dt}=\sqrt{\frac{8\pi}{3}\frac{\varkappa A}{R^2}},\quad \frac{R^2}{2}=t\sqrt{\frac{8\pi}{3}\varkappa A},\quad R=\sqrt{t}\sqrt[4]{\frac{32\pi}{3}\varkappa A}. \tag{4,11}$$

Подставим R в выражение для плотности:

$$\varrho=\frac{A}{R^4}=\frac{3}{32\,\pi\varkappa\,t^2}=\frac{4\cdot5\cdot10^5}{t^2}. \tag{4,12}$$

Наконец,

$$H=\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}=\frac{1}{2}\frac{1}{t}. \tag{4,13}$$

Как и следовало ожидать, плотность и постоянная Хэббла не зависят от мысленно выбранного для рассмотрения радиуса R. Выражения ϱ и H мало отличаются от соответствующих выражений § 3 для $p=0$.

Релятивистский газ с $p=\frac{\varepsilon}{3}$ имеет скорость звука, равную $\frac{c}{\sqrt{3}}$, откуда видно, что это уравнение состояния еще не является максимально жестким.

Предельно-жесткое уравнение состояния есть $p=\varepsilon$; в этом случае скорость звука равна c. Такое уравнение состояния получается для модели холодного нуклонного газа с отталкиванием между нуклонами за счет нейтральных векторных мезонов.

В этом случае (приводим результаты без выкладок)

$$p \sim \varepsilon \sim \varrho \sim R^{-6}, \quad R \sim t^{1/3}, \tag{4,14}$$

$$\varrho = \frac{1}{24\pi\varkappa t^2} = \frac{2\cdot 10^5}{t^2}, \quad H = \frac{1}{3t}. \tag{4,15}$$

§ 5. СТРУКТУРА ВСЕЛЕННОЙ КАК ЦЕЛОГО

В общей теории относительности принимается, что физическое пространство является неевклидовым, наличие материи искривляет его; кривизна зависит от плотности и движения вещества.

Оказывается, что то критическое значение плотности, от которого зависит будущее Вселенной (неограниченный разлет или остановка и сжатие), является критическим и для пространственной структуры Вселенной как целого.

Наши представления о пространстве зависят от соотношения между ϱ и ϱ_c.

Если $\varrho < \varrho_c$, то пространство бесконечно, при однородной плотности бесконечно и общее количество вещества, в том числе протонов и нейтронов, во Вселенной.

Если же $\varrho > \varrho_c$, то пространство является замкнутым и конечным. Для пояснения того, что представляет собой однородное замкнутое трехмерное пространство, обычно пользуются аналогией с замкнутым двумерным пространством. Двумерное пространство по традиции называют поверхностью; поверхность сферы в трехмерном пространстве с точки зрения двумерного существа представляет собой замкнутое двумерное пространство *).

Итак, если в действительности $\varrho > \varrho_c$, Вселенная представляет собой замкнутое трехмерное пространство. Его объем в каждый момент конечен, количество вещества, число барионов во всей Вселенной, конечно, имеет вполне определенное значение, не изменяющееся с течением времени.

Между тем объем Вселенной с течением времени меняется пропорционально кубу расстояния между любой парой далеких галактик r_{12}^3 (зависимость r_{12} от t см. на рис. 1).

В этом смысле говорят не только о разбегании (удалении друг от друга) галактик, но и о расширении Вселенной как целого. Плотность барионов меняется, как r_{12}^{-3}; если пренебречь давлением, то можно сказать, что и плотность вещества пропорциональна r_{12}^{-3}.

Заметим, что для суждения о том, является ли Вселенная бесконечной (как говорят, открытой) или замкнутой, мы сравниваем сегодняшнее значение плотности ϱ с сегодняшним же значением H, от которого зависит ϱ_c.

С течением времени ϱ и H меняются; оказывается, однако, что изменение ϱ и H происходит так, что знак разности $\varrho-\varrho_c$ не может измениться; если будет доказано, что сегодня $\varrho > \varrho_c$, то это значит, что и всегда было и будет $\varrho > \varrho_c$, свойство замкнутости не может измениться с течением времени. В сущности это видно из закона сохранения (4,8), так как знак $\varrho - \varrho_c$ это знак константы.

---

*) Заметим, что замкнутость или незамкнутость при данном H зависит только от плотности и не зависит от давления, подобно тому как в § 4 только от плотности зависел знак константы и характер будущего. По замечанию Я. А. Смородинского, физические процессы ядерных реакций, излучения, столкновений и т. п. могут менять давление, но по закону сохранения энергии не меняют средней плотности. Эти процессы не могут изменить замкнутость или незамкнутость Вселенной.

§ 6. ПЛОТНОСТЬ ВЕЩЕСТВА

Под плотностью ϱ следует понимать суммарную плотность всех видов материи, усредненную по всему пространству. Сюда, прежде всего, относится масса звезд, входящих в галактики, поделенная на средний объем, приходящийся на одну галактику *). Далее, надо прибавить среднюю плотность пыли, атомов и молекул водорода и других элементов в межгалактическом пространстве. Наконец, в ϱ входит и плотность таких неклассических видов материи, как нейтрино, кванты электромагнитного поля и гравитационного поля — гравитоны; когда частицы, или кванты, имеют массу покоя, равную нулю, плотностью называется деленная на c^2 суммарная энергия частиц в 1 *см*^{3}.

Постоянная Хэббла по последним данным составляет около 75 *км/сек* на 1 *мегапарсек*: такие единицы наиболее удобны и привычны для астрономов. Переводя в систему CGS, получим

$$H=2{,}5\cdot10^{-18}\ \text{сек}^{-1},\quad H^{-1}=4\cdot10^{17}\ \text{сек}=1{,}3\cdot10^{10}\ \text{лет}.$$

Соответствующее значение $\varrho_c=10^{-29}\ г\cdot см^{-3}$.

Оценки фактической плотности вещества основаны на анализе движения звезд в галактиках и отдельных галактик в скоплениях галактик.

Скорости движения определяются по допплер-эффекту. Но длительное существование системы взаимно притягивающихся тел возможно лишь при определенном соотношении между кинетической энергией движения и потенциальной энергией притяжения (теорема вириала). Таким образом, можно определить суммарную массу в объеме системы. При этом в действительности определяется сумма всех видов материи в объеме галактики.

Предположим, что бо́льшая часть массы сосредоточена в звездах. Тогда межгалактический объем, в котором почти нет звезд, следует считать практически пустым.

Удается установить эмпирическое соотношение между общей светимостью и массой галактик. Относя массу галактик к полному объему, Оорт приходит к вероятному значению средней плотности около $\varrho\sim3\cdot10^{-31}\ г\cdot см^{-3}$, что в 30 раз меньше ϱ_c.

Из этого следовало бы, что Вселенная бесконечна и наблюдаемое в настоящее время расширение никогда не прекратится. Однако в астрономии уже не раз происходил пересмотр количественных оценок такого рода. Поэтому вывод Оорта нельзя считать окончательным.

§ 7. НАБЛЮДАТЕЛЬНОЕ [ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ. ГОРИЗОНТ

Другой подход к исследованию Вселенной заключается в изучении распределения далеких туманностей по количеству света и радиоизлучения, приходящего к нам, по углу, под которым они видны, по величине красного смещения. По существу, целью является определение кривизны пространства: в определенных предположениях о галактиках, об их размерах и светимости, наблюдаемые распределения зависят от того, как в пространстве Вселенной поверхность сферы и объем сферы зависят от радиуса.

Заметим, что из-за нестационарности Вселенной два очень различных варианта — замкнутый и бесконечный мир — не приводят к качественным различиям в наблюдаемой картине.

---

*) Не на объем самой галактики, а именно на объем, зависящий от среднего расстояния между галактиками!

Чем дальше от нас находится наблюдаемый объект, тем больше времени понадобилось свету для того, чтобы достичь наблюдателя. Значит, свет, наблюдаемый сегодня, был испущен раньше. Но вся эволюция Вселенной от момента бесконечной плотности до сегодняшнего дня заняла определенное время, не более 10^{10} лет. Поэтому и в бесконечном мире существует «горизонт» — предельное расстояние, соответствующее времени распространения света около 10^{10} лет, дальше которого расположены объекты, принципиально не наблюдаемые сегодня; с течением времени, впрочем, этот горизонт расширяется приблизительно на 10^{-6} % за 100 лет.

Внутри, в области, доступной наблюдению, находится определенное, конечное количество вещества, звезд, галактик. При приближении к горизонту красное смещение усиливается, так что стремится к нулю воспринимаемая частота света. Напрашивается поэтическое сравнение с видимым покраснением Солнца на закате, у горизонта, но в действительности в случае Солнца причина иная!

Так теория Фридмана походя разрешила парадокс, волновавший астрономов более 100 лет: если Вселенная бесконечна, то казалось бы в любом элементе телесного угла мы должны — ближе или дальше — увидеть поверхность какой-нибудь звезды. Значит, все небо должно, согласно этому рассуждению, иметь яркость порядка яркости Солнца! В действительности плотность звезд мала и почти всюду мы видим дозвездное состояние вещества большой плотности. Даже если вещество было горячим, то красное смещение успело остудить кванты, уменьшить их энергию, сделать их невидимыми.

Перейдем к случаю замкнутого мира. В стационарном замкнутом мире можно было бы один и тот же далекий объект увидеть дважды.

