

НОВЫЕ ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

## МЕТОДЫ ВЫВОДА ПУЧКА ИЗ ФАЗОТРОНА

Ю. Я. Лембра

## § 1. ВВЕДЕНИЕ

Принцип фазотронного ускорения имеет много общего с принципом циклотронного ускорения. Поэтому для обозначения обоих типов ускорителей применяется даже один и тот же термин — «циклотрон»\*). Однако фазотронный режим ускорения обладает специфическими особенностями, которые следует учесть и при решении проблемы вывода пучка. Так, в фазотроне не удается применить обычный электрический дефлектор, используемый для вывода пучка ускоренных ионов из циклотрона.

Приращение радиуса равновесной орбиты  $\Delta r$  на один оборот определяется хорошо известной формулой<sup>1</sup>

$$\Delta r = \frac{2eVr \sin \varphi}{(1-n)\beta^2 E}. \quad (1)$$

Здесь  $r$  — радиус равновесной орбиты,  $2eV \sin \varphi$  — равновесная разность потенциалов,  $\beta = v/c$ ,  $v$  — скорость равновесного иона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $E$  — полная энергия равновесного иона,  $n = -\frac{d \ln H}{d \ln r}$ ,  $H$  — напряженность магнитного поля вдоль равновесной орбиты. Подставляя в правую сторону (1) типичные для больших фазотронов значения величин, можно убедиться, что  $\Delta r$  будет порядка 0,1 мм.  $\Delta r$  мало главным образом вследствие малых значений равновесной разности потенциалов, применяемых в действующих фазотронах. Так как толщина передней отклоняющей пластинки обычного электростатического дефлектора составляет ~1 мм, в общем случае обычный электрический дефлектор в фазотроне неприменим.

При таком рассмотрении вопроса мы пренебрегали эффектом прецессии. Из-за комбинированного действия радиальных бетатронных колебаний и прецессии центра кривизны траектории иона заброс ионов больше, чем  $\Delta r$ . Количественно максимальный заброс определяется приближенной формулой<sup>2</sup>

$$h_{\max} \approx \pi n \sqrt{2A_r \Delta r_{\text{пр}}}, \quad (2)$$

где

$$\Delta r_{\text{пр}} = \frac{\Delta r}{1 - \sqrt{1 - n}} \quad (3)$$

\* ) Как правило, в советской научной литературе употребляется термин «фазотрон» для обозначения циклотрона с модуляцией частоты ускоряющего электрического поля.

и  $A_r$  — амплитуда радиальных бетатронных колебаний. Как видно из (1) — (3), этот эффект может оказаться существенным для малых фазотронов из-за сравнительно малых значений  $\beta$  и  $E$  в конце ускорения. Так, например, в 37-дюймовом фазотроне, который служил моделью известного калифорнийского 184-дюймового фазотрона,  $h_{\max}$  составляет  $0,5 \text{ см}^3$ <sup>4</sup>. Благодаря этому в 37-дюймовом фазотроне удалось использовать обычный электрический дефлектор и с его помощью вывести 10% пучка, циркулирующего в камере.

В общем случае для вывода пучка из фазотрона надо применять другие методы. При этом имеется трудность при отклонении ионов от предельного рабочего радиуса до области радиальной неустойчивости, где  $n > 1$ . Это обстоятельство связано с тем, что в подавляющем большинстве действующих фазотронов предельный рабочий радиус меньше радиуса, где  $n = 0,2$  и, следовательно, отклоняющая система должна действовать на сравнительно большем расстоянии, чем в циклотроне. Это обстоятельство заставляет применять так называемый магнитный канал для отклонения ионов до области радиальной неустойчивости. Назначение магнитного канала — снизить напряженность магнитного поля вдоль траектории иона. Соответствующее уменьшение кривизны траектории иона приводит к тому, что после выхода из магнитного канала ион попадает в область радиальной неустойчивости. Магнитный канал неизбежно вызывает изменения в основном магнитном поле фазотрона. Поэтому магнитный канал не может располагаться в непосредственной близости от предельного рабочего радиуса, а для заброса ионов за внутреннюю пластинку магнитного канала следует применять особые методы. В настоящее время из этих методов известны следующие: 1) импульсный электрический дефлектор, 2) многократное рассеяние на мишени и 3) регенеративный дефлектор.

Один метод вывода пучка из фазотрона без применения магнитного канала будет рассмотрен в § 6.

## § 2. ИМПУЛЬСНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДЕФЛЕКТОР

Отклоняющая система импульсного дефлектора состоит из четырех искривленных полос (рис. 1). Естественно, что электрическое поле, создаваемое с помощью искривленных полос, не должно мешать нормальному фазотронному ускорению. Отсюда вытекает, что на дефлектор надо подавать импульсное напряжение. При этом длительность импульса напряжения не должна превышать период обращения, который имеет ион к началу процесса вывода.

Импульсное электрическое поле между внешней и внутренней парами полос возбуждает радиальные колебания ионов. Математически эти колебания можно учитывать добавлением к правой части обычного уравнения радиальных бетатронных колебаний<sup>5</sup>, формула (2.18)) члена, пропорционального напряженности электрического поля  $e$ <sup>6</sup>:

$$\frac{d^2\varrho}{dt^2} + \omega_r^2 \varrho = \frac{ee}{m}. \quad (4)$$

Здесь  $\varrho$  — отклонение иона от равновесной орбиты,  $t$  — время,  $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-n}$ ,  $\omega_0$  — круговая частота обращения равновесного иона,  $e$  — заряд иона и  $m$  — масса иона.

Считая электрическое поле однородным между парами полос в области, занятой пучком, можно легко проинтегрировать уравнение (4). При начальных условиях  $t = 0$ ,  $\varrho_0 = \delta_1 \cos \alpha_1$  и  $(d\varrho/dt)_0 = -\omega_r \delta_1 \sin \alpha_1$

найдем для области между парами полос

$$Q = \delta_1 \cos(\omega_r t + \alpha_1) + \delta_2 (1 - \cos \omega_r t), \quad (5)$$

где

$$\delta_2 = \frac{e\varepsilon}{m\omega_r^2}. \quad (6)$$

Для иона, выходящего из дефлектора, найдем (с учетом (5))

$$Q = \delta_1 \cos(\omega_r t + \alpha_1) + 2\delta_2 \sin \frac{\omega_r t_1}{2} \sin \omega_r \left( t - \frac{t_1}{2} \right), \quad (7)$$

где  $t_1$  — момент времени выхода иона из дефлектора.

Вход магнитного канала целесообразно поместить на азимуте, при котором решение (7) имеет максимум. Нахождение максимумов (7) затруднено из-за неизвестных  $\delta_1$  и  $\alpha_1$ . Поэтому мы ограничиваемся здесь рассмотрением предельного случая бесконечно малых амплитуд радиальных бетатронных колебаний ( $\delta_1=0$ ). Тогда из (7) сразу вытекает, что  $Q$  принимает максимальное значение в момент времени

$$t_m = \frac{1}{2} \left( \frac{4k + \operatorname{sgn} \delta_2}{\omega_r} \pi + t_1 \right), \quad (8)$$

где  $k$  — целое число \*).

Импульсный электрический дефлектор был впервые применен на калифорнийском 184-дюймовом фазотроне<sup>6,8</sup>. Для этого дефлектора  $\omega_0 t_1 = 120^\circ$ . Так как в фазотроне ток пучка резко падает на радиусе, где  $n=0,2$ , надо при входе пучка в дефлектор использовать значения  $n < 0,2$ . Импульсный электрический дефлектор калифорнийского 184-дюймового фазотрона был рассчитан для  $n=0,18$ . Тогда в случае  $\delta_2 < 0$  (дефлектор смещает ионы внутрь)\*\*) первый максимум находится при  $357^\circ$  после входа в дефлектор, а в случае  $\delta_2 > 0$  (дефлектор смещает ионы наружу) первый максимум находится при  $159^\circ$  после входа в дефлектор. Из-за конструктивных соображений (магнитный канал находится вне дуанта) на калифорнийском фазотроне был реализован случай  $\delta_2 < 0$ , т. е. вход магнитного канала расположен через  $357^\circ$  после входа в дефлектор. Максимальное смещение ионов составляло 7 см. При напряжении 200 кв расстояние между парами полос составляло 2,5 см. Дефлектор питался импульсным трансформатором<sup>7</sup>. После прохождения магнитного канала пучок поступает в поворачивающийся магнит (который также фокусирует пучок в горизонтальной плоскости) и в случае необходимости в специальный фокусирующий прибор<sup>9</sup> в целях повышения плотности тока пучка. Из внутреннего тока пучка, равного до поступления в дефлектор  $J_i = 1,2 \cdot 10^{-6} a$ , на вход магнитного канала попадал ток  $J_d \approx 10^{-8} a$ , а ток пучка в экспериментальном зале (после прохождения магнитного канала)  $J_e = 5 \cdot 10^{-9} a$ . Обозначения  $J_i$ ,  $J_d$  и  $J_e$  будем использовать в дальнейших выкладках. Определим с помощью их следующие новые величины,

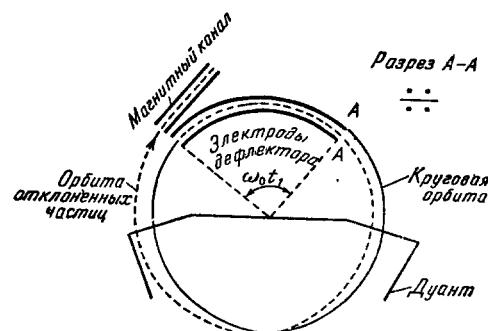


Рис. 1.

\*) Отметим, что в нашем изложении благодаря простому тригонометрическому преобразованию, использованному при выводе (7), можно сразу выписать аналитическое выражение для  $t_m$ , чего, однако, не было сделано в работе<sup>6</sup>.

\*\*) Этому случаю и соответствует рис. 1.

характеризующие вывод пучка:  $D=J_d/J_i$  — коэффициент запуска пучка в магнитный канал,  $A=J_e/J_d$  — коэффициент пропускания магнитного канала и  $R=J_e/J$  — эффективность вывода пучка (в вышеприведенном примере  $D=0,84\%$ ,  $A=50\%$  и  $R=0,42\%$ ).

