

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ДИФФУЗИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Е. Голант

В последние годы опубликовано большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению диффузии заряженных частиц плазмы в магнитном поле. Интерес к этим работам стимулируется прежде всего широко развернувшимися исследованиями удержания и нагрева плазмы в магнитном поле, проводимыми в связи с проблемой управляемых термоядерных реакций (см., например, ¹⁻³), а также астрофизическими исследованиями плазмы ⁴⁻⁵.

В ряде книг по физике плазмы ^{1-3, 6-12} рассматриваются некоторые аспекты теории диффузии в магнитном поле и излагаются отдельные экспериментальные результаты. Однако систематический обзор современного состояния исследований диффузии отсутствует. Настоящая статья имеет целью восполнить этот пробел; в ней излагается теория диффузии стабильной плазмы и дается обзор основных экспериментальных исследований по диффузии в магнитном поле*).

1. ТЕОРИЯ ДИФФУЗИИ, СВЯЗАННОЙ СО СТОЛКНОВЕНИЯМИ ЧАСТИЦ

Влияние магнитного поля на диффузию заряженных частиц в газе и их движение в электрическом поле было отмечено еще в ранних работах Таунсенда ¹⁴. В этих и в ряде последующих работ ¹⁴⁻¹⁵ приближенным методом свободных пробегов рассмотрено направленное движение заряженных частиц в нейтральном газе. Более подробный анализ процессов переноса заряженных частиц в нейтральном газе, основанный на решении кинетического уравнения, усредненных уравнений движения, проведен в работах ¹⁶⁻²¹. Результаты этих исследований были использованы для рассмотрения дипольной диффузии в слабо ионизованном газе ^{22, 20, 21}.

Большое число работ посвящено процессам переноса поперек магнитного поля в полностью ионизованном газе. Процессы переноса исследовались с помощью усредненных уравнений движения заряженных частиц ^{23-25, 6}, с помощью кинетического уравнения ²⁶⁻³⁴, методами, основанными на рассмотрении смещений отдельных частиц ³⁵⁻³⁹. При этом коллективные кулоновские взаимодействия заряженных частиц в большинстве случаев рассматривались как совокупность независимых парных столкновений с максимальным радиусом взаимодействия, равным

*) Следует отметить, что во многих экспериментах обнаружено появление различного вида неустойчивостей плазмы. Вопросы теории устойчивости в данном обзоре не рассматриваются (см., например, ¹⁸).

дебаевскому. Специальное исследование, проведенное методами квантовой теории поля, показало допустимость такого рассмотрения при анализе процессов переноса ^{40,41}.

В ряде работ ⁴²⁻⁴⁵ рассмотрена диффузия поперек магнитного поля в сильно ионизованном газе для условий, когда существенны столкновения заряженных частиц как с нейтральными частицами, так и друг с другом.

Мы не будем останавливаться на различных методах теоретического исследования процессов переноса в магнитном поле. Для того чтобы получить общие соотношения, определяющие скорость диффузии под воздействием градиентов концентрации в произвольных магнитных полях, будет использован наиболее простой метод, основанный на решении приближенных уравнений движения заряженных частиц. Далее будет подробно рассмотрена поперечная диффузия в сильных магнитных полях и на основе анализа смещений частиц, вызванных столкновениями, получены выражения для диффузионных потоков. Чтобы не загромождать изложение, диффузия, вызванная градиентами температуры (термодиффузия), рассматриваться не будет.

§ 1. Теория диффузии, основанная на уравнениях движения частиц

1. Усредненные уравнения движения. Усредненное уравнение движения заряженных частиц может быть записано следующим образом:

$$m_a \left[\frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + (\mathbf{u}_a \nabla) \mathbf{u}_a \right] = Z_a e \mathbf{E} + Z_a e \frac{[\mathbf{u}_a \mathbf{H}]}{c} - \frac{\nabla p_a}{n_a} + m_a \frac{\delta \mathbf{u}_a}{\delta t}. \quad (1,1)$$

Здесь $Z_a e$ — заряд, m_a — масса, \mathbf{u}_a — вектор средней (направленной) скорости, n_a — концентрация, p_a — давление, $m_a \frac{\delta \mathbf{u}_a}{\delta t}$ — изменение импульса в результате столкновений («сила трения») (все величины относятся к частицам сорта «а» *), \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей. Давление p_a в случае максвелловского распределения хаотических скоростей частиц определяется равенством

$$p_a = n_a T_a \quad (1,2)$$

(T_a — температура в энергетических единицах).

Уравнение (1,1) является, как известно, следствием кинетического уравнения (см.⁶). При этом последнее слагаемое $m_a \frac{\delta \mathbf{u}_a}{\delta t}$ в общем случае определяется лишь в результате интегрирования кинетического уравнения. Величина $m_a \frac{\delta \mathbf{u}_a}{\delta t}$ может зависеть не только от концентрации и температуры различных частиц, но и от магнитного поля. Приблизленно, однако, величина силы трения может быть представлена соотношением ^{6,23,24}

$$m_a \frac{\delta \mathbf{u}_a}{\delta t} = -m_a \sum_{(\beta)} v_{a\beta} (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_\beta). \quad (1,3)$$

Каждое из слагаемых в правой части определяет усредненное изменение импульса частицы сорта «а» за единицу времени в результате ее столкнове-

*) Величины, относящиеся к электронам, мы будем обозначать индексом $\alpha = e$, величины, относящиеся к ионам, — индексом $\alpha = i$, к нейтральным атомам — индексом $\alpha = n$.

ний с частицами сорта « β ». Естественно считать, что «сила трения», определяемая столкновениями частиц сорта « α » и « β », пропорциональна их относительной скорости. Величина $\nu_{\alpha\beta}$ есть некая эффективная частота столкновений частиц. В связи с сохранением импульса при столкновениях между величинами $\nu_{\alpha\beta}$ и $\nu_{\beta\alpha}$ должно иметь место соотношение

$$n_{\alpha} m_{\alpha} \nu_{\alpha\beta} = n_{\beta} m_{\beta} \nu_{\beta\alpha}. \quad (1,4)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать стационарные или квазистационарные процессы, при которых

$$\left| \frac{\partial \mathbf{u}_{\alpha}}{\partial t} \right| \ll \left| \frac{\delta \mathbf{u}_{\alpha}}{\delta t} \right| \quad (1,5)$$

и можно пренебречь первым членом в левой части уравнения переноса. Далее, мы будем считать возмущения — градиенты концентрации и электрическое поле — малыми, так что квадратичными слагаемыми $(\mathbf{u}_{\alpha} \nabla) \mathbf{u}_{\alpha}$ в левой части уравнения (1,1) также можно пренебречь. Такое пренебрежение допустимо в случае, если направленная скорость частиц много меньше хаотической (тепловой) скорости:

$$u_{\alpha} \ll \sqrt{\frac{T_{\alpha}}{m_{\alpha}}}. \quad (1,6)$$

Это неравенство является, очевидно, условием диффузионного характера процессов переноса.

Имея в виду сделанные упрощения, а также используя равенства (1,2), (1,3), уравнение (1,1) можно записать в виде уравнения равновесия между электрической, лоренцевской силой, градиентом давления (на 1 частицу) и эффективной силой трения

$$Z_{\alpha} e E + Z_{\alpha} e \frac{[\mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{H}]}{c} - T_{\alpha} \frac{\nabla n_{\alpha}}{n_{\alpha}} - m_{\alpha} \sum_{(\beta)} \nu_{\alpha\beta} (\mathbf{u}_{\alpha} - \mathbf{u}_{\beta}) = 0. \quad (1,7)$$

В уравнении (1,7) температура полагается постоянной и вынесена за знак градиента, поскольку термодиффузия рассматриваться не будет.

Система уравнений (1,7) для всех частиц плазмы позволяет определить их направленные скорости, т. е. решить задачу о направленном движении частиц.

2. Направленное движение заряженных частиц в нейтральном газе. Рассмотрим прежде всего движение заряженных частиц слабо ионизованного газа, в котором столкновения заряженных частиц друг с другом не существенны, т. е. частоты столкновений электронов и ионов с нейтральными атомами много больше частот их столкновений друг с другом:

$$\nu_{en} \gg \nu_{ei}, \quad \nu_{in} \gg \nu_{ie}. \quad (1,8)$$

В этом случае уравнения переноса (1,7) для заряженных частиц разных типов оказываются независимыми и имеют вид

$$Z_{\alpha} e E + Z_{\alpha} e \frac{[\mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{H}]}{c} - T_{\alpha} \frac{\nabla n_{\alpha}}{n_{\alpha}} - m_{\alpha} \nu_{\alpha n} \mathbf{u}_{\alpha} = 0. \quad (1,9)$$

Здесь $\nu_{\alpha n}$ — частота столкновений частиц сорта « α » с нейтральными атомами; мы учли, что при малой степени ионизации направленная скорость нейтральных атомов много меньше направленной скорости заряженных частиц.

Проектируя векторное уравнение (1,9) на направление магнитного поля, найдем выражение для продольной направленной скорости

$$\left. \begin{aligned} u_{a||} &= -D_{a||} \frac{\nabla_{||} n_a}{n_a} + \mu_{a||} E_{||}, \\ D_{a||} &= \frac{T_a}{m_a v_{an}}, \quad \mu_{a||} = \frac{Z_a e}{m_a v_{an}} \end{aligned} \right\} \quad (1,10)$$

($u_{a||}$, $E_{||}$, $\nabla_{||} n_a$ — проекции соответствующих векторов на направление магнитного поля).

Проекция уравнения (1,9) на плоскость, перпендикулярную к магнитному полю, позволяет определить поперечные составляющие направленной скорости — поперечную составляющую скорости в направлении градиента концентрации и электрического поля u_{\perp} и составляющую скорости в направлении, перпендикулярном к магнитному полю и градиенту концентраций u_{\top} :

$$\left. \begin{aligned} u_{a\perp} &= -D_{a\perp} \frac{\nabla_{\perp} n_a}{n_a} + \mu_{a\perp} E_{\perp}, \\ D_{a\perp} &= \frac{T_a}{m_a v_{an} \left(1 + \frac{\omega_a^2}{v_{an}^2}\right)}, \quad \mu_{a\perp} = \frac{Z_a e}{m_a v_{an} \left(1 + \frac{\omega_a^2}{v_{an}^2}\right)}; \end{aligned} \right\} \quad (1,11)$$

$$u_{a\top} = \frac{e T_a [h \nabla n_a]}{Z_a e H n_a \left(1 + \frac{v_{an}^2}{\omega_a^2}\right)} - \frac{c [h E]}{H \left(1 + \frac{v_{an}^2}{\omega_a^2}\right)}. \quad (1,12)$$

Здесь E_{\perp} , $\nabla_{\perp} n$ — проекции векторов E и ∇n на плоскость, перпендикулярную к магнитному полю; h — единичный вектор в направлении магнитного поля; ω_a — ларморовская частота

$$\omega_a = \frac{|Z_a| e H}{m_a c}. \quad (1,13)$$

Для характеристики движения частиц в направлении градиента концентрации и электрического поля мы ввели коэффициенты продольной и поперечной диффузий $D_{a||}$, $D_{a\perp}$ и соответствующие подвижности $\mu_{a||}$, $\mu_{a\perp}$. Связь между ними определяется соотношениями Эйнштейна

$$\frac{D_{a||}}{\mu_{a||}} = \frac{D_{a\perp}}{\mu_{a\perp}} = \frac{T_a}{Z_a e}. \quad (1,14)$$

Различие величин $D_{a||}$ и $D_{a\perp}$ (или $\mu_{a||}$ и $\mu_{a\perp}$) определяет анизотропию явлений переноса при наличии магнитного поля.

Заметим, что движение в направлении, перпендикулярном к градиенту концентрации и электрическому полю при больших магнитных полях (при $\omega_a \gg v_{an}$), определяется скоростью дрейфа заряженных частиц.

Мы получили с помощью уравнений движения приближенные выражения для потока заряженных частиц в нейтральном газе. Сравним эти выражения с более точными формулами, полученными для некоторых случаев с помощью кинетического уравнения.

Интегрирование кинетического уравнения удастся провести при рассмотрении движения электронов в газе для условий, при которых существенны только упругие столкновения электронов. Рассмотрение приводит к следующим выражениям для коэффициентов диффузии²⁰:

$$De_{||} = \frac{1}{3} \int \frac{v^2}{v_{en}} f_e(v) dv, \quad De_{\perp} = \frac{1}{3} \int \frac{v^2 v_{en}}{\omega_e^2 + v_{en}^2} f_e(v) dv, \quad (1,15)$$

где \mathbf{v} — скорость электронов, $f_e(v)$ — функция распределения по скоростям,

$$v_{en}^* = n_n v s_{en}^*(v), s_{en}^* = \int_{(\Omega)} \sigma_{en}(v, \vartheta) (1 - \cos \vartheta) d\Omega, \quad (1,16)$$

v_{en}^* — «диффузионная» частота столкновений, s_{en}^* — сечение передачи импульса, $\sigma_{en}(v, \vartheta)$ — дифференциальное сечение рассеяния электронов атомами, интегрирование в (1,15) производится по всему объему в пространстве скоростей электронов.

Выражения (1,15) и (1,10)–(1,11) совпадают в случае, если диффузионная частота столкновений электронов с атомами v_{en}^* не зависит от скорости. Если v_{en}^* зависит от скорости, то для того, чтобы получить соответствие между формулами, следует ввести в (1,10) и (1,11) некие усредненные частоты столкновений. При этом величина v_{en} , входящая в D_{\perp} , оказывается зависимой от магнитного поля. Тем не менее и в этом случае общий ход зависимости коэффициентов диффузии от магнитного поля формула (1,11) отображает правильно, если зависимость v_{en}^* от v не является очень резкой.

Кинетическое уравнение, описывающее движение ионов в нейтральном газе, легко удастся проинтегрировать в случае, если эффективное сечение столкновений иона и атома изменяется обратно пропорционально их относительной скорости, $\sigma_{in} \sim 1/v$ (предполагается, что существенны только упругие столкновения)¹⁸. Для этого случая в результате интегрирования кинетического уравнения получаются выражения для потока, совпадающие с формулами (1,10)–(1,12), причем эффективная частота столкновений определяется равенством

$$v_{in} = \frac{m_n}{m_i + m_n} n_n \int_{(\Omega)} v \sigma_{in}(v, \vartheta) (1 - \cos \vartheta) d\Omega. \quad (1,17)$$

3. Двуполярная диффузия заряженных частиц в слабо ионизованном газе. В процессе диффузии заряженных частиц должна сохраняться квазинейтральность плазмы (разумеется, если размеры неоднородной области много больше дебаевского радиуса). Условие квазинейтральности для плазмы, состоящей из электронов и ионов с зарядом Ze , имеет вид

$$n_e = Z n_i. \quad (1,18)$$

Равенство (1,18) задает связь между потоками, втекающими в каждый элемент объема,

$$\nabla(n_e \mathbf{u}_e) = Z \nabla(n_i \mathbf{u}_i). \quad (1,19)$$

Во многих случаях соотношение (1,19) определяет отсутствие электрического тока в направлении градиента концентрации, т. е. равенство соответствующих компонент направленных скоростей электронов и ионов

$$u_{e\parallel} = u_{i\parallel}, \quad \mathbf{u}_{e\perp} = \mathbf{u}_{i\perp}. \quad (1,20)$$

Это равенство имеет место, например, при диффузии в диэлектрическом баллоне (более подробно об этом см. в § 3 гл. I).

Заметим, что соотношения (1,18) и (1,19) не накладывают никаких ограничений на поток частиц в направлении, перпендикулярном к градиенту концентрации (легко видеть, что $\nabla(n_i \mathbf{u}_i) = 0$). Это естественно, поскольку такой поток не приводит к изменению концентрации частиц. Режим диффузии, при котором соблюдается условие (1,20), называется двуполярным.

Рассмотрим двуполярную диффузию в слабо ионизованном газе, когда основную роль играют столкновения электронов и ионов с атомами ($v_{en} \gg v_{ei}$, $v_{in} \gg v_{ie}$). Направленные скорости электронов и ионов в этом случае определяются формулами (1,10)–(1,12). Подставляя эти формулы в (1,20) и учитывая (1,18), определим напряженность электрического поля пространственного заряда, необходимую для поддержания двуполярной диффузии*):

$$E_{||} = \frac{(D_{i||} - D_{e||}) \nabla_{||} n_e}{(\mu_{i||} - \mu_{e||}) n_e} \approx - \frac{T_e \nabla_{||} n_e}{en_e}, \quad (1,21)$$

$$E_{\perp} = \frac{(D_{i\perp} - D_{e\perp}) \nabla_{\perp} n_e}{(\mu_{i\perp} - \mu_{e\perp}) n_e} \approx - \frac{T_e \left[1 - \frac{\omega_e \omega_i T_i}{Z v_{en} v_{in} T_e} \right] \nabla_{\perp} n_e}{e \left[1 + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}} \right] n_e}. \quad (1,22)$$

Приближенные равенства в (1,21), (1,22), а также в последующих соотношениях (1,23)–(1,25) получаются при условиях $m_i v_{in} \gg Z m_e v_{en}$, $m_i v_{in} \gg T_e / T_i m_e v_{en}$, которые соблюдаются практически во всех случаях, так как $m_i \gg m_e$.

Как видно из формулы (1,21), продольное электрическое поле двуполярной диффузии ускоряет диффузионное движение ионов и замедляет движение электронов. Поперечное электрическое поле при малых магнитных полях также ускоряет диффузию ионов; при больших полях, при которых коэффициент диффузии для ионов оказывается большим, чем для электронов, электрическое поле изменяет знак.

Используя соотношения (1,10), (1,11), (1,21), (1,22), найдем выражения для скорости двуполярной диффузии электронов и ионов

$$\left. \begin{aligned} u_{en} = u_{in} = -D_{a||} \frac{\nabla_{||} n_e}{n_e}, \\ D_{a||} = \frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in} + Z m_e v_{en}} \approx \frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in}}; \end{aligned} \right\} \quad (1,23)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{e\perp} = u_{i\perp} = -D_{a\perp} \frac{\nabla_{\perp} n_e}{n_e}, \\ D_{a\perp} = \frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in} + Z m_e v_{en} + \frac{Z m_e \omega_e^2}{v_{en}} + \frac{m_i \omega_i^2}{v_{in}}} \approx \frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in} \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (1,24)$$

Введенные здесь величины $D_{a||}$, $D_{a\perp}$ называют продольным и поперечным коэффициентами двуполярной диффузии.

С помощью формул (1,12) и (1,22) нетрудно найти также скорости частиц в направлении, перпендикулярном к градиенту концентрации при двуполярной диффузии:

$$\left. \begin{aligned} u_{e\top} &\approx - \frac{c(T_i + Z T_e) [h \nabla n_e]}{Z e H \left(1 + \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_e \omega_i} \right) \left(1 + \frac{v_{en}^2}{\omega_e^2} \right) n_e}, \\ u_{i\top} &\approx \frac{c m_e v_{en} (T_i + Z T_e) [h \nabla n_i]}{Z^2 e H m_i v_{in} \left(1 + \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_e \omega_i} + \frac{\omega_i^2}{v_{in}^2} \right) n_i}. \end{aligned} \right\} \quad (1,25)$$

*) Потенциальное электрическое поле, определяемое равенствами (1,21), (1,22), может существовать, если распределение концентраций представляется произведением функций, зависящих от продольных и поперечных координат, $n = n_{||}(r_{||}) n_{\perp}(r_{\perp})$.

Эти скорости определяют плотность диамагнитного тока, сопровождающего дипольную диффузию,

$$\mathbf{j} = Ze n_i \mathbf{u}_i - e n_e \mathbf{u}_e \approx \frac{c(T_i + ZT_e)}{ZH \left(1 + \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_e \omega_i}\right)} [\mathbf{h} \nabla n_e] \quad (\text{при } v_{en} \ll \omega_e). \quad (1,26)$$

4. Д и ф ф у з и я в п о л н о с т ь ю п о н и з о в а н н о м г а з е. Рассмотрим теперь диффузию в полностью ионизованном газе, состоящем из электронов и ионов с зарядом Ze .

Заметим, что на каждый элемент объема полностью ионизованного газа (при $\nabla H \perp \mathbf{H}$) действуют только две силы: градиент давления $\nabla(p_i + p_e)$ и градиент магнитного давления $\nabla(H^2/8\pi)$, направленный перпендикулярно к магнитному полю. Диффузия, т. е. равномерное движение газа, может иметь место при условии равновесия этих сил. Поэтому продольная диффузия полностью ионизованного газа вообще не имеет смысла, так как при наличии градиента давления продольное движение плазмы является ускоренным. Поперечную диффузию полностью ионизованного газа имеет смысл рассматривать при равновесии газа в целом:

$$-\nabla_{\perp}(p_i + p_e) = \nabla_{\perp} \left(\frac{H^2}{8\pi} \right). \quad (1,27)$$

При этом в области диффузии магнитное поле можно считать однородным, только если кинетическое давление много меньше магнитного:

$$\beta = \frac{8\pi(p_i + p_e)}{H^2} \ll 1. \quad (1,28)$$

Направленное поперечное движение электронов и ионов определяется уравнениями (1,7)

$$\left. \begin{aligned} e\mathbf{E} + \frac{e[\mathbf{u}_e \mathbf{H}]}{c} + T_e \frac{\nabla n_e}{n_e} + m_e v_{ei}(\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) &= 0, \\ Ze\mathbf{E} + \frac{Ze[\mathbf{u}_i \mathbf{H}]}{c} - T_i \frac{\nabla n_i}{n_i} - m_i v_{ie}(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1,29)$$

При совместном решении этих уравнений следует иметь в виду условие квазинейтральности (1,18) и соотношение между частотами столкновений (1,4). Решив систему уравнений (1,29), нетрудно определить направленные скорости частиц. Скорости электронов и ионов в направлении градиента концентрации оказываются одинаковыми:

$$\mathbf{u}_{e\perp} = \mathbf{u}_{i\perp} = -D_{\perp} \frac{\Delta_{\perp} n_e}{n_e}, \quad D_{\perp} = \frac{\left(T_e + \frac{1}{Z} T_i\right) v_{ei}}{m_e \omega_e^2}, \quad (1,30)$$

т. е. диффузия полностью ионизованного газа поперек магнитного поля оказывается дипольной независимо от величины электрического поля в плазме. Поток частиц в направлении электрического поля отсутствует.

Скорости электронов и ионов в направлении, перпендикулярном к градиенту концентрации и полю, определяются равенствами

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{e\perp} &= -\frac{c}{H} [\mathbf{hE}] - \frac{cT_e}{eH} \frac{[\mathbf{h} \nabla n_e]}{n_e}, \\ \mathbf{u}_{i\perp} &= -\frac{c}{H} [\mathbf{hE}] + \frac{cT_i}{ZeH} \frac{[\mathbf{h} \nabla n_i]}{n_i}. \end{aligned} \right\} \quad (1,31)$$

Эти скорости определяют дрейф электронов и ионов, существующий независимо от их столкновений друг с другом.

Плотность диамагнитного тока в полностью ионизованном газе оказывается равной

$$\mathbf{j} = n_e e (\mathbf{u}_{i\top} - \mathbf{u}_{e\top}) = \frac{c}{ZH} (T_i + ZT_e) [\mathbf{h} \nabla n_e]. \quad (1,32)$$

Формулы (1,30)–(1,32) совпадают с соответствующими выражениями, получающимися в результате кинетического рассмотрения при $\omega_e \gg \nu_{ei}^{20-30}$, если эффективную частоту столкновений электронов с ионами принять равной

$$\nu_{ei} = \frac{4V\sqrt{2\pi}}{3} n_i L \left(\frac{Ze^2}{T_e} \right)^2 \left(\frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (1,33)$$

(L — так называемый «кулоновский логарифм»⁶).

5. Двуполярная диффузия в сильно ионизованном газе. Рассмотрим теперь диффузию в газе, содержащем электроны, положительные ионы одного типа и нейтральные частицы для условий, при которых частоты столкновений заряженных частиц с нейтральными и друг с другом сравнимы («сильно ионизованный газ»). Система уравнений (1,7) для этого случая имеет вид

$$\left. \begin{aligned} e\mathbf{E} + \frac{e[\mathbf{u}_e\mathbf{H}]}{c} + T_e \frac{\nabla n_e}{n_e} + m_e \nu_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) + m_e \nu_{en} \mathbf{u}_e &= 0, \\ Ze\mathbf{E} + \frac{Ze[\mathbf{u}_i\mathbf{H}]}{c} - T_i \frac{\nabla n_i}{n_i} - m_i \nu_{ie} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) - m_i \nu_{in} \mathbf{u}_i &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1,34)$$

Здесь учтены квазинейтральность плазмы и соотношение между частотами столкновений (1,4). Как и раньше, предполагается, что направленная скорость атомов много меньше направленной скорости заряженных частиц.

Совместное решение уравнений (1,34) определяет скорости \mathbf{u}_e и \mathbf{u}_i . Мы не будем выписывать получающиеся громоздкие формулы. Приравняв составляющие скорости электронов и ионов в направлении градиентов концентрации ($\mathbf{u}_{||}$, \mathbf{u}_{\perp}), нетрудно найти двуполярную скорость частиц и электрическое поле, обеспечивающее двуполярную диффузию. Продольная и поперечная составляющие этих величин имеют вид

$$\mathbf{u}_{||} = -D_{a||} \frac{\nabla_{||} n_e}{n_e}, \quad D_{a||} = \frac{T_i + ZT_e}{m_i \nu_{in}}, \quad (1,35)$$

$$\mathbf{E}_{||} = -\frac{T_e}{e} \frac{\nabla_{||} n_e}{n_e}, \quad (1,36)$$

$$\mathbf{u}_{\perp} = -D_{a\perp} \frac{\nabla_{\perp} n_e}{n_e}, \quad D_{a\perp} = \frac{T_i + ZT_e}{m_i \nu_{in} \left[1 + \frac{\omega_e \omega_i}{(\nu_{ei} + \nu_{en}) \nu_{in}} \right]}, \quad (1,37)$$

$$\mathbf{E}_{\perp} = -\frac{T_e \left[1 - \frac{T_i}{ZT_e} \frac{\omega_e \omega_i}{(\nu_{ei} + \nu_{en}) \nu_{in}} \right]}{e \left[1 + \frac{\omega_e \omega_i}{(\nu_{ei} + \nu_{en}) \nu_{in}} \right]} \frac{\nabla_{\perp} n_e}{n_e}. \quad (1,38)$$

Приведем также формулу для плотности тока при двуполярной диффузии (при $\nu_{en} \ll \omega_e$)

$$\mathbf{j} = n_e e (\mathbf{u}_{i\top} - \mathbf{u}_{e\top}) = -\frac{c(T_i + ZT_e) \nabla n_e}{ZH \left[1 + \frac{\nu_{in} (\nu_{ei} + \nu_{en})}{\omega_e \omega_i} \right]}. \quad (1,39)$$

Формулы (1,35)–(1,39) получены в предположении $m_i \nu_{in} \gg m_e \nu_{en}$. Кинетическое рассмотрение диффузии в плазме, состоящей из электронов,

Таблица 1

	Коэффициент продольной диффузии $D_{ }$	Продольное электрическое поле при дипольной диффузии $E_{ }$	Коэффициент поперечной диффузии D_{\perp}	Плотность диамагнитного тока j	Поперечное электрическое поле при дипольной диффузии E_{\perp}	Условия применимости формул
Диффузия электронов в нейтральном газе	$\frac{T_e}{m_e v_{en}}$	—	$\frac{T_e}{m_e v_{en} \left(1 + \frac{\omega_e^2}{v_{en}^2}\right)}$	$\frac{c T_e [h \nabla n_e]}{H \left(1 + \frac{v_{en}^2}{\omega_e^2}\right)}$	—	$l_{ } \gg \lambda_e,$ $l_{\perp} \gg \lambda_e$ при $v_{en} > \omega_e,$ $l_{\perp} \gg \bar{Q}_e$ при $\omega_e > v_{en}$
Диффузия ионов в нейтральном газе	$\frac{T_i}{m_i v_{in}}$	—	$\frac{T_i}{m_i v_{in} \left(1 + \frac{\omega_i^2}{v_{in}^2}\right)}$	$\frac{c T_i [h \nabla n_i]}{H \left(1 + \frac{v_{in}^2}{\omega_i^2}\right)}$	—	$l_{ } \gg \lambda_i,$ $l_{\perp} \gg \lambda_i$ при $v_{in} > \omega_i,$ $l_{\perp} \gg \bar{Q}_i$ при $\omega_i > v_{in}$
Дипольная диффузия в слабо ионизованном газе ($v_{en} \gg v_{ei}$)	$\frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in}}$	$-\frac{T_e}{e} \frac{\nabla_{ } n}{n}$	$\frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in} \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}}\right)}$	$\frac{c (T_i + Z T_e) [h \nabla n_e]}{Z H \left(1 + \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_e \omega_i}\right)}$	$-\frac{T_e \nabla_{\perp} n_e \left(1 - \frac{T_i \omega_e \omega_i}{Z T_e v_{en} v_{in}}\right)}{e n_e \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}}\right)}$	$l_{ } \gg \lambda_i,$ $l_{\perp} \gg \lambda_i$ при $v_{en} v_{in} > \omega_e \omega_i,$ $l_{\perp} \gg \bar{Q}_e$ при $\omega_e \omega_i > v_{en} v_{in}$
Диффузия полностью ионизованного газа	—	—	$\frac{(T_i + Z T_e) v_{ei}}{Z m_e \omega_e^2}$	$\frac{c}{Z H} (T_i + Z T_e) [h \nabla n_e]$	—	$l_{\perp} \gg \bar{Q}_i \frac{v_{ei}}{\omega_e}$ при $v_{ei} > \omega_e,$ $l_{\perp} \gg \bar{Q}_i$ при $\omega_e > v_{ei}$
Дипольная диффузия в сильно ионизованном газе	$\frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in}}$	$-\frac{T_e}{e} \frac{\nabla_{ } n}{n}$	$\frac{T_i + Z T_e}{m_i v_{in} \left[1 + \frac{\omega_e \omega_i}{(v_{en} + v_{ei}) v_{in}}\right]}$	$\frac{c (T_i + Z T_e) [h \nabla n_e]}{Z H \left[1 + \frac{(v_{en} + v_{ei}) v_{in}}{\omega_e \omega_i}\right]}$	$-\frac{T_e \nabla_{\perp} n_e}{e n_e} \times$ $\times \frac{1 - \frac{T_i}{Z T_e} \frac{\omega_e \omega_i}{(v_{en} + v_{ei}) v_{in}}}{1 + \frac{\omega_e \omega_i}{(v_{en} + v_{ei}) v_{in}}}$	Комбинация предыдущих условий

ионов и нейтральных атомов, проведено в работе ⁴³ для условий, когда диффузионные частоты столкновений электронов с атомами и ионов с атомами не зависят от скорости и соблюдается неравенство $m_e v_{ei} \ll m_i v_{in}$. Выражения для скорости дипольной диффузии и электрического поля, полученные в работе ⁴³, близки к выражениям, приведенным выше, если величины v_{en} , v_{in} , v_{ei} представляются формулами (1,16), (1,17) и (1,33).