Обратимся к двумерной аналогии: по поверхности сферы свет распространяется по кратчайшим, так называемым геодезическим линиям.

Если мы находимся на Северном полюсе, то семейство геодезических линий — лучей — это меридианы. Значит, данный объект A можно увидеть как с помощью луча, испущенного из A на север, так и с помощью луча, прошедшего из A через южный полюс; к наблюдателю на Северном полюсе второй луч придет с другой стороны.

Но мы заведомо знаем, что Вселенная нестационарна и в настоящее время мы находимся в стадии расширения. При этом оказывается — в случае замкнутого мира,— что время, протекшее с момента бесконечной плотности до настоящего момента, меньше времени распространения света от одного полюса до другого.

Таким образом, если мир замкнут, то в настоящее время наш горизонт охватывает лишь часть всей (конечной) массы мира; тем более исключена возможность двойного наблюдения одного объекта. Значит, в обоих случаях открытого и замкнутого мира существует принципиальный порог наблюдения — «горизонт», соответствующий нулевой частоте воспринимаемого света и бесконечной плотности испускающего свет вещества.

При данном значении постоянной Хэббла, в зависимости от значения плотности, при $\varrho<\varrho_c$ однородный мир бесконечен, при $\varrho>\varrho_c$ мир замкнут, причем при приближении ϱ к ϱ_c сверху (со стороны $\varrho>\varrho_c$) радиус мира и количество заключенной в нем материи стремятся к бесконечности, значение $\varrho=\varrho_c$ действительно является критическим для важнейших свойств мира как целого. Однако для всех величин, которые принципиально могут быть наблюдены в настоящее время (например, для количества вещества в сфере наблюдения, до горизонта), значение $\varrho=\varrho_c$ ничем не выделяется, не является особым, в зависимости от $\varrho>\varrho_c$ или $\varrho<\rho_c$ не происходит качественных изменений.

Это не исключает количественной, функциональной зависимости наблюдаемых величин от плотности ϱ. От значения ϱ зависит связь между красным смещением и расстоянием. Выражение

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{u}{c}=\frac{Hr}{c} \tag{7,1}$$

(ω — частота, $\Delta\omega$ — изменение частоты) является только первым приближением, первым членом разложения $\Delta\omega$ по расстоянию.

В криволинейном пространстве с нестационарной (зависящей от времени) метрикой само определение расстояния не однозначно.

Поэтому на самом деле необходимо в зависимости от постоянной Хэббла и плотности найти зависимости между величинами, которые (хотя бы в принципе) однозначно могут быть определены из наблюдений. Такими величинами являются:

1) изменение частоты спектральных линий, испущенных объектом;

2) угловой размер, под которым в точке наблюдения виден объект, абсолютный линейный размер которого считается известным;

3) видимая яркость (поток световой энергии, воспринимаемый наблюдателем) объекта, абсолютная светимость которого считается известной;

4) общее количество вещества внутри сферы, проходящей через данный объект (центр сферы в точке наблюдения).

Любопытны, в частности, предсказания относительно углового размера: на малых расстояниях, в евклидовом пределе, очевидно,

$$\theta=\frac{l}{r}=\frac{lH}{c\,\dfrac{\Delta\omega}{\omega}}, \tag{7,2}$$

где θ — угол, l — абсолютный размер, r — расстояние, которое может быть выражено через $\Delta\omega$ и H; естественно, θ уменьшается с ростом красного смещения. Однако при приближении к горизонту r уменьшается, так как горизонт охватывает конечное количество вещества, а плотность вещества стремится к бесконечности при приближении к горизонту. Поэтому θ проходит через минимум и неограниченно растет при $\Delta\omega/\omega\to 1$ (см. прим. при корр. на стр. 390). Этот вывод также является общим для замкнутого и бесконечного миров. Сравнение с наблюдениями основано, следовательно, на определенных предположениях относительно наблюдаемых объектов: например, для переменных звезд (цефеид) принимается, что их абсолютная светимость однозначно связана с удобно наблюдаемой величиной — периодом изменения свечения.

Однако цефеиды можно наблюдать лишь на малых расстояниях. Для больших расстояний приходится делать определенные предположения об абсолютной светимости и размере целых галактик определенного типа.

С помощью оптических наблюдений Баум в 1957 г. получил результат, соответствующий плотности материи $\varrho=(2\pm1)\,\varrho_c$; если принять, что обычная материя составляет малую долю плотности, а бо́льшая часть плотности приходится на нейтрино и кванты, получим из тех же наблюдательных данных $\varrho=(1\pm0{,}5)\varrho_c$. Эти данные свидетельствуют скорее в пользу замкнутого мира, и во всяком случае они говорят о том, что общая плотность значительно больше плотности, подсчитанной по галактикам, т. е. говорят о значительном количестве вещества в межгалактическом пространстве. Следует иметь в виду, однако, что в самое последнее время (Сандэйдж) наметилась тенденция к снижению плотности, вычисленной таким способом, до (0,2—0,1) ϱ_c (из-за учета эволюционного эффекта, см. ниже).

Большие надежды в отношении исследования структуры Вселенной возлагались на радиотелескопию. Чувствительность радиотелескопов так велика, что удается обнаружить и определить положение на небесной сфере радиогалактик, которые не видны в самые мощные современные оптические телескопы.

По оценкам, наиболее мощные известные в настоящее время радиогалактики удалось бы наблюдать даже в том случае, если бы они находились на расстоянии, на котором красное смещение уменьшает частоту до 0,25 испущенной частоты. На горизонте частота уменьшается до 0; следовательно, радиотелескопы позволяют обнаруживать мощные радиогалактики в объеме, значительно превышающем половину всего принципиально наблюдаемого объема.

Однако радиогалактики излучают сплошной спектр частот; поэтому непосредственно измерить красное смещение нельзя. Остается статистическое исследование распределения радиогалактик по их видимой яркости.

В евклидовом пространстве, в стационарной Вселенной, видимая яркость равна $I = \frac{L}{R^2}$, объем сферы равен $\frac{4\pi}{3}R^3$. Примем, что L для всех галактик одинаково.

Галактики с яркостью больше I это те, которые расположены при $R \leqslant \sqrt{\frac{L}{I}}$, их число пропорционально $R^3 \sim L^{3/2} I^{-3/2}$, так что $N(I) \sim I^{-3/2}$.

Нестационарность и кривизна (неевклидовость) Вселенной существенно меняют этот закон распределения $N(I)$.

При данном значении H закон зависит от плотности ϱ. По расчету при малой видимой яркости, т. е. при $I \to 0$, $N(I)$ возрастает медленнее, чем по классическому закону $I^{-3/2}$.

В действительности наблюдение показывает, что $N(I)$ возрастает быстрее $I^{-3/2}$ при $I \to 0$.

Причина этого расхождения в принципе понятна: если Вселенная в целом нестационарна, то нет оснований считать, что в среднем остаются неизменными свойства и число радиогалактик. Для исследования структуры Вселенной по необходимости нужны наблюдения далеких объектов, т. е. объектов, находящихся на ранней стадии.

Следовательно, наблюдение показывает, что в далеком прошлом условия радиоизлучения были более благоприятными, чем сейчас, радиогалактики составляли больший процент всех галактик и были в среднем ярче.

С другой стороны, отсюда видно, что без конкретной теории радиоизлучения функцию $N(I)$ нельзя использовать для исследования кривизны пространства — велик эволюционный эффект.

Выше упоминалось, что и для оптических наблюдений, где роль эволюционного эффекта меньше, чем в радиоастрономии, его учет может привести к уменьшению вычисленной плотности до 5÷10 раз.

§ 8. НЕЙТРИНО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Как обстоит дело с прямым определением плотности различных форм материи?

В последние годы проявляется большой интерес к вопросу о космической плотности нейтрино.

При ядерных реакциях в звездах испускаются энергичные нейтрино, которые могут быть обнаружены в принципе ядерными методами; обнаружение их составляет задачу нейтринной астрономии — новой науки, очень трудной в экспериментальном отношении. Нейтринная астрономия, в принципе по крайней мере, дает уникальную возможность проверить, нет ли во Вселенной галактик и звезд из антивещества. Испускаемые ими кванты света не отличаются от квантов, испущенных веществом, и не позволяют отличать антивещество. Однако, как мы знаем, нейтрино и антинейтрино различны, вызывают в земных лабораторных условиях различные реакции. Поэтому антизвезды можно отличить от звезд!

Однако мы отвлеклись от основной темы — плотности вещества во Вселенной.

Нейтринное излучение ядерных реакций в целом одного порядка с общим выделением энергии при реакциях, а следовательно, одного порядка со световым излучением звезд. Известно, что межгалактическая плотность света звезд мала, по крайней мере в 1000 раз меньше средней плотности вещества.

Другую оценку можно дать исходя из того, что полное выделение энергии по совокупности всех ядерных реакций и гравитационного сжатия должно составлять небольшую долю энергии покоя нуклонов, составляющих звезды. К тому же, по-видимому, в настоящее время еще больше половины вещества находится в состоянии водорода, еще не вступило в ядерные реакции. Отсюда в самом общем виде можно заключить, что плотность энергии в звездном свете и звездных нейтрино заметно меньше плотности звезд.

