

МОНОПОЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ АТОМНЫХ ЯДЕР

Л. А. Борисоглебский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	271
§ 1. Общая теория монопольных переходов ядер	273
§ 2. Возбуждение электрических монопольных переходов электронами	296
§ 3. Примеры монопольных переходов ядер	304
§ 4. Теоретические оценки ядерного матричного элемента монополя	317
Заключение	329
Цитированная литература	330

ВВЕДЕНИЕ

В самом общем случае переход ядра из возбужденного в более низкое состояние может произойти путем одновременного испускания некоторого числа фотонов, конверсионных электронов и электронно-позитронных пар *). Однако обычно наиболее вероятным процессом, сопровождающим ядерный переход, является испускание одного фотона. Процессы испускания одного электрона или одной пары имеют меньшую вероятность, но приобретают особенно важное значение, если однофотонный переход запрещен. Все остальные процессы гораздо менее вероятны по сравнению с первыми тремя и играют значительную роль лишь в тех случаях, когда первые три процесса одновременно запрещены.

Можно классифицировать переходы ядер по величине общего момента количества движения L , уносимого испускаемыми фотонами, электронами и парами. Так, например, если $L = 2$, то переход называется квадрупольным; при $L = 1$ переход будет дипольным **). Если же общий момент количества движения испускаемых при ядерном переходе частиц равен нулю, такой переход — монопольный.

Поскольку момент количества движения одного фотона не может быть равным нулю, при монопольных переходах однофотонное испускание абсолютно запрещено ***).

На основании закона сохранения момента количества движения справедливо $|J_i - J_f| \ll L \ll J_i + J_f$, где J_i и J_f — полные моменты количества движения ядра в начальном и конечном состояниях. Отсюда вытекает, что монопольные переходы возможны лишь при неизменном полном моменте количества движения ядра, т. е. при 1) $J_i = J_f = 0$

*) Последнее возможно, если энергия ядерного перехода $\Delta > 2m_0c^2$, где m_0c^2 — энергия покоя электрона.

**) Согласно общепринятой классификации переходов в теории мультипольного излучения 1—7.

***) В обычно используемых первых двух приближениях теории возмущений (о высших приближениях см. в конце § 1).

и 2) $J_i = J_f \neq 0$. В первом случае монопольный переход будет единственным возможным переходом ($0-0$ -переход ядра), во втором случае монопольный переход конкурирует с другими немонопольными переходами ($J-J$ -переход ядра).

Монопольные переходы можно разбить на два класса в зависимости от того, меняется ли четность состояния ядра при переходе или нет. Монопольные переходы без изменения четности называются электрическими или $E0$ -переходами, а монопольные переходы с изменением четности — магнитными или $M0$ -переходами (см. вторую сноска на стр. 271). Основной причиной $E0$ -переходов является кулоновское взаимодействие между нуклонами ядра и электронами атомной оболочки или дираковского фона*). Остальные, как электромагнитные, так и неэлектромагнитные, взаимодействия при $E0$ -переходах обычно пренебрежимо малы. $M0$ -переходы, наоборот, вызываются и некулоновскими электромагнитными и неэлектромагнитными взаимодействиями, причем при соответствующих значениях энергии перехода и заряда ядра вторые могут превалировать над первыми.

При $E0$ -переходах наиболее вероятными процессами будут испускание одного электрона или одной электронно-позитронной пары внутренней конверсии. Эти процессы полностью запрещены при $M0$ -переходах (см. третью сноска на стр. 271). В последнем случае наиболее вероятно одновременное испускание двух частиц (как, например, испускание двух фотонов или одного фотона и одного электрона и другие подобные процессы).

Характерной чертой $E0$ -переходов является то, что вызывающее их кулоновское взаимодействие между протонами ядра и электронами оболочки или дираковского фотона имеет место внутри ядра (так как монопольный момент вне объема ядра постоянен)**). Поэтому вероятность электрических монопольных переходов в значительной степени зависит от распределения зарядов в ядре и от строения ядра. Отсюда вытекает, что исследование $E0$ -переходов ядер весьма полезно для изучения тонких деталей структуры ядра, пригодности той или иной ядерной модели.

Монопольные переходы наблюдаются как у ядер естественно-радиоактивных элементов, так и у ядер, являющихся продуктом различных ядерных реакций. Можно возбудить также монопольные переходы путем неупругих соударений электронов с ядрами.

Долгое время (с 1930 по 1948 г.) были известны лишь два электрических монопольных перехода — это $0^+ - 0^+$ -переходы ядер RaC' (Po^{214}) и O^{16} . Затем был обнаружен $0^+ - 0^+$ -переход ядра Ge^{72} (1948), а начиная с 1952 г. — ядра C^{12} и ряда других ядер. Для теоретического объяснения $0^+ - 0^+$ -переходов используются с большим или меньшим успехом различные ядерные модели (одночастичная, оболочечная, обобщенная и др.). С 1955 г. исследуются также $E0$ -переходы типа $2^+ - 2^+$, происходящие в четно-четных ядрах, таких, как Pt^{196} , U^{232} , Ru^{238} и др. В связи с описанием уровней некоторых из этих ядер на основе модели неаксиального ядра А. С. Давыдова и Г. Ф. Филиппова исследования $E0$ -переходов типа $2^+ - 2^+$ приобретают значительный интерес.

В настоящее время известно уже более 20 наблюденных электрических монопольных переходов. Данные же по опытному обнаружению магнитных монопольных переходов пока сомнительны (см. стр. 295).

*) Поэтому $E0$ -переходы называют также кулоновскими переходами.

**) Следует отметить, что главную роль здесь играет кулоновское взаимодействие протонов с теми электронами, которые находятся в состояниях с полным моментом количества движения $j=1/2$, поскольку они дольше других пребывают внутри ядра.

В предлагаемом обзоре § 1—2 посвящены общей теории и электронному возбуждению монопольных переходов. В остальных двух параграфах приводятся примеры монопольных переходов отдельных ядер и рассматриваются теоретические оценки ядерного матричного элемента монополя на основе различных ядерных моделей. В заключение даются краткие выводы.

§ 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ МОНОПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ ЯДЕР

Рассмотрим сначала электрические монопольные переходы. Причиной $E0$ -переходов считается кулоновское взаимодействие ядра с электронной оболочкой атома (о попытке объяснения одного из них неэлектромагнитным взаимодействием будет сказано ниже).

Разрядка возбужденного ядра путем $E0$ -перехода, как мы уже упоминали во введении, не может сопровождаться испусканием единичного γ -кванта. Двухфотонное же излучение ядра и другие процессы многочастичного испускания при $E0$ -переходах значительно менее вероятны, чем испускание конверсионных электронов или образование электронно-позитронных пар.

Важной задачей теории является вычисление вероятности электронной конверсии при $E0$ -переходах. При вычислениях используется метод теории возмущений, согласно которому общая формула для вероятности конверсионного перехода имеет вид¹⁻⁵

$$W = 2\pi \sum |H'_{if}|^2 Q_f, \quad (1,1)$$

где суммирование производится по всем возможным начальным и конечным состояниям спина электрона, Q_f — «плотность состояний» конверсионного электрона, т. е. число состояний сплошного спектра в единичном интервале энергии *), а H'_{if} при предположении об электромагнитном взаимодействии ядра с электронной оболочкой атома задается в релятивистской системе единиц соотношением^{3,5}

$$H'_{if} = -a^{\frac{1}{2}} \int_{V_a} d\mathbf{r}' \int_{V_a} d\mathbf{r} \{ \psi_f^*(\mathbf{r}) \alpha \psi_i(\mathbf{r}) \mathbf{j}(\mathbf{r}') - \psi_f^*(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}) \mathbf{Q}(\mathbf{r}') \} \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (1,2)$$

Здесь V_a — область, занимаемая ядром (в дальнейшем интегрирование по этой области явно указано не будет), ψ_i — релятивистская волновая функция электрона в начальном состоянии **), ψ_f — волновая функция электрона в конечном состоянии, принадлежащем сплошному спектру энергий, $\mathbf{Q}(\mathbf{r}')$ и $\mathbf{j}(\mathbf{r}')$ — плотности зарядов и токов, создаваемых нуклонами ядра; α — дираковский оператор скорости, a — постоянная тонкой структуры и k — энергия перехода. Соотношение (1,2) можно представить так:

$$H'_{if} = -a^{\frac{1}{2}} \int \{ \mathbf{j}_{if}(\mathbf{r}) \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \mathbf{Q}_{if}(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) \} d\mathbf{r}, \quad (1,3)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$ — потенциалы зарядов и токов ядра. Ввиду того, что $E0$ -переход обусловливается сферически-симметричной частью плотности этих зарядов и токов, можно положить^{5,9}

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi(r), \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \Delta\lambda(r), \quad (1,4)$$

*.) При вычислении вероятности парной конверсии в Q_f следует подставить также множитель, зависящий от импульса и энергии позитрона⁵.

**) В состоянии, принадлежащем дискретному спектру энергии, если вычисляется вероятность электронной конверсии, или в состоянии, принадлежащем сплошному спектру отрицательных энергетических уровней, если рассчитывается вероятность парной конверсии.

где $\varphi(r)$ и $\lambda(r)$ — скалярные функции. Исключая с помощью градиентного преобразования векторный потенциал из (1,3), заменяя $q(\mathbf{r}') \rightarrow Q_{if}(\mathbf{r}') = e\Psi_f^*\Psi_i$, где Ψ_f и Ψ_i — волновые функции начального и конечного состояний ядра, и учитывая взаимодействие электрона со всеми протонами ядра, матричный элемент H'_{if} легко сводится к виду

$$H'_{if} = -a \sum_{p=1}^z \int \int \Psi_f^*(\mathbf{r}_p) \Psi_f^*(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}_p) \Psi_i(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r} d\mathbf{r}_p}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|}. \quad (1,5)$$

Поскольку интегрирование в (1,5) производится по объему ядра, величина H'_{if} и, следовательно, вероятность $E0$ -перехода зависят от значений электронных волновых функций внутри ядра. Отсюда вытекает, что $E0$ -переходы вызываются главным образом взаимодействием нуклонов ядра с теми электронами, вероятность пребывания которых внутри ядра максимальна. Такими являются электроны ¹⁰ с моментом количества движения $j = 1/2$.

Формулу (1,5) можно записать еще следующим образом:

$$H'_{if} = \int Q_{if}(\mathbf{r}') \Phi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (1,6)$$

где Φ удовлетворяет уравнению

$$\Delta\Phi = -e\Psi_f^*\Psi_i. \quad (1,7)$$

Так как $q(\mathbf{r}')$ — сферически-симметрично, (1,6) будет отлично от нуля лишь для симметричной части потенциала Φ . Вследствие этого, прежде чем решать уравнение (1,7), правую часть его следует усреднить по углам, а оператор Лапласа заменить его радиальной частью.

Предположив, что электронная волновая функция ψ очень мало меняется внутри ядра, в нулевом приближении мы можем считать ее постоянной. Тогда уравнение (1,7) запишется в виде

$$\Delta\Phi = -eQ_0, \quad (1,7')$$

где

$$Q_0 = \Psi_f^*(0) \Psi_i(0), \quad (1,8)$$

причем лишь симметричное решение уравнения (1,7') даст отличный от нуля вклад в (1,6). Это решение будет состоять из общего симметричного решения уравнения $\Delta\Phi = 0$ и частного решения уравнения $\frac{1}{r} \frac{d^2(r\Phi)}{dr^2} = -eQ_0$, т. е.

$$\Phi = C_1 + \frac{C_2}{r} - \frac{e}{6} Q_0 r^2. \quad (1,9)$$

Потенциал Φ не может равняться C_1 ввиду ортогональности ядерных волновых функций. Нельзя положить $\Phi = \frac{C_2}{r}$, так как Φ должно быть конечным в центре ядра. Отсюда вытекает, что

$$\Phi = -\frac{e}{6} Q_0 r^2. \quad (1,10)$$

Подставляя (1,10) в (1,6), получим

$$H'_{if} = -\frac{2\pi}{3} \Psi_f^*(0) \Psi_i(0) Q_0, \quad (1,11)$$

где

$$Q_0 = \frac{e^2}{4\pi} \int \Psi_f^* \Psi_i r^2 dr \quad (1,12)$$

— «нулевой момент» ядра⁵. Как видно из (1,12), Q_0 по порядку величины сравним с квадрупольным моментом ядра.