Длительность импульса тока выведенного пучка составляет  $T\Delta\phi/2\pi$ , где  $\Delta\phi$  — разность максимальной и минимальной фаз ионов в пучке и  $T$  — период обращения ионов. Длительность импульса тока выведенного пучка имеет порядок величины  $0,1 \text{ мксек}$ . Короткая длительность импульса тока выведенного пучка затрудняет проведение опытов на выведенном пучке с применением электронных счетчиков. Это является основным недостатком метода импульсного электрического дефлектора.

Отметим, что имеются данные об использовании импульсного электрического дефлектора кроме калифорнийского фазотрона и на карнедском<sup>10</sup> и изготовлении его для харуэлловского фазотрона<sup>11</sup>.

Было предложено использовать импульсное вертикальное электрическое поле для отклонения пучка в магнитный канал<sup>11</sup>. При этом магнитный канал располагался бы над или под средней плоскостью магнита фазотрона. Так как ожидаемая эффективность вывода пучка для этого метода того же порядка, как и в случае радиального поля, этот метод не был практически осуществлен. Однако на харуэлловском фазотроне импульсное вертикальное электрическое поле применяется для отклонения пучка протонов на внутреннюю мишень в целях получения короткого импульса нейtronов<sup>12</sup>.

### § 3. МЕТОД РАССЕЯНИЯ НА МИШЕНИ

Метод рассеяния на мишени является наиболее простым методом отклонения ионов в магнитный канал.

Ионы, рассеиваясь на мишени, начинают совершать свободные радиальные колебания. Для некоторых ионов их смещение и направление отклонения от равновесной орбиты окажутся такими, что они попадают в магнитный канал. Целесообразно использовать мишени из тяжелого вещества. В пользу этого можно привести следующие соображения: 1) потеря энергии падающей частицы (энергия, передаваемая ядру-рассеивателю) при рассеянии на тяжелых ядрах меньше, чем на легких, 2) сечение кулоновского рассеяния растет пропорционально квадрату порядкового номера ядра рассеивателя.

Длительность импульса тока выведенного пучка в методе рассеяния можно оценить по выражению  $(A_r)_{\max} mT/\Delta r$ , где  $(A_r)_{\max}$  — максимальная амплитуда радиальных колебаний иона,  $m$  — среднее число прохождений иона через мишень. Подставляя в это выражение типичные экспериментальные значения величин, можно убедиться, что длительность импульса тока выведенного пучка в данном случае превышает в  $\sim 10^3$  раз соответственную величину в методе импульсного электрического дефлектора. Однако эффективность вывода пучка в методе многократного рассеяния оказывается в  $\sim 10^2$  раз меньше эффективности вывода пучка методом импульсного электрического дефлектора.

Данные об использовании метода рассеяния на мишени можно найти в работах<sup>13-18</sup>. В качестве иллюстрации приведем здесь данные для харуэлловского фазотрона<sup>16</sup>:  $J_i=1,3 \cdot 10^{-6} \text{ а}$ , использовалась урановая мишень толщиной  $0,32 \text{ см}$ ,  $J_e=3 \cdot 10^{-10} \text{ а}$  (на расстоянии в  $12 \text{ м}$  от фазотрона),  $R \approx 0,02\%$ ,  $m=15$ , длительность импульса тока выведенного пучка  $150 \text{ мксек}$ .

Следует отметить, что при рассеянии быстрых протонов на ядрах возникает поляризация протонов благодаря существованию спин-орбиталь-

ного взаимодействия протонов с ядрами. Это обстоятельство необходимо учитывать при постановке экспериментов. Любопытно отметить, что первые заметки об использовании рассеяния на мишени как метода отклонения ионов в магнитный канал относятся к 1949 г.<sup>14</sup>, а поляризацию протонов удалось впервые наблюдать в 1952 г.<sup>19</sup>. В первом случае была использована ториевая мишень, а во втором — углеродная мишень. Известно (см. обзор<sup>20</sup>), что с увеличением порядкового номера ядра-рассеивателя (поляризатора) наблюдается уменьшение поляризации протонов. Поэтому поляризацию протонов удалось впервые наблюдать при рассеянии на легких ядрах. Эту закономерность надо также учитывать в ускорительной технике при необходимости получения пучка поляризованных протонов. Так, например, в этих целях используется бериллиевая и углеродная мишень<sup>20</sup>. По поводу использования магнитного канала в этих экспериментах следует отметить следующее: если угол рассеяния протонов в горизонтальной плоскости мал ( $<10^\circ$ ), то магнитный канал используется, а при больших углах рассеяния магнитный канал обычно не используется<sup>21</sup>, так как в этом случае протоны быстро попадают в область радиальной неустойчивости.

В связи с тем, что опыты с пучками поляризованных протонов представляют в настоящее время большой интерес, было предложено ускорять ранее поляризованные ионы<sup>22-24</sup> и выводить эти ионы более эффективными методами (см. § 4). При этом, конечно, надо исследовать вопрос о возможной деполяризации пучка в процессе ускорения<sup>24</sup>.

#### § 4. РЕГЕНЕРАТИВНЫЙ ДЕФЛЕКТОР

В 1950 г. Так и Тенг<sup>25, 26</sup> предложили новый метод отклонения ускоренных ионов в магнитный канал. Они предложили изменить нормальное магнитное поле на краю фазотрона таким образом, чтобы вызвать рост амплитуды радиальных колебаний с сохранением устойчивости вертикальных колебаний.

Схема выводного устройства, предложенная Таком и Тенгом, изображена на рис. 2. Нормальное фазотронное ускорение продолжается до радиуса  $r_s$ , с которого начинается вывод пучка. Наружу от  $r_s$  вертикальная составляющая магнитного поля  $H$  уменьшается по радиусу ( $n > 0$ ) в области с угловой шириной  $\theta_p$ , называемой возбудителем (область  $S$ ), и увеличивается по радиусу ( $n < 0$ ) в области с угловой шириной  $\theta_r$ , называемой регенератором (область  $T$ ). Такое выводное устройство называется регенеративным дефлектором.

Физический принцип действия регенеративного дефлектора основан на возбуждении параметрического резонанса обращения ионов с круговой частотой  $\omega_0$  и радиальных бетатронных колебаний с угловой частотой  $\omega_r$ <sup>27</sup>. Как известно<sup>6</sup>, между величинами  $\omega_0$  и  $\omega_r$  имеет место простое соотношение  $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-n}$ . В фазотронах величина  $n$  мала. Поэтому  $\omega_r$  близко к  $\omega_0$  и путем введения локальных вариаций показателя спада напряженности магнитного поля можно возбудить вышеупомянутый резонанс. Для возбуждения радиальных колебаний при этом используется

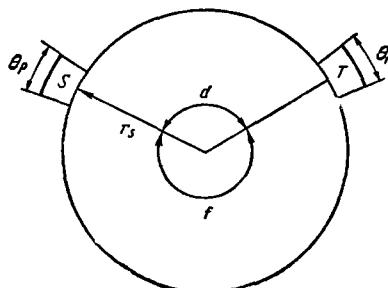


Рис. 2.

возбудитель с  $n > 0$ , а компенсация прецессии центров кривизны орбит ионов достигается с помощью регенератора с  $n < 0$ \*).

Так и Тенг проверили осуществимость такого дефлектора путем графического построения траектории выводимых ионов при различных комбинациях полей в регенераторе и возбудителе. Трудоемкость такого метода исследования является его основным недостатком. Поэтому в целях нахождения оптимальных значений параметров, характеризующих действие регенеративного дефлектора, проблема была рассмотрена аналитически различными авторами.

а) **Линейная теория регенеративного дефлектора.** Основные результаты линейной теории регенеративного дефлектора содержатся в работах Ле-Кутера<sup>28, 29</sup>, Дмитриевского<sup>30, 31</sup>, Бардена<sup>27</sup>, Кру<sup>32</sup>, Коуэна и Кру<sup>33, 34</sup>. Исходными уравнениями в этих работах являются обычные уравнения бетатронных колебаний (5, формула (2.18)), т. е. допускается, что магнитные поля регенератора и возбудителя и нормальное магнитное поле фазotronа зависят от радиуса линейно. Как известно, в этом случае отсутствует связь между радиальными и вертикальными колебаниями и решение упрощается.

Для решения уравнения бетатронных колебаний при условии действия регенеративного дефлектора применялись различные методы. В работе Бардена используется анализ Фурье, в работе Дмитриевского — операторный метод, а в работах Ле-Кутера, Кру и Коуэна — матричный метод решения дифференциальных уравнений.

Из-за большой наглядности матричного метода мы считаем здесь уместным изложить наиболее важные результаты работы Ле-Кутера. Ле-Кутер исходит из следующих уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2Q}{d\theta^2} + \Omega_r^2 Q = 0, \quad \frac{d^2z}{d\theta^2} + \Omega_z^2 z = 0, \\ \Omega_r = \sqrt{1-n}, \quad \Omega_z = \sqrt{n}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2Q}{d\theta^2} - (p^2 - 1) Q = 0, \quad \frac{d^2z}{d\theta^2} + p^2 z = 0, \\ p^2 = - \left( \frac{r}{H} \frac{\partial H}{\partial r} \right)_{\text{возб}}; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2Q}{d\theta^2} + (q^2 + 1) Q = 0, \quad \frac{d^2z}{d\theta^2} - q^2 z = 0, \\ q^2 = \left( \frac{r}{H} \frac{\partial H}{\partial r} \right)_{\text{пер}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь  $Q(z)$  — радиальное (вертикальное) отклонение иона от равновесной орбиты радиуса  $r_s$ . Уравнения (9) имеют место для областей невозмущенного поля, (10) и (11) для областей возбудителя и регенератора соответственно. Согласно предположенной форме поля дефлектора (рис. 2), уравнения (10) и (11) применимы только в том случае, когда радиальное отклонение иона в возбудителе и регенераторе направлены наружу.

В целях изложения результатов в компактной форме, введем следующие обозначения:

$$Q = \begin{pmatrix} Q \\ \frac{dQ}{d\theta} \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\theta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

\*.) Известно, что круговая частота прецессии центра кривизны орбит ионов для малых  $n$  (что имеет место в фазотроне) дается выражением  $\omega_{\text{пр}} \approx \frac{n\omega_0}{2}$ . Следовательно, для компенсации этой прецессии надо ввести область с отрицательным значением  $n$ .