Иначе обстоит дело с нейтрино малых энергий. Если мир был горячим (об этом позже) и была велика плотность нейтрино и антинейтрино в тепловом равновесии, то в ходе расширения энергия и температура уменьшались по закону адиабатического расширения. Можно предположить, что сейчас имеются нейтрино и антинейтрино с эффективной температурой всего 20° K. Этого достаточно для того, чтобы плотность нейтрино в 10 раз превышала вероятное значение плотности вещества $3 \cdot 10^{-31}$ *г·см*$^{-3}$. Следовательно, такие мягкие нейтрино весьма сильно влияли бы на структуру Вселенной своим гравитационным действием, однако ядерными и атомнофизическими методами совершенно невозможно обнаружить их или доказать, что их нет.

Даже плотность энергии в такой тривиальной форме, как электромагнитное излучение, исследована неполностью.

Хорошо исследован радиодиапазон с длиной волны больше нескольких сантиметров. С другой стороны, излучение в оптическом диапазоне также хорошо известно. На обоих концах спектра межгалактическая плотность энергии (деленная на c^2) весьма мала по сравнению с плотностью материи.

Сейчас назрела необходимость закончить изучение электромагнитного спектра: необходимо промерить интенсивность и в интервале длин волн от 1 *см* до 0,01 *см*, чтобы исключить возможность заметной плотности излучения в космосе.

Косвенно при этом мы получим и сведения о плотности нейтрино: при высокой плотности происходит установление равновесия; при одинаковой температуре плотность энергии света и нейтрино должна быть в постоянном отношении 1 : 7/4. Обе плотности затем падают в ходе расширения по одинаковому закону, отношение между ними сохраняется, несмотря на то, что механизм поддержания равновесия выключается.

Предположим, что будет найдено тепловое излучение с планковским спектром, отвечающим температуре 15° K (см. прим. при корр. на стр. 390). Его максимум энергии сконцентрирован около длины волны 2,5 *мм*.

Тогда есть основания считать, что плотность и средняя энергия нейтрино и антинейтрино того же порядка, что плотность и средняя энергия квантов света (см. § 12),—порядка 10^{-30} *г·см*$^{-3}$, т. е. 10^{-9} *эрг·см*$^{-3}$.

§ 9. МЕТРИКА РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

В общей теории относительности решение Фридмана характеризуется следующим выражением интервала:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)\,[dr^2 + f^2(r)\,(\sin^2\theta\, d\varphi^2 + d\theta^2)]. \tag{9,1}$$

В этой формуле частица, движущаяся со средней фридмановской (хэббловской) скоростью, характеризуется постоянными значениями координат r, θ, φ. Эти координаты называют сопутствующей системой, они соответствуют лагранжевой системе координат в гидродинамике.

Функция $f(r)$ характеризует кривизну пространства и зависит от плотности:

$$\left.\begin{array}{ll} f(r) = \operatorname{sh} r, & \varrho < \varrho_c, \\ f(r) = r, & \varrho = \varrho_c, \\ f(r) = \sin r, & \varrho > \varrho_c. \end{array}\right\} \tag{9,2}$$

Сейчас достаточно заметить, что при малых r во всех случаях $f(r) = r$. От плотности зависит и ход функции $a(t)$.

Локально интервал определяется выражением

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \tag{9,3}$$

или в сферической системе координат

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dR^2 - R^2 (\sin^2\theta\, d\varphi^2 + d\theta^2). \tag{9,4}$$

Значит, в выражении (9,1) t—это время, измеренное в сопутствующей системе. Расстояние между частицами в физическом пространстве пропорционально $a(t)$; так, например, расстояние от начала координат

$$R = a(t)\, r. \tag{9,5}$$

Для частицы, покоящейся в сопутствующей системе, $r = \mathrm{const}$; значит, ее скорость

$$u = r\frac{da}{dt} = \frac{R}{a}\frac{da}{dt}, \tag{9,6}$$

откуда следует, что постоянная Хэббла выражается через a:

$$H = \frac{1}{a}\frac{da}{dt}. \tag{9,7}$$

Кривизна пространства характеризуется тем, что $f(r)$ отлично от r на больших расстояниях. Длина окружности равна

$$L = 2\pi a(t)\, f(r),$$

тогда как радиус окружности $R = a(t) r$. Отличие L от $2\pi R$, очевидно, возможно только в неевклидовом пространстве. Следует подчеркнуть, что скачкообразное изменение вида $f(r)$ при $\varrho < \varrho_c$, $\varrho = \varrho_c$, $\varrho > \varrho_c$ не приводит к каким-либо скачкам в метрике окрестности, так как при $\varrho \to \varrho_c$ $a(t) \to \infty$.

В самом деле, найдем длину окружности радиуса R, ограничиваясь двумя членами разложения:

$$\operatorname{sh} r = r + \frac{r^3}{6}, \quad \sin r = r - \frac{r^3}{6}, \quad R = ar,$$

$$L = 2\pi a\left(r \pm \frac{r^3}{6}\right) = 2\pi\left(R \pm \frac{R^3}{6a^2}\right). \tag{9,8}$$

Знак + или — зависит от $\varrho < \varrho_c$ или $\varrho > \varrho_c$; при $\varrho = \varrho_c$ $L = 2\pi R$, мир плоский.

Но поскольку $a \to \infty$, $\frac{1}{a^2} \to 0$ при $\varrho \to \varrho_c$, то переход в действительности является плавным.

§ 10. КРИВИЗНА ПРОСТРАНСТВА, СВЕРХСВЕТОВАЯ СКОРОСТЬ, МОДЕЛЬ МИЛНА

Пользование собственным временем сопутствующей системы координат приводит к некоторым парадоксам.

Известно, что в общей теории относительности кривизна пространства зависит от наличия материи, создающей гравитационное поле.

Почему же в таком случае при определенном значении плотности $\varrho = \varrho_c$ пространство является плоским, а при плотности, равной нулю, $\varrho = 0$, можно показать, что $a(t) = ct$, но метрика гиперболическая, $f(r) = \operatorname{sh} r$? Здесь все дело именно в выборе времени.

Разберем подробно последний пример с $\varrho = 0$.

Рассмотрим мысленный опыт: в определенный момент из определенной точки вылетают частицы со всеми возможными скоростями (в том числе и со скоростями меньшими, но сколь угодно близкими к c). Массой этих частиц и гравитационным полем, которое они создают, пренебрегаем. Следовательно, частицы не меняют метрики пространства и в свою очередь движутся по прямым с постоянной скоростью.

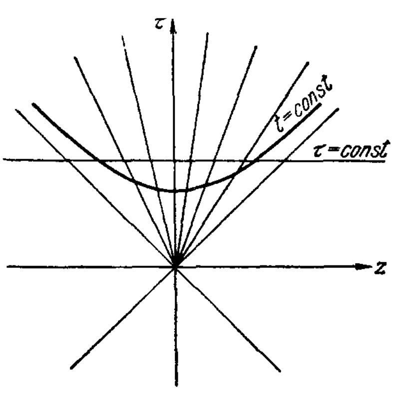

Рис. 3.

На рис. 3 показаны траектории этих частиц. По оси абсцисс отложена координата Z (или r при фиксированных θ, φ вдоль данного луча), по оси ординат — общее лабораторное время τ.

Теперь это же движение будем рассматривать в системе координат, сопутствующей движению частиц. В этой системе время t есть время, измеренное часами, движущимися вместе с частицей. По известному закону преобразования времени в специальной теории относительности

$$t = \tau \sqrt{1 - \beta^2} \qquad (10,1)$$

(«время течет медленнее в движущейся системе»). Здесь

$$\beta = \frac{V}{c} = \frac{r}{\tau c}. \qquad (10,2)$$

У краев светового конуса $t \to 0$. Нанесем на рисунке линии $t = \mathrm{const}$. Эти линии представляют собой гиперболы, уходящие в бесконечность. Очевидно, что четырехмерное пространство-время при $\varrho = 0$ является плоским, тензор $R_{iklm} \equiv 0$.

Однако кривизна трехмерного «пространства» — гиперповерхности, ортогональной четвертой координате, времени, зависит от того, как выбрано время. При выборе «лабораторного» времени τ трехмерное пространство остается плоским, при выборе сопутствующего времени t соответствующее (ортогональное) ему трехмерное пространство оказывается гиперболическим, кривым.

На этом примере видно также, что означает пугающая бесконечная, превышающая c скорость в решении Фридмана. В самом деле, если определять скорость, например, как $u = \frac{d}{dt}\frac{L}{2\pi}$, где L — длина окружности *), t — собственное время, то ведь неудивительно, что $u > c$. Благодаря сокращению времени частица может пройти любой путь за единицу собственного времени при лабораторной скорости, приближающейся к скорости света.

Именно это было наблюдено 15 лет назад при исследовании быстрых μ-мезонов в космических лучах. При времени жизни $2 \cdot 10^{-6}$ *сек* они проходили без распада путь, значительно больший чем $2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{10} = 6 \cdot 10^{4} = 600$ *м*.

В литературе случай $\varrho = 0$ носит специальное название модели Милна.

Как видим, понятия кривого или плоского трехмерного пространства являются в значительной мере условными, зависящими от способа выбора времени.

Выбирая время, подобное «лабораторному» **) в случае $\varrho = \varrho_c$, мы придем к выводу, что пространство при этом вовсе не плоское.

Однако таким условным является лишь неинвариантное понятие трехмерной кривизны. Четырехмерная кривизна безусловна, она равна нулю при $\varrho = 0$ и отлична от нуля при $\varrho = \varrho_c$ в так называемом «плоском фридмановском мире».

