

# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ЗОНДОВЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАЗМЫ

Ю. М. Каган и В. И. Перель

### СОДЕРЖАНИЕ

I. Электронная часть зондовой характеристики при отрицательном потенциале зонда . . . . .	411
II. Ионная часть зондовой характеристики при отрицательном потенциале зонда . . . . .	414
III. Метод двух зондов . . . . .	426
IV. Применение метода зондов в более сложных условиях . . . . .	432
V. Усовершенствование техники зондовых измерений и ошибки метода . . . . .	440
Список обозначений . . . . .	449
Цитированная литература . . . . .	450

### § 1. В в е д е н и е

Метод зондов является одним из основных методов определения параметров плазмы. Настоящий обзор посвящен изложению современного состояния зондовой методики.

Любая попытка связать свойства плазмы с элементарными процессами, происходящими в ней, требует знания таких параметров, как концентрация электронов  $n_0$  и распределение электронов по скоростям  $f_0(v)$  в данной точке плазмы. Метод зондов, предложенный Ленгмюром в 1923 г., заключается в том, что электрический зонд, т. е. небольшой электрод шаровой, цилиндрической или плоской формы, вводится в данное место разряда и потенциалу зонда придаются значения более низкие или более высокие, чем потенциал плазмы в данном месте  $u_0$ . Если зонд находится при потенциале, отличном от  $u_0$ , то в окружающем его пространстве возникает электрическое поле, ускоряющее заряды одного знака и отталкивающее заряды другого знака. Практически зондовые измерения проводятся по схеме, изображенной на рис. 1. Зонду сообщаются разные потенциалы относительно катода или анода. Полный ток на зонд  $i$  складывается из ионного тока  $i_p$  и электронного тока  $i_e$ .

Зондовая характеристика и представляет зависимость полного тока на зонд от потенциала зонда. Ее общий вид изображен на рис. 2.

Качественное истолкование характеристики производится следующим образом: при больших отрицательных потенциалах зонда весь ток на него есть ток положительных ионов (участок  $AB$ ), при уменьшении отрицательного потенциала на ионный ток накладывается электронный ток, вызванный быстрыми электронами, прошедшими задерживающее поле у зонда. Этим наложением объясняется быстрое уменьшение тока и последующее изменение его знака при потенциалах еще значительно более низких, чем потенциал пространства\*) (участок  $BC$ ). По мере уменьшения

\*) Потенциалом пространства называют потенциал того участка плазмы, в который помещен зонд.

отрицательного потенциала зонда ток быстро растет, что связано с уменьшением задерживающего поля у зонда. Уже в этой области ( $CD$ ) электронный ток значительно превышает ионный. Когда поле, задерживающее электроны, исчезает и превращается в ускоряющее, изменяется закон возрастания электронного тока, что проявляется в более или менее резком изломе характеристики вблизи потенциала пространства (участок  $DE$ ).

Для того чтобы найти параметры плазмы, необходимо вычислить вид зондовой характеристики из некоторой упрощенной теоретической схемы и сравнить его с наблюдаемой характеристикой.

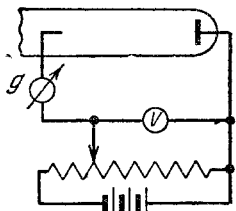


Рис. 1. Схема зондовых измерений.

В подавляющем большинстве работ использовалась электронная часть (область  $CE$  на рис. 2). Это связано с простотой теории<sup>1, 2</sup> для этой части характеристики. Однако имеется ряд практически важных случаев, когда использование электронной части невозможно или затруднено. Сюда относятся: 1) разряды при больших плотностях тока, когда трудно получить всю область  $CE$  вследствие разогрева зонда или перебрасывания разряда на зонд; 2) разряды в магнитном поле, когда электронная часть сильно искажена; 3) безэлектродные разряды. В этих случаях удобно пользоваться ионной частью характеристики ( $AC$  на рис. 2). Преимущество заключается в том, что при этом не используются большие токи на зонд. Магнитное поле меньше влияет на эту часть характеристики, так как на зонд идут ионы и быстрые электроны. Наконец, в методе двух зондов ионная часть может быть практически полностью воспроизведена.

Впервые теория ионной части характеристики была дана Ленгмюром и Мотт-Смитом<sup>1, 2</sup>. Теория основывалась на разделении плазмы вокруг зонда на квазинейтральную плазму и слой пространственного заряда, причем в квазинейтральной плазме поле считалось полностью отсутствующим. Эта теория оказалась неверной. Так как энергия ионов в разряде много меньше энергии электронов, даже слабое поле, проникающее в квазинейтральную область, сильно искажает движение ионов. Это поле приводит к тому, что роль поверхности, собирающей ионы, играет не поверхность зонда или слоя, а поверхность большего радиуса, лежащая в квазинейтральной области. Правильная теория ионного тока насыщения при отрицательном потенциале зонда была дана впервые Бомом, Бархопом и Мессе<sup>3</sup> и развивалась далее в ряде работ<sup>4-11</sup>.

Делались попытки определять параметры плазмы из области электронного насыщения  $EF$  (см. рис. 2). Однако на форму этой части характеристики сильно влияют отражения. Поэтому эти попытки не получили развития. Область электронного насыщения в настоящем обзоре рассматриваться не будет.

Свойства плазмы вблизи зонда искажены его присутствием. Однако на достаточно большом расстоянии плазма практически не возмущена. В настоящем обзоре рассматриваются условия, когда давление газа достаточно мало, так что это расстояние (оценка которого будет дана ниже) много меньше длины свободного пробега электронов и ионов. Тогда столкновения не оказывают влияния на движение частиц в возмущенной области.

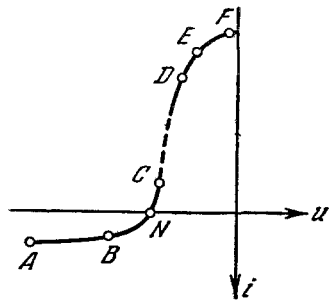


Рис. 2. Общий вид зондовой характеристики.

Поэтому при таких давлениях можно при вычислении зондового тока вообще не учитывать столкновений.

В гл. I — III невозмущенная плазма предполагается однородной, изотропной и содержащей только электроны и положительные ионы одного сорта. Случаи, когда эти условия нарушаются, рассмотрены в гл. IV.

## 1. ЭЛЕКТРОННАЯ ЧАСТЬ ЗОНДОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ЗОНДА

### § 2. Т е о р и я

Функция распределения электронов в фазовом пространстве  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  согласно теореме Лиувилля не меняется вдоль траектории движения частицы. Поэтому

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  — координата и скорость частицы, имевшей в начальный момент координату и скорость  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{v}_0$ . Будем считать, что распределение электронов в невозмущенной области изотропно и однородно, так что функция распределения зависит только от энергии:

$$f(\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0) = n_0 f_0 \left( \frac{mv_0^2}{2} \right).$$

Тогда согласно (1) и закону сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + eV(\mathbf{r})$$

получим

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = n_0 f_0 \left[ \frac{mv^2}{2} + eV(\mathbf{r}) \right]. \quad (2)$$

$f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  будет определяться формулой (2) лишь для таких значений  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ , которых электрон может достигнуть, двигаясь из невозмущенной области, не пересекая поверхность зонда. Для тех значений  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ , для которых это невозможно,  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  будет искажена, в частности — для этих значений  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0$  в случае полностью поглощающего зонда. Область таких значений  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  мы будем называть областью, экранированной зондом. Для нахождения границ экранированной области необходимо, вообще говоря, знание хода потенциала —  $V(\mathbf{r})$  и полное решение механической задачи о движении электрона в этом поле. При этом для решения вопроса о том, находится ли точка фазового пространства  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  в экранированной области или нет, необходимо проследить траекторию частицы, предшествующую попаданию в эту точку. Если эта предшествующая траектория идет из невозмущенной области в точку  $\mathbf{r}$ , не пересекая зонда, то точка  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  будет относиться к неэкранированной области. Если поверхность зонда является выпуклой, то границы экранированной области на поверхности зонда находятся легко. Очевидно, что в каждой точке поверхности зонда распределение электронов со скоростями, направленными к зонду, не искажается поверхностью зонда. Распределение электронов со скоростями, направленными от зонда, искажено. Другими словами, если  $\vartheta$  — угол между вектором скорости электрона на поверхности зонда и внутренней нормалью к поверхности, то функция распределения на поверхности  $f(a, \mathbf{v})$  определяется формулой (2), в которую вместо —  $V(\mathbf{r})$  надо подставить потенциал зонда —  $V$  при  $\vartheta < \pi/2$ , и искажена при  $\vartheta > \pi/2$ , в частности равна нулю в случае поглощающего зонда. (Если бы поверхность зонда не являлась выпуклой, то часть области  $\vartheta < \pi/2$  также экранировалась бы.) Таким образом, функция распределения электронов у поверхности зонда не зависит от хода потенциала между зондом и невозмущенной плазмой.

а зависит от потенциала зонда. То же относится и к плотности электронного тока на зонд, который определяется выражением (в случае поглощающего зонда)

$$j_e = 2\pi e \int_0^{\pi/2} \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{\infty} v \cos \vartheta f(a, \mathbf{v}) v^2 dv = \pi e n_0 \int_0^{\infty} v^3 f_0 \left( \frac{mv^2}{2} + eV \right) dv,$$

или

$$j_e = \frac{2\pi e n_0}{m^2} \int_{eV}^{\infty} (\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (3)$$

Отметим, что плотность электронного тока в данном случае не зависит от формы зонда, если поверхность зонда выпуклая. Дифференцируя формулу (3) дважды по  $V$ , получаем

$$\frac{d^2}{dV^2} j_e = \frac{2\pi e^3}{m^2} n_0 f_0(eV). \quad (4)$$

Эта формула <sup>\*</sup>), позволяющая по второй производной электронного тока на зонд найти функцию распределения электронов по скоростям в невозмущенной области, была впервые использована Дрювестейном <sup>12</sup>. Методы экспериментального определения второй производной электронного тока изложены ниже (§ 27). Если распределение электронов в невозмущенной области максвелловское, т. е.

$$f_0(\varepsilon) = \left( \frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{\varepsilon}{k T_e} \right),$$

то

$$j_e = \frac{n_0 e \bar{v}_e}{4} \exp \left( -\frac{eV}{k T_e} \right). \quad (5)$$

Формула (5) была впервые получена Ленгмюром и широко применяется при исследовании плазмы. Вид зондовой характеристики для случая, когда распределение электронов по скоростям является дрювестейновским, был вычислен в работе <sup>13</sup>.

Отметим в заключение, что при наличии упругого отражения электронов от зонда

$$j_e = 2\pi e n_0 \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{\infty} v^3 [1 - \alpha(v, \vartheta)] f_0 \left( \frac{mv^2}{2} + eV \right) dv,$$

где  $\alpha(v, \vartheta)$  — коэффициент отражения. Если  $f_0$  — максвелловская функция, то выражение для плотности тока на зонд будет отличаться от формулы (5) лишь множителем  $\left( 1 - \frac{\bar{a}v_e}{v_e} \right)$ , не зависящим от потенциала зонда (черта означает усреднение по максвелловскому распределению), так что отражение не влияет на определение температуры  $T_e$ . Данные относительно коэффициента отражения электронов для ряда поверхностей можно найти, например, в работах <sup>14</sup>.

<sup>\*</sup>) Если вместо  $f_0(\varepsilon)$  ввести функцию распределения по энергиям  $f'_0(\varepsilon)$  с помощью соотношения

$$f'_0(\varepsilon) d\varepsilon = 4\pi v^2 f_0(\varepsilon) dv,$$

то

$$n_0 f'_0(eV) - \frac{2\sqrt{2}}{e^2} \sqrt{\frac{m}{e}} \sqrt{V} \frac{d^2}{dV^2} j_e. \quad (4a)$$

### § 3. Простейший метод обработки характеристики

На участке  $CDEF$  (см. рис. 2) суммарный ток на зонд практически является электронным током и, следовательно, характеристика описывается формулой (3). Если отложить  $|i|$  в функции  $u$  в полулогарифмическом масштабе, как на рис. 3, то наличие прямолинейного участка в области  $CD$  свидетельствует о том, что распределение электронов по скоростям является максвелловским (см. (5)). В этом случае температура этого распределения может быть определена по наклону прямолинейного участка из соотношения

$$T_e = \frac{e}{k} \frac{du}{d \ln |i|} = \frac{e}{k} \frac{1}{\operatorname{tg} \psi} \quad (6)$$

( $\psi$  — угол наклона прямолинейного участка к оси абсцисс).

Место излома полулогарифмической характеристики определяет потенциал пространства  $u_0$ . Ток при потенциале пространства позволяет найти концентрацию электронов в невозмущенной плазме (см. (5) при  $V = 0$ )

$$n_0 = \frac{4i_0}{ev_e S}. \quad (7)$$

На самом деле излом характеристики не является резким. Строго говоря, потенциал пространства соответствует началу отклонения характеристики от прямолинейности. Однако определение концентрации по току в этой точке является заниженным из-за отражения электронов от зонда.

Величину этого отражения трудно оценить, так как состояние поверхности зонда неизвестно. Ленгмюр предложил способ определения потенциала пространства по пересечению асимптот участков  $CD$  и  $EF$  (см. рис. 3). Можно надеяться, что при таком методе до известной степени учитывается влияние отражения на величину тока при потенциале пространства, так как отражения слабее влияют на участок  $EF$ , соответствующий движению электронов в притягивающем поле зонда. С другой стороны, сравнение электронных концентраций, определенных зондовыми и микроволновыми методами в ртутном разряде низкого давления, показывает в этом случае несколько лучшее согласие, когда потенциал пространства определяется по отклонению характеристики от прямолинейности<sup>15</sup>.

### § 4. Исключение влияния ионного тока

Чтобы исключить ионный ток в тех частях характеристики, где он сравним с электронным (участок  $BC$  на рис. 2), целесообразно использовать первую производную зондового тока по потенциалу<sup>8</sup>. Электронную составляющую можно было бы выделить из полного тока, экстраполируя ионный ток с участка  $AB$  на рис. 2. Однако, как будет видно из дальнейшего, закон такой экстраполяции точно не известен, а ошибки экстраполяции могут сильно влиять на значения электронного тока в области  $BC$ . Так как ионный ток меняется гораздо медленнее электронного в области  $BC$  (ионы движутся в притягивающем поле, а электроны в задерживающем), то

$$\frac{di}{du} \approx - \frac{di_e}{du}.$$

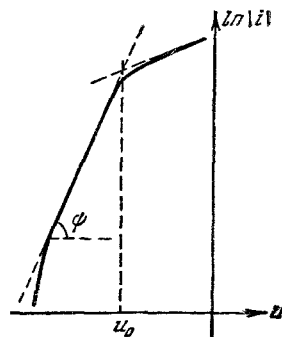


Рис. 3. Электронная часть зондовой характеристики в полулогарифмическом масштабе.

Отклонение от прямолинейности в нижней части кривой связано с влиянием ионного тока.

Кривая зависимости  $\ln(dt_e/du)$  от  $u$  при максвелловском распределении даст прямую, из наклона которой определяется  $T_e$ . Такой способ определения  $T_e$  существует тогда, когда область характеристики  $CD$  искажена или не может быть получена (см. § 1).

## II. ИОННАЯ ЧАСТЬ ЗОНДОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ЗОНДА

### § 5. Понятие лимитационного движения

При больших отрицательных потенциалах зонда в области  $AB$  полный ток на зонд практически равен ионному току. Поэтому для использования этой части характеристики надо иметь теорию ионного тока на притягивающий ионы зонд. Характерные черты движения в притягивающем поле мы рассмотрим на примере сферического зонда. В этом случае имеют место законы сохранения энергии и момента количества движения

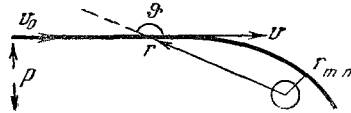


Рис. 4. Движение иона в притягивающем поле зонда.

$$\left. \begin{aligned} \frac{Mv_0^2}{2} &= \frac{Mv^2}{2} - eV(r), \\ pv_0 &= rv \sin \phi, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $p$  — прицельный параметр,  $v_0$  — скорость иона вдали от зонда,  $\phi$  — угол между радиусом-вектором и направлением скорости в точке  $r$  (рис. 4).

Когда ион находится на минимальном расстоянии от зонда  $r = r_m$ , то  $\sin \phi = 1$ . Из (8) получаем связь между прицельным параметром и минимальным расстоянием, на которое ион подходит к зонду:

$$p^2 \equiv G(r_m) = r_m^2 \left[ 1 + \frac{2e}{Mv_0^2} V(r_m) \right]. \quad (9)$$

В случае отталкивания  $eV(r) < 0$  и  $G(r_m)$  — монотонно возрастающая функция от  $r_m$ . Поэтому для каждого значения прицельного параметра будет существовать минимальное расстояние частицы от зонда. На зонд попадут те частицы, для которых  $p^2 \leq G(a)$ . В случае притяжения  $eV(r) > 0$  и функция  $G(r_m)$  является произведением двух сомножителей, один из которых возрастает с удалением от зонда, а второй убывает. При этом существуют две возможности:

а)  $G(r_m)$  является монотонной растущей функцией  $r_m$  (рис. 5, а). Тогда, как и в случае отталкивания, на зонд попадут те частицы, для которых  $p^2 \leq G(a)$ .

б)  $G(r_m)$  является немонотонной функцией  $r_m$ . Пусть наименьшее ее значение достигается в точке  $r_{л}$ , зависящей, вообще говоря, от  $v_0$  (рис. 5, кривая б). Тогда прицельным параметрам, удовлетворяющим условию  $p^2 \leq G(r_{л})$ , не будет соответствовать никакого минимального расстояния, т. е. частицы с такими прицельными параметрами будут попадать на зонд\*). Если  $r_{л} > a$ , то роль собирающей поверхности играет

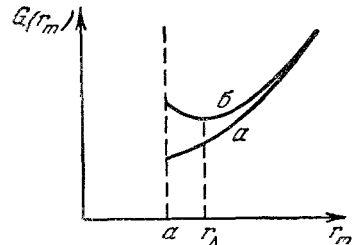


Рис. 5. Ход функции  $G(r_m)$ : а) при отсутствии лимитационного движения, б) при наличии лимитационного движения

\*) При  $p^2 > G(r_{л})$  минимальное расстояние определяется корнем уравнения (9), соответствующим участку, на котором  $G(r)$  возрастает. В самом деле, при  $r = r_m$  радиальная составляющая скорости  $\dot{r} = 0$ . Кроме того, нетрудно показать, что при  $r = r_m$   $\ddot{r} = (v_0^2/2r_m^2) dG/dr$ , так что на участке возрастания функции  $G \ddot{r} > 0$ .