и

$$\left. \begin{aligned} U(a, x) &= \begin{pmatrix} \cos ax & \frac{\sin ax}{a} \\ -a \sin ax & \cos ax \end{pmatrix}, \\ V(a, x) &= \begin{pmatrix} \operatorname{ch} ax & \frac{\operatorname{sh} ax}{a} \\ a \operatorname{sh} ax & \operatorname{ch} ax \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Путем непосредственной проверки можно убедиться в справедливости следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} U(a, x)U(a, y) &= U(a, x+y), \\ V(a, x)V(a, y) &= V(a, x+y). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Проследим теперь за радиальным движением иона в течение одного оборота. Начнем, например, от входа иона в возбудитель. Тогда, согласно уравнению (10), матрица  $V(\sqrt{p^2-1}, \theta_p)$  преобразует вектор  $\mathbf{q}$ , отвечающий входу иона в возбудитель, в вектор  $\mathbf{q}$  при выходе иона из возбудителя:

$$\mathbf{q}_{\text{вых. возб.}} = V(\sqrt{p^2-1}, \theta_p) \mathbf{q}_{\text{вх. возб.}} \quad (15)$$

Вектором  $\mathbf{q}_{\text{вых. возб.}}$  задаются начальные условия при движении иона в промежутке с угловой шириной  $f - \frac{1}{2}(\theta_p + \theta_q)$ . В конце этого участка, согласно уравнению (9), имеем

$$\mathbf{q}_{\text{вых.} f} = U\left(\Omega_r, f - \frac{1}{2}\theta_p - \frac{1}{2}\theta_q\right) \mathbf{q}_{\text{вых. возб.}} \quad (16)$$

Вектором  $\mathbf{q}_{\text{вых.} f}$  задаются начальные условия при движении иона в регенераторе. Далее, согласно уравнению (11), вектор  $\mathbf{q}$  при выходе иона из регенератора определяется следующим образом:

$$\mathbf{q}_{\text{вых. рег.}} = U(\sqrt{q^2+1}, \theta_q) \mathbf{q}_{\text{вых.} f}. \quad (17)$$

Вектором  $\mathbf{q}_{\text{вых. рег.}}$  задаются начальные условия при движении иона в промежутке с угловой шириной  $d - \frac{1}{2}(\theta_p + \theta_q)$ , в конце этого промежутка имеем согласно уравнению (9)

$$\mathbf{q}_{\text{вых.} d} = U\left(\Omega_r, d - \frac{1}{2}\theta_p - \frac{1}{2}\theta_q\right) \mathbf{q}_{\text{вых. рег.}} \quad (18)$$

Подставляя последовательно (15) в (16), (16) в (17) и (17) в (18), получим

$$\mathbf{q}_{\text{вых.} d} = C_r \mathbf{q}_{\text{вх. возб.}}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} C_r = U\left(\Omega_r, d - \frac{1}{2}\theta_p - \frac{1}{2}\theta_q\right) U(\sqrt{q^2+1}, \theta_q) \times \\ \times U\left(\Omega_r, f - \frac{1}{2}\theta_p - \frac{1}{2}\theta_q\right) V(\sqrt{p^2-1}, \theta_p). \end{aligned} \quad (20)$$

Вектором  $\mathbf{q}_{\text{вых.} d}$  задаются начальные условия при движении иона в возбудителе на следующем обороте. Таким образом, однократное прохождение иона через все секторы дефлектора описывается следующим соотношением:

$$\mathbf{q}_{m+1} = C_r \mathbf{q}_m, \quad (19')$$

где  $\mathbf{Q}_m$  означает вектор  $\mathbf{Q}$  при входе иона в возбудитель на  $m$ -м обороте.  $m$ -кратное прохождение через все секторы дефлектора задается соотношением

$$\mathbf{Q}_m = C_r^{m-1} \mathbf{Q}_1, \quad (21)$$

где  $\mathbf{Q}_1$  означает вектор  $\mathbf{Q}$  при входе иона в возбудитель на первом обороте. Аналогично имеем для вертикальных колебаний

$$\mathbf{z}_m = C_z^{m-1} \mathbf{z}_1, \quad (22)$$

где  $\mathbf{z}_m$  означает вектор  $\mathbf{z}$  при входе иона в возбудитель на  $m$ -м обороте и

$$C_z = U \left( \Omega_z, d - \frac{1}{2} \theta_p - \frac{1}{2} \theta_q \right) V(q, \theta_q) \times$$

$$\times U \left( \Omega_z, f - \frac{1}{2} \theta_p - \frac{1}{2} \theta_q \right) U(p, \theta_p). \quad (23)$$

В целях исследования (21) и (22) целесообразно ввести в рассмотрение собственные значения и соответствующие им собственные векторы матрицы  $C_{r,z}$ . Так как по (13) определитель  $\det C_{r,z} = 1$ , произведение собственных значений матрицы  $C_{r,z}$  равно 1. Поэтому положим

$$\left. \begin{array}{l} C_{r,z} \mathbf{R}_{r,z} = \sigma_{r,z} \mathbf{R}_{r,z}, \\ C_{r,z} \mathbf{R}'_{r,z} = \frac{1}{\sigma_{r,z}} \mathbf{R}'_{r,z}, \end{array} \right\} \quad (24)$$

где

$$\mathbf{R}_{r,z} = \begin{pmatrix} R_{r,z1} \\ R_{r,z2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}'_{r,z} = \begin{pmatrix} R'_{r,z1} \\ R'_{r,z2} \end{pmatrix}.$$

Здесь собственные значения матрицы  $C_{r,z}$  обозначены через  $\sigma_{r,z}$  и  $1/\sigma_{r,z}$ , а соответствующие им собственные векторы  $\mathbf{R}_{r,z}$  и  $\mathbf{R}'_{r,z}$ .

Выразим  $\mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1)$  через  $\mathbf{R}_{r,z}$  и  $\mathbf{R}'_{r,z}$ :

$$\mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1) = x_{r,z} \mathbf{R}_{r,z} + y_{r,z} \mathbf{R}'_{r,z}. \quad (25)$$

Здесь

$$\left. \begin{array}{l} x_{r,z} = \frac{\mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1) R'_{r,z2} - \mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1) R'_{r,z1}}{R_{r,z1} R'_{r,z2} - R_{r,z2} R'_{r,z1}}, \\ y_{r,z} = \frac{\mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1) R_{r,z2} - \mathbf{Q}_1(\mathbf{z}_1) R_{r,z1}}{R_{r,z2} R'_{r,z1} - R'_{r,z2} R_{r,z1}}, \end{array} \right\} \quad (25')$$

где точка обозначает дифференцирование по  $\theta$ .

Согласно (21), (22), (24) и (25) действие  $m$  оборотов записывается в виде

$$\mathbf{Q}_m(\mathbf{z}_m) = x_{r,z} \sigma_{r,z}^m \mathbf{R}_{r,z} + y_{r,z} \sigma_{r,z}^{-m} \mathbf{R}'_{r,z}. \quad (26)$$

Дефлектор должен быть сделан так, чтобы одно из собственных значений, скажем

$$\sigma_r \equiv e^\Lambda, \quad (27)$$

было больше 1. Тогда  $\frac{1}{\sigma_r} \equiv e^{-\Lambda}$  необходимо должно быть меньше 1. Поэтому после нескольких оборотов  $e^{-\Lambda m}$  становится пренебрежимой величиной, и из (26) найдем

$$\mathbf{Q}_m = x_r e^{+\Lambda m} \mathbf{R}_{r,z}. \quad (28)$$

Выражение (28) показывает, что при выполнении условия (27) ион захватывается в движение, в котором его амплитуда радиальных колебаний возрастает в  $e^\Lambda$  раз за один оборот, а фаза при входе в возбудитель остается постоянной. Величина  $e^\Lambda$  называется Ле-Кутером коэффициентом усиления радиальных колебаний.

Чтобы избежать бесконечного возрастания амплитуды вертикальных колебаний иона, модули собственных значений  $\sigma_z$  и  $1/\sigma_z$  должны быть равны 1, т. е.

$$\sigma_z \equiv e^{i\lambda}. \quad (29)$$

Условие (24) в развернутом виде представляет собой систему однородных линейных уравнений для нахождения  $R_{r,z1}$  и  $R_{r,z2}$ . Для того чтобы эта система имела нетривиальное решение, ее определитель должен равняться нулю. Отсюда с учетом (27) и (29) вытекает

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch} \Lambda &= \frac{1}{2} \operatorname{Sp} C_r = \frac{1}{2} (C_{r11} + C_{r22}), \\ \cos \lambda &= \frac{1}{2} \operatorname{Sp} C_z = \frac{1}{2} (C_{z11} + C_{z22}). \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Для получения вещественных значений  $\Lambda$  и  $\lambda$  должны выполняться условия \*)

$$\frac{1}{2} \operatorname{Sp} C_1 > 1, \quad (31)$$

$$\frac{1}{2} |\operatorname{Sp} C_z| < 1. \quad (32)$$

Если углы  $\theta_p$  и  $\theta_q$  малы, можно упростить входящие в выражение  $C_{r,z}$  множители

$$\left. \begin{aligned} V(\sqrt{p^2 - 1}, \theta_p) &\approx B(S), \\ U(\sqrt{q^2 + 1}, \theta_q) &\approx B(-T), \\ U(p, \theta_p) &\approx B(-S), \\ V(q, \theta_q) &\approx B(-T), \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

где

$$B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}, \quad (34)$$

$$S = p^2 \theta_p, \quad T = q^2 \theta_q. \quad (35)$$

Согласно (15), (17) и аналогичным выражениям для вертикальных колебаний получим с учетом (33)

$$\left. \begin{aligned} Q_{\text{вых. возб}} &= Q_{\text{вх. возб}} \equiv Q_{\text{возб}}, \\ (dQ/d\theta)_{\text{вых. возб}} &= (dQ/d\theta)_{\text{вх. возб}} + S Q_{\text{возб}}, \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{\text{вых. пер}} &= Q_{\text{вх. пер}} \equiv Q_{\text{пер}}, \\ (dQ/d\theta)_{\text{вых. пер}} &= (dQ/d\theta)_{\text{вх. пер}} - T Q_{\text{пер}}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{вых. возб}} &= z_{\text{вх. возб}} \equiv z_{\text{возб}}, \\ (dz/d\theta)_{\text{вых. возб}} &= (dz/d\theta)_{\text{вх. возб}} - S z_{\text{возб}}, \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{вых. пер}} &= z_{\text{вх. пер}} \equiv z_{\text{пер}}, \\ (dz/d\theta)_{\text{вых. пер}} &= (dz/d\theta)_{\text{вх. пер}} + T z_{\text{пер}}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

\*) Здесь исключаются из рассмотрения границы областей устойчивости, которым соответствуют  $\Lambda = 0$  или  $\lambda = s\pi$  ( $s$  — целое число).