Вполне определенное значение имеет и такая величина, как общее число барионов во Вселенной, в том случае, если мы стоим на точке зрения полной однородности физических условий и отсутствия краев, в том числе и за границами горизонта.

Если $\varrho > \varrho_c$, так что мир замкнут, то число барионов равно их плотности в данный момент в нашей окрестности $n(t)$, умноженной на объем замкнутого мира, вычисленный по мгновенному значению радиуса ***) $a(t)$:

$$N = nV = n \cdot 2\pi^2 a^3 (t). \tag{10,3}$$

Для вычисления N используются значения, относящиеся к данному моменту t, но величина N не зависит от t и не зависит от того, как выбрано время и трехмерное сечение.

При $\varrho < \varrho_c$, что соответствует открытому миру, $N = \infty$, и это тоже является объективным фактом, не зависящим от способа выбора сечения.

§ 11. КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ ИЛИ СТАРЕНИЕ КВАНТОВ?

Основное наблюдательное доказательство нестационарности (расширения) Вселенной заключается в красном смещении спектральных линий, испускаемых далекими объектами. Понижение температуры и уменьшение энергии квантов и нейтрино в ходе расширения, упомянутое выше, также представляет собой частный случай «красного смещения». Поэтому целесообразно подробнее рассмотреть закон красного смещения во всех его аспектах.

По тем же причинам принципиальной важности красного смещения оно в наибольшей степени подвергалось нападкам и сомнениям.

Нельзя ли найти какое-то другое объяснение красного смещения, которое позволило бы избежать вывода о нестационарности?

Время от времени высказываются более или менее туманные идеи о «старении» квантов, о каком-то механизме потери энергии квантами,

---

*) $L/2\pi$, *это определение радиуса, одинаковое в лабораторной и сопутствующей системах.*

**) Так называемое шварцшильдовское, ортогональное к $R = a(t)r$, а не к r.

***) Радиус $a(t)$ выражается через постоянную Хаббла, плотность и давление.

при котором потерянная доля энергии увеличивается по мере увеличения пройденного квантом пути. Есть по меньшей мере три весьма веских довода против таких воззрений:

1) Если потеря энергии квантом происходит за счет взаимодействия с межгалактическим веществом, то отдача энергии сопровождается отдачей импульса, т. е. изменением направления движения кванта.

При этом происходило бы расплывание изображения, далекая звезда была бы видна как диск, а не как точка, чего не наблюдается.

2) Предположим, что квант распадается $\gamma=\gamma'+k$, отдавая малую часть своей энергии какой-то частице k. Из законов сохранения следует, что k должно двигаться в направлении кванта (кстати, это спасает от расплывания) и иметь равную нулю массу покоя. Однако при статистическом характере процесса одни кванты теряли бы больше энергии, другие меньше, происходило бы уширение линии, что также не наблюдается.

3) Наконец, наиболее важное теоретическое соображение принадлежит безвременно погибшему ленинградскому физику М. П. Бронштейну.

Поставим вопрос: как могла бы вероятность w распада кванта (если бы такой процесс существовал) зависеть от его частоты?

На первый взгляд из размерности следует $w=A\omega$, так как размерность w и ω одинакова ($сек^{-1}$): определенная вероятность распада на 1 колебание.

В действительности, как показал Бронштейн, ответ может иметь вид только $w=\frac{B}{\omega}$ с размерной константой B [$сек^{-2}$]. Дело в том, что отдельные колебания в световой волне воспринимает только наблюдатель, мимо которого проходит световая волна. Для движущегося наблюдателя частота иная. Результат Бронштейна следует из специальной теории относительности. Проще всего его вывести, опираясь на известную зависимость времени жизни от энергии частицы, проверенную экспериментально на мезонах (μ и π).

Известно, что $T=\frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, где T—время жизни движущегося мезона, измеренное покоящимся наблюдателем, T_0 — время жизни покоящегося мезона, $\beta=\frac{v}{c}$, где v — скорость движения, c—скорость света. С другой стороны энергия движущегося мезона

$$E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{11,1}$$

где m_0— его масса покоя. Следовательно, можно связать вероятность распада w и энергию движущегося мезона:

$$w=\frac{1}{T}=\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{T_0}=\frac{m_0c^2}{T_0E}=\frac{A}{E}. \tag{11,2}$$

Эта зависимость является универсальной, она следует из лоренц-преобразований. Для кванта надо предположить, что $m_0\to 0$, но одновременно $T_0\to 0$, так что отношение $\frac{m_0c^2}{T_0}$ имеет определенное значение. Энергию кванта в определенной системе координат выразим через его частоту:

$$E=\hbar\omega,$$

получим

$$w=\frac{A}{\hbar\omega}=\frac{B}{\omega}.$$

Значит, если вообще возможен распад квантов, то особенно быстро должны распадаться кванты радиоволн!

Это означало бы, что должны быть изменены уравнения Максвелла для статического электрического поля (предел радиоволн при частоте, стремящейся к нулю), что весьма неприятно.

Экспериментально нет никакого намека на такие явления: радиоизлучение далеких источников доходит до нас ничуть не хуже видимого света, красное смещение, измеренное для данного объекта в различных участках спектра, в точности одинаково, $\Delta\omega/\omega$ постоянно, соответствует одинаковой скорости.

Таким образом, предположения о каком то ином, не фридмановском, объяснении красного смещения полностью отпадают.

§ 12. КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ. ТОЧНАЯ ФОРМУЛА И ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Рассмотрим распространение светового луча от одной звезды с координатами r_1, φ, θ к другой звезде с координами r_2, φ, θ. То, что выбраны одинаковые φ, θ, на результат не влияет. Важно, что звезда, принимающая участие в общем хэббловском движении, не имеющая своей «случайной» скорости относительно соседних галактик, имеет постоянные значения r, φ, θ, так как это сопутствующие лагранжевы координаты.

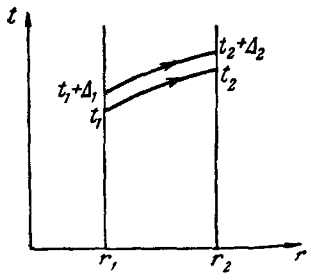

Рис. 4.

Основное уравнение распространения светового луча ($d\theta = d\varphi = 0$)

$$ds^2 = 0 = -c^2\,dt^2 + a^2(t)\,dr^2,$$

$$r_2 - r_1 = \int\limits_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)}. \qquad (12,1)$$

Обозначения см. на рис. 4.

Траектория звезды, испускающей свет, есть левая вертикаль, траектория принимающей свет звезды — правая вертикаль, траектория луча — наклонная линия со стрелкой.

Теперь рассмотрим второй луч, испущенный позже, через время Δ_1. Он и придет позже на время Δ_2. Очевидно, из условия (12,1) получим

$$\int\limits_{t_1+\Delta_1}^{t_2+\Delta_2} \frac{dt}{a(t)} = \int\limits_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)}, \qquad (12,2)$$

откуда следует (Δ_1, и Δ_2 малы)

$$\frac{\Delta_1}{a(t_1)} = \frac{\Delta_2}{a(t_2)}. \qquad (12,3)$$

Пусть за время Δ_1 произошло определенное число колебаний электрона, испускающего свет. Столько же колебаний электромагнитного поля зарегистрировано приемником. Частота колебаний ω обратно пропорциональна интервалу времени, который требуется для совершения определенного числа колебаний. Следовательно,

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a(t_1)}{a(t_2)}. \qquad (12,4)$$

Напоминаем, что a есть радиус мира, все расстояния пропорциональны a. В расширяющемся мире a растет с увеличением времени, $a(t_2)$ больше $a(t_1)$; следовательно, принятая частота меньше испущенной, мы имеем дело с красным смещением.

Рассмотрим близкие звезды и покажем, что формула совпадает с допплеровской трактовкой.

Пусть расстояние равно

$$R = a(r_2 - r_1);$$

$$t_2 = t_1 + \frac{R}{c}, \quad \frac{R}{c} \ll t,$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a(t_1)}{a\left(t_1 + \frac{R}{c}\right)} = \frac{a}{a + \frac{R}{c}\frac{da}{dt}} = 1 - \frac{R}{c}\frac{1}{a}\frac{da}{dt}. \qquad (12,5)$$

Но мы видели, что постоянная Хэббла равна как раз

$$H = \frac{1}{a}\frac{da}{dt}, \quad u = HR. \qquad (12,6)$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{R}{c}H = 1 - \frac{u}{c}. \qquad (12,7)$$

Но это и есть формула допплеровского изменения частоты при

$$u \ll c.$$

В последнее время экспериментально подтверждено одно из предсказаний общей теории относительности: проверено изменение частоты квантов при их движении в поле тяжести Земли.

Учтено ли это обстоятельство в выражении красного смещения? Конечно учтено, так как теория Фридмана и вычисление красного смещения последовательно проведены на основе общей теории относительности.

Рассмотрим шар радиусом R, в центре которого находится приемник, а на поверхности сферы — источник света. С точки зрения наблюдателя в центре при падении света с поверхности в центр энергия кванта увеличивается.

Если расстояние R мало, то гравитационный эффект посинения кванта пропорционален R^2: разность потенциалов в центре шара и на его поверхности равна $-\frac{1}{2}\varkappa\frac{M}{R}$, но

$$M = \frac{4\pi}{3}\varrho R^3,$$

откуда и следует, что эффект $\sim R^2$.

