1963 г. Апрель Т. LXXIX, вып. 4
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ЭФФЕКТ МЁССБАУЭРА И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Я. А. Смородинский

1. ВВЕДЕНИЕ

Сразу же после открытия эффекта Мёссбауэра (см. 1,2) в литературе обсуждались возможности проверки общей теории относительности с помощью этого эффекта. Опыты Паунда и др. [2–4] показали, что в лабораторных условиях можно наблюдать влияние гравитационного поля на частоту фотона и что величина эффекта находится в согласии с предсказаниями теории (ср. работу Шервина[5]). Возникает вопрос: что именно проверяется в опытах Паунда? Для того чтобы проверить какую-нибудь теорию, надо прежде всего условиться, какие свойства мы будем считать уже установленными и в каких мы сомневаемся? Проще всего, когда опыт должен провести различие между двумя теориями, которые дают разные предсказания. В этом случае мы ищем ответ в форме «да — нет» и никаких неопределенностей в интерпретации опытов обычно не возникает.

В случае общей теории относительности вопрос оказывается сложнее. Не существует никакой другой теории, которая может объединить специальную теорию относительности с гравитационным полем. Общая теория относительности связана настолько крепкой логической цепочкой с другими разделами физики, что любая ее проверка в конце концов сводится к проверке выводов специальной теории относительности или даже просто закона сохранения энергии. Так как реальные опыты имеют небольшую точность, очевидно, что абсолютно строгая проверка эквивалентности (локальной — в данной точке в данный момент времени) поля тяготения и ускорения невозможно. Поэтому в рамках сравнительно грубых опытов можно (как это до сих пор встречается в литературе) объяснять опыты другой теорией. В этом смысле общая теория относительности выделяется из неограниченного числа других теорий внутренней стройностью и теоретическим совершенством, лучшим согласием с опытом.

Хорошим примером проверки общей теории относительности, вызвавшим большую дискуссию, и были опыты Паунда. Эти опыты, как казалось, могли быть интерпретированы как проверка одного из уравнений теории тяготения — уравнения центрального поля Шварцшильда. Обсудим эти опыты несколько подробнее, чем это делалось до сих пор, и выясним, какие непосредственные выводы позволяют сделать их результаты о свойствах гравитационного поля без использования других соображений, приводящих к построению теории тяготения. Напомним сначала основное свойство решения Шварцшильда, которое описывает свойство поля тяготения материального тела (подробнее см. в 6,7).

2. РЕШЕНИЕ ШВАРЦШИЛЬДА

Метрика поля, имеющего сферическую симметрию, которая при больших расстояниях определяет ньютоновское притяжение, записывается обычно в виде

$$ds^2 = (c^2 + 2\varphi)\, dt^2 - \frac{dr^2}{1 + \frac{2\varphi}{c^2}} - r^2\, d\Omega^2. \tag{2,1}$$

Здесь $\varphi(r)$ — потенциал Ньютона $\varkappa M/r$, $r^2 d\Omega^2$ — элемент площади сферы. а) Метрика в форме (2,1) определяет временну́ю координату так, что коэффициенты не зависят от времени; б) масштаб выбирается так, что площадь сферы всегда равна $4\pi r^2$, при этом радиус сферы будет всегда меньше r. Обратим внимание на то, что dr отличается от евклидового элемента длины на величину порядка $1/c^2$. Полагая $\varphi \sim gh$ (h — высота над поверхностью Земли), получим $\varphi/c^2 \sim gh/c^2$. В условиях лаборатории $h \sim 10$ *м*, $\varphi/c^2 \sim 10^{-15}$. Величина того же порядка определяет и разность хода часов в разных точках*).

Обратим внимание, что в метрике (2,1) координата r не имеет пока определенного смысла, так как не указан способ ее измерения, а следовательно, и ее связь с обычной эвклидовой координатой.

Координата r входит как аргумент потенциала $\varphi(r)$. Если мы ограничиваемся лишь членами порядка $1/c^2$, то безразлично, как определять r, и можно пользоваться для r его евклидовым значением. Однако если нас интересуют эффекты более высокого порядка, вопрос об определении расстояний требует отдельного рассмотрения.