не поверхность зонда, а сфера радиуса  $r_{\perp}$ . Этот случай мы будем называть случаем лимитационного движения. Как будет видно из дальнейшего, именно этот случай осуществляется при движении иона в притягивающем поле зонда.

В случае цилиндрического зонда все формулы и выводы этого параграфа остаются справедливыми, если под  $v_0$ ,  $v$  понимать проекции скорости на плоскость, перпендикулярную к оси зонда, а под  $r$  и  $p$  понимать соответствующие расстояния в этой плоскости.

### § 6. Упрощенная теория ионной части характеристики

Формулы для ионного тока на поверхность слоя можно получить, исходя из простых физических соображений<sup>3, 6</sup>. Наличие лимитационного движения означает, что вне слоя в области квазинейтральности имеется поверхность, попав на которую ион падает на зонд. Поэтому на поверхность слоя ионы падают почти радиально. Потенциал на поверхности слоя  $V_c$  должен быть порядка  $kT_e$ , так как слой начинается там, где начинает заметно падать электронная концентрация. Если ионная температура меньше электронной, то скорость иона на границе слоя есть  $\sqrt{2eV_c/M}$ . Концентрация ионов у внешней границы слоя определяется из условия квазинейтральности выражением  $n_0 \exp(-eV_c/kT_e)$ \*). Таким образом, для ионного тока на зонд имеем

$$i_p = en_0 e^{-\frac{eV_c}{kT_e}} \sqrt{\frac{2eV_c}{M}} S_c, \quad (10)$$

где  $S_c$  — площадь поверхности слоя. Выражение (10) не очень чувствительно к выбору значения  $V_c$ , если оно порядка  $kT_e$ . При этом получаем

$$i_p = cn_0 e \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} S_c, \quad (11)$$

где  $c$  — коэффициент порядка единицы, что совпадает с формулами, полученными ниже для сферического ( $c = 0,8$ ) и цилиндрического ( $c = 0,4$ ) случаев. Приведенный выше наглядный вывод позволяет применять формулу (11) к зондам другой формы, например к конечному плоскому зонду, строгий расчет для которого затруднителен. При этом площадь поверхности слоя  $S_c$  можно практически брать равной площади поверхности зонда. На самом деле  $S_c$  несколько увеличивается с возрастанием потенциала, поэтому ионная часть характеристики не имеет строгого насыщения.

#### А. Сферический зонд

### § 7. Общее выражение для ионного тока

Рассмотрим ионы, имеющие вдали от зонда скорости в интервале  $d^3v_0$ . Поток таких частиц на зонд равен потоку через площадку  $\pi p_0^2 = \pi G(r_{\perp})$  ( $p_0$  — максимальный прицельный параметр, при котором ион попадает на зонд), т. е. равен  $n_0 \pi G(r_{\perp}) F_0(v_0) v_0 d^3v_0$ . Полный ток получается интегрированием этого выражения по начальным скоростям:

$$i_p = 4\pi^2 en_0 \int_0^{\infty} G(r_{\perp}) F_0(v_0) v_0^3 dv_0. \quad (12)$$

\*) Приближенно полагаем, что электроны распределены в отталкивающем поле зонда по формуле Больцмана.

При отсутствии лимитационного движения собирающей поверхностью является поверхность зонда и  $r_{\text{л}} = a$ . Тогда

$$G(r_{\text{л}}) = G(a) = a^2 \left[ 1 + \frac{2e}{Mv_0^2} V(a) \right]$$

и для максвелловского распределения

$$i_p = \frac{4\pi a^2 e \bar{v}_p n_0}{4} \left( 1 + \frac{eV}{kT_p} \right). \quad (13)$$

Ввиду того что на самом деле лимитационное движение имеет место (см. ниже), формула (13) неверна. Однако для реального вычисления тока по формуле (12) необходимо знание хода потенциала в окрестности зонда, который должен определить также и зависимость  $r_{\text{л}}$  от  $v_0$ . Выражение (12) можно упростить, если заменить реальное распределение ионов по скоростям в невозмущенной плазме распределением, в котором все ионы имеют одинаковую энергию  $\epsilon_0$ , т. е. положить

$$F_0(v_0) v_0 = \frac{M}{4\pi} \delta \left( \frac{Mv_0^2}{2} - \epsilon_0 \right). \quad (14)$$

Такая замена допустима, так как ионы находятся в ускоряющем поле. Имеется некоторая неопределенность в определении величины  $\epsilon_0$ , которая должна быть равна средней энергии ионов в невозмущенной плазме с точностью до множителя порядка единицы. Как будет видно ниже, ионный ток на зонд практически не зависит от величины  $\epsilon_0$ , если  $T_p < T_e$ . С помощью формул (12) и (14) получим

$$i_p = \frac{4\pi r_{\text{л}}^2 e n_0 v_p}{4} \left[ 1 + \frac{eV(r_{\text{л}})}{\epsilon_0} \right], \quad \frac{Mv_p^2}{2} = \epsilon_0. \quad (15)$$

Формула (15) отличается от формулы (13) тем, что роль радиуса зонда играет радиус лимитационной сферы.

### § 8. Связь концентрации ионов в окрестности зонда с распределением потенциала

Найдем концентрацию ионов в окрестности притягивающего их зонда. Для этого согласно § 2 надо найти границы области экранирования. Будем считать, что функция  $G(r)$  имеет вид, указанный на рис. 5, б.

Точка фазового пространства  $\mathbf{r}, \mathbf{v}$  принадлежит к неэкранированной области, если ион попадает в нее из невозмущенной плазмы. Для этого прежде всего необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} - eV(r) > 0. \quad (16)$$

При  $r > r_{\text{л}}$  точка  $\mathbf{r}, \mathbf{v}$  будет принадлежать к неэкранированной области, если  $\vartheta > \pi/2$  либо если  $\vartheta < \pi/2$ , но  $p^2 > G(r_{\text{л}})$ . Согласно законам сохранения (8) последнее условие можно написать в виде

$$\vartheta > \vartheta_1,$$

где

$$\sin^2 \vartheta_1 = \frac{v_0^2 G(r_{\text{л}})}{v^2 r^2}, \quad \vartheta_1 < \frac{\pi}{2}. \quad (17)$$

В точку  $r < r_{\text{л}}$  ион может прийти из невозмущенной области, если  $\vartheta > \pi/2$  и  $p^2 < G(r_{\text{л}})$ , т. е. если  $\vartheta > \vartheta_2$ , где

$$\sin^2 \vartheta_2 = \frac{v_0^2 G(r_{\text{л}})}{v^2 r^2}, \quad \vartheta_2 > \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$



Концентрацию ионов на расстоянии  $r$  от зонда можно, таким образом, записать в виде

$$n_p = 2\pi \int_{\sqrt{\frac{2eV}{M}}}^{\infty} n_0 F_0 \left[ \frac{Mv^2}{2} - eV(r) \right] v^2 dv \psi(v, r),$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi(v, r) &= \int_{\vartheta_1}^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \text{ при } r > r_{\text{л}}, \\ \psi(v, r) &= \int_{\vartheta_2}^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \text{ при } r < r_{\text{л}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Вычисление концентрации  $n_p(r)$  по формуле (19) требует знания хода потенциала  $V(r)$ , так как им определяется зависимость  $r_{\text{л}}(v)$ . Выражение (19) упрощается, если использовать аппроксимацию (14). Тогда получаем для концентрации ионов выражение <sup>3</sup>

$$n_p(r) = \frac{n_0}{2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{eV(r)}{\varepsilon_0}} \pm \sqrt{1 + \frac{eV(r)}{\varepsilon_0} - \frac{r_{\text{л}}^2}{r^2} \left[ 1 + \frac{eV(r_{\text{л}})}{\varepsilon_0} \right]} \right\}, \quad (20)$$

где при  $r > r_{\text{л}}$  берется знак плюс, а при  $r < r_{\text{л}}$  знак минус.

Если бы лимитационное движение отсутствовало, то  $r_{\text{л}} = a$  и области  $r < r_{\text{л}}$  не существовало бы.

### § 9. Распределение потенциала в окрестности зонда (квазинейтральная область)

Распределение потенциала в окрестности зонда должно быть найдено из уравнения Пуассона. На таких расстояниях от зонда, где  $e[V(a) - V(r)] \gg kT_e$ , концентрация электронов практически совпадает с бoльцмановской концентрацией <sup>6</sup>

$$n_e(r) = n_0 \exp \left[ -\frac{eV(r)}{kT_e} \right].$$

Вблизи зонда, где  $V(r) \approx V(a)$  при  $eV(a) \gg kT_e$  (большие отрицательные потенциалы зонда), концентрация электронов становится пренебрежимо малой по сравнению с ионной концентрацией. Поэтому при всех  $r$  можно заменить  $n_e$  в уравнении Пуассона бoльцмановским распределением. Концентрация ионов определяется формулой (20). Введем безразмерные переменные. Тогда уравнение Пуассона примет вид

$$\left(\frac{\hbar}{r_{\text{л}}}\right)^2 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^2 \frac{d\eta}{dx} = \varrho(\eta, x), \quad (21)$$

$$\varrho(\eta, x) = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}} \pm \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma} - \frac{1}{x^2} \left( 1 + \frac{\eta_{\text{л}}}{\gamma} \right)} \right] - e^{-\eta}. \quad (22)$$

На расстояниях от зонда, превышающих несколько дебаевских радиусов, можно пренебречь левой частью уравнения (21). Другими словами, на таких расстояниях плазму можно считать квазинейтральной. Условие квазинейтральности имеет вид

$$\frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}} \pm \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma} - \frac{1}{x^2} \left( 1 + \frac{\eta_{\text{л}}}{\gamma} \right)} \right] = e^{-\eta}. \quad (23)$$

Для определения потенциала лимитационной сферы  $\eta_{\text{л}}$  положим в уравнении (23)  $x = 1$ ,  $\eta = \eta_{\text{л}}$ ; тогда получим

$$\frac{\eta_{\text{л}}}{4e^{-2\eta_{\text{л}}}-1} = \gamma. \quad (24)$$

При малых  $\gamma$  (электроны более «горячие», чем ионы), что имеет место в холодных плазмах низкого давления, получим

$$\eta_{\text{л}} = 3\gamma. \quad (25)$$

Таким образом, в этом случае потенциал лимитационной сферы порядка энергии ионов в невозмущенной плазме. Зависимость  $\eta_{\text{л}}$  от  $\gamma$  дана на рис. 6.

Для нахождения распределения потенциала в области квазинейтральности удобно разрешить (23) относительно  $x$ :

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{1 + \frac{\eta_{\text{л}}}{\gamma}} \left( \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}} e^{-\eta} - e^{2\eta} \right).$$

(26)

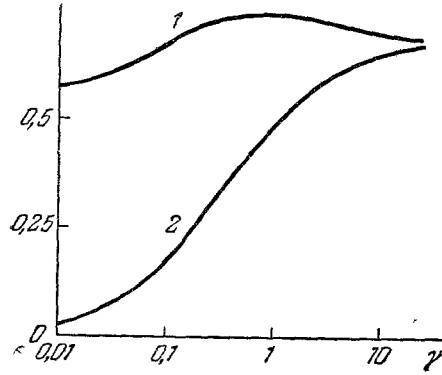


Рис. 6.  $\eta_c(\gamma)$  (1) и  $\eta_{\text{л}}(\gamma)$  (2) (сферический зонд).

Общий характер потенциала, получающийся из этого уравнения, можно видеть на рис. 7\*). Часть кривой, изображенная пунктиром, не имеет физического смысла. При  $x < x_c$  уравнение (26) не имеет решений. Это показывает, что в этой области условие квазинейтральности наверняка неприменимо. Приблизительно можно принять  $x = x_c$  за границу между областью квазинейтральности и областью слоя пространственного заряда<sup>3</sup>. Для нахождения границы слоя  $x_c$  и потенциала  $\eta_c$  на границе слоя следует найти максимум правой части уравнения (26). Для  $\eta_c$  получаем уравнение

$$\frac{1}{2\gamma} - \left(1 + \frac{\eta_c}{\gamma}\right) + 2 \sqrt{1 + \frac{\eta_c}{\gamma}} e^{-\eta_c} = 0. \quad (27)$$

Зависимость  $\eta_c$  и  $x_c$  от  $\gamma$  дана на рис. 6 и 8.

При малых  $\gamma$

$$\eta_c = 0,5, \quad \text{а} \quad x_c = 1,5(\gamma)^{1/4}. \quad (28)$$

Потенциал на границе слоя при всех  $\gamma$  порядка энергии электронов в невозмущенной плазме. Если электроны более горячие, чем ионы, то радиус слоя в несколько раз меньше радиуса лимитационной сферы.

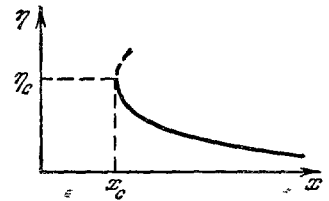


Рис. 7. Схематический ход потенциала в области квазинейтральности.

\*) Из уравнения (26) следует

$$G(r) = \frac{1}{4} \frac{G(r_{\text{л}})}{j - j^2}, \quad j = \frac{e^{-\eta}}{\sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}}}$$

— монотонная функция потенциала и, следовательно, расстояния от зонда. Отсюда видно, что  $G(r)$  имеет один минимум при  $j = 1/2$  (т. е. на лимитационной сфере). Таким образом, в области квазинейтральности предположение о виде функции  $G(r)$  оправдалось.

Ввиду того что точка  $x = x_c$  лишь приближенно может быть принята за границу слоя, а на самом деле граница слоя лежит при  $x > x_c$ , целесообразно проверить, при каких условиях квазинейтральность имеет место на лимитационной сфере. Условие квазинейтральности имеет вид

$$\frac{n_p - n_e}{n_p} \ll 1.$$

Разность концентраций  $n_p - n_e$  можно оценить, если в левую часть уравнения Пуассона (21) подставить решение, найденное из уравнения (23). Тогда условие квазинейтральности на лимитационной сфере принимает вид

$$\frac{8 \left(\frac{h}{r_{\text{л}}}\right)^2 (\eta_{\text{л}} + \gamma) [1 + 2(\eta_{\text{л}} + \gamma) + 2(\eta_{\text{л}} + \gamma)^2]}{\sqrt{1 + \frac{\eta_{\text{л}}}{\gamma}}} \ll 1. \quad (29)$$

В случае  $\gamma \ll 1$  (29) переходит в неравенство

$$40 \left(\frac{h}{r_c}\right)^2 \gamma^{3/2} \ll 1. \quad (30)$$

Для оценок вместо  $r_c$  можно брать радиус зонда. В практически наиболее часто встречающемся случае малых  $\gamma$  условие (30) обычно выполнено.

### § 10. Область слоя пространственного заряда

Внутри слоя при приближении к зонду потенциал быстро растет, а концентрации электронов и ионов падают, причем электронная концентрация падает гораздо быстрее ионной. Поэтому плотность заряда имеет максимум на некотором расстоянии  $r_p$  от центра зонда. Схематическое распределение потенциала, концентраций  $n_p$  и  $n_e$  и плотности заряда изображено на рис. 9. Такой характер распределения подтверждается численными расчетами<sup>4</sup>. Значение  $r_p$  можно оценить из следующих соображений.

Вспользуемся соотношением

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{\frac{dQ}{dx} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{\partial Q / \partial \eta}. \quad (34)$$

В области между  $r_c$  и  $r_p$  концентрация растет и  $\frac{dQ}{dx} > 0$ . Согласно (22)  $\frac{\partial Q}{\partial x} < 0$ . Если потенциал растет монотонно, что подтверждается

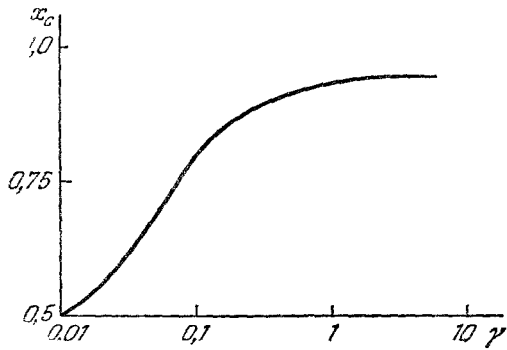


Рис. 8. Радиус слоя как функция параметра  $\gamma$  для сферического зонда.

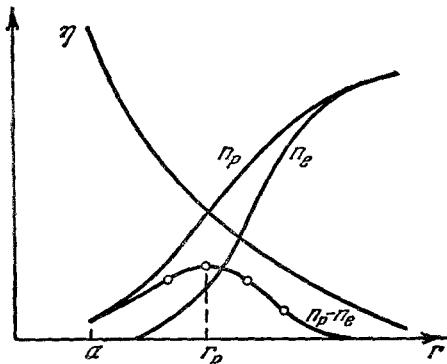


Рис. 9. Схематическое распределение потенциала, концентрации заряженных частиц и плотности заряда в области слоя.

численными расчетами, то  $\frac{d\eta}{dx} > 0$  и, следовательно, в этой области, которую, следуя Венцлю <sup>4</sup>, мы будем называть областью отражения, должно иметь место неравенство

$$\frac{\partial \varrho}{\partial \eta} = \frac{1}{4\gamma} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma} - \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{\eta_{\pi}}{\gamma}\right)}} \right] + e^{-\eta} > 0.$$

Отсюда следует, что

$$1 < \left(\frac{x_c}{x_p}\right)^2 < \varphi(\gamma),$$

где

$$\varphi(\gamma) = \max \left\{ x_c^2 \frac{1 + \frac{\eta}{\gamma}}{1 + \frac{\eta_{\pi}}{\gamma}} \left[ 1 - \left(1 + 4\gamma \sqrt{1 + \frac{\eta}{\gamma}} e^{-\eta}\right)^{-2} \right] \right\}. \quad (32)$$

При  $\gamma \rightarrow 0$

$$\left(\frac{x_c}{x_p}\right)_{\max} = \sqrt{\varphi(\gamma)} = 1,38.$$

Можно ожидать, что при достаточно больших потенциалах зонда  $d\eta/dx$  велико при  $x = x_p$  и значение  $(x_c/x_p)^2$  приближается к своему верхнему пределу  $\varphi(\gamma)$ . Сравнение с численными расчетами (см. § 11) подтверждает справедливость этого предположения. Значение  $\eta$ , при котором достигается максимум в формуле (32), можно считать потенциалом на внутренней границе области отражения  $\eta_p$ . При  $\gamma \rightarrow 0$   $\eta_p \rightarrow 1,5$ .