Между тем хэбблoвская скорость и допплер-эффект пропорциональны R. Поэтому при малых R мы вправе говорить о допплер-эффекте.

Формула (12,4) совершенно точная, учитывает все эффекты; плотность вещества ϱ, от которой зависит гравитационный эффект, влияет на $a(t)$ (как мы видели от ϱ зависит «ускорение» d^2a/dt^2).

Легко качественно проверить, что выражение (12,4) содержит гравитационный эффект. Представим себе, что $\varrho > \varrho_c$, и рассмотрим испускание света в момент максимума a

$$t_1 = t_m, \qquad a(t_1) = a(t_m) = a_m. \qquad (12,8)$$

В этот момент $H=0$, все скорости равны нулю, допплер-эффекта нет.

Однако в момент приема света

$$a(t_2) < a_m,$$

$$a(t_2) = a\left(t_2 + \frac{R}{c}\right) = a(t_m) + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{d^2a}{dt^2} < a(t_m) \qquad (12,9)$$

$$\left(\frac{da}{dt} = 0 \quad \text{при} \quad t = t_m, \quad \frac{d^2a}{dt^2} < 0\right);$$

значит,

$$\omega_2 > \omega_1, \qquad (12,10)$$

когда нет доплер-эффекта, остается только синее гравитационное смещение, пропорциональное R^2.

Выражение красного смещения можно интерпретировать и другим способом.

Представим себе замкнутый мир и в нем стоячую электромагнитную волну какого-то определенного n-го порядка, при которой, например, есть n узловых плоскостей с полем, равным нулю; мы рассматриваем мир как полый резонатор и изучаем в нем определенную гармонику.

Длина волны λ составляет определенную часть радиуса мира a, $\lambda = \frac{a}{n}$, скорость света есть мировая постоянная, и поэтому частота

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{a} = \frac{\text{const}}{a}.$$

По мере расширения мира, очевидно, номер гармоники и порядок n не изменяется, вот мы и пришли к выводу, что

$$\omega \sim \frac{1}{a}.$$

«Горизонт» соответствует испусканию света в момент «начала», т. е. в момент бесконечной плотности и равного нулю радиуса: из формулы красного смещения следует, что свет, испущенный с конечной частотой на горизонте, будет принят нами сегодня с нулевой частотой.

Наконец, еще один аспект «красного смещения» открывается, если рассматривать совокупность квантов, находящихся в тепловом равновесии с определенной температурой T. В такой совокупности плотность энергии, как известно, равна

$$\varepsilon = 7{,}6 \cdot 10^{-15} T^4 \ \text{эрг} \cdot \text{см}^{-3}$$

(T в градусах); (виновский) максимум приходится на кванты с частотой

$$\omega = 5 \cdot 10^{11} T \ \text{сек}^{-1}.$$

В процессе расширения, согласно основной формуле, частота ω падает обратно пропорционально радиусу $a(t)$.

Замечательно, что равновесное планковское распределение в ходе красного смещения и расширения остается равновесным. Лишь температура падает так же, как $a^{-1}(t)$. Соответственно плотность энергии $\varepsilon \sim T^4 \sim a^{-4}$. Но объем мира *) пропорционален $V \sim a^3(t)$. Значит,

$$\varepsilon = \text{const} \cdot V^{-4/3}. \qquad (12,11)$$

---

*) В случае открытого мира полный объем бесконечен. Будем говорить тогда об объеме определенной области, ограниченной данными туманностями,— такой объем снова пропорционален a^3.

Это есть не что иное, как хорошо известный закон адиабатического расширения газа с $p=\frac{\varepsilon}{3}$, т. е. с показателем адиабаты $\gamma=\frac{4}{3}$:

$$p=(\gamma-1)\,\varepsilon.$$

Таким образом, адиабатическое охлаждение в ходе расширения происходит без какого-либо взаимодействия квантов с пылинками, атомами или электронами.

Закон изменения частот, который может быть выведен кинематически (из классических представлений о доплер-эффекте и хэбблoвском расширении) или из общей теории относительности приводит к термодинамическому результату.

В точности так же происходит и изменение энергии совокупности нейтрино и антинейтрино, находящихся в тепловом равновесии, если они ни с чем не взаимодействуют.

Предположим, что кванты и нейтрино были в термодинамическом равновесии и имели одинаковую температуру в какой-то момент; пусть в ходе расширения они перестали взаимодействовать с другими частицами и между собой.

По закону расширения $T\sim a^{-1}\sim V^{-1/3}$ и отношение температур T_γ/T_ν всегда остается равным 1. Отношение плотности энергии $\frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\nu}=0{,}57$ с течением времени не будет меняться *).

§ 13. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД ВО ВСЕЛЕННОЙ

Электрический заряд замкнутого мира тождественно равен нулю. Это утверждение иногда вызывает недоумение: а что будет, если добавить один электрон?

Дело в том, что в замкнутом мире для некомпенсированного заряда не существует решения уравнения Пуассона, $\operatorname{div}\mathbf{E}=\Delta\varphi=4\pi\varrho_e$, связывающего электрическое поле $\mathbf{E}$, потенциал φ и плотность заряда ϱ_e, если $\int\varrho_e dV$ не равен нулю.

Говоря наглядно, по теореме Гаусса заряд является источником силовых линий поля; эти линии, выйдя из заряда, либо входят в другой заряд противоположного знака, либо уходят на бесконечность. Но в замкнутом мире нет бесконечности, следовательно, неизбежно заряды разных знаков должны компенсировать друг друга.

В однородном бесконечном открытом мире есть аналогичная, хотя и более слабая теорема; средняя плотность заряда, приходящаяся на единицу

---

*) Заметим, что в силу сохранения лептонов равновесие нейтрино и антинейтрино определяется не только температурой, но и тем, что можно назвать лептонным зарядом или лептонным числом

$$q=n_\nu-n_{\tilde\nu}\quad (q,\ n\text{—}\mathit{штук/см^3}),$$

$$\varepsilon_\nu=\mathrm{const}\cdot T^4 f\left(\frac{|q|}{T^3}\right).$$

При расширении

$$q\sim a^{-3}\sim V^{-1},\ \frac{|q|}{T^3}=\mathrm{const},$$

так что

$$\varepsilon_\nu\sim T^4\sim a^{-4}\sim V^{-4/3}$$

не только при $q=0$, но и при любом начальном q. Параметр $|q|/T^3$ характеризует степень вырождения нейтрино-антинейтринного газа (здесь T — абсолютная температура).

объема (или на один барион), равна нулю. Таким образом, не исключается конечный полный заряд, но невозможен бесконечный общий электрический заряд. В самом деле, если в какой-то точке электрическое поле равно нулю, а средняя плотность заряда не равна нулю, то по мере удаления от этой точки поле неограниченно нарастает. Это противоречит однородности мира (поле различно по величине в разных точках), а также его изотропии: электрическое поле есть вектор, оно выделяет определенное направление в пространстве.

В элементарной физике подчеркивается сходство между электростатическим и гравитационным взаимодействием. Почему же невозможна постоянная плотность электрического заряда и возможна постоянная плотность тяготеющей материи?

Дело в том, что поле тяготения (в узком смысле вектора силы, действующей на единичную массу) не является объективно существующей инвариантной величиной. По принципу эквивалентности, переходя к ускорению движущейся системе координат, можно локально избавиться от гравитационного поля. Именно с таким ускорением и движутся друг относительно друга частицы во фридманском решении; поэтому по произволу можно объявить любую точку покоящейся, в любой точке положить равным нулю гравитационное поле. С электрическим полем такого сделать нельзя — разность сил, действующих на электрон и протон, не исчезает ни в какой системе координат.

§ 14. ЗАРЯДОВАЯ НЕСИММЕТРИЯ

Как мы видели в предыдущем параграфе, в обоих вариантах, открытом и замкнутом, мир электронейтрален. Однако, по-видимому, мир не зарядовосимметричен — отрицательные заряды в основном представлены электронами, но положительные заряды это протоны, а не позитроны *).

Уместно подчеркнуть, что отсутствие зарядовой симметрии мира не противоречит полной зарядовой симметрии свойств отдельных частиц. Отсутствие симметрии возможно как следствие наличия барионов и отсутствия антибарионов в начальном состоянии.

На математическом языке мы имеем дело с несимметричным решением симметричных уравнений с несимметричными начальными условиями.

§ 15. МАССА ЗАМКНУТОГО МИРА

Выше подчеркивалось, что в настоящее время неизвестно, превышает ли фактическая плотность ϱ критическое значение

$$\varrho_c = \frac{3H^2}{8\pi\varkappa}.$$

Поэтому неизвестно также, является ли мир замкнутым. Не предрешая ответа на этот вопрос, любопытно остановиться на одной особенности замкнутого мира: в учебниках пишут, что его масса равна нулю, равны нулю полная энергия и все компоненты импульса замкнутого мира.

Как понимать это утверждение?

Для этого надо вспомнить, что существует понятие гравитационного дефекта массы.

---

*) Зарядовая симметрия вместе с условием однородности (по крайней мере в начальном состоянии) привела бы к взаимной аннигиляции барионов и антибарионов; нет сил, которые помогли бы барионам отделиться и собраться в такие крупные агрегаты, как звезды.