Из (36)–(39) следует, что в случае малых  $\theta_p$  и  $\theta_q$  возбудитель и регенератор не изменяют координат  $q$  и  $z$  иона, а изменяют скачкообразно «скорости»  $dq/d\theta$  и  $dz/d\theta$ .

Подставляя (33) в (20) и (23) и выполняя умножение матриц, находим по формулам (30)

$$\operatorname{ch} \Lambda = \operatorname{ch} 2\pi\Omega_r - \frac{T-S}{2\Omega_r} \sin 2\pi\Omega_r - \frac{TS}{\Omega_r^2} \sin \Omega_r f \sin \Omega_r d, \quad (40)$$

$$\cos \lambda = \cos 2\pi\Omega_z + \frac{T-S}{2\Omega_z} \sin 2\pi\Omega_z - \frac{TS}{\Omega_z^2} \sin \Omega_z f \sin \Omega_z d. \quad (41)$$

Хотя условие (32) обеспечивает отсутствие бесконечного увеличения амплитуды вертикальных колебаний, все же возникает корреляция между  $z$  и  $dz/d\theta$ , что может привести к расширению пучка<sup>28, 35</sup>. В существовании корреляции между  $z$  и  $dz/d\theta$  можно убедиться, используя формулы (38) и (39). В этих целях возведем, например, (39) в квадрат и произведем усреднение ( $\langle \dots \rangle$ ) по многим оборотам:

$$\left\langle \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вых. рег.}}^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег.}}^2 \right\rangle + 2T \left\langle z_{\text{пер}} \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег.}} \right\rangle + T^2 \langle z_{\text{пер}}^2 \rangle. \quad (42)$$

Так как не существует бесконечного увеличения амплитуды вертикальных колебаний в формуле (42) член в левой стороне равен первому члену в правой стороне. Отсюда немедленно вытекает (см. например,<sup>36</sup>), что линия регрессии  $(dz/d\theta)_{\text{вх. рег.}}$  на  $z_{\text{пер}}$  имеет вид

$$\left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег.}} = -\frac{1}{2} T z_{\text{пер}}. \quad (43)$$

Выражение (43) показывает существование корреляции между  $(dz/d\theta)_{\text{вх. рег.}}$  и  $z_{\text{пер}}$ , но не характеризует величину этой корреляции. Для оценки величины корреляции следует вычислить коэффициент корреляции  $r$ . Из-за простого вывода (43) в данном случае целесообразно вычислить линию регрессии  $z_{\text{пер}}$  на  $(dz/d\theta)_{\text{вх. рег.}}$ . В частном случае  $S=0$ ,  $d=0$  Ле-Куттер получил

$$z_{\text{пер}} = -\frac{1}{2} \frac{T}{\Omega_z^2 - \frac{T}{\Omega_z} \cos 2\pi\Omega_z} \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег.}}. \quad (44)$$

С учетом (43) и (44) вытекает, что

$$r = \frac{T}{2 \sqrt{\Omega_z^2 - \frac{T}{\Omega_z} \cos 2\pi\Omega_z}}. \quad (45)$$

Если, например,  $\Omega_z = 1/4$  (чему соответствует  $n = 0,0625$ ), то  $r = 2T$ . Так как выбор  $T$  ограничен условием (32),  $r < 1$ <sup>35</sup>.

Для изменения амплитуды вертикальных колебаний при действии регенеративного дефлектора Ле-Куттер приводит следующую оценку<sup>28</sup>:

$$\bar{h}^2 = \frac{h_0^2}{\sin \epsilon}, \quad (46)$$

$$\sin \epsilon = \frac{\sin \lambda \sin 2\pi\Omega_z}{1 - \cos \lambda \cos 2\pi\Omega_z + \frac{TS}{2\Omega_z^2} \sin^2 \Omega_z d}. \quad (47)$$

В формуле (46)  $\bar{h}^2$  — среднее геометрическое квадрата максимальной и минимальной амплитуд вертикальных колебаний при действии регене-

ративного дефлектора,  $h_0$  — амплитуда вертикальных колебаний до действия регенеративного дефлектора. Отметим, что при вычислении  $h$  Ле-Куттер использует формулу гармонических колебаний. Это, однако, является грубым приближением, так как после введения действия регенеративного дефлектора вертикальные колебания не остаются гармоническими.

Для окончательного вывода из фазотрона пучок должен пройти через магнитный канал. Очевидно, на последнем обороте перед попаданием в канал радиальное отклонение должно возрасти на величину, которая превышает толщину внутренней стенки магнитного канала. Из этого требования вытекает для коэффициента усиления радиальных колебаний следующее неравенство:

$$e^\Lambda > 1 + \frac{d_1}{d_2}, \quad (48)$$

где  $d_1$  — толщина внутренней стенки магнитного канала, а  $d_2$  — расстояние внутреннего края внутренней стенки магнитного канала от равновесной орбиты радиуса  $r_s$ \*).

б) Н е л и н е й на я т е о р и я р е г е н е р а т и в н о г о д е ф л е к т о р а. Линейная теория может быть использована для построения регенеративного дефлектора в том случае, когда в области расположения возбудителя и регенератора  $\partial H / \partial r = \text{const}$ . Однако в действующих фазотронах  $\partial H / \partial r = \text{const}$  для радиусов, которые меньше радиуса, на котором  $n=0,2$  (см. типичный вид кривой  $H(r)$ , например, в <sup>37</sup>). Поэтому такой дефлектор позволяет вывести ионы, энергия которых на несколько процентов меньше максимальной энергии. Отсюда возникает важная проблема использования регенеративного дефлектора в области, где  $\partial H / \partial r \neq \text{const}$ , с целью вывода ионов с возможно большей энергией.

Учет нелинейности закона  $H(r)$  в теории регенеративного дефлектора был впервые произведен Ле-Куттером <sup>29, 37</sup> в 1953 г. Так как теперь  $\partial^2 H / \partial r^2 \neq 0$ , возникает связь между вертикальными и радиальными колебаниями. Главное внимание в работе <sup>37</sup> удалено вопросу сохранения устойчивости вертикальных колебаний. При этом оказывается, что надо использовать «слабый» возбудитель (малые значения  $S$ ) и «сильный» регенератор (большие значения  $T$ ). Поэтому в виде возбудителя можно использовать нормальное магнитное поле фазотрона.

Таким образом, возникла идея создания регенеративного дефлектора без применения возбудителя. По конструкции дефлектор в этом случае станет более простым, так как требуется создание лишь одной области локальной неоднородности напряженности магнитного поля. Теория такого дефлектора изложена в работах Ле-Куттера и Липтона <sup>38</sup>, Верстера <sup>39</sup> Стаббингса <sup>40, 41</sup> и Маторы <sup>42</sup>. Поскольку до настоящего времени наиболее широкое применение нашла теория Ле-Куттера и Липтона, остановимся на этой теории.

Ле-Куттер и Липтон исходят из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varrho}{d\theta^2} + \varrho + \frac{r_s}{H_s} (H - H_s) \left( 1 + \frac{2\varrho}{r_s} \right) + \frac{\varrho^2 H}{r_s H_s} = 0, \\ \frac{d^2z}{d\theta^2} - z \frac{r_s}{H_s} \frac{\partial H}{\partial r} \left( 1 + \frac{\varrho}{r_s} \right)^2 = 0, \end{aligned} \quad (49)$$

где  $H_s$  — вертикальная составляющая напряженности магнитного поля вдоль равновесной орбиты радиуса  $r_s$ , а  $H$  — эта же составляющая в точке с координатами ( $r=r_s+\varrho, z$ ).

\*) Слово «внутренний» употребляется здесь в смысле «ближе к центру фазотрона».

Согласно (49) узкий регенератор изменяет «скорости» следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{d\varrho}{d\theta} \right)_{\text{вых. рег}} - \left( \frac{d\varrho}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег}} &= -\theta_q \frac{r_s H_q}{H_s} \left( 1 + \frac{\varrho}{r_s} \right)^2 \equiv -T_r \varrho, \\ \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вых. рег}} - \left( \frac{dz}{d\theta} \right)_{\text{вх. рег}} &= \theta_q \frac{r_s}{H_s} \frac{\partial H_q}{\partial r} \left( 1 + \frac{\varrho}{r_s} \right)^2 z \equiv T_z z, \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

где  $H_q$  — вертикальная составляющая магнитного поля в регенераторе. Поскольку закон  $H_q(r)$  нелинейный,  $T_r \neq T_z$ . В работе <sup>38</sup> рассмотрен случай ливерпульского фазотрона, когда  $r_s$  выбрано таким образом, что уравнения (49) можно представить в виде

$$\frac{d^2\varrho}{d\theta^2} + \Omega_r^2 \varrho = 0, \quad \frac{d^2z}{d\theta^2} + \Omega_z^2 z = 0, \quad (51)$$

$$\frac{d^2\varrho}{d\theta^2} + \Omega_r^2 \varrho (1 - 0,152\varrho) + 0,13z^2 = 0; \quad \frac{d^2z}{d\theta^2} + (\Omega_z^2 + 0,26\varrho) z = 0, \quad (52)$$

где (51) имеет место для  $\varrho < 0$ , а (52) для  $\varrho > 0$ .  $\Omega_r^2 = 1 - n = 0,955$ ,  $\Omega_z^2 = n = 0,045$ ,  $\varrho$  и  $z$  измеряются в дюймах.

Согласно <sup>38</sup> можно в первом приближении описывать колебания в случае  $\varrho > 0$  частотами  $\Omega'_r$  и  $\Omega'_z$ , которые зависят от  $\varrho$ . Выражения для  $\Omega'_r$  и  $\Omega'_z$  можно получить из (52) с помощью методов нелинейной механики:

$$\left. \begin{aligned} \Omega'_r &= \frac{2\Omega_r}{1 + (1 - 0,152\varrho)^{-\frac{1}{2}}}, \\ \Omega'_z &= 0,24\Omega_z + 0,76(\Omega_z^2 + 0,26\varrho)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Выбрав  $\Omega'_r$  и  $\Omega'_z$  согласно (53), можно далее использовать результаты линейной теории <sup>28</sup>, при этом в формулах  $T$  для радиальных колебаний надо заменить на  $T_r$ , а для вертикальных колебаний — на  $T_z$ . Тот факт, что  $T_r \neq T_z$ , при этом позволяет одновременно увеличить радиальное отклонение иона и сохранять устойчивость вертикальных колебаний иона.