6. Сводка результатов. В табл. I приводится сводка формул для продольного и поперечного коэффициентов диффузии, электрического поля, обеспечивающего дипольную диффузию и диамагнитного тока заряженных частиц. В таблицу включены также условия применимости приводимых формул. Эти условия получены с помощью неравенства (1,6), в соответствии с которым направленная скорость частиц при диффузионном движении должна быть много меньше их тепловой скорости. При конкретизации неравенства (1,6) мы воспользовались найденными выше формулами для компонент направленной скорости $u_{||}$, u_{\perp} , u_T (температуры электронов и ионов полагались величинами одного порядка). В таблице $l_{||} \approx \frac{n}{|\nabla_{||} n|}$, $l_{\perp} \approx \frac{n}{|\nabla_{\perp} n|}$ — характерные размеры неоднородной области плазмы; $\lambda_i = \frac{1}{v_{in}} \sqrt{\frac{2T_i}{m_i}}$, $\lambda_e = \frac{1}{v_{en}} \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}}$ — длины свободного пробега; $\bar{Q}_i = \frac{1}{\omega_i} \sqrt{\frac{2T_e}{m_i}}$, $\bar{Q}_e = \frac{1}{\omega_e} \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}}$ — ларморовские радиусы электронов и ионов.

§ 2. Поперечная диффузия в сильном магнитном поле

1. Исходные соотношения. В этом разделе мы будем рассматривать поперечную диффузию заряженных частиц в сильных магнитных полях, при которых электроны и ионы за время между столкновениями совершают много оборотов вокруг силовых линий магнитного поля, а ларморовские радиусы частиц много меньше характерных размеров, т. е.

$$\omega_e \gg v_e, \quad \omega_i \gg v_i, \quad \bar{Q}_e \ll l_{\perp}, \quad \bar{Q}_i \ll l_{\perp}. \quad (2,1)$$

При этих условиях влияние столкновений частиц на их движение можно считать малым возмущением.

При отсутствии столкновений движение заряженных частиц в магнитном поле удобно представлять как вращение с ларморовской частотой вокруг ведущих центров. Координаты ведущего центра и частицы связаны при этом соотношением

$$\mathbf{R}_a = \mathbf{r}_a + \mathbf{Q}_a, \quad \mathbf{Q}_a = \frac{em_a}{Z_a e H} [\mathbf{w}_a \mathbf{h}]. \quad (2,2)$$

Здесь \mathbf{R}_a — радиус-вектор ведущего центра, \mathbf{r}_a — радиус-вектор частицы, \mathbf{Q}_a — ларморовский радиус, \mathbf{w}_a — скорость вращения.

Сами ведущие центры могут двигаться с произвольной скоростью вдоль магнитного поля ($\mathbf{w}_{a||}$). В поперечном электрическом поле ведущие центры, кроме того, дрейфуют со скоростью

$$\mathbf{u}_E = \frac{c}{H} [\mathbf{E} \mathbf{h}]. \quad (2,3)$$

Таким образом, вектор скорости частицы определяется суммой

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{w}_{a\perp} + \mathbf{w}_{a||} + \mathbf{u}_E. \quad (2,4)$$

Величины скорости вращения частиц, продольной скорости, фазы вращения φ , поперечных координат ведущего центра \mathbf{R}_\perp (при наличии поперечного электрического поля—координат вдоль этого поля) являются интегралами движения. Функция распределения частиц при отсутствии столкновений может быть произвольной функцией интегралов движения. Мы будем считать функцию распределения по скоростям \mathbf{w} максвелловской с концентрацией, зависимой от поперечных координат ведущего центра*):

$$\left. \begin{aligned} F_\alpha(\mathbf{R}_{\alpha\perp}, w_{\alpha\perp}, w_{\alpha\parallel}, \varphi) dw_{\alpha\perp} dw_{\alpha\parallel} d\varphi &= n_\alpha(\mathbf{R}_{\alpha\perp}) f_\alpha(\mathbf{v}_\alpha) d\mathbf{w}_\alpha, \\ f_\alpha(\mathbf{v}_\alpha) &= \left(\frac{m_\alpha}{2\pi T_\alpha} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_\alpha(\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_E)^2}{2T_\alpha}}. \end{aligned} \right\} \quad (2,5)$$

Распределение (2,5) приводит к известному выражению для средней скорости дрейфа частиц под воздействием градиента концентраций

$$\mathbf{u}_{\alpha g} = \int \mathbf{w} n_\alpha(\mathbf{R}_{\alpha\perp}) f_\alpha(\mathbf{w}_\alpha) d\mathbf{w}_\alpha = \frac{cT_\alpha}{Z_\alpha e H n_\alpha} [\mathbf{h} \nabla n_\alpha]. \quad (2,6)$$

Смещение ведущих центров и соответственно самих частиц поперек магнитного поля в направлении градиента концентрации или электрического поля происходит в результате столкновений. Поток частиц при сделанных выше предположениях может быть определен с помощью теории случайных блужданий, развитой Чандрасекаром^{46, 12}.

Направим ось OZ вдоль магнитного поля, ось OX вдоль градиента концентрации. Поток ведущих центров через плоскость $X = \text{const}$ определяется очевидным равенством

$$\Gamma_\alpha = \frac{1}{\Delta t} \left\{ \int_0^\infty d(\Delta X) \int_0^{\Delta X} dX' [n_\alpha(X - X') W_\alpha(X - X', \Delta X) - n_\alpha(X + X') W_\alpha(X + X', -\Delta X)] \right\}, \quad (2,7)$$

в котором $W_\alpha(X, \Delta X)$ — вероятность смещения за время Δt ведущего центра, находящегося в точке X , на расстояние ΔX . Величина Δt выбрана так, чтобы за это время происходило много столкновений, но чтобы среднее смещение было значительно меньше характерных размеров $\left(\frac{1}{v_\alpha} \ll \Delta t \ll \frac{l^2}{2v_\alpha} \right)$. Тогда можно представить величину $n_\alpha W_\alpha$ разложением

$$n_\alpha(X - X') W_\alpha(X - X', \Delta X) = n_\alpha(X) W_\alpha(X, \Delta X) - X' \frac{\partial}{\partial X} (n_\alpha W_\alpha). \quad (2,8)$$

Подставив (2,8) в (2,7), найдем после интегрирования по X' и усреднения по скоростям частиц сорта « α » следующее выражение для потока:

$$\Gamma_\alpha = n_\alpha \langle \Delta X_\alpha \rangle - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X} [n_\alpha \langle (\Delta X_\alpha)^2 \rangle]. \quad (2,9)$$

Здесь знак $\langle \dots \rangle$ означает суммирование по столкновениям, происходящим за единицу времени, и усреднение по скоростям:

$$\langle \Delta X_\alpha \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta X) \overline{W_\alpha(X_\alpha, \Delta X)} d(\Delta X). \quad (2,10)$$

Усреднение производится при фиксированном значении X_α .

*) Легко показать, что $dw_\perp dw_\parallel d\varphi = \frac{1}{w} dw_x dw_y dw_z = \frac{1}{w} d\mathbf{w}$.

В случае, если в газе присутствует много типов частиц, поперечный поток частиц каждого типа в направлении градиента концентрации может быть, очевидно, представлен в виде суммы потоков, связанных со столкновениями частиц данного типа с частицами всех других типов:

$$\Gamma_\alpha = \sum_{(\beta)} \Gamma_{\alpha\beta}, \quad \Gamma_{\alpha\beta} = n_\alpha \langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X} [n_\alpha \langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle] \quad (2,11)$$

($\Delta X_{\alpha\beta}$ — смещение частиц сорта « α » в результате столкновений с частицами сорта « β »). Поэтому мы далее рассмотрим отдельно диффузию поперек магнитного поля, связанную с различными типами столкновений.

В условиях, при которых ларморовский радиус частиц много больше радиуса взаимодействия, магнитное поле практически не влияет на сам акт столкновений. Столкновение в этих условиях приводит к изменению скорости заряженной частицы на величину Δv_α и в соответствии с (2,2), (2,4) к смещению ведущего центра, определяемому равенством

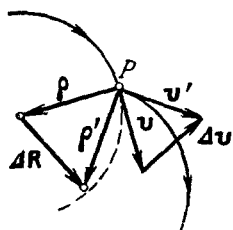


Рис. 1.

$$\Delta R_\alpha = \frac{m_\alpha c}{Z_\alpha e H} [\Delta v_\alpha h],$$

$$\Delta R_\alpha = \frac{|\Delta v_{\alpha\perp}|}{\omega_\alpha}, \quad \Delta X_\alpha = \frac{m_\alpha c \Delta v_{\alpha y}}{Z_\alpha e H}. \quad (2,12)$$

При столкновениях, при которых относительное изменение поперечной скорости значительно, ведущий центр смещается на длину порядка ларморовского радиуса (рис. 1).

Суммирование смещений, связанных со столкновениями частиц сорта « α » с частицами сорта « β », и усреднение по скоростям определяет величину

$$\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle = \frac{cm_\alpha}{Z_\alpha e H} \int_{(v_\alpha)} f_\alpha(v_\alpha) dv_\alpha \int_{(v_\beta)} n_\beta(X_\beta) f_\beta(v_\beta) dv_\beta \int_{(\Omega)} (\Delta v_{\alpha y}) v \sigma_{\alpha\beta}(v, \vartheta) d\Omega, \quad (2,13)$$

где $v = |v_\alpha - v_\beta|$ — относительная скорость.

Интеграл по столкновениям вычисляется обычным путем¹⁹:

$$\int_{(\Omega)} (\Delta v_{\alpha y}) v \sigma_{\alpha\beta}(v, \vartheta) d\Omega = - \frac{m_\beta}{m_\alpha + m_\beta} v_y v s_{\alpha\beta}^*, \quad (2,14)$$

$$s_{\alpha\beta}^* = \int_{(\Omega)} \sigma_{\alpha\beta}(v, \vartheta) (1 - \cos \vartheta) d\Omega. \quad (2,15)$$

В интегралах (2,13) удобно перейти от скоростей v_α, v_β к скоростям

$$v = v_\alpha - v_\beta, \quad v_0 = \frac{m_\alpha T_\beta v_\alpha + m_\beta T_\alpha v_\beta}{m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha}. \quad (2,16)$$

Подставляя (2,14) в (2,13) и имея в виду (2,16), найдем

$$\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle = - \frac{\mu_{\alpha\beta} c}{Z_\alpha e H} \int_{(v_0)} dv_0 \int_{(v)} dv f_\alpha(v_\alpha) f_\beta(v_\beta) n_\beta(X_\beta) v v_y s_{\alpha\beta}^*(v). \quad (2,17)$$

Здесь $\mu_{\alpha\beta}$ — приведенная масса

$$\mu_{\alpha\beta} = \frac{m_\alpha m_\beta}{m_\alpha + m_\beta}. \quad (2,18)$$

В формулу (2,17) будут подставляться выражения для функций распределения (2,5), полученные без учета столкновений, так как столкновения в рассматриваемых условиях мало влияют на движение заряженных частиц (см. (2,4)).

Аналогичным образом получается выражение для $\langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle$:

$$\langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{\mu_{\alpha\beta}^2 c^2}{Z_{\alpha}^2 e^2 H^2} n_{\beta} \int_{(v_0)} dv_0 \int_{(v)} dv f_{\alpha}(v_{\alpha}) f_{\beta}(v_{\beta}) v^3 s_{\alpha\beta}(v). \quad (2,19)$$

В этом выражении мы пренебрегли изменением n_{β} под знаком интеграла, т. е. при изменении координат на величину порядка ларморовского радиуса. Подставляя в интеграл (2,19) максвелловские функции распределения, нетрудно привести его к виду *)

$$\langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle = \frac{8\pi}{3} \frac{\mu_{\alpha\beta}^2 c^2}{Z_{\alpha}^2 e^2 H^2} n_{\beta} \left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{2\pi T_{\alpha\beta}} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^5 s_{\alpha\beta}^*(v) e^{-\frac{\mu_{\alpha\beta} v^2}{2T_{\alpha\beta}}} dv, \quad (2,20)$$

$$T_{\alpha\beta} = \frac{m_{\alpha} T_{\beta} + m_{\beta} T_{\alpha}}{m_{\alpha} + m_{\beta}}. \quad (2,21)$$

С помощью формул (2,11), (2,17), (2,20) можно определить потоки, связанные со столкновениями частиц различных типов.

2. Д и ф ф у з и я, вызванная столкновениями заряженных частиц с нейтральными. Как и раньше, мы будем считать, что плотность нейтральных частиц не зависит от координат, а распределение скоростей является максвелловским.

При этих условиях выражение (2,17) для смещения заряженных частиц сорта «а», определяемого их столкновениями с нейтральными частицами, после подстановки формулы (2,5) приводится к виду

$$\Delta X_{an} = \frac{4\pi \mu_{an}^2 c^2 n_n E_x}{3 Z_{\alpha}^2 e H^2 T_{an}} \left(\frac{\mu_{an}}{2\pi T_{an}} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^5 s_{an}^*(v) e^{-\frac{\mu_{an} v^2}{2T_{an}}} dv. \quad (2,22)$$

Мы оставили здесь лишь слагаемые, пропорциональные первой степени E (скорость дрейфа u_E полагается малой по сравнению с тепловой скоростью $\sqrt{T_{\alpha}/m_{\alpha}}$).

Формулы (2,11), (2,20), (2,22) позволяют получить выражение для поперечного потока заряженных частиц, вызванного их столкновениями с нейтральными частицами:

$$\Gamma_{an} = \frac{Z_{\alpha} v_{an}}{m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2} n_{\alpha} e E_x - \frac{T_{an} v_{an}}{m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2} \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial X}, \quad (2,23)$$

в котором эффективная частота столкновений v_{an} дается равенством

$$v_{an} = \frac{8\mu_{an}}{3 \sqrt{\pi m_{\alpha}}} \left(\frac{\mu_{an}}{2T_{an}} \right)^{5/2} \int_0^{\infty} v^5 s_{\alpha\beta}(v) e^{-\frac{\mu_{\alpha\beta} v^2}{2T_{\alpha\beta}}} dv. \quad (2,24)$$

Следует заметить, что для электронов формулы (2,23), (2,24) могут быть упрощены, поскольку $m_e \ll m_n$, и поэтому (см. (2,21))

$$T_{en} \approx T_e, \quad \mu_{en} \approx m_e.$$

*) При переходе к (2,20) мы положили в формулах (2,5) $v=w$, считая, что скорость дрейфа u_E много меньше тепловых скоростей $\sqrt{\frac{T_{\alpha}}{m_{\alpha}}}$, $\sqrt{\frac{T_{\beta}}{m_{\beta}}}$.

Температура ионов должна быть принята равной температуре нейтрального газа:

$$T_i \approx T_n, \quad T_{in} \approx T_i.$$

Действительно, полный обмен энергией ионов и атомов сравнимых масс происходит в результате нескольких столкновений. За это время ион может сместиться на несколько ларморовских радиусов, т. е. на расстояние, значительно меньшее характерного размера (см. (2,1)). Поэтому за время диффузии наверняка успеет установиться тепловое равновесие ионов и атомов.

Выражение (2,23) определяет соответствующие значения коэффициента диффузии и направленной скорости частиц:

$$\left. \begin{aligned} D_{an} &= \frac{T_a v_{an}}{m_a \omega_a^2} = v_{an} \bar{q}_a^2, \\ \bar{v}_E &= \frac{Z_a v_{an}}{m_a \omega_a^2} eE = -v_{an} \left(\frac{m_a c}{Z_a eH} \right) u_E. \end{aligned} \right\} \quad (2,25)$$

Физический смысл этих выражений легко понять. Коэффициент диффузии равен половине среднего квадрата смещения частиц в единицу времени. Поскольку в каждом столкновении смещение частиц порядка ларморовского радиуса q_a (см. рис. 1), коэффициент диффузии должен иметь порядок $v_{an} \bar{q}_a^2$ (2,25).

Смещение частицы в направлении электрического поля в соответствии с (2,12) (см. также рис. 1) определяется изменением скорости в перпендикулярном направлении, $\Delta X_a = \frac{m_a c}{Z_a eH} \Delta v_{ay}$. Соответственно средняя скорость в направлении поля должна быть пропорциональна числу столкновений и средней скорости в перпендикулярном к полю направлении, $\langle \Delta X_a \rangle = -v_{an} \left(\frac{m_a c}{Z_a eH} \right) \bar{v}_{ay}$, как это и определяется равенством (2,25).

С помощью выражения (2,23) может быть определена также, как это делалось в предыдущей главе, скорость дипольной диффузии, вызванной столкновениями заряженных частиц с нейтральными. В случае газа, состоящего из электронов, одного сорта положительных ионов и нейтральных частиц, соотношение, определяющее дипольную скорость диффузии, получается путем приравнивания величин Γ_{en} и $\frac{1}{Z} \Gamma_{in}$:

$$u_x = \frac{\Gamma_{an}}{n_a} = -D_{a\perp} \frac{\partial n}{\partial X}, \quad D_{a\perp} = \frac{\left(T_e + \frac{1}{Z} T_i \right) v_{en}}{m_e \omega_e^2}. \quad (2,26)$$

Электрическое поле при этом дается приближенной формулой

$$E_x \approx \frac{T_i}{e Z_i n_e} \frac{\partial n_e}{\partial X}. \quad (2,27)$$

3. Диффузия, вызванная столкновениями заряженных частиц друг с другом³⁵. В условиях, при которых влияние столкновений заряженных частиц друг с другом на диффузию существенно, время обмена энергией между заряженными частицами разных типов оказывается значительно меньше, чем время диффузии. Для обмена энергией электронов с ионами, например, необходимо m_i/m_e

столкновений *). Такое же количество столкновений необходимо, чтобы электроны или ионы в результате столкновений друг с другом продиффундировали на длину порядка ларморовского радиуса ионов \bar{q}_i . Поскольку в соответствии с (2,1) характерные размеры плазмы значительно больше, за время диффузии должно установиться тепловое равновесие между заряженными частицами. В соответствии с этим мы будем в дальнейшем температуру заряженных частиц разных типов считать одинаковой:

$$T_\alpha = T_\beta = T_{\alpha\beta} = T. \quad (2,28)$$

Определим с помощью формулы (2,17) среднее смещение при столкновениях заряженных частиц $\Delta X_{\alpha\beta}$. При вычислении следует учесть зависимость от координат концентрации частиц сорта « β »

$$n_\beta(X_\beta) = n_\beta(X_\alpha) + (X_\beta - X_\alpha) \frac{\partial n_\beta}{\partial X}. \quad (2,29)$$

Разность координат $X_\beta - X_\alpha$ при столкновении (при фиксированном значении X_α) определяется в соответствии с (2,2), (2,4) и (2,16) равенством

$$\begin{aligned} X_\beta - X_\alpha &= \frac{c}{eH} \left(\frac{m_\beta \omega_{y\beta}}{Z_\beta} - \frac{m_\alpha \omega_{y\alpha}}{Z_\alpha} \right) = \\ &= \frac{c}{eH} (v_{0y} - u_{Ey}) \left(\frac{m_\beta}{Z_\beta} - \frac{m_\alpha}{Z_\alpha} \right) - \frac{c\mu_{\alpha\beta}}{eH} v_y \left(\frac{1}{Z_\alpha} + \frac{1}{Z_\beta} \right). \end{aligned} \quad (2,30)$$

Подставляя (2,29) и (2,30) в (2,17), нетрудно вычислить величину $\Delta X_{\alpha\beta}$. Опуская в (2,29) слагаемые, пропорциональные второй и высшим производным от концентрации, так как изменение концентраций в пределах ларморовского радиуса мало, получаем следующее выражение для $\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle$:

$$\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle = \frac{4\pi\mu_{\alpha\beta}^2 c^2}{3Z_\alpha e^2 H^2} \left(\frac{1}{Z_\alpha} + \frac{1}{Z_\beta} \right) \frac{\partial n_\beta}{\partial X} \left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{2\pi T} \right)^{3/2} \int_0^\infty v^5 s_{\alpha\beta}^*(v) e^{-\frac{\mu_{\alpha\beta} v^2}{2T}} dv. \quad (2,31)$$

Формулы (2,11), (2,20), (2,31) определяют выражение для диффузионного потока, вызванного столкновениями заряженных частиц:

$$\Gamma_{\alpha\beta} = - \frac{v_{\alpha\beta} T}{m_\alpha \omega_\alpha^2} \left(\frac{\partial n_\alpha}{\partial X} - \frac{Z_\alpha}{Z_\beta} \frac{n_\alpha}{n_\beta} \frac{\partial n_\beta}{\partial X} \right), \quad (2,32)$$

в котором $v_{\alpha\beta}$ дается равенством (2,24). Подставляя в (2,24) и (2,15) резерфордовское сечение, получим соотношение, определяющее $v_{\alpha\beta}$ в явном виде,

$$v_{\alpha\beta} = \frac{4Z_\alpha^2 Z_\beta^2 e^4 (2\pi\mu_{\alpha\beta})^{1/2}}{3m_\alpha T^{3/2}} L n_\beta. \quad (2,33)$$

Здесь L — кулоновский логарифм

$$\begin{aligned} L &= \ln \frac{P_{\max}}{P_{\min}}, \\ P_{\max} &= r_d = \left(\frac{T}{4\pi n e^2} \right)^{1/2}, \\ P_{\min} &= r_0 = \begin{cases} r_h = \frac{\hbar}{(\mu_{\alpha\beta} T)^{1/2}} & \text{при } r_h \gg r_c, \\ r_c = \frac{e^2}{T} |Z_\alpha Z_\beta| & \text{при } r_c \gg r_h. \end{cases} \end{aligned} \quad (2,34)$$

*) Имеются в виду «близкие» столкновения, приводящие к повороту скорости электрона на угол $\approx \pi/2$, или совокупность далеких взаимодействий, эквивалентная «близкому» столкновению.

Выражение для диффузионного потока (2,23) с учетом (2,33) можно представить в виде

$$\Gamma_{\alpha\beta} = -\frac{4}{3} \left(\frac{2\pi\mu_{\alpha\beta}}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L n_{\alpha} n_{\beta} Z_{\beta} \left(Z_{\beta} \frac{1}{n_{\alpha}} \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial X} - Z_{\alpha} \frac{1}{n_{\beta}} \frac{\partial n_{\beta}}{\partial X} \right). \quad (2,35)$$

Следует заметить, что столкновения заряженных частиц независимо от величины электрического поля приводят к дипольному потоку в направлении градиента концентрации. Действительно, в соответствии с (2,35)

$$Z_{\alpha} \Gamma_{\alpha\beta} = -Z_{\beta} \Gamma_{\beta\alpha}. \quad (2,36)$$

4. О влиянии столкновений одинаковых заряженных частиц на диффузию плазмы поперек магнитного поля^{35, 39}. Из формулы (2,35) следует, что столкновения одинаковых частиц не приводят к диффузионному потоку, пропорциональному градиенту концентрации, т. е. что

$$\Gamma_{\alpha\alpha} = 0. \quad (2,37)$$

В некоторых работах (например, в⁶) этот эффект связывается с тем, что «центр тяжести ведущих центров» при столкновении одинаковых частиц

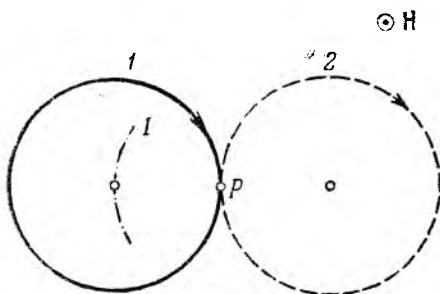


Рис. 2.

не смещается. Такое объяснение нельзя признать удовлетворительным, так как диффузия может происходить и при неизменном положении центра тяжести частиц *).

Как показано в работе³⁵, при столкновениях одинаковых частиц диффузионный поток, определяемый средним квадратом смещения, компенсируется противоположно направленным потоком, пропорциональным среднему смещению. Нетрудно понять происхождение этого потока. Как видно из рис. 2, при столкновении частицы 1 с такой же

частицей 2 ведущий центр частицы 1 смещается в сторону частицы 2 (по кривой I). При наличии градиента концентрации столкновений больше с той стороны, где концентрация больше. Поэтому столкновения одинаковых частиц приводят к среднему смещению и соответственно к их потоку в направлении возрастания концентрации. Этот поток компенсирует обычный диффузионный поток, направленный в сторону уменьшения концентрации. Полная компенсация потоков получается в соответствии с (2,35) при вычислении с точностью до первой пространственной производной концентрации.

Вычисления с учетом высших производных концентрации позволяют определить скорость диффузии, вызванной столкновениями одинаковых частиц³⁵. Соответствующее выражение для диффузионного потока имеет вид

$$\Gamma_{\alpha\alpha} = \frac{8}{15} \pi^{1/2} \frac{c^4 m_{\alpha}^2}{H^4} \left(\frac{T}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} L n^2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{n_{\alpha}} \frac{\partial^2 n_{\alpha}}{\partial X^2} \right) \div \div \frac{c^4 m_{\alpha}^4}{H^4} \left(\frac{T}{m_{\alpha}} \right)^{1/2} L \frac{n}{l_{\perp}^3}. \quad (2,38)$$

*) Заметим, что в соответствии с (2,35) диффузионный поток, вызванный столкновениями частиц различных масс, при которых центр тяжести ведущих центров смещается, также может обращаться в 0 (например, если $Z_{\alpha} = -Z_{\beta}$, $n_{\alpha} = n_{\beta}$).