Пространственная метрика может быть изменена преобразованием координат. Удобно пользоваться так называемой изотропной метрикой, получаемой из (2,1) подстановкой

$$r = r_1 \left(1 + \frac{r_0}{4r_1}\right), \tag{2,2}$$

где $r_0 = \varkappa M/c^2$ — гравитационный радиус источника, так что $\varphi/c^2 = r_0/r$. В переменной r_1 метрика принимает вид

$$ds^2 = \frac{\left(1 - \frac{r_0}{4r_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{r_0}{4r_1}\right)^2} c^2\, dt^2 - \left(1 + \frac{r_0}{4r_1}\right)^2 (dr_1^2 + r_1^2\, d\Omega^2). \tag{2,3}$$

В такой метрике величина элемента длины не зависит от направления в соответствии с обычно принятым измерением длины твердым масштабом. Заметим, что скорость света в обеих метриках зависит от координат:

$$v_{\text{св}}^2 = c^2 \left(1 - \frac{2r_0}{r}\right) = \frac{\left(1 - \frac{r_0}{r_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right)^4}. \tag{2,4}$$

Важно, что разница в метрике возникает, только начиная с членов $\sim c^{-4}$. Отсюда следует, что в опытах, точность которых не позволяет определить члены порядка c^{-4}, нельзя получить никакой информации о п р о с т р а н с т в е н н о й кривизне пространства и все эффекты описываются феноменологически как изменение скорости света. Отсюда также следует, что

*) На поверхности Солнца $\varphi \sim 2 \cdot 10^{-6}$. Это число и характеризует точность астрономических опытов (ср. [8]).

более точные опыты должны включать измерение геометрических элементов длин или углов. Такими опытами являются опыты по измерению отклонения света в поле Солнца и движения перигелия Меркурия. (В обоих опытах измеряются углы.) Заметим, что при измерении отклонения луча света измеряется нулевой интервал и в опыте определяется лишь одна величина (скорость света). Для планет два эффекта — кривизна пространства и изменение массы со скоростью — вносят разные вклады (что связано с тем, что $ds^2 \neq 0$), и опыты по движению перигелия вместе с другими действительно дают информацию о геометрии пространства вблизи Солнца.

3. ЧАСТОТА КВАНТА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Обычный вывод изменения частоты в гравитационном поле сводится к следующему. Исходим из того, что: 1) число колебаний кванта между двумя событиями не зависит от наблюдателя; 2) частота излучения или внутренние свойства излучающей системы, покоящейся относительно наблюдателя и находящейся с ним в одном месте, не зависят от места. Это значит, что мы предполагаем, что влияние гравитационного поля на свойства ядра или атома пренебрежимо мало. Более точно мы предполагаем, что постоянная Планка не зависит от гравитационного поля, а вся зависимость определяется только зависимостью массы-энергии системы от ее координат.

В этих предположениях инвариантным будет произведение $\omega\Delta t$. Полагая на поверхности Земли $\varphi = 0$ и $\omega = \omega_0$, мы можем написать формулу для частоты, отвечающей потенциалу φ:

$$\omega = \omega_0\left(1 - \frac{2r_0}{r}\right)^{1/2} \tag{3,1}$$

в метрике (2,1) или же в форме

$$\omega = \omega_0\left(\frac{1 - \dfrac{r_0}{4r_1}}{1 + \dfrac{r_0}{4r_1}}\right)^2 \tag{3,2}$$

в метрике (2,2). Разница в формулах (3,1) и (3,2) определяется различным выбором координаты r. Удобно записывать обе формулы в едином виде:

$$\omega = \omega_0\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)^{1/2}. \tag{3,3}$$

В метрике (2,1) φ совпадает с ньютоновским потенциалом $\varphi = -r_0/r$, в то время как в изотропной метрике

$$\varphi = -\frac{r_0/r}{\left(1 + \dfrac{r_0}{4r_1}\right)^2}, \tag{3,3'}$$

что отличается от ньютоновского потенциала на члены порядка c^{-4}.