Матричный элемент H'_{if} можно вычислить с большей точностью, учитывая изменение электронной волновой функции ψ внутри ядра. С этой целью радиальную часть функции ψ разлагают в ряд Тейлора в точке $r = 0$ и ограничиваются двумя первыми членами разложения¹¹. Если предположить, что плотность заряда ядра подчиняется условию $r^2 q(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$, то разложения радиальных частей «больших» и «малых» компонент дираковских волновых функций ψ для случая, когда конверсионный электрон находится в состояниях с $j = 1/2$, соответственно будут иметь вид

$$(g_{s_{1/2}}, f_{p_{1/2}}) = C(1 + ar^2 + \dots), \quad (1,13)$$

$$(f_{s_{1/2}}, g_{p_{1/2}}) = C(0 + br + \dots). \quad (1,14)$$

Используя (1,13) и (1,14), после расчетов, согласно Черчу и Уинсеру получаем¹¹

$$H'_{if} = \frac{1}{6} \alpha C_f C_i R^2 Q, \quad (1,15)$$

где

$$Q = \sum_p \int \Psi_f^* \left[\left(\frac{r_p}{R} \right)^2 - \sigma \left(\frac{r_p}{R} \right)^4 + \dots \right] \Psi_i dr \quad (1,16)$$

(суммирование производится по всем протонам ядра), R — радиус ядра и

$$\sigma = -\left(\frac{3}{10}\right)(a_i + b_i b_f + a_f^*) R^2. \quad (1,17)$$

Безразмерный параметр Q называется приведенным ядерным матричным элементом электрического монополя¹¹, а величина

$$M = QR^2 \quad (1,18)$$

— ядерным матричным элементом электрического монополя^{5).}

Остановим наше внимание на оценке σ . В частности¹¹,

$$\sigma_{s_{1/2}, p_{1/2}} = \frac{R^2}{15} \left[(\epsilon - V)^2 + (k+1)(\epsilon - V) + \frac{3}{4}(3k \pm 4)(k \pm 2) \right], \quad (1,19)$$

где ϵ — полная энергия связанного электрона, V — электростатический потенциал в центре ядра (порядка $\alpha Z/R$), k — энергия перехода ядра (в единицах $m_0 c^2$). При $|V| \gg \epsilon$ поправка σ очень мало зависит от типа электронных оболочек и энергии ядерного перехода. В этом случае σ приблизительно равно

$$\sigma = \frac{(VR)^2}{15} = \frac{(\alpha Z)^2}{15} \ll 1. \quad (1,20)$$

На рис. 1 приведен график зависимости σ от Z для определенной энергии перехода ядра $\Delta = 511 \text{ кэВ}$ и при различных предположениях о распределении заряда в ядре¹¹. Кривая 1 соответствует равномерному распределению заряда по поверхности ядра, кривая 2 получена при равномерном распределении заряда ядра по объему, а кривая 3 — отвечает заряду ядра с плотностью $q(r) \sim 1/r$. Во всех случаях, как видно из графика, σ заключено, примерно, в пределах $10^{-2} \ll \sigma \ll 10^{-1}$ при $50 \leq Z \leq 90$. Благодаря этому вторым слагаемым в сумме под интегралом (1,16) обычно пренебрегают, и если учесть, что и остальные члены суммы малы, матричные элементы M и Q определяются исключительно свойствами ядерных

⁵⁾ В дальнейшем слово «электрического» опускается.

волновых функций; они примут соответственно вид

$$M = \int \Psi_f^* \left(\sum_p r_p^2 \right) \Psi_i d\mathbf{r}, \quad (1.21)$$

$$Q = \int \Psi_f^* \left(\sum_p \frac{r_p}{R} \right)^2 \Psi_i d\mathbf{r}. \quad (1.22)$$

Определение матричных элементов M и Q дано для $E0$ -переходов, вынужденных взаимодействием ядерных нуклонов с электроном $j = 1/2$.

Для случая взаимодействия между ядром и электроном с любым j величины M и Q получаются из (1.21), (1.22) путем замены $r_p^2 \rightarrow (r_p)^{2j+1}$ и $\left(\frac{r_p}{R}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{r_p}{R}\right)^{2j+1}$ соответственно ¹². При расчете вероятности $E0$ -перехода с помощью электронных кулоновских функций точечного ядра для M получаем выражение ¹³

$$M = \int \Psi_f^* \left(\sum_p (r_p)^{2\gamma} \right) \Psi_i d\mathbf{r}, \quad (1.21')$$

где

$$\gamma = \sqrt{\left(j + \frac{1}{2}\right)^2 - a^2 Z^2}.$$

Рис. 1.

После подстановки (1.15) в (1.1) вероятность конверсионного $E0$ -перехода можно записать следующим образом:

$$W_e = Q^2 \Omega_e, \quad (1.23)$$

где множитель Ω_e не зависит от спиновых состояний ядра и полностью определяется электронными волновыми функциями. Сравнительно простая аналитическая формула для величины Ω_e , называемой приведенной вероятностью конверсионного $E0$ -перехода, получается в так называемом приближении «точечного ядра» ¹. Тогда $a = b = 0$. Постоянные C_i и C_f определяются из электронных кулоновских функций для точечного ядра, если положить $r = R$. Если aZR и $pR \ll 1$ (p — импульс электрона), то приведенная вероятность Ω_e для K -оболочки согласно Черчу и Уинсеру будет задаваться формулой

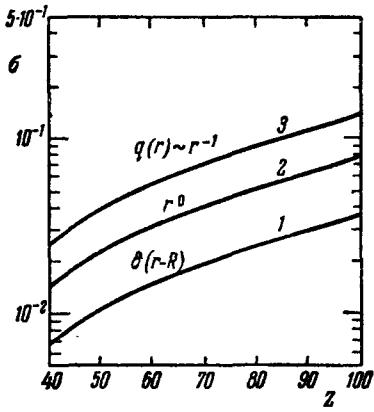
$$\Omega_K = \frac{\alpha^2}{36} \frac{1+\gamma}{\Gamma(2\gamma+1)} \frac{p(e+\gamma)}{aZ} (2\alpha Z R)^{2\gamma+2} F(Z, p), \quad (1.24)$$

где

$$F(Z, p) = \frac{2(1+\gamma)}{[\Gamma(2\gamma+1)]^2} (2pR)^{2\gamma-2} e^{\pi a Z \frac{e}{p}} \left| \Gamma \left(\gamma + \frac{i a Z e}{p} \right) \right|^2 \quad (1.25)$$

является фермиевской функцией для β -распада, $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$ и $e = \sqrt{p^2 + 1}$. Результат (1.24) довольно близок к результатам расчетов Ω_K , произведенных другими авторами ^{13-14, 7}. В частности, Ω_K по Томасу ¹⁴ получается из (1.24) умножением на множитель $\left[1 + \frac{(1-\gamma)}{\sqrt{3}(1+\gamma)}\right]^2$, который не намного отличается от единицы *).

*.) Томас получил свой результат в предположении о некотором определенном распределении ядерного заряда. Однако в его работе ¹⁴ не указывается, какое это распределение.



Результат же приближенного расчета Ω_K Блаттом и Вайскофом⁷ в четыре раза больше (1,24)*), взятого в нерелятивистском приближении¹¹.

Расчет относительных приведенных вероятностей Ω для различных оболочек или подоболочек согласно Черчу и Уинсеру дает

$$\frac{K}{L} = \frac{2p_K(\varepsilon_K + \gamma) F(Z, p_K)(x+1)x^{2\gamma+2}}{p_L(\varepsilon_L + \gamma) F(Z, p_L)(x+2)(2\gamma+1)}, \quad (1.26)$$

$$\frac{L_I}{L_{II}} = \frac{(2+x)(x-1)(\varepsilon_L + \gamma)}{(2-x)(x+1)(\varepsilon_L - \gamma)}, \quad (1.27)$$

$$\frac{L_I}{L_{II}} = \frac{54(1+O(\alpha Z)^2+\dots)}{(\alpha Z)^2(\varepsilon_L^2 - \gamma^2)},$$

где

$$x = \sqrt{2(1+\gamma)}, \quad \varepsilon_{K,L} = \sqrt{p_{K,L}^2 + 1}.$$

В отсутствие экранировки $\varepsilon_K = k + \gamma$, $\varepsilon_L = k + \frac{1}{2}x$, где k — энергия перехода ядра (в единицах $m_0 c^2$).

На рис. 2 представлена графически зависимость Ω_K от Z и k , установленная на основе формул (1.24), (1.25) с внесением поправок, обусловленных 1) конечными размерами ядра, 2) эффектом экранировки и 3) учетом членов порядка $\alpha Z R$ и pR в дираковских волновых функциях¹¹.

Расчет Ω_K , произведенный с учетом конечных размеров ядер, приводит к увеличению результата (1.24) на небольшую величину, которая растет вместе с Z . Ввиду того, что обычно $\varepsilon \ll |V|$, эффект конечных размеров ядра оказывается почти одинаково как на связанных, так и на свободных электронах и очень слабо зависит от энергии ядерного перехода. Приведенная вероятность Ω_K сравнительно мало меняется в зависимости от трех рассмотренных выше (см. рис. 1) случаев распределения заряда в ядре (на 10% при $q(r) \sim \delta(r-R)$, на 30% при $q(r) \sim r^0$ и на 50% при $q(r) \sim r^{-1}$). Кривые на рис. 2 получены при предположении о равномерном распределении заряда по объему ядра радиуса $1,20 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}}$ см.

Эффект экранировки несколько уменьшает результат (1.24) и сильнее для L -электронов, чем для K -электронов. Влияние экранирования на электронные функции сплошного спектра значительно лишь вблизи порога конверсии, а затем с возрастанием энергии ядерного перехода довольно быстро падает (поправка к Ω за счет этого эффекта не учтена в кривых рис. 2). С увеличением Z эффект экранировки уменьшается.

Учет всех трех поправок согласно Черчу и Уинсеру¹¹ приводит к росту Ω как для K --, так и для L -оболочек, по сравнению с результатом

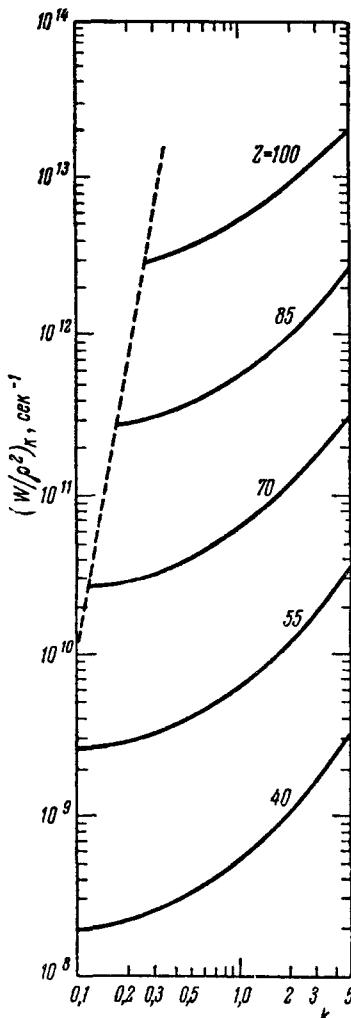


Рис. 2.