Отношение потока ионов, вызванного их столкновениями друг с другом, к потоку, вызванному их столкновениями с электронами, имеет в соответствии с (2,35) и (2,38) порядок величины (при $n_i \approx n_e$)

$$\frac{\Gamma_{ii}}{\Gamma_{ie}} \div \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \frac{Q_i^2}{l_{\perp}^2}. \quad (2,39)$$

В работе ³⁵ отмечено, что при условиях, определяемых из формулы (2,39), поток ионов, связанный со столкновениями их друг с другом, может оказаться существенным. Однако, как видно из (2,38), столкновения одинаковых частиц приводят к различным скоростям диффузии электронов и ионов (ионы диффундируют быстрее). Поэтому в плазме возникает разделение зарядов и, значит, поперечное электрическое поле в общем случае — неоднородное ³⁹. В неоднородном электрическом поле скорости дрейфа сталкивающихся частиц различны (так как их ведущие центры разнесены в пространстве). В результате столкновений возникает «сила трения», пропорциональная средней относительной скорости дрейфа и направленная вдоль нее (т. е. перпендикулярно к электрическому и магнитному полям). «Сила трения» вызывает дрейф частиц, параллельный электрическому полю. Направление этого дрейфа противоположно для частиц с противоположным по знаку зарядом. Неоднородное электрическое поле, таким образом, изменяет поток частиц, связанный со столкновениями, и может обеспечить дипольный режим диффузии, т. е. отсутствие электрического тока в направлении градиентов. В работе ³⁹ показано, что электрическое поле, обеспечивающее дипольную диффузию в газе, состоящем из электронов и однозарядных ионов, имеет порядок величины

$$E \div \frac{T}{el_{\perp}} \quad (2,40)$$

(распределение поля определяется условием равенства нулю поперечного тока). Отношение дипольного диффузионного потока, пропорционального высшим производным концентрации (Γ^{II}), к потоку, пропорциональному градиенту концентрации (Γ^I), по порядку величины определяется равенством

$$\left| \frac{\Gamma^{II}}{\Gamma^I} \right| \div \frac{Q_i^2}{l_{\perp}^2}. \quad (2,41)$$

Таким образом, дипольный поток, пропорциональный высшим производным концентрации, и, в частности, поток, вызванный столкновениями одинаковых частиц, в рассматриваемых условиях (см. (2,1)) пренебрежимо мал и может не учитываться.

5. О влиянии столкновений ионов с различными зарядами на диффузию. В случае, если в плазме имеются ионы с различным зарядом, их столкновения могут оказывать существенное влияние на поперечную диффузию плазмы ^{2,37}. Действительно, каждое такое столкновение приводит к значительному изменению импульса иона, т. е. к смещению ведущего центра иона на расстояние порядка ларморовского радиуса, в то же время столкновения иона с электроном приводят к значительно меньшему смещению иона, так как относительное изменение импульса иона при этом порядка отношения масс электрона и иона.

Роль столкновений ионов с различным зарядом может быть оценена с помощью соотношения (2,35). При одинаковых относительных значениях градиентов концентраций частиц $\left(\frac{1}{n_a} \frac{\partial n_a}{\partial X} = \frac{1}{n_b} \frac{\partial n_b}{\partial X} \right)$ отношение диффузионного потока ионов с зарядом $Z_a e$, вызванного столкновениями

с ионами, обладающими зарядом $Z_\beta e$, к потоку, вызванному столкновениями с электронами, дается равенством

$$\frac{\Gamma_{\alpha\beta}}{\Gamma_{\alpha e}} = \left[\frac{m_\alpha m_\beta}{(m_\alpha + m_\beta) m_e} \right]^{1/2} \frac{Z_\beta (Z_\beta - Z_\alpha) n_\beta}{(Z_\alpha + 1) n_e}. \quad (2,42)$$

Это отношение может быть большим, даже если $n_\beta \ll n_e$, т. е. если имеется небольшое количество ионов примеси с зарядом, отличающимся от заряда основной массы ионов, так как массы ионов m_α , m_β много больше массы электронов m_e .

Отметим, что в плазме, содержащей два типа положительных ионов, их столкновения приводят к противоположному направлению диффузионного потока ионов с различным зарядом (см. (2,36)). При одинаковых относительных градиентах концентрации в соответствии с формулой (2,35) ионы с меньшим зарядом должны диффундировать в направлении уменьшения концентрации (обычное направление диффузии), в то время как ионы с большим зарядом должны диффундировать в направлении увеличения концентрации.

В стационарном состоянии при условиях, когда ионы образуются в центральной части объема плазмы и их концентрация уменьшается к периферии, диффузия ионов всех типов также должна быть направлена к периферии объема. Это означает, что стационарное распределение концентраций не может характеризоваться одинаковыми относительными градиентами ионов обоих типов. Легко видеть, что ионы с большим зарядом должны концентрироваться в центральной части объема сильнее, чем ионы с меньшим зарядом.

Рассмотрим для примера диффузию многозарядных ионов примеси сорта «а» в плазме, состоящей в основном из однозарядных ионов и электронов (считая, что $n_\alpha \ll n_i \approx n_e = n$). Диффузионный поток ионов примеси определяется равенством (2,35)

$$\Gamma_\alpha = \Gamma_{\alpha i} + \Gamma_{\alpha e} = -\frac{4c^2 e^2}{3H^2} \left(\frac{2\pi\mu_{\alpha i}}{T} \right)^{1/2} n_\alpha n \left\{ \left[\frac{\partial \ln n_\alpha}{\partial X} - Z_\alpha \frac{\partial \ln n}{\partial X} \right] + \left(\frac{m_e}{\mu_{\alpha i}} \right)^{1/2} \left[\frac{\partial \ln n_\alpha}{\partial X} + Z_\alpha \frac{\partial \ln n}{\partial X} \right] \right\}. \quad (2,43)$$

Второй член в фигурных скобках много меньше первого, так как $m_e \ll \mu_{\alpha i}$. Поэтому, для того чтобы поток ионов примеси был направлен в сторону уменьшения концентрации, должно удовлетворяться неравенство

$$-\frac{\partial \ln n_\alpha}{\partial X} > Z_\alpha \frac{\partial \ln n}{\partial X}, \quad (2,44)$$

означающее, что изменение концентрации примеси с координатой должно быть более быстрым, чем n^{Z_α} . Этим неравенством определяется таким образом резкий спад концентрации многозарядных ионов примеси к периферии объема плазмы.

6. Д и ф ф у з и я в с и л ь н о м м а г н и т н о м п о л е, в л и я ю щ е м н а с т о л к н о в е н и я ч а с т и ц. До сих пор рассмотрение диффузии проводилось для условий, при которых магнитное поле не влияет непосредственно на столкновения, т. е. ларморовские радиусы частиц много больше радиуса взаимодействия.

Однако в сильных магнитных полях, при которых радиус взаимодействия заряженных частиц (дебаевский радиус) сравним с ларморовским радиусом электронов или больше его, необходимо учитывать влияние поля на столкновения частиц. Рассмотрение диффузии заряженных

частиц с учетом влияния магнитного поля непосредственно на столкновения проведено в работах ^{31,38} *).

Диффузионный поток, вызванный столкновениями, по-прежнему может быть определен с помощью формулы (2,11). Однако величины $\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle$, $\langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle$ в этой формуле должны вычисляться с учетом влияния магнитного поля на движение частиц. При вычислении мы будем предполагать, что взаимодействие заряженных частиц описывается кулоновским потенциалом, «обрезанным» на дебаевском радиусе.

Для характеристики столкновений в сильном магнитном поле удобно ввести прицельные расстояния p .

Если определить связь между смещением частицы при столкновении $\Delta X_{\alpha\beta}$ и прицельным расстоянием, то усредненная величина $\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle$ может быть вычислена с помощью очевидного равенства

$$\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle = \int \int_{(p)} dp_1 dp_2 \int_{(v_\alpha)} f(v_\alpha) dv_\alpha \int_{(v_\beta)} f(v_\beta) dv_\beta n_\beta(X_\beta) v(\Delta X_{\alpha\beta}), \quad (2,45)$$

в котором p_1, p_2 — проекции прицельного расстояния на взаимно-перпендикулярные оси в плоскости, перпендикулярной к вектору относительной скорости v .

Величина $\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle^2$ определяется аналогичным равенством. Вычисление $\langle \Delta X_{\alpha\beta} \rangle$, $\langle (\Delta X_{\alpha\beta})^2 \rangle$ и соответственно диффузионного потока при произвольном влиянии магнитного поля на столкновения затруднительно. Поэтому далее рассматриваются два предельных случая. В первом случае движение одной из частиц в процессе столкновения является сильно «замагниченным», а на движение второй частицы магнитное поле практически не влияет. Этот случай реализуется при столкновениях электронов с ионами, если $q_e \ll p \ll q_i$. Во втором случае движение обеих частиц в процессе взаимодействия является замагниченным (столкновения электронов друг с другом при $q_e \ll p$, столкновения электронов с ионами и ионов друг с другом при $q_i \ll p$).

7. Д и ф ф у з и я электронов, вызванная их столкновениями с ионами при $q_e \ll p \ll q_i$. В процессе столкновения, при котором прицельное расстояние много больше ларморовского радиуса, происходит дрейф электрона в электрическом поле иона (рис. 3). Поперечное смещение ведущего центра электрона в результате столкновения определяется равенством

$$\Delta R_{e\perp} = -\frac{c}{eH} \int_{-\infty}^{\infty} [F_{ei} h] dt = \frac{Z_i e c}{H} \int_{-\infty}^{\infty} V[rh] dt, \quad (2,46)$$

в котором $F_{ei} = -Z_i e^2 r V(r)$ — сила, действующая на электрон со стороны иона, r — радиус-вектор, направленный от иона к электрону,

$$V(r) = \frac{1}{r^3} \quad \text{при } r < r_d, \quad V(r) = 0 \quad \text{при } r > r_d. \quad (2,47)$$

*) В работе ³⁸ также содержится попытка рассмотреть диффузию в магнитном поле, влияющем на столкновения. В этой работе, однако, имеется ошибка — авторы исходят из неверного предположения о постоянстве суммарного давления частиц, не учитывая магнитного давления (подробнее см. ³⁸).

Поскольку средняя тепловая скорость ионов много меньше средней скорости электронов, мы рассмотрим сначала дрейф электронов, полагая ионы неподвижными. Далее, поскольку в рассматриваемом случае средняя энергия электронов много больше энергии взаимодействия при столкновении (так как ларморовский радиус ϱ_e много больше радиуса «сильного взаимодействия» r_c), будем считать продольную скорость электронов неизменной. Как следует из (2,46), проекция траектории движения ведущего центра электрона на плоскость XY представляет собой дугу окружности с центром в точке нахождения иона (см. рис. 3). Длина пути ведущего центра за время столкновения определяется в соответствии с (2,46) соотношением

$$s_e = \frac{cp}{eHv_{ez}} \int_{-\infty}^{\infty} V(r) dz \quad (r = \sqrt{p^2 + z^2}). \quad (2,48)$$

Как видно из рис. 3, вектор смещения ведущего центра может быть определен равенством

$$\Delta R_{e\perp} = \frac{s_e [ph]}{p} - \frac{s_e^2 p}{2p^2}, \quad (2,49)$$

в котором учтено, что отношение

$$\frac{s_e}{p} \approx \frac{\varrho_e}{p} \frac{rc}{p} \ll 1; \quad (2,50)$$

направление вектора p выбрано от иона к электрону.

Равенства (2,49), (2,50) определяют смещение электрона в направлении градиентов

$$\Delta X_e = \frac{cp_y}{eHv_{ez}} \int_{-\infty}^{\infty} V(r) dz - \frac{1}{2} \frac{c^2 p_x}{e^2 H^2 v_{ez}^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} (V(r) dz) \right]^2. \quad (2,51)$$

При вычислении $\langle \Delta X_e \rangle$ с помощью (2,45) следует учесть изменение концентрации ионов в пределах области взаимодействия (это изменение предполагается малым)

$$n_i(X_i) = n_i(X_e) - p_x \frac{\partial n_i}{\partial X}. \quad (2,52)$$

В качестве относительной скорости в интегралы (2,45) следует подставлять, очевидно, продольную скорость электрона $v = |v_{ez}|$. Вычисления по формулам (2,45), (2,51) с учетом (2,52), (2,5) приводят к следующему результату:

$$\langle \Delta X_{eI} \rangle = \left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L_p L_v Z_i^2 \frac{\partial n_i}{\partial X}, \quad (2,53)$$

$$L_p = \ln \frac{p_{\max}}{p_{\min}}, \quad (2,54)$$

$$L_v = 2 \int_{(v)} e^{-\frac{m_e v^2}{2T}} \frac{dv}{v}. \quad (2,55)$$

Аналогичным образом может быть определена величина

$$\langle (\Delta X_e)^2 \rangle = 2 \left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L_p L_v Z_i^2 n_i. \quad (2,56)$$

Вычисление проведено с точностью до слагаемых, пропорциональных $1/H^2$ (слагаемые, пропорциональные более высоким степеням $1/H$, опущены). Допускаемая при этом ошибка порядка ϱ_e/p .

Интеграл по скоростям L_v расходится на нижнем (нулевом) пределе. Эта расходимость связана с тем, что в рамках проведенного рассмотрения

время взаимодействия электрона с ионом неограниченно возрастает при уменьшении продольной скорости электрона. На самом деле время взаимодействия ограничено. Оно не может быть больше, чем $p/v_{i\perp}$, где $v_{i\perp}$ — поперечная составляющая скорости иона. При $v_{ez} < v_{i\perp}$ ион уходит из области взаимодействия быстрее, чем электрон. Другое ограничение связано с продольным ускорением электрона в процессе столкновения. Продольная скорость электрона вблизи иона не может быть меньше величины порядка

$$v_c = \left(\frac{e^2}{pm} \right)^{1/2} = \bar{v}_e \left(\frac{r_c}{p} \right)^{1/2}. \quad (2,57)$$

Поскольку, однако, интеграл L_v расходится логарифмически, можно заменить точное вычисление «обрезанием» интеграла при скорости v_0 , равной v_c или \bar{v}_i . Тогда получим

$$L_v = \ln \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} = \begin{cases} \ln \frac{m_i}{m_e} & \text{при } \frac{m_i}{m_e} < \frac{\bar{p}}{r_c}, \\ \ln \frac{\bar{p}}{r_c} & \text{при } \frac{\bar{p}}{r_c} < \frac{m_i}{m_e}, \end{cases} \quad (2,58a)$$

$$\bar{p} = (p_{\max} p_{\min})^{1/2}. \quad (2,58b)$$

Выражения для $\langle \Delta X_{eI} \rangle$ и $\langle (\Delta X_e)^2 \rangle$ получены в предположении, что ион неподвижен. Наличие направленной скорости у ионов, вызванной градиентом давления, приводит к появлению дополнительного направленного смещения электронов ΔX_{eII} . Величина этого смещения может быть определена с помощью соотношения Эйнштейна между коэффициентом диффузии и подвижностью частиц. Для того чтобы применить соотношение Эйнштейна, следует перейти к системе отсчета, в которой ионы покоятся. Эта система отсчета движется относительно лабораторной со скоростью, равной скорости направленного движения ионов u_{ig} (см. (2,6)). В движущейся системе возникает электрическое поле, напряженность которого равна

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} [\mathbf{u}_{ig} \mathbf{H}] = \frac{T \nabla n_i}{Z_i e n_i}, \quad E_x = \frac{T}{Z_i e n_i} \frac{\partial n_i}{\partial X}, \quad E_y = E_z = 0. \quad (2,59)$$

Под воздействием слабого электрического поля электроны в результате столкновений должны смещаться вдоль электрического поля, причем их среднее смещение за единицу времени должно быть пропорционально напряженности поля:

$$\langle \Delta X_{eII} \rangle = \mu E. \quad (2,60)$$

Величина подвижности электронов μ может быть определена с помощью соотношения Эйнштейна

$$\mu = -\frac{e}{T} D. \quad (2,61)$$

Входящий в это соотношение коэффициент диффузии, как известно, определяется средним квадратом смещения:

$$D = \frac{1}{2} \langle (\Delta X_e)^2 \rangle. \quad (2,62)$$

С помощью равенств (2,59) — (2,62) получим выражение для среднего смещения электронов, связанного с направленным движением ионов:

$$\langle \Delta X_{eII} \rangle = -\frac{1}{2Z_i} \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial X} \langle (\Delta X_e)^2 \rangle. \quad (2,63)$$

Более детальное рассмотрение механизма смещения электронов, связанного с поперечным относительным движением электрона и иона,

проведенное в работе³⁸, показало, что среднее смещение $\langle \Delta X_{eII} \rangle$ определяется в основном электронами с малыми продольными скоростями. При этом отклонения от максвелловского распределения в области малых продольных скоростей могут привести к существенному изменению величины $\langle \Delta X_{eII} \rangle$ и соответственно диффузионного потока частиц.

Формулы (2,53), (2,56), (2,63) определяют величины $\langle \Delta X_e \rangle$ и $\langle (\Delta X_e)^2 \rangle$ ($\langle \Delta X_e \rangle$ получается в результате суммирования $\langle \Delta X_{eI} \rangle$ и $\langle \Delta X_{eII} \rangle$). Используя эти формулы, получим с помощью (2,11) следующие выражения для потока электронов в направлении градиента концентрации, вызванного их столкновениями с ионами при $q_e \ll p$:

$$\Gamma_{ei} = - \left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L_p L_n n_i Z_i \left(Z_i \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial X} + \frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial X} \right). \quad (2,64)$$

8. Д и ф ф у з и я и о н о в, в ы з в а н н а я и х с т о л к н о в е н и я м и с э л е к т р о н а м и п р и $q_e \ll p_i \ll q_i$. При $q_i \gg p$ можно не учитывать влияния магнитного поля на движение иона. Существенным результатом столкновения для иона в этом случае является изменение его скорости. Поперечное смещение ведущего центра иона в соответствии с (2,12) определяется соотношением

$$\Delta R_{ie\perp} = \frac{m_i c}{Z_i e H} [\Delta v_i h] = \frac{c}{Z_i e H} \int_{-\infty}^{\infty} [F_{ie} h] dt. \quad (2,65)$$

Интеграл в правой части (2,65) определяет импульс силы, действующей на ион в процессе столкновения. Сравнение соотношений (2,65) и (2,46) показывает, что смещения иона и электрона связаны равенством

$$\Delta R_{ie\perp} = \frac{\Delta R_{ei\perp}}{Z_i}. \quad (2,66)$$

Связь между усредненными и просуммированными по столкновениям величинами смещений $\langle \Delta X_{ie} \rangle$ и $\langle \Delta X_{ei} \rangle$ может быть определена, если использовать равенство (2,45):

$$\left[\langle \Delta X_{ie} \rangle = - \frac{1}{Z_i} \langle \Delta X_{ei} \rangle \quad (n_i \rightarrow n_e) \right] \quad (2,67)$$

(концентрация n_i в выражении для $\langle \Delta X_{ei} \rangle$ должна быть заменена на n_e).

Связь между величинами $\langle (\Delta X_{ie})^2 \rangle$ и $\langle (\Delta X_{ei})^2 \rangle$ определяется в соответствии с (2,45) и (2,66) соотношением

$$\langle (\Delta X_{ie})^2 \rangle = \frac{1}{Z_i^2} \langle (\Delta X_{ei})^2 \rangle \quad (n_i \rightarrow n_e). \quad (2,68)$$

Используя формулы (2,14), (2,67), (2,68), (2,53), (2,62) и (2,56), нетрудно определить диффузионный поток ионов в направлении градиента концентрации, вызванный их столкновениями с электронами:

$$\Gamma_{ie} = - \left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L_p L_n n_i \left(\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial X} + Z_i \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial X} \right) = \frac{1}{Z_i} \Gamma_{ei}. \quad (2,69)$$

Как видно из соотношений (2,64) и (2,69), столкновения электронов с ионами при $q_i \gg p \gg q_e$, так же как и при $q_e \gg p$, независимо от напряженности электрического поля приводят к дипольному диффузионному потоку.

9. Д и ф ф у з и я, в ы з в а н н а я с т о л к н о в е н и я м и, п р и к о т о р ы х д л я о б е и х с т а л к и в а ю щ и х с я ч а с т и ц $q \ll p$. При столкновениях, при которых для обеих частиц $q_k \ll p$, частицы дрейфуют в направлении, перпендикулярном к магнитному полю и соеди-

няющей их линии. Траектории дрейфа ведущих центров иллюстрируются на рис. 4. При столкновении частиц с одинаковыми зарядами оба ведущих центра дрейфуют по окружности друг к другу (рис. 4, а). Это означает, что имеется среднее смещение в направлении градиента концентраций. Частицы с противоположным по знаку и равным по величине заряду дрейфуют по прямой в направлении, перпендикулярном к прицельному параметру (рис. 4, б). При таких столкновениях среднее смещение, параллельное градиенту концентраций, равно нулю.

Поперечное смещение ведущих центров частиц сорта «а» в процессе столкновения их с частицами сорта «β» определяется скоростью их дрейфа:

$$s_a(t) = \frac{c}{Z_a e H} \int_{-\infty}^t [F_{a\beta} h] dt = \\ = \frac{Z_\beta e c}{H} \int_{-\infty}^t V(r_{a\beta}) [r_{a\beta} h] dt. \quad (2,70)$$

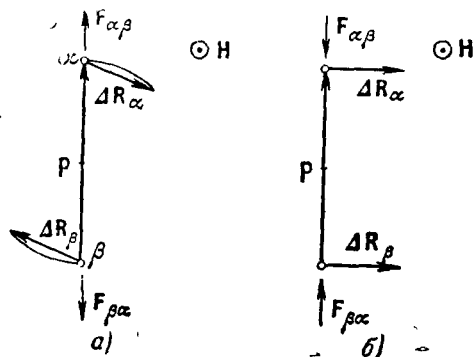


Рис. 4

Поскольку взаимодействие частиц является слабым (см. стр. 396), компоненты вектора $g_{a\beta}$, направленного от ведущего центра частицы «β» к ведущему центру частицы «а», даются равенствами

$$x_{a\beta} = p_x + s_{ax} - s_{\beta x}, \quad y_{a\beta} = p_y + s_{ay} - s_{\beta y}, \quad z_{a\beta} = v_z t. \quad (2,71)$$

Поскольку дрейфовое смещение много меньше прицельного расстояния $s \ll p$ (см. (2,50)), при вычислении смещений частиц с помощью (2,70) и (2,71) можно использовать метод последовательных приближений. Во втором приближении (т. е. проводя вычисления с точностью до членов, пропорциональных $(s/p)^2$) получим следующее выражение для смещения частицы «а»:

$$\Delta X_{a\beta} = s_a(\infty) = \\ = \frac{Z_\beta e c}{H v_z} p_y \int_{-\infty}^{\infty} V(r_{a\beta}) dz - \frac{1}{2} \frac{Z_\beta (Z_a + Z_\beta) e^2 c^2}{H^2 v_z^2} p_x \left[\int_{-\infty}^{\infty} V(r_{a\beta}) dz \right]^2. \quad (2,72)$$

Используя это выражение, нетрудно также, как это было сделано для других случаев, вычислить величины $\langle \Delta X_{a\beta} \rangle$, $\langle (\Delta X_{a\beta})^2 \rangle$ и диффузионный поток частиц:

$$\Gamma_{a\beta} = - \left(\frac{2\pi\mu_{a\beta}}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} L_p L_v n_a n_\beta Z_\beta \left(Z_\beta \frac{1}{n_a} \frac{\partial n_a}{\partial X} - Z_a \frac{1}{n_\beta} \frac{\partial n_\beta}{\partial X} \right). \quad (2,73)$$

Коэффициент L_v в (2,73) определяется формулой (2,586).

Из выражения (2,73) видно, что диффузионный поток, вызванный столкновениями одинаковых частиц при $q \ll p$, как и в случае $q \gg p$, отсутствует, — поток, связанный со средним смещением в направлении градиента концентрации компенсирует диффузионный поток, определяемый средним квадратом смещения и направленный против градиента. Как и в случае $q \gg p$, обращение в 0 потока имеет место только при вычислении с точностью до первой производной концентрации. Учет высших производных и неоднородного электрического поля (см. стр. 392) приводит к определению потока, вызванного столкновениями одинаковых частиц.

Для плазмы, состоящей из электронов и ионов одного сорта, отношение дипольного диффузионного потока, пропорционального высшим производным концентрации, к потоку, пропорциональному градиенту концентрации (потоку, вызванному столкновениями электронов с ионами), по порядку величины определяется равенствами ³⁹

$$\frac{\Gamma_{II}}{\Gamma_I} \div \frac{\bar{Q}_i^2}{l_{\perp}^2} \quad \text{при } Q_e \ll p \ll Q_i, \quad (2,74)$$

$$\frac{\Gamma_{II}}{\Gamma_I} \div \frac{p_{\max} p_{\min}}{l_{\perp}^2} \quad \text{при } Q_i \ll p. \quad (2,75)$$

Таким образом, вклад столкновений одинаковых частиц в диффузионный поток несуществен.

10. Сводка результатов. В табл. II приводится сводка формул для поперечного потока заряженных частиц в направлении градиента концентрации, вызванного различными типами столкновений (формулы записаны в векторной форме).

Выражения для потока, связанного со столкновениями заряженных частиц друг с другом, определены для трех случаев, характеризующихся различными соотношениями между дебаевским радиусом (r_d) и средними ларморовскими радиусами электронов и ионов \bar{Q}_e, \bar{Q}_i .

При $\bar{Q}_e \gg r_d$ диффузионный поток определяется выражением (2,35).

В случае, если $Q_i \gg r_d \gg \bar{Q}_e$, диффузионный поток, вызванный столкновениями электронов с ионами, представляет собой сумму потока, связанного со столкновениями, при которых $p < \bar{Q}_e$ (этот поток определен по формуле (2,35)), и потока, связанного со столкновениями при $p > \bar{Q}_e$ (этот поток определяется формулами (2,64), (2,69)).

При $r_d \gg \bar{Q}_i$ диффузионный поток электронов и ионов получен в результате суммирования потоков для трех областей значений p ($p < \bar{Q}_e, \bar{Q}_e < p < \bar{Q}_i, p > \bar{Q}_i$), определенных по формулам (2,35), (2,64), (2,69), (2,73).