При  $x < x_p$  наступает область ионного слоя, где можно пренебречь концентрацией электронов по сравнению с концентрацией ионов. Кроме того, в этой области можно считать, что ионы летят нормально к поверхности зонда, т. е. что  $\eta_{\pi}/\gamma \gg 1$ . При этих условиях уравнение Пуассона (21) принимает вид

$$\left(\frac{h}{r_{\pi}}\right)^2 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} x^2 \frac{d\eta}{dx} = \frac{\sqrt{\gamma}}{4x^2} \frac{1 + \frac{\eta_{\pi}}{\gamma}}{\sqrt{\frac{\eta_{\pi}}{\gamma}}}. \quad (33)$$

Предположение о том, что ионы движутся нормально к зонду, хорошо выполняется уже на внешней границе ионного слоя (при  $\gamma \ll 1$ ). При больших  $\gamma$  ионы на внешней границе ионного слоя движутся почти изотропно, однако если потенциал зонда велик по сравнению с ионной температурой, условие нормального движения установится почти сразу за границей ионного слоя.

Уравнение (33) совпадает с уравнением Ленгмюра для распределения потенциала в шаровом конденсаторе с учетом пространственного заряда. Ленгмюр и Блуджетт <sup>16</sup> дали решение этого уравнения для случаев, когда ионы эмиттируются внешней сферой, при условиях, что потенциал и поле равны нулю на этой сфере. Этим решением можно пользоваться, когда потенциал зонда велик по сравнению с потенциалом на границе слоя. Это решение приводит к известному закону «трех вторых», который в наших обозначениях имеет вид

$$\left(1 + \frac{\eta_{\pi}}{\gamma}\right) \left(\frac{r_{\pi}}{h}\right)^2 = \frac{16}{9\sqrt{\gamma}} \frac{\eta_{\pi}^{3/2}}{q^2 \left(\frac{r_p}{a}\right)}, \quad (34)$$

где  $q^2(r_p/a)$  — функция, протабулированная в работе <sup>16</sup>.

§ 11. Вид зондовой характеристики

Формула (15) может быть записана в виде

$$i_p = 4\pi r_p^2 e n_0 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \alpha(\gamma), \tag{35}$$

где

$$\alpha(\gamma) = \frac{\sqrt{\gamma}}{4x_c^2} \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \eta_{\pi} \right) \left( \frac{x_c}{x_p} \right)^2.$$

Максимальные и минимальные значения  $\alpha(\gamma)$ , соответствующие максимальным и минимальным значениям  $(x_c/x_p)^2$ , даны на рис. 10. Соображения, приведенные в § 10, показывают, что при достаточно больших отрицательных потенциалах зонда в качестве  $\alpha(\gamma)$  следует брать ее максимальное значение. При  $\gamma \rightarrow 0$   $\alpha_{\max}(\gamma) = 0,82$  \*). Для определения тока на зонд необходимо найти радиус ионного слоя  $r_p$ . Это можно сделать, пользуясь уравнением (34), которое удобно переписать в обычном виде закона «трех вторых»:

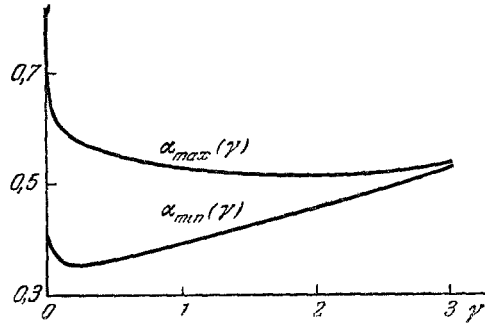


Рис. 10.  $\alpha_{\max}(\gamma)$  и  $\alpha_{\min}(\gamma)$  (сферический зонд).

$$i_p = \frac{4\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{M}} \frac{V^{3/2}}{Q^2} \left( \frac{r_p}{a} \right). \tag{36}$$

Формулы (35) и (36) после исключения  $r_p$  позволяют найти вид зондовой характеристики:

$$\eta'^2 = \frac{9}{4} i_p Q^2 (\sqrt{i_p}), \tag{37}$$

где

$$\eta' = \frac{eV}{kT_e} \left( \frac{h^2}{a^2 \alpha(\gamma)} \right)^{2/3},$$

$$i_p' = i_p \frac{h^2}{a^2 \alpha(\gamma)} \frac{e}{kT_e \sqrt{\frac{2kT_e}{M}}}.$$

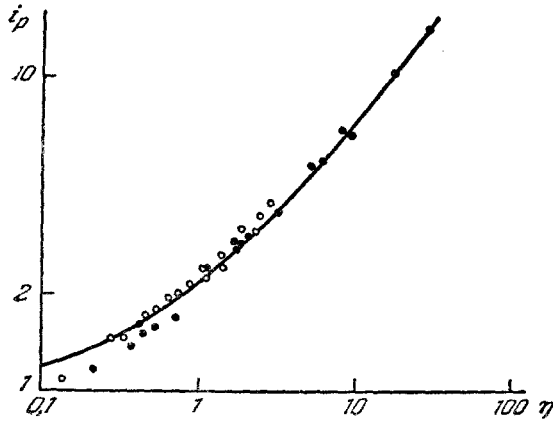


Рис. 11. Ионная часть характеристики (сферический зонд).

Сплошная кривая — расчет по формуле (37); точки — численное решение уравнения Пуассона:

○ —  $\gamma = 0,1^{11}$ , ● —  $\gamma = 0^{10,11}$  ( $i_p = i_p'$ ,  $\eta = \eta'$ ).

численных расчетов. Некоторые отклонения начинаются только при малых потенциалах зонда. В области очень малых потенциалов

Характеристика, рассчитанная по формуле (37), приведена на рис. 11. На том же рисунке для сравнения приведены результаты численных расчетов<sup>10, 11, 17</sup>. В качестве  $\alpha(\gamma)$  бралось ее максимальное значение. Из рисунка видно, что приближенная теория прекрасно совпадает с результатами

\*) В работе<sup>6</sup> из оценочных соображений употреблялось значение  $\alpha(0) = 1$ . В работе<sup>3</sup> получено значение  $\alpha(0) = 0,43$ . Это значение совпадает с  $\alpha_{\min}(0)$  и получается при пренебрежении отражающим слоем.

(не изображенной на рисунке), когда толщина слоя мала по сравнению с радиусом зонда, с результатами численных расчетов лучше согласуется формула (37), в которой в качестве  $\alpha$  взято ее минимальное значение.

## § 12. Определение параметров плазмы по ионной части характеристики

Для определения концентрации заряженных частиц  $n_0$  надо определить зондовый ток при достаточно большом отрицательном потенциале зонда  $V$ , когда электронный ток заведомо не сказывается, так что  $i = i_p$ . По данным значениям  $i_p$  и  $V$  из формулы (36) определяется  $Q^2(r_p/a)$ , а с помощью таблиц функции  $Q^2(x)$ <sup>16</sup> и величина  $r_p$ . Затем по формуле (35) определяется концентрация  $n_0$ . Температура ионов обычно неизвестна, и поэтому имеется некоторая неопределенность в величине  $\alpha(\gamma)$ . Однако при обычных разрядных условиях  $\gamma < 0,1$  и  $\alpha_{\max}(\gamma)$ , как видно из рис. 10, лежит в пределах между 0,8 и 0,6. Для определения входящей в формулу (35) электронной температуры следует воспользоваться обычным методом, если удастся снять такой участок электронной части характеристики, на котором влияние ионного тока несущественно. В противном случае для исключения влияния ионного тока следует употреблять метод дифференцирования, описанный в § 4. При этом может быть использована часть  $BC$  (см. рис. 2) характеристики вблизи потенциала «плавающего» зонда.

В формулу (36) входит потенциал плазмы относительно зонда  $V$ . Если непосредственное определение потенциала плазмы (см. § 3) затруднено, можно оценить его, пользуясь тем, что в точке ионной части характеристики, где полный ток на зонд равен нулю (точка  $N$  на рис. 2),  $i_e = i_p$ , т. е. согласно формулам (5) и (35)

$$\frac{eV_1}{kT_e} = \ln \left[ 0,3 \sqrt{\frac{M}{m}} \left( \frac{a}{r_{p1}} \right)^2 \frac{1}{\alpha(\gamma)} \right], \quad (38)$$

где  $r_{p1}$  — радиус слоя в точке  $N$ .

Полагая приближенно  $r_{p1} = a$ , можно найти  $V_1$  — потенциал плазмы относительно зонда в точке  $N$  — и тем самым потенциал плазмы относительно зонда в любой точке характеристики. Если  $V \gg V_1$ , то неточность в определении  $V_1$  мало сказывается на вычисленном значении концентрации. Из (38) следует, что величина  $eV_1/kT_e$  слабо зависит от условий в плазме и зависит в основном от рода газа. Это обстоятельство, а также предсказываемая величина  $eV_1/kT_e$  подтверждается экспериментально<sup>6</sup>. В работе<sup>6</sup> проведено также сравнение концентраций заряженных частиц, полученных из электронной и ионной частей характеристики для разряда в парах ртути.

### Б. Цилиндрический зонд

## § 13. Ионный ток и концентрации заряженных частиц

Если  $p_0$  — максимальный прицельный параметр, при котором ион начальной скорости  $v_0$  попадает на зонд, то ионный ток на единицу длины зонда выражается формулой

$$i_p = 4\pi e n_0 \int_0^\infty p_0 F_0(v_0) v_0^2 dv_0. \quad (39)$$

Согласно § 5  $p_0^2 = G(r_d)$ . Положим для упрощения, что ионы вдали от зонда имеют одинаковую энергию движения в плоскости,

перпендикулярной к оси зонда, т. е. что

$$F_0 \left( \frac{Mv_0^2}{2} \right) = \frac{M}{2\pi} \delta \left( \frac{Mv_0^2}{2} - \varepsilon_0 \right). \quad (40)$$

Тогда найдем

$$i_p = 2en_0 r_{\text{Л}} v_0 \sqrt{1 + \frac{eV(r_{\text{Л}})}{\varepsilon_0}}. \quad (41)$$

Перейдем к нахождению концентрации ионов. Рассуждая так же, как и в § 8, применительно к цилиндрическому случаю и используя аппроксимацию (40), получим

$$\left. \begin{aligned} n_p &= n_0 \left[ 1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{r_{\text{Л}}}{r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 + eV(r_{\text{Л}})}{\varepsilon_0 + eV(r)}} \right] && \text{при } r > r_{\text{Л}}, \\ n_p &= n_0 \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{r_{\text{Л}}}{r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 + eV(r_{\text{Л}})}{\varepsilon_0 + eV(r)}} && \text{при } r < r_{\text{Л}}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

В формуле (42) в обоих случаях следует брать значение арксинуса между нулем и  $\pi/2$ . Если лимитационное движение отсутствует, то  $r_{\text{Л}} = a$  и области  $r < r_{\text{Л}}$  не существует.

В области  $r < r_{\text{Л}}$  уравнение Пуассона в безразмерных переменных имеет вид

$$\left( \frac{\hbar}{r_{\text{Л}}} \right)^2 \frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \frac{d\eta}{dx} = \varrho(\eta, x), \quad (43)$$

$$\varrho(\eta, x) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1 + \frac{\eta_{\text{Л}}}{\gamma}}{1 + \frac{\eta}{\gamma}}} - e^{-\eta}. \quad (44)$$

Для концентрации электронов принято бoльцмановское распределение по тем же причинам, что и в случае сферического зонда<sup>9</sup>.

#### § 14. Распределение потенциала в квазинейтральной области и ток на зонд

Условие квазинейтральности для области  $r < r_{\text{Л}}$  в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{1}{\pi} \arcsin \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1 + \frac{\eta_{\text{Л}}}{\gamma}}{1 + \frac{\eta}{\gamma}}} = e^{-\eta}. \quad (45)$$

Полагая  $x = 1$ ,  $\eta = \eta_{\text{Л}}$ , получаем потенциал лимитационного цилиндра

$$\eta_{\text{Л}} = \ln 2 = 0,69. \quad (46)$$

Разрешим уравнение (45) относительно  $x$ :

$$\frac{1}{x} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\eta}{\gamma}}{1 + \frac{\eta_{\text{Л}}}{\gamma}}} \sin(\pi e^{-\eta}). \quad (47)$$

При некотором значении  $\eta_c$  функция в правой части формулы (47) имеет максимум. Это означает, что при  $x < x_c$  предположение о квазинейтральности заведомо неприемлемо. Для нахождения  $x_c$  имеем уравнение

$$\begin{aligned} [\operatorname{tg}(\pi e^{-\eta_c}) - 2\pi\eta_c e^{-\eta_c}] e^{\eta_c} &= \\ &= 2\pi\gamma. \end{aligned} \quad (48)$$

Зависимость  $\eta_c$  и  $x_c$  от  $\gamma$  дана на рис. 12. При  $\gamma \rightarrow 0$

$$\eta_c \rightarrow 0,99, \quad x_c \rightarrow 0,92. \quad (49)$$

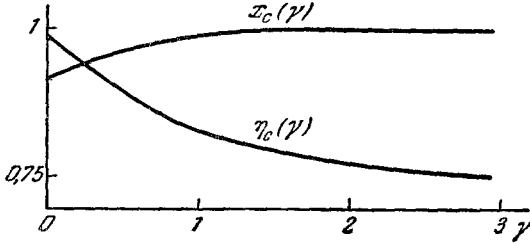


Рис. 12.  $x_c(\gamma)$  и  $\eta_c(\gamma)$  (цилиндрический зонд).

Отметим, что для цилиндрического зонда лимитационная поверхность лежит ближе к поверхности слоя, чем для сферического зонда. Условие квазинейтральности на лимитационном цилиндре можно получить аналогично тому, как это было сделано для сферического зонда (в данном случае можно считать  $r_{\text{л}} \cong r_c$ ):

$$\left(\frac{h}{r_c}\right)^2 4(\gamma + \ln 2) [2 + \pi^2(\gamma + \ln 2)^2] \ll 1.$$

### § 15. Область слоя пространственного заряда

Рассуждая так же, как и в случае сферического зонда (см. § 10), приходим к выводу, что до максимума плотности заряда  $\frac{\partial \rho}{\partial \eta} > 0$ . Пользуясь формулой (44), находим неравенство, которому должен удовлетворять радиус цилиндра, соответствующий максимуму плотности заряда:

$$1 < \left(\frac{x_c}{x_p}\right)^2 < \varphi(\gamma), \quad \varphi(\gamma) = \max \left\{ \frac{\gamma + \eta}{\gamma + \eta_{\text{л}}} \left[ 1 + \frac{1}{4\pi^2} \frac{e^{2\eta}}{(\gamma + \eta)^2} \right]^{-1} \right\} x_c^2. \quad (50)$$

При  $\gamma = 0$

$$\left(\frac{x_c}{x_p}\right)_{\text{max}} = \sqrt{\varphi(0)} = 1,3.$$

Это значение достигается при  $\eta = \eta_p = 1,8$ .

В области ионного слоя при  $x < x_p$  можно пренебречь концентрацией электронов и в ионной концентрации заменить арксинус аргументом, считая  $\eta/\gamma \gg 1$ . Это эквивалентно предположению о том, что ионы движутся нормально к зонду внутри цилиндра  $x_p$ . При  $\gamma \ll 1$  такое предположение для концентрации на поверхности  $x_p$  приводит к ошибке в 15%.

При этих предположениях уравнение Пуассона внутри ионного слоя принимает вид

$$\left(\frac{h}{r_{\text{л}}}\right)^2 \frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \frac{d\eta}{dx} = \frac{1}{\pi x} \sqrt{\frac{\gamma + \eta_{\text{л}}}{\eta}}. \quad (51)$$

Уравнение (50) совпадает с уравнением Ленгмюра для цилиндрического конденсатора. Решение этого уравнения для случая, когда ионы эмиттируются внешним цилиндром, было дано в работе Ленгмюра и Блуджетт<sup>16</sup>. Этим решением (закон «трех вторых») можно пользоваться в таких же предположениях, что и в случае сферического зонда.



§ 16. Вид зондовой характеристики и ее обработка

Формула (41) может быть записана в виде

$$i_p = 2\pi e r_p n_0 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \alpha'(\gamma), \tag{52}$$

где

$$\alpha'(\gamma) = \frac{\sqrt{\gamma + \ln 2} x_c}{\pi x_c x_p}.$$

Максимальные и минимальные значения  $\alpha'(\gamma)$  даны на рис. 13. Так же как и в случае сферического зонда, при достаточно больших отрицательных

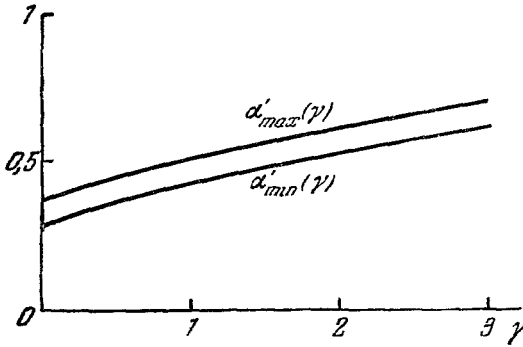


Рис. 13.  $\alpha'_{\max}(\gamma)$  и  $\alpha'_{\min}(\gamma)$  (цилиндрический зонд).

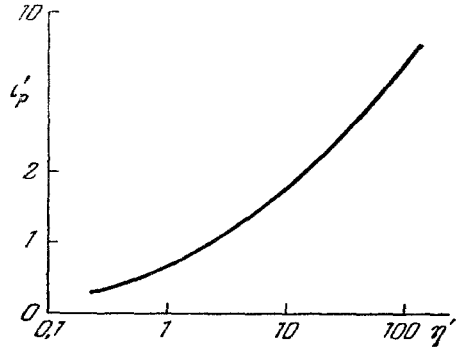


Рис. 14. Ионная часть характеристики. Цилиндрический зонд. Расчет по формуле (54).

потенциалах зонда следует брать значения  $\alpha_{\max}(\gamma)$ .

При  $\gamma=0$   $\alpha'_{\max}(\gamma) = 0,37$ . Для определения радиуса ионного слоя воспользуемся законом «3/2»:

$$i_p = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{M}} \frac{V^{3/2}}{\alpha \beta^2 \left(\frac{r_p}{a}\right)}. \tag{53}$$

После исключения  $r_p$  из формул (52) и (53) находим вид зондовой характеристики:

$$\eta'^{3/2} = \frac{9}{2} i_p' \beta^2 (2i_p'), \tag{54}$$

где

$$\eta' = \frac{eV}{kT_e} \left[ \frac{\hbar^2}{a^2 \alpha'(\gamma)} \right]^{2/3}, \quad i_p' = \frac{i_p \hbar}{\frac{kT_e}{e} \sqrt{\frac{2kT_e}{e} \frac{a}{\hbar}} \alpha'(\gamma)}.$$

Характеристика, рассчитанная по формуле (54), приведена на рис. 14. Обработка характеристики производится так же, как и в случае сферического зонда (см. § 12). Роль формул (35) и (36) играют теперь формулы (52) и (53). При  $\gamma < 0,1$   $\alpha'_{\max}(\gamma) \approx 0,4$ . Таблицы функции  $\beta^2(r_p/a)$  имеются в работах <sup>16, 18</sup>. Потенциал плазмы относительно изолированного зонда находится из тех же соображений, что и для сферического зонда:

$$\frac{eV_1}{kT_e} = \ln \left[ 0,3 \sqrt{\frac{M}{m} \frac{a}{r_{p1}} \frac{1}{\alpha'(\gamma)}} \right]. \tag{55}$$

В работах <sup>8, 19</sup> проведено подробное сравнение концентраций заряженных частиц, электронных температур и потенциалов пространства,

полученных обработкой электронных и ионных частей характеристики для разряда в парах ртути<sup>8</sup> и в аргоне<sup>19</sup>. Согласие следует считать хорошим \*).