Результаты приближенной теории были проверены путем численного интегрирования уравнений (51) и (52) с помощью электронно-счетной машины. На необходимость применения электронно-счетной машины в данной проблеме указано также в работе <sup>41</sup>. Для выполнения численных расчетов в <sup>38</sup> положено

$$\theta_q \frac{r_s}{H_s} H_q = T\varrho + V\varrho^2 + W\varrho^3, \quad (54)$$

где  $T$ ,  $V$  и  $W$  — постоянные. При решении использовался модифицированный метод Рунге—Кутта. Значения  $\varrho$ ,  $z$ ,  $d\varrho/d\theta$  и  $dz/d\theta$  после каждого оборота с учетом (50) и (54) принимаются за начальные условия для следующего оборота. Расчеты были выполнены для следующего набора параметров:

| Случай | $T, \text{дюйм}^{-1}$ | $V, \text{дюйм}^{-2}$ | $W, \text{дюйм}^{-3}$ |
|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| A      | 0,2                   | 0,2                   | 0                     |
| B      | 0,2                   | 0,25                  | 0                     |
| C      | 0,2                   | 0,25                  | 0,01                  |
| D      | 0,2                   | 0,25                  | 0,02                  |
| E      | 0,2                   | 0,3                   | 0,04                  |

Таблица I  
Методы вывода пучка, применяемые в различных фазотронах

| Местонахождение уско-<br>рителя   | Основные параметры<br>ускорителя |  |                                 | Методы вывода пучка<br>(литература)     |  |                            |  |
|---|----------------------------------|--|---------------------------------|---|--|----------------------------|--|
|   | Диаметр полюса<br>магнита        | Род и энергия<br>ускоренных<br>частиц, $M_e e$ | Ток внутрен-<br>него пучка, мкA | Электрический<br>импульсный<br>девиатор | Рассеяние в ми-<br>шени с боль-<br>шим порядко-<br>вым номером | Регенеративный<br>девиатор | Прохождение<br>через область,<br>где $n = 1$ |
| 1. Калифорнийский<br>университет (США)  | $184'' = 4,6 \text{ м}$          | $720p$<br>$430d$<br>$880a$                     | 0,1                             | 6-8                                     | 14, 15   | 50                         | 72   |
| 2. Объединенный ин-<br>ститут ядерных ис-<br>следований (СССР)                        | 6 м                              | $680p$<br>$405d$<br>$811a$                     | 0,3                             |   | 13   | 30, 31<br>47, 48           |  |
| 3. ЦЕРН (Швейцария)   | 5 м                              | $600p$   | 0,1                             |   |  | 51-53                      |  |
| 4. Чикагский универси-<br>тет (США)   | $170'' = 4,25 \text{ м}$         | $450p$<br>$260d$<br>$520a$                     | 1-2                             |   | 17   | 54, 55                     | 43   |
| 5. Карнегийский техноло-<br>гический институт<br>(США)                                | $140'' = 3,5 \text{ м}$          | $450p$   | 1                               | 10                                      |  |                            | 70, 71                                       |
| 6. Ливерпульский уни-<br>верситет (Англия)  | $156'' = 3,9 \text{ м}$          | $410p$   | 1                               |   |  | 43-46                      |  |
| 7. Рочестерский универ-<br>ситет (США)  | $130'' = 3,25 \text{ м}$         | $240p$   | 0,1                             |   |  | 56                         |  |
| 8. Институт ядерной<br>химии, Уппсала (Шве-<br>ция)                                   | 2,3 м                            | $192p$   | 1                               |   |  | 57, 58                     |  |
| 9. Центр исследования<br>атомной энергии, Ха-<br>руэлл (Англия)                       | $110'' = 2,75 \text{ м}$         | $175p$   | 1-2                             |   | 16   |                            |  |
| 10. Гарвардский универ-<br>ситет (США)  | $95'' = 2,38 \text{ м}$          | $160p$   | 0,3                             |   | 18   | 59                         |  |
| 11. Парижский универ-<br>ситет (Франция)  | 2,8 м                            | $160p$<br>$80d$<br>$160a$                      | 7                               |   |  | 60, 61                     |  |
| 12. Токийский универ-<br>ситет (Япония)   | 1,6 м                            | $65p$  | 1                               |   |  |                            | 73, 74                                       |
| 13. Национальная комис-<br>сия по атомной энер-<br>гии, Буэнос-Айрес (Ар-<br>гентина) | 1,75 м                           | $29d$  | 30                              |   |  | 62                         |  |

Приложения: 1. Указана литература, где можно найти данные о при-  
менении соответствующего метода вывода пучка для конкретного фазотрона.

2. Основные параметры ускорителя даны в основном по 77,78. Данные о выведенном пучке в таблице отсутствуют, так как в имеющейся литературе их количество недостаточно для систематического изложения.

Результаты вычисления показали, что в случаях А и В можно получить приращение радиального отклонения иона, превышающее один дюйм за оборот. В случаях С, Д и Е (когда  $W \neq 0$ ) при больших радиальных отклонениях иона потеряется устойчивость вертикальных колебаний.

Так как регенератор, расположенный в области, где  $\partial H / \partial r \neq \text{const}$ , позволяет получить большие радиальные отклонения иона и их большие приращения за оборот, в данном случае магнитный канал может иметь большую апертуру и быть сравнительно коротким. Это обстоятельство позволяет повысить эффективность вывода пучка.

в) Практическое применение. Применение регенеративного дефлектора позволяет повысить эффективность вывода пучка до нескольких процентов. Поэтому в настоящее время регенеративный дефлектор является наиболее распространенным методом вывода пучка. Впервые регенеративный дефлектор построен и использован в ливерпульском фазотроне<sup>43-46</sup> и фазотроне ОИЯИ<sup>30, 31, 47, 48</sup>. Эти дефлекторы были рассчитаны на основе линейной теории, соответственно развитой в работах<sup>28</sup> и<sup>30</sup>. Для ливерпульского фазотрона  $D=0,2$ ,  $A=0,15$ ,  $R=0,03$ , а для фазотрона ОИЯИ  $R=0,05-0,06$ .

В дальнейшем широкое применение получили регенеративные дефлекторы только с регенератором (без возбудителя), построенные на основе результатов нелинейной теории и позволяющие вывести ионы почти максимальной энергии. Сводка соответствующей литературы приведена в табл. I.

Измерения энергии ионов выведенного пучка показали, что разброс энергии невелик. Так, например, в случае фазотрона ОИЯИ энергетический спектр  $\Phi(E)$  выведенного пучка<sup>49</sup> хорошо описывается кривой Гаусса

$$\Phi(E) = \exp \left\{ -\frac{(E - \bar{E})^2}{2(\Delta E)^2} \right\} \quad (55)$$

со средней энергией  $\bar{E}=665 \text{ МэВ}$  и дисперсией  $\Delta E=2,8 \text{ МэВ}$ .

Магнитные поля регенератора и возбудителя были созданы при помощи железных масс, расположенных вблизи орбиты, с которой начинается вывод пучка. Расчет магнитных полей в этом случае проводится в предположении осевого намагничения магнитных масс до насыщения<sup>30, 31</sup>. Отметим, что в<sup>27</sup> предложено создать поля регенератора и возбудителя с помощью проводников, расположенных в камере фазотрона и питаемых импульсами тока.

Для фокусировки пучка после прохождения магнитного канала обычно используются магнитные квадрупольные линзы. Однако для фокусировки можно использовать и нерабочую область магнита фазотрона<sup>63\*)</sup> или отклоняющий магнит<sup>65</sup>. При этом для создания фокусирующих полей в эти магниты надо ввести железные массы определенной формы.

## § 5. МАГНИТНЫЙ КАНАЛ

Объединяющим элементом в различных выводных устройствах, основанных на изложенных в § 2—4 принципах, является магнитный канал. Назначение магнитного канала заключается в значительном снижении напряженности магнитного поля вдоль орбиты выводимых ионов. Магнитный канал обычно состоит из нескольких секций. Каждая секция состоит из двух железных брусков в форме прямоугольного параллелепипеда. Магнитный канал расположен вблизи края полюса магнита фазотрона.

\*) Тезисы работ советских физиков<sup>31, 47, 48, 63</sup> по выводу пучка из фазотрона можно найти в работе<sup>64</sup>.

трана. Очевидно, в пространстве между брусками, образующими магнитный канал, имеет место снижение напряженности магнитного поля фазотрона.

Для расчета магнитного канала используется следующее обстоятельство: если в зазоре магнита поместить железную массу произвольной формы, у которой размер по направлению магнитного поля больше хотя бы одного размера в направлении, перпендикулярном магнитному полю, то в магнитных полях, напряженность которых превышает 9000 э, такая железная масса намагничивается почти до насыщения<sup>6, 66</sup>. Тогда напряженность магнитного поля, созданная железной массой, определяется по формулам

$$\mathbf{H} = -\operatorname{grad} \Phi, \quad (56)$$

$$\Phi(x, y, z) = M \int \frac{(z - z') dx' dy' dz'}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^3}. \quad (57)$$

В (57) предположено, что внешнее магнитное поле направлено по оси  $z$ . Интегрирование производится по объему железной массы. Для намагниченности  $M$  для большинства сортов железа можно принимать значение<sup>6, 66</sup>

$$M = \frac{21000 \pm 500}{4\pi} \text{ э.}$$

Размеры железных брусков, употребляемых для создания магнитного канала, и магнитное поле фазотрона, где помещаются эти бруски, удовлетворяют вышеизложенным требованиям. Поэтому расчет магнитного канала<sup>66</sup> основан на применении формул (56) и (57)\*). Результаты работы<sup>66</sup> представлены в удобной графической форме, облегчающей проектирование магнитного канала.

Магнитный канал неизбежно вызывает некоторое изменение магнитного поля в области равновесной орбиты, до которой продолжается нормальное фазотронное ускорение. Для уничтожения этого возмущения следует использовать соответственно подобранные шиммы. Теория шиммов основана на использовании формул (56) и (57) и изложена в<sup>6, 66, 68</sup>.