Формулы, содержащиеся в таблице, позволяют, таким образом, определить диффузионные потоки заряженных частиц поперек магнитного поля в плазме различного состава. Нетрудно получить с помощью этих формул (см. также (2,26)) выражение для дипольного потока заряженных частиц в плазме, состоящей из электронов, одного сорта ионов и нейтральных частиц ($n_e = Z n_i$):

$$\Gamma_{e\perp} = \Gamma_{en} + \Gamma_{ei} = -D_{a\perp} \nabla_{\perp} n_e, \quad (2,76)$$

$$\Gamma_{i\perp} = \Gamma_{ie} + \Gamma_{ii} = -D_{a\perp} \nabla_{\perp} n_i, \quad (2,77)$$

$$D_{a\perp} = \frac{Z_i + 1}{Z_i} \frac{T}{m_e \omega_p^2} (v_{en} + v_{ei}), \quad (2,78)$$

$$v_{ei} = \frac{4}{3} (2\pi)^{1/2} \frac{Z_i^2 e^4 n_i}{(m_e)^{1/2} T^{3/2}}, \quad (2,79)$$

$$\Lambda = \begin{cases} \ln \frac{r_d}{r_0} & \text{при } r_d \ll \bar{Q}_e, \\ \ln \frac{\bar{Q}_e}{r_0} + \frac{3}{4} \ln \frac{r_d}{\bar{Q}_e} \ln \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} & \text{при } \bar{Q}_e \ll r_d \ll \bar{Q}_i, \\ \ln \frac{\bar{Q}_e}{r_0} + \frac{3}{8} \ln \frac{m_i}{m_e} \ln \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} + \frac{3}{4} \ln \frac{r_d}{\bar{Q}_i} \ln \frac{(r_d \bar{Q}_i)^{1/2}}{r_c} & \text{при } r_d \gg \bar{Q}_i; \end{cases} \quad (2,80a)$$

$$\quad \text{при } \bar{Q}_e \ll r_d \ll \bar{Q}_i, \quad (2,80b)$$

$$\quad \text{при } r_d \gg \bar{Q}_i; \quad (2,80b)$$

$$\frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} \text{ равно меньшей из величин } \frac{m_i}{m_e} \text{ и } \frac{\bar{Q}_e r_d}{r_c}.$$

Таблица II

Наименование потока	
Поток заряженных частиц, вызванный их столкновениями с нейтральными частицами	$\Gamma_{an} = -\frac{c^2 m_a T_a v_{an}}{Z_a^2 e^2 H^2} \nabla_{\perp} n_a + \frac{c^2 m_a v_{an}}{Z_a e H^2} n_a E_{\perp}$
Потоки, вызванные столкновениями заряженных частиц при $\bar{Q} \gg r_d$	$\Gamma_{\alpha\beta} = -\frac{4}{3} \left(\frac{2\pi\mu_{\alpha\beta}}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} \left(\ln \frac{r_d}{r_0} \right) n_{\alpha} n_{\beta} Z_{\beta} \times$ $\times \left(Z_{\beta} \frac{1}{n_{\alpha}} \nabla_{\perp} n_{\alpha} - Z_{\alpha} \frac{1}{n_{\beta}} \nabla_{\perp} n_{\beta} \right),$ $\Gamma_{ei} = Z_i \Gamma_{ie} = -\frac{4}{3} \left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} \left(\ln \frac{r_d}{r_0} \right) n_e n_i Z_i \times$ $\times \left(Z_i \frac{1}{n_e} \nabla_{\perp} n_e + \frac{1}{n_i} \nabla_{\perp} n_i \right)$
Потоки, вызванные столкновениями электронов с ионами при $\bar{Q}_e \ll r_d \ll \bar{Q}_i$	$\Gamma_{ei} = Z_i \Gamma_{ie} = -\left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} \times$ $\times \left(\frac{4}{3} \ln \frac{\bar{Q}_e}{r_0} + \ln \frac{r_d}{\bar{Q}_e} \ln \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} \right) n_e n_i Z_i \times$ $\times \left(Z_i \frac{1}{n_e} \nabla_{\perp} n_e + \frac{1}{n_i} \nabla_{\perp} n_i \right), \quad \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} = \frac{m_i}{m_e} \quad \text{или}$ $\frac{(\bar{Q}_e r_i)^{1/2}}{r_c} \quad (\text{равно меньшей из величин})$
Потоки, вызванные столкновениями заряженных частиц при $\bar{Q} \ll r_d$	$\Gamma_{ee} = 0,$ $\Gamma_{ei} = Z_i \Gamma_{ie} = -\left(\frac{2\pi m_e}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} \left(\frac{4}{3} \ln \frac{\bar{Q}_e}{r_0} + \frac{1}{2} \ln \frac{m_i}{m_e} \times \right.$ $\times \ln \frac{\bar{v}_e^2}{v_0^2} + \ln \frac{r_d}{\bar{Q}_i} \ln \frac{(r_d \bar{Q}_i)^{1/2}}{r_c} \Big) \times$ $\times n_e n_i Z_i \left(Z_i \frac{1}{n_e} \nabla_{\perp} n_e + \frac{1}{n_i} \nabla_{\perp} n_i \right),$ $\Gamma_{\alpha\beta} = -\left(\frac{2\pi\mu_{\alpha\beta}}{T} \right)^{1/2} \frac{c^2 e^2}{H^2} \left(\frac{4}{3} \ln \frac{\bar{Q}_i}{r_d} + \ln \frac{r_d}{\bar{Q}_i} \times \right.$ $\times \ln \frac{(r_d \bar{Q}_i)^{1/2}}{r_c} \Big) n_{\alpha} n_{\beta} Z_{\beta} \left(Z_{\beta} \frac{1}{n_{\alpha}} \nabla_{\perp} n_{\alpha} - Z_{\alpha} \frac{1}{n_{\beta}} \nabla_{\perp} n_{\beta} \right)$ <p style="text-align: center;">(частицы «α» и «β» — ионы).</p>

Мы ввели здесь коэффициент двуполярной диффузии $D_{a\perp}$, определяемой эффективными частотами столкновений электронов с атомами (соотношение (2,24)) и с ионами (2,79). При вычислении принято, что температуры электронов и ионов одинаковы (см. стр. 391).

§ 3. Решение некоторых диффузионных задач

Ниже приводятся решения ряда граничных задач диффузии плазмы в магнитном поле. Эти решения необходимы для анализа экспериментальных результатов.

1. Уравнения диффузии и граничные условия. В этом разделе мы будем рассматривать плазму, состоящую из электронов, однозарядных ионов и нейтральных частиц. Электронная и ионная температуры будут считаться неизменными в процессе диффузии (постоянными в пространстве и во времени).

Изменение концентрации плазмы ($n = n = n_e$) определяется диффузионным потоком заряженных частиц ($\Gamma = nu$) и процессами ионизации и нейтрализации в объеме:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \Gamma = \frac{\delta n}{\delta t}. \quad (3,1)$$

При этом очевидно, что в силу квазинейтральности плазмы потоки электронов и ионов связаны соотношением

$$\nabla \Gamma_e = \nabla \Gamma_i. \quad (3,2)$$

Изменение концентрации заряженных частиц, связанное с объемными процессами, $\delta n / \delta t$ может быть представлено в виде суммы

$$\frac{\delta n}{\delta t} = z_i n - \alpha n^2, \quad (3,3)$$

в которой первое слагаемое определяет скорость ионизации, а второе — скорость электрон-ионной рекомбинации. Значения средней частоты ионизации z_i и коэффициента рекомбинации α полагаются независимыми от концентрации. В формуле (3,2) не учтено изменение концентрации плазмы, связанное с захватом электронов нейтральными атомами и последующей ионной рекомбинацией. Поэтому результаты, полученные с помощью уравнений (3,1), (3,3), применимы для анализа диффузии в газах с малым эффективным сечением для образования отрицательных ионов (например, в «электроположительных» инертных газах*).

Конкретизируем теперь уравнение диффузии (3,1) для трех случаев.

а) Диффузия заряженных частиц слабо ионизованного газа в баллоне с диэлектрическими стенками. В случае, если плазма ограничена диэлектрическими стенками, потоки электронов и ионов на всех участках стенки должны быть одинаковы. Можно поэтому искать решение уравнений (3,1), (3,2), при котором потоки электронов и ионов в направлении градиента концентрации одинаковы во всем объеме:

$$\Gamma_{e\parallel} = \Gamma_{i\parallel}, \quad \Gamma_{e\perp} = \Gamma_{i\perp}, \quad (3,4)$$

т. е. диффузия является двуполярной (см. стр. 381). Подставляя в (3,1) выражения (1,23), (1,24), определяющие двуполярный диффузионный

*) Отметим, что обобщение полученных в этом разделе результатов на случай, когда процесс захвата электронов существен, может быть проведено без труда. Мы не приводим соответствующих формул, чтобы не загромождать статью.

поток, получим уравнение двуполярной диффузии

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_{a||} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - D_{a\perp} \Delta_{\perp} n = z_i n, \quad (3,5)$$

Здесь $\Delta_{\perp} n = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2}$; предполагается, что рекомбинация в слабо ионизованном газе не существенна.

При наличии тока через плазму уравнение двуполярной диффузии (3,5) также оказывается справедливым, если плотность потока электронов и ионов может быть представлена в виде суммы «токовых» компонент, дивергенция которых равна нулю, и «диффузионных» компонент, связанных равенством (3,4).

Распределение электрического поля при двуполярной диффузии дается соотношениями (1,21), (1,22)

$$E_z = \frac{D_{i||} - D_{e||}}{\mu_{i||} - \mu_{e||}} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z}, \quad E_{\perp} = \frac{D_{i\perp} - D_{e\perp}}{\mu_{i\perp} - \mu_{e\perp}} \frac{1}{n} \nabla_{\perp} n. \quad (3,6)$$

Условием существования потенциального электрического поля ($\text{rot } \mathbf{E} = 0$), определяемого этими соотношениями, является равенство

$$\frac{\partial^2 \ln n}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \ln n}{\partial y \partial z} = 0, \quad (3,7)$$

из которого следует, что двуполярная диффузия в магнитном поле может существовать, только если пространственное распределение концентрации представляется произведением функций, зависящих от продольных и поперечных координат:

$$n(x, y, z) = n_{||}(z) n_{\perp}(x, y). \quad (3,8)$$

Мы в дальнейшем будем рассматривать только такие распределения.

В соответствии с соотношениями (3,6) потенциал диэлектрических стенок баллона с плазмой в магнитном поле оказывается неодинаковым. В сильном магнитном поле стенки баллона, перпендикулярные к магнитному полю, заряжаются отрицательно (так как коэффициент диффузии электронов вдоль магнитного поля много больше коэффициента диффузии ионов), в то время как стенки, параллельные полю, заряжаются положительно (коэффициент поперечной диффузии электронов много меньше, чем ионов).

б) Д и ф ф у з и я з а р я ж е н н ы х ч а с т и ц с л а б о и о н и з о в а н н о г о г а з а в б а л л о н е с п р о в о д я щ и м и с т е н к а м и. В случае, если стенки баллона выполнены из материала с большой проводимостью, происходит выравнивание потенциалов стенок, в результате чего изменяется распределение электрического поля в объеме и соответственно нарушается двуполярный механизм диффузии. Этот эффект был впервые отмечен Саймоном^{47, 48} и назван им «эффектом короткого замыкания». Рассмотрение диффузии слабо ионизованного газа в баллоне с проводящими стенками следует проводить с помощью уравнений, получающихся после подстановки в (3,1), (3,2) соотношений для потоков (1,10), (1,11):

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_{e||} \left[\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \frac{e}{T_e} \frac{\partial}{\partial z} (n E_z) \right] - D_{e\perp} \left[\Delta_{\perp} n + \frac{e}{T_e} \nabla_{\perp} (n \mathbf{E}) \right] = z_i n, \quad (3,9)$$

$$\begin{aligned} D_{e||} \left[\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \frac{e}{T_e} \frac{\partial}{\partial z} (n E_z) \right] + D_{e\perp} \left[\Delta_{\perp} n + \frac{e}{T_e} \nabla_{\perp} (n \mathbf{E}) \right] = \\ = D_{i||} \left[\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - \frac{e}{T_i} \frac{\partial}{\partial z} (n E_z) \right] + D_{i\perp} \left[\Delta_{\perp} n - \frac{e}{T_i} \nabla_{\perp} (n \mathbf{E}) \right]. \end{aligned} \quad (3,10)$$

Эти уравнения надо дополнить условием эквипотенциальности стенок (т. е. границ плазмы).

Мы будем в дальнейшем искать решения уравнений (3,9), (3,10), считая, что, как и при двуполярной диффузии, компоненты электрического поля пропорциональны составляющим градиента концентрации:

$$E_z = \xi \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z}, \quad E_{\perp} = \xi \frac{1}{n} \nabla_{\perp} n. \quad (3,11)$$

Если принять, что граничная концентрация плазмы постоянна, то условие эквипотенциальности приводит (в отличие от случая двуполярной диффузии) к одинаковости коэффициентов ξ в выражениях для E_z и E_{\perp} *).

Подставляя (3,11) в (3,9), (3,10), получаем

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_{e\parallel} \left(1 + \frac{e}{T_e} \xi\right) \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - D_{e\perp} \left(1 + \frac{e}{T_e} \xi\right) \Delta_{\perp} n = z_i n, \quad (3,12)$$

$$\left(1 + \xi \frac{e}{T_e}\right) \left(D_{e\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{e\perp} \Delta_{\perp} n\right) = \left(1 - \xi \frac{e}{T_i}\right) \left(D_{i\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{i\perp} \Delta_{\perp} n\right). \quad (3,13)$$

Эти уравнения будут использованы при анализе диффузии в баллонах с металлическими стенками.

в) Поперечная диффузия в сильном магнитном поле. При рассмотрении поперечной диффузии предполагается, что концентрация плазмы не зависит от координаты z , направленной вдоль магнитного поля. В этом случае диффузия может быть двуполярной независимо от проводимости стенок, ограничивающих плазму. Действительно, в соответствии с равенством (1,22) потенциал в любой точке при поперечной двуполярной диффузии однозначно определяется концентрацией плазмы. Поэтому потенциал стенок оказывается одинаковым независимо от их проводимости. Подставляя в (3,1) выражение (2,78) для коэффициента двуполярной диффузии, получаем уравнение, описывающее поперечную диффузию в сильном магнитном поле:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_{a\perp}^0 \nabla_{\perp} [(1 + \gamma n) \nabla_{\perp} n] = z_i n - \alpha n^2. \quad (3,14)$$

В уравнении (3,14) $D_{a\perp}^0$ — коэффициент двуполярной диффузии, связанный со столкновениями заряженных частиц с нейтральными («линейная часть» коэффициента диффузии),

$$\gamma n = \frac{v_{ei}}{v_{en}}, \quad (3,15)$$

величина $D_{ei} = \gamma n D_{a\perp}^0$ определяет коэффициент диффузии, вызванной столкновениями электронов с ионами. Коэффициент γ в соответствии с (2,79) зависит от концентрации логарифмически. Эта слабая зависимость γ от n в дальнейшем учитываться не будет.

Для того чтобы решение полученных уравнений было определенным, необходимо установить граничные значения концентрации плазмы. Значения концентрации вблизи поглощающей стенки при отсутствии магнитного поля определялись в ряде работ (см., например, ⁴⁹). В работе ⁵⁰ анализируется для некоторых случаев влияние поперечного магнитного поля на граничные условия. Мы не будем излагать результаты этих работ. Укажем лишь, что в большинстве случаев при соблюдении условий применимости диффузионного рассмотрения (см. табл. I) концентрация плазмы вблизи поглощающей стенки оказывается значительно меньше концен-

*) Изменение граничной концентрации в некоторых пределах не существенно, поскольку потенциал стенок в соответствии с (3,11) зависит от граничной концентрации логарифмически.

трации в центральных областях. Поэтому при решении диффузионных уравнений (3,5), (3,12), (3,13), (3,14) концентрация на границе (вблизи стенок баллона) будет полагаться равной 0:

$$n_{\text{гр}} = 0. \quad (3,16)$$

2. Стационарный «диффузионный» режим плазмы. Стационарный режим поперечной диффузии слабо ионизованного газа, как известно, осуществляется в «длинном» положительном столбе разряда, в котором магнитное поле направлено вдоль оси. Уравнение (3,5) для этого случая принимает вид

$$\Delta_{\perp} n + \frac{z_i}{D_{a\perp}} n = 0. \quad (3,17)$$

Распределение концентраций определяется неотрицательным решением уравнения (3,17), обращаемым в 0 на границах. (Такое распределение называют «диффузионным».) При этом должно соблюдаться характеристическое соотношение

$$z_i = \frac{D_{a\perp}}{\Lambda_0^2}, \quad (3,18)$$

представляющее собой условие баланса—равенства скоростей образования и «устранения» заряженных частиц. Величина Λ_0 имеет порядок поперечных размеров сосуда с плазмой и называется «диффузионной длиной». При цилиндрической форме баллона с плазмой диффузионное распределение и диффузионная длина определяются равенствами

$$n = n_0 J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_0} \right), \quad \Lambda_0 = \frac{a}{2,405}, \quad (3,19)$$

где J_0 — бесселева функция, a — радиус баллона.

Величины z_i , $D_{a\perp}$ однозначно связаны с электронной температурой. Поэтому соотношение (3,18) может быть использовано для ее вычисления. Поскольку, далее, электронная температура в положительном столбе разряда определяется продольным электрическим полем, может быть вычислена величина этого поля, а также стационарная концентрация плазмы, обратно пропорциональная напряженности электрического поля.

С ростом магнитного поля вследствие уменьшения коэффициента диффузии необходимая электронная температура и продольная электрическая напряженность должны уменьшаться (см. рис. 14). Соответственно должна увеличиваться концентрация плазмы при фиксированном токе разряда.

Таким образом, определяя на опыте изменение с магнитным полем электронной температуры, электрической напряженности или концентрации плазмы в положительном столбе разряда, можно судить о влиянии магнитного поля на коэффициент поперечной диффузии. Следует заметить, что величины T_e , E_z , n_0 сравнительно медленно изменяются при изменении $D_{a\perp}$. Изменение $D_{a\perp}$ в 2—3 раза приводит к изменению E_z , n_0 на 10—30%.

3. Диффузия из плазмы стационарного разряда. В условиях, когда область активного разряда занимает часть объема разрядного баллона, происходит диффузия заряженных частиц из этой области. На некотором расстоянии от активной области разряда может устанавливаться низкая электронная температура, при которой ионизация газа отсутствует. Ниже рассмотрена диффузия заряженных частиц из стационарного разряда в область, в которой ионизация отсутствует, для нескольких случаев.

а) Слабо ионизованный газ; диэлектрический баллон; граница активной области разряда параллельна магнитному полю (рис. 5). Диффузионное уравнение (3,5) для рассматриваемого случая ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $z_i = 0$) принимает вид

$$D_{a\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{a\perp} \Delta_{\perp} n = 0. \quad (3,20)$$

Приведем решение этого уравнения типа (3,8), обращающееся в нуль на границах и монотонно увеличивающееся от границ к центру объема. При плоской границе области диффузии и плоских стенках баллона такое решение определяется равенством

$$n(x, z) = A \sin \frac{\pi z}{d} \operatorname{sh} \left[\frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{D_{a\parallel}}{D_{a\perp}}} (a_2 - x) \right]. \quad (3,21)$$

Если $\sqrt{\frac{D_{a\parallel}}{D_{a\perp}}} \frac{\pi (a_2 - x)}{d} \gg 1$, гиперболический синус может быть заменен экспонентой:

$$n(x, z) \approx B \sin \frac{\pi z}{d} e^{-\frac{x}{s_{\perp}}}, \quad (3,22)$$

$$s_{\perp} = \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{D_{a\perp}}{D_{a\parallel}}}. \quad (3,23)$$

Найденное решение определяет поперечное уменьшение концентрации, если продольное распределение на границе активной области разряда является синусоидальным

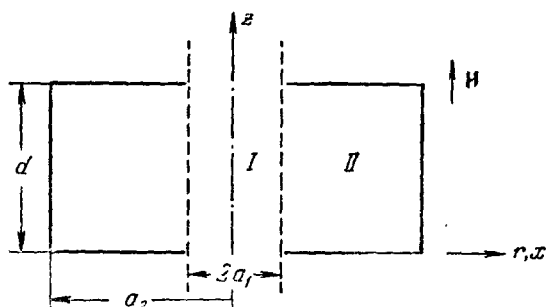


Рис. 5. Схема разрядного объема.

I — Активная область разряда; II — область диффузии.

($\sin \frac{\pi z}{d}$). Можно думать, что и при других граничных распределениях на достаточно большом расстоянии от границы активной области (при $\frac{x - a_1}{s_{\perp}} \gg 1$) устанавливается распределение концентрации, близкое к (3,22).

Аналогичным образом находится решение уравнения (3,20) при цилиндрической форме границы активной области баллона. Это решение при $(a_2 - r) \gg s_{\perp}$, $(r - a_1) \gg s_{\perp}$ имеет вид

$$n(r, z) = B \sin \frac{\pi z}{d} \frac{e^{-\frac{r}{s_{\perp}}}}{\sqrt{r}}. \quad (3,24)$$

Таким образом, на достаточно большом расстоянии от границы «активной» области разряда и от стенок баллона концентрация плазмы спадает экспоненциально. Характерная длина «спада концентрации» s_{\perp} (длина, на которой концентрация уменьшается в e раз) имеет порядок величины расстояния, на которое успевают продиффундировать поперек магнитного поля заряженные частицы за время их жизни. Действительно,

соотношение (3,23) для s_{\perp} может быть переписано следующим образом:

$$s_{\perp} = \sqrt{D_{a\perp} \tau_{\parallel}}, \quad \tau_{\parallel} = \frac{d^2}{\pi^2 D_{a\parallel}}. \quad (3,25)$$

Время жизни заряженных частиц в рассматриваемом случае равно времени их продольной диффузии.

б) Слабо ионизованный газ; металлический баллон; граница плазмы параллельна магнитному полю. Как уже указывалось, в баллоне с проводящими стенками двуполярный механизм диффузии в магнитном поле нарушается. Диффузия из плазмы стационарного разряда для этого случая была рассмотрена в работах Саймона^{47, 48} с помощью уравнений (3,9), (3,10). При рассмотрении Саймон пренебрег в этих уравнениях слагаемыми, содержащими поперечное электрическое поле E_{\perp} . Как указывалось в работе Жаринова и Тонкса^{51, 52}, такое пренебрежение не оправдано. Легко видеть, что слагаемые, содержащие E_{\perp} в уравнениях (3,9), (3,10), того же порядка, что и слагаемые, описывающие поперечную диффузию. В работе⁵² проведен корректный анализ диффузии из плазмы стационарного разряда в магнитном поле (для плоского случая) при различных граничных условиях, соответствующих диэлектрическим и металлическим стенкам сосуда. Конкретные результаты в этой работе получены, однако, лишь для определенного соотношения между продольными и поперечными размерами баллона.

Нетрудно рассмотреть диффузию в баллоне с металлическими стенками с помощью уравнений (3,12), (3,13). Эти уравнения для диффузии из плазмы стационарного разряда ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $z_i = 0$) могут быть представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} \left(1 + \frac{e}{T_e} \xi\right) \left(D_{e\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{e\perp} \Delta_{\perp} n\right) &= 0, \\ \left(1 - \frac{e}{T_i} \xi\right) \left(D_{i\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{i\perp} \Delta_{\perp} n\right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3,26)$$

Возможны две группы решений уравнений (3,26) — соответствующие положительному и отрицательному потенциалу металлических стенок. В большинстве случаев стенки должны заряжаться отрицательно, поскольку электроны достигают стенок быстрее, чем ионы. При этом уравнения (3,26) сводятся к следующим равенствам:

$$D_{i\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + D_{i\perp} \Delta_{\perp} n = 0, \quad (3,27)$$

$$\xi = -\frac{T_e}{e}. \quad (3,28)$$

Напряженность электрического поля в соответствии с (3,11) дается соотношением

$$\mathbf{E} = -\frac{T_e \nabla n}{en}. \quad (3,29)$$

Нетрудно видеть (см. (1,10), (1,11)), что распределение поля, даваемое этими соотношениями, приводит к отсутствию потока электронов во всей области диффузии. Электроны оказываются «запертыми» в этой области благодаря отрицательному потенциалу стенок *). Распределение

*) Заметим, что общие числа электронов и ионов, достигающих изолированной металлической стенки, должны быть одинаковыми в стационарном режиме. При этом, однако, электроны должны поступать на стенку вне рассматриваемой области — в области активного разряда или на границе области диффузии.

концентрации заряженных частиц определяется уравнением (3,27), описывающим диффузию ионов. Это уравнение — такое же, как и уравнение (3,20). Поэтому полученные выше формулы (3,21)—(3,25) можно применить к рассматриваемому случаю, если заменить в них коэффициенты двуполярной диффузии на коэффициенты диффузии ионов. В частности, характерная длина спада концентрации при диффузии в металлическом баллоне определяется равенством (ср. (3,23), (3,25))

$$s_{\perp} = \sqrt{D_{i\perp} \tau_{i\parallel}} = \frac{d}{\pi} \sqrt{\frac{D_{i\perp}}{D_{i\parallel}}}. \quad (3,30)$$

в) Слабо ионизованный газ; диэлектрический баллон; граница активной области разряда перпендикулярна магнитному полю (рис. 6). Интересующее нас решение уравнения (3,20) для цилиндрически симметричных границ имеет вид

$$n(r, z) = A J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_0} \right) \operatorname{sh} \left[\sqrt{\frac{D_{a\perp}}{D_{a\parallel}}} \frac{(d-z)}{\Lambda_0} \right], \quad (3,31)$$

или при $(d-z) \gg \Lambda_0 \sqrt{\frac{D_{a\parallel}}{D_{a\perp}}}$

$$n(r, z) = B J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_0} \right) e^{-\frac{z}{s_{\parallel}}}, \quad (3,32)$$

$$s_{\parallel} = \sqrt{\frac{D_{a\parallel}}{D_{a\perp}}} \Lambda_0 = \sqrt{D_{a\parallel} \tau_{\perp}} \quad \left(\tau_{\perp} = \frac{\Lambda_0^2}{D_{a\perp}} \right). \quad (3,33)$$

Характерная длина s_{\parallel} в данном случае определяется расстоянием, на которое успевают продиффундировать вдоль магнитного поля заряженные частицы за время их жизни (равное времени поперечной диффузии).

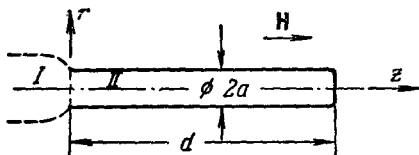


Рис. 6. Схема разрядного объема.
I — Активная область разряда; II — область диффузии.

Измеряя величину s_{\parallel} , можно, очевидно, определить отношение $D_{a\perp}/D_{a\parallel}$. Необходимо заметить, что в сильном магнитном поле длина s_{\parallel} может быть много больше поперечных размеров баллона.

В работе ⁵³ рассмотрено решение диффузионного уравнения (3,5) для более сложного случая, когда концент-

рация плазмы на границе активной области периодически изменяется во времени. И в этом случае уменьшение средней во времени концентрации, а также изменение фазы колебаний концентрации по длине баллона определяются отношением коэффициентов диффузии $D_{a\perp}/D_{a\parallel}$ *).

г) Поперечная диффузия в сильно ионизованном газе при большом магнитном поле. В условиях, когда основное влияние на диффузию оказывают столкновения за-

*) После написания настоящего обзора была опубликована статья Голубева и Грановского ¹¹⁸, в которой описывается экспериментальное исследование диффузии в цилиндрическом баллоне при постоянной и периодически изменяющейся концентрации на границе области диффузии. В работе зондовым методом определялось распределение концентрации по длине баллона. В результате исследования получены данные о диффузии заряженных частиц плазмы в гелии и аргоне при магнитных полях до 1500 э. Полученные данные подтверждают возможность использования предложенного авторами в работе ⁵³ метода исследования диффузии.

ряженных частиц друг с другом, поперечная диффузия из стационарной плазмы описывается уравнением (3,14), в котором следует положить $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$, $z_i = 0$, $\gamma n \gg 1$:

$$\frac{1}{2} \gamma D_{a\perp}^0 \Delta_{\perp} (n^2) - \alpha n^2 = 0. \quad (3,34)$$

Решение этого уравнения при цилиндрической форме границ (обращающееся в 0 при $r = a_2$) может быть записано в виде

$$n^2(r) = A \left[I_0 \left(\frac{2a_2}{s_{\perp}} \right) K_0 \left(\frac{2r}{s_{\perp}} \right) - K_0 \left(\frac{2a_2}{s_{\perp}} \right) I_0 \left(\frac{2r}{s_{\perp}} \right) \right], \quad (3,35)$$

$$s_{\perp} = \sqrt{\frac{\gamma D_{a\perp}^0}{\alpha}} = \sqrt{\frac{Dei}{\alpha n}}. \quad (3,36)$$

В случае, если $r \gg s_{\perp}$, $a_2 - r \gg s_{\perp}$ (т. е. на достаточно большом расстоянии от оси и от стенок баллона), формулу (3,35) можно упростить, используя асимптотические представления бесселевых функций

$$n(r) \approx B \frac{e^{-\frac{r}{s_{\perp}}}}{(r)^{1/4}}, \quad (3,37)$$

Характерная длина s_{\perp} есть эффективная длина поперечной диффузии за «рекомбинационное» время жизни частиц.

4. Д и ф ф у з и я в р а с п а д а ю щ е й с я п л а з м е. В этом разделе рассматривается распад плазмы, происходящий после выключения источников ионизации (например, после окончания импульсного разряда) в цилиндрическом баллоне, ось которого параллельна магнитному полю. Рассмотрение проведено для поздней стадии распада, когда устанавливается постоянная температура заряженных частиц, близкая к температуре окружающей среды, и ионизация газа отсутствует ($z_i = 0$).