*) Вследствие пренебрежения одним монопольным членом в разложении $1/|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|$ по мультипольям.

(1,24), на 25 и 15% соответственно при $Z = 85$ и на меньшие значения при низких Z .

Зависимость Ω от энергии ядерного перехода обусловливается поведением электронной волновой функции континуума вблизи ядра. Из рис. 2

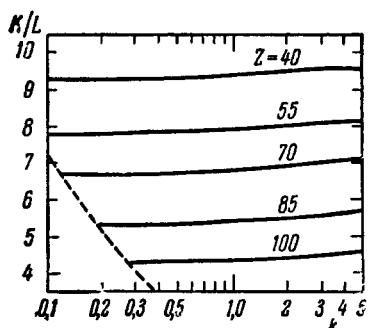


Рис. 3.

видно, что Ω сравнительно слабо растет вместе с k , но сильно зависит от Z . Значительный рост Ω вместе с Z объясняется следующим образом. $E0$ -переходы, как мы уже упоминали, возникают благодаря кулоновскому взаимодействию ядерных протонов с теми электронами атома, которые проникают внутрь ядра. $E0$ -конверсия, следовательно, будет наиболее вероятной в атомных оболочках (или подоболочках), расположенных возможно ближе к центру ядра. Отсюда следует, что величина Ω должна расти приблизительно как $(R/a_z)^3$ или Z^4 (здесь $a_z = a_0/Z$, a_0 — радиус первой боровской орбиты). Так как

оболочки (или подоболочки), наиболее близкие к центру ядра, не обладают орбитальным моментом количества движения, отличным от нуля, $E0$ -конверсия преимущественно имеет место на $s_{1/2}$ -подоболочках (K , L_I , M_I). Но из них K -оболочка будет самая близкая, L_I -подоболочка еще дальше. Поэтому и Ω будет максимально на K -оболочке, меньше на M_I -подоболочке. В нерелятивистском случае относительная вероятность $E0$ -конверсии на этих подоболочках дается простым соотношением¹⁵

$$K : L_I : M_I = 1 : \frac{1}{8} : \frac{1}{27}.$$

На рис. 3 представлена зависимость относительной $E0$ -конверсии K/L от Z и k , установленная в предположении, что приведенный ядерный матричный элемент монополя Q одинаков как для K -, так и для L -оболочки. При расчете кривых на рис. 3 не учтено влияние экранировки на электронные волновые функции сплошного спектра, что ощущается на точности значений K/L лишь вблизи порога конверсии на K -оболочке¹¹ (последнее отмечено на рис. 2 и 3 пунктирными линиями). Как видно из рис. 3, K/L значительно уменьшается с возрастанием Z и растет вместе с k , что имеет место и в случае мультипольных переходов (см.¹⁻⁷, причем K/L для $M1$ -переходов увеличивается при возрастании энергии перехода так же слабо, как K/L для $E0$ -переходов, а K/L для $E2$ -переходов растет вместе с k значительно быстрее¹¹).

Результаты расчетов Черча и Уинсера отношения L_I/L_{II} для $E0$ -перехода приведены на рис. 4. Для сравнения на этом же рисунке представлена зависимость от k отношения L_I/L_{II} для $M1$ -переходов (пунктирные кривые) при $Z = 25$; 55 и 85. Сравнение показывает, что по значениям L_I/L_{II}

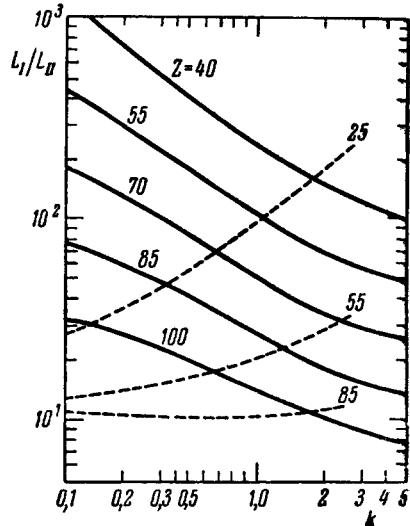


Рис. 4.

можно отличить $E0$ -переходы от $M1$ -переходов. Кроме того, из поведения кривых для $E0$ -переходов можно сделать вывод, что $E0$ -конверсия на L_{II} -подоболочке становится значительной лишь для тяжелых элементов и больших энергий перехода.

$E0$ -конверсия на L_{III} -подоболочке очень мала для всех значений Z и k и слабее $E0$ -конверсии на L_I -подоболочке в $10^8 - 10^9$ раз¹⁶. Поэтому непосредственная $E0$ -конверсия на L_{III} -подоболочке очень мало вероятна. Указывается¹⁶ на возможность другого пути конверсии L_{III} -электрона, в котором L_{III} -электрон вначале переходит в виртуальное $s_{1/2}$ -состояние (или $p_{1/2}$ -состояние) с одновременным испусканием $E1$ -кванта (или $M1$ — и $E2$ -квантов), а затем уже «конвертирует» в $E0$ -переходе ядра. Вероятность такого процесса, вычисленная Гречухиным¹⁶ с помощью кулоновских функций электрона в поле ядра без учета экранировки, оказалась в случае испускания $E1$ -кванта больше в $10^4 - 10^5$ раз вероятности непосредственной $E0$ -конверсии на L_{III} -подоболочке. Случай же испускания $M1$ - и $E2$ -квантов L_{III} -электроном с последующей $E0$ -конверсией гораздо менее вероятен.

$E0$ -конверсия на $M_{I, II}$ и других оболочках, расположенных выше ее, исследована пока недостаточно. В работе¹¹ дается лишь оценка отношения L_I/M_I , равная приблизительно трем (для практически важных случаев).

Теоретические результаты по электронной $E0$ -конверсии, полученные Черчем и Уинсером¹¹ и приведенные нами на рис. 2—4, качественно подтверждены расчетами Гречухина¹², выполненными с помощью релятивистских волновых функций электрона (находящегося в поле равномерно заряженного по объему ядра) без учета экранировки *). В его работе приведены аналитическое выражение для Ω_K (из-за громоздкости мы не будем приводить это выражение) и численные значения Ω_K , K/L_I и L_I/L_{II} для нескольких $E0$ -переходов ядер (табл. I). В таблице указаны

Таблица I

Ядро	Δ, mc^2	$\Omega_\pi, \text{сек}^{-1}$	$\Omega_K, \text{сек}^{-1}$	$\frac{L_I}{L_{II}}$	χ_K	K/L_I	$\chi_{L_{II}}$	χ_L
Ca ⁴⁰ ₂₀	6,7	$\sim 4 \cdot 10^7$	$5,05 \cdot 10^8$	342	0,99	7,8	0,965	0,97
Ge ⁷² ₃₂	1,4	0	$2,56 \cdot 10^8$	198	0,96	7,4	0,83	0,945
Zr ⁹⁰ ₄₀	3,5	$\sim 1,4 \cdot 10^6$	$1,16 \cdot 10^{10}$	102	0,87	7,6	0,88	0,88
Pd ¹⁰⁸ ₄₆	2,27	—	$3,54 \cdot 10^{10}$	71	0,88	6,9	0,87	0,87
Po ²¹⁴ ₈₄	2,85	$\sim 8,7 \cdot 10^6$	$8,45 \cdot 10^{12}$	19,6	0,68	5,3	0,77	0,75

также χ -отношения результатов расчетов Ω_K , $\Omega_{L_{II}}$ и Ω_L , произведенных с помощью кулоновских функций точечного ядра, к результатам расчетов этих же величин, выполненных с учетом конечных размеров ядер.

Влияние эффекта конечных размеров ядер на величину Ω_K было исследовано также в работах Рейнера¹⁷⁻¹⁸. Он показал, что результаты различных расчетов вероятности электронной $E0$ -конверсии можно представить в виде

$$W_e(E0) = B(Z) F(Z, \varepsilon, R) |M|^2, \quad (1,28)$$

*) Количественное сравнение результатов Гречухина с результатами Черча и Уинсера затруднительно, поскольку последние получены с учетом экранировки и приведены лишь в графической форме.

где множители $F(Z, \varepsilon, R)$ одинаковы для всех этих результатов. Различие методов расчета сказывается лишь на величине $B(Z)$. Так, например, для случая расчета $W_K(E0)$ в приближении «точечного» ядра согласно формулам (1,24) и (1,25) будет

$$B(Z) = \frac{8}{9} (1 + \gamma)^2, \quad (1,29)$$

а расчет $W_K(E0)$, выполненный в предположении равномерного распределения заряда по объему ядра дает

$$B(Z) = \frac{8}{9} (1 + \gamma)^2 \left[\frac{2\gamma}{Z \alpha \chi_1(R) + (\gamma + 1) \chi_2(R)} \right]^4, \quad (1,30)$$

где $\chi_1(R)$ и $\chi_2(R)$ — значения радиальных функций, являющихся решением уравнения Дирака в области $r < R$ и на поверхности ядра. $\chi_1(R)$ и $\chi_2(R)$

нормируются таким образом, чтобы имело место $\lim_{r \rightarrow 0} \chi_2(r) = 1$ при

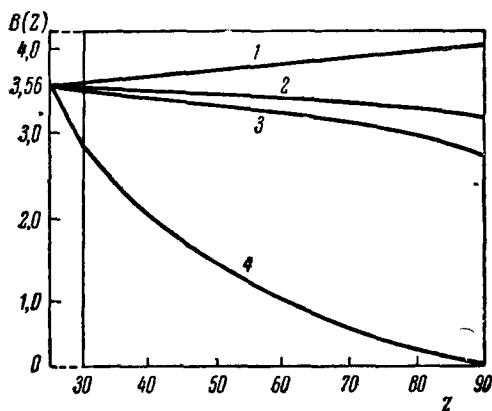


Рис. 5.

На рис. 5 приведены графики функции $B(Z)$ для различных случаев расчета $W_K(E0)$ ¹⁸. Кривые 1—4 получены: 1) в предположении равномерного распределения ядерного заряда¹⁸, 2) в приближении «точечного» ядра¹¹ (по формулам (1,24), (1,25), 3) по Томасу¹⁴ и 4) с помощью кулоновских функций точечного ядра¹³ соответственно.

Результаты Черча и Уинсера были затем несколько уточнены Листенгарденом и Банд¹⁹. Они

показали, что если учесть при вычислении приведенной вероятности $E0$ -конверсии влияние экранирования на электронные волновые функции сплошного спектра, то результаты Черча и Уинсера следует уменьшить на 8% ($Z = 98$), 6% ($Z = 73$) и 2% ($Z = 49$) при энергиях перехода, мало отличающихся (на 50—100 кэВ) от порогового значения энергии для конверсии. При расчетах Листенгарден и Банд использовали также модель ядра в виде равномерно заряженной сферы радиуса $R = 1,20 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}}$ см и, кроме того, статистическую модель атома Томаса — Ферми — Дирака (см.¹⁹). На рис. 6 и 7 приведены полученные ими результаты для $\Omega(Z, k)$ в случае $E0$ -конверсии на L_1 -подоболочке и отношения K/L_1 .

Монопольный электрический переход ядра при энергиях перехода $\Delta > m_0 c^2$ может сопровождаться и образованием электронно-позитронных пар. Вероятность парной конверсии также можно представить в виде (1,23)

$$W_\pi(E0) = Q^2 \Omega_\pi(E0), \quad (1,31)$$

где множитель Ω_π зависит главным образом от вида волновых функций, принадлежащих сплошному спектру как положительных, так и отрицательных уровням электрона, а Q — приведенный ядерный матричный элемент монополя. Дифференциальная вероятность образования электронно-позитронных пар, рассчитанная в борновском приближении согласно Оппенгеймеру²⁰, Сахарову²¹ и Далицу²² в релятивистской системе

единиц, имеет вид

$$dW_\pi = P(\theta) d\epsilon_+ d\Omega = |M|^2 \frac{p_- p_+}{9\pi} (\epsilon_+ \epsilon_- - 1 + p_+ p_- \cos \theta) d\epsilon_+ d\Omega, \quad (1.32)$$

где θ — угол между направлениями движения электрона и позитрона, p_+ , p_- , ϵ_+ , ϵ_- — их импульсы и энергии, причем энергия перехода $\Delta = \epsilon_+ + \epsilon_-$. Интегрированием (1.32) по $d\Omega$ или по $d\epsilon_+$ устанавливается форма позитронного спектра или угловое распределение электронов и позитронов.