### III. МЕТОД ДВУХ ЗОНДОВ

#### § 17. Основы метода

В тех случаях, когда в разрядном промежутке нет электрода с заданным потенциалом (распадающаяся плазма, высокочастотный разряд) непосредственное применение метода одного зонда невозможно. Одним из способов преодоления этой трудности является метод двух зондов<sup>20-23</sup>, который заключается в следующем: в разрядный промежуток вводятся два одинаковых зонда и измеряется ток в зондовой цепи в зависимости от разности потенциалов между зондами. Примерный вид получающейся зондовой характеристики изображен на рис. 15. Если зонды одинаковы

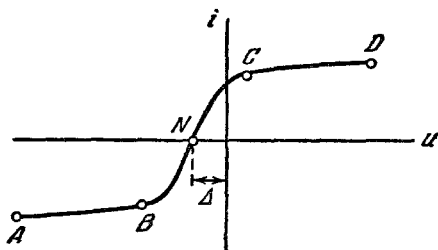


Рис. 15. Схематический вид двухзондовой характеристики.

и плазма однородна, то характеристика симметрична относительно точки, где ток обращается в нуль.  $\Delta$  равно по величине разности потенциалов между участками плазмы, в которые помещены зонды. Очевидно, что токи, идущие на зонды, должны быть одинаковы по величине и противоположны по знаку. Поэтому потенциал более положительного зонда может быть лишь немногим выше потенциала плавающего зонда. Это связано с крутым ростом

электронного тока при повышении потенциала зонда. При большой разности потенциалов между зондами области  $AB$  и  $CD$  на рис. 15) практически вся эта разность потенциалов равна потенциалу более отрицательного зонда относительно потенциала плавающего зонда. При этом практически весь ток на отрицательный зонд является ионным. Таким образом, если совместить те точки двухзондовой и однозондовой характеристик, в которых ток в цепи равен нулю (точки  $N$  на рис. 2 и 15), то в далеких ионных частях ( $AB$ ) эти характеристики совпадают.

Форму характеристик в области  $BC$  можно получить, пользуясь тем, что токи на зонды равны по величине:

$$i(u) = i_p(V') - i_0 e^{-\frac{eV'}{kT_e}} = i_0 e^{-\frac{eV''}{kT_e}} - i_p(V''), \quad (56)$$

$$u - \Delta = V' - V'', \quad (57)$$

где  $V'$  и  $V''$  — потенциалы плазмы относительно первого и второго зондов, а  $i(u)$  — ток в двухзондовой цепи. Для электронного тока использовалась формула (5). Если из уравнений (56), (57) исключить  $V'$  и  $V''$ , то получим уравнение характеристики  $i(u)$ . Для этого надо знать зависимость ионного тока от потенциала зонда. Если считать ионный ток не зависящим

\*) Заметим, однако, что в работе<sup>8</sup> употреблялся завышенный коэффициент в формуле (52), что занижало значения концентрации по ионной части в 2,5 раза и потенциал пространства определялся в электронной части по отходу от прямолинейности, а не по пересечению асимптот, что приводило к занижению электронной концентрации. В работе<sup>19</sup> при расчете концентрации по ионной части по формуле (52) с правильным коэффициентом не учитывалась толщина слоя объемного заряда.

от потенциала, то получим уравнение характеристики в виде <sup>20</sup>

$$i(u) = i_p \operatorname{th} \frac{e(u-\Delta)}{2kT_e}. \quad (58)$$

Это выражение хорошо передает вид характеристики в области *BC*. При больших *u* оно приводит к насыщению, что является следствием неучета зависимости ионного тока от потенциала\*).

### § 18. Определение параметров плазмы из двухзондовой характеристики

Для определения электронной температуры  $T_e$  предложен ряд способов <sup>21, 20</sup>. Простейший способ использует наклон двухзондовой характеристики в точке, где  $u = \Delta$ . Будем считать, что зонды и прилегающие к ним участки плазмы одинаковы. Продифференцируем по  $u$  уравнение (56) и положим  $u = \Delta$  и, следовательно,  $V' = V'' = V_1$ . Воспользуемся тем, что в точке  $u = \Delta$  вследствие соотношения (57) и равноправности зондов выполняется условие

$$\frac{dV'}{du} = -\frac{dV''}{du} = \frac{1}{2}.$$

Учитывая, что при  $u = \Delta$  электронный ток равен ионному, найдем

$$T_e = \frac{e}{k} \frac{i_p(V_1)}{2 \left( \frac{di}{du} \right)_N - \left( \frac{di_p}{dv_e} \right)_N}. \quad (59)$$

Из формулы (59) можно определить электронную температуру, измерив наклон характеристики при  $u = \Delta$ . Ионный ток и его производная при потенциале изолированного зонда могут быть найдены экстраполяцией от больших потенциалов, при которых ионный ток совпадает с полным током в двухзондовой цепи, а

$$\frac{di_p}{dV} \approx \frac{di_p}{du}.$$

Способ экстраполяции должен основываться на виде зависимости ионного тока на зонд от потенциала зонда относительно плазмы. Как это следует из § 11 и 16, эта зависимость сложна и имеет разный вид при различных параметрах разряда. Поэтому формулой (59) практически удобно пользоваться в тех случаях, когда наклон далеких частей двухзондовой характеристики мал по сравнению с наклоном в точке, где ток равен нулю. В этом случае величиной  $(di_p/dV)_{V_1}$  можно пренебречь, а значение  $i_p(V_1)$  мало зависит от способа экстраполяции и его можно получить, например, линейной экстраполяцией\*\*).

В том случае, когда характеристика несимметрична, что может быть следствием неодинаковости зондов или концентраций заряженных частиц около зондов, формула (59) неприменима. В этом случае уравнение (56) заменяется уравнением

$$i(u) = i_0'' e^{-\frac{eV''}{kT_e}} - i_p''(V'') = i_p'(V') - i_0' e^{-\frac{eV'}{kT_e}}. \quad (60)$$

\*) В работе <sup>24</sup> получен вид характеристики в предположении, что ионный ток на зонд линейно зависит от потенциала зонда.

\*\*\*) В ряде работ <sup>20, 24</sup> предлагались более сложные способы экстраполяции. В этих работах фактически постулируется линейная зависимость ионного тока на зонд от потенциала зонда относительно плазмы. Исходя из этой зависимости, авторы находят вид двухзондовой характеристики и соответствующий способ экстраполяции. Величина  $(di_p/dV)_{V_1}$  в этом случае находится из наклона далекой части двухзондовой характеристики.

Отсюда получаем формулу, заменяющую (59) для случая несимметричной характеристики<sup>25</sup>:

$$\frac{di}{du} = \left\{ \left( \frac{di_p''}{dV''} + \frac{e}{kT_e} i_p'' \right)^{-1} + \left( \frac{di_p'}{dV'} + \frac{e}{kT_e} i_p' \right)^{-1} \right\}^{-1}. \quad (61)$$

Все величины в правой части (61) берутся для значений потенциала, при котором ток в двухзондовой цепи равен нулю. Так же как и в случае одинаковых зондов, пользоваться формулой (61) практически удобно, когда наклоны далеких частей характеристики малы по сравнению с наклоном в точке  $N$ . В этом случае формула (61) принимает вид

$$T_e = \frac{e}{k} \frac{i_p' i_p''}{i_p' + i_p''} \left( \frac{di}{du} \right)_N^{-1}. \quad (62)$$

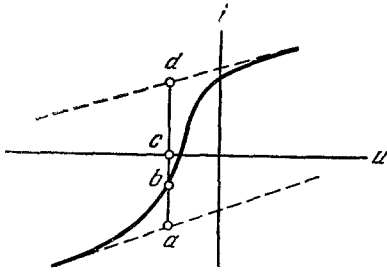


Рис. 16. К определению электронной температуры по методу Молтера и Джонсона:  
 $ab=i_e$ ,  $ac=i_p$ ,  $cd=i_p''$ .

Другой способ нахождения электронной температуры заключается в следующем<sup>20</sup>.

Используя уравнения (57) и (60), найдем

$$\ln \left( \frac{i_p' + i_p''}{i_e} - 1 \right) = A + \frac{e}{kT_e} u, \quad (63)$$

где

$$A = \ln \frac{i_0''}{i_0'} e^{-\frac{e\Delta}{kT_e}}.$$

$i_p'$ ,  $i_p''$  и  $i_e$  находятся из двухзондовой характеристики, как показано на рис. 16 (отметим, что и в этом способе необходима экстраполяция ионного тока). Если отложить левую часть уравнения (63) как функцию  $u$ , из наклона получающейся прямой можно найти электронную температуру. Зная  $T_e$ , можно определить концентрацию электронов, используя отмеченное выше совпадение ионных частей двухзондовой и однозондовой характеристик, если их совместить в точке  $N$ . Применим метод, описанный в § 11 и 16.

Метод определения концентраций, предложенный в работах<sup>20-22</sup>, неверен, так как он основан на теории Ленгмюра для ионного тока. Неоднократно проводившиеся сравнения двухзондового метода с однозондовым<sup>23, 26, 27</sup> (в тех случаях, когда последний применим) и с микроволновыми методами<sup>28, 29</sup> показали хорошее согласие результатов.

## § 19. Методы противозонда и тройного зонда

В этом параграфе будут рассмотрены способы получения однозондовой характеристики в двухзондовой схеме. Идея метода противозонда заключается в следующем<sup>30</sup>. Если один из зондов сильно превышает другой по своим размерам, то возможны значительные изменения потенциала маленького зонда. Его потенциал может стать выше потенциала изолированного зонда и даже выше потенциала плазмы, в то время как потенциал большого зонда остается практически неизменным и приближенно равным потенциалу изолированного зонда. Это можно понять из следующих соображений: так как один из зондов мал, то ток в двухзондовой цепи должен быть малым. Поэтому потенциал большого зонда не может сильно отличаться от потенциала изолированного зонда. При достаточно большой разнице в размерах даже электронный ток на маленький зонд, находящийся при потенциале плазмы, может компенсироваться током на большой зонд,

потенциал которого немного ниже потенциала плавающего зонда. При этом зондовая характеристика превращается в однозондовую характеристику маленького зонда и можно для обработки использовать обычный метод Ленгмюра. Для нахождения критерия того, что большой зонд достаточно велик, чтобы служить противозондом, используем уравнение (60), считая, что первый зонд большой, а второй — маленький.

Продифференцируем обе части, пренебрегая изменением ионного тока по сравнению с изменением соответствующего электронного тока. Тогда получим

$$\left| \frac{dV'}{dV''} \right| = \frac{i_0'}{i_p'(V_1)}. \quad (64)$$

Уравнение (64) написано для случая, когда потенциал маленького зонда близок к потенциалу пространства, а противозонд находится при потенциале плавающего зонда  $V_1$ . Характеристика будет практически однозондовой, если  $dV' \ll dV''$ . Если зонд и противозонд находятся в одинаковых условиях, то, пользуясь формулами (11), (64) и тем, что

$$i_0 = \frac{1}{4} en_0 \bar{v}_e S,$$

находим критерий применимости метода противозонда в виде

$$\frac{S'}{S''} \gg \sqrt{\frac{M}{m}}, \quad (65)$$

где  $S'$  и  $S''$  — площади поверхностей противозонда и зонда. Если противозонд находится в области с пониженной концентрацией заряженных частиц, то условие (65) недостаточно. Необходимость вводить противозонд непосредственно в разрядный промежуток, где он неизбежно искажает плазму, является главным недостатком этого метода.

В работах <sup>24, 31</sup> предложен метод тройного зонда, который, так же как и метод противозонда, позволяет получить однозондовую характеристику. Три зонда соединены по схеме, изображенной на рис. 17. При каждом измерении движок потенциометра устанавливается так, чтобы ток в цепи зонда 3 был равен нулю. Это означает, что зонд 3 всегда находится при потенциале плавающего зонда. Зависимость тока в цепи зондов 1 и 2 от потенциала  $V_2$  является однозондовой характеристикой зонда 2, которая, в принципе, может быть обработана методами, изложенными в гл. I и II. Однако если зонды 1 и 2 сравнимы по размерам, получается только самое начало электроннои части характеристики. Для того чтобы получить всю электронную часть однозондовой характеристики зонда 2, зонд 1 должен быть настолько больше зонда 2, чтобы ионный ток на 1 компенсировал бы электронный ток на 2 при потенциале пространства. Это требует определенного соотношения площадей:

$$\frac{S'}{S''} \gg \sqrt{\frac{M}{m}}. \quad (66)$$

(Критерий, приведенный в работе <sup>31</sup>, неверен, ибо авторы пользовались теорией Ленгмюра для ионного тока.) Критерий (66) — менее жесткий, чем критерий применимости метода противозонда (65). Это связано с тем, что в методе трех зондов не требуется постоянства потенциала зонда 1. Получение всей электронной части однозондовой характеристики в методе трех зондов позволило найти распределение электронов по энергиям с помощью формулы (4).

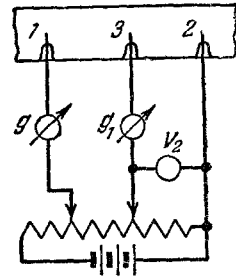


Рис. 17. Схема метода тройного зонда.

В работе <sup>32</sup> осуществлена модификация метода тройного зонда, которая заключается в том, что разность потенциалов между зондами 1 и 2 остается постоянной, а меняется площадь меньшего зонда 2, находящегося при более высоком потенциале относительно плазмы, чем больший зонд 1. Вид зависимости тока в двухзондовой цепи и потенциала  $V_2$  от площади зонда 2 позволяет определить концентрацию и температуру электронов. Неудобством этого метода является использование зонда переменной длины. Кроме того, при малых размерах зонда возможны искажения, связанные с влиянием изоляции.

### § 20. Влияние высокочастотного поля на зондовую характеристику

Измерение напряженности поля. Одним из основных объектов применения метода двух зондов является высокочастотный разряд. Типичная схема двухзондовых измерений изображена на рис. 18. Включенные дроссели и емкость служат для того, чтобы не пропустить высокочастотную составляющую тока в измерительную цепь. Высокочастотная составляющая может появиться из-за того, что разность потенциалов между участками плазмы, прилегающими к зондам, периодически меняется во времени. Вследствие нелинейности зондовой характеристики эта переменная разность потенциалов искажает и постоянную составляющую тока в зондовой цепи.

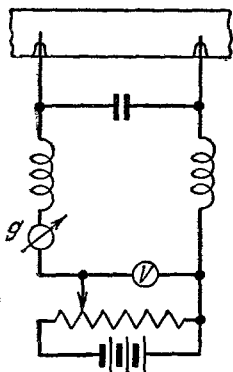


Рис. 18. Схема метода двух зондов в высокочастотном разряде.

Искажение можно уменьшить, если располагать зонды в эквипотенциальной плоскости. В узких трубках такое расположение неудобно, так как свойства плазмы меняются в радиальном направлении. Слишком малое расстояние между зондами может привести к их взаимной экранировке. Поэтому иногда целесообразно располагать зонды по оси разряда. Рассмотрим влияние высокочастотного поля на вид зондовой характеристики <sup>33</sup>. Так как ионный ток слабо зависит от потенциала зонда, высокочастотное поле практически не оказывает на него влияния. Поэтому описанный выше способ определения концентрации по ионной части характеристики остается применимым и в высокочастотном разряде. Электронный ток сильно зависит от потенциала, поэтому высокочастотное поле может влиять на вид характеристики вблизи точки, где зондовый ток равен нулю. Если частота не слишком велика, то в каждый момент времени ток на зонд определяется формулой (58). (Считаем для простоты, что ионный ток не зависит от потенциала и зонды, а также концентрация и температура электронов плазмы вблизи зондов одинаковы.) Под величиной  $\Delta$  надо понимать мгновенную разность потенциалов между участками плазмы, прилегающими к зондам:

$$\Delta = E_d d \sin \omega t + \Delta_0,$$

где  $E_d$  — амплитудное значение проекции напряженности высокочастотного поля на направление, соединяющее зонды,  $\Delta_0$  — постоянная составляющая разности потенциалов,  $d$  — расстояние между зондами \*). Для

\*) Такое адиабатическое рассмотрение применимо, если время прохождения электрона через возмущенную область много меньше периода колебаний. При температуре  $T_e \sim 10^4$  °К и радиусе зонда 0,1 мм это справедливо до частоты  $\nu \sim 10^9$  гц.

получения измеряемой на опыте постоянной составляющей двухзондового тока усредним (58) по времени. Тогда получим

$$i(u) = i_p \int_0^1 \operatorname{th} \frac{e(u - \Delta_0 - E_d d \sin 2\pi x)}{2kT_e} dx. \quad (67)$$

Из формулы (67) видно, что ток равен нулю в точке, где  $u = \Delta_0$ , т. е. высокочастотное поле не приводит к сдвигу характеристики. Однако наклон характеристики в точке, где ток равен нулю, зависит от высокочастотного поля. Именно,

$$\left(\frac{di}{du}\right)_{u=\Delta} = \frac{e}{2kT_e} i_p \int_0^1 \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 A \sin \pi x}, \quad (68)$$

где  $A = eE_d d / 2kT_e$ . Из (68) видно, что высокочастотное поле несущественно, только если  $A \ll 1$ . Численный расчет интеграла дает для него значения 1; 0,89; 0,67 и 0,36 при значениях  $A$  соответственно 0; 0,5; 1 и 2. В работах <sup>33, 34</sup> было предложено использовать формулу (68) для измерения напряженности высокочастотного поля в разряде. Для этого два зонда на шлифе располагаются сначала в эквипотенциальной плоскости ( $E_d = 0$ ) и измеряется электронная температура  $T_e$ . Затем зонды поворачиваются вдоль оси, и с помощью формулы (68) определяется величина  $A$  и напряженность поля  $E_d$ .