В ядерной физике масса дейтона меньше суммы масс протона и нейтрона; разность (дефект)

$$M_p + M_n - M_D = \frac{Q}{c^2},$$

где Q — энергия выделяющаяся при соединении протона и нейтрона в дейтон.

В таком же плане масса двойной звезды меньше суммы масс двух отдельных звезд (движущихся с той же скоростью) на величину, равную $\varkappa m_1 m_2 / r_{12} c^2$. Уменьшение массы равно деленной на c^2 (отрицательной) энергии гравитационного взаимодействия.

Это уменьшение массы в принципе может быть обнаружено путем измерения гравитационного поля двойной звезды на большом расстоянии от нее.

В случае замкнутого мира гравитационный дефект, соответствующий взаимодействию всех звезд и частиц, составляющих мир, в точности равен сумме масс всех звезд, частиц и т. д., взятых в отдельности, так что, грубо говоря,

$$M = \sum m_i - \frac{\varkappa}{2c^2} \sum_i \sum_k \frac{m_i m_k}{r_{ik}} = 0. \tag{15,1}$$

Это выражение грубо, потому что выражение энергии взаимодействия двух единичных масс — $\frac{\varkappa}{r_{12}}$ справедливо лишь для $r_{12} \ll a$ радиуса мира; выражение (15,1) передает лишь смысл утверждения; во взаимодействии с приблизительно однородным веществом главную роль играют расстояния $\sim a$, для которых нельзя просто написать энергию взаимодействия.

Понятие массы замкнутого мира в какой-то степени является мистическим, потому что нет внешнего по отношению к этому миру пространства, нет того внешнего наблюдателя, который мог бы определить гравитационное поле, создаваемое вовне замкнутым миром.

Однако утверждение о равной нулю массе замкнутого мира приобретает вполне определенный смысл при другом подходе.

Рассмотрим сферически симметричное распределение вещества с заданной плотностью, т. е. с заданным количеством вещества в инвариантно определенной единице объема внутри некоторой сферы. Дальше, за поверхностью этой сферы *), простирается пустота, и поэтому на достаточно большом расстоянии поле слабое и можно однозначно определить общую массу распределения.

Количество вещества в рассматриваемом распределении также определено вполне однозначно; можно, например, говорить о числе барионов N (или о числе звезд N). При таком подходе оказывается, что масса пропорциональна N только при малом N, формула

$$M = mN$$

(m — масса одного бариона или одной звезды) есть первый член разложения.

С учетом гравитационного взаимодействия при малых N

$$M = Nm - \varkappa \frac{(Nm)^2}{R} = Nm - \mathrm{const} \cdot (Nm)^{5/3}. \tag{15,2}$$

---

*) Понятия «дальше» и «ближе» полностью сохраняют свой смысл и в неевклидовом пространстве при сферической симметрии.

Если не ограничиваться малыми N, то оказывается, что по мере увеличения N масса M сперва растет, а потом проходит через максимум и дальше начинает падать! Есть такое распределение вещества, при котором добавление нового слоя вещества, добавление новых частиц к уже имеющимся, уменьшает общую массу системы.

При стремлении N к определенному конечному пределу масса M стремится к нулю и этот предел как раз и соответствует замкнутому миру.

§ 16. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА О НАЧАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

Теория расширяющейся Вселенной ставит вопросы не только перед астрономами-наблюдателями и экспериментаторами, но и перед теоретиками.

Главный вопрос формулируется так: из теории Фридмана следует, что был момент, когда плотность вещества во Вселенной была весьма велика.

Остается ли этот вывод справедливым с учетом неоднородности распределения плотности (Галактики, скопления галактик) и наличия случайных скоростей, накладывающихся на хэббловское распределение? Случай произвольных начальных условий рассмотрен в упомянутой статье Е. М. Лифшица и И. М. Халатникова (см. стр. 391). Их исследование приводит к отрицательному ответу: в самом общем случае особенности (в частности, бесконечной плотности) в решении не должно быть.

Это не исключает возможности существования особенности в начальном условии *) в прошлом Вселенной.

Если особенность имела место, то каково было физическое состояние вещества в этот момент?

Теория Фридмана дает для ранней стадии закон изменения плотности (см. § 3 и 4)

$$\varrho = \frac{A}{t^2}, \tag{16,1}$$

где ϱ — плотность в *г/см*^{3}, время в секундах, константа A в простейшем предположении

$$A = 800\,000 \text{ г}\cdot\text{сек}^2\cdot\text{см}^{-3} = \frac{1}{6\pi\varkappa} \tag{16,2}$$

($\varkappa$ — ньютоновская постоянная тяготения).

Этот закон не зависит от того, замкнута или бесконечна Вселенная; если температура высока, то константа A незначительно меняется, $A = 450\,000$ *г·сек*^{2}·*см*$^{-3}$, вид формулы остается тем же. Как видно из формулы, за $t=0$ принят момент, когда $\varrho = \infty$.

Через 15 минут после этого момента плотность вещества равнялась нормальной плотности воды. Естественно, возникает целый ряд вопросов:

1) Из чего состояло вещество, когда его плотность (при $t \ll 10^{-5}$ *сек*) была больше ядерной плотности?

2) В каком состоянии находилось это вещество, каковы были его температура и давление?

3) Что было до момента $t = 0$, при $t < 0$?

4) Можно ли предполагать, что в состоянии с большой плотностью плотность была строго однородна по пространству?

---

*) Более того, не ясно, не приведут ли дополнительные условия замкнутости при $\varrho > \varrho_c$ также к особенности в будущем (при $\varrho < \varrho_c$ вообще расширение не сменится сжатием).

5) Как из такого состояния получилось сегодняшнее состояние Вселенной с явно выраженным неоднородным распределением вещества, группирующегося в галактики и скопления галактик?

Эти вопросы очень различны по своему характеру. На 3-й вопрос сейчас не только нет конкретного ответа, но и нет научного подхода к ответу. Может быть, какое-то слияние общей теории относительности и квантовой теории позволит подойти к этому вопросу. Возможна, однако, и точка зрения, что сам вопрос незаконен, не существует, как не существует в теории относительности вопроса «какое событие было раньше?» для пространственно разделенных событий.

В связи с этим следует подчеркнуть, что работа Фридмана показывает существование определенного класса решений уравнений движения общей теории относительности при определенных начальных условиях; показано, что это решение в общих чертах описывает наблюдаемую картину мира.

Вид уравнений движения общей теории относительности в высокой степени определяется общими принципами теоретической физики. Однако до сих пор нет соображений, котòрые столь же однозначно отбирали бы начальные условия (начальное распределение плотности и скорости), приводящие к решению Фридмана.

На простой вопрос «откуда берутся огромные наблюдаемые скорости разбегания далеких галактик?» теория дает уклончивый ответ: существует такое начальное распределение скоростей в момент бесконечной плотности, которые к сегодняшнему дню приводит к наблюдаемым скоростям движения.

Первый и второй вопросы вполне конкретны; надо их только точнее сформулировать с учетом того, что частицы могут испытывать превращения, при больших плотностях частицы сильно взаимодействуют, понятие отдельной частицы теряет смысл. Поэтому надо говорить о сохраняющихся величинах — электрическом заряде, барионном заряде или числе, лептонном заряде (роль последнего независимо отметил Г. С. Саакян).

Это те величины, которые строго сохраняются во всех лабораторных опытах, в ядерных реакциях, в частности при максимальных энергиях на ускорителях. Естественно обобщить эти законы, считая их абсолютными, и неограниченно применять вплоть до $\varrho=\infty$.

Далее, состояние вещества следует характеризовать не температурой, которая меняется в ходе расширения, а энтропией, точнее—удельной энтропией на один барион; эта величина постоянна при адиабатическом расширении.

§ 17. ВАРИАНТЫ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

Будем дальше конкретизировать предположения о начальном составе и состоянии вещества.

Вариант, который первым приходит в голову, — холодные нейтроны при сверхвысокой плотности.

Со времени классической работы Ландау известно, что такое состояние соответствует минимуму энергии при большой плотности: уже распад малого процента нейтронов на $n=p+e^{-}+\widetilde{\nu}$ приводит к тому, что электроны заполняют все возможные уровни вплоть до некоторой энергии E_f, и дальнейший распад нейтронов становится невозможным. Энергетически доступные состояния электрона, который мог бы образоваться при распаде, оказываются уже занятыми, по принципу Паули второй электрон не может попасть в занятое состояние.

Что получится из нейтронов в ходе расширения? С уменьшением плотности электронов будет понижаться и E_f, пойдет распад нейтронов. Так как время жизни нейтрона около 10 минут (когда свободны все электронные состояния), то распад нейтронов будет происходить при плотности порядка 1 *г·см*$^{-3}$.

При этом каждый только что образовавшийся протон будет подвергаться сильнейшему облучению остальными нейтронами, не распавшимися к данному моменту. По реакциям

$$n+p=d+\gamma, \quad d+n=t+\gamma$$

(d — дейтерий, t — тритий) и термоядерным реакциям

$$d+d, \quad d+t$$

практически все протоны исчезнут, превратятся в тритий и гелий.

В действительности мы знаем, что в начальной стадии эволюции вещество состояло более чем на 90% из водорода. Следовательно, вариант холодных нейтронов отпадает.