а) С л а б о и о н и з о в а н н ы й г а з; д и э л е к т р и ч е с к и й б а л л о н. Уравнение изменения концентрации в процессе распада плазмы получается из (3,5):

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_{a\parallel} \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - D_{a\perp} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) = 0. \quad (3,38)$$

Решение этого уравнения типа (3,8), обращающееся в нуль на стенках цилиндрического баллона (при $z = 0$, d , при $r = a$), может быть представлено в виде

$$n(r, z, t) = \sum_k A_k e^{-\left(\frac{D_{a\perp}}{\Lambda_k^2} + \frac{D_{a\parallel} \pi^2}{d^2} \right) t} J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_k} \right) \sin \frac{\pi z}{d}, \quad (3,39)$$

$$\Lambda_k = \frac{a}{\kappa_k}, \quad \kappa_0 = 2,405, \quad \kappa_1 = 5,520, \quad \kappa_2 = 8,653, \dots$$

Здесь κ_k — корни бесселевой функции $J_0(\kappa_k) = 0$, k возрастает с увеличением корня.

Коэффициенты A_k определяются начальным поперечным распределением концентраций (продольное распределение предполагается синусоидальным). Если начальное распределение является «диффузионным» (3,19), то в сумме (3,39) остается лишь первый член:

$$n(r, z, t) = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}} J_0 \left(\frac{r}{\Lambda_0} \right) \sin \frac{\pi z}{d}, \quad (3,40)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\perp}} + \frac{1}{\tau_{\parallel}}, \quad \frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{D_{a\perp}}{\Lambda_0^2}, \quad \frac{1}{\tau_{\parallel}} = \frac{D_{a\parallel} \pi^2}{d^2}. \quad (3,41)$$

При этом пространственное распределение не изменяется во времени, а распад плазмы происходит по экспоненциальному закону. Постоянная времени распада τ определяется коэффициентами диффузии. При произвольном начальном поперечном распределении концентраций диффузионное распределение (3,40) установится через время порядка нескольких τ_{\perp} после начала распада плазмы, так как уменьшение во времени членов ряда (3,39), соответствующих высшим типам распределений (членов с $k > 0$), происходит быстрее, чем для основного типа.

б) Слабо ионизованный газ; металлический баллон. Распад плазмы в металлическом баллоне описывается уравнениями, полученными из (3,12), (3,13):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= -D_{e\parallel} \left(1 + \frac{e}{T_e} \xi \right) \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - D_{e\perp} \left(1 + \frac{e}{T_e} \xi \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -D_{i\parallel} \left(1 - \frac{e}{T_i} \xi \right) \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - D_{i\perp} \left(1 - \frac{e}{T_i} \xi \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3,42)$$

Нетрудно найти решение этого уравнения в виде диффузионного распределения (3,40)⁵⁴. Такое распределение устанавливается через достаточно большое время после начала распада плазмы. Подставляя (3,40) в (3,42) и решая систему уравнений относительно τ и ξ (величина ξ в соответствии с (3,11) определяет потенциал металлических стенок), найдем

$$\tau = \frac{\tau_i + \frac{T_e}{T_i} \tau_e}{1 + \frac{T_e}{T_i}}, \quad (3,43)$$

$$\frac{e\xi}{T_e} = \frac{\tau_e - \tau_i}{\tau_i + \frac{T_e}{T_i} \tau_e}. \quad (3,44)$$

Величины τ_e , τ_i обозначают эффективное время «свободной» (т. е. не измененной пространственным зарядом) диффузии электронов и ионов:

$$\frac{1}{\tau_e} = \frac{D_{e\perp}}{\Lambda_0^2} + \frac{D_{e\parallel} \pi^2}{d^2}, \quad \frac{1}{\tau_i} = \frac{D_{i\perp}}{\Lambda_0^2} + \frac{D_{i\parallel} \pi^2}{d^2}. \quad (3,45)$$

Скорость свободной диффузии частиц каждого типа равна по (3,45) сумме скоростей продольной и поперечной диффузий. Соответственно эффективное время диффузии (τ_e , τ_i) определяется для каждого типа частиц более быстрым из этих процессов. Постоянная распада плазмы в свою очередь определяется большей из величин τ_e и τ_i (при $T_e \approx T_i$).

Следует заметить, что в общем случае распределения потоков электронов и ионов на стенки баллона не одинаковы. Так, при $D_{i\parallel} \frac{\pi^2}{d^2} \gg \frac{D_{\perp e}}{\Lambda_0^2}$, $\frac{D_{\parallel i} \pi^2}{d^2} \ll \frac{D_{\perp i}}{\Lambda_0^2}$ (этот случай реализуется в сильном магнитном поле при $d \gg a$) электроны диффундируют в основном вдоль магнитного поля на торцовые стенки, а ионы — поперек поля на боковую поверхность баллона. Возникающие при этом токи замыкаются через металлические стенки баллона.

Мы рассмотрели диффузионный распад плазмы, ограниченной со всех сторон металлом. В случае, если лишь часть поверхности, ограничивающей плазму, металлическая (торцы или боковая поверхность, например), решение уравнения распада оказывается затруднительным.

в) Поперечная диффузия в сильно ионизованном газе. Распад плазмы, происходящий в результате диффузии

поперек сильного магнитного поля и рекомбинации, описывается уравнением, получающимся из (3,14):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_{a\perp}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) + \gamma D_{a\perp}^0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r n \frac{\partial n}{\partial r} \right) - a n^2. \quad (3,46)$$

При значительной степени ионизации, когда оказываются существенными диффузия, вызванная электрон-ионными столкновениями, и рекомбинация, уравнение распада (3,46) оказывается нелинейным. В этом случае удобно характеризовать распад плазмы постоянной времени, определяемой через среднюю по сечению концентрацию:

$$\tau = \frac{1}{d \ln \bar{n} / dt}, \quad (3,47)$$

$$\bar{n} = \frac{2}{a^2} \int_0^a n(r) r dr. \quad (3,48)$$

Заметим, что при наличии нелинейных процессов величина τ зависит от концентрации, т. е. распад плазмы не является экспоненциальным.

Уравнение (3,46) не может быть решено в общем виде. В работе⁴ для ряда предельных случаев найдено приближенное решение уравнения, описывающее, по-видимому, позднюю стадию распада плазмы. При решении уравнения (3,46) в первом приближении полагалось, что правая часть уравнения не зависит от координат. Для получения более точного решения был применен метод последовательных приближений.

На рис. 7 представлено радиальное распределение концентраций, полученное в результате приближенного решения для нескольких случаев.

Кривая 1, полученная для условий, когда нелинейные процессы не существенны ($\gamma n \ll 1$, $a n \ll D_{a\perp}^0 / a^2$), дает представление о сходимости использованного метода. Распределение концентраций, определенное во втором приближении, мало отличается от диффузионного распределения (3,19), являющегося точным решением уравнения (пунктирная кривая).

Кривая 2 изображает распределение концентраций для случая, когда основным процессом устранения электронов является диффузия, вызванная электрон-ионными столкновениями ($\gamma n \gg 1$, $a \ll \gamma D_{a\perp}^0 / a^2$). Постоянная распада плазмы определяется при этом равенством

$$\frac{1}{\tau_{(2)}} = 3,8 \frac{\gamma D_{a\perp}^0 \bar{n}}{a^2} = 3,8 \frac{\bar{D}_{ei}}{a^2}. \quad (3,49)$$

В условиях, когда существенна диффузия, связанная с электрон-ионными и электрон-атомными столкновениями, а рекомбинацию можно не учитывать, распределение концентраций в процессе распада плазмы изменяется от кривой 2 к кривой 1. Обратная постоянная распада при этом может быть аппроксимирована суммой значений, относящихся к предельным случаям:

$$\frac{1}{\tau_{(2)}} = \frac{5,8}{a^2} D_{a\perp}^0 + \frac{3,8}{a^2} \bar{D}_{ei} \quad (3,50)$$

(точность этой аппроксимации — не хуже 20%).

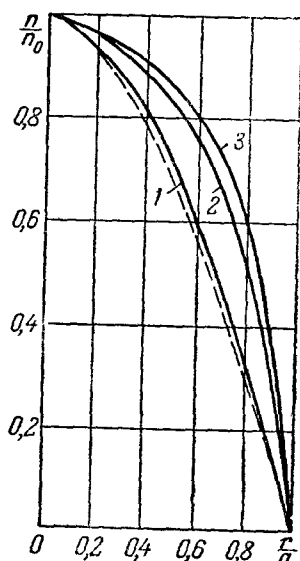


Рис. 7. Радиальное распределение заряженных частиц плазмы.

При высокой степени ионизации газа, когда диффузия, связанная с электрон-атомными столкновениями, не существенна ($\gamma n \gg 1$) и основными процессами устранения электронов являются нелинейная диффузия и рекомбинация, устанавливается радиальное распределение, независимое от времени. Как видно из графика (кривая 3), даже при значительном влиянии рекомбинации ($\frac{\alpha a^2}{\gamma D_{a\perp}^0} = 4,5$) распределение не сильно отличается от нелинейного диффузионного распределения (кривая 2). Постоянная распада плазмы при $\frac{\alpha a^2}{\gamma D_{a\perp}^0} < 5$ с точностью до 10% может быть аппроксимирована формулой

$$\frac{1}{\tau_{(2)}} = \frac{3,8}{a^2} \bar{D}_{ei} + 1,2\alpha n. \quad (3,51)$$

Для случая, когда существенны линейная диффузия и рекомбинация, описанный метод не дает возможности найти решение уравнения (3,46). В работе⁵⁵ проведено приближенное рассмотрение этого случая с учетом продольной диффузии, основанное на усредненном по объему уравнении распада. При усреднении уравнения предполагалось, что пространственное распределение концентраций является диффузионным (формула (3,40), кривая 1 на рис. 7). Поэтому решение справедливо при относительно малой роли рекомбинации. Постоянная распада плазмы, полученная в результате такого решения для условий, когда продольная диффузия не существенна, оказывается равной

$$\frac{1}{\tau} = \frac{5,8}{a^2} D_{a\perp}^0 + 1,4\alpha n. \quad (3,52)$$

В общем случае когда существенны все три рассматриваемых процесса устранения электронов (линейная и нелинейная диффузии, рекомбинация), радиальное распределение концентраций должно, очевидно, определяться кривой, находящейся между кривыми 1 и 3 на рис. 7 (при $\frac{\alpha a^2}{\gamma D_{a\perp}^0} < 5$). Соответственно приближенное выражение для обратной постоянной распада плазмы может быть получено путем комбинации формул (3,49) — (3,51):

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{1}{\tau_r} \quad \left(\text{при } \frac{1}{\tau_r} < 1,5 \frac{1}{\tau_{ei}} \right), \quad (3,53)$$

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{5,8 D_{a\perp}^0}{a^2}, \quad \frac{1}{\tau_{ei}} = \frac{3,8 \bar{D}_{ei}}{a^2}, \quad \frac{1}{\tau_r} = 1,2\alpha n. \quad (3,54)$$

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИФфуЗИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ СЛАБО ИОНИЗОВАННОГО ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

§ 4. Д и ф ф у з и я э л е к т р о н о в в н е й т р а л ь н о м г а з е

Прежде чем обсуждать результаты экспериментальных исследований диффузии заряженных частиц плазмы поперек магнитного поля, изложим имеющиеся экспериментальные данные о поперечной диффузии электронов в нейтральном газе.

Диффузионное «расплывание» пучка электронов, проходящего через газ параллельно магнитному полю, исследовалось еще в ранней работе Бейли⁵⁶. В этой работе было установлено, что в водороде при давлениях 2—16 мм рт. ст. и магнитных полях, меньших 800 э, поперечная диффузия электронов хорошо описывается формулой (1,11).

Более подробное исследование было предпринято Бикертоном⁵⁷. Схема его прибора приведена на рис. 8,а. В приборе электроны, испускаемые накалившимся катодом K , двигаясь в однородном электрическом поле, через малое отверстие O попадают в цилиндрическую диффузионную камеру. В камере, вдоль оси которой направлено магнитное поле,

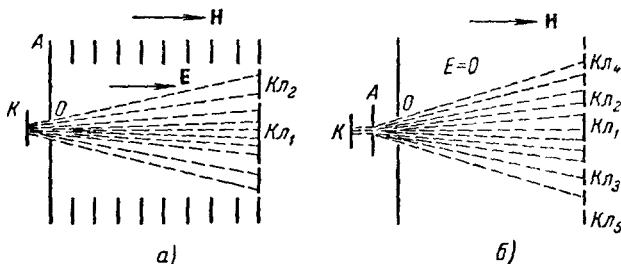


Рис. 8. Схемы экспериментальных приборов.

происходит поперечная диффузия электронов. Увеличение поперечных размеров электронного пучка за время движения электронов от входного отверстия до коллектора определяется порядковым равенством

$$\Delta r \approx \sqrt{4D_{e\perp}\tau} = \sqrt{4D_{e\perp} \frac{d}{u_{e\parallel}}} \quad (4,1)$$

(d — длина камеры, $u_{e\parallel}$ — продольная скорость электронов в электрическом поле).

Измеряя отношение токов на кольцевой коллектор $K_{\text{Л}2}$ и центральный коллектор $K_{\text{Л}1}$, которое характеризует расширение пучка, можно определить величину $u_{e\parallel}/D_{e\perp}$. На рис. 9 приводятся результаты определения этой величины в гелии при малых токах, при которых посторонний заряд не влияет на движение электронов. Приводимые данные получены для условий, при которых электронная эмиссия с коллектора, искажающая результаты измерений, отсутствовала. Полученная на опыте зависимость $u_{e\parallel}/D_{e\perp}$ в гелии и водороде от магнитного поля ($\frac{u_{e\parallel}}{D_{e\perp}} \sim H^2$) и от давления ($\frac{u_{e\parallel}}{D_{e\perp}} \sim \frac{1}{p}$) хорошо согласуется с теоретической зависимостью, определяемой соотношениями (1,10), (1,11):

$$\frac{u_{e\parallel}}{D_{e\perp}} = \frac{3}{2} \frac{eE}{\bar{K}_e} \left(\frac{\omega_e}{v_{en}} \right)^2 = \frac{3}{2} \left(\frac{eE}{\bar{K}_e} \right) \left(\frac{p}{v_{en}} \right)^2 \frac{e^2 H^2}{m_e^2 c^2 p} \quad (\text{при } \omega_e \gg v_{en}) \quad (4.2)$$

(\bar{K}_e — средняя энергия электронов).

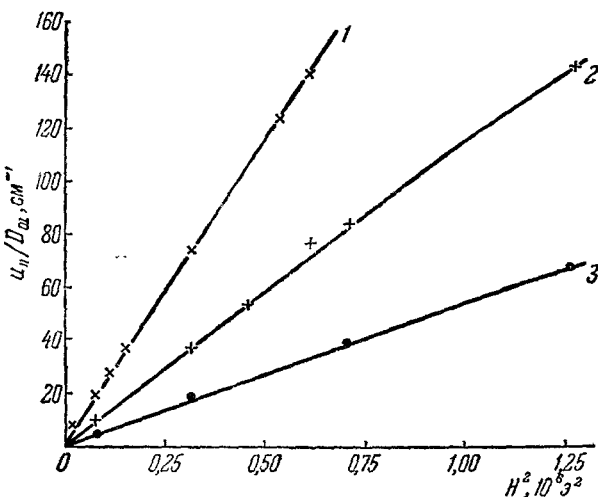


Рис. 9. Зависимость $u_{e\parallel}/D_{e\perp}$ от H .

$\frac{E}{p} = 10$ в/см·мм рт. ст.; 1- $p = 0,5$ мм рт. ст.;
2-1 мм рт. ст.; 3-2 мм рт. ст.

Исследование поперечной диффузии электронов при более низких давлениях и в большем диапазоне магнитных полей было выполнено Жилинским, Терентьевой и автором. Схема измерений представлена на рис. 8,б. По этой схеме предварительно ускоренные электроны через отверстие попадают в диффузионную камеру, в которой электрическое поле отсутствует. В камере электроны достигают коллектора, диффундируя вдоль магнитного поля. За время продольной диффузии электронный пучок расширяется до размеров порядка

$$r = r_0 + \Delta r, \quad \Delta r \approx \sqrt{4D_{e\perp}\tau} \approx \sqrt{2d^2 \frac{D_{e\perp}}{D_{e\parallel}}}. \quad (4,3)$$

Измерение поперечного распределения тока с помощью секционированного коллектора позволяет определить отношение продольного и поперечного коэффициентов диффузии. Измерения производились в гелии. Энергия электронов была выбрана меньше 10 эв — так, чтобы неупругие столкновения электронов отсутствовали. Диапазон давлений снизу был ограничен условием $\lambda_e \ll d$, выполнение которого является необходимым, чтобы движение электронов было диффузионным. Наибольшее давление определялось условием малых энергетических потерь электронов за время их диффузии $\left(\frac{m_e}{m_i} \frac{d^2}{D_{e\parallel}} v_{en} < 1\right)$.

Результаты измерений отношения коэффициентов диффузии для давлений гелия 0,01—0,12 мм рт. ст. и магнитных полей до 2000 э приносятся на рис. 10. На этом же рисунке приведена теоретическая кривая, полученная с помощью равенств (1,10), (1,11):

$$\frac{D_{e\parallel}}{D_{e\perp}} = \frac{\omega_e^2}{v_{en}^2} = \frac{e^2 H^2}{m^2 c^2 v_{en}^2}. \quad (4,4)$$

При вычислениях принималась $\frac{v_{en}}{p} = 2,5 \cdot 10^9$ 1/сек·мм рт. ст. (как известно, частота столкновений электронов с атомами гелия при энергиях 2—15 эв примерно постоянна). Из графика видно, что экспериментальные результаты практически совпадают с теоретическими, причем согласуется не только зависимость отношения $D_{e\parallel}/D_{e\perp}$ от H и p , но и абсолютные значения этой величины.

Рис. 10. Зависимость $D_{e\parallel}/D_{e\perp}$ от H .

Экспериментальные точки: ● — $p = 0,01$ мм рт. ст.; ○ — 0,02 мм рт. ст.; ▲ — 0,035 мм рт. ст.; × — 0,06 мм рт. ст.; + — 0,075 мм рт. ст.; □ — 0,085 мм рт. ст.; ■ — 0,12 мм рт. ст.; — теоретическая кривая.

Таким образом, экспериментальные данные показывают, что диффузия электронов поперек магнитного поля в нейтральном газе (при отсутствии поперечных электрических полей и малом влиянии пространственного заряда) хорошо описывается известными теоретическими формулами. Отметим, что при наличии поперечного электрического поля и су-

ществленном влиянии пространственного заряда поперечное движение электронов намного усложняется. Так, при низких давлениях газа в статических магнетронах обнаружена неустойчивость движения электронов, интенсивные колебания и шумы (см., например, ⁵⁸).

§ 5. Д и ф ф у з и я з а р я ж е н н ы х ч а с т и ц и з п л а з м ы р а з р я д а с н а к а л е н н ы м к а т о д о м

Первые экспериментальные данные о диффузии заряженных частиц в магнитном поле были получены в процессе изучения ионных источников и опубликованы в 1949 г. ⁵⁹. Схема опытов, описанных в работе ⁵⁹, приведена на рис. 11. Между накалившимся катодом *K* и анодом *A* поддерживается стационарный разряд при низком давлении газа (10^{-4} — 10^{-2} мм рт. ст.). Плазма вдоль силовых линий магнитного поля проникает через диафрагму в полость графитового анодного блока. Размеры и форма области «первичной» плазмы в полости *I* определяются формой и размерами анодной диафрагмы (в описываемых опытах диафрагма представляла собой узкую щель, полость анода имела форму прямоугольного параллелепипеда). Заряженные частицы первичной плазмы диффундируют к периферии анодной полости. Измеряя распределение концентрации заряженных частиц в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю, можно, как было показано в § 3 гл. I, получить данные о коэффициенте поперечной диффузии. Измерение распределения концентраций осуществлялось с помощью подвижного зонда 3. Чтобы уменьшить влияние магнитного поля на зондовые измерения, концентрация плазмы определялась по ионному току на зонд (зонд поддерживался при потенциале, отрицательном относительно плазмы).

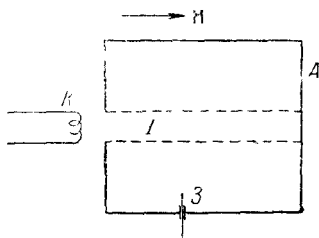


Рис. 11. Схема экспериментального прибора.

В результате измерений была определена характерная длина спада концентрации s_{\perp} для нескольких режимов в аргоне и водороде при давлении $\sim 10^{-3}$ мм рт. ст. и магнитном поле 3000—4000 э. Бом сравнил экспериментальные значения s_{\perp} с результатами вычислений, основанных на предположении о дипольном характере движения частиц, и пришел к выводу, что скорость поперечной диффузии примерно на два порядка больше скорости дипольной диффузии поперек магнитного поля ⁵⁹. Расхождение было объяснено в работах Саймона ^{47, 48, 7}. Саймон показал, что благодаря выравниванию потенциала на границах плазмы диффузия в объеме, ограниченном проводящими стенками, не является дипольной. Как было показано в § 3 гл. I, проводящие стенки должны заряжаться до отрицательного потенциала порядка $\frac{kT_e}{e} \ln \frac{n}{n_{\text{гр}}}$ так, чтобы поток электронов в области диффузии обратился в нуль (т. е. проводящая полость оказывается потенциальным ящиком для электронов).

Это обстоятельство подтверждается измерениями распределения тока по аноду, описанными в статье Жаринова ⁵¹. Измерения проводились с помощью зонда, перемещавшегося вблизи торцевой поверхности анода (использовался цилиндрический прибор, аналогичный изображенному на рис. 11). Установлено, в согласии со сказанным выше, что вне области первичной плазмы электронный поток на анод значительно меньше ионного.

При равенстве нулю потока электронов распределение концентрации плазмы определяется диффузией ионов. Характерная длина s_{\perp}

определяется в соответствии с (3,30) тем расстоянием, на которое успевают продиффундировать ионы за время их жизни *):

$$s_{\perp} = \sqrt{D_{i\perp} \tau_{i||}}, \quad \tau_{i||} = \frac{d^2}{\pi^2 D_{i||}}. \quad (5,1)$$

Подставляя выражения (1,10) и (1,11) для коэффициентов диффузии ионов и полагая $\omega \gg v_{in}$, найдем

$$s_{\perp} = \frac{d}{\pi} \frac{v_{in}}{\omega_i}. \quad (5,2)$$

Это соотношение справедливо, если продольное движение ионов является диффузионным, т. е. если $\lambda_i \ll d$. При $\lambda_i > d$ время жизни ионов определяется их тепловой скоростью,

$$\tau_{i||} \approx \frac{d \sqrt{2m_i}}{\sqrt{T}} \quad (\text{при } T_i \approx T_e), \quad (5,3)$$

и величина s_{\perp} дается порядковым соотношением

$$s_{\perp} \approx \left(\frac{2T}{m_i} \right)^{1/4} \frac{(v_{in} d)^{1/2}}{\omega_i}. \quad (5,4)$$

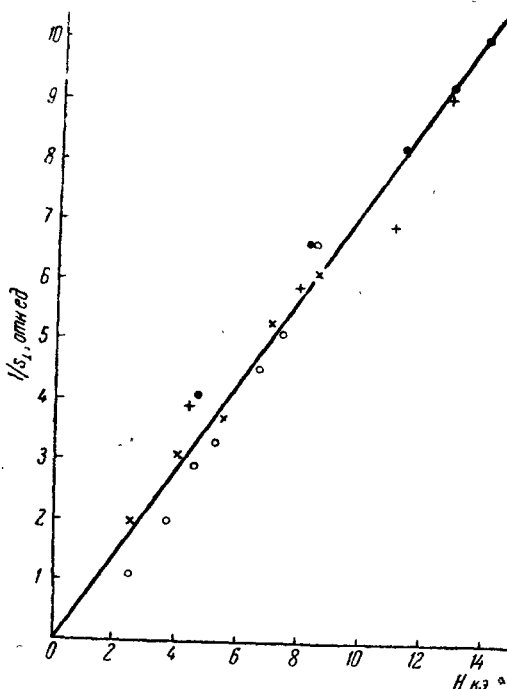


Рис. 12. Зависимость $1/s_{\perp}$ от H .

Для того чтобы проверить соображения Саймона, были предприняты измерения зависимости s_{\perp} от магнитного поля ^{48, 7}. Измерения проводились в цилиндрическом анодном блоке из металла по схеме, описанной выше (рис. 11). Большинство результатов получено в камере, наполненной азотом при давлении 10^{-3} — $5 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст. и магнитном поле 2000—14 000 э. Степень ионизации в первичной плазме была меньше 1%. Типичная зависимость s_{\perp} от H приведена на рис. 12. Эта зависимость, как видно из (5,1),

согласуется с теоретической и соответствует квадратичной зависимости коэффициента поперечной диффузии от магнитного поля ($D_{\perp} \sim \frac{1}{H^2}$).

Были предприняты также измерения зависимости длины s_{\perp} от давления азота. При $\lambda_i \ll d$ ($\lambda_i < 6$ см, $d = 26$ см) было получено линейное увеличение s_{\perp} с давлением, согласующееся с (5,2); при $\lambda_i \approx d$ ($\lambda_i \approx d = 6$ см) оказалось, что $s_{\perp} \sim \sqrt{p}$ (см. (5,4)).

Абсолютные значения величины s_{\perp} , полученные в экспериментах, описанных в ⁴⁸, так же как и в первых опытах ⁵⁹, по порядку величины согласуются с теоретическими. Лучшего соответствия трудно было ожидать, так как эффективное сечение столкновений и ионная температура были известны лишь очень приблизительно.

*) Заметим, что формулы, использованные в ^{47, 48}, отличаются от (3,30) множителем $\sqrt{2}$. Это отличие связано с тем, что Саймон пренебрегал при расчетах поперечным электрическим полем (см. стр. 407).

Результаты исследований распределения концентраций заряженных частиц, диффундирующих из стационарной плазмы, приводятся также в работе ⁶⁰. Отличие этих исследований состоит в том, что диффузия изучалась в баллоне большой длины (1,2—1,5 м), причем значительная часть боковой поверхности баллона была стеклянной. Строгий анализ диффузии при такой «смешанной» поверхности баллона с плазмой затруднителен. Кажется, однако, вероятным, что при $s_{\perp} \ll a$ роль граничных условий на боковых стенках невелика и результаты измерений длины диффузионного спада концентраций можно сравнивать с соотношениями (5,2), (5,4).

Измерения, проведенные в азоте и водороде при давлении 10^{-3} мм рт. ст., показали, что длина s_{\perp} обратно пропорциональна напряженности магнитного поля H (в диапазоне до 3500 э). Порядок величины s_{\perp} согласуется с получаемым из формулы (5,2). Величина s_{\perp} определялась также в H_2 , He, N_2 , Ne, Ar, Kr при $p = 10^{-5}$ мм рт. ст. Измерения при низком давлении, однако, трудно интерпретировать, так как s_{\perp} оказывается порядка ларморовского радиуса ионов и обычная теория диффузии неприменима.

Таким образом, полученные к настоящему времени экспериментальные данные о распределении концентраций в плазме, диффундирующей поперек магнитного поля из разряда с накалившимся катодом, удовлетворительно согласуются со «столкновительной» диффузионной теорией.

Следует отметить, что из этих данных не может быть получена информация о поперечном движении электронов, поскольку в условиях проводившихся опытов (в баллоне с проводящими стенками) распределение концентраций полностью определяется диффузией ионов ⁵¹.

В ряде экспериментов были обнаружены аномальные явления в плазме разряда с накалившимся катодом, которые могут быть связаны с изменением характера поперечного движения заряженных частиц в магнитном поле.

Еще в первых опытах, описанных в статье Бома ⁵⁹, было установлено, что отношение электронного тока насыщения на зонд к ионному в сильном магнитном поле оказывается значительно больше ожидаемого (в этих опытах собирающая поверхность зонда была перпендикулярна к магнитному полю). Это давало основания думать, что поперечное движение электронов происходит быстрее диффузионного. Основания, правда, были не слишком велики, так как рассмотрение электронных ветвей зондовых кривых в магнитном поле проведено весьма приближенно.