В работе <sup>35</sup> был предложен другой метод измерения напряженности поля. Используемая схема тройного зонда заключалась в том, что одинаковые зонды 1 и 2 соединены накоротко и их суммарная площадь равна площади зонда 3, находящегося между ними. Двухзондовая характеристика снимается между зондом 3 и зондами 1—2. Наличие высокочастотного поля вызывает сдвиг зондовой характеристики, по которому авторы и определяют поле. Однако полученное ими выражение для сдвига неверно, так как они ошибочно считали разность потенциалов между раздвоенным зондом 1—2 и плазмой у зонда 3 независимой от времени. Правильное выражение для усредненного по периоду тока в зондовой цепи (при обычном предположении, что  $i_p = \text{const}$ ) следующее:

$$\bar{i}(u) = i_p \int_0^1 \frac{1 - e^{-\frac{eu}{kT_e}} \operatorname{ch} \left( \frac{eE_d d}{kT_e} \sin 2\pi x + \frac{e\Delta_0}{kT_e} \right)}{1 + e^{-\frac{eu}{kT_e}} \operatorname{ch} \left( \frac{eE_d d}{kT_e} \sin 2\pi x + \frac{e\Delta_0}{kT_e} \right)} dx, \quad (69)$$

где  $u$  — разность потенциалов между раздвоенным зондом 1—2 и зондом 3,  $\Delta_0$  — постоянная составляющая разности потенциалов плазмы около зондов 1 и 2,  $d$  — расстояние между зондами 1 и 3 или 2 и 3.

Формула (69) показывает, что наличие высокочастотного поля (так же как и наличие постоянной составляющей  $\Delta_0$ ) вызывает сдвиг характеристики (при  $\bar{i} = 0$   $u \neq 0$ ). Этот способ с использованием правильной формулы (69) еще не применялся.

В работе <sup>28</sup> было обращено внимание на одну особенность зондовых измерений в высокочастотном разряде. Эта особенность связана с тем, что плазма высокочастотного разряда может иметь по отношению к земле большой переменный потенциал. Емкость зондовых проводов по отношению к земле может быть довольно большой (особенно, если учесть, что зондовые провода обычно экранируются). Приложенная между плазмой и землей переменная э. д. с. детектируется благодаря нелинейности вольт-амперной характеристики зонда. Это приводит к появлению добавочного

постоянного тока в измерительной зондовой цепи и к завышению значений концентрации заряженных частиц, измеренной методом двух зондов. Роль этого эффекта изучена недостаточно, однако данные, приведенные в работе <sup>28</sup>, показывают, что искажения не очень велики.

#### IV. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЗОНДОВ В БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ УСЛОВИЯХ

##### § 21. Зондовые измерения в смесях

Если в плазме присутствуют два сорта положительных ионов, различающихся массами, то теория ионной части характеристики должна быть изменена. Если заряды и энергии ионов одинаковы, то уравнение Пуассона (24) (и (43)) запишется в том же виде и в случае смеси, причем концентрация электронов  $n_0 = n_{p_1} + n_{p_2}$ , где  $n_{p_1}$  и  $n_{p_2}$  — концентрации ионов компонент. Таким образом, распределение потенциала вокруг зонда будет таким же, как и в случае одного сорта ионов. Рассмотрим для примера случай цилиндрического зонда <sup>36</sup>.

Согласно § 16 имеем следующее выражение для тока ионов на единицу длины зонда:

$$i_p = i_{p_1} + i_{p_2} = 2me\gamma_p \sqrt{2kT_e} \alpha'(\gamma) \left( \frac{n_{p_1}}{\sqrt{M_1}} + \frac{n_{p_2}}{\sqrt{M_2}} \right). \quad (70)$$

Для определения радиуса ионного слоя  $r_p$  пользуемся законом «трех вторых», который при наличии двух сортов ионов имеет вид

$$i_{p_1} \sqrt{M_1} + i_{p_2} \sqrt{M_2} = \frac{2\sqrt{2}}{9} V e^- \frac{V^{3/2}}{a\beta^2 \left( \frac{r_p}{a} \right)}. \quad (71)$$

Отсюда находим для радиуса ионного слоя  $r_p$  соотношение

$$\frac{r_p}{a} \beta^2 \left( \frac{r_p}{a} \right) = \frac{1}{9\pi} \frac{1}{\sqrt{kT_e}} \frac{1}{e n_0} \frac{1}{a^2 \alpha'(\gamma)} V^{3/2}. \quad (72)$$

Измерив полный ионный ток  $i_p$  при большом отрицательном потенциале  $V$  и определив электронную концентрацию  $n_0$  и  $T_e$  из электронной части характеристики, можно найти  $n_{p_1}$  и  $n_{p_2}$  из соотношения (70) и условия нейтральности плазмы.

Необходимо иметь в виду, что даже малые ошибки в определении  $n_0$  из электронной части характеристики могут в некоторых случаях привести к большим ошибкам в определении концентрации компонент. Однако этот метод может применяться для получения качественных результатов <sup>37, 38</sup>.

##### § 22. Зондовые измерения в электроотрицательных газах

Этому вопросу посвящено незначительное число работ, и экспериментальный материал очень невелик <sup>3, 39-44</sup>. Рассмотрим сначала часть характеристики, прилегающую к потенциалу пространства и соответствующую небольшим отрицательным потенциалам зонда. Если

$$\delta \equiv \frac{n_-}{n_e} \ll \sqrt{\frac{M_- T_e}{m T_-}}$$

(где индекс «—» относится к отрицательным ионам), то ток отрицательных ионов много меньше тока электронов в этой части характеристики. Если учесть, что обычно  $T_- \sim T_p \ll T_e$ , то, например, для кислорода влияние



отрицательных ионов не будет сказываться даже при потенциале пространства, если  $\frac{n_-}{n_e} \ll 10^3$ . При отрицательных потенциалах зонда ток отрицательных ионов будет вносить еще меньший относительный вклад. В этом случае из этой части характеристики можно найти обычным способом  $n_e$  и  $T_e$ . Однако даже если упомянутый выше критерий выполнен, но  $\delta \gg 1$ , то присутствие большого числа отрицательных ионов скажется в том, что отношение электронного тока насыщения к току насыщения положительных ионов сильно уменьшится (из условия квазинейтральности плазмы  $n_p = n_e + n_- = n_e (1 + \delta)$ ). Поэтому для обработки электронной части характеристики по методу Ленгмюра может потребоваться исключение тока положительных ионов (§ 4). На самом деле при работе с электроотрицательными газами часто имеют место страты и распределение электронов заметно отличается от максвелловского. В этих случаях целесообразно искать функцию распределения электронов по энергиям, пользуясь формулой (4а). Пример распределения, полученного таким образом в разряде в кислороде <sup>40</sup>, приведен на рис. 19. Узкий пик при малых энергиях соответствует отрицательным ионам. При наличии электронов и отрицательных однозарядных ионов формула (4а) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \sqrt{V} \frac{d^2}{dV^2} (-j_e) = \\ = \frac{e^2}{2\sqrt{2}} \left[ \sqrt{\frac{e}{m}} n_e f'_0(eV) + \sqrt{\frac{e}{M_-}} n_- f'_{0-}(eV) \right]. \end{aligned}$$

Выделяя часть, соответствующую отрицательным ионам, и интегрируя по энергиям с учетом различия в массах, было найдено для случая, соответствующего рис. 19, отношение концентраций  $\frac{n_-}{n_e} \sim 20$ .

Теория ионной части характеристики при наличии отрицательных ионов была дана для шарового зонда в работе <sup>39</sup>. Здесь мы используем метод, изложенный в гл. II. Для простоты будем считать

$$\frac{T_-}{T_e} = \frac{T_p}{T_e} = \gamma.$$

Для шарового зонда этот метод приводит к следующим результатам при  $\delta \gg 1$ :

$$\eta_c = 0,75\gamma, \quad x_c = 0,96, \quad 1 < \left(\frac{x_c}{x_p}\right)^2 < 1,35.$$

Как видно, граница слоя в этом случае очень близка к лимитационной сфере. Для тока на зонд получаем

$$i_p = \frac{4\pi r_p^2 e n_p v_p}{4} \kappa(\delta, \gamma). \tag{73}$$

При  $\delta \gg 1$   $1,6 < \kappa < 2,2$ .

Результат работы <sup>39</sup>, полученный из качественных соображений, отличается от формулы (73) численным множителем.

Аналогичным методом находим для цилиндрического зонда при  $\delta \gg 1$

$$i_p = \frac{2\pi r_p e n_p v_p}{4} \kappa', \quad 1,3 < \kappa' < 1,6. \tag{74}$$

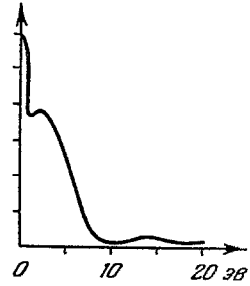


Рис. 19. Распределение отрицательно заряженных частиц по энергиям в разряде в кислороде при наличии страт <sup>40</sup>.

Полученные результаты показывают, что когда электронов гораздо меньше, чем отрицательных ионов, потенциал на границе слоя порядка  $kT_p/e$  и скорость положительных ионов на границе слоя порядка тепловой скорости.

Радиус ионного слоя  $r_p$  определяется из закона «3/2» \*).

Потенциал плазмы относительно изолированного зонда  $V_1$  при  $\delta \gg 1$  определяется из уравнения

$$\left(\frac{r_p}{a}\right)^2 \kappa = \sqrt{\frac{T_e M}{m T_p}} \frac{1}{\delta} e^{-\frac{eV_1}{kT_e}} + e^{-\frac{eV_1}{kT_p}}. \quad (75)$$

С увеличением концентрации отрицательных ионов  $V_1$  падает и становится порядка  $kT_p/e$ , когда  $\delta \gg \sqrt{\frac{T_e M}{m T_p}}$ .

Отметим, что изложенная выше теория не дает возможности определить все интересующие нас параметры плазмы. Однако если  $T_-$  и  $T_p$  можно оценить из каких-либо дополнительных соображений, то в случае, когда

$$1 \ll \delta \ll \sqrt{\frac{M_- T_e}{m T_-}},$$

можно по электронной части найти  $n_e$  и  $T_e$ , а по ионной части  $n_p$ .

### § 23. Зондовые измерения при наличии магнитных полей

Вопросам теории зондовых измерений при наличии магнитного поля посвящен ряд работ <sup>3, 45, 46</sup>, однако надежной теории зондовых измерений в магнитном поле не существует до сих пор. В работах <sup>45</sup> вычислен электронный ток на бесконечный цилиндрический и плоский зонды в предположении, что на некотором расстоянии  $d$  от зонда заряженные частицы имеют такую же концентрацию и распределение по скоростям, что и в невозмущенной плазме. В слое толщиной  $d$  частицы движутся без столкновений под влиянием электрического и магнитного полей. Если поверхность зонда параллельна магнитному полю, то на зонд могут попадать только те частицы, ларморовский радиус которых больше  $d$ . С увеличением магнитного поля число таких частиц убывает и ток на зонд тоже убывает. При отрицательных потенциалах зонда влияние магнитного поля на электронный ток убывает с возрастанием абсолютного значения потенциала. Это связано с тем, что при больших отрицательных потенциалах на зонд попадают только быстрые электроны, ларморовский радиус которых велик. Сама величина  $d$  остается неопределенной, предлагается считать ее порядка длины свободного пробега  $\lambda$ . При этом не учитывается ряд факторов: частицы, ларморовский радиус которых меньше  $\lambda$ , могут попадать на зонд в результате диффузии; в магнитном поле большую роль могут играть потоки частиц, идущих вдоль магнитных силовых линий и, следовательно, существенна конечность зонда; может оказаться существенным и обеднение плазмы на расстоянии  $d$ .

В случае, когда поверхность плоского зонда перпендикулярна к направлению магнитного поля, на первый взгляд магнитное поле вообще не влияет на зондовый ток. Это обстоятельство могло бы дать хороший

\*) Применение закона «3/2» при  $r < r_p$  справедливо в том случае, если в этой области преобладают положительные ионы. При достижении потенциалов  $\sim kT_e/e$  электронная концентрация изменится незначительно, в то время как ионная концентрация упадет в  $\sqrt{T_e/T_p}$  раз. Поэтому условие  $\delta \gg 1$  еще недостаточно для пренебрежения концентрацией электронов в области  $r < r_p$ . Для этого необходимо выполнение более жесткого условия  $\delta \gg \sqrt{T_e/T_p}$ .

метод измерения параметров плазмы в магнитном поле. Однако с возрастанием магнитного поля может стать существенным обеднение плазмы в цилиндрической области, торцом которой является зонд. Это связано с тем, что частицы из этой области быстро уходят на зонд, а диффузия из соседних областей затруднена благодаря магнитному полю.

В работе <sup>3</sup> дан вывод приближенного выражения для электронного тока на зонд при потенциале зонда несколько более высоком, чем потенциал плазмы. В этом выводе явно учитывается диффузионный характер движения электронов поперек магнитного поля, обеднение плазмы в окрестности зонда и конечность зонда. Для того чтобы решение стало возможным, пришлось использовать уравнение диффузии и для направления вдоль магнитного поля. Задача ставится следующим образом. Движение предполагается диффузионным до расстояния от зонда порядка длины пробега  $\lambda$  в направлении магнитного поля и до расстояния от зонда, равного ларморовскому радиусу  $R$  в перпендикулярном направлении. Если потенциал зонда настолько положителен, чтобы ионы не попадали на зонд, то распределение ионов в окрестности зонда можно считать бoльцмановским. Если, кроме того, предположить квазинейтральность плазмы, то

$$n \equiv n_p = n_e = n_0 e^{\frac{eV}{kT_p}}, \quad (76)$$

где  $V$  — как обычно, потенциал невозмущенной плазмы относительно данной точки, так что в рассматриваемом случае  $V < 0$ . В диффузионной области потоки электронов на зонд в продольном и поперечном направлениях выражаются формулами

$$\left. \begin{aligned} j_{\parallel} &= -D_{\parallel} \left( \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{e}{kT_e} n \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -D_{\parallel} (1 + \gamma) \frac{\partial n}{\partial z}, \\ j_{\perp} &= -D_{\perp} \left( \nabla_{\perp} n - \frac{e}{kT_e} n \nabla_{\perp} V \right) = -D_{\perp} (1 + \gamma) \nabla_{\perp} n, \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

где  $\gamma = T_p/T_e$ , а ось  $z$  совпадает с направлением магнитного поля.

Пренебрегая ионизацией в возмущенной области, можно написать  $\text{div } \mathbf{j} = 0$  или

$$\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \alpha \left( \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} \right) = 0, \quad \alpha = \frac{D_{\perp}}{D_{\parallel}}. \quad (78)$$

Уравнение (78) можно привести к уравнению Лапласа, если ввести переменную  $s = \sqrt{\alpha z}$ . Окружим зонд бесконечно длинной цилиндрической поверхностью, ось которой направлена вдоль магнитного поля. Ток на зонд дается формулой

$$i_e = e \int \mathbf{j}_{\perp} d\sigma = e (1 + \gamma) \sqrt{\alpha} D_{\parallel} \int \nabla_{\perp} n d\sigma_s. \quad (79)$$

Здесь  $d\sigma_s$  — элемент площади цилиндра в координатах  $s, x, y$ . Для боковой поверхности цилиндра  $d\sigma_s = \sqrt{\alpha} d\sigma$ . Для вычисления интеграла (79) можно воспользоваться следующей электростатической аналогией. Если тело имеет потенциал  $V$ , то заряд на теле с одной стороны, по теореме Гаусса, равен

$$-\frac{1}{4\pi} \int \nabla V \cdot d\sigma,$$

с другой стороны, он равен  $CV$ , где  $C$  — емкость тела. Таким образом,

$$\int \nabla V \cdot d\sigma = 4\pi C (V_0 - V),$$

где  $V_0$  — потенциал на бесконечности.

В нашем случае аналогом потенциала является концентрация  $n$ , которая, так же как и потенциал, удовлетворяет уравнению Лапласа. Поэтому

$$\int \nabla_{\perp} n d\sigma_s = 4\pi C (n_0 - n_1),$$

где  $n_1$  — концентрация на границе диффузионной области. Таким образом,

$$i_e = e(1 + \gamma) \sqrt{\alpha} D_{\parallel} 4\pi C (n_0 - n_1). \quad (80)$$

Движение частиц от границы диффузионной области к зонду происходит почти свободно (считается, что  $\gamma \ll 1$ , и слабый положительный потенциал, отгоняющий ионы, не влияет на движение электронов). Следовательно,

$$i_e = \frac{n_1 \bar{v}_e e S}{4}, \quad (81)$$

где  $S$  — поверхность зонда. Исключая  $n_1$  из уравнения (80) и (81), находим

$$i_e = \frac{en_0 \bar{v}_e S}{4} \left( 1 + \frac{\bar{v}_e S}{16 \sqrt{\alpha} D_{\parallel} \pi C} \right)^{-1}. \quad (82)$$

В предельном случае сильных магнитных полей  $\sqrt{\alpha} \ll S/16\lambda C$  (где  $\lambda$  — длина свободного пробега вдоль поля) формула (82) принимает вид

$$i_e = 4\pi en_0 \sqrt{\alpha} D_{\parallel} C. \quad (83)$$

Из формулы (83) видно, что токи на зонды разной формы или размеров отличаются только вследствие отличия емкостей  $C$ . Следует подчеркнуть, что емкость  $C$ , входящая в формулы (80) — (83), есть емкость тела, поверхность которого можно получить, если границу диффузионной области деформировать, умножив все продольные размеры на  $\sqrt{\alpha}$ . Поэтому величина  $C$  для одного и того же зонда зависит от его ориентации по отношению к магнитному полю. Для диска радиуса  $a$ , ориентированного перпендикулярно к полю, граница диффузионной области может быть аппроксимирована поверхностью эллипсоида вращения с радиусом  $a + R$  (где  $R$  — ларморовский радиус) и высотой  $\lambda$ . Для вычисления емкости  $C$  продольные размеры должны быть умножены на  $\sqrt{\alpha}$ . Если поле столь велико, что  $\lambda \sqrt{\alpha} \ll a$  и  $R \ll a$ , то  $C$  есть емкость диска радиуса  $a$ , т. е.  $C_{\perp} = 2a/\pi$ . Подставляя это значение в формулу (83), найдем, что наличие магнитного поля уменьшает электронный ток на плоский зонд, ориентированный перпендикулярно к полю в отношении  $R/a$  (если в качестве  $\sqrt{\alpha}$  взять его классическое значение  $R/\lambda$ ). Это связано с упоминавшимся выше обеднением плазмы перед зондом.