Полная вероятность W_π в приближении Борна для очень больших энергий перехода ($\Delta \gg m_0 c^2$) получена впервые Оппенгеймером и Швингером ²³:

$$W_\pi(E=0) = |M|^2 \frac{1}{135\pi} \left(\frac{\Delta^5}{\hbar^5 c^4} \right) \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2. \quad (1.33)$$

Более точное выражение для W_π , вычисленное в борновском приближении,

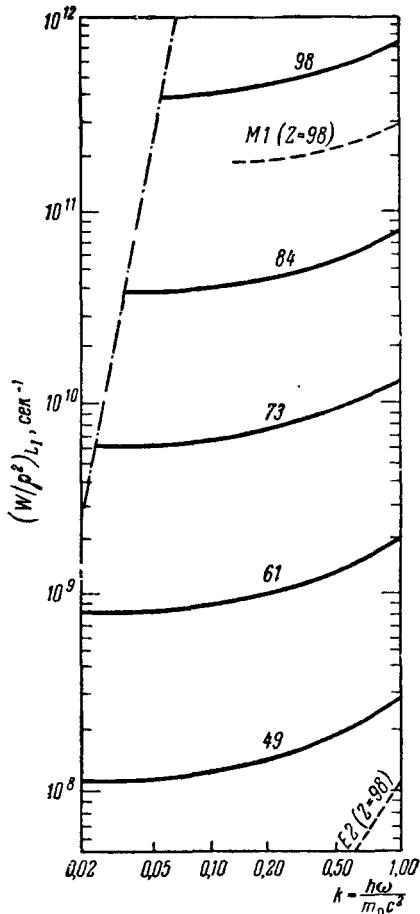


Рис. 6.

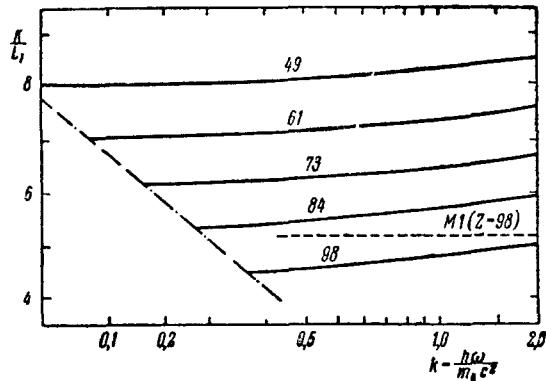


Рис. 7.

равно по Далицу ²² (в релятивистской системе единиц)

$$W_\pi = |M|^2 \frac{8e^4 R^2}{27\pi} \left(\frac{1}{2} k - 1 \right)^3 \left(\frac{1}{2} k + 1 \right)^2 \left\{ \frac{6+5\left(s+\frac{1}{s}\right)-2\left(s+\frac{1}{s}\right)^2}{10s} E(s) - \frac{(1-s^2)(s^2+5s-2)}{10s^3} K(s) \right\}, \quad (1.34)$$

где $s = \frac{k-2}{k+2}$, k — энергия перехода в единицах $m_0 c^2$, $K(s)$ и $E(s)$ — первый и второй полные эллиптические интегралы.

Если учесть взаимодействие компонент пары, то выражение (1.32) следует умножить на поправочный множитель. Этот множитель, вычисленный в борновском приближении Сахаровым ²⁴, равен

$$T = \frac{2\pi\eta}{1-e^{-2\pi\eta}}. \quad (1.35)$$

Здесь $\eta = e^2/v$, e — заряд электрона и v — относительная скорость, заданные в релятивистской системе единиц. В основу расчета положено предположение, что взаимодействие между электроном и позитроном существенно сказывается на величине dW_π лишь при малых относительных скоростях и что поэтому указанное взаимодействие можно трактовать в системе центра тяжести электрона и позитрона как простое кулоновское взаимодействие $-e^2/r$.

В работе Далица²² исследуется влияние поляризации вакуума, радиационных поправок и внутреннего тормозного излучения, а также влияние кулоновского поля ядра на вероятность парной $E0$ -конверсии. Мы не будем выписывать полученных им довольно громоздких формул для dW_π , а лишь приведем для иллюстрации те изменения, которые появляются в дифференциальном угловом распределении электронов и позитронов, т. е. в функции

$$f(\theta, \varepsilon_+, \varepsilon_-) = \varepsilon_+ \varepsilon_- - 1 + p_+ p_- \cos \theta. \quad (1.36)$$

Вычисления с учетом поляризации вакуума и радиационных поправок дают *)

$$f(\theta, \varepsilon_+, \varepsilon_-) = \varepsilon_+ \varepsilon_- - 1 + p_+ p_- \cos \theta + \frac{e^2 (\varepsilon_+ - \varepsilon_-)^2 u}{\pi \sinh 2u}, \quad (1.37)$$

где u связано с относительной скоростью v соотношением

$$v = t \hbar 2u. \quad (1.38)$$

Влияние же кулоновского поля также изменяет **) функцию (1.36):

$$f(\theta, \varepsilon_+, \varepsilon_-) = \varepsilon_+ \varepsilon_- - 1 + \alpha^2 Z^2 + (p_+ p_- - \alpha^2 Z^2) \cos \theta. \quad (1.39)$$

Исследования показали²², что взаимодействие между электроном и позитроном, учитываемое множителем (1.35), играет роль лишь при малых, близких к порогу, энергиях перехода Δ , а радиационные поправки, наоборот, при больших энергиях перехода. Однако для средних Δ , например для $\Delta(O^{16}) = 6,05 M\text{эв}$, радиационные поправки могут уменьшить W_π лишь на 0,7 %. Численные расчеты для случая O^{16} позволяют заключить, что поправки наиболее сказываются при малых углах $\theta = 0$ (на 2,3 % для телесного угла $\Omega = 10^\circ$ из-за взаимодействия частиц пары) и при $\theta = 180^\circ$ (на 5 % благодаря внутреннему тормозному излучению). Кулоновское же поле, как видно из формулы Далица (1.39), при малых Z слабо влияет на угловое распределение, за исключением углов, близких к $\theta = 180^\circ$, для которых число медленных электронов и позитронов наиболее значительно. Даже при $\theta = 180^\circ$ полное число пар для O^{16} уменьшается, по Далицу, менее чем на 1 % вследствие этого эффекта²².

Внутреннее тормозное излучение, сопровождающее $E0$ -конверсию, было исследовано также в работах И. С. Шапиро и Ю. В. Орлова^{26, 27}. Ими рассчитаны в борновском приближении дифференциальная и интегральная относительные вероятности этого излучения, испускаемого как конверсионными электронами²⁶, так и компонентами пары²⁷ при $0^\pm - 0^\pm$ -переходах. На рис. 8 в качестве примера приводится полученный Орловым²⁷ энергетический спектр γ -квантов внутреннего тормозного излучения, сопутствующего парной $E0$ -конверсии ядер: 1) O^{16} с энергией перехода $6,06 M\text{эв}$ и 2) C^{12} с энергией перехода $7,66 M\text{эв}$. На оси абсцисс

*) Выражение для функции $f(\theta, \varepsilon_+, \varepsilon_-)$, полученной с учетом внутреннего тормозного излучения, слишком громоздко²².

**) Формула (1.39) получена для случая электронов с $j=1/2$. Для случая $j=3/2$ следует заменить в ней $\alpha^2 Z^2$ на $\alpha^2 A^{\frac{2}{3}}$.

отложены энергия фотонов ω (в единицах m_0c^2), а на оси ординат — величины $\omega N_1(\omega)$ и $\omega N_2(\omega)$, представляющие собой умноженные на ω дифференциальные относительные вероятности внутреннего тормозного излучения для O^{16} и C^{12} соответственно. Интегральная относительная вероятность рассматриваемого процесса оказалась равной $N_1 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ для O^{16} и $N_2 = 3,96 \cdot 10^{-3}$ для C^{12} . По порядку величины эти числа совпадают также с интегральной относительной вероятностью внутреннего тормозного излучения, сопровождающего электронную $E0$ -конверсию^{26, 27}.

Более точные расчеты как дифференциальной, так и интегральной вероятности парной конверсии при $E0$ -переходе, произведенны с учетом кулоновского поля ядра, имеются в работах^{12-14, 28}. В работе¹³ Юкава и Саката определили форму позитронного спектра для $Z = 84$ и энергии перехода 1416 кэВ. Томас получил¹⁴ для W_π в предположении об определенном распределении ядерного заряда (см. сноску на стр. 276) следующую формулу:

$$W_\pi = |M|^2 \frac{8\alpha^2}{9\pi(\gamma+1)^4} \int_1^{k-1} (\varepsilon_+ \varepsilon_- - \gamma^2) \times \\ \times p_+ p_- F(Z, p_+) F(Z, p_-) d\varepsilon_+, \quad (1,40)$$

где ε_- , p_- и ε_+ , p_+ — полные энергии и импульсы электрона и позитрона соответственно, k — энергия перехода в единицах m_0c^2 , а функции F_+ и F_- задаются соотношением (1,25). Интегрирование в (1,40) производится численно. В работе Гречухина¹² приводится довольно громоздкое аналитическое выражение для дифференциальной вероятности dW_π , полученное с помощью волновых функций Ψ_i - и Ψ_f -электрона с любым j , находящегося в поле равномерно заряженного ядра-сферы. Расчеты произведены без учета экранировки. Вследствие использования при расчетах условия $k'R \ll 1$ (k' — волновой вектор электрона) область применимости указанного выше выражения ограничивается значениями энергии электронов $\varepsilon_\pm < 15$ МэВ. Численные значения полной вероятности W_π даются Гречухиным лишь для трех ядер и трех значений энергии перехода¹² (см. табл. I).

В работе Зыряновой и Крутова²⁸ полная вероятность парной $E0$ -конверсии при $0^\pm - 0^\pm$ -переходах ядер выражается через площадь позитронного спектра S очень простым соотношением

$$W_\pi(E0) \equiv Q^2 \Omega_\pi(E0) = Q^2 \frac{\pi a^6}{144} A^{\frac{4}{3}} S \frac{m_0 c^2}{\hbar} \text{ сек}^{-1}. \quad (1,41)$$

При выводе этого соотношения использована по Дреллу и Роузу²⁵ следующая оценка для ядерного матричного элемента монополя:

$$M = Q \left(\frac{e}{2m_0 c^2} A^{\frac{1}{3}} \right)^2. \quad (1,42)$$

Путем сравнения (1,42) с экспериментальными значениями M для O^{16} ,

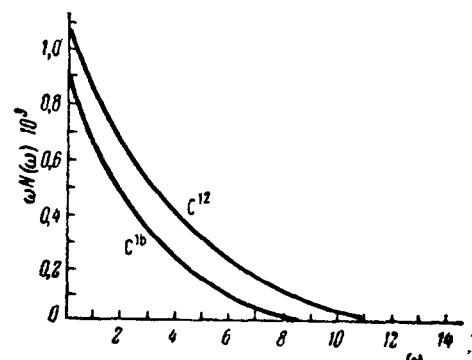


Рис. 8.

RaC' и Ge⁷² устанавливается ²⁵, что q для этих ядер должно лежать в пределах $\frac{1}{9} \leq q \leq \frac{1}{4}$ *).

