1963 г. Июль *Т. LXXX, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

РАБОТЫ А. А. ФРИДМАНА ПО ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В. А. Фок

Среди научных работ А. А. Фридмана его исследования по теории тяготения Эйнштейна составляют по своему числу лишь небольшую долю (менее одной десятой части) всех опубликованных им работ, но по тому влиянию, какое они оказали на развитие науки, они стоят едва ли не на первом месте.

Александр Александрович Фридман и Всеволод Константинович Фредерикс, будучи профессорами Петроградского (ныне Ленинградского) университета, были первыми, познакомившими русских физиков, работавших в Петрограде, с недавно созданной Эйнштейном теорией тяготения. Это было в самом начале двадцатых годов, когда только что была прорвана блокада Советской России и из-за границы начала поступать научная литература. В Физическом институте университета собирался семинар, где в числе других ставились доклады по теории Эйнштейна. Участниками семинара были профессора и студенты старшего курса (их было тогда немного). Основными докладчиками по теории относительности были В. К. Фредерикс*) и А. А. Фридман, но иногда выступали Ю. А. Крутков, В. Р. Бурсиан и другие. Доклады Фредерикса и Фридмана я живо помню. Стиль этих докладов был различный: Фредерикс глубоко понимал физическую сторону теории **), но не любил математических выкладок, Фридман же делал упор не на физику, а на математику. Он стремился к математической строгости и придавал большое значение полной и точной формулировке исходных предпосылок. Очень интересны бывали возникавшие между Фредериксом и Фридманом дискуссии.

Основные свои две работы по теории относительности А. А. Фридман написал в 1922 и 1923 гг.; они были впервые напечатаны на немецком языке в тт. 10 и 21 журнала «Zeitschrift für Physik» за 1922 и 1924 гг. Первую из них «О кривизне пространства» Фридман успел также

---

*) Опубликованная в «Успехах физических наук» (т. 2, стр. 162, 1922 г.) статья В. К. Фредерикса содержит первое на русском языке изложение общей теории относительности, данное в докладах, которые автор прочитал в Москве и Петрограде в начале двадцатых годов (*Прим. ред.*).

**) Мне помнится, на мой вопрос «Как формулируется закон движения многих тел в общей теории относительности?» Фредерикс сразу ответил: «Движение тел определяется движением особенных точек метрического тензора». Это было за много лет до вывода на этой основе уравнений движения системы тел (работы Эйнштейна и мои работы 1938—1939 гг.). Не могу также не вспомнить, что Фредерикс еще до новой квантовой механики и до неравенств Гейзенберга говорил мне о необходимости поставить в атомной физике проблему наблюдения и что он первый оценил работы де Бройля 1923—1924 гг. о волнах материи.

опубликовать по-русски в «Журнале Русского физико-химического общества» (т. 56 за 1924 г.), а вторую «О возможности мира с постоянной отрицательной кривизной пространства» он опубликовать по-русски не успел. Мне эти работы хорошо памятны еще и потому, что вторую из них (а может быть, и обе) я переводил для А. А. Фридмана на немецкий язык, причем обратил его внимание на один неразобранный им случай пространства отрицательной кривизны.

Рассмотрим кратко содержание этих работ. Исходные предположения Фридмана заключаются в следующем. Вводится пространственная координатная система, относительно которой вещество предполагается неподвижным (сопутствующие координаты). Постулируется ортогональность времени к этому пространству. Предполагается, что само пространство обладает постоянной кривизной (положительной или отрицательной), зависящей только от времени *). При таких предположениях квадрат элементарного интервала может быть написан в виде

$$d\tau^2 = -\frac{R^2}{c^2}\, d\sigma^2 + M^2\, dt^2, \tag{1}$$

где $d\sigma^2$ есть квадрат элемента длины на сфере или псевдосфере единичного радиуса (на сфере при положительной кривизне и на псевдосфере Лобачевского при отрицательной кривизне). Выбор координат на сфере и на псевдосфере несуществен; Фридман принимает в случае сферы

$$d\sigma^2 = dx_1^2 + \sin^2 x_1\, dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2\, dx_3^2 \tag{2}$$

и в случае псевдосферы

$$d\sigma^2 = \frac{1}{x_3^2}\,(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2). \tag{3}$$

Уравнения тяготения Эйнштейна Фридман пишет в виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2}\, g_{ik}\overline{R} + \lambda g_{ik} = -\varkappa T_{ik}. \tag{4}$$