Рассмотрим теперь диск радиуса  $a$ , ориентированный параллельно магнитному полю. Емкость  $C$  в этом случае есть емкость эллипсоида с большой полуосью  $a$  и с малыми полуосями  $R$  и  $(a + \lambda) \sqrt{\alpha}$ . Для случая  $\lambda \sqrt{\alpha}/a \ll 1$  и  $\sqrt{\alpha} \ll 1$  емкость его равна

$$C_{\parallel} = a \left[ \ln \frac{\beta}{\left(1 + \frac{\lambda}{a}\right) \sqrt{\alpha}} \right]^{-1},$$

где  $\beta = 4$ , если  $\frac{\lambda}{a} \ll 1$ , и  $\beta = 2$ , если  $\frac{\lambda}{a} \gg 1$ . Для отношения электронных

токов на зонд при параллельной и перпендикулярной ориентациях получим

$$\frac{(i_e)_\perp}{(i_e)_\parallel} = \frac{C_\perp}{C_\parallel} = \frac{2}{\pi} \ln \frac{\beta}{\left(1 + \frac{\lambda}{a}\right) \sqrt{\alpha}}. \quad (84)$$

Из формулы (84) видно, что отношение токов слабо зависит от магнитного поля. Отношение электронного тока при потенциале пространства к ионному току при больших отрицательных потенциалах зонда будет

$$\frac{(i_e)_\perp}{i_p} \cong \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{\lambda}{a} \sqrt{\alpha}. \quad (85)$$

При этом предполагается, что радиус зонда больше ларморовского радиуса электронов и меньше ларморовского радиуса для ионов. Для ионного тока использовалась формула (11).

Во все приведенные формулы входит  $\alpha$  — отношение коэффициентов диффузии поперек и вдоль магнитного поля. Классическое выражение для  $\alpha$  при больших полях

$$\alpha = \frac{R^2}{\lambda^2}. \quad (86)$$

Однако в сильных магнитных полях может иметь место аномальная диффузия, связанная с различными неустойчивостями в плазме<sup>3, 47</sup>. Это создает дополнительные трудности при использовании зондов в сильном магнитном поле. Даже если известен коэффициент поперечной диффузии, формула (83) еще не дает возможности определить концентрацию электронов  $n_0$ , так как в магнитном поле перегиб на полулогарифмической характеристике может быть выражен плохо, и поэтому потенциал пространства неизвестен. Кроме того, отсутствует способ определения электронной температуры. Поэтому в настоящее время можно обосновать возможность применения зондов при наличии магнитного поля только в не очень сильных магнитных полях, а именно когда ларморовский радиус для ионов много больше размеров зонда<sup>48</sup>. В этом случае магнитное поле не влияет на ионную часть характеристики и можно использовать теорию, изложенную в гл. II. Обычным методом определения электронной температуры  $T_e$  можно пользоваться, только если ларморовский радиус электронов, обуславливающих ток на зонд в данном месте характеристики, велик по сравнению с размерами зонда. Так как по мере возрастания отрицательного потенциала зонда ток обуславливается все более и более быстрыми электронами, то целесообразно определять  $T_e$  по участку характеристики, прилегающему к потенциалу изолированного зонда, применяя дифференцирование для исключения ионного тока (см. § 4). Возможно и применение метода двух зондов<sup>29, 49, 50</sup>. В работе<sup>51</sup> использовался сферический зонд, сделанный из ферромагнетика. Наблюдалось скачкообразное изменение зондового тока, когда температура зонда проходила через точку Кюри. Эти изменения связаны с уменьшением тангенциальной составляющей магнитного поля при переходе зонда в ферромагнитное состояние.

#### § 24. Зондовые измерения при наличии направленного движения в плазме

В предшествующем изложении предполагалась изотропия функции распределения электронов вдали от зонда. В реальных условиях всегда существует направленное движение электронов, обуславливающее ток через разрядный промежуток. Это приводит к искажению зондовых характеристик. Надежной теории зондовых измерений в случаях, когда это

искажение велико, не существует. При пользовании цилиндрическим зондом этих искажений можно избежать, если направить ось зонда вдоль направления тока. Если ось цилиндрического зонда перпендикулярна к направлению тока, то направленное движение влияет на вид зондовой характеристики. Строгое решение задачи невозможно, ибо распределение потенциала вокруг зонда не является цилиндрически симметричным.

В работе <sup>2</sup> задача решалась в пренебрежении асимметрии потенциала. В качестве функции распределения электронов по составляющим скорости, перпендикулярным к оси зонда, использовалось выражение

$$f_{\perp}(v_0) = \frac{m}{2\pi k T_e} \exp \left[ -\frac{m}{2\pi k T_e} (v_0 - u)^2 \right], \quad (87)$$

где  $u$  — скорость дрейфа. Такое рассмотрение может, по нашему мнению, дать лишь оценку влияния эффекта направленного движения при малых скоростях дрейфа. Расчет показал, что характеристики и при наличии дрейфа остаются приближенно прямолинейными вплоть до значения  $mu^2/2kT_e \sim \sim 0,5$ , однако температура  $T_e$ , определенная из наклона, будет завышена.

В случае шарового зонда, если пренебрегать асимметрией потенциала, электронный ток на зонд в задерживающем поле зависит только от распределения электронов по энергиям. Направленное движение сказывается на зондовой характеристике только через энергетическое распределение. На этом основании в работе <sup>11</sup> утверждается, что и при наличии направленного движения можно пользоваться формулой (4). Однако неизбежная асимметрия потенциала делает это утверждение сомнительным. Экспериментально асимметрия поля наблюдалась в работе <sup>52</sup>.

Для измерения направленной скорости неоднократно применялся односторонний <sup>53-56</sup> плоский зонд, т. е. зонд, у которого одна из сторон закрыта (например, слюдой). При этом исходят из того, что на зонд, находящийся при потенциале пространства, попадают все частицы, летящие по направлению к открытой поверхности. Тогда разность плотностей токов (текущих на зонд при его повороте к катоду и к аноду) равна плотности направленного тока в разряде  $j_0 = n_0 u e$ . Концентрацию  $n_0$  можно найти по характеристике зонда, повернутого параллельно оси разряда.

В работе <sup>56</sup> предложена компенсационная схема для определения разности токов, которая обычно мала. Идея схемы — в том, что ток при одном положении зонда компенсируется и измеряется разность токов, возникающая при повороте зонда. Описанные выше методы определения скорости дрейфа электронов при помощи плоского зонда представляются нам необоснованными по следующим причинам: основное предположение о том, что когда зонд находится при потенциале пространства, поле вокруг него равно нулю, неверно при наличии дрейфа электронов относительно ионов. В самом деле, предположим, что поле равно нулю и частицы движутся свободно. Покажем, что это приведет нас к противоречию. Концентрации электронов и ионов, летящих с одной стороны вдаль от зонда, неодинаковы. Например, концентрация электронов, летящих в направлении электронного дрейфа, больше концентрации ионов, летящих в этом же направлении, на величину  $\sim n_0 u / \bar{v}_e$ , где  $\bar{v}_e$  — тепловая скорость электронов. Для противоположного направления имеет место обратное соотношение, что обеспечивает квазинейтральность в невозмущенной области. Однако вблизи зонда, где существенно экранирование, квазинейтральность нарушается. Если, например, зонд повернут к катоду, то вблизи него концентрация электронов будет выше чем ионов, так как частицы, летящие против электронного дрейфа, отсутствуют. К зонду будет прилежать слой отрицательного объемного заряда с плотностью  $n_0 e u / \bar{v}_e$  и толщиной порядка

размеров зонда. Внутри этого слоя будет иметь место минимум потенциала величины  $\sim -n_0 e a^2 u / \bar{v}_e$ , где  $a$  — размер зонда. При  $a = 0,5$  см,  $n_0 = 10^{10}$  величина минимального потенциала в вольтах будет  $300 u / \bar{v}_e$ . Таким образом, даже при малом дрейфе получается глубокий минимум потенциала, что противоречит исходному предположению о свободном движении частиц. На самом деле образующийся минимум будет меньше, так как частицы движутся несвободно и стремятся компенсировать объемный заряд. Однако минимум потенциала останется и будет частично отражать электроны от зонда. Предположение о свободном движении частиц вокруг зонда, находящегося при потенциале пространства, по-видимому, неверно. На зонд, находящийся при потенциале плазмы и повернутый к катоду, будет идти ток, меньший тока, вычисленного при предположении свободного движения. Описанные выше методы должны давать поэтому заниженные значения скорости дрейфа.

В работе <sup>57</sup> указано на принципиальную возможность определения направленной части функции распределения электронов по зависимости разности токов на два обращенные в противоположные стороны зонда от их потенциала относительно плазмы. Этот метод аналогичен методу Дрювестейна для изотропной части распределения и требует дифференцирования разности токов по потенциалу зонда. Экспериментально метод применен в работе <sup>58</sup>.

Плоский зонд применялся и для изучения электронного пучка, в котором беспорядочная скорость меньше направленной <sup>53, 55</sup>. Такие условия имеют место в катодной части разряда, где быстрые электроны, летящие от катода, еще не успели потерять направленную скорость. Плотность электронного тока на плоский зонд, повернутый к катоду открытой поверхностью, будет

$$j_e = e \int_{\sqrt{\frac{2eV}{m}}}^{\infty} n_0 v_z f(v_z) dv_z,$$

где ось  $z$  направлена перпендикулярно к зонду в сторону зонда,  $f(v_z)$  — распределение электронов по составляющей  $v_z$ ,  $n_0$  — концентрация в пучке вдали от зонда. Если принять для функции распределения в потоке аппроксимацию

$$f(v_z) = \left( \frac{m}{2\pi k T_e} \right)^{1/2} \exp \left[ -\frac{m(v_z - u)^2}{2k T_e} \right],$$

то

$$j_e = e n_0 \sqrt{\frac{k T_e}{2\pi m}} e^{-x_m^2} + \frac{e}{2} n_0 u [1 + \Phi(x_m)], \tag{88}$$

где

$$\Phi(x_m) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_m} e^{-x^2} dx$$

— интеграл вероятности,

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{2k T_e}} \left( u - \sqrt{\frac{2eV}{m}} \right).$$

Если скорость дрейфа много больше тепловой скорости, в формуле (88) можно пренебречь первым членом и она примет вид

$$\Phi(x_m) = \frac{2j_e}{j_0} - 1,$$

где  $j_0 = e n_0 u$  — плотность тока в пучке.

Величину  $j_0$  можно найти из насыщения при малых отрицательных потенциалах зонда. Величина  $\Phi^{-1} \left( \frac{2j_e}{j_0} - 1 \right)$  (через  $\Phi^{-1}$  обозначена функция, обратная функции  $\Phi(x)$ ) должна быть, таким образом, линейной функцией корня из потенциала зонда. По наклону получающейся прямой можно определить температуру в пучке. Таким методом в работе<sup>58</sup> изучался пучок электронов, испускаемый накаленной нитью, введенной в разряд. На небольших расстояниях от нити получались хорошие прямые и определенная по ним температура соответствовала температуре нити.

Остановимся в заключение на случае, когда плазма движется как целое относительно зонда. Это имеет место при движении ракеты с зондами в ионосфере или при зондовых измерениях в струе плазмы в лабораторных условиях. В работе<sup>59</sup> приближенно вычисляется ионный ток на шаровой зонд, находящийся при отрицательном потенциале и движущийся в ионосфере, причем грубо учитывалась деформация ионного слоя вокруг зонда. Вычисления использовались для нахождения зависимости концентрации ионов от высоты по данным измерений на ракетах.

## V. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНИКИ ЗОНДОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ОШИБКИ МЕТОДА

### § 25. Определение потенциала пространства

Для уточнения определения потенциала пространства в случаях, когда перегиб на характеристике выражен недостаточно резко (см. § 3), было предложено ряд других методов.

В работах<sup>60, 61</sup> использовался ход первой производной от зондового тока по потенциалу, так как производная при переходе через потенциал пространства меняется резче, чем сам ток. При этом за потенциал пространства принималось место, в котором первая производная максимальна. Еще чувствительнее оказывается вторая производная от зондового тока по потенциалу<sup>41, 62</sup>, которая меняет знак вблизи потенциала зонда, равного потенциалу пространства. За потенциал пространства целесообразно принять точку максимума второй производной<sup>62</sup> (рис. 20).

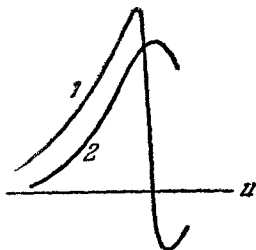


Рис. 20. Ход первой (2) и второй (1) производных зондового тока вблизи потенциала пространства.

В работе<sup>63</sup> предложен метод, основанный на измерении амплитуды шумов в зондовой цепи. Экспериментально наблюдался максимум амплитуд шумов при потенциале зонда, равном потенциалу пространства. Это, однако, не согласуется с данными работы<sup>64</sup>.

Другой применявшийся метод<sup>3</sup> основан на использовании горячего зонда. Зонд изготовлялся в виде проволочки, которая могла калиться от постороннего источника э. д. с. до температуры, соответствующей заметной электронной эмиссии. Снимались характеристики как с холодным, так и с горячим зондом. Части этих характеристик, соответствующие положительным потенциалам зонда относительно плазмы, совпадали, так как разность потенциалов между зондом и плазмой запирала эмиссию. При отрицательных потенциалах зонда ток на горячий зонд был меньше, чем на холодный, вследствие наличия эмиссии с горячего зонда. Потенциал пространства определялся как потенциал, при котором начиналось расхождение характеристик.



### § 26. Осциллографические методы снятия зондовых характеристик

Общая схема осциллографических методов заключается в следующем (рис. 21). Между зондом и одним из электродов в схеме одного зонда или между двумя зондами в схеме двух зондов прикладывается переменная разность потенциалов, которая подается через усилитель на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа. (В случае одного зонда вводится также постоянное смещение, примерно компенсирующее разность потенциалов между плазмой у зонда и электродом.)

В зондовую цепь вводится малое омическое сопротивление. Падение потенциала на этом сопротивлении, пропорциональное зондовому току, подается через усилитель на вертикально отклоняющие пластины осциллографа. На экране осциллографа получается характеристика в обычном масштабе, независимо от формы переменной разности потенциалов.

Эта общая схема применялась с различными модификациями в следующих случаях.

1. Разряды, в которых параметры не меняются со временем. Сюда относятся разряд постоянного тока и высокочастотный разряд, для которого период меньше времени релаксации. В этом случае смысл применения осциллографической методики заключается в сокращении времени, затрачиваемого на процесс измерения. Неоднократно употреблялись в разрядах постоянного тока как простейший вариант однозондовой схемы<sup>66</sup>, так и его очевидное усовершенствование, заключающееся в том, что усилитель у вертикально отклоняющих пластин осциллографа берется логарифмическим<sup>67</sup>. Тогда на экране осциллографа можно целиком воспроизвести электронную часть характеристики в полулогарифмическом масштабе. Для этого использовался также полупроводниковый диод, падение напряжения на котором в широких пределах линейно зависит от логарифма протекающего тока. Такой диод вводится в схему вместо малого омического сопротивления<sup>68</sup>.

При больших плотностях тока, чтобы избежать нагревания зонда, целесообразно подавать напряжение между зондом и электродом при помощи импульсного генератора с большой скважностью<sup>69</sup>.

2. Разряды с периодически меняющимися параметрами. Сюда относятся как разряды с периодом, большим времени релаксации, так и разряды в импульсном режиме и в режиме деионизации, если они воспроизводятся.

В этих случаях представляет интерес изучение параметров плазмы в зависимости от фазы разряда. В принципе возможны два способа измерения. В первом осциллографируется зондовый ток при фиксированном потенциале зонда во всех фазах разряда. Из семейства осциллограмм зондового тока, снятых при различных потенциалах, нужно выбрать точки, относящиеся к одной и той же фазе, и построить зондовую характеристику для этой фазы<sup>20, 57, 65</sup>. Аналогичный метод употреблялся для двухзондовой схемы в импульсном разряде<sup>29, 50</sup>.

Во втором случае выделяется определенная фаза разряда. Если периодическая разность потенциалов в цепи зонда несинхронизирована

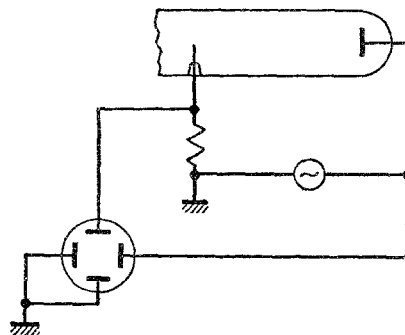


Рис. 21. Простейшая схема осциллографических измерений.

с периодом разряда, то на экране осциллографа получится зондовая характеристика для данной фазы. Для выделения определенной фазы разряда можно, например, запереть пушку осциллографа большим отрицательным потенциалом в течение всего периода, за исключением коротких интервалов времени, относящихся к данной фазе <sup>10</sup>.

Отметим, что в рассматриваемом случае периодических разрядов можно обойтись и без осциллографирования, если в цепь зонда включить коммутирующее устройство, замыкающее цепь в определенной фазе разряда. Характеристика снимается по точкам <sup>57</sup>.

3. Р а з р я д ы с н е п е р и о д и ч е с к и м е н я ю щ и м и с я п а р а м е т р а м и. Сюда относятся импульсные разряды с плохой воспроизводимостью и различные случаи, когда приходится иметь дело с нестационарной плазмой. В этих случаях осциллографический метод является единственно возможным, ибо необходимо снять всю характеристику за промежуток времени, в течение которого параметры плазмы заметно не меняются. Метод применялся в случае мощного импульсного разряда для осциллографирования характеристики <sup>17, 50</sup> и для быстрого снятия характеристик в разряде постоянного тока <sup>71</sup>. Ограничения на скорость снятия характеристики рассмотрены в конце этого параграфа.

Кроме описанного выше осциллографического метода, предлагались различные модификации, связанные с использованием специальных форм переменной разности потенциалов, подаваемой на зонд. Один из методов <sup>72</sup> заключается в том, что переменной разности потенциалов между зондом и одним из электродов придается пилообразный характер так, что в течение полупериода  $U = pt$ . Вертикально отклоняющие пластины осциллографа, как и в предыдущих случаях, соединены с малым омическим сопротивлением, включенным в зондовую цепь. Тогда отклонение луча в вертикальном направлении следует закону

$$y = Y_0 e^{-\frac{ep}{kT_e} t}$$

для электронной части характеристики в случае максвелловского распределения. На горизонтально отклоняющие пластины подается напряжение от специального генератора, синхронизированного с генератором пилообразных колебаний, и экспоненциально убывающее в течение полупериода. Тогда горизонтальное отклонение следует закону

$$x = X_0 e^{-t/\tau}$$

Подбором  $\tau$  можно добиться линейной зависимости на экране осциллографа. При этом  $kT_e = e\tau$ . Увеличивая амплитуду пилообразного напряжения, можно найти такое ее значение, выше которого спрямление становится невозможным. Это позволяет определить потенциал пространства.