Второй «горячий» вариант был предложен Гамовым и его сотрудниками в 1950 г. Предполагается, что энтропия так велика, что при плотности излучения (квантов) около 1 *г/см*^{3}, т. е. при гигантской температуре порядка $7 \cdot 10^8$ градусов плотность барионов лежит в пределах $10^{-4} \div 10^{-8}$ *г/см*^{3}. Смысл этого предложения заключается в том, что при малой концентрации барионов уменьшается вероятность столкновений и ядерных реакций между ними.

Первоначально Гамов хотел с помощью такой теории получить распространенность различных химических элементов в природе.

В 1950 г. предполагалось, что постоянная Хэббла велика (до 500 *км/сек* на 1 *мегапарсек*), чему соответствовало время от момента особенности до сегодняшнего дня меньше $2 \cdot 10^9$ лет, т. е. меньше, например, возраста Земли. Можно было думать, что (кроме улетевших водорода и гелия) состав Земли примерно соответствует тому, что получилось в ходе расширения вещества на дозвездной стадии.

Гипотеза Гамова не оправдалась, так как в горячем веществе малой плотности нельзя проскочить через несуществующие ядра с атомным весом $A=5$ и $A=8$.

В настоящее время при длинной шкале времени $T \sim 10 \cdot 10^9$ лет вполне естественным является представление о нуклеосинтезе в звездах и разбрасывании образовавшихся элементов при взрыве сверхновых. Земля образовалась из вещества, которое по крайней мере однажды уже подверглось переработке в звездах.

Дозвездная эволюция вещества должна приводить к водороду как исходному веществу для построения звезд первого поколения.

В теории Гамова при малой энтропии (при плотности барионов $\varrho_1=10^{-4}$ *г·см*$^{-3}$, когда общая плотность $\varrho=1$ *г·см*$^{-3}$) получается порядка 30% He^4, что превышает содержание гелия в старых звездах.

При большой энтропии ($\varrho_1 \leqslant 10^{-8}$ *г·см*$^{-3}$ при $\varrho=1$ *г·см*$^{-3}$) получается больше 90% водорода и меньше 10% гелия, т. е. удовлетворительный состав *). Однако теория приводит к большой плотности электромагнитного излучения сегодня. Плотность барионов сейчас порядка $3 \cdot 10^{-31}$; она пропорциональна a^{-3}, следовательно, от момента, когда $\varrho_1=10^{-8}$, $T=7 \cdot 10^8$ градусов плотность барионов уменьшилась в $3 \cdot 10^{22}$ раз, следовательно, a увеличилось в $3 \cdot 10^7$ раз и T уменьшилось в $3 \cdot 10^7$ раз, должно быть сегодня $T \sim 20°$ K.

---

*) Правда, при этом получается несколько процентов дейтерия, что противоречит наблюдениям.

При этом плотность энергии излучения 10^{-9} *эрг/см*^{3} (1000 *эв/см*^{3}), так что $\varrho = \frac{\varepsilon}{c^2} = 10^{-30}$ *г·см*$^{-3}$ больше плотности материи!

Теплоемкость барионов мала, так что атомы и молекулы не могли бы поглотить сколько-нибудь заметной доли излучения.

Представление о такой плотности излучения, по-видимому, противоречит и радиоастрономическим наблюдениям, и косвенным данным теории космических лучей. Поэтому теорию Гамова следует отвергнуть.

В настоящее время разрабатывается вариант, согласно которому дозвездное вещество было холодным (энтропия = 0 при $\varrho = \infty$) и состояло из *смеси протонов, электронов и нейтрино* (ν).

В холодном состоянии частицы должны быть вырождены, должны занимать все состояния в импульсном пространстве вплоть до так называемой энергии Ферми E_f (разной для разных частиц и зависящей от плотности).

E_f для нейтрино ($E_{f\nu}$) больше соответствующей величины для электронов E_{fe}.

Поэтому присутствие ν запрещает реакцию

$$e^- + p = n + \nu$$

(занято место, куда бы мог попасть нейтрино).

Присутствие ν как бы стабилизирует протоны при высокой плотности. При малой плотности протоны стабильны сами (когда $E_{fe} < 1$ *Мэв*, т. е. при $\varrho < 10^8$ *г·см*$^{-3}$).

Таким образом, новая гипотеза приводит к выводу, что в результате начального, дозвездного периода расширения сверхплотное вещество превращается в практически чистый (99,99%) холодный водород. Все ядерные реакции происходят, согласно этой концепции, лишь на более поздней стадии, когда образуются звезды.

§ 18. НЕОДНОРОДНОСТЬ ПЛОТНОСТИ И СЛУЧАЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

В настоящее время дискуссии по вопросу о границах применимости решения Фридмана концентрируются вокруг тех отклонений от этого решения, которые наблюдают астрономы.

Эти отклонения заключаются в:

а) неравномерном распределении плотности: бо́льшая часть вещества сконцентрирована в звездах, звезды в свою очередь не распределены хаотически по объему, а концентрируются в Галактики, в свою очередь галактики образуют скопления галактик; может быть, в конце предыдущей фразы следовало ставить не точку с запятой, а «и т. д.»—за скоплениями следуют сверхскопления, и нет уверенности в том, что нет еще более крупных структурных единиц;

б) наличии случайных скоростей; представление о движении всех объектов со скоростью $\mathbf{u} = \mathrm{H}\mathbf{r}$ является сильной идеализацией. Фактические скорости заметно (на 200—500 *км/сек*) отличаются от этого закона. Если написать

$$\mathbf{u} = H\mathbf{r} + \mathbf{w}, \qquad (18,1)$$

то $\mathbf{w}$ можно назвать случайной скоростью.

Фактически измеряется лишь продольная компонента скорости (по доплер-эффекту); расстояния сколько-нибудь далеких объектов измеряются с весьма малой точностью. Поэтому для далеких объектов о случайной скорости можно судить лишь в том случае, если есть основания думать, что несколько объектов находятся рядом (а не просто случайно оказались на одном луче), а скорости их различны. Таким образом, сведения о случайных скоростях весьма скудны.

Вопрос о случайных скоростях стоит остро, потому что в однородном решении Фридмана есть теорема о затухании любого случайного движения в расширяющейся Вселенной. По существу эта теорема подобна выводу о красном смещении частоты; импульс частицы с течением времени падает обратно пропорционально радиусу Вселенной,

$$p = p_0 \frac{a_0}{a},$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{a}\frac{da}{dt} = -pH, \qquad (18,2)$$

где H — постоянная Хэббла.

Более точно можно сказать, что красное смещение представляет собой частный случай теоремы о затухании случайного движения в применении к частице — кванту света: импульс кванта равен $\frac{\hbar\omega}{c}$, пропорционален его частоте. Хойль отмечает наличие в настоящее время случайных движений галактик со скоростью порядка 200 *км/сек* и ставит вопрос: какова же была случайная скорость в тот момент, когда галактики отделились друг от друга? Так как размер галактик приблизительно в 50 раз меньше среднего расстояния между ними, то в такое же число раз с тех пор увеличился радиус Вселенной.

Значит, скорости в момент разделения, по Хойлю, составляли ~10 000 *км/сек*, что нелепо, соответствует слишком большой энергии.

Ошибка этого рассуждения состоит в том, что затухание скорости рассматривается так, как будто одна данная рассматриваемая галактика движется среди строго однородного распределения вещества. На самом деле два фактора (неоднородность плотности и случайные скорости) тесно связаны между собой.

В поле тяготения неоднородно распределенного вещества вовсе нет закона монотонного убывания скорости случайного движения.

Можно привести самый крайний, вульгарный пример: вращение Земли вокруг Солнца есть частный случай «случайного» движения. Очевидно, что общее хэббловское расширение не оказывает никакого влияния на это движение, орбита Земли не расширяется, скорость движения Земли по орбите не уменьшается с течением времени.

Все это связано с тем, что в масштабе земной орбиты существование Солнца представляет собой гигантское нарушение однородности распределения материи: масса Солнца, поделенная на $\frac{4\pi}{3}R^3$, где R — радиус орбиты, порядка $\sim 10^{-7}$ *г·см*$^{-3}$ в 10^{23} раз больше средней плотности по Вселенной.

В общем случае Н. А. Дмитриеву и автору удалось получить любопытную оценку: если в исходном состоянии неоднородность плотности и случайные скорости были малы, то за счет гравитационного взаимодействия кинетическая энергия случайного движения может стать порядка (но не больше!) величины

$$\frac{\varkappa}{2}\int\int \frac{(\varrho(\mathbf{r}_1)-\bar{\varrho})(\varrho(\mathbf{r}_2)-\bar{\varrho})}{r_{12}}\, dV_1 dV_2. \qquad (18,3)$$

В веществе в среднем однородном далекие области (большие r_{12}) дают исчезающе малый вклад в интеграл, поэтому можно пользоваться ньютоновским приближением и потенциалом Ньютона.

Точная формулировка теоремы и условий ее применимости здесь были бы неуместны. Смысл ее в том, что возникновение неоднородности плотности сопровождается переходом гравитационной энергии в кинетическую энергию случайного движения.

В реальной Вселенной с неоднородной и непостоянной плотностью нет теоремы о плавном уменьшении с течением времени всех скоростей, о затухании случайного движения. Сейчас нет данных, которые бы определенно показывали, что скорость случайного движения превосходит указанную выше оценку.