Дальнейшее изучение зондовых характеристик в плазме разряда с накалившимся катодом проведено в работах Жаринова ^{61, 62}. Для этих исследований в торце анода были просверлены отверстия и измерялись вольт-амперные характеристики тока — зонды, расположенные за этими отверстиями. С ростом магнитного поля до некоторого критического значения отношение электронного тока насыщения к ионному монотонно уменьшалось. При «критическом» магнитном поле это отношение скачком возрастало и одновременно возникали интенсивные колебания зондового тока. Систематические измерения критического магнитного поля производились в водороде, азоте, гелии в диапазоне давлений 10^{-2} — 10^{-3} мм рт. ст. Оказалось, что величина критического поля приблизительно линейно растет с давлением и при давлении $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст. составляет примерно 500 э для H_2 и около 1500 э для N_2 и He.

В результате сопоставления токов на различные зонды (сопоставлялись фазы колебаний тока) было установлено, что при полях, больших критического, образуется один или два плазменных сгустка (факела), которые вращаются вокруг оси разряда. С ростом магнитного поля период вращения факела уменьшается. Аналогичные явления описаны в работе ⁶³. Авторы этой работы наблюдали вращение плазменного сгустка

в различных газах— H_2 , He, N_2 , Ar, Kr, Xe—при давлениях в полости анода 10^{-4} — 10^{-5} мм рт. ст. (давление в зазоре между катодом и анодом поддерживалось около 10^{-3} мм рт. ст.). При давлениях в полости анода около 10^{-3} мм рт. ст. вращающийся плазменный факел в работе⁶³ замечен не был. Чтобы более детально изучить образование и вращение плазменных сгустков, Елизаровым и Жариповым была разработана специальная методика⁶⁴. Для этих исследований торцовая поверхность анода выполнялась из мелкой металлической сетки. Поток электронов или ионов, проникающих через сетку, преобразовывался в поток света. Электроны ускорялись с помощью коротких импульсов напряжения и, попадая на люминесцентный экран, вызывали его свечение. В режиме «ионного изображения» ионы ускорялись и выбивали из сетки вторичные электроны, которые после ускорения направлялись на люминофор. При измерениях разряд образовывался импульсами длительностью до 1 мсек. Фотографируя свечение люминесцентного экрана при различных задержках «зондовых импульсов» относительно начала разряда, удалось зафиксировать распределение концентраций плазмы по сечению анода в период образования и вращения плазменных сгустков. Опубликованные к настоящему времени предварительные результаты исследований показывают, что виды плазменных образований, их движение весьма многообразны.

Следует отметить, что результаты различных исследований «аномального» режима разряда с накалимым катодом, описанных в работах⁶¹⁻⁶⁴, во многом противоречивы. Непонятен механизм образования вращающихся плазменных сгустков. Не установлена связь наблюдавшихся эффектов с процессами переноса в плазме.

В недавней статье⁶⁵ Гест и Саймон пытаются связать наблюдавшиеся аномалии с возникновением винтовой неустойчивости плазмы, подобной неустойчивости положительного столба разряда, которая была ранее рассмотрена Недоспасовым и Кадомцевым (стр. 421). Винтовая неустойчивость может быть вызвана продольным током в области диффузии (как указывалось выше, при диффузии в металлическом сосуда ток ионов на периферии не скомпенсирован током электронов).

Пока не ясно, можно ли объяснить таким образом аномалии при диффузии плазмы из разряда с накалимым катодом, так как отсутствует детальное сравнение условий возникновения неустойчивости с экспериментальными данными.

§ 6. Д и ф ф у з и я в д у г о в о м р а з р я д е н и з к о г о д а в л е н и я

Во многих режимах низковольтного дугового разряда (при давлениях газа 0,1—10 мм рт. ст.) ионизация газа происходит в основном вблизи катода (см. ^{66, 67}). Распределение концентраций плазмы в пространстве между катодом и анодом определяется диффузией заряженных частиц из области, прилегающей к катоду. Если принять, что температура заряженных частиц постоянна во всем объеме (вне области ионизации), то можно применить к этому случаю результаты рассмотрения, проведенного в § 3 гл. I. Из этого рассмотрения следует, что на некотором расстоянии от катода концентрация плазмы должна экспоненциально уменьшаться по направлению к аноду. Характерная длина спада концентраций в цилиндрическом разрядном баллоне (из диэлектрика), вдоль оси которого направлено магнитное поле, определяется соотношением (3,33):

$$s_{||} = \frac{a}{2,405} \sqrt{\frac{D_{a||}}{D_{a\perp}}}. \quad (6,1)$$

В работе Недоспасова⁶⁸ приводятся экспериментальные данные о распределении концентраций плазмы между катодом и анодом низковольтного дугового разряда в аргоне, помещенного в продольное магнитное поле. Эти данные получены путем измерения ионных токов на стеночный зонд, перемещавшийся вдоль боковой стенки разрядного баллона. В результате измерений была определена характерная длина $s_{||}$ и по ней отношение коэффициентов продольной и поперечной диффузий $D_{a||}/D_{a\perp}$ (см. (6,1)). Зависимость отношения $D_{a||}/D_{a\perp}$ от напряженности магнитного поля приводится на рис. 13. Как видно из графика, полученная на опыте зависимость при магнитных полях, меньших 1000 э, и давлениях аргона 0,25—1 мм рт. ст., хорошо согласуется с теоретической зависимостью, следующей из формул (1,23), (1,24):

$$\begin{aligned} \frac{D_{a||}}{D_{a\perp}} &= 1 + \frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}} = \\ &= 1 + \frac{e^2 H^2}{c^2 m_e m_i v_{en} v_{in}}. \quad (6,2) \end{aligned}$$

§ 7. Диффузия в плазме положительного столба разряда

Выше указывалось (см. стр. 405), что основные характеристики положительного столба разряда — электронная температура, распределение и максимальная величина концентрации плазмы, продольная напряженность электрического поля, — определяются диффузией заряженных частиц к боковым стенкам разрядного баллона. Поэтому, изучая эти характеристики в присутствии магнитного поля, направленного вдоль оси разряда, можно получить информацию о поперечной диффузии заряженных частиц.

Зондовые измерения характеристик положительного столба разряда в гелии при малых магнитных полях (до 400 э) были проделаны Бикертоном и Энгелем⁶⁹. Результаты измерений находятся в хорошем согласии с диффузионной теорией положительного столба разряда. С ростом магнитного поля электронная температура и продольная электрическая напряженность уменьшаются, а концентрация плазмы растет. Эти результаты подтверждаются и другими исследованиями. В работе Васильевой и Грановского⁷⁰ было осуществлено непосредственное измерение коэффициента диффузии в положительном столбе. С помощью зондов (по ионным частям характеристик) определялся поток плазмы на боковую стенку и градиент концентрации вблизи стенки. Отношение этих величин равно коэффициенту диффузии. Изменение коэффициента поперечной диффузии в гелии при увеличении магнитного поля до 500—1000 э (при давлениях 0,07—1 мм рт. ст.) соответствует формуле (1,24).

Однако режим положительного столба разряда определяется диффузией, связанной со столкновениями частиц лишь при не очень больших магнитных полях. При увеличении магнитного поля, начиная с некоторого «критического» значения, скорость ухода частиц возрастает. Одновременно появляются интенсивные колебания и шумы. Этот эффект был

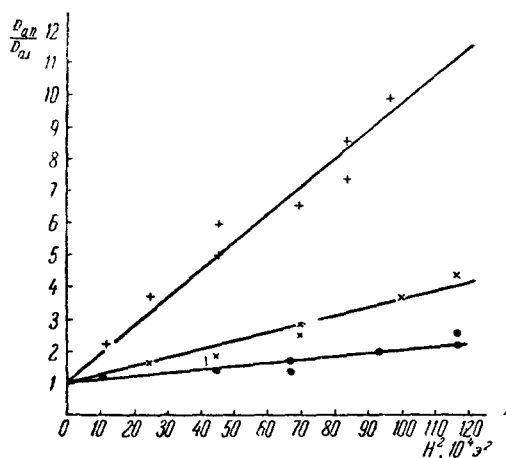


Рис. 13. Зависимость $D_{a||}/D_{a\perp}$ от H .
 — — $p = 0,25$ мм рт. ст.; \times — $0,7$ мм рт. ст.;
 ● — $1,0$ мм рт. ст.

впервые замечен Ленертом ⁷¹ и подробно исследован в работах Ленерта и Ху ⁷²⁻⁷⁴, Грановского и его сотрудников ⁷⁵, Аллена и др. ^{76,77} и в ряде других работ ⁷⁸⁻⁸⁰. Мы изложим здесь лишь некоторые экспериментальные результаты.

В работах ^{71-74,76-77} исследования положительного столба производились в разрядной трубке большой длины (2,4—4,1 м), помещенной в однородное магнитное поле.

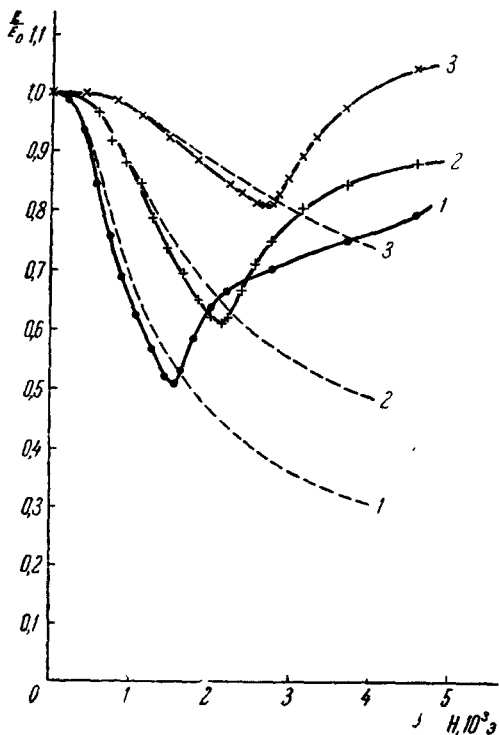


Рис. 14. Зависимость продольной напряженности электрического поля от напряженности магнитного поля.

1 — $p = 0,45$ мм рт. ст.; 2 — $0,9$ мм рт. ст.;
3 — $1,8$ мм рт. ст.

Катод и анод были вынесены за пределы магнитного поля. Измерялась разность потенциалов между одинаковыми зондами, помещенными в плазму на некотором расстоянии, и по ней — продольная напряженность электрического поля. Результаты измерений в гелии при радиусе баллона 1 см представлены на рис. 14 сплошными кривыми. На том же рисунке пунктиром приведены теоретические кривые, вычисленные в предположении, что диффузия определяется столкновениями *).

При малых напряженностях магнитного поля ход теоретических и экспериментальных кривых согласуется. Некоторые расхождения связаны с неточным значением эффективных сечений столкновений, использованных при вычислениях. Начиная с критического магнитного поля $H_{кр}$, величина продольной напряженности электрического поля в положительном столбе возрастает. Это свидетельствует об ускорении ухода заряженных частиц из плазмы. Увеличение скорости

ухода заряженных частиц при магнитных полях, больших критического, подтверждается также измерениями ионного тока на стеночные зонды ^{74,75}.

При больших магнитных полях (4000—6000 э) продольная напряженность (и соответственно скорость ухода частиц из плазмы) оказывается того же порядка, что и без магнитного поля, и изменяется мало.

Наряду с увеличением продольной электрической напряженности при $H > H_{кр}$ происходит резкое возрастание интенсивности шумов. Значения критических магнитных полей, определяемые по минимуму на кривых $E(H)$ и по увеличению интенсивности шумов, совпадают друг с другом.

На рис. 15 приводится по данным ^{73,76} зависимость $H_{кр}$ от давления гелия при нескольких значениях диаметра разрядного баллона. Установлено, что величина $H_{кр}$ слегка увеличивается при увеличении тока разряда и

*) Приводимые теоретические кривые построены для случая, когда в плазме имеются только атомарные ионы He^+ . Наличие молекулярных ионов не сильно изменяет результаты вычислений.

сравнительно мало изменяется при уменьшении длины области разряда, помещенной в магнитном поле от 4 до 0,5 м. Мы привели здесь результаты исследований только для гелия. Аналогичные данные получены при изучении положительного столба разряда в водороде, азоте, неоне, аргоне и криптоне^{73, 74, 76, 77}.

Аномально быстрый уход частиц из плазмы положительного столба разряда был объяснен в работе Кадомцева и Недоспасова⁸¹, которые показали, что такой уход может быть связан с возникновением неустойчивости положительного столба в магнитном поле.

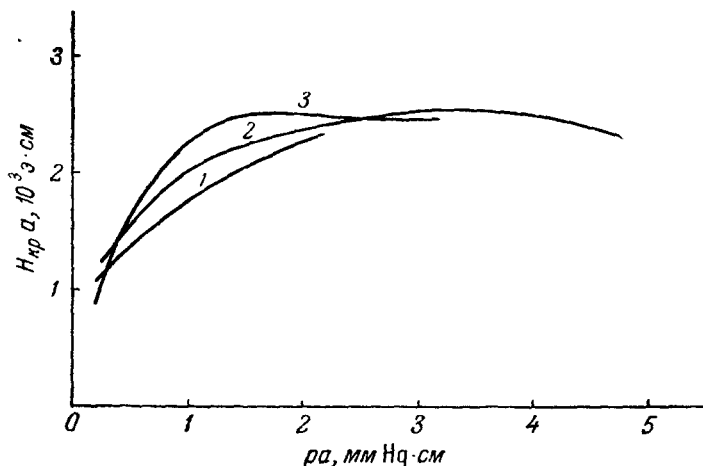


Рис. 15. Зависимость $H_{кр}$ от r_a .

1 — Кривая, рассчитанная по формулам, приведенным в работе⁸¹;
2 — экспериментальная кривая по данным⁷⁶; $a=0,9-1,3$ см; 3 — экспериментальная кривая по данным⁷³; $a=0,75$ см.

В работе рассмотрено возмущение, состоящее в змеевидном (винтовом) искривлении плазменного шнура*). Нарастанию возмущения препятствует диффузия, так как диффузионный поток частиц на стенку оказывается больше в тех местах, где шнур ближе к стенке. В то же время при правовинтовом искривлении на шнур в магнитном поле действует сила, направленная к стенкам. Она связана с азимутальной составляющей тока, возникающей при искривлении. При увеличении магнитного поля эта сила, стремящаяся увеличить искривление, также увеличивается, а диффузия, подавляющая возмущение, замедляется. Поэтому, начиная с определенного критического значения магнитного поля, возникает неустойчивость. Вычисленные по формулам, приведенным в работе⁸¹, значения $H_{кр}$ для описанной неустойчивости (см. рис. 15) хорошо согласуются с результатами экспериментального определения этой величины в положительном столбе разряда**).

*) Заметим, что для объяснения наблюдающихся аномалий в работе Ху⁸² была выдвинута не очень ясная гипотеза о неустойчивости слоя между плазмой и стенкой (не связанной с током разряда). Эта гипотеза не может объяснить всех наблюдаемых явлений. Судя по последним статьям^{83, 84}, сам автор отказался от нее и считает, что в положительном столбе возникает винтовая неустойчивость, рассмотренная Недоспасовым и Кадомцевым.

**) Теоретическая кривая на рис. 15 построена по данным, любезно предоставленным автору А. В. Недоспасовым. Эти же данные использованы в работе Вдовина и Недоспасова¹¹⁹, опубликованной после написания настоящего обзора. В работе¹¹⁹ приводятся результаты вычисления $H_{кр}$ для гелия, водорода, неона, аргона, ртути и анализируются соответствующие экспериментальные данные.

Возникновение винтового возмущения положительного столба разряда, предсказанное Кадомцевым и Недоспасовым, было непосредственно обнаружено при магнитных полях, больших критического, в работах ^{76, 77}. Авторам этих работ удалось сфотографировать при определенных условиях временную развертку свечения плазменного шнура в двух проекциях. Полученные фотографии явно свидетельствуют о правовинтовом искривлении плазменного шнура. Дополнительным подтверждением теории явились измерения $H_{кр}$ в положительном столбе разряда при наличии высокочастотного поля ⁸⁰. Поле частоты 4 Мгц подводилось от генератора к специальному соленоиду, внутри которого помещался разрядный баллон. При наличии дополнительной ионизации, вызываемой высокочастотным электрическим полем, постоянное электрическое поле, необходимое для поддержания баланса частиц в положительном столбе, уменьшается. Соответственно увеличивается концентрация электронов при заданном токе разряда. Поэтому при искривлении плазменного шнура усиливается стабилизирующее влияние диффузии и величина $H_{кр}$ должна увеличиваться. Эксперименты подтвердили предполагавшееся увеличение $H_{кр}$.

В работе ⁸¹ не только получен критерий возникновения винтовой неустойчивости, но и рассмотрено развитие неустойчивости при H , близких к $H_{кр}$. В результате рассмотрения определены частоты колебаний плазменного шнура и скорость аномальной диффузии, связанной с этими колебаниями. Результаты эти находятся в согласии с экспериментом.

При полях, значительно превышающих $H_{кр}$, в шнуре могут одновременно возбуждаться много типов колебаний; колебания при этом должны стать нерегулярными. Теория такой развитой неустойчивости была построена Кадомцевым ⁸⁵ по аналогии с теорией турбулентной конвекции жидкости. Из этой теории следует, что скорость «турбулентной» диффузии плазмы при $H \gg H_{кр}$ не должна зависеть от магнитного поля. Эти, как и другие, выводы теории соответствуют экспериментальным результатам.

Таким образом, можно считать установленным, что аномальное увеличение скорости ухода заряженных частиц из положительного столба разряда в сильном магнитном поле, а также наблюдавшиеся колебания и шумы связаны с возникновением и развитием винтовой неустойчивости плазменного шнура.

§ 8. Д и ф ф у з и я в р а з р я д е с о с ц и л л и р у ю щ и м и э л е к т р о н а м и

Схема разряда с осциллирующими электронами (пенинговского разряда) представлена на рис. 16. В таком разряде электроны колеблются между двумя катодами K или между катодом и отражателем (электрически соединенными) до тех пор, пока в результате смещения поперек магнитного поля они не попадут на анод A . Отношение концентрации плазмы на периферии разряда (вблизи силовых линий магнитного поля, пересекающих анод) к концентрации в центральной части n_a/n_0 может служить мерой, определяющей скорость диффузии плазмы поперек магнитного поля. Это отношение для различных экспериментальных условий определялось в работах французских исследователей ⁸⁶⁻⁸⁸. Концентрация плазмы измерялась с помощью зондов (по ионному току на зонды).

Результаты измерения n_a/n_0 для пенинговского разряда с холодным катодом в водороде представлены на рис. 17. При малых магнитных полях отношение n_a/n_0 монотонно уменьшается с ростом магнитного поля и растет с давлением. Такое изменение коррелирует с изменением скорости диффузии, вызванной столкновениями. Однако, начиная с критического

поля $H_{кр}$, отношение n_a/n_0 возрастает, причем в «надкритическом» режиме n_a/n_0 уменьшается при увеличении давления. Величина $H_{кр}$ возрастала при увеличении давления и уменьшении радиуса разряда и практически не изменялась при изменении тока разряда в 10 раз. При полях, несколько превышающих критическое, наблюдались интенсивные шумы. Наряду с низкочастотными колебаниями с помощью внешнего приемника обнаружены шумы на частотах около 1000 Мгц. Изменение амплитуды шумов качественно соответствовало изменению величины n_a/n_0 . Аналогичные эффекты наблюдались в пенинговском разряде с накалившимся катодом при значительных размерах установки (длина около 1 м). Аномальный характер изменения n_a/n_0 и появление интенсивных шумов при магнитных полях, больших критического, свидетельствуют, по-видимому,

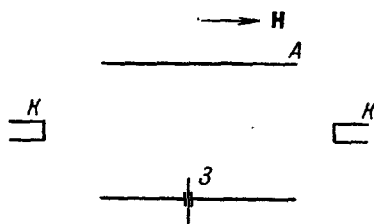


Рис. 16. Схема разряда с осциллирующими электронами.

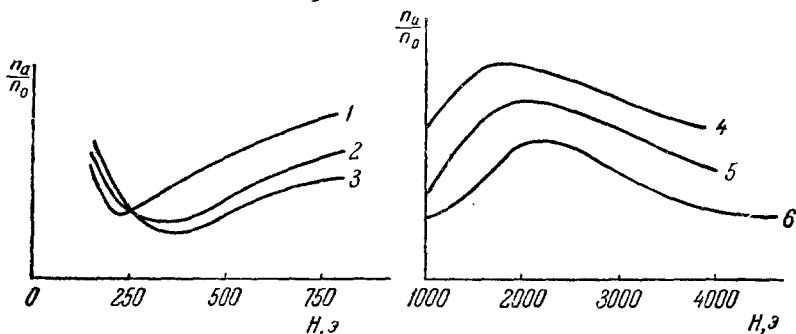


Рис. 17. Зависимость n_a/n_0 от H .

1 — $p = 0,016$ мм рт. ст.; 2 — 0,024 мм рт. ст.; 3 — 0,03 мм рт. ст.;
4 — 0,021 мм рт. ст.; 5 — 0,025 мм рт. ст.; 6 — 0,03 мм рт. ст.

о возникновении неустойчивого состояния пенинговского разряда, характеризующегося ускоренным поперечным переносом частиц. Природа наблюдавшихся аномалий не ясна.

В работах ^{87, 88} указывается, что в пенинговском разряде возможны неустойчивости, связанные с анизотропией функции распределения скоростей электронов и электрическими полями в плазме. Однако конкретное рассмотрение механизма этих неустойчивостей отсутствует.

§ 9. Д и ф ф у з и я в р а с п а д а ю щ е й с я п л а з м е

Выше были изложены результаты ряда экспериментов, в которых наблюдалось аномально быстрое движение заряженных частиц плазмы поперек магнитного поля. В большинстве случаев наблюдавшиеся аномалии связывают с наличием тока через плазму или сильного направленного движения заряженных частиц. Поэтому для проверки диффузионной теории представляют особый интерес исследования диффузии распадающейся плазмы, которые могут быть проведены в условиях, когда состояние плазмы близко к равновесному.

Первые опыты по изучению распада плазмы в магнитном поле были проведены Бостиком и Левином в тороидальной камере ⁸⁹. При такой геометрии магнитное поле неоднородно и диффузия плазмы в значительной

степени маскируется тороидальным дрейфом. Тем не менее мы остановимся на результатах работы ⁸⁹, так как эти результаты часто используются при рассмотрении поперечной диффузии плазмы.

Исследование плазмы проводилось в металлической тороидальной вакуумной камере прямоугольного сечения. Эта камера одновременно была резонатором, возбуждавшимся на двух разнесенных частотах 10-сантиметрового диапазона. Под воздействием высокочастотной мощности на одной из резонансных частот осуществлялся импульсный разряд в газе, наполняющем камеру. В период между импульсами с помощью измерительного генератора измерялся сдвиг резонансной частоты, соответствующей второму резонансу. Сдвиг частоты при определенных условиях пропорционален средней концентрации плазмы (см., например, ⁹⁰). Таким образом определялось изменение концентрации распадающейся плазмы и постоянная времени распада плазмы τ . Величина τ в гелии приблизительно линейно увеличивалась при увеличении давления от 0,05 до 0,35 мм рт. ст. При изменении магнитного поля от 160 до 1400 э измеренная постоянная времени имела максимум. Наличие максимума многими считалось свидетельством «аномальной» поперечной диффузии *). Эта интерпретация кажется нам неубедительной, так как она не учитывает влияния на распад плазмы тороидального дрейфа, вызванного неоднородностью магнитного поля. Между тем установленная в ⁸⁹ сравнительно слабая зависимость скорости распада плазмы от магнитного поля (при увеличении H в 8—10 раз τ изменяется всего в 1,5—2 раза), так же как и уменьшение скорости распада при увеличении давления, характерна для тороидального дрейфа заряженных частиц в нейтральном газе. Поэтому результаты, полученные в ⁸⁹, по-видимому, могут быть объяснены тороидальным дрейфом плазмы. Во всяком случае из данных этой работы вряд ли могут быть получены сведения о поперечной диффузии при магнитных полях, больших 200—300 э, так как скорость диффузии оказывается меньше скорости тороидального дрейфа.

Исследования распада плазмы в однородном магнитном поле производились зондовым и микроволновыми методами. В работах Грановского и его сотрудников ⁹¹⁻⁹³ распад плазмы изучался с помощью зондов. Плазма создавалась в цилиндрических стеклянных баллонах диаметром 2—3 см импульсами высокочастотного разряда или разряда с накалимым катодом. В период между импульсами регистрировалось изменение ионного тока на зонды (I_z), введенные в баллон. По наклону кривых $\ln I_z = f(t)$ определялась постоянная времени распада плазмы в начальной стадии τ_0 (сразу после импульса разряда) и в более поздней стадии — τ_1 (по-видимому, через несколько сот микросекунд после импульса). Измерения производились при концентрациях плазмы, больших 10^9 — 10^{10} см⁻³.

Полученная в работах ^{91, 93} зависимость величины τ от магнитного поля в гелии и аргоне для нескольких случаев приведена на рис. 18. При магнитных полях, больших 500—1000 э, постоянные времени изменяются мало. Насыщение кривых может быть связано с объемными процессами устранения заряженных частиц — такими, как электрон-ионная рекомбинация и захват электронов молекулами электроотрицательных примесей с последующей ионной рекомбинацией. Для проверки влияния объемных процессов в ⁹² определялось соотношение между полным числом частиц, уходящих на поверхность баллона, измерявшимся по ионным токам на

*) Другим признаком аномальных явлений иногда считают обнаруженные в работе ⁸⁹ колебания при распаде плазмы. Однако из ⁸⁹ не ясно, при каких условиях обнаружены колебания. Не ясно, в частности, полностью ли отсутствует ток через плазму в период колебаний. Не установлена корреляция между наблюдавшимися колебаниями и скоростью распада плазмы.

стеночные зонды, и начальным числом заряженных частиц плазмы, оцениваемыми по ионным токам на зонды в объеме баллона. Результаты этих

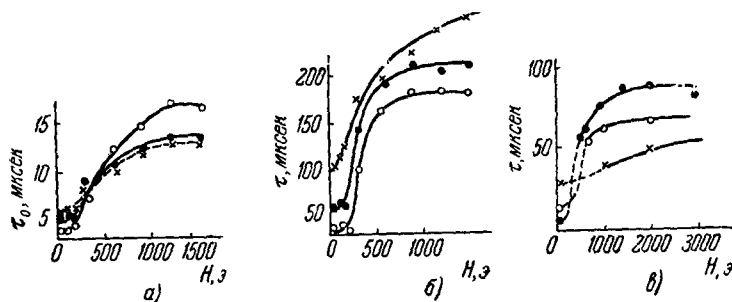


Рис. 18. Зависимость τ от H .

а) He, τ_0 ; \circ — $p = 0,06$ мм рт. ст.; \times — $0,33$ мм рт. ст.; \bullet — $0,11$ мм рт. ст.
б) He, τ_1 ; \circ — $p = 0,06$ мм рт. ст.; \times — $0,33$ мм рт. ст.; \bullet — $0,11$ мм рт. ст.
в) Ar, τ_0 ; \bullet — $p = 0,03$ мм рт. ст.; \circ — $0,1$ мм рт. ст.; \times — $0,3$ мм рт. ст.

измерений свидетельствуют, очевидно, о существенной роли объемных процессов устранения заряженных частиц при распаде гелиевой плазмы в условиях описываемых опытов. Таким образом, кривые $\tau(H)$ определяются диффузией плазмы лишь при малых магнитных полях (до 500–1000 э). Качественно ход кривых в этой области согласуется с теорией диффузии. Однако количественное сравнение затруднительно, так как не полностью определены параметры плазмы. Концентрация плазмы при зондовых измерениях в магнитном поле определяется лишь по порядку величины. В начальные периоды распада плазмы неизвестны также электронная и ионная температуры. Соответствующим подбором параметров можно обеспечить согласие экспериментальных значений τ с расчетными.

Из сказанного следует, что результаты опытов, описанных в ^{91, 93}, не противоречат теории диффузии, однако этих результатов недостаточно для количественной проверки теории.

Применение микроволновых методов исследования ⁹⁰ позволило изучить распад плазмы при концентрациях от 10^7 – 10^8 до 10^{12} – 10^{13} см⁻³ (изучался распад плазмы в гелии). В этом разделе мы рассмотрим лишь результаты исследований при малых концентрациях, при которых столкновения заряженных частиц друг с другом не существенны.