Величина S вычисляется по формуле

$$S = \int_1^{k-1} F(\varepsilon_+, Z) d\varepsilon_+ = \int_1^{k-1} \{(f_0^+ f_0^+ + g_0^+ g_0^+)^2 + (f_{-2}^- f_{-2}^+ + g_{-2}^- g_{-2}^+)^2\}_{r=R} d\varepsilon_+, \quad (1.43)$$

где f и g — радиальные части волновых функций ψ_i - и ψ_f -электрона при $j = 1/2$ в обозначениях Роуза ³⁰, k — энергия перехода в единицах $m_0 c^2$. Для получения более точного значения S следует подставить в подынтегральное выражение средние значения функций f и g во всем объеме ядра (а не их значения в точке $r = R$, как это делается в (1.43)), но оценки, проделанные Зыряновой и Крутовым для $Z \leq 84$ и $k \leq 5$, показывают, что уточненные значения S отличаются от менее точных, вычисляемых по формуле (1.43), не более чем на 20%. Функция $F(\varepsilon_+, Z)$ определяет форму позитронного спектра. На рис. 9—11 представлено отношение F/\bar{F}_{\max} как функция кинетической энергии позитрона T_+ для различных значений Z и Δ . При расчетах кривых использованы таблицы релятивистских волновых функций электрона в поле протяженного ядра, вычисленных для β -распада Джелеповым и Зыряновой ³¹.

Как видно из рисунков, форма позитронного спектра сильно зависит как от Z , так и от энергии ядерного перехода. Отсюда можно сделать вывод, что используемая часто при исследовании внутренней конверсии мультипольного излучения экстраполяция теоретических данных о форме позитронного спектра, полученных для одного значения Z и одной энергии перехода, на другие значения энергии перехода может привести в случае $E0$ -конверсии к значительным ошибкам.

К немалым погрешностям (особенно для больших Z) приводят также расчеты полной вероятности парной $E0$ -конверсии $W_\pi(E0)$ в борновском приближении. На это указывает довольно сильная зависимость интеграла S (пропорционального $W_\pi(E0)$) от Z , установленная Зыряновой и Крутовым ²⁸ для трех значений энергии перехода (табл. II). Эти авторы показали, что критерий применимости борновского приближения $\left| \frac{\alpha Z}{\beta \pm} \right|^2 \ll 1$

Таблица II
Площади S позитронных спектров
в релятивистских единицах

$\Delta, \text{ кэВ}$	Z			
	0	25	49	84
1422	0,104	0,132	0,239	0,946
2022	2,41	2,98	5,29	21,8
2622	13,6	16,5	28,3	103

*.) Менее точная оценка для M , пригодная лишь для ядер O¹⁶ и Ge⁷², приводится в работе ²⁹:

$$M = (1,5 - 2) \left(\frac{e^2}{2m_0 c^3} \right)^2. \quad (1.42')$$

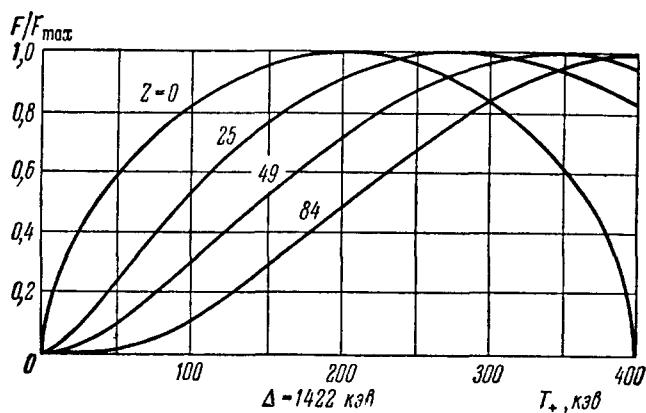


Рис. 9.

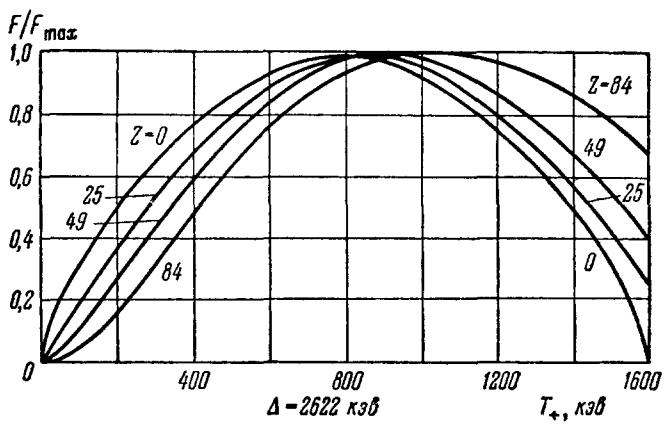


Рис. 10.

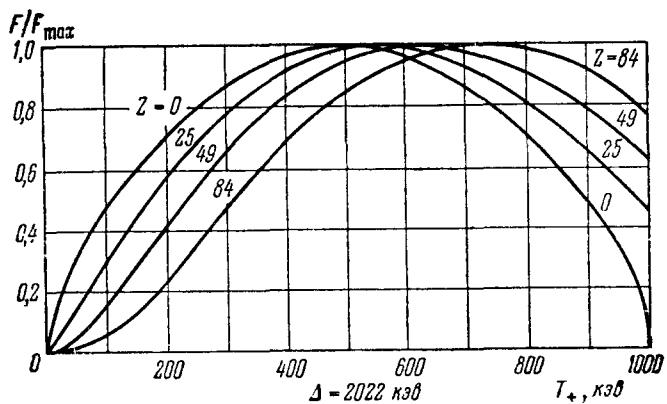


Рис. 11.

($\bar{\beta}_{\pm}$ — средние скорости электрона или позитрона в релятивистской системе единиц), верный при вычислениях полной вероятности парной конверсии для мультипольных переходов, не годится для $E0$ -конверсии. На рис. 12 сравниваются кривые, представляющие зависимость отношения

$W_{\pi_2}/W_{\pi_2=0}$ от Z при $0-0$ -переходах ядер без изменения четности и при $E2$ -переходах для двух значений энергии перехода $k = 2,8$ и $k = 5,2$, удовлетворяющих указанному выше критерию (при не слишком больших Z). Из рисунка видно, что $W_{\pi_2}/W_{\pi_2=0}$ для $0^{\pm}-0^{\pm}$ -переходов уже при $Z > 30$ быстро растет вместе с Z , в то время как для $E2$ -перехода это отношение мало отличается от единицы даже при больших Z .

Несмотря на различное поведение отношения $W_{\pi_2}/W_{\pi_2=0}$ для $0^{\pm}-0^{\pm}$ -и мультипольных переходов в зависимости от Z , все же формы соответствующих позитронных спектров, полученные наиболее точными расчетами, почти одинаковы (по крайней мере для не слишком больших ϵ_+). Это видно из сравнения кривых на рис. 13. Они дают нам форму позитронных спектров (зависимость F от ϵ_+) в случае $Z = 84$ и $k = 3$ для парной конверсии $0^{\pm}-0^{\pm}$, и Q соответственно). Кривые D и Q построены по данным точного расчета Егера и Холма⁸, кривая $0-0$ получена изложенным выше методом²⁸. Вследствие того, что для больших значений ϵ_+ кривые D и Q получены путем экстраполяции (последняя точка рассчитана для $\epsilon_+ = 1,75$), вопрос о совпадении концов кривых D и Q с концом кривой $0-0$ остается открытым.

$E1$ - и $E2$ -переходы (кривые $0-0$, D и Q построены по данным точного расчета Егера и Холма⁸, кривая $0-0$ получена изложенным выше методом²⁸. Вследствие того, что для больших значений ϵ_+ кривые D и Q получены путем экстраполяции (последняя точка рассчитана для $\epsilon_+ = 1,75$), вопрос о совпадении концов кривых D и Q с концом кривой $0-0$ остается открытым.

Исследовалась также зависимость результатов расчетов от того, считается ли ядро точечным или протяженным²⁸. Оказалось, что приближение точечного ядра ведет к повышенным значениям $W_{\pi}(E0)$ (а не к заниженным, как это имеет место в случае расчетов $W_e(E0)$) по сравнению с более точными значениями, получаемыми с учетом конечных размеров ядер, причем максимальное отклонение достигает при больших Z 20%. Форма же позитронных спектров при обоих методах расчета остается неизменной²⁸.

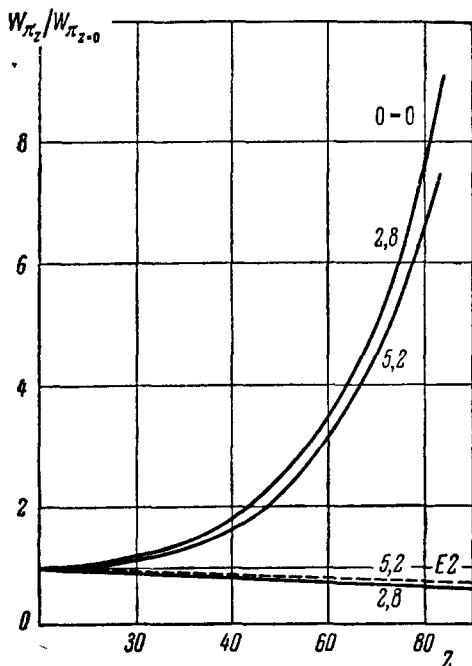


Рис. 12.

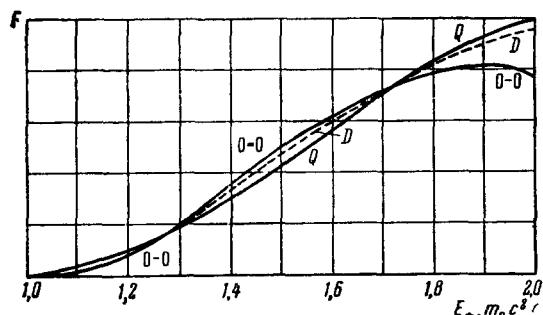


Рис. 13.

Полная вероятность $E0$ -перехода при пренебрежении процессами двух- и многочастичного испускания может быть записана в виде

$$W(E0) \equiv W_e(E0) + W_\pi(E0) = \frac{1}{\tau}, \quad (1.44)$$

где τ — время жизни возбужденного ядра по отношению к $E0$ -переходу, а под W_e здесь следует понимать вероятность полной электронной конверсии, т. е. конверсии на всех оболочках атома. Если пренебречь взаимодействием между протонами ядра и теми электронами атомной оболочки или дираховского фона, которые обладают моментом количества движения $j \neq 1/2$, что обычно и делается, то формулу (1.44) можно представить так:

$$Q^2(\Omega_e(E0) + \Omega_\pi(E0)) = \frac{1}{\tau}, \quad (1.45)$$

где

$$Q = \int \Psi_f^* \left(\sum_p \left(\frac{r_p}{R} \right)^2 \right) \Psi_i d\mathbf{r}.$$

Тогда, установив из экспериментальных данных величину τ и взяв соответствующие теоретические значения $\Omega_e(E0)$ и $\Omega_\pi(E0)$ из приведенных выше формул и графиков (стр. 276—286), можно по формуле (1.45) определить Q и $M = Q R^2$.

Величину τ наиболее легко измерить в том случае, когда $E0$ -переход является единственным возможным, т. е. при $0^\pm - 0^\pm$ -переходах ядер. Значительно труднее это сделать при ядерных переходах типа $J^\pm \rightarrow J^\pm$, к рассмотрению которых мы и перейдем.