К тому же при образовании звезд, кроме гравитационной энергии, может выделяться и энергия ядерных реакций. Возможность частичного превращения этой энергии в энергию случайного движения сегодня еще совсем не исследована, но забывать о ней нельзя.

§ 19. ГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

При собирании однородно распределенного вещества в отдельные сгустки высвобождается гравитационная энергия, которая превращается в кинетическую энергию. Возникающее движение в свою очередь усиливает неоднородность плотности. Однородно (равномерно) распределенное вещество находится в неустойчивом состоянии по отношению к действию силы тяжести.

В начале века эту неустойчивость математически исследовал Джинс. Он рассматривал газ с определенным давлением и скоростью звука. При возмущениях малых масштабов с короткой длиной волны градиент давления велик, так что разность давлений выравнивает неравномерную плотность. Для возмущений больших масштабов давление не играет роли. Всякое возмущение с течением времени меняется по закону

$$F = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}, \tag{19,1}$$

где A и B выражаются через начальные величины. Характерная величина ω для больших масштабов равна

$$\omega = \sqrt{4\pi\varkappa\varrho}. \tag{19,2}$$

Джинс рассматривал возмущения, наложенные на однородное по пространству, постоянное по времени распределение покоящегося вещества. Выше в § 3 и 4 мы видели, что покой и постоянство во времени не удовлетворяют даже ньютоновским уравнениям. В статье Лифшица и Халатникова подробно описано точное решение задачи о развитии малых возмущений, наложенных на решение Фридмана, описывающее расширяющуюся однородную Вселенную.

По существу общие представления о физике процесса нисколько не изменились: вещество притягивается сильнее к той области, где возмущение создало повышенную плотность — вот причина неустойчивости.

В расширяющейся Вселенной $\overline{\varrho}$ непостоянно, уменьшается с течением времени. Поэтому меняется и ω. Естественно, что вместо произведения ωt в показатель надо поставить $\int \omega\, dt$: в каждый момент возмущение нарастает в соответствии с мгновенным значением характерной величины ω, зависящей от плотности.

В начальном периоде

$$\varrho = \frac{1}{6\pi\varkappa t^2}, \qquad a(t) = \text{const}\cdot t^{2/3}. \tag{19,3}$$

Подставляя, получим

$$\omega = \frac{1}{t}\sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \int \omega\, dt = \sqrt{\frac{2}{3}} \ln t + C,$$

$$e^{\int \omega\, dt} = \mathrm{const}\cdot t^{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \mathrm{const}\cdot a^{\sqrt{\frac{3}{2}}}. \qquad (19,4)$$

Точное решение Лифшица

$$F = Aa + Ba^{-3/2}, \qquad (19,5)$$

показатели $+1$, $-3/2$ мало отличаются от $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Наличие двух слагаемых, растущего и падающего, у Джинса и у Лифшица типично для неустойчивых механических систем.

Рассмотрим движение без трения тяжелой материальной точки P около гладкой вершины O, являющейся, очевидно, положением неустойчивого равновесия. Очевидно, и здесь для координаты точки получим

$$x = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}.$$

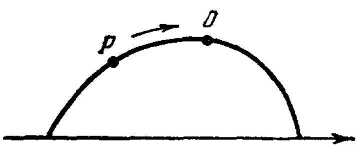

Рис. 5.

В принципе можно так задать начальное положение и скорость (направив ее к вершине), что точка P будет подниматься, замедляясь, и остановится как раз на вершине: это и есть частное решение

$$A = 0, \quad x = Be^{-\omega t}.$$

Однако при произвольном задании скорости и положения, очевидно, $A \neq 0$, и в будущем с течением времени всегда слагаемое $Ae^{\omega t}$ станет главным, возмущение будет расти. То же относится и к распределению вещества во Вселенной.

Что же можно сказать о прошлом?

В нашей аналогии (рис. 5), видя точку P где-то сбоку от O и не зная ее скорости, нельзя сказать, оказалась ли она в этом положении, будучи заброшенной откуда-то снизу или она скатилась из положения равновесия.

Точно так же можно предположить, что наблюдаемая в настоящее время неоднородность во Вселенной есть результат какой-то большей неоднородности в прошлом, затухавшей по закону

$$F = Ba^{-3/2}.$$

Однако такое предположение о прошлом хотя в принципе и возможно, но мало вероятно и неправдоподобно. Если в прошлом были возмущения обоих типов, растущие (Aa) и падающие ($Ba^{-3/2}$), то к сегодняшнему дню останутся растущие, сегодняшняя неоднородность больше той, которая была в прошлом.

Мы лишены возможности непосредственно наблюдать изменение со временем распределения галактик. Поэтому только тщательное измерение распределения скоростей может в будущем дать объективный ответ относительно характера наблюдаемой неоднородности (падающая или растущая).

За время, когда плотность вещества изменилась от ядерной (10^{14} $г\cdot см^{-3}$) до современного значения ($3\cdot 10^{-31}$ $г\cdot см^{-3}$) радиус a увеличился в $(10^{14}/3\cdot 10^{-31})^{1/3} = 10^{15}$ раз. От момента $\varrho = 0{,}1$ $г\cdot см^{-3}$ до сегодняшнего дня a увеличилось в 10^{11} раз. Поэтому достаточна даже ничтожная неоднородность порядка $\frac{\delta\varrho}{\varrho} \sim 10^{-9}$ в момент, когда плотность была порядка 0,1 *г/см*^{3}, чтобы гравитационная неустойчивость привела к наблюдаемой в настоящее время сильной (порядка единицы) неоднородности распределения вещества.

Благодаря гравитационной неустойчивости вполне допустимо представление о точном выполнении уравнений Фридмана, о точной однородности на ранней стадии эволюции.

Вопрос о тех (малых) начальных амплитудах неоднородности, которые нужны для развития неустойчивости, в настоящее время только поставлен.

Флуктуации плотности в идеальном газе, состоящем из отдельных независимых молекул, взятые в масштабе звезд, совершенно недостаточны.

Возможно, что какую-то роль сыграли фазовые переходы, которые должны происходить в ходе расширения холодного водорода (превращение металлического водорода в молекулярный, образование газовой фазы из жидкого водорода). Может быть, весьма малые неоднородности существовали изначально, но тогда теория становится произвольной.

§ 20. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Испытание временем это самое сильное, безошибочное испытание научной теории.

Космологическая теория расширяющейся Вселенной, выдвинутая А. А. Фридманом, подвергается этому испытанию уже 40 лет; в XX веке, когда гигантски ускорилось развитие науки, 40 лет стоят нескольких веков в прошлом.

Из этого испытания теория Фридмана вышла окрепшей. Наблюдения подтвердили самый факт нестационарности Вселенной. Бесславно отпали неоднократные попытки найти какое-то другое объяснение красному смещению спектральных линий.

Агонизируют теории, пытающиеся соединить разбегание туманностей с предвзятой идеей стационарности за счет отказа от всех законов физики *).

. Трудности в согласовании короткой шкалы времени с данными о возрасте Земли и других небесных тел отпали после уточнения расстояний, которое привело к уменьшению постоянной Хэббла.

В космологии есть много нерешенных вопросов, но решение этих вопросов следует искать на основе теории Фридмана, в рамках развитых им общих представлений.

В обзорном докладе Уилера на Сольвеевском конгрессе 1958 г. хорошо описана научная драма космологии.

«История прошлого предупреждает нас об опасности пренебрежения теорией Эйнштейна, когда она сталкивается с предвзятыми идеями. Он сам (Эйнштейн) говорит нам о том, как он чувствовал себя несчастным, когда общая теория относительности предсказала, что мир конечной плотности должен иметь изменяющийся размер; как он изобрел искусственный новый член с „космологической постоянной", чтобы скомпенсировать это „неразумное" изменение размера; о последующем открытии, что мир действительно расширяется; и о его заключении, что космологический член с самого начала не следовало бы вводить; о том, что к выводам простой, прямолинейно, последовательно развиваемой теории следует относиться серьезно».

---

*) Подробная критика теории спонтанного рождения вещества, претендующей на замену теории Фридмана, дана в статье автора, упомянутой в конце § 1.

Не сказано здесь только одно — что правильное решение пришло из Советского Союза и принадлежало А. А. Фридману.

Любимым изречением А. А. Фридмана было: «Вóд, в которые я вступаю, не пересекал еще никто» *). В своих коротких заметках о космологических решениях Фридман не только сам вступил в новую область, он указал и нам плодотворные пути дальше, вперед, в неизведанное.

Примечания при корректуре. К стр. 213. Неоднородность распределения плотности во Вселенной весьма существенно изменяет эти предсказания. В частности, если в конусе лучей, соединяющих контур объекта с точкой, в которой находится наблюдатель, случайно нет вещества, то угловой размер объекта θ оказывается меньше. В этом случае θ не имеет минимума (см. статью автора, Астрон. журн. (1963) (в печати).

К стр. 215. Последние данные, по-видимому, указывают, что температура межгалактического теплового излучения ниже 1°—0,5° градусов Кельвина, так что плотность энергии в 10^5 раз меньше указанной в тексте. Дальнейшее уточнение и снижение температуры потребует измерений аппаратурой, находящейся за пределами земной атмосферы.

---

*) Слова Данте Алигиери: «L'acqua ch'io prendo giammi non si corse»; цитирую по воспоминаниям Е. П. Фридман (Геофизический сборник 5, вып. 1 (1927)).