В работе Жилинского и автора ^{94, 95} распад плазмы в магнитном поле изучался волноводным методом. Цилиндрический стеклянный баллон с внутренним диаметром 1,6–2,0 см и длиной 110 см помещался в цилиндрический волновод (рис. 19, а). Плазма в гелии создавалась импульсами токового разряда длительностью 1–2 мксек. В период между импульсами определялось изменение во времени фазового сдвига трехсантиметровых волн, прошедших через плазму. Величина этого сдвига определяет

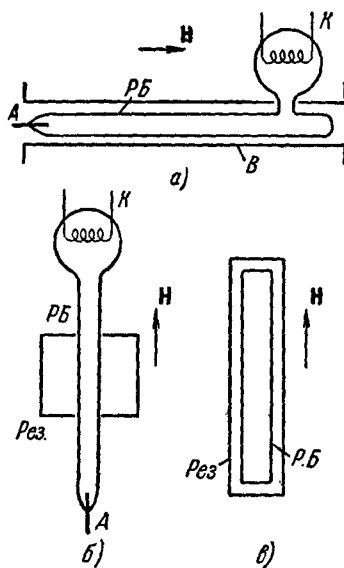


Рис. 19. Схема введения плазмы в измерительные волноводы и резонаторы.

К — катод, А — анод, РБ — разрядный баллон, В — волновод, Рез. — объемный резонатор.

усредненную концентрацию электронов. Характерные кривые изменения концентрации в полулогарифмическом масштабе приведены на рис. 20. Как видно из рисунка, при концентрациях, меньших 10^9 — 10^{10} см⁻³, распад плазмы оказывается экспоненциальным. Это означает, что нелинейные процессы — диффузия, вызванная электрон-ионными столкновениями, и рекомбинация — не существенны. Простые оценки показывают, что установление температурного равновесия электронов, ионов и нейтрального газа и установление диффузионного радиального распределения

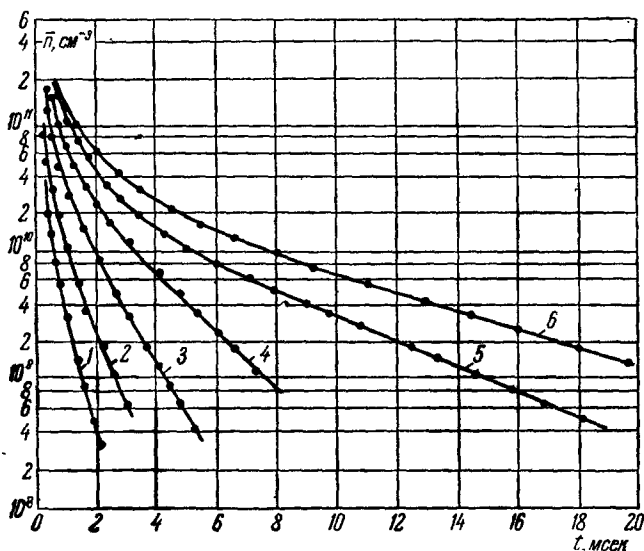


Рис. 20. Изменение концентрации заряженных частиц в процессе распада плазмы.

$p = 0,08$ мм рт. ст.; 1 — $H = 300$ э; 2 — 450 э; 3 — 650 э; 4 — 1000 э; 5 — 1500 э; 6 — 2000 э.

заряженных частиц происходит на ранних стадиях распада плазмы. Это подтверждается одинаковым ходом кривых распада при разных начальных концентрациях. Таким образом, по наклону кривых $\ln \bar{n}(t)$ при малых концентрациях может быть в соответствии с (3,41) определен «линейный» коэффициент поперечной диффузии:

$$D_{\perp}^0 = \frac{\Lambda_0^2}{\tau_{\perp}}, \quad \frac{1}{\tau_{\perp}} = \frac{1}{n} \frac{d\bar{n}}{dt}, \quad \Lambda_0 = \frac{a}{2,405}. \quad (9,1)$$

На рис. 21 представлены результаты определения коэффициента диффузии, полученные в ^{94, 95} при магнитных полях до 2500 э и давлениях гелия 0,02—1 мм рт. ст.

В работе Гужовой и Сыргия⁹⁶ распад плазмы исследовался резонаторным методом. Баллон с плазмой пропусклся через отверстия в торцовых стенках цилиндрического резонатора 3-сантиметрового диапазона (см. рис. 19, б). По сдвигу резонансной частоты измерялась концентрация в процессе распада плазмы. В результате измерений определена постоянная распада при магнитных полях до 1200 э и давлениях гелия 0,08—0,32 мм рт. ст.

Ганичев, Жилинский и автор с помощью резонаторного метода (по схеме рис. 19, б) определили постоянную распада плазмы в гелии при давлениях 0,08—1,5 мм рт. ст., магнитных полях до 6000 э и диаметрах разрядного баллона 0,4—1 см.

Результаты различных исследований распада плазмы в гелии при диаметре разрядного баллона 0,4—2 см, как видно из рис. 21, хорошо согласуются друг с другом. Коэффициент диффузии, полученный в этих исследованиях, при магнитных полях, больших 300 э, с точностью до 30—40% может быть аппроксимирован эмпирической формулой

$$D_{\perp}^0 = 6 + \frac{(0,4 + p) 10^8}{H^2} \quad (9,2)$$

(D — в $\text{см}^2 \text{сек}^{-1}$, H — в э, p — в мм рт. ст.).

С другой стороны, из (1,24) следует, что коэффициент двуполярной диффузии, связанной со столкновениями, определяется соотношениями

$$D_{a\perp}^0 = \frac{(T_e + T_i)}{m_e \omega_e^2} \nu_{en} = \frac{7,5 \cdot 10^7 p}{H^2} \left[\frac{\text{см}^2}{\text{сек}} \right] \quad (9,3)$$

При вычислении $D_{a\perp}^0$ принято, что $T_e = T_i = 300^\circ \text{K}$,

$$\nu_{en} = 2,5 \cdot 10^8 p \text{ сек}^{-1}, \quad \omega_e \gg \nu_{en}.$$

Сравнение показывает, что лишь одно из слагаемых эмпирической формулы приблизительно соответствует предсказаниям теории. Определенная на опыте скорость распада плазмы оказывается значительно больше теоретической, особенно при низких давлениях. Причина такого расхождения не установлена*). Составляющая скорости распада, не зависящая от магнитного

поля, возможно связана с объемными процессами устранения. Однако имеется существенная часть коэффициента диффузии, которая быстро убывает с магнитным полем, но слабо зависит от давления. Дело обстоит так, как будто бы имеется некий механизм диффузии, не связанный с электрон-атомными столкновениями. Условная «частота столкновений», определяющая эффективность этого механизма, — около $5 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$.

Алиханов, Демирханов и их сотрудники исследовали распад плазмы в стеклянном баллоне большого диаметра ($2a = 7 \text{ см}$, $d = 70 \text{ см}$)⁹⁷. Баллон целиком помещался в объемный резонатор (см. рис. 19, в). На одной из резонансных частот возбуждался разряд в газе. По сдвигу частоты, соответствующему другому резонансу, определялась концентрация при распаде плазмы. Результаты измерений постоянной распада плазмы в гелии при давлениях 0,025—0,2 мм рт. ст. и магнитных полях до 6000 э

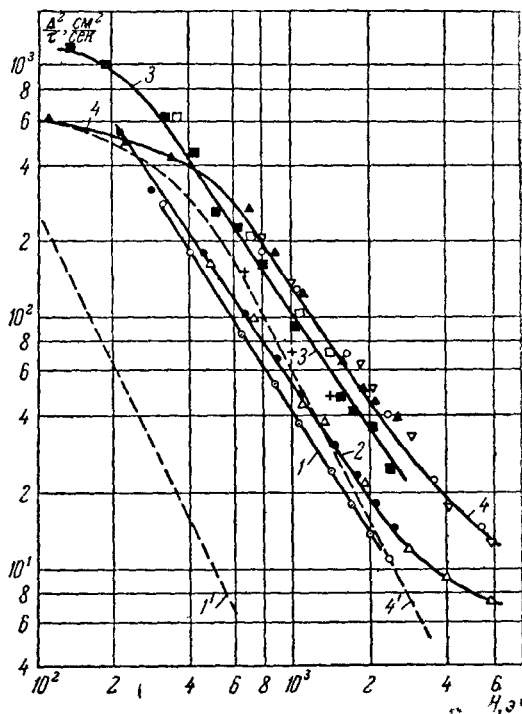


Рис. 21. Зависимость D_{\perp} от H .

Экспериментальные точки — кривая 1: \odot — $p = 0,025 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,8 \text{ см}^2$; кривая 2: \bullet — $p = 0,08 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,8 \text{ см}^2$; $+$ — $p = 0,08 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,7 \text{ см}^2$; Δ — $p = 0,08 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,5 \text{ см}^2$; кривая 3: \blacksquare — $p = 0,35 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,8 \text{ см}^2$; \square — $p = 0,32 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,7 \text{ см}^2$; кривая 4: \blacktriangle — $p = 0,8 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,8 \text{ см}^2$; ∇ — $p = 1,5 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,5 \text{ см}^2$; \circ — $p = 1,5 \text{ мм рт. ст.}$, $a = 0,2 \text{ см}^2$. Теоретические кривые: 1' — $p = 0,025 \text{ мм рт. ст.}$; 4' — $0,8 \text{ мм рт. ст.}$

*) Возможно, что расхождение частично связано с отклонением электронной температуры от температуры газа.

согласуются с теоретическими. Из-за сравнительно малого отношения длины разрядного баллона к диаметру ($\frac{d}{2a} = 10$) поперечная диффузия плазмы при магнитных полях, больших 100–500 э, маскируется продольной. Данные работы⁹⁷ показывают, по-видимому, что скорость поперечной

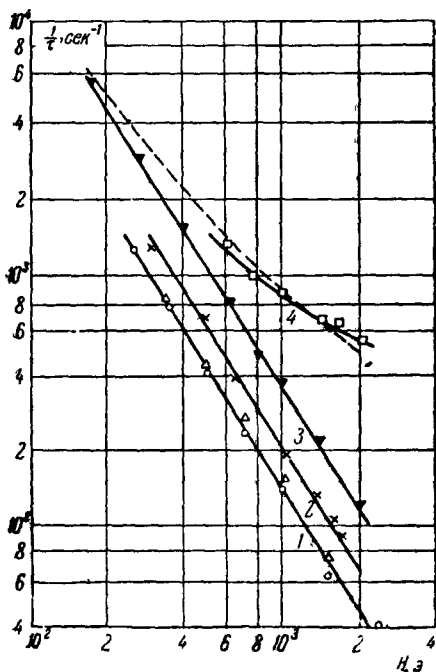


Рис. 22. Зависимость $1/\tau$ от H .

Экспериментальные кривые: 1 — в баллоне труба из изолированных металлических колец, $p = 0,025$ мм рт. ст.; \circ — однородное магнитное поле; Δ — концы трубы вне поля; 2 — стеклянный баллон без металлической трубы, $p = 0,035$ мм рт. ст.; 3 — в баллоне сплошная металлическая труба, магнитное поле — однородное, $p = 0,08$ мм рт. ст.; 4 — в баллоне сплошная металлическая труба, концы трубы вне поля, $p = 0,08$ мм рт. ст. Пунктиром изображена расчетная кривая распада в металлическом баллоне, $p = 0,08$ мм рт. ст.

этом наблюдалось существенное уменьшение постоянной распада при больших магнитных полях. Замена сплошной металлической трубы в баллоне трубой, состоящей из изолированных металлических колец (длиной по 10 см каждое), приводит к устранению наблюдаемых эффектов. Это свидетельствует о том, что изменение постоянной распада плазмы в металлическом баллоне связано с выравниванием потенциалов на границах плазмы, т. е. с эффектом короткого замыкания. Количественное сравнение экспериментальных результатов с теорией диффузии в металлическом баллоне, изложенной в § 3 гл. I, затруднено, так как не ясны причины, приводящие к ускоренной диффузии в диэлектрическом баллоне. Если принять, что эффективная частота столкновений электронов в магнитном поле увеличена, и определять эту частоту из экспериментов по диффузии в диэлектрическом баллоне, то можно с помощью соотношений (3,43), (3,45), (1,10), (1,11) вычислить коэффициент диффузии в металлическом баллоне. Результаты таких вычислений согласуются с экспериментальными данными.

диффузии плазмы в баллоне большого диаметра согласуется с теоретической при магнитных полях, меньших нескольких сот эрстед.

Все приведенные выше результаты получены в диэлектрических разрядных баллонах. Влияние металлических поверхностей на распад плазмы изучалось в работе⁵⁴. Внутри стеклянного разрядного баллона помещалась медная труба длиной 110 см и диаметром $\sim 2,0$ см. Эта труба служила волноводом, с помощью которого измерялась концентрация в процессе распада плазмы. Результаты измерений постоянной распада плазмы при малых концентрациях представлены на рис. 22. В однородном магнитном поле скорость распада при наличии металлической трубы оказалась примерно такой же, как в баллоне без металла. Для того чтобы имитировать распад плазмы, ограниченной со всех сторон проводящей поверхностью, были предприняты измерения в неоднородном поле. Длина соленоида, создающего магнитное поле, уменьшалась так, чтобы концы баллона с металлической трубой были вне соленоида, т. е. чтобы силовые линии магнитного поля пересекали металлическую поверхность. Как видно из рис. 22, при

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИФФУЗИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ СИЛЬНО ИОНИЗОВАННОГО ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

§ 10. Распад плотной плазмы в магнитном поле

При высокой концентрации плазмы существенное влияние на ее распад должны оказывать нелинейные процессы — диффузия, вызванная электрон-ионными столкновениями, и рекомбинация. Поэтому из измерений скорости распада плазмы могут быть получены данные о диффузии, связанной с электрон-ионными столкновениями.

Рассмотрим сначала данные, полученные в работах ^{94, 54} из измерений скорости распада плазмы в гелии волновым методом. В предыдущем разделе была приведена схема этих измерений (см. рис. 19, а) и результаты исследования при малых концентрациях плазмы, когда основную роль играют линейные процессы и распад плазмы является экспоненциальным. При концентрациях плазмы, больших 10^9 — 10^{10} см⁻³, обратная постоянная времени распада

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dt} \quad (10,1)$$

заметно увеличивается с ростом концентрации (см. рис. 20). Эффективность нелинейных процессов можно характеризовать величиной $\Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0}$ (τ_0 — постоянная времени распада при малых концентрациях). Обработка кривых распада плазмы показала, что эта величина при магнитных полях 300—2000 э изменяется приблизительно пропорционально концентрации плазмы. На рис. 23 представлена зависимость $\Delta(1/\tau)$ от магнитного поля при концентрации $n = 2 \cdot 10^{10}$ см⁻³ и давлениях гелия 0,02—0,8 мм рт. ст. Видно, что нелинейная добавка к скорости распада при фиксированной концентрации плазмы практически не зависит от давления нейтрального газа. Анализ кривой рис. 23 может быть проведен с помощью соотношения (3,53):

$$\Delta \left(\frac{1}{\tau} \right) = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{1}{\tau_r}, \quad \frac{1}{\tau_{ei}} \approx \frac{3,8 \bar{D}_{ei}}{a^2}, \quad \frac{1}{\tau_r} \approx 1,2 \alpha n. \quad (10,2)$$

При магнитных полях, больших 1500 э, зависимость $\Delta(1/\tau)$ от магнитного поля оказывается слабой. Это означает, по-видимому, что диффузия маскируется рекомбинацией. Определив из кривой рис. 23 коэффициент рекомбинации ($\alpha = 3 \cdot 10^{-9}$ см³ сек⁻¹), нетрудно получить с помощью написанной формулы значения коэффициента \bar{D}_{ei} . Результаты определения \bar{D}_{ei} при магнитных полях 500 и 1000 э приведены на рис. 25. В соответствии с теорией величина \bar{D}_{ei} изменяется пропорционально средней концентрации (в диапазоне $5 \cdot 10^9$ — 10^{11} см⁻³) и обратно пропорционально квадрату напряженности магнитного поля.

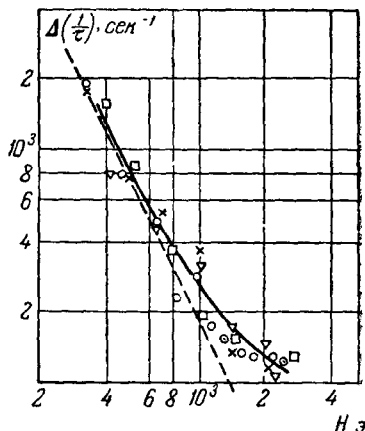


Рис. 23. Зависимость $\Delta(1/\tau)$ от H . Экспериментальные точки: ∇ — $p = 0,025$ мм рт. ст.; \times — $0,05$ мм рт. ст.; \circ — $0,08$ мм рт. ст.; \square — $0,35$ мм рт. ст.; \odot — $0,8$ мм рт. ст. Теоретические кривые: — — — $\left(\frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{1}{\tau_r} \right)$; - - - $\frac{1}{\tau_{ei}}$ (при вычислениях принималось $\alpha = 3 \cdot 10^{-9}$ см³/сек, $T = 300^\circ$ К, $\Lambda = 8$, $a = 0,8$ см).

Для того чтобы исследовать распад плазмы при больших концентрациях, в работе Анисимова, Виноградова, Константинова и автора⁹⁸ был применен микроволновый метод «свободного пространства». Плазма в этих опытах создавалась в цилиндрическом стеклянном баллоне диаметром 8,0 см, наполненном гелием, с помощью импульсов индукционного или электродного разрядов. Для определения концентрации в процессе распада плазмы осуществлялось одновременное зондирование плазмы на трех частотах. Определяя фазы отраженных волн на нескольких частотах, меньших частоты «отсечки», можно было определить положение «областей» отражения для этих частот (т. е. областей, в которых концентрация близка к критической)⁹⁹. По фазе, проходящей через плазму волны, определялась

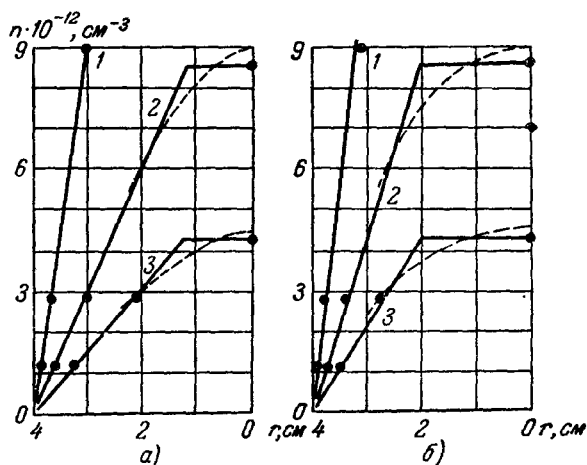


Рис. 24. Радиальное распределение заряженных частиц плазмы.

а) $H = 0$; 1 — $t = 0,3$ мсек, 2 — $0,5$ мсек, 3 — $0,65$ мсек;
б) $H = 2000$ э; 1 — $t = 0,4$ мсек, 2 — $0,65$ мсек, 3 — $0,9$ мсек
(t — время после прекращения тока разряда). Пунктиром изображены расчетные кривые.

средняя концентрация. Таким образом были получены данные о пространственном распределении заряженных частиц *) (рис. 24). Эти данные подтверждены измерениями распределения свечения, испускаемого плазмой. При отсутствии магнитного поля распределение концентраций близко к диффузионному распределению, описываемому бесселевой функцией. В магнитном поле 1000—2000 э из-за нелинейных процессов распределение концентраций оказывается уплотненным. Оно соответствует результатам приближенным расчетам, приведенным в § 3 гл. I.

По изменению во времени средней концентрации определялась постоянная распада плазмы. При магнитных полях, больших 1000—1500 э, скорость распада плазмы перестает зависеть от магнитного поля. Кривые распада в этой области хорошо согласуются с кривыми, полученными при исследовании распада плазмы в сильных магнитных полях ($H = 30\,000$ э) на американской установке «Стелларатор В-1»¹⁰⁰. Как показано в работах^{100, 101}, ход кривых определяется, по-видимому, рекомбинацией, вызванной столкновениями иона с двумя электронами.

При магнитных полях, меньших 1000 э, можно определить «диффузионную» постоянную времени, вычитая из полной скорости распада

*) При обработке экспериментальных данных была принята трапецевидальная форма распределения.

скорость рекомбинации $\left(\frac{1}{\tau_a} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_r}\right)$. Зависимость этой постоянной от магнитного поля и концентрации соответствует теоретической.

Результаты определения коэффициента «нелинейной» диффузии приведены на рис. 25. Там же приведены результаты вычислений \bar{D}_{ei} по формуле (2,78). При вычислениях значения температуры и кулоновского логарифма принимались равными $T = 300^\circ \text{K}$, $\Lambda = 8$. Соотношения (2,80) при концентрации плазмы $5 \cdot 10^9 - 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ приводят к величинам кулоновского логарифма $\Lambda = 2,5 - 7$. Следует, однако, отметить, что, поскольку значения Λ малы и для условий описываемых опытов величины дебаевского радиуса и ларморовского радиуса электронов близки, соотношения (2,80) определяя Λ с точностью до нескольких единиц. Поэтому согласие результатов экспериментального определения \bar{D}_{ei} с теоретическими является удовлетворительным.

Таким образом, из результатов работ ^{98, 54} следует, что нелинейная часть коэффициента диффузии при концентрациях плазмы $5 \cdot 10^9 - 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и магнитных полях до 1500 э хорошо описывается теорией диффузии, основанной на рассмотрении электрон-ионных столкновений.

§ 11. Диффузия в стационарной цезиевой и калиевой плазме

В газах с низким потенциалом ионизации для создания плазмы может быть использована поверхностная ионизация. Этот способ накопления ионов позволяет получить в магнитном поле стационарную плазму с высокой степенью ионизации. В работе ¹⁰² описана установка, предназначенная для получения такой плазмы; в работах ^{103, 104} приводятся результаты исследования диффузии поперек магнитного поля на этой установке.

Схема установки представлена на рис. 26. Источником заряженных частиц являются две вольфрамовые пластины W , нагретые до температуры 2300°K . На центральную часть этих пластин направляется от источника $И$ пучок атомов цезия или калия. Возникающие в результате поверхностной ионизации ионы длительное время удерживаются магнитным полем в центральной части объема (между пластинами). Нагретые вольфрамовые пластины являются также источником электронов. Количество эмиттируемых электронов автоматически поддерживается таким, чтобы плазма была квазинейтральной во всем объеме, за исключением слоев шириной порядка дебаевского радиуса, прилегающих к горячим пластинам.

Для того чтобы уменьшить количество нейтральных атомов в объеме, стенки баллона поддерживались при пониженной температуре около -10°C . Концентрация плазмы в центральной части объема и степень ионизации определяются интенсивностью потока нейтральных атомов. При

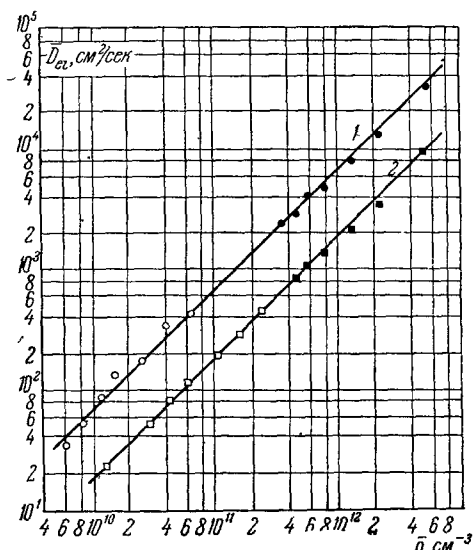


Рис. 25. Зависимость \bar{D}_{ei} от \bar{n} .
1 — $H = 500$ э, 2 — $H = 1000$ э, \circ, \square — данные работы ⁵⁴, \bullet, \blacksquare — данные работы ⁹⁸, сплошные линии получены в результате вычислений по формуле (2,78) (при вычислениях принималось $T = 300^\circ \text{K}$, $\Lambda = 8$).

концентрации 10^{10} см^{-3} степень ионизации получалась около 40%, при концентрации 10^{12} см^{-3} степень ионизации была больше 99%.

Поскольку состояние плазмы, создаваемой в описанной установке, близко к равновесному, установка удобна для изучения диффузии в магнитном поле. При этом благодаря высокой степени ионизации существенна лишь диффузия, связанная со столкновениями заряженных частиц друг с другом ($v_{en} \ll v_{ei}$). Чтобы получить данные о поперечной диффузии плазмы,

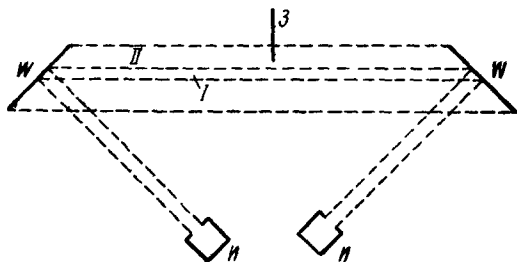


Рис. 26. Схема установки для получения стационарной плазмы.

I — Область формирования плазмы; II — область поперечной диффузии.

с помощью подвижного зонда малых размеров (диаметр 0,025 см) производились измерения радиального распределения концентраций. Трудность этих измерений состояла в том, что надо было определить изменение концентрации в пределах небольшого поперечного размера вольфрамовых пластин (~1,4 см).

Следует заметить, что продольное распределение концентраций оказалось равномерным, так как заряженные

частицы, попадая на горячую вольфрамовую поверхность, почти целиком отражаются ею. Соответственно продольная диффузия заряженных частиц отсутствовала. При этом, как было показано в § 3 гл. I, характерная длина спада концентрации s_{\perp} определяется соотношением между коэффициентом поперечной диффузии и коэффициентом рекомбинации (3,36)

$$s_{\perp} = \sqrt{\frac{D_{ei}}{\alpha n}}. \quad (11,1)$$

Подставляя в (11,1) формулу (1,30) для D_{ei} , найдем

$$s_{\perp} = \frac{c}{eH} \sqrt{\frac{2v_{ei}m_e T}{\alpha n}}. \quad (11,2)$$

Поскольку для условий описываемого опыта ларморовский радиус электронов меньше дебаевского ($Q_e < r_d$), при вычислении частоты столкновений v_{ei} кулоновский логарифм следует определять по формуле (2,806).

Результаты измерения характерной длины $1/s_{\perp}$ в цезии приводятся на рис 27. Аналогичные результаты получены для калия. Как видно из графика, величина $\frac{1}{s_{\perp}}$ приблизительно пропорциональна H . Соответственно коэффициент поперечной диффузии D_{ei}

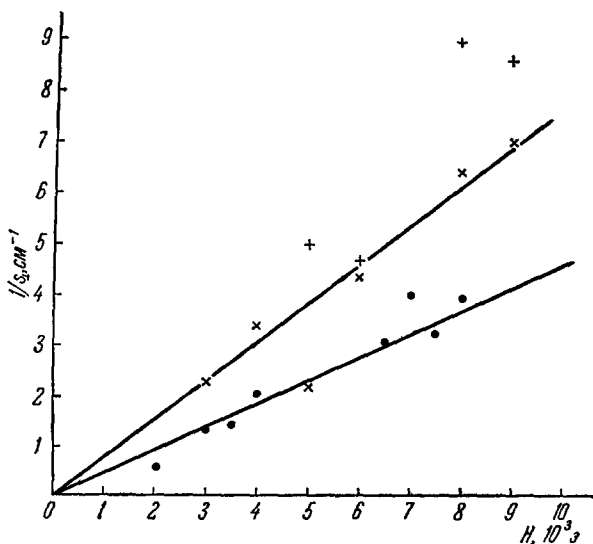


Рис. 27. Зависимость $1/s_{\perp}$ от H .

● — $n = 2,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, × — $3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$; + — $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$.

обратно пропорционален квадрату напряженности магнитного поля, как это и должно быть.