Он использует, таким образом, уравнения, содержащие космологическую постоянную λ. По этому поводу необходимо заметить следующее. Первоначально постоянная λ была введена Эйнштейном в уравнения тяготения для того, чтобы получить «стационарное» решение ($R = \mathrm{const}$) при отличной от нуля плотности вещества (поэтому постоянная λ и была названа «космологической»). Затем, после работ Фридмана, Эйнштейн отказался от члена с λ, и долгое время было принято считать, что член с λ не нужен и даже что уравнения (4) при $\lambda \neq 0$ неверны. На самом же деле член λg_{ik} должен всегда рассматриваться совместно с членом $\varkappa T_{ik}$, причем нужно иметь в виду, что тензор массы T_{ik} определяется из локальных соображений не вполне однозначно, а лишь с точностью до слагаемого **), пропорционального g_{ik}. «Космологический» член λg_{ik} как раз и компенсирует неоднозначность в определении тензора T_{ik}. Для однозначного определения тензора T_{ik} и постоянной λ необходимы добавочные соображения. В задачах обычного астрономического типа можно потребовать, чтобы на беско-

*) В первой работе рассматривается случай положительной кривизны, а во второй — случай отрицательной кривизны.

**) Физически это соответствует произвольной постоянной в выражении для давления («давление на бесконечности»).

нечности (т. е. на достаточно большом удалении от рассматриваемых масс) пространство было евклидово и чтобы там тензор T_{ik} обращался в нуль. Тогда необходимо будет и $\lambda=0$. В космологической же задаче условий на бесконечности ставить нельзя и тот или иной выбор λ представляет особую космологическую гипотезу. Поэтому использование Фридманом уравнений (4) представляется, вопреки принятому мнению, вполне оправданным.

Решая уравнения (4) при сделанных им предположениях, Фридман исследует как стационарный случай $R=\mathrm{const}$, так и нестационарный случай $R=R(t)$. В стационарном случае выражение (2) (положительная кривизна) приводит к несколько обобщенным решениям Эйнштейна и де Ситтера, соответствующим при $\lambda>0$ положительной плотности; выражение же (3) (отрицательная кривизна) приводит к новым решениям, но таким, которые соответствуют нулевой или отрицательной плотности.

Наиболее замечательны результаты Фридмана, относящиеся к нестационарному случаю. В этом случае будет $M=M(t)$, и вводя, согласно уравнению $dt'=M(t)dt$ вместо t новую переменную можно без ограничения общности свести задачу к случаю $M=1$. Тогда при положительной кривизне (формула (2)) для $R(t)$ получается уравнение

$$\frac{R\dot{R}^2}{c^2}+R-\frac{\lambda}{3c^2}R^3=A \tag{5}$$

и при отрицательной кривизне (формула (3)) уравнение

$$\frac{R\dot{R}^2}{c^2}-R-\frac{\lambda}{3c^2}R^3=A, \tag{6}$$

где A — постоянная, связанная с плотностью ϱ соотношением

$$\varkappa\varrho R^3=3A. \tag{7}$$

При положительном знаке постоянной A получается решение с положительной плотностью.

Тем самым доказана возможность нестационарных решений, соответствующих постоянной (как положительной, так и отрицательной) кривизне «сопутствующего» пространства. В этом и состоит основной результат работ Фридмана.

Интересно проследить, как отнесся Эйнштейн к этому неожиданному для него результату. Вскоре после опубликования первой работы Фридмана появилась заметка Эйнштейна, в которой он, несколько свысока, говорит, что результаты Фридмана показались ему подозрительными, и что он нашел в них ошибку, по исправлении которой решение Фридмана приводится к стационарному. В то время (1923 г.) в заграничной командировке был Ю. А. Крутков, который, по просьбе Фридмана, виделся в Берлине с Эйнштейном и с большим трудом (как он мне говорил) убедил последнего в его неправоте. В результате дискуссий между Крутковым и Эйнштейном вскоре появилась вторая заметка Эйнштейна, в которой тот полностью признает свою ошибку и дает высокую оценку результатам Фридмана. Такая готовность Эйнштейна — великого ученого, стоявшего тогда на вершине своей славы,— признать свою ошибку заслуживает быть отмеченной.

В заключение необходимо сказать, что результаты Фридмана — доказательство возможности нестационарной (в частности, расширяющейся)

Вселенной — имеют гораздо большее значение, чем то, какое он сам им придавал. Фридман не раз говорил, что его дело — указать возможные решения уравнений Эйнштейна, а там пусть физики делают с этими решениями что они хотят. Но впоследствии найденные Фридманом решения космологических уравнений получили применение в астрономии. Это произошло уже после безвременной кончины Фридмана, тогда, когда было открыто (Хэбблом и другими) красное смещение в спектрах отдаленных галактик, истолкованное как допплеровский эффект от расширения Вселенной. Таким образом, работы Фридмана проложили путь к дальнейшему развитию науки о Вселенной как науки не только теоретической, но и наблюдательной, и в этом их немеркнущее значение.