Если допустить, что вид волновых функций электрона в поле протяженного ядра пренебрежимо мало меняется в зависимости от того, равен ли нулю полный момент количества движения ядра или нет, то вся изложенная выше теория годится в одинаковой мере как для $0^\pm \rightarrow 0^\pm$, так и для $J^\pm \rightarrow J^\pm$ -переходов ядер (подразумевается $J^\pm \neq 0$). Все выведенные выше формулы остаются тогда без изменения, и случай $J^\pm \rightarrow J^\pm$ отличается от случая $0^\pm \rightarrow 0^\pm$ лишь различными значениями ядерного матричного элемента Q .

Как указывалось выше, $E0$ -переходы типа $J^\pm \rightarrow J^\pm$ могут конкурировать с различными мультипольными переходами. В частности, разрядка возбужденного ядра типа $2^+ - 2^+$ может происходить путем любого из наиболее вероятных переходов $E0$, $M1$ и $E2$, причем два последних могут сопровождаться как внутренней конверсией, так и испусканием γ -квантов. Имеются примеры четно-четных ядер ($Pt^{192, 196}$ и Hg^{198}), где эти все переходы могут наблюдаться^{32, 11}. Самые низкие уровни таких ядер укладываются в простую схему (рис. 14).

Очень важным является сравнение теоретических данных о $E0$ -, $M1$ - и $E2$ -переходах, так как оно позволяет нам предсказать, в каких случаях обнаружение $E0$ -переходов на опыте наиболее перспективно. На рис. 15 представлены вероятности $W_K(E0)$, $W_K(M1)$, $W_\gamma(M1)$, $W_K(E2)$ и $W_\gamma(E2)$ как функции от Z для энергии перехода, равной 511 кэв (кривые $E0$, $M1$, $M1$ (штрихованная), $E2$ и $E2$ (штрихованная) соответственно)¹¹. Знаки K и γ указывают на внутреннюю конверсию на K -оболочке и испускание γ -кванта соответствующей мультипольности. Кривая $E0$ получена на основании известной зависимости приведенной вероятности $E0$ -перехода Ω от Z и k (см. рис. 2) в предположении,

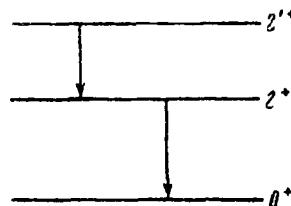


Рис. 14.

что ядерный матричный элемент $q = 1$ («приближение Вайсконфа»³³). Такой порядок величины q соответствует однопротонным переходам с полным перекрытием начальной и конечной ядерных волновых функций. При использовании данных Роуза², также в «приближении Вайсконфа», рассчитаны и остальные кривые. Поведение кривых (рис. 15) показывает, что для больших Z «вайсконфовская вероятность» $E0$ -перехода гораздо больше «вайсконфовских вероятностей» $W_K(E2)$ и $W_\gamma(E2)$ и становится почти сравнимой с «вайсконфовскими вероятностями» $W_K(M1)$

и $W_\gamma(M1)$ (особенно для упомянутых выше ядер, переходы 2—2 которых характеризуются значительным ослаблением $M1$ -компоненты излучения³⁴). Если учесть, что с возрастанием энергии перехода вероятности $W_\gamma(M1)$ и $W_\gamma(E2)$ увеличиваются пропорционально k^3 и k^5 соответственно³³, а вероятность $W_K(E0)$, как видно из рис. 2, возрастает вместе с k гораздо медленнее, то можно сделать вывод: перспективы экспериментально обнаружить $E0$ -переход типа 2⁺—2⁺ наиболее благоприятны для больших Z и малых k .

Формула, по которой вероятность $E0$ -перехода типа 2⁺—2⁺ определяется из экспериментальных данных, выводится следующим образом¹¹. Если обозначить полный коэффициент электронной конверсии на K -оболочке при 2⁺—2⁺-переходе ядра через β^K , а коэффициенты K -конверсии для $E2$ и $M1$ -переходов через α_2^K и β_1^K

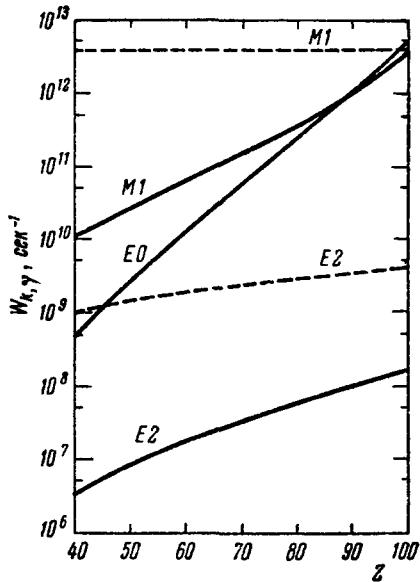


Рис. 15.

соответственно, то на основании аддитивности вероятностей $E0$ -, $M1$ - и $E2$ -переходов ($W_K = W_K(E0) + W_K(M1) + W_K(E2)$) между отношениями

$$\frac{W_K(E0)}{W_\gamma(E2)} = \varepsilon_K^2, \quad \frac{W_\gamma(M1)}{W_\gamma(E2)} = \delta^2 \quad (1,46)$$

устанавливается зависимость

$$\varepsilon_K^2 = (\beta^K - \alpha_2^K) - \delta^2 (\beta_1^K - \beta^K). \quad (1,47)$$

Величина ε_K^2 согласно работе¹¹ определяется как мера вклада $E0$ -конверсии в смешанном ядерном переходе 2⁺—2⁺. Численное значение этой величины обычно находится по теоретическим значениям α_2^K и β_1^K , по Роузу^{181, 2} или, более точно, по Сливу^{135 *} и экспериментальным значениям β^K и δ^2 . Полный коэффициент конверсии β^K изменяется непосредственно на опыте^{**}) (результаты таких измерений для некоторых ядер приведены, например, в работах^{35, 36}). Значение же величины δ^2 может быть найдено из экспериментальных данных по определению угловой корреляции испускаемых каскадно γ -квантов при смешанном 2⁺—2⁺-

*) Наиболее точные вычисления α_2^K и β_1^K с учетом так называемых внутриядерных матричных элементов можно произвести методом, разработанным в работах^{204—208}.

**) Присутствие $E0$ -перехода обнаруживается по излишку конверсионных электронов.

и последующем $2^+ - 0^+$ -переходах ядра. Согласно теории^{37, 38} корреляционная функция в этом случае имеет вид

$$W(\gamma\gamma; M1 + E2) = P_0 + \frac{1}{1+\delta^2} [A_2^e + 2\delta A_2 + \delta^2 A_2^m] P_2 + \frac{1}{1+\delta^2} A_4^e P_4, \quad (1.48)$$

где $P_i(\cos(\vartheta))$ — полиномы Лежандра, параметры A_2^e , A_2 , A_2^m и A_4^e — протабулированы в работе³⁸. Коэффициенты при P_2 и P_4 находятся из опыта; зная их, можно вычислить¹¹ δ^2 и затем ϵ_K по формуле (1.47). Вероятность $W_K(E0)$ находится из первого соотношения (1.46). Необходимая для этого вероятность излучения $E2$ -кванта при ядерном переходе $2^+ - 2^+$ предполагается в 1,5—2 раза больше экспериментально определяемой вероятности $W_\gamma(E2)$ при последующем $2^+ - 0^+$ -переходе ядра. Такая оценка дается на основе коллективной модели ядра в работах^{34, 39 *}. С помощью изложенного выше метода в работах^{32, 11} производятся оценки q для некоторых четно-четных ядер (см. § 3). Позднейший анализ, однако, показал⁴³, что этот метод неточен. Недостаток метода обусловлен главным образом тем, что небольшая неопределенность в наиболее точных теоретических значениях коэффициентов α_2^K и β_1^K (незначительная неточность в новых внутриядерных матричных элементах) и в экспериментальных значениях β^K (лежащих на границе возможностей опыта) приводят к значительным различиям в оценках q . Гораздо в меньшей степени эта неопределенность сказывается на коэффициентах при $P_i(\cos \vartheta)$ в угловых корреляционных функциях.

В работе⁴³ устанавливается, что если учесть последнее обстоятельство в отношении угловой корреляции каскадно испускаемых K -конверсионного электрона при переходе $2^+ - 2^+$ и γ -кванта при последующем переходе $2^+ - 0^+$, то опыты по ее определению (и по определению корреляции $\gamma - \gamma$) будут совершенно достаточны для получения более точной оценки q . Угловая корреляционная функция типа $e_K - \gamma$ для смешанного перехода $E0 + M1 + E2$ имеет вид⁴³

$$\begin{aligned} W(e_K\gamma; E0 + M1 + E2) &= \\ &= \frac{1+p^2}{1+p^2+q^2} W(e_K\gamma; E2 + M1) + \frac{q^2}{1+p^2+q^2} P_0 + \frac{q}{1+p^2+q^2} b_0 P_2, \end{aligned} \quad (1.49)$$

где

$$\begin{aligned} W(e_K\gamma; M1 + E2) &= \\ &= P_0 + \frac{1}{p^2+1} (b_2^e A_2^e + 2pb_2 A_2 + p^2 b_2^m A_2^m) P_2 + \frac{1}{1+p^2} (b_4^e A_4^e) P_4, \end{aligned} \quad (1.50)$$

$$p^2 = \frac{W_K(M1)}{W_K(E2)}, \quad q^2 = \frac{W_K(E0)}{W_K(E2)}. \quad (1.51)$$

Здесь p имеет такой же знак, как и δ . Знак же δ определяется из угловой корреляции $\gamma - \gamma$. Параметры $A_2^{e, m}$ и A_2 — такие же, как в (1.48). Значения параметров b_2^e , b_2 , b_2^m и b_4^e как для точечного, так и для протяженного ядра приведены в работах^{38, 43}. Параметр b_0 определен как зависящий лишь от интерференционного эффекта между конверсионными $E0$ - и $E2$ -электронами и вычисляется теоретически. Влиянием новых конверсионных внутриядерных матричных элементов для $E2$ - и $M1$ -переходов на угловую корреляцию $e_K - \gamma$ пренебрегается (по крайней мере для рассматриваемого типа ядер). На рис. 16 приводится график зависимости параметра b_0 от энергии ядерного перехода k , полученный⁴³ для частного

*.) Как теоретические, так и экспериментальные исследования $E2$ -переходов типа $2^+ - 0^+$ в четно-четных ядрах имеются также в работах^{40—42}.

случая $Z = 78$ и каскада $2^{+'} \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ (зная при этом $W_\gamma(E2)$ для перехода $2^{+'} \rightarrow 2^+$). (Этот график легко обобщается на любую другую последовательность спинов ядра, если только Z остается неизменным.) Измеряя на опыте коэффициенты при полиномах P_2 и P_4 , можно определить p и q , а затем по формулам

$$W_K(E0) = a_2^K W_\gamma(E2) \text{ и } W_K(E0) = \Omega_K Q^2 \quad (1,51')$$

произвести оценку Q . Поскольку измерение коэффициента при P_4 представляет трудности⁴³, можно ограничиться измерением только одного коэффициента, при P_2 , используя для

нахождения p формулу $p^2 = \frac{\beta_1^K}{\alpha_2^K} \delta^2$ (причем знаки δ и p совпадают) и определяя δ^2 из угловой корреляции $\gamma - \gamma$. Значения же конверсионных коэффициентов β_1^K и α_2^K берутся из теории (по Роузу^{181, 2} или по Сливу¹⁸⁵).

Как было отмечено выше, $E0$ -переход абсолютно запрещен лишь в отношении испускания только одного фотона. Что же касается, например, одновременного испускания двух или более фотонов или одного фотона и одного электрона конверсии, то такие процессы (а также и другие процессы второго и более высокого порядка) могут иметь место при $E0$ -переходе, хотя вероятность их гораздо меньше, чем вероятность чистой внутренней электронной и парной конверсии. Характерной чертой всех вышеупомянутых процессов одновременного излучения многих частиц (как фотонов, так и электронов) является тот факт, что эти частицы должны обладать сплошным спектром энергии.