Экспериментальные методы отладки и шиммирования магнитного канала описаны в работах<sup>6, 44, 55, 59</sup>.

Фокусировку пучка можно регулировать путем варьирования градиентов напряженности магнитного поля в секциях канала. Обычно пучок, выходящий из канала, имеет значительные размеры в горизонтальной плоскости. Для устранения этого можно сделать последние секции (по направлению движения пучка) лишь из одной внутренней пластинки<sup>59</sup>, с помощью которой создается горизонтально фокусирующее магнитное поле.

Имеются предложения другого рода: можно удалить внутреннюю пластинку в первой секции канала с целью повышения эффективности вывода пучка<sup>30, 31, 42</sup>. Тогда в случае регенеративного дефлектора оставшаяся пластинка действует аналогично возбудителю. Таким образом, магнитный канал перестает быть «пассивным» элементом в методе регенеративного дефлектора, а участвует в раскачке радиальных колебаний.

#### § 6. ПРОХОЖДЕНИЕ ПУЧКА ЧЕРЕЗ ОБЛАСТЬ, ГДЕ, $n=1$

В 1951 г. Гамильтон и Липкин<sup>69</sup> предложили метод вывода пучка, который основывается на том, что ионы ускоряются до энергии, соответствующей радиусу, на котором  $n=1$ , и затем выводятся при помощи

\*) Отметим, что подобный метод в последнее время используется успешно для расчета магнитного поля ускорителей с пространственной вариацией магнитного поля<sup>67</sup>.

электрического дефлектора. Применение электрического дефлектора в данном случае является возможным (ср. § 1), так как при  $n > 1$  имеется неустойчивость радиальных колебаний (радиальное отклонение возрастает в  $\exp(2\pi\sqrt{n-1})$  раз за оборот). Такой метод вывода пучка имеет то достоинство, что выводятся ионы, которые ускорены до максимально возможной энергии в данном фазотроне, так как при  $n=1$  магнитная жесткость  $Hr$  имеет максимальное значение.

В методе Гамильтона и Липкина имеет существенное значение предположение, что значительная часть пучка может быть доведена от радиуса, где  $n = 0,2$ , до радиуса, где  $n=1$ , т. е. резонансы при  $n=0,2; 0,25; 0,5; 0,75$  и  $1$  не должны быть опасными. Этого можно достичь в случае высокой степени однородности магнитного поля фазотрона. В большинстве действующих фазотронов это условие не выполняется. Поэтому до последнего времени метод Гамильтона и Липкина не нашел успешного применения. Были сделаны лишь некоторые попытки ускорить ионы до радиуса, где  $n=1$ , и вывести их естественным раскручиванием на чикагском<sup>43</sup>, карнедском<sup>70, 71</sup> и калифорнийском<sup>72</sup> фазотронах. Однако потери пучка при этом были большие.

В 1959 г. удалось успешно использовать метод Гамильтона на 160 см-фазотроне Токийского университета<sup>73, 74</sup>. Высокая степень однородности магнитного поля этого фазотрона позволила успешно провести пучок через вышеуказанные резонансы. При этом оказалось, что резонанс при  $n=0,25$  является наиболее опасным среди других резонансов. На это указывают также недавние расчеты Дмитриевского и др.<sup>75</sup>; а именно: наиболее опасным является резонанс связи радиальных и вертикальных колебаний при  $n=0,25$ .

В<sup>73</sup> показано, что даже при достаточно однородном магнитном поле фазотрона на вывод пучка методом Гамильтона и Липкина влияют существенно следующие два фактора:

1) Тип ионного источника. Измерения показали, что в случае использования ионного источника с фильтрами (выступами) на дуанте, ток пучка на радиусе, где  $n=1$ , более чем в два раза больше, чем в случае использования ионного источника без фильтров. При использовании ионного источника с фильтрами удалось получить на радиусе, где  $n=1$ , 80% тока пучка, существующего до радиуса, где  $n=0,2$ .

2) Напряжение смещения на дуанте. Как известно<sup>76</sup>, постоянное напряжение смещения приложено к дуантной системе для предотвращения высокочастотного разряда в камере фазотрона. Такое напряжение смещения вызывает сдвиг центров орбит вдоль края дуанта. Измерения показали, что с увеличением напряжения смещения уменьшается ток на радиусе, где  $n=1$ . Частично увеличение напряжения смещения можно скомпенсировать изменением положения ионного источника\*).

После доведения пучка до радиуса, где  $n=1$ , внутри дуанта был установлен электрический дефлектор, позволяющий вывести 80% из ионов, достигших радиуса, где  $n=1$ , и обладающих энергией 57 Мэв. После выхода из дефлектора пучок имеет значительные размеры в горизонтальном направлении. Для получения горизонтальной фокусировки с помощью железных масс создана область, где напряженность магнитного поля увеличивается с увеличением радиуса.

Хотя железные массы в данном случае расположены так, как и в фокусирующих устройствах<sup>63, 65</sup>, авторы<sup>73</sup> называют свое фокусирующее

\*). Отметим, что в переводе<sup>73</sup> допущена ошибка, заключающаяся в том, что на рис. 3 заменены названия кривых.

устройство магнитным каналом. Следует отметить, что такое определение не совпадает с общепринятым определением, использованным нами в §1—5.

После выхода из фокусирующего устройства размеры пучка в горизонтальном направлении значительно сокращены. Эффективность вывода в данном случае достигает 50% при токе 1 мка внутри области, где  $n=0,2$ . Это наибольшая эффективность вывода пучка, достигнутая до настоящего времени для фазотрона. Однако ввиду опасности резонанса при  $n=0,25$  для больших фазотронов<sup>75</sup>, использование такого эффективного метода вывода пучка ограничено только фазотронами, диаметр полюса магнита которых не превышает  $\sim 2$  м.

### § 7. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

а) Новые методы вывода пучка из фазотрона. Стаббинс<sup>80</sup> предлагает использовать радиочастотное электрическое поле для вывода пучка из фазотрона. Бетатронные колебания описываются тогда уравнением Хилла. Частоту электрического поля надо выбрать так, чтобы радиальные колебания оказались неустойчивыми, а вертикальные—устойчивыми. Подробные выводы в<sup>80</sup> не приведены, указаны только наиболее важные результаты: 1) можно получить достаточно большие приращения радиального отклонения за оборот и 2) максимумы радиального отклонения на последующих оборотах обнаруживаются приблизительно на одном и том же азимуте. Стаббинс предполагает, что этот метод проще метода регенеративного дефлектора.

Бекслером, Коломенским и Бурштейном предложен стохастический режим ускорения<sup>81</sup>. В настоящее время разрабатывается стохастическая приставка для фазотрона CERN<sup>82, 83</sup>. В связи с этим в<sup>82</sup> указана возможность стохастической системы вывода пучка, которая позволяет значительно увеличить длительность импульса тока выведенного пучка.

б) Применение регенеративного дефлектора для других ускорителей (кроме фазотрона). Поскольку методом регенеративного дефлектора удалось добиться значительного успеха при выводе пучка из фазотрона, возникли идеи о возможном применении этого метода и для других ускорителей.

В<sup>83, 84</sup> предложено использовать регенеративный дефлектор для вывода пучка из слабофокусирующего бетатрона и синхротрона, а в<sup>83, 84-87</sup> предложено использовать регенеративный дефлектор для ускорителей, в которых частицы движутся в магнитных периодических системах. Экспериментально доказана возможность применения регенеративного дефлектора на электронной модели ускорителя ППСФ<sup>\*)</sup> с радиальными секторами<sup>89</sup>.

В работе<sup>90</sup> предложено так называемое распределенное регенеративное действие для слабофокусирующего синхротрона. Распределенное регенеративное действие отличается от до сих пор рассмотренного регенеративного действия, в котором введены локальные области изменения магнитного поля, тем, что ополе, образующее дефлектор, распределено по всей равновесной орбите, начиная с некоторого определенного значения радиального отклонения.

Отметим, что в работах<sup>83, 84, 84-87, 91</sup> предложено обратное действие регенеративного дефлектора как метод инъекции частиц в ускорителях.

Методика теории регенеративного дефлектора более подробно изложена в работе Коуэна и Кру<sup>83, 84</sup>, поэтому мы приведем ниже основные результаты работы этих авторов.

<sup>\*)</sup> Принятое по<sup>88</sup> сокращение ППСФ означает ускоритель с постоянным магнитным полем и сильной фокусировкой.

Коуэном и Кру было предложено действие регенеративного дефлектора через оборот, т. е. если частица попадает в регенератор на  $m$ -м обороте, то она минует регенератор на следующем,  $(m+1)$ -м обороте и попадает снова в регенератор на  $(m+2)$ -м обороте. Рассмотрим здесь более подробно применение этого метода к слабофокусирующему ускорителю без прямолинейных участков. Обозначим показатели спада напряженности магнитного поля: в невозмущенной области через  $n$ , а в регенераторе с угловой шириной  $\theta_r$  — через  $n_r$ . Проследим за движением частицы в течении двух оборотов. Начнем, например, с входа частицы в регенератор. Матрица  $U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r)$  преобразует вектор  $\mathbf{q}$  при входе частицы в регенератор в вектор  $\mathbf{q}$  при выходе частицы из регенератора:

$$\mathbf{q}_{\text{вых. рег.}} = U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}} \quad (58)$$

Вектором  $\mathbf{q}_{\text{вых. рег.}}$  заданы начальные условия при движении частицы в области с угловой шириной  $2\pi - \theta_r$ . Вектор  $\mathbf{q}$  при выходе частицы из этой области имеет вид

$$\mathbf{q}_{2\pi} = U(\sqrt{1-n}, 2\pi - \theta_r) U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}} \quad (59)$$

Согласно условию действия дефлектора через один оборот вектор  $\mathbf{q}$  при попадании частицы снова в регенератор имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{4\pi} = U(\sqrt{1-n}, 2\pi) \mathbf{q}_{2\pi} &= U(\sqrt{1-n}, 2\pi) U(\sqrt{1-n}, 2\pi - \theta_r) \times \\ &\quad \times U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}}, \end{aligned}$$

или с учетом (14)

$$\mathbf{q}_{4\pi} = U(\sqrt{1-n}, 4\pi - \theta_r) U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}} \quad (60)$$

Произведение матриц в (60) можно согласно (14) представить в виде

$$\begin{aligned} U(\sqrt{1-n}, 4\pi - \theta_r) U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) &= \\ &= U(\sqrt{1-n}, 4\pi) U(\sqrt{1-n}, -\theta_r) U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r). \end{aligned} \quad (61)$$

При малых  $\theta_r$  (узкий регенератор) получим

$$U(\sqrt{1-n}, -\theta_r) U(\sqrt{1-n_r}, \theta_r) = B(-T), \quad (62)$$

где

$$T = (n - n_r) \theta_r, \quad (63)$$

а матрица  $B$  определяется формулой (34).