Абсолютные значения коэффициента диффузии получить из измерений z_{\perp} нельзя (см. (11,1)), так как неизвестна точно величина коэффициента рекомбинации. Если использовать формулу (11,2), полученную в предположении, что диффузия плазмы вызывается электрон-ионными столкновениями, то из экспериментальных данных можно определить значение коэффициента рекомбинации α . Оказывается, что коэффициент α растет с концентрацией ($\sim \bar{n}^{1/2}$) и при $\bar{n} \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ приблизительно равен $3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3/\text{сек}$. Это значение по порядку величины согласуется с данными непосредственной оценки α и с результатами измерений в других условиях. Некоторое отличие может быть связано с неточностью измерения концентрации и неточностью оценки температуры плазмы. Зависимость α от n согласуется также с теоретическими представлениями о рекомбинации при столкновениях иона с двумя электронами. Наблюдающееся соответствие данных означает, что порядок величины коэффициента поперечной диффузии D_{ei} правильно определяется теоретической формулой (2,78).

§ 12. Д и ф ф у з и я п р и н а л и ч и и т о к а ч е р е з п л а з м у

Поведение сильно ионизованной плазмы в магнитном поле исследовалось во многих экспериментах последних лет, связанных с проблемой управляемых термоядерных реакций. Однако почти во всех этих экспериментах время жизни заряженных частиц было значительно меньше диффузионного. Оно определялось в различных опытах возникновением гидромагнитных неустойчивостей плазмы, уходом частиц вдоль силовых линий магнитного поля, объемными процессами (см. ¹). Мы ограничимся здесь кратким изложением некоторых экспериментальных результатов, полученных на тороидальных плазменных установках с сильным продольным магнитным полем при условиях, когда устранены самые опасные гидромагнитные неустойчивости, вызванные током разряда.

Наиболее подробные исследования времени жизни частиц были проведены на американских установках «Стелларатор В-1» и «В-3» ¹⁰⁵⁻¹⁰⁷. В этих установках газоразрядная камера представляет собой тор, «свернутый» в восьмерку — так, чтобы тороидальный дрейф частиц был скомпенсирован. Плазма создается во внешнем магнитном поле (до 40 кэ), параллельном оси камеры. В описываемых опытах ионизация газа и нагрев плазмы осуществлялись продольным электрическим полем (0,05—0,3 в/см). Наибольшая величина продольного тока через плазму выбиралась так, чтобы не могли возникать неустойчивости, связанные с винтовой деформацией плазменного шнура низших типов (с малым числом m , характеризующим азимутальную симметрию возмущений), т. е. чтобы соблюдалось условие устойчивости Крускала — Шафранова (см. ¹).

В период ионизации и токового нагрева измерялась концентрация плазмы. Измерения проводились по фазовому сдвигу волны, прошедшей через плазму, с помощью интерферометров 8-миллиметрового и 4-миллиметрового диапазонов. Характерные кривые изменения параметров плазмы в водороде приведены на рис. 28. В первой стадии процесса (до максимума концентрации) происходит ионизация газа. К моменту максимума тока (I) газ в камере оказывается почти полностью ионизованным. Об этом свидетельствует значительное ослабление свечения водорода (линии H_{β}). Уменьшение концентрации плазмы после максимума связано с уходом заряженных частиц из плазмы (большая часть уходящих частиц, по-видимому, адсорбируется стенками). Анализируя кривые изменения концентрации на основе разумных предположений об ионизации

и диссоциации молекул водорода, о характере десорбции газа из стенок, авторы работ ^{106, 107} определили постоянную времени ухода частиц из плазмы в стадии ионизации и в стадии уменьшения концентрации τ . Величина τ оказалась на 3—4 порядка меньше времени диффузии поперек магнитного поля, вызванной столкновениями заряженных частиц. Чтобы выяснить, не связано ли это с неустойчивостями, вызванными винтовыми деформациями шнура высших типов (с большим m), были предприняты опыты с дополнительными стабилизирующими обмотками типа трехзаходной спирали. Включение стабилизирующих обмоток не привело к существенному изменению τ . Измерения показали, что величина τ увеличивается с ростом магнитного поля ($\tau \sim \sqrt{H}$ по данным ¹⁰⁶, $\tau \sim H$ по данным ¹⁰⁷) и уменьшается при уменьшении эффективного радиуса камеры (по данным ¹⁰⁷ $\tau \sim a^2$). Для определения зависимости τ от электронной температуры проводились исследования в режиме «постоянной электронной температуры».

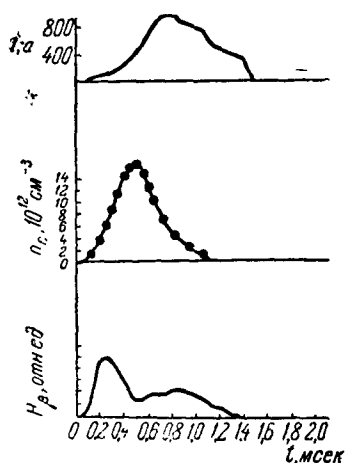


Рис. 28. Кривые изменения параметров плазмы на установке «Стелларатор В-1».

Постоянство температуры (т. е. проводимости плазмы) достигалось специальным программированием источника напряжения. Величина τ оказалась пропорциональной T_e . На основе измерений τ в водороде при начальном давлении 10^{-4} — 10^{-3} мм рт. ст., концентрации плазмы 10^{12} — 10^{13} см⁻³, электронной температуре 2—20 эв, магнитном поле 5000—40 000 э и диаметре плазменного шнура 1—4 см авторами работы ¹⁰⁷ получена эмпирическая формула для коэффициента «аномальной» диффузии

$$D_{\perp} = \frac{a^2}{5,8\tau} \approx 2 \cdot 10^4 \frac{T_e}{H} \left(\frac{\text{см}^2}{\text{сек}} \right) \quad (12,1)$$

(где T_e — в эв, H — в кэ).

Заметим, что результаты различных измерений довольно противоречивы и поэтому эмпирическая формула для D_{\perp} носит весьма ориентировочный характер.

В опытах на тороидальной установке «Токамак-2» Явлинским и его сотрудниками ¹⁰⁸ также обнаружена аномальная диффузия. При начальном давлении водорода $5 \cdot 10^{-4}$ — 10^{-3} мм рт. ст., концентрации плазмы $\sim 10^{13}$ см⁻³, продольном магнитном поле около 6000 э, продольном электрическом поле 0,1—0,25 в/см⁻¹ и диаметре плазменного шнура 20 см время жизни заряженных частиц оказалось равным примерно 600 мксек. Эта величина по порядку согласуется с приведенной эмпирической формулой.

На установке «Стелларатор В-1» были предприняты исследования, имевшие целью выяснить, при каких минимальных токах через плазму возникает аномальная диффузия ¹⁰⁹. Исследования проводились после окончания тока разряда, в период распада плазмы, при магнитном поле 18 кэ. Как было показано в работе ¹⁰⁰, распад плазмы при этих условиях определяется объемной рекомбинацией электронов и ионов (см. предыдущий раздел). В распадающейся плазме индуцировалось продольное электрическое поле (частота 20 кГц, амплитуда 0,01—0,03 в/см). Характерные кривые изменения тока через плазму и концентрации плазмы в гелии при давлении $6 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст. приведены на рис. 29. Вначале происходит нагрев плазмы (как показано в ¹⁰⁰, при распаде плазмы $T_e \sim 0,1$ эв). Поэтому скорость рекомбинации уменьшается, а проводимость плазмы и соответственно ток через плазму увеличивается. При некотором критиче-

ском токе скорость распада резко возрастает*). Этот рост связывается в¹⁰⁹ с возникновением аномальной диффузии. Установлено, что критический ток приблизительно пропорционален концентрации плазмы в диапазоне $3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Величина критической плотности тока при концентрации плазмы $\sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и давлении гелия $2 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-3} \text{ мм рт. ст.}$ составляет примерно $0,2 - 0,3 \text{ а/см}^2$. Аналогичные результаты получены в аргоне и водороде.

Таким образом, в сильно ионизованной плазме продольный ток вызывает аномально быстрый уход частиц поперек магнитного поля — аномальную диффузию.

В ряде работ предлагается объяснить аномальную диффузию возникновением различных неустойчивостей плазмы — раскачкой ионных колебаний^{110, 111}, возникновением токово-конвективной неустойчивости, связанной с градиентом температуры¹¹². В настоящее время нет достаточных оснований, чтобы принять какое-нибудь из предложенных объяснений. Природа аномальной диффузии остается пока неясной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что во многих случаях диффузия заряженных частиц плазмы поперек сильного магнитного поля происходит значительно быстрее, чем это предсказывается теорией, объясняющей диффузию столкновениями частиц.

Результаты опытов по изучению диффузии при наличии тока через плазму или сильного направленного движения частиц (в положительном столбе разряда, в разряде с осциллирующими электронами, в сильно ионизованной плазме с током) соответствуют теории лишь при не очень больших магнитных полях. При увеличении магнитного поля, начиная с некоторого критического значения, скорость диффузии увеличивается. Одновременно появляются интенсивные колебания плазмы, свидетельствующие о возникновении неустойчивости.

В опытах, в которых состояние плазмы близко к равновесному (распадающаяся плазма в однородном магнитном поле, стационарная бестоковая плазма в цезии и калии), увеличение магнитного поля приводило к монотонному уменьшению скорости диффузии, приблизительно соответствующему столкновительной теории ($D_{\perp} \sim 1/H^2$). Однако в ряде экспериментов по изучению распада плазмы при малой частоте столкновений величина измеренного коэффициента поперечной диффузии оказалась существенно больше ожидаемой — так, как будто бы эффективная

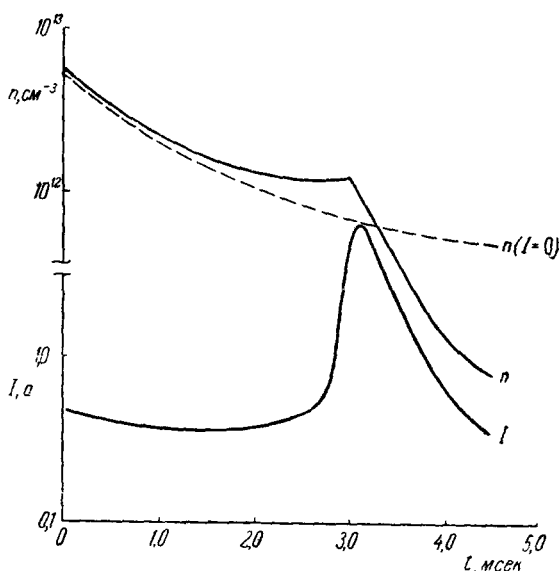


Рис. 29. Кривые изменения тока через плазму в концентрации плазмы.

*) Уменьшение тока через плазму в конце распада связано, вероятно, с уменьшением проводимости плазмы, которая в этот период определяется столкновениями электронов с нейтральными атомами.

частота столкновений больше расчетной на величину около 10^8 сек^{-1} . Необходимо отметить, что ни в одном эксперименте не наблюдалась диффузия более медленная, чем диффузия, вызванная столкновениями с частотой $10^7 - 10^8 \text{ сек}^{-1}$.

Обнаруженный в различных опытах аномально быстрый перенос частиц плазмы поперек магнитного поля (аномальную диффузию) естественно сопоставлять с развитием тех или иных неустойчивостей, с колебаниями и шумами в плазме.

Еще в 1948 г. для того, чтобы объяснить результаты исследований диффузии заряженных частиц из стационарной плазмы низкого давления, Бом предположил существование аномального механизма переноса частиц поперек магнитного поля, связанного с колебаниями плазмы*)⁶⁹. Колебания плазмы сопровождаются появлением переменных электрических полей. Дрейф заряженных частиц плазмы, вызванный этими полями (в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю), приводит к «бесстолкновительной» диффузии частиц. В работе Бома без вывода приведено следующее выражение для коэффициента аномальной диффузии поперек магнитного поля, связанной с колебаниями:

$$D_{\perp} = \frac{cT}{16eH}.$$

Хотя эта формула не была обоснована, она часто используется при анализе экспериментальных результатов.

Для объяснения аномальных эффектов в различных опытах был выдвинут ряд конкретных предположений о характере возникающих неустойчивостей, некоторые из которых упоминались нами в соответствующих разделах обзора.

Мы отмечали, что по крайней мере в одном случае удалось однозначно идентифицировать неустойчивость, вызывающую аномальную диффузию. В положительном столбе разряда возникает винтовая «токово-конвективная» неустойчивость, описанная Недоспасовым и Кадомцевым⁸¹. Развитие этой неустойчивости при больших магнитных полях приводит к возникновению турбулентного состояния плазмы, характеризующегося широким спектром колебаний. Трудность рассмотрения диффузии в условиях развитой неустойчивости связана с необходимостью решения системы нелинейных уравнений. Кадомцеву удалось построить теорию турбулентной диффузии в положительном столбе разряда на основе аналогии с турбулентным движением в жидкостях⁸⁵. Результаты теории согласуются с экспериментальными данными.

Упомянем еще две работы, в которых приводятся оценки коэффициента аномальной диффузии, сопровождающей развитие неустойчивостей. В них рассматривается полностью ионизованная плазма при наличии тока разряда. В статье Спитцера¹¹¹ оценивается коэффициент аномальной диффузии, связанной с раскачкой ионно-звуковых волн. Выражение для коэффициента диффузии оказывается близким к выражению, приведенному Бомом. Кадомцев получил соотношение для коэффициента диффузии при развитой токово-конвективной неустойчивости, связанной с градиентом температуры в полностью ионизованной плазме¹¹². Результаты этих работ не удалось пока однозначно сопоставить с экспериментальными данными.

В некоторых работах сделаны попытки найти способы описания аномальной диффузии, не связанные с рассмотрением конкретных видов неустойчивостей.

*) Как указывалось (стр. 415), результаты измерений распределения концентрации при диффузии из стационарной плазмы, описанные в статье Бома⁶⁹, могут быть объяснены без привлечения гипотезы об аномальной диффузии.

В статье Эккера¹¹³ для описания аномальной диффузии в уравнения диффузии формально вводятся увеличенные частоты столкновений электронов и ионов. Тейлор предпринял исследование с целью установить пределы, в которых может находиться коэффициент аномальной диффузии^{114,115}. Он пришел к выводу о том, что коэффициент поперечной диффузии ионов в полностью ионизованном газе не может превышать коэффициент Бома более чем в 4 раза. В работе Иошикавы и Роуза¹¹⁶ содержится попытка установить связь между коэффициентом диффузии в турбулентной плазме, интенсивностью колебаний и средней квадратичной флуктуацией концентрации при довольно общих предположениях о характере турбулентных движений. Мы не будем останавливаться подробно на упомянутых работах. Отметим лишь, что эти исследования не могут дать ответа на вопрос об условиях, при которых возникает аномальная диффузия.

В связи с вопросом об условиях возникновения аномальной диффузии особенный интерес представляет проблема так называемой универсальной неустойчивости, т. е. неустойчивости, развитие которой не связано с током через плазму и может вызываться малыми градиентами концентрации и температуры. Один из видов такой неустойчивости был обнаружен в теоретической работе Рудакова и Сагдеева¹¹⁷. Они установили, что при определенных соотношениях между градиентами концентрации и температуры $\left(\frac{\nabla (\ln T)}{\nabla (\ln n)} > 2 \text{ или } \frac{\nabla (\ln T)}{\nabla (\ln n)} < 0 \right)$ в плазме должна происходить раскачка косых ионно-звуковых волн. Рассмотрение эффектов, связанных с конечностью ларморовского радиуса ионов, проведенное в работах Кадомцева и Тимофеева¹²⁰, Галеева, Ораевского и Сагдеева¹²¹, Михайловского и Рудакова¹²², показало, что эта неустойчивость может возникать и при более реальном соотношении между градиентами концентрации и температуры (при $\nabla (\ln n) > \nabla (\ln T)$).

Изучение условий возникновения универсальной неустойчивости плазмы, определение коэффициента диффузии, сопровождающей эту неустойчивость, представляется в настоящее время одной из наиболее важных задач экспериментального и теоретического исследования процессов переноса в плазме.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Арцимович, Управляемые термоядерные реакции, М., Физматгиз, 1961.
2. Р. Пост, Высокотемпературная плазма и управляемые термоядерные реакции, М., ИЛ, 1961.
3. S. Glasstone, R. H. Lovberg, Controlled Thermonuclear Reactions, N. Y., 1960.
4. Х. Альфвен, Космическая электродинамика, М., ИЛ, 1952.
5. С. Б. Пикельнер, Основы космической электродинамики, М., Физматгиз, 1961.
6. Л. Спитцер, Физика полностью ионизованного газа, М., ИЛ, 1957.
7. A. Simon, An Introduction to Thermonuclear Research, N. Y., 1959.
8. J. G. Linhart, Plasma Physics, Amsterdam, 1960.
9. S. Chandrasekhar, Plasma Physics, Chicago, 1960.
10. A. Kaufman, La théorie des gaz neutres et ionisés, Paris, 1960.
11. В. Ферраро, в сб. «Физика плазмы и магнитная гидродинамика», М., ИЛ, 1961; Б. Ленерг, там же.
12. D. J. Rose, M. Chlark, Plasmas and Controlled Fusion, N. Y., 1961.
13. А. А. Веденов, Е. П. Велихов, Р. З. Сагдеев, УФН 73, 701 (1961).
14. J. S. Townsend, Proc. Roy. Soc. A86, 571 (1912); Electricity in Gases, Oxford, 1915; Philos. Mag. 25, 459 (1938); Electrons in Gases, Lnd. — N. Y., 1947.
15. L. G. Huxley, Philos. Mag. 23, 210 (1937).
16. Б. И. Давыдов, ЖЭТФ 7, 1069 (1937).
17. L. Tonks, W. P. Allis, Phys. Rev. 52, 710 (1937).

18. S. Chapman T. G. Cowling, *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, Cambridge, 1939; 1952 (см. перевод: С. Чепмен, Т. Каулинг, Математическая теория неоднородных газов, М., ИЛ, 1960).
19. T. G. Cowling, *Proc. Roy. Soc. A* **183**, 453 (1945).
20. W. P. Allis, *Handb. d. Phys.* **22**, 383 (1956).
21. Б. Н. Гершман, *Радиотехника и электроника* **1**, 720 (1956).
22. L. Tonks, *Phys. Rev.* **56**, 360 (1939).
23. A. Schlüter, *Zs. f. Naturforsch.* **5a**, 72 (1950), также в сб. «Динамика плазмы», *Пробл. совр. физ.*, вып. 2, 7 (1956).
24. L. Spitzer, *Astrophys. J.* **116**, 299 (1952), также в сб. «Динамика плазмы», *Пробл. совр. физ.*, вып. 2, 26 (1956).
25. A. Simon, *Phys. Rev.* **100**, 1557 (1955).
26. R. Landshoff, *Phys. Rev.* **76**, 904 (1949), также в сб. «Динамика плазмы», *Пробл. совр. физ.*, вып. 2, 44 (1956).
27. И. Е. Тамм, в сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 1, М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 3.
28. Е. С. Фрадкин, *ЖЭТФ* **32**, 1176 (1957).
29. С. И. Брагинский, *ЖЭТФ* **33**, 459 (1957).
30. С. И. Брагинский, в сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 1, М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 178.
31. С. Т. Беляев, в сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 3, М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 66.
32. M. N. Rosenbluth, A. N. Kaufman, *Phys. Rev.* **109**, 1 (1958).
33. R. Herdon, B. S. Liley, *Revs. Mod. Phys.* **32**, 731 (1960).
34. S. Kaneko, *J. Phys. Soc. Japan* **15**, 1685 (1960).
35. C. L. Longmire, M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **103**, 507 (1956).
36. Т. К. Кihara, Y. Midzuno, S. Kaneko, *J. Phys. Soc. Japan* **15**, 1101 (1960).
37. J. B. Taylor, *Phys. Fluids* **4**, 1142, 1961.
38. В. Е. Голант, *ЖТФ* **33**, 3 (1963).
39. В. Е. Голант, *ЖТФ* **33**, 257 (1963).
40. О. В. Константинов, В. И. Перель, *ЖЭТФ* **41**, 1328 (1961).
41. В. Л. Гуревич, Ю. А. Фирсов, *ЖЭТФ* **41**, 1151 (1961).
42. A. Schlüter, *Zs. Naturforsch.* **6a**, 73 (1951), также в сб. «Динамика плазмы», *Пробл. совр. физ.*, вып. 2, 17 (1956).
43. В. Е. Голант, *ЖТФ* **30**, 881 (1960).
44. J. P. Wright, *Phys. Fluids* **3**, 607 (1960).
45. J. P. Wright, *Phys. Fluids* **4**, 1341 (1961).
46. С. Чандрасекар, *Стохастические проблемы в физике и астрономии*, М., ИЛ, 1947.
47. A. Simon, *Phys. Rev.* **98**, 317 (1955).
48. A. Simon, Доклад № 366 на II Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
49. В. Л. Грановский, *ДАН СССР* **23**, 880 (1939).
50. И. А. Васильева, *Радиотехника и электроника* **5**, 2015 (1960).
51. А. В. Жаринов, *Атомная энергия* **7**, 220 (1959).
52. L. Tonks, *Phys. Fluids* **3**, 758 (1960).
53. В. С. Голубев, В. Л. Грановский, *Радиотехника и электроника* **7**, 663 (1962).
54. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, *ЖТФ* **32**, 1313 (1962).
55. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, *Радиотехника и электроника* **5**, 1129 (1960).
56. V. A. Bailey, *Philos. Mag.* **9**, 560 (1930).
57. R. Y. Bickerton, *Proc. Phys. Soc. B* **70**, 305 (1957).
58. Сб. «Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями», т. 1, гл. 4, М., ИЛ, 1961.
59. D. Bohm, *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields*, Ed. by A. Guthrie, R. Wakerling, Ch. 1, 2, 9, N. Y., 1949.
60. F. Voeschoten, F. Schwirzke, Доклад № 033 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961; *Nucl. Fusion* **2**, 54 (1962).
61. А. В. Жаринов, *Атомная энергия* **7**, 215 (1959).
62. А. В. Жаринов, *Атомная энергия* **10**, 368 (1961).
63. R. V. Neidigh, C. H. Weaver, Доклад № 2396 на II Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
64. Л. И. Елизаров, А. В. Жаринов, Доклад № 221 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
65. G. Guest, A. Simon, *Phys. Fluids* **5**, 121, 503 (1962).

66. Б. Н. Клярфельд, В. Соболев, ЖТФ 17, 319 (1947).
67. А. В. Недоспасов, ЖТФ 26, 1202 (1956).
68. А. В. Недоспасов, ЖЭТФ 34, 1338 (1958).
69. R. J. Bickerton, A. Engel, Proc. Phys. Soc. 69B, 468 (1956).
70. И. А. Васильева, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника 4, 2051 (1959).
71. В. Lehnert, Доклад № 146 на II Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
72. F. C. Hoh, В. Lehnert, Доклад на IV Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, Упсала, 1959.
73. F. C. Hoh, В. Lehnert, Phys. Fluids 3, 600 (1960).
74. F. C. Hoh, Ark. fys. 18, 433 (1961).
75. И. А. Васильева, В. Л. Грановский, А. Ф. Черноволенко, Радиотехника и электроника 5, 1508 (1960).
76. T. K. Allen, G. A. Paulikas, R. V. Pyle, Phys. Rev. Letts. 5, 409 (1960).
77. G. A. Paulikas, R. V. Pyle, Phys. Fluids 5, 348 (1962).
78. C. Ekman, F. C. Hoh, В. Lehnert, Phys. Fluids 3, 833 (1960).
79. А. А. Зайцев, М. Я. Васильева, ЖЭТФ 38, 1639 (1960).
80. G. V. Gierke, K. M. Wöhler, Доклад № 34 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
81. В. В. Кадомцев, А. В. Недоспасов, J. Nucl. Energy C1, 230 (1960).
82. F. C. Hoh, Phys. Rev. Letts. 4, 559 (1960).
83. F. C. Hoh, В. Lehnert, Phys. Rev. Letts. 7, 75 (1961).
84. F. C. Hoh, Phys. Fluids 5, 22 (1962).
85. Б. Б. Кадомцев, ЖТФ 31, 1273 (1961).
86. I. F. Vonnal, G. Brifford, C. Manus, Compt. rend. 250, 2859 (1960).
87. I. F. Vonnal, G. Brifford, C. Manus, Phys. Rev. Letts. 6, 665 (1961).
88. I. F. Vonnal, G. Brifford, M. Greggoire, C. Manus, Доклад № 91 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
89. W. Bostik, M. Levine, Phys. Rev. 97, 13 (1955).
90. В. Е. Голант, ЖТФ 30, 1265 (1960).
91. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника 4, 1854 (1959).
92. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника 5, 1522 (1960).
93. В. С. Голубев, Радиотехника и электроника 7, 153 (1962).
94. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, ЖТФ 30, 745 (1960).
95. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, ЖТФ 32, 127 (1962).
96. С. К. Гужова, А. С. Сыргий, Радиотехника и электроника 5, 1516 (1960).
97. С. Г. Алиханов, Р. А. Демирханов, А. В. Комин, Г. Г. Подлесный, Г. Л. Хорасанов, Доклад на V Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, Мюнхен, 1961; ЖТФ 32, 1205 (1962).
98. А. И. Анисимов, Н. И. Виноградов, В. Е. Голант, Б. П. Константинов, ЖТФ 32, 1197 (1962).
99. А. И. Анисимов, Н. И. Виноградов, В. Е. Голант, Б. П. Константинов, ЖТФ 30, 1009 (1960).
100. R. W. Motley, A. F. Kuckes, Доклад на V Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, Мюнхен, 1961.
101. E. Hippov, J. G. Hirschberg, Доклад на V Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, Мюнхен, 1961.
102. N. Rynn, N. D'Angelo, Rev. Scient. Instr. 31, 1326 (1960).
103. N. D'Angelo, N. Rynn, Phys. Fluids 4, 275 (1961).
104. N. D'Angelo, N. Rynn, Phys. Fluids 4, 1303 (1961).
105. L. Spitzer, Phys. Fluids 1, 253 (1958).
106. R. A. Ellis, L. P. Goldberg, J. G. Gorman, Phys. Fluids 3, 468 (1960).
107. W. Stodiek, R. A. Ellis, J. G. Gorman, Доклад № 131 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
108. Е. П. Горбунов, Г. Г. Долгов-Савельев, К. Б. Карташев, В. С. Мухоматов, В. С. Стрелков, М. Н. Шенелев, Н. А. Явлинский, Доклад № 223 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
109. K. W. Motley, A. F. Kuckes, Доклад № 167 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
110. I. B. Bernstein, E. A. Frieman, R. M. Kulsrud, M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids 3, 136 (1960).
111. L. Spitzer, Phys. Fluids 3, 659 (1960).
112. Б. Б. Кадомцев, ЖТФ 31, 1209 (1961).

- 113. G. E s c k e r, Phys. Fluids 4, 127 (1961).
- 114. J. B. T a y l o r, Phys. Rev. Letts. 6, 262 (1961).
- 115. J. B. T a y l o r, Доклад № 73 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
- 116. S. Y o s h i k a w a, D. J. R o s e, Phys. Fluids 5, 334 (1962).
- 117. Л. И. Рудаков, Р. З. Сагдеев, Доклад № 220 на Международной конференции по физике плазмы и управляемым термоядерным реакциям, Зальцбург, 1961.
- 118. В. С. Голубев, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника 7, 880 (1962).
- 119. В. Л. Вдовин, А. В. Недоспасов, ЖТФ 32, 817 (1962).
- 120. Б. Б. Кадомцев, А. В. Тимофеев, ДАН СССР, 146, 581 (1962).
- 121. А. А. Галеев, В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев, ЖЭТФ 44, вып. 3 (1962).
- 122. А. Б. Михайловский, Л. И. Рудаков, ЖЭТФ 44, вып. 3 (1962).

Примечание при корректуре. Приводим перечень работ, содержащих сведения о диффузии заряженных частиц плазмы в магнитном поле, которые появились после того, как настоящая статья была направлена в печать:

- 1. F. C. N o h, Revs. Mod. Phys. 34, 267 (1962).
 - 2. N. R y n n, Phys. Fluids 5, 634 (1962).
 - 3. R. J o h n s o n, D. A. J e r d e, Phys. Fluids 5, 988 (1962).
 - 4. R. G e l l e r, Phys. Rev. Letts. 9, 248 (1962).
 - 5. Ю. М. Алесковский, В. Л. Грановский, ЖЭТФ 43, 1253 (1962).
 - 6. Б. Б. Кадомцев, ЖЭТФ 43, 1688 (1962).
 - 7. В. С. Голубев, ЖЭТФ 43, 1986 (1962).
-