Обратим наше внимание вначале на испускание фотонов. Поскольку вероятность одновременного испускания более чем двух γ -квантов представляет собой величину более высокого порядка малости по сравнению с вероятностью двухквантового испускания, то остановимся лишь на последнем. Дифференциальная вероятность испускания двух электрических γ -квантов мультипольности при ядерном $0-0$ -переходе без изменения четности вычисляется методом теории возмущений и выражается в релятивистской системе единиц формулой^{44-46, 5}

$$dW_{\omega_1 \omega_2} = \frac{8}{9\pi} \sum_{M_1 M_2} \left\{ \sum_s \left[\frac{(Q_{LM_2}) f_s (Q_{LM_1}) s_i}{E_i + E_s - \omega_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(Q_{LM_1}) f_s (Q_{LM_2}) s_i}{E_i - E_s - \omega_2} \right]^2 \right\} (\omega_1 \omega_2)^3 d\omega_1, \quad (1,52)$$

где Q_{LM_i} — электрические мультипольные моменты, ω_1 и ω_2 — частоты γ -квантов. Суммирование производится по всем возможным (виртуальным) состояниям ядра с полным моментом количества движения $J' = L^*$

*). Если двухквантовый $E0$ -переход будет типа $J^\pm \rightarrow J^\pm$, то суммирование должно производиться по виртуальным состояниям с

$J' = |J-L|, |J-L|+1, \dots, J+L-1, J+L$.

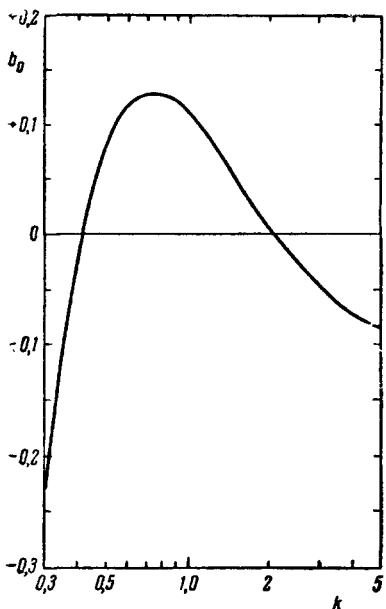


Рис. 16.

и с четностью, противоположной четности 0-состояний. Формула (1,52) годится и для случая одновременного испускания двух магнитных квантов, если вместо Q_{LM_i} подставить в (1,52) магнитные мультипольные моменты M_{LM_i} (см. 3, 5, 7) и суммировать по виртуальным состояниям $J' = L$ с четностью, совпадающей с четностью 0-состояний.

Впервые полная вероятность монопольного испускания двух дипольных электрических квантов была вычислена Оппенгеймером и Швингером в 1939 г.²³ для $0^+ - 0^+$ -перехода ядра O^{16} ; при этом учитывалось лишь одно виртуальное состояние с $J' = 1$ и отрицательной четностью, энергия которого $\Delta' \approx 20 M\text{эв}$. Энергия же $0^+ - 0^+$ -перехода $\Delta = 6,06 M\text{эв}$. В результате расчетов получена формула *)

$$W_{\omega_1\omega_2} = \frac{2}{945\pi} \frac{\Delta^5}{h^5 c^4} \left(\frac{e^2}{hc} \right)^2 \left(\frac{\Delta}{\Delta'} \right)^2 |M|^2. \quad (1,53)$$

Полная вероятность $W_{\omega_1\omega_2}$ двухфотонного испускания при $E0$ -переходе вычислена Гречухиным¹² для случая наличия у ядра так называемых «дипольных уровней» большой плотности **). Тогда есть основание полагать, что при расчете $W_{\omega_1\omega_2}$ можно ограничиться суммированием по тем виртуальным состояниям, которые принадлежат этим уровням. Учитывая, что энергия дипольного уровня Δ' гораздо больше энергии $E0$ -перехода Δ , и используя в грубом приближении связь между следующими матричными элементами:

$$\int \Psi_f^* \left(\sum_{p>p'} r_p r_{p'} \right) \Psi_i dr \approx -\frac{1}{2} \int \Psi_f^* \left(\sum_p r_p^2 \right) \Psi_i dr, \quad (1,54)$$

установленную на основе работы⁴⁸, в результате расчетов Гречухин¹² получил для вероятности одновременного испускания двух электрических дипольных квантов в релятивистской системе единиц довольно простую формулу

$$W_{\omega_1\omega_2} \approx e^4 \frac{\Delta^5}{1890\pi} \left(\frac{\Delta}{\Delta'} \right)^2 S' q^2 R^4, \quad (1,55)$$

где S' удовлетворяет неравенству

$$\left\{ 1 + \frac{a}{2-a} - \frac{a^2}{2(2-a)^2} \right\} \ll S' \ll \left\{ 1 + \frac{a}{1-a} - \frac{a^2}{(1-a^2)} \right\}, \quad a = \frac{\Delta}{\Delta'}. \quad (1,56)$$

Если положить $S' = 1$, то формула (1,55) будет совпадать с точностью до постоянного множителя с формулой (1,53).

Зависимость дифференциальной вероятности от энергии γ -фотона (т. е. форма γ -спектра) в случае одновременного испускания одного фотона и одного электрона конверсии была исследована теоретически по формуле⁴⁶, аналогичной соотношению (1,52), в 1948 г. Гольдбергером⁴⁹ в связи с предположением⁵⁰ о наличии $0-0$ -переходов у ядра Ir^{192} . Кривые, представляющие эту зависимость как для перехода типа $0^+ \rightarrow 1^- \rightarrow 0^+$ (1^- -виртуальное состояние, рис. 17, кривые Ia), так и для перехода типа $0^+ \rightarrow 1^+ \rightarrow 0^+$ (1^+ -виртуальное состояние, рис. 18, кривые Ib), были получены им лишь с учетом одного виртуального состояния с $J' = 1$,

*) Формула эта осталась бы без изменения, если бы переход был $0^- - 0^-$, а виртуальное состояние — с $J' = 1$ и положительной четностью.

**) Под «дипольным» здесь подразумевается уровень ядра, на который оно может перейти с основного уровня путем поглощения дипольного кванта. Резким возрастанием плотности таких уровней в окрестности энергий $\Delta' = 40 A^{-0,2} M\text{эв}$, по-видимому, можно объяснить наличие у некоторых ядер гигантского резонанса в поглощении фотонов с частотами, близкими к $\omega_{\text{рез}} = \Delta'/h$ ^{12, 47}.

энергия которого в 20 раз больше (рис. 17—18, кривые I с $B = 20$) или меньше (рис. 17—18, кривые I с $B = 0$) *) энергии перехода $\Delta = 58$ кэв **). Из рис. 17—18 видно, что распределение γ -квантов по энергиям (по оси абсцисс откладывается энергия γ -квантов в единицах Δ) обладает настолько

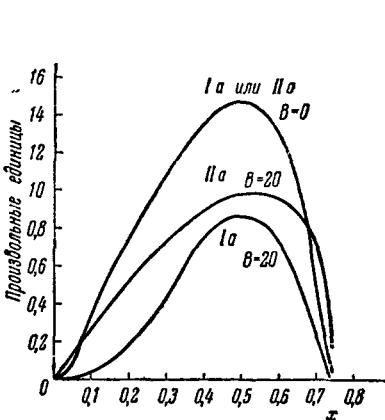


Рис. 17.

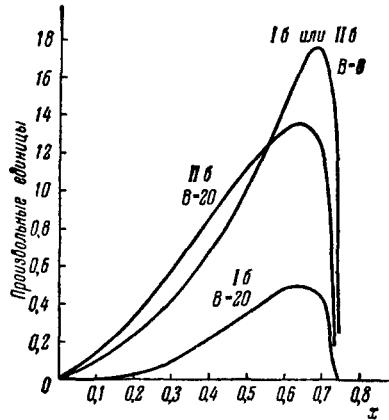


Рис. 18.

ярко выраженным максимумом, что при наблюдении такого спектра на опыте можно принять его за одну γ -линию. В табл. III приведены результаты вычислений среднего времени жизни возбужденного ядра по отношению к 0 — 0-переходам различного типа ***).

Таблица III

Переход	B	τ , сек
$Ia\ 0^+ \rightarrow 1^- \rightarrow 0^+$	≈ 0	$5,4 \cdot 10^{-2}$
"	≈ 20	$1,18 \cdot 10^{-2}$
$Ib\ 0^+ \rightarrow 1^+ \rightarrow 0^+$	≈ 0	$2,40 \cdot 10^2$
"	≈ 20	$7,45 \cdot 10^2$
$IIa\ 0^- \rightarrow 1^+ \rightarrow 0^+$	≈ 0	$3,22 \cdot 10^{-3}$
$0^- \rightarrow 1^- \rightarrow 0^+$	≈ 20	$8,70 \cdot 10^{-3}$
$0^+ \rightarrow 0^+$	—	$4,26 \cdot 10^{-8}$

Как рассмотренные выше процессы, так и другие процессы второго и более высокого порядка являются единственными возможными при электромагнитном взаимодействии ядра с электронной оболочкой атома, если мы имеем дело с 0 — 0-переходами с изменением четности, т. е. с $M0$ -переходами. Эти $0^\pm - 0^\mp$ -переходы также исследовались в указанной выше работе Гольдбергера ⁴⁹. Предполагая, что разрядка возбужденного ядра (Ig^{192}) при $0^\pm - 0^\mp$ -переходе сопровождается также испусканием одного фотона и одного электрона конверсии, автор рассчитал при тех же самых исходных данных, что и при $0^\pm - 0^\pm$ -переходе, форму γ -спектров (см. рис. 17—18, кривые IIa и IIb) и среднее время жизни ядра в возбужденном 0^\pm -состоянии. Формы кривых для $E0$ - и $M0$ -переходов оказались подобными, а для случая, когда при расчетах учитывается лишь промежуточное состояние, очень близкое к основному ($B \approx 0$), они совпадают (см. рис. 17—18). Среднее время жизни τ ядра в возбужденном состоянии по отношению к одновременному испусканию одного фотона и одного электрона конверсии оказывается при $M0$ -переходе даже меньше, чем при $E0$ -переходе,

*) Кривые IIa и IIb обсуждаются ниже.

**) Этой энергии не хватает для конверсии на K -оболочке. Поэтому вместе с фотоном испускается L -электрон.

***) Процесс одновременного испускания одного фотона и одного конверсионного электрона при $E0$ -переходе может сопровождаться внутренним тормозным излучением, однако вероятность последнего по сравнению с первым процессом в 10^7 раз меньше ²⁷.

но по отношению к чистой электронной $E0$ -конверсии больше примерно в 10^5 раз. В сравнении же с временем жизни изомерных состояний τ в 10^9 — 10^{12} раз меньше.

Процессы второго порядка, отличные от рассмотренного, но также происходящие при $M0$ -переходах, были исследованы еще раньше Саксом⁴⁶. Работа Сакса⁴⁶ была тесно связана с возникшим в конце 30-х годов текущего столетия вопросом: нельзя ли 0^\pm — 0^\mp -переходы ядер отнести к изомерным? В этой работе рассматриваются процессы двухфотонного $M0$ -перехода и одновременного испускания двух электронов конверсии.

Процесс же одновременного испускания двух электронно-позитронных пар при $M0$ -переходе считается невозможным по следующим соображениям. Одно из состояний ядра, между которыми происходит 0^\pm — 0^\mp -переход, вследствие сильной запрещенности последнего должно обладать достаточно большим временем жизни. Как известно, время жизни ядра тем больше, чем меньше разность между возбужденным и нормальным энергетическими уровнями. Поскольку для образования двух пар необходима очень большая энергия, которая соответствует очень большой разности указанных энергетических уровней, то время жизни соответствующего возбужденного состояния должно быть очень мало, а это противоречит сильной запрещенности 0^\pm — 0^\pm -перехода.