Запись в форме (3,3) удобна тем, что в ней потенциал выбран в качестве естественной координаты, почти равной обратному расстоянию (в единицах r_0). Для обсуждения опытов удобно еще немного изменить определения, записав (3.3) в форме

$$\omega = \omega_0\left(1 + \frac{\psi}{c^2}\right), \tag{3,4}$$

так что

$$\psi = -1 + \sqrt{1 + 2\varphi}. \tag{3,5}$$

С помощью формулы (3,4) можно в принципе сопоставить каждой точке пространства потенциал ψ. Если еще ввести вместо ψ обратную к ней величину ψ^{-1}, то ее можно использовать как координату, отличающуюся от r лишь на члены порядка c^{-4}.

Из сказанного видно, что сам по себе опыт с измерением смещения частоты может дать информацию о метрике пространства только после измерения расстояния. При этом в порядке c^{-2} измерения могут быть сделаны в евклидовом приближении; в порядке c^{-4} необходимо измерять расстояние с точностью до членов c^{-2} включительно. Определение поправок более высокого порядка требует уже учета гравитационного излучения (порядок c^{-5}), и вся проблема становится очень сложной, даже теоретически.

Перейдем теперь к опыту с эффектом Мёссбауера. Опыты Паунда и Ребки, Крэншоу, Шриффера и Уайтхэда состояли в том, что сравнивалась частота фотона, излучаемого возмущенным ядром Fe^{57}, расположенным на высоте около 10 *м* над поверхностью Земли, с резонансной частотой, которую может поглотить невозбужденное ядро Fe^{57} на поверхности Земли. Сравнение производилось так, что фотон поглощался мишенью, движущейся как раз с такой скоростью, которая компенсирует благодаря допплеровскому смещению гравитационное изменение частоты.

Попробуем рассмотреть наблюдавшийся эффект, начиная только с законов сохранения, и проследим, чтó надо добавить к этим законам для полного описания опыта.

Прежде всего необходимо использовать систему, имеющую по крайней мере два *квантовых* уровня (ядро железа), которые служат в качестве часов, частота которых для наблюдателя, находящегося вместе с ними в одной точке пространства, не зависит от того, где эта система находится. Очевидно, что опыты такого типа не могли быть проведены, например, с водяными часами, с которыми производились первые опыты Галилея по гравитации; ход таких часов замедляется с подъемом над поверхностью Земли. Непонятно, как можно было бы произвести опыт, имея не квантовый, а классический диполь, например антенну радиостанции. В том случае было бы трудно определить, чтó означает, что это конечное состояние приемника *совпадает* с начальным состоянием излучателя.

Мы подчеркиваем это обстоятельство, так как нетривиально, что в общей теории относительности *необходимо* пользоваться *квантовыми* часами, — обстоятельство, указывающее глубокую связь между геометрией и квантами (ср. Вигнер [9]).

Опыт Паунда и Ребки схематически описываются так.

До опыта. На высоте, которой отвечает потенциал φ, покоится система (излучатель) с массой M_0. На уровне Земли со скоростью v движется другая система (поглотитель) с массой m_1. Мы называем системой ядро вместе со всей установкой (ответ, конечно, не будет зависеть от M_0 и m_1).

После опыта. Система M_0 перешла в состояние с массой M_1 и (излучив квант) получила скорость отдачи u; система m_1 перешла в состояние m_0 и изменила скорость на Δv.

Так как системы квантовые, разность энергий Δm для наблюдателя, находящегося рядом с системой, одна и та же. Разность энергий для наблюдателя на Земле определяется законом тяготения Ньютона и равна Δm на Земле и $\Delta m(1 + \varphi)$ на высоте.

Если считать массы очень большими, а изменения скорости малыми, то сохранение энергии и импульса дает два уравнения, связывающие состояния систем до и после опыта:

$$\Delta m\cdot(1+gh)-M_1\frac{u^2}{2}=\Delta m\cdot\frac{v^2}{2}+v\Delta v\cdot m_1, \qquad (3{,}6а)$$

$$M_1v=\Delta m\cdot v+m_1\Delta v. \qquad (3{,}6б)$$

Для того чтобы написать третье уравнение, нам надо использовать свойство электромагнитного поля. Именно, при излучении электромагнитной волны передается энергия, равная переданному импульсу. Это есть следствие специального принципа относительности и проверяется, например, в опытах Лебедева по давлению света. Оно не содержит никаких предположений о действии гравитационного поля на квант. Таким образом, левые части (3,6а) и (3,6б) равны. Пренебрегая u^2 в левой части (3,6а), получаем третье уравнение

$$\Delta m\cdot(1+gh)=M_1v. \qquad (3{,}6в)$$

Из (3,6б) и (3,6в) сразу получаем нужный нам результат:

$$v=\frac{\varphi}{c},$$

т. е. мишень должна двигаться со скоростью gh/c, чтобы она могла поглотить свет.