Таким образом, в случае узкого регенератора получим из (59) и (60)

$$\mathbf{q}_{2\pi} = U(\sqrt{1-n}, 2\pi) B(-T) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}}, \quad (59')$$

$$\mathbf{q}_{4\pi} = U(\sqrt{1-n}, 4\pi) B(-T) \mathbf{q}_{\text{вх. рег.}} \quad (60')$$

Для того чтобы частица миновала регенератор на  $(m+1)$ -м обороте, отклонение в векторе  $\mathbf{q}_{2\pi}$  должно иметь знак, противоположный знаку отклонения в векторе  $\mathbf{q}_{\text{вх. рег.}}$ . Согласно работам <sup>33, 34</sup> это имеет место, если

$$\frac{1}{2} \text{Sp} [U(\sqrt{1-n}, 2\pi) B(-T)] < -1. \quad (64)$$

Для того чтобы частица попадала на  $(m+2)$ -м обороте в генератор, должно быть

$$\frac{1}{2} \text{Sp} [U(\sqrt{1-n}, 4\pi) B(-T)] > 1. \quad (65)$$

После выполнения умножения матриц можно условиям (64) и (65) придать следующий вид:

$$T_{r1}^- (T - T_{r1}^-) > 0, \quad (66)$$

$$T_{r2}^+ (T - T_{r2}^+) > 0, \quad (67)$$

где

$$T_{r1}^- = 2 \sqrt{1-n} \operatorname{ctg} \pi \sqrt{1-n}, \quad (68)$$

$$T_{r2}^+ = -2 \sqrt{1-n} \operatorname{tg} 2\pi \sqrt{1-n}. \quad (69)$$

Аналогично можно рассуждать и в случае вертикальных колебаний. Для того чтобы вертикальные колебания остались устойчивыми, должно выполняться условие

$$\frac{1}{2} |\operatorname{Sp} [U(\sqrt{n}, 4\pi) B(T)]| < 1, \quad (70)$$

или

$$T_{z2}^\pm (T - T_{z2}^\pm) < 0, \quad (71)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} T_{z2}^- = -2 \sqrt{n} \operatorname{ctg} 2\pi \sqrt{n}, \\ T_{z2}^+ = 2 \sqrt{n} \operatorname{tg} 2\pi \sqrt{n}. \end{array} \right\} \quad (72)$$

На основании формул (66)–(69), (71) и (72) можно построить графики, где показаны области параметра  $T$ , при которых дефлектор действует. Такой анализ покажет, что такие области  $T$  существуют для ускорителей, для которых  $n$  близко к 0,75, т. е. для синхротронов и бетатронов. Ле-Куттером было в <sup>28</sup> сделано предложение применить регенеративный дефлектор к синхротронам и бетатронам, однако с созданием раскачки вертикальных колебаний с сохранением устойчивости радиальных колебаний и действием дефлектора на каждом обороте.

В работе Коуэна и Кру <sup>33, 34</sup> рассмотрено также применение регенеративного дефлектора для вывода пучка из слабофокусирующих ускорителей с прямолинейными участками. Так как рассуждения вполне аналогичны рассмотренным, приведем только окончательные результаты, например, в случае действия дефлектора на каждом обороте. Обозначим через  $N$  число элементов периодичности магнитной системы на оборот. Элемент периодичности состоит в данном случае из прямолинейного участка длиной  $L$  и магнитного сектора с радиусом кривизны равновесной орбиты  $R$  и показателем спада напряженности магнитного поля  $n$ . Пусть регенератор образован путем введения возмущающего градиента напряженности  $\partial H / \partial r$  (который начинается с равновесной орбиты) в прямолинейный участок длиной  $l \ll L$ . Для успешного действия регенеративного дефлектора должно выполняться условие

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \operatorname{Sp} [A_r^N B(-T)] > 1, \\ \frac{1}{2} \left| \operatorname{Sp} [A_z^N B(T)] \right| < 1, \end{array} \right\} \quad (73)$$

где  $A_{r, z}$  преобразует вектор  $q(z)$  от начала к концу невозмущенного элемента периодичности:

$$\left. \begin{array}{l} A_{r, z} = U \left( \Omega_{r, z}, \frac{2\pi}{N} \right) U \left( 0, \frac{L}{R} \right), \\ \Omega_r = \sqrt{1-n}, \quad \Omega_z = \sqrt{n}, \\ T = -\frac{l}{HR} \frac{\partial H}{\partial r}. \end{array} \right\} \quad (74)$$

Условиям (73) можно придать вид

$$\left. \begin{array}{l} T_{r1}^+ (T - T_{r1}^+) > 0, \\ T_{z1}^\pm (T - T_{z1}^\pm) < 0, \end{array} \right\} \quad (75)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} T_{r1}^+ = - \frac{2 + 2a_{N-1}^r - a_N^r \operatorname{Sp} A_r}{a_N^r A_{r12}}, \\ T_{z1}^\pm = \frac{\pm 2 + 2a_{N-1}^z - a_N^z \operatorname{Sp} A_z}{a_N^z A_{z12}}. \end{array} \right\} \quad (76)$$

Величины  $a_N^{r,z}$  следует вычислять по следующей рекуррентной формуле:

$$a_N^{r,z} = a_{N-1}^{r,z} \operatorname{Sp} A_{r,z} - a_{N-2}^{r,z}, \quad (77)$$

где

$$a_0^{r,z} = 0, \quad a_1^{r,z} = 1.$$

Однако нам удалось в работах <sup>92-95</sup> существенно упростить и обобщить результаты Коуэна и Кру. Для краткости изложения введем следующее понятие цикла: в режиме действия дефлектора на каждом обороте понятие цикла совпадает с понятием оборота, а в режиме действия дефлектора через оборот цикл состоит из двух оборотов, причем в определенной последовательности на одном из оборотов частица попадает в регенератор, а на следующем обороте минует его.

Узким регенератором мы называем регенератор, для которого матрица  $C_{r,z}$ , преобразующая вектор  $Q(z)$  от начала очередного цикла к началу следующего цикла, имеет вид

$$C_{r,z} = A_{r,z}^M B (\pm T). \quad (78)$$

Здесь матрица  $A_{r,z}$  преобразует вектор  $Q(z)$  от начала очередного элемента периодичности к началу следующего элемента периодичности в невозмущенной части магнитной системы ускорителя.  $M = N$  и  $2N$  для режимов действия дефлектора на каждом обороте и через оборот соответственно.  $T$  — параметр, зависящий от конкретной конструкции регенератора. Знак минус относится к индексу  $r$ , а плюс к индексу  $z$ .

Для режима действия дефлектора на каждом обороте должны выполняться условия

$$\left. \begin{array}{l} T/T_{r1}^+ > 1, \\ T/T_{z1}^\pm < 1, \end{array} \right\} \quad (79)$$

а для действия дефлектора через оборот надо выполнить условия

$$\left. \begin{array}{l} T/T_{r2}^+ > 1, \\ T/T_{z2}^\pm < 1, \\ \cos N\mu_r < 0, \end{array} \right\} \quad (80)$$

где

$$\cos \mu_{r,z} = \frac{1}{2} \operatorname{Sp} A_{r,z}. \quad (81)$$

Для величин  $T_{r \frac{M}{N}}^+$  и  $T_{z \frac{M}{N}}^\pm$  имеют место следующие простые формулы:

$$\left. \begin{aligned} T_{r \frac{M}{N}}^+ &= -\frac{2 \sin \mu_r}{A_{r12}} \operatorname{tg} \frac{M\mu_r}{2}, \\ T_{z \frac{M}{N}}^+ &= \frac{2 \sin \mu_z}{A_{z12}} \operatorname{tg} \frac{M\mu_z}{2}, \\ T_{z \frac{M}{N}}^- &= -\frac{2 \sin \mu_z}{A_{z12}} \operatorname{ctg} \frac{M\mu_z}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Ценность формул (82) заключается в том, что они непосредственно показывают, как  $T_{r \frac{M}{N}}^+$  и  $T_{z \frac{M}{N}}^\pm$  зависят от величин, характеризующих невозмущенное движение.

Для исследования изменения амплитуды вертикальных колебаний при выводе пучка с помощью регенеративного дефлектора мы применили метод огибающих. Мерой изменения амплитуды вертикальных колебаний мы выбрали отношение  $v$  огибающих возмущенного и невозмущенного движений. Путем усреднения квадрата максимума  $v$  относительно начальной фазы вертикальных колебаний по элементам периодичности получим в случае узкого регенератора следующую простую оценку для изменения амплитуды вертикальных колебаний:

$$\sqrt{\bar{v}_{\max}^2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \lambda \cos M\mu_z}{1 - \cos \lambda \cos M\mu_z - |\cos \lambda - \cos M\mu_z|}}, \quad (83)$$

где

$$\cos \lambda = \cos M\mu_z + \frac{TA_{z12}}{2} \frac{\sin M\mu_z}{\sin \mu_z}. \quad (84)$$

На основе наших формул следует изменить результаты Коуэна и Кру:

1) В случае слабофокусирующего ускорителя без прямолинейных участков вместо условия (67) следует, согласно третьей формуле (80), написать

$$\cos 2\pi \sqrt{1-n} < 0. \quad (85)$$

2) В случае слабофокусирующего ускорителя с прямолинейными участками получим из (80) вместо рекуррентных формул (76) и (77) следующие простые формулы:

$$\left. \begin{aligned} T_{r \frac{M}{N}}^+ &= -\frac{2 \sqrt{1-n} \sin \mu_r \operatorname{tg} \frac{M\mu_r}{2}}{\left(1 + \frac{L}{R} \sqrt{1-n} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N} \sqrt{1-n}\right) R \sin \frac{2\pi}{N} \sqrt{1-n}}, \\ T_{z \frac{M}{N}}^+ &= \frac{2 \sqrt{n} \sin \mu_z \operatorname{tg} \frac{M\mu_z}{2}}{\left(1 + \frac{L}{R} \sqrt{n} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N} \sqrt{n}\right) R \sin \frac{2\pi}{N} \sqrt{n}}, \\ T_{z \frac{M}{N}}^- &= -\frac{2 \sqrt{n} \sin \mu_z \operatorname{ctg} \frac{M\mu_z}{2}}{\left(1 + \frac{L}{R} \sqrt{n} \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{N} \sqrt{n}\right) R \sin \frac{2\pi}{N} \sqrt{n}}. \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

3) Коуэн и Кру пытались обобщить формально оценку Ле-Кутера (46) для изменения амплитуды вертикальных колебаний на случай ускорителей, в которых частицы движутся в магнитных периодических системах. Однако из-за неточной методики Ле-Кутера (см. § 4) нельзя считать оценку Коуэна и Кру достоверной. Поэтому следует пользоваться нашей оценкой (83).