Формула для дифференциальной вероятности двухквантового испускания при $M0$ -переходе получается из соотношения (1,52) простой заменой одного из электрических моментов магнитным, так что в этом случае один из излученных квантов должен принадлежать электрическому излучению, а другой — магнитному. Оценка полной вероятности $W_{\omega_1 \omega_2}$ производится в работе⁴⁶ путем учета одного из виртуальных состояний с $J' = 1$, энергия которого $\Delta' = 1 M\text{эв}$ значительно больше энергии перехода Δ (в 100 и более раз). Зависимость $W_{\omega_1 \omega_2}$ для 0^\pm — 0^\mp -перехода от ε и Δ оказалась такой же, как и для 0^\pm — 0^\pm -перехода. В табл. IV приведены

Таблица IV

$\Delta, \text{ эв}$	$\tau_{\omega_1, \omega_2}, \text{ сек}$	$\tau_{K_1, K_2}, \text{ сек}$	$\tau_{L_1, L_2}, \text{ сек}$	$\tau (\Delta J=5), \text{ сек}$
10^5	$4 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^6$
$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^8$
$2,5 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^6$	10^{10}	$9 \cdot 10^9$	$3 \cdot 10^{11}$
10^4	$4 \cdot 10^9$	—	$4 \cdot 10^{10}$	—
$5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^{11}$	—	$7 \cdot 10^{11}$	—

оценки среднего времени жизни возбужденного 0^\pm -состояния $\tau_{\omega_1 \omega_2}$ по отношению к двухфотонному испусканию в зависимости от энергии перехода Δ .

Аналогичным образом трактуется и процесс внутренней двухэлектронной конверсии на K - и L -оболочках. Например, исходная формула для вероятности одновременного испускания двух K -электронов конверсии имеет вид⁴⁶

$$W_{K_1 K_2} = 2\pi \int_0^{\Delta - 2\varepsilon_K} Q(\varepsilon') Q(\varepsilon) \left| \frac{H_{is} H_{fs}}{E_i - E_s - \varepsilon_K - \varepsilon'} \right|^2 d\varepsilon, \quad (1,57)$$

где H_{is} и H_{sf} — матричные элементы от оператора взаимодействия электрона оболочки с электрическим и магнитным моментами ядра, E_i и E_s — энергии ядра в начальном и промежуточном состояниях, ε_K — энергия

ионизации K -электрона, ε , ε' — кинетические энергии конверсионных электронов, $Q(\varepsilon)$ и $Q(\varepsilon')$ — плотности электронных состояний. Чтобы применить формулу (1,57) для случая конверсии L -электронов, следует заменить ε_K на ε_L , где ε_L — энергия ионизации L -электрона. Оценки для $W_{K_1 K_2}$ и $W_{L_1 L_2}$ производятся при таких же исходных данных, как и для $W_{\omega_1 \omega_2}$. В результате расчетов установлена следующая закономерность для $W_{K_1 K_2}$:

$$W_{K_1 K_2} \propto (\Delta - 2\varepsilon_K)^3 (\Delta' - \varepsilon_K)^{-2} \quad (1,58)$$

и аналогичное соотношение для $W_{L_1 L_2}$. Зависимость времен жизни ядра $\tau_{K_1 K_2}$ и $\tau_{L_1 L_2}$ от Δ по отношению к переходу $0^\pm - 0^\mp$ для случая двухэлектронной K - и L -конверсии также дана в табл. IV⁴⁶ (при $\varepsilon_K = 10^4$ эв и $\varepsilon_L = 10^3$ эв). Для сравнения приведены взятые из работы⁵¹ значения времени жизни ядра в возбужденном состоянии по отношению к переходу, связанному с изменением полного момента количества движения ядра на пять единиц. Из табл. IV видно, что лишь для малых энергий перехода $0^\pm - 0^\mp$ вероятность его настолько понижается, что становится сравнимой с вероятностью перехода с $\Delta J = 5$. В этом случае переходы $0^\pm - 0^\mp$ можно отличить от переходов с большим ΔJ только по форме γ -спектров или спектров конверсии. По этим признакам главным образом и было тогда установлено⁵²⁻⁵³, что изомерные переходы характеризуются значительным изменением полного момента количества движения ядра J (и не являются $0 - 0$ -переходами с изменением четности).

В основе изложенной выше теории монопольных переходов предполагалось, что причиной их является электромагнитное взаимодействие нуклонов ядер с электронами атомной оболочки или дираковского фона. Вопрос о неэлектромагнитном взаимодействии между этими частицами, которое могло бы также привести к возникновению монопольных переходов, рассматривался лишь применительно к $0 - 0$ -переходам ядра O^{16} . Теория неэлектромагнитного взаимодействия строится в работах^{20, 29, 54-56} по аналогии с теорией β -распада. Считается, что нуклоны ядра O^{16} непосредственно взаимодействуют с электронно-позитронным полем. Вероятность $0^+ - 0^+$ -перехода вычисляется по формуле (1,1). Оператор возмущения H' берется²⁹ в обычном для β -распада виде

$$H' = g \sum \int (\Psi^* \hat{O} \Psi) (\psi^* \hat{O} \psi) dv, \quad (1,59)$$

где g — константа электронно-нуклонного взаимодействия, Ψ и ψ — волновые функции нуклона и электрона в представлении чисел заполнения, \hat{O} — оператор, определяющий тип взаимодействия. Анализ показал^{29, 54}, что если рассматриваемый переход будет однократно запрещенным переходом с псевдовекторной связью, то форма спектра позитронов и угловое распределение электронно-позитронных пар будут в согласии с результатами опыта. Однако ввиду однократного запрета на переход четности начального и конечного 0 -состояний ядра O^{16} должны быть различны, а на самом деле они одинаковы^{1, 57}. В работе Шапиро⁵⁶ указывается, что если выбрать оператор \hat{O} таким образом, чтобы выражения $\Psi^* \hat{O} \Psi$ и $\psi^* \hat{O} \psi$ были 4-векторами, то, взяв H' в виде произведения временных компонент этих векторов, можно получить угловое распределение электрон-нозитронных пар, совпадающее с экспериментальными данными, причем четности обоих 0 -состояний будут уже одинаковы.

Несмотря на эти качественные успехи теории прямого неэлектромагнитного взаимодействия в объяснении $0 - 0$ -перехода ядра O^{16} , все же она количественно не подтверждается экспериментом. Рассчитав по формуле (1,1) с учетом (1,59) вероятность $0 - 0$ -перехода ядра O^{16} и сравнив

с экспериментальными данными, можно определить константу g , которая оказалась равной^{29, 58}

$$g \approx 5m_0c^2 \left(\frac{e^2}{m_0c^2} \right)^3, \quad (1,60)$$

где m_0 — масса электрона. Значение же этой константы, полученное из опытов по электронно-нейтронному рассеянию⁵⁹, несравненно меньше:

$$g \approx 0,2m_0c^2 \left(\frac{e^2}{m_0c^2} \right)^3. \quad (1,61)$$

Если теперь учесть, что неэлектромагнитные электронно-протонное и электронно-нейтронное взаимодействия должны быть одинаковы по величине, то несостоятельность объяснения рассматриваемого перехода прямым неэлектромагнитным электронно-нуклонным взаимодействием становится очевидной. В лучшем случае можно утверждать, что вероятность $0^+ - 0^+$ -перехода ядра O^{16} , рассчитанная в предположении прямого неэлектромагнитного взаимодействия, является лишь очень небольшой поправкой (порядка 10^{-3}) к вероятности этого перехода, вызываемою электромагнитным электронно-нуклонным взаимодействием.

Были попытки⁵⁵ связать $0^+ - 0^+$ -переходы в O^{16} с неэлектромагнитным электронно-нуклонным взаимодействием, осуществляемым посредством мезонного поля. Согласно этой теории процесс образования электронно-позитронных пар при $0^+ - 0^+$ -переходе можно описать так. Вначале ядро переходит из возбужденного состояния в нормальное, испуская виртуальный мезон. Затем электрон, находящийся в состоянии с отрицательной энергией, поглощает этот мезон и переходит в состояние с положительной энергией. В работе⁵⁵ показано, что при соответствующем выборе типа мезона и вида оператора энергии взаимодействия мезонного поля с легкими частицами можно получить согласие теории с экспериментом как в отношении формы позитронного спектра, так и углового распределения пар, но при этом, вопреки данным опыта, четности начального и конечного 0 -состояний ядра O^{16} должны быть различны.

Таким образом, на примере $0^+ - 0^+$ -перехода ядра O^{16} мы убедились, что неэлектромагнитными электронно-нуклонными взаимодействиями при $E0$ -переходах можно пренебречь. Легко, однако, заметить, что при $M0$ -переходах роль этих взаимодействий может стать значительной. Дело в том, что электромагнитные взаимодействия при $M0$ -переходах приводят лишь к возникновению процессов многочастичного испускания, вероятность которых может оказаться (при соответствующих значениях Z и k) гораздо меньше (примерно в 10^2 раз) вероятности процессов испускания одного электрона или одной пары конверсии, вынужденных неэлектромагнитными электронно-нуклонными взаимодействиями.

В связи с этим в работе⁶⁰ были предприняты попытки обнаружить электронно-позитронные пары с общей энергией $10,98 M\text{эв}$, испускаемые при $M0$ -переходе $0^- \rightarrow 0^+$ ядра O^{16} . Определение вероятности такого перехода позволило бы проверить, вызывается ли рассматриваемый $M0$ -переход неэлектромагнитными взаимодействиями. Эксперимент показал, что число пар с энергией, близкой к $11 M\text{эв}$, настолько мало, что нет достаточного основания отнести эти пары к переходу $0^- \rightarrow 0^+$. Они, скорее всего, принадлежат к фоновому космическому излучению. Все же в работе⁶⁰ произведены следующие оценки: 1) отношения числа пар $10,98 M\text{эв}$ к числу пар и к числу γ -квантов с энергией $3,86 M\text{эв}$ (переход $0^+ - 1^-$) оказались соответственно $< 2 \cdot 10^{-2}$ и $< 2 \cdot 10^{-5}$, 2) время жизни $\tau_\pi (0^- \rightarrow 0^+) > 2 \cdot 10^{-8}$ сек.

Кроме рассмотренных выше процессов множественного испускания при $E0$ -переходах, в последнее время изучались и другие эффекты высших приближений, в частности так называемые «электронные и электронно-ядерные мостики»²⁰⁹⁻²¹³. В качестве примера «электронного мостика» можно привести следующий процесс. Электрон атомной оболочки в результате взаимодействия с ядром поглощает испускаемый им виртуальный фотон и переходит в сплошной спектр, затем возвращается в начальное состояние, излучая γ -квант. Расчет вероятности процессов «электронного мостика» показал²¹²⁻²¹³, что не только уточняется теоретическое значение $W_e(E0)$, но при незаполненной атомной оболочке и выделенном направлении $E0$ -переходы ядер могут сопровождаться однофотонным излучением, правда, с очень малой интенсивностью, измерение которой лежит за пределами современного опыта ($\frac{W_\gamma(E0)}{W_e(E0)} = \pm 10^{-5}$ для электрона незаполненной K -оболочки).

Установлено также²¹²⁻²¹³, что при $M0$ -переходах запрет одноэлектронной конверсионной (или однофотонной) разрядки ядра (или разрядки ядра путем испускания одной конверсионной пары) снимается процессом «электронно-ядерного мостика». В простейшем случае этот процесс состоит в двукратном обмене виртуальными фотонами между ядром и электроном оболочки и переходе последних сначала в промежуточные, а затем из промежуточных в конечные состояния. Оценка вероятности одноконверсионной разрядки ядра при $M