Мы видим, что законов сохранения в форме специальной теории относительности и квантового характера мишени (независимость мировых постоянных от гравитационного поля) достаточно для вывода формулы эффекта.

Для сравнения отметим, что если бы энергия сверху вниз передавалась не электромагнитным полем, а нерелятивистским телом, например мячом, то ответ был бы другой. Если спросить, с какой скоростью надо опускать ракетку (модель поглотителя), чтобы мяч упал и не подпрыгнул (модель поглощения), то ответ на основании законов сохранения будет $\Delta v=0$; это заменяет уравнение (3,6в) и $v=\sqrt{2gh}$. Именно этот результат проверял Галилей, который не знал еще, что с одинаковыми скоростями падают только тела, скорости которых малы по сравнению со скоростью света. В опытах с квантами скорость с высотой не изменяется, а частота изменяется.

Таким образом, вопреки часто высказываемому утверждению (особенно в популярных статьях), описанные опыты с эффектом Мёссбауэра ничего, кроме закона сохранения энергии, не проверяют. Для того чтобы опыт описанного типа дал более полную информацию о геометрии, необходимо по крайней мере измерить расстояние между источником и детектором. Для этого, например, надо измерить время, которое затрачивает свет на путь от детектора до источника и обратно. В этом случае мы получили бы сведения о пространственной части метрики.

Сказанное можно проиллюстрировать геометрическими соображениями. Измерение сдвига частоты есть просто установление масштаба на оси расстояний или на оси времени, но не установление соответствия между масштабом двух осей. Очевидно, что из измерений вдоль оси координат нельзя определить кривизну пространства-времени. Измерения времени распространения света можно описать как измерения основания равнобедренного треугольника Δt в плоскости $(x,\ t)$. В этом треугольнике, кроме того, известна высота — расстояние до источника — и углы при основании, определяемые скоростью света. Зная четыре элемента треугольника (два угла, высоту и основание), можно найти, насколько он отличается от треугольника в евклидовой геометрии, и вычислить кривизну.

Ясно, что часто обсуждаемые опыты (ср.[8]) по смещению частоты на искусственном спутнике дают не больше информации, чем лабораторные, так что и в этом случае необходимо иметь очень точный метод измерения времени распространения сигнала.

Остается подчеркнуть, что вопрос о влиянии поля тяготения на свет был полностью рассмотрен еще Эйнштейном в работе[10] 1911 г. — за несколько лет до появления общей теории относительности. Любопытно, что вычисление отклонения света в поле Солнца, приведенное в этой работе, дает результат (0″,83), вдвое меньший правильного, так как этот эффект связан с кривизной пространства.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. И. Я. Барит, М. И. Подгорецкий и Ф. Л. Шапиро, ЖЭТФ 38, 301 (1960).
2. R. V. Pound and G. A. Rebka, Jr., Phys. Rev. Letts. 3, 439 (1959); 4, 337 (1960).
3. T. E. Cranshaw, J. P. Schiffer and A. B. Whitehead, Phys. Rev. Letts. 4, 163 (1960).
4. H. J. Hay, J. P. Schiffer, T. E. Cranshaw and P. A. Engelstaff, Phys. Rev. Letts. 4, 165 (1960).
5. C. W. Sherwin, Phys. Rev. 120, 17 (1960).
6. А. Эддингтон, Теория относительности, М.—Л., ОНТИ, 1934.
7. Л. Ландау и Е. Лифшиц, Теория поля, М., Физматгиз, М., 1962.
8. В. Л. Гинзбург, в сб. «Эйнштейн и развитие физико-математической мысли», М., Изд-во АН СССР, 1962, стр. 117.
9. Е. Вигнер, УФН 65, 257 (1958).
10. A. Einsten. Ann d. Phys. 35, 898 (1911) (перевод в сб. «Принцип относительности», М., ОНТИ, 1936, стр. 217).