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. D. Bohm, L. Foldy, Phys. Rev. **70**, 249 (1946).
2. L. R. Henrich et al., Rev. Sci. Instr. **20**, 887 (1949) (см. перевод: Пробл. совр. физ., вып. 2, 1952).
3. E. J. Lofgren, B. Peters, Phys. Rev. **70**, 444 (1946).
4. J. R. Richardson et al., Phys. Rev. **75**, 424 (1948).
5. M. C. Livingston, Ускорители, М., ИЛ, 1956.
6. W. M. Powell et al., Rev. Sci. Instr. **19**, 506 (1948).
7. Q. A. Kerns et al., Rev. Sci. Instr. **19**, 899 (1948).
8. W. F. Stubbins, Nucl. Sci. Abstr. **7**, 185 (1953).
9. W. K. Panofsky, W. R. Baker, Rev. Sci. Instr. **21**, 445 (1950).
10. E. M. Williams et al., Nucl. Sci. Abstr. **5**, 313 (1951).
11. M. S. Livingston, Ann. Rev. Nucl. Sci. **1**, 63 (1952).
12. J. P. Scanlon et al., Rev. Sci. Instr. **28**, 749 (1957).
13. А. А. Кроцкин, Отчет ИЯП, 1951.
14. C. E. Leith, Bull. Am. Phys. Soc. **24**, 8, 13 (1949).
15. C. E. Leith, Phys. Rev. **78**, 89 (1950).
16. T. G. Pickavance et al., Nature **169**, 521 (1952).
17. H. Anderson et al., Rev. Sci. Instr. **23**, 707 (1952).
18. K. Strauch, F. Titus, Phys. Rev. **103**, 200 (1956).
19. C. L. Oxley et al., Phys. Rev. **91**, 419 (1953).
20. А. Вольфенштейн, УФН **62**, 71 (1957).
21. М. Г. Мещеряков и др., ЖЭТФ **31**, 361 (1956).
22. R. L. Cargwin, Rev. Sci. Instr. **29**, 374 (1958).
23. A. Abragam, J. M. Winter, Phys. Rev. Letts. **1**, 374 (1958).
24. Ch. Schlieer, Nucl. Sci. Abstr. **12**, 1102 (1958).
25. J. L. Tuck, L. C. Teng, Bull. Am. Phys. Soc. **25**, 5, 17 (1950); Phys. Rev. **81**, 305 (1951).
26. L. C. Teng, J. L. Tuck. Патент США, РЖ «Физика», № 7, реф. № 14708 (1959).
27. S. E. Bardeen, Rev. Sci. Instr. **25**, 587 (1954).
28. K. J. Le Couter, Proc. Phys. Soc. **B64**, 1073 (1951) (см. сокр. перевод: Пробл. совр. физ., вып. 4, 24 (1956)).
29. K. J. Le Couter, Proc. Roy. Soc. **A232**, 236 (1955).
30. В. П. Дмитриевский, Диссертация (ИЯП, 1953).
31. В. П. Дмитриевский и др., Приб. и техн. эксп., № 1, 11 (1957).
32. A. V. Crewe, CERN Symp., Preliminary Version, 1956, стр. 18.
33. S. Cohen, A. Crewe, Proc. CERN Symp. **1**, 140 (1956).
34. S. Cohen, A. Crewe, Nucl. Instr. **1**, 31 (1957).
35. K. J. Le Couter, Nucl. Instr. **1**, 343 (1957).
36. Е. С. Вентцель, Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1958.
37. K. J. Le Couter, Proc. Phys. Soc. **B66**, 25 (1953).
38. K. J. Le Couter, S. Lipton, Phil. Mag. **48**, 1265 (1955).
39. N. F. Verster, Proc. CERN Symp. **1**, 153 (1956).
40. W. F. Stubbins, Rev. Sci. Instr. **29**, 722 (1958).
41. W. F. Stubbins, Nucl. Sci. Abstr. **11**, № 2, 35 (1957).
42. И. М. Матора, в сб. «Ускорители», М., Госатомиздат, 1960, стр. 44.
43. A. V. Crewe, K. J. Le Couter, Rev. Sci. Instr. **26**, 725 (1955) (см. перевод: Пробл. совр. физ., вып. 4, 1956).
44. A. V. Crewe, J. W. G. Gregor, Proc. Roy. Soc. **A232**, 242 (1955).
45. M. J. Moore, Nature **175**, 1012 (1955).
46. Engineering **181**, 211 (1956).
47. Д. В. Ефремов и др., Атомная энергия, № 4, 5 (1956).
48. В. П. Джалепов и др., Атомная энергия, № 4, 13 (1956).
49. И. М. Васильевский, Ю. Д. Прокопкин, Атомная энергия, **7**, 225 (1959).
50. B. H. Smith et al., IRE WESCON Convention Record. **1**, № 9, 60 (1957).
51. Атомная энергия **4**, 478, 1958.
52. The Engineer (Oct. 1957), (см. перевод: Атомн. техн. за рубежом, № 4, 27 (1958)).
53. B. Hedin, Nederl. Tijdschr. Naturkunde **25**, 61 (1959).
54. H. Anderson, J. Marshall, Nucl. Sci. Abstr. **5**, 73 (1951).
55. A. V. Crewe, U. E. Gruse, Rev. Sci. Instr. **27**, 5 (1956).
56. E. M. Hafner et al., Bull. Am. Phys. Soc. **2**, 11 (1957).
57. A. Svanhed, H. Tyren, Ark. fys. **13**, 291 (1958).
58. H. Tyren, A. J. Maris, Nucl. Phys. **3**, 52 (1957).
59. G. Calame et al., Nucl. Instr. **1**, 169 (1957).
60. M. Rio, L'âge nucléaire, № 12, 245 (1958) (см. сокр. перевод: Атомн. техн. за рубежом, № 6, 19 (1959)).

61. M. R i o u, Le nouveau centre de recherches fondamentales en physique nucleaire d'ORsay, 1958.
62. S. M a u o et al., Nucl. Instr. 2, 9 (1958).
63. B. I. D a n i l o v и др., Приб. и техн. эксп., № 3, 9 (1956).
64. Тезисы докладов на Всесоюзной конференции по физике частиц высоких энергий. М., 1956.
65. B. I. D a n i l o v, O. B. C a v c h e n k o, Отчет ОИЯИ, Р-179, 1958.
66. B. I. D a n i l o v, Дипломная работа (ИЯП, 1953).
67. B. I. D a n i l o v, Автореферат диссертации (ОИЯИ, 1959).
68. Г. I. B u d k e r, Отчет ИЯП, 1951.
69. D. R. H a m i l t o n, H. I. L i p k i n, Rev. Sci. Instr. 22, 783 (1951) (см. перевод: Пробл. совр. физ., вып. 2, 27 (1952)).
70. J. K a n e et al., Phys. Rev. 95, 662 (1954).
71. R. B. S u t t o n et al., Phys. Rev. 97, 783 (1955).
72. W. F. S t u b b i n s, Phys. Rev. 96, 856 (1954).
73. S. S u w a et al., Nucl. Instr. 5, 189, 1959 (см. сокр. перевод: Атомн. техн. за рубежом, № 8, 17 (1960)).
74. S. K i k u s h i et al., J. Phys. Soc. Japan. 15, № 1, 41 (1960).
75. B. I. D m i t r i e v s k i y и др., Атомная энергия 9, 303 (1960).
76. K. R. M a c K e n z i e et al., Rev. Sci. Instr. 20, 126 (1949).
77. American Institute of Physics Handbook. New York—Toronto—London, 1957.
78. G. A. B e c h m a n, Nucl. Instr. 3, 181 (1958).
79. E. A m a l d i, Nuovo Cimento, Suppl. (X) 2, 339 (1955).
80. W. F. S t u b b i n s, Bull. Am. Phys. Soc. (II) 3, 385 (1958); Nucl. Sci. Abstr. 13, 1361 (1959).
81. Э. Л. Б у р ш т е й н и др., в сб. «Некоторые вопросы теории циклических ускорителей», М., 1955, стр. 3.
82. R. K e l l e r, K. H. S c h m i t t e r, РЖ «Физика», № 4, реф. № 7808 (1960).
83. A. A. B o r o b'ye v, I. M. T e r n o v, Изв. вузов (Физика), № 1, 236 (1960).
84. L. C. T e n g, Rev. Sci. Instr. 27, 106 (1956).
85. L. C. T e n g, Bull. Am. Phys. Soc. (II) 3, 102 (1958).
86. D. L. J u d d, Bull. Am. Phys. Soc. 30, 30 (1955).
87. D. L. J u d d, Ann. Rev. Nucl. Sci. 8, 181 (1958).
88. A. П. Ф а т е е в, ЖТФ 31, 238 (1961).
89. E. L. K e l l y et al., Rev. Sci. Instr. 27, 493 (1956).
90. A. T u r r i n, Nuovo Cimento (X) 8, 511 (1958).
91. См. 84-87.
92. Ю. Я. Л е м б р а, ЖТФ 29, 992 (1959).
93. Ю. Я. Л е м б р а, Уч. зап. Тартуского ун-та, 74, 112 (1959).
94. Ю. Я. Л е м б р а, ЖТФ 30, 405 (1960).
95. Ю. Я. Л е м б р а, Диссертация (Тартуский ун-т, 1962).