Другой метод <sup>73</sup> основан на соотношении, следующем из формулы (5):

$$-\frac{e}{kT_e} = \frac{d}{dV} \lg i_e = \frac{1}{i_e} \frac{di_e}{dV} = \frac{1}{i_e} \frac{di_e}{dt} \bigg/ \frac{dV}{dt} \quad \text{[5]}$$

Если потенциал между зондом и электродом линейно меняется со временем и если на одну пару пластин осциллографа подавать падение потенциала на малом сопротивлении, пропорциональное  $i_e$ , а на вторую пару пластин—производную от этого падения потенциала, то наклон получающейся прямой определяет  $T_e$ . Потенциал пространства определяется как место резкого падения  $di_e/dt$ .

Отметим в заключение, что существует ряд факторов, ограничивающих скорость снятия характеристики. Во-первых, при быстром изменении потенциала зонда ионный слой может не успевать формироваться. Время формирования слоя порядка отношения толщины возмущенной зондом области плазмы к скорости иона. Это условие не является жестким, так как это время обычно порядка микросекунд.

Другое, более серьезное, ограничение <sup>17, 71</sup> связано с наличием паразитных емкостей в измерительной схеме (рис. 22). Наличие таких емкостей приводит к тому, что в зондовой цепи появляются паразитные токи порядка  $CV/\tau$ , где  $\tau$  — время снятия одной характеристики. Для того чтобы измерение было возможным, зондовый ток должен быть больше паразитного. Например, если  $C = 10 \text{ пкф}$ ,  $V = 100 \text{ в}$  и  $\tau = 1 \text{ мксек}$ , паразитный ток  $\sim 1 \text{ ма}$ .

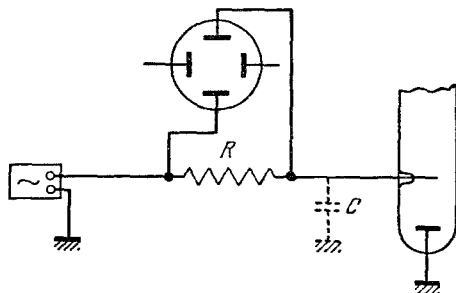


Рис. 22. Паразитные емкости в осциллографической схеме.

### § 27. Методы дифференцирования зондовой характеристики

В ряде случаев необходимо определять первую или вторую производную от зондового тока по потенциалу зонда. Это необходимо для исключения ионного тока (см. § 4) и для нахождения распределения электронов по скоростям (см. формулу (4)).

1. Методы графического дифференцирования. Наиболее прямым способом является деление интервала потенциалов на малые участки  $\Delta V$  и замена производной на величину  $\Delta i/\Delta V$ . Двукратное проведение этой процедуры было использовано Дрювстейном <sup>12</sup> для нахождения распределения электронов по энергиям в положительном столбе в неоне. С некоторым видоизменением эта процедура использовалась в работе <sup>74</sup>. Однократное дифференцирование применялось для нахождения электронной температуры  $T_e$  по началу электронной части характеристики <sup>8, 75</sup>. Такой способ, вообще говоря, не очень точен, в случае же двукратного дифференцирования ошибки сильно возрастают и можно надеяться лишь на качественные результаты.

Некоторая модификация графического метода двойного дифференцирования <sup>76</sup> заключается в том, что характеристика строится в полупологарифмическом масштабе (в котором она является более плавной) и используется соотношение

$$\frac{1}{i} \frac{d^2 i}{dV^2} = \left( \frac{d}{dV} \ln i \right)^2 + \frac{d^2}{dV^2} \ln i.$$

Этот способ анализа применялся для нахождения распределения электронов по энергиям в тлеющем разряде <sup>77</sup>.

2. Метод наложения переменного потенциала. В цепь зонда помимо источника постоянной разности потенциалов вводится генератор переменной синусоидальной разности потенциалов  $u_1 = A \cos \omega t$  (рис. 23). Тогда потенциал зонда будет  $u + u_1$ , а ток

$$i = f(u + A \cos \omega t).$$

Если амплитуда  $A$  достаточно мала, то

$$i = f(u) + f'(u) A \cos \omega t + \frac{1}{2} f''(u) A^2 \cos^2 \omega t + \dots = \\ = \left[ f(u) + \frac{1}{4} A^2 f''(u) + \dots \right] + [A f'(u) + \dots] \cos \omega t + \dots$$

Отсюда видно, что, измеряя переменную составляющую тока на частоте  $\omega$  в зондовой цепи, можно определить первую производную зондового тока  $f'(u)$ . Изменяя добавку к постоянной составляющей, возникающей при включении переменного напряжения, можно найти вторую производную зондового тока  $f''(u)$ . Меняя с помощью потенциометра разность

потенциалов  $u$ , находим первую или вторую производную тока в нужном участке характеристики.

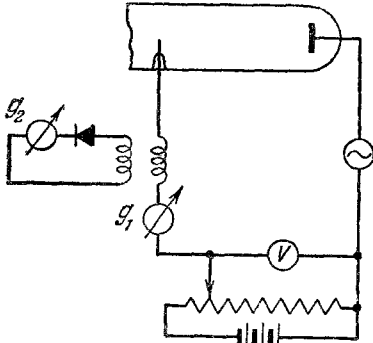


Рис. 23. Простейшая схема измерения производных зондового тока методом наложения переменного потенциала.

Для измерения первой производной можно, например, в цепь зонда включить малую индуктивность<sup>60</sup>, которая служит первичной обмоткой повышающего трансформатора. Амплитуда переменной разности потенциалов, возникающей во вторичной обмотке, может наблюдаться на экране осциллографа или на гальванометре, включенном в цепь вместо осциллографа последовательно с выпрямительным устройством. Этот способ может привести к ошибкам, если в плазме существуют значительные колебания. Для уменьшения этих ошибок необходим целесообразный выбор частоты  $\omega$  и применение фильтра<sup>61</sup>.

Для измерения второй производной  $f''(u)$  необходимо измерить малую добавку к постоянной составляющей зондового тока. Для этого в работе<sup>78</sup> использовалась специальная компенсирующая схема. Существенным недостатком этого метода является то, что он может быть применен лишь при чрезвычайно высокой стабильности разрядных условий. Метод получения второй производной может быть улучшен тем, что вместо синусоидальной разности потенциалов на зонд подается переменная разность потенциалов вида

$$u_1 = A(1 + \cos \omega_1 t) \sin \omega_2 t,$$

где  $\omega_1 \ll \omega_2$ . Тогда

$$i = f(u + u_1) = f(u) + \frac{3}{8} A^2 f''(u) + \left[ \frac{A^2}{2} f''(u) + \dots \right] \cos \omega_1 t + \Sigma,$$

где  $\Sigma$  — сумма убывающих по амплитуде составляющих частоты  $\omega_2$ , а также кратных и комбинационных частот. Таким образом, в данном случае  $f''(u)$  определяет амплитуду переменной составляющей с частотой  $\omega_1$ , что облегчает ее измерение. Составляющая падения потенциала частоты  $\omega_1$  на малом сопротивлении, включенном в зондовую цепь, выделяется с помощью узкополосного усилителя и через детектор подается на вертикально отклоняющие пластины осциллографа. На горизонтально отклоняющие пластины подается разность потенциалов  $u$  от генератора, дающего периодическую медленно меняющуюся разность потенциалов, включенного между зондом и электродом. Это позволяло быстро (в течение 25 сек) получать на экране осциллографа всю кривую  $f''(u)$ . Этот метод применялся для исследования распределения электронов по энергиям в ртутном

разряде при наличии страт <sup>79</sup>. Сходный метод использовался в работе <sup>41</sup>, в которой также дано обсуждение ошибок такого рода методик. Отметим, что можно измерять амплитуду гармоники  $\omega_1$  и непосредственно с помощью лампового вольтметра, включенного после узкополосного усилителя. Кривая  $f''(u)$  снимается в данном случае по точкам.

3. П р и м е н е н и е д и ф ф е р е н ц и р у ю щ и х ц е п о ч е к. В данном методе потенциал зонда относительно анода меняется путем подачи напряжения от генератора пилообразных колебаний, дающего линейную зависимость напряжения от времени. Падение напряжения на малом сопротивлении, включенном в цепь зонда, пропорциональное зондовому току, подается на вход дифференцирующего каскада. Напряжение на выходе, пропорциональное производной зондового тока по времени, подается на вертикально отклоняющие пластины осциллографа. На горизонтально отклоняющие пластины подается напряжение от генератора пилообразных колебаний. Ввиду пропорциональности между потенциалом зонда и временем для пилообразного напряжения, на экране осциллографа получается кривая зависимости производной зондового тока по потенциалу зонда от потенциала зонда. Метод употреблялся для нахождения как первой <sup>80</sup>, так и второй производной <sup>81</sup>. Описанный способ может применяться в случаях, когда условия в плазме быстро меняются.

## § 28. О некоторых других применениях зондов

Остановимся вкратце на некоторых дополнительных возможностях использования зондов.

С помощью двух зондов, помещенных в различные точки плазмы, можно измерить разность потенциалов между этими двумя точками. Для этого следовало бы определить потенциал пространства для каждого из зондов и взять их разность. Если свойства плазмы в местах нахождения зондов и сами зонды одинаковы, то можно использовать просто разность между потенциалами плавающих зондов. Последняя определяется как разность потенциалов, поданная между двумя зондами, при которой ток в двухзондовой схеме равен нулю. Если свойства плазмы в местах расположения зондов неодинаковы, то этот метод дает ошибки порядка  $kT_e/e$ .

С помощью стеночного зонда может быть измерен поток заряженных частиц на стенку разрядной трубки. Для этого пользуются тем, что ионный ток слабо зависит от потенциала зонда, и экстраполируют его от больших отрицательных потенциалов зонда до потенциала стенки (обычно ток на стенку равен нулю и, следовательно, потенциал стенки соответствует потенциалу плавающего зонда).

В работах <sup>82, 83</sup> предложены различные способы определения плотности газа при помощи зондов. В работе <sup>84</sup> сделана попытка использовать для определения параметров плазмы измерение потока энергии на зонд при различных потенциалах зонда.

Неоднократно делались попытки определения ионной температуры  $T_p$  из ионной части характеристики. Все они основывались на старой теории ионного тока Ленгмюра и потому несостоятельны. Как видно из результатов гл. II, ионный ток при больших отрицательных потенциалах зонда почти не зависит от ионной температуры, так что определение  $T_p$  зондовым методом практически невозможно. Для определения  $T_p$  можно использовать метод задерживающего поля <sup>5, 85</sup> и спектроскопические методы <sup>86, 87</sup>.

В последние годы разработаны высокочастотные методы исследования плазмы, связанные с использованием зондов. При этом зонд используется как миниатюрная колебательная система. Свойства такой системы

зависят от диэлектрической проницаемости плазмы, в которую она погружена, что позволяет определить концентрацию электронов <sup>88</sup>.

В ряде работ зонд использовался для изучения спектра шумов, излучаемых плазмой <sup>89</sup>. По интенсивности шумов в диапазоне СВЧ может быть определена электронная температура <sup>90</sup>.

### § 29. Источники погрешностей при зондовых измерениях

Для того чтобы обработка зондовых измерений давала правильные результаты, условия, в которых работает зонд, должны соответствовать рассмотренной выше теоретической схеме. В реальных условиях существует ряд побочных явлений, которые могут исказить результаты зондовых измерений и затруднить интерпретацию их. Рассмотрим последовательно влияние этих побочных явлений.

1. **Загрязнение поверхности зонда.** Загрязнения могут менять работу выхода из зонда или образовывать поверхностные слои с большим омическим сопротивлением. В тех частях зондовой характеристики, когда на зонд идут малые электронные токи и зонд является холодным, он покрывается налетом. При увеличении электронного тока на зонд, когда зонд нагревается, или при больших отрицательных потенциалах зонда, когда существенна ионная бомбардировка, загрязнения с поверхности слетают. Зондовая характеристика может быть вполне воспроизводима, если она снимается достаточно медленно, тем не менее характеристика будет деформирована. Дело в том, что изменение потенциала зонда, регистрируемое вольтметром, будет отличаться от изменения потенциала у поверхности зонда, если при этом изменилась работа выхода или падение потенциала в поверхностном слое. Кроме того, при изменении состояния поверхности меняется коэффициент отражения электронов <sup>14</sup>. Все эти факторы в основном влияют на часть характеристики при небольших отрицательных потенциалах зонда, по которой определяют температуру электронного газа или распределение электронов по скоростям. Некоторое влияние загрязнений ртутью было обнаружено в работах <sup>91, 92</sup>. Характеристика сильно искажается при загрязнении зонда парами замазки <sup>92</sup> или окисью бария <sup>93</sup> (при работе с окисными катодами). Чтобы избежать этих искажений, необходимо перед измерением очищать зонд электронной или ионной бомбардировкой и делать измерения достаточно быстро. Импульсная схема, совмещающая непрерывную очистку зонда с быстрым снятием характеристики, предложена в работах <sup>71, 111</sup>.

2. **Размеры зонда и изоляция зонда.** Размеры зонда в положительном столбе лимитируются целым рядом обстоятельств. Слишком большой зонд вносит в разрядный промежуток искажения прежде всего геометрического характера. Кроме того, существенны искажения электрического характера, связанные с перераспределением токов в цепи разряда и в зондовой цепи. Такого рода изменения вносят искажения в часть зондовой характеристики, близкую к потенциалу пространства <sup>94, 95</sup>. Однако даже если пользоваться ионной частью зондовой характеристики, когда ток на зонд значительно меньше, то зонд должен быть достаточно малым <sup>10</sup>.

Область плазмы, возмущенная зондом, имеет размеры порядка прицельного параметра  $r_0$ , при котором ион попадает на зонд. Изложенная выше теория ионной части зондовой характеристики пренебрегает ионизацией в этой области. Можно считать для оценки, что все ионы, образовавшиеся в указанной области благодаря ионизации, достигают зонда. Ток, обусловленный этими ионами, будет  $zn_0V$ , где  $z$  — число иониза-

ций на один электрон, а  $V$  — объем возмущенной области.  $z$  можно оценить из условия баланса положительного столба <sup>96</sup>. Если длина пробега иона  $\lambda$  много больше радиуса трубки  $R$ , то

$$z \cong 0,8 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \frac{1}{R}.$$

В противоположном случае

$$z = (2,4)^2 \frac{D_a}{R^2} \cong 2 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \sqrt{\frac{T_e}{T}} \frac{\lambda}{R^2}$$

(при  $T_e \gg T$ ). Условие малости тока, идущего на зонд вследствие ионизации в возмущенной области, по сравнению с током, идущим на зонд из невозмущенной плазмы (формулы (35) и (52)), приводит к следующим ограничениям размеров зонда (при  $T_e \gg T$ ). В случае низких давлений ( $\lambda \gg R$ )

$$r_c \ll \left(\frac{T}{T_e}\right)^{3/4} R$$

для шарового зонда и

$$r_c \ll \frac{T}{T_e} R$$

для цилиндрического зонда. При высоких давлениях ( $\lambda \ll R$ )

$$r_c \ll 0,2 \frac{R}{\lambda} \left(\frac{T}{T_e}\right)^{5/4} R$$

для сферического зонда и

$$r_c \ll 0,2 \frac{R}{\lambda} \left(\frac{T}{T_e}\right)^{3/2} R$$

для цилиндрического зонда. При оценках радиус слоя  $r_c$  можно считать равным радиусу зонда.

Другое ограничение размеров зонда связано с пренебрежением соударениями в возмущенной области. Для ионного тока (при  $T_e \gg T$ ) это законно, если  $p_0 \ll \lambda$ , т. е.

$$r_c \ll \lambda \left(\frac{T}{T_e}\right)^{1/2}$$

для цилиндрического зонда и

$$r_c \ll \lambda \left(\frac{T}{T_e}\right)^{1/4}$$

для сферического зонда. Для электронной части характеристики неучет столкновений законен, если размер зонда много меньше длины свободного пробега электронов <sup>3, 97</sup>.

В работе <sup>11</sup> указано на возможность существования замкнутых орбит ионов в притягивающем поле зонда. Ион может попасть на такую орбиту только в результате соударения. Однако заселенность этих орбит не будет зависеть от частоты столкновений, так как уйти с орбиты ион может тоже только в результате столкновений. Авторы дают нижнюю границу отношения радиуса зонда к дебаевскому радиусу, при котором замкнутые орбиты еще отсутствуют. Если радиус зонда меньше определяемого этим критерием, то «захваченные» ионы могут влиять на распределение заряда и потенциала. Учет этого влияния очень труден, однако нам представляется, что в обычных разрядных условиях оно мало. Чтобы ион попал на замкнутую орбиту, центробежной силе надо сравняться с силой притяжения. Между тем после столкновения с нейтральными атомами (перезарядка)

ионы становятся тепловыми. Поэтому очень малая доля столкновений может вывести ион на замкнутую орбиту, в то время как любое столкновение может вывести ион с орбиты.

Неработающая часть зонда защищается изолятором, который в разряде заряжается отрицательно и окружен слоем положительного объемного заряда. Последний сокращает фактически действующую поверхность зонда, что может привести к ошибкам в определении концентрации  $n_0$ . Попытка изучения этого эффекта делалась в работе <sup>93</sup>. В работе <sup>95</sup> указано на искажение характеристик плоского зонда у стенки, которое вызывается влиянием слоя пространственного заряда у стенки. В этой же работе изучались зондовые характеристики ряда цилиндрических и сферических зондов разной длины и диаметров и с различной толщиной изолирующей поверхности. На основании такого сопоставления автор приходит к выводу, что

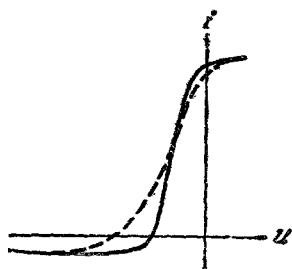


Рис. 24. Влияние колебаний на зондовую характеристику. Пунктиром дана искаженная характеристика.

наиболее пригодны для измерений тонкие цилиндрические зонды с длинной неизолированной поверхностью и тонкой изоляцией. При использовании короткого цилиндрического зонда может возникнуть ошибка, связанная с учетом тока на торцевую часть слоя. Этот вопрос рассматривается в работе <sup>99</sup>.

3. Влияние колебаний потенциала плазмы на зондовую характеристику. Колебания потенциала плазмы в окрестности зонда могут сильно деформировать электронную и начало ионной части характеристики. Если частота этих колебаний не слишком велика, так что электронный ток успевает устанавливаться за период (время установления порядка времени прохождения

электроном возмущенной области), то прибор усредняет ток. Из-за сильной нелинейности зондовой характеристики возникают искажения (рис. 24) <sup>3</sup>.

Как видно из рис. 24, температура  $T_e$  будет завышена. В работах <sup>50</sup>, <sup>95</sup>, <sup>100</sup> наблюдалось влияние колебаний на зондовый ток и предложены способы подавления колебаний. Вопрос о влиянии колебаний на характеристику обсуждался также в работе <sup>110</sup>.

4. Влияние эмиссии электронов из зонда. Эмиссия может быть вызвана ударами положительных ионов, метастабильных атомов и фотонов. Это приведет к завышению ионного тока при отрицательных потенциалах зонда. Чтобы оценить эмиссию под действием положительных ионов, надо знать коэффициент вторичной эмиссии из материала зонда для ионов с энергией, соответствующей отрицательному потенциалу зонда. Для энергий, меньших 100 эв, коэффициент эмиссии порядка  $10^{-1}$ — $10^{-2}$  <sup>57</sup>. Следует иметь в виду, что загрязнение поверхности зонда может увеличить коэффициент эмиссии.

Эмиссия под действием метастабильных атомов и фотонов изучалась в ряде работ <sup>101</sup>, <sup>102</sup>, <sup>5</sup>. Этот эффект должен быть наиболее выражен в инертных газах, обладающих высокими потенциалами возбуждения. В работе <sup>5</sup> для разряда в аргоне в интервале давлений  $10^{-3}$ — $1$  мм Hg и токов 200—100 ма получено отношение тока эмиссии (под действием метастабилей и фотонов) к ионному току на зонд от 5 до 20%. Для оценки величины эмиссии необходимо знать концентрации возбужденных атомов в разряде. Ток эмиссии под действием метастабильных атомов дается выражением

$$\frac{en_m v^i S}{4} \gamma_m,$$



где  $n_m$  — концентрация метастабильных атомов,  $\bar{v}$  — их средняя скорость,  $S$  — площадь поверхности зонда,  $\gamma_m$  — коэффициент эмиссии, который имеет порядок  $10^{-1} - 10^{-2}$  <sup>57, 109</sup>. Ток эмиссии под действием фотонов можно оценить по формуле <sup>103</sup>

$$i_{\phi} = \frac{en_a S}{4\tau k_0} \gamma_{\phi},$$

где  $n_a$  — концентрация возбужденных атомов,  $k_0$  — коэффициент поглощения,  $\tau$  — продолжительность жизни возбужденного атома,  $\gamma_{\phi}$  — квантовый выход. Некоторые данные относительно  $\gamma_{\phi}$  имеются в работах <sup>57, 109</sup>. Пример такой оценки приведен в работе <sup>104</sup>. При больших отрицательных потенциалах зонда (порядка сотен электрон-вольт) становится возможной интенсивная ударная ионизация электронами, выбитыми из зонда, и образование лавины. С этим, по-видимому, и связано наблюдающееся при данных потенциалах резкое возрастание ионного тока на зонд. Поэтому этим участком характеристики нельзя пользоваться для измерения параметров плазмы.

### § 30. Выводы

Метод ленгмюровских зондов надежно обоснован как теоретически, так и экспериментально для исследования изотропной плазмы низкого давления при достаточно слабых магнитных полях. Дальнейшее развитие зондовой методики должно, как нам кажется, идти по следующим основным направлениям.

1. Применение зондов при давлениях, когда длина пробега частиц плазмы меньше размеров зонда. Попытки распространить теорию зондов на этот случай были сделаны в работах <sup>105, 106</sup>. В работе <sup>104</sup> дан метод нахождения параметров плазмы и проведены измерения параметров в ртути и инертных газах в интервале давлений 1—20 мм Hg. Желательно дальнейшее накопление экспериментального материала, особенно в области больших давлений.

2. Зондовые измерения при наличии направленного движения в плазме. Материал, изложенный в § 24, показывает, что удовлетворительного решения этой задачи еще нет.

3. Применение зондов при наличии сильного магнитного поля. Несмотря на всю важность этого вопроса, в настоящее время еще не достигнуто существенного прогресса в этом направлении.

4. Распределение электронов по скоростям не строго максвелловское. Отклонения особенно существенны в области энергий, в которой возможны неупругие соударения <sup>107, 108</sup>. Поэтому особый интерес представляет дальнейшее усовершенствование методов определения функции распределения электронов, особенно в области больших энергий.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $f_0(v), F_0(v)$  — функции распределения электронов и ионов по скоростям в плазме,
- $u_0$  — потенциал плазмы относительно анода, катода (потенциал пространства),
- $u$  — потенциал зонда относительно анода, катода,
- $-V(r)$  — потенциал данной точки в окрестности зонда относительно невозмущенной плазмы,
- $-V(a) \equiv -V$  — потенциал зонда относительно невозмущенной плазмы,

- $-V_1$ —потенциал изолированного (плавающего) зонда относительно невозмущенной плазмы,  
 $-i_e$ —электронный ток на зонд,  
 $i_p$ —ионный ток на зонд,  
 $i$ —полный ток на зонд,  
 $-i_0$ —электронный ток на зонд при потенциале пространства,  
 $-j_e$ —плотность электронного тока на зонд,  
 $n_0$ —концентрация электронов в плазме,  
 $n_e(r), n_p(r)$ —концентрации электронов и ионов в окрестности зонда,  
 $T_e, T_p$ —температуры электронного и ионного газов,  
 $v_e, v_p$ —средние скорости электронов и ионов,  
 $\varepsilon_0$ —величина порядка средней энергии иона,  
 $a$ —радиус зонда,  
 $r_p$ —радиус ионного слоя,  
 $r_c$ —радиус слоя пространственного заряда,  
 $r_{\text{Л}}$ —радиус лимитационной сферы,  
 $S$ —площадь зонда,  
 $h = \left( \frac{kT_e}{4\pi n_0 e^2} \right)^{1/2}$ —дебаевский радиус,  
 $e$ —абсолютное значение заряда электрона (иона),  
 $m, M$ —массы электрона и иона,  
 $x = r/r_{\text{Л}}, x_c = r_c/r_{\text{Л}}, x_p = r_p/r_{\text{Л}}, \gamma = \varepsilon_0/kT_e,$   
 $\eta = eV(r)/kT_e, \eta_{\text{Л}} = eV(r_{\text{Л}})/kT_e, \eta_c =$   
 $= eV(r_c)/kT_e, \eta_p = eV(r_p)/kT_e$ —безразмерные величины.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. J. Langmuir and H. Mott-Smith, Gen. Electr. Rev. **27**, 449, 538, 616 762, 810 (1924).
2. J. Langmuir and H. Mott-Smith, Phys. Rev. **28**, 727 (1926).
3. The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields, Ed. by A. Guthrie and R. Wakerling, New York, 1949.
4. F. Wenzl, Zs. angew. Phys. **2**, 59 (1950).
5. R. Boyd, Proc. Roy. Soc. A **201**, 329 (1950).
6. Ю. М. Каган и В. И. Перель, ДАН СССР **91**, 1321 (1953); **95**, 765 (1954).
7. Ю. М. Каган и В. И. Перель, ЖЭТФ **29**, 261 (1955), Труды К.-ФГУ **4**, 69 (1955).
8. Ю. М. Каган, В. И. Перель, П. О. Рипатти, Вестник ЛГУ, № 8, 129 (1955).
9. Ю. М. Каган, Вестник ЛГУ, № 4, 63 (1957).
10. J. Allen, R. Boyd, P. Reynolds, Proc. Phys. Soc. **70**, 297 (1957).
11. J. Bernstein and J. Rabinowitz, Phys. Fluids **2**, 112 (1959).
12. M. Druvestein, Zs. Phys. **64**, 781 (1930).
13. H. Rothman, Studii si cercetari de fizica **8**, 255 (1957); ДАН СССР **120**, 999 (1958).
14. И. М. Бронштейн, Изв. АН СССР **22**, 441 (1958); И. М. Бронштейн и В. В. Рошин, ЖТФ **28**, 2200, 2476 (1958).
15. G. Nicoll and J. Vasa, J. Electr. and Control **12**, 23 (1962).
16. J. Langmuir and Blodgett, Phys. Rev. **22**, 317 (1923); **24**, 49 (1924).
17. A. Brunet, R. Geller, J. Leroу, Rapport CEA № 1580.
18. Н. А. Капцов, Электрические явления в газах, М., Гостехиздат, 1950.
19. E. Haуess and K. Rademacher, Ann. d. Phys. **8**, 158 (1961).
20. E. Johnson and L. Malter, Phys. Rev. **80**, 59 (1950).
21. Л. М. Виберман, Б. Панин, ЖТФ **21**, 2 (1951).
22. S. Kojima and K. Takayama, J. Phys. Soc. Japan **4**, 346 (1949); **5**, 357 (1950).
23. С. Д. Вагнер, Ю. М. Каган, В. И. Перель, Вестник ЛГУ, № 22, 75 (1956).
24. К. Ямамото and Т. Okuda, J. Phys. Soc. Japan **11**, 57 (1956).
25. С. Д. Вагнер, ЖТФ **28**, 2739 (1958).
26. Ю. М. Каган, Т. Я. Кальвинова, И. С. Рауданен, Вестник ЛГУ № 16, 41 (1957).
27. В. В. Аврамов, Х. А. Джерпетов, Вестник МГУ, № 3, 55 (1960).
28. С. М. Левитский, И. П. Шашурин, Радиотехника и электроника **4**, 1238 (1959); R. Knechtli and J. Wada, Phys. Rev. Lett. **6**, 215 (1961).

29. Р. А. Демирханов, Н. И. Леонтьев, И. А. Косый, ЖТФ 32, 180 (1962).
30. Х. А. Джерпетов, Г. М. Патеюк, ЖЭТФ 28, 343 (1955).
31. Т. Okuda and К. Yamamoto, J. Appl. Phys. 31, 158 (1960).
32. Н. Fetz und Н. Ochsner, Z. angew. Phys. 12, 250 (1960).
33. С. Д. Вагнер, А. И. Зудов, А. Д. Хахаев, ЖТФ 31, 336 (1964).
34. С. Д. Вагнер, Я. Ф. Веролайнен, Уч. зап. Карельского пед. ин-та 11, вып. 1, 69 (1964).
35. S. Kojima, К. Такауама, А. Shimachi, J. Phys. Soc. Japan 8 (1), 55 (1953).
36. С. Д. Вагнер, Уч. зап. Петрозаводского ун-та 5, вып. 4, 129 (1957).
37. Е. И. Вавилин, С. Д. Вагнер, В. К. Ланенкия, С. С. Митрофанова, ЖТФ 30, 1064 (1960).
38. Е. И. Вавилин, С. Д. Вагнер, Ф. С. Платонов, Физико-технический сборник, Петрозаводск (в печати).
39. R. Boyd and J. Thompson, Proc. Roy. Soc. A252, 102 (1959).
40. J. Thompson, Proc. Phys. Soc. 73, 818 (1959).
41. R. Boyd and N. Twiddy, Proc. Roy. Soc. A250, 53 (1959).
42. N. Twiddy and R. Boyd, Proc. Roy. Soc. A259, 145 (1960).
43. J. Wilhelm, Ann. d. Phys. 12, 401 (1953).
44. J. Spencer-Smith, Phil. Mag. 19, 806 (1935).
45. Э. М. Рейхрудель и Г. В. Спивак, ЖЭТФ 6, 816 (1936); 8, 319 (1938).
46. В. Bertottu, Phys. Fluids 4, 1047 (1964); И. К. Фетисов, ЖЭТФ 36, 1110 (1959).
47. Л. А. Арцимович, Управляемые термоядерные реакции, М., Физматгиз, 1964; А. В. Жаринов, Атомная энергия 7, 215 (1959).
48. R. Bickerton and A. von Engel, Proc. Phys. Soc. B69, 468 (1956).
49. С. Д. Вагнер, Ю. М. Каган, Е. В. Романова, Вестник ЛГУ, № 10, 15 (1958).
50. В. И. Пистунович, Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т. IV, 1958, стр. 134; Н. Jones a. P. Sanders, J. Sci. Instr. 37, 457 (1960).
51. М. Д. Габович, Тр. ФИАН СССР, вып. 7, 44 (1956).
52. Т. Okuda, J. Yamamoto, J. Phys. Soc. Japan 13, 1212 (1958).
53. С. Д. Гвоздовер, ЖТФ 3, 587 (1933).
54. Д. А. Рожанский, В. Коваленко, Л. А. Сена, ЖТФ 4, 1271 (1934).
55. В. Полин, С. Д. Гвоздовер, ЖЭТФ 8, 436 (1938).
56. Х. М. Фаталиев, Г. В. Спивак, Э. М. Рейхрудель, ЖЭТФ 9, 467 (1939).
57. В. Л. Грановский, Электрический ток в газе, т. 1, М., Гостехиздат, 1952.
58. Г. Д. Лобов, В. В. Захаров, Радиотехника и электроника 7, 652 (1962).
59. T. Dote, К. Такауама, Т. Jschimura, J. Phys. Soc. Japan 17, 174 (1962).
60. Ю. М. Кулаков и А. А. Зайцев, Вестник МГУ, № 3, 101 (1949).
61. F. Nölle, Ann. d. Phys. 18, 328 (1956).
62. И. А. Воробьева, Ю. М. Каган, В. М. Меленин, ЖТФ 33, 571 (1963).
63. А. А. Зайцев, М. Я. Васильева, В. Н. Мнев, ЖЭТФ 36, 1590 (1959).
64. R. Sears and J. Brophy, Bull. Amer. Phys. Soc., № 6, 413 (1960).
65. В. Л. Грановский, Изв. АН СССР, № 4, 449 (1938).
66. См., например, F. Anderson, Phil. Mag. 38, 179 (1947).
67. Johnston, Brit. J. Appl. Phys. 7, 266 (1956).
68. С. М. Левитский, З. А. Пляцок, Приб. и техн. эксл., № 2, 150 (1961).
69. Б. А. Мамырин, ЖТФ 23, 904, 1915 (1953).
70. R. Ledrus, Appl. Sci. Res. B5, № 1—4, 151 (1955).
71. J. Waumouth, J. Appl. Phys. 30, 1404 (1959).
72. А. М. Бонч-Бруевич, ДАН СССР 81, 371 (1951).
73. H. Tamagawa and J. Tujita, J. Phys. Soc. Japan 14, 678 (1959).
74. G. Medicus, J. Appl. Phys. 27, 10 (1956).
75. В. М. Захарова, Ю. М. Каган, Оптика и спектроскопия 1, 627 (1956).
76. R. Sloane and К. Emeleus, Phys. Rev. 44, № 5, (1933).
77. К. Emeleus and R. Ballantine, Phys. Rev. 50, 672 (1936).
78. R. Sloane and E. McGregor, Phil. Mag. 18, 193 (1934).
79. Г. М. Малышев и В. Л. Федоров, ДАН СССР 92, 269 (1953).
80. Ю. И. Каган, Г. М. Малышев, В. Л. Федоров, ЖТФ 23, 894 (1953); V. Smithers, J. Sci. Instr. 39 (1), 21 (1962).
81. Ю. М. Каган, В. Л. Федоров, Г. М. Малышев, Л. А. Гавалас, ДАН СССР 76, 215 (1951).
82. Б. Н. Клярфельд, А. А. Тимофеев, Н. А. Неретина, Л. Г. Гусева, ЖТФ 25, 1580 (1955).

83. А. В. Рубчинский, Ф. С. Кобелев, В. М. Мантров, *Радиотехника и электроника* 4, 1311 (1959).
  84. М. М. Горшков, Ю. П. Маслаковец, *ЖТФ* 6, 1513 (1936).
  85. Н. И. Ионов, *ДАН СССР* 85, 753 (1952).
  86. С. Э. Фриши и Ю. М. Каган, *ЖТФ* 18, 519 (1948).
  87. А. Н. Зайдель, Г. М. Малышев, Е. Я. Шрейдер, *ЖТФ* 31, 129 (1961).
  88. С. М. Левитский, И. П. Пашурин, *Изв. АН СССР* 23, 948 (1959); *ЖТФ* 31, 436 (1961); К. Такаута, Н. Ikegami, S. Miyazaki, *Phys. Rev. Lett.* 5, 238 (1960).
  89. G. Singh, *Proc. Phys. Soc.* 74, 42 (1959); A. Galbraith and A. van der Ziel, *Proc. of the Fourth Intern. Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases*, vol. I, Amsterdam, 1960; K. Emelius, *Plasma Physics* 2, 65 (1961).
  90. К. Кнол, *Philips Res. Repts.* 6, 288 (1951); M. Easley, W. Mumford, *J. Appl. Phys.* 22, 846 (1951).
  91. R. Howe, *J. Appl. Phys.* 24, 7 (1953).
  92. M. Easley, *J. Appl. Phys.* 22, 590 (1951).
  93. G. Wehner and G. Medicus, *J. Appl. Phys.* 23, 1035 (1952).
  94. Б. Н. Клярфельд, *Тр. ВЭИ*, № 41, 162 (1940).
  95. Л. Г. Гусева, *ЖТФ* 21, 426 (1951).
  96. W. Schottky, *Phys. Zs.* 25, 342 (1924); J. Langmuir and L. Tonks, *Phys. Rev.* 34, 876 (1929).
  97. Ю. М. Каган и В. И. Перель, *ЖТФ* 24, 889 (1954).
  98. M. Fiebig, *Acta Physica Austriaca* 4, 170 (1950).
  99. T. Okuda and K. Yamamoto, *J. Phys. Soc. Japan* 13, 411 (1958).
  100. Л. А. Сена, *ЖЭТФ* 16, 811 (1946).
  101. W. Uytendoven and M. Harrington, *Phys. Rev.* 36, 709 (1930); Kenty, *Phys. Rev.* 43, 181 (1933).
  102. Г. В. Спивак и Э. М. Рейхрудель, *ЖТФ* 3, 983 (1933).
  103. В. А. Фабрикант, *ЖЭТФ* 17, 1037 (1947).
  104. В. М. Захарова, Ю. М. Каган, К. С. Мустафин, В. И. Перель, *ЖТФ* 30, 442 (1960).
  105. Б. И. Давыдов и Л. И. Змановская, *ЖТФ* 6, 1244 (1936).
  106. R. Voud, *Proc. Phys. Soc.* B64, 795 (1951).
  107. Ю. М. Каган и Р. И. Лягущенко, *ЖТФ* 31, 445 (1961); 32, 192 (1962).
  108. Ю. М. Каган и Р. И. Лягущенко, *ЖТФ* 32, 735 (1962).
  109. J. Hasted, *J. Appl. Phys.* 30, 22 (1959).
  110. K. Emelius, *Plasma Physics* 2, 69 (1961).
  111. B. Richelman, *Rev. Sci. Instr.* 30, 593 (1959).
  112. D. Kamke and H. Rose, *Zs. Phys.* 145, 83 (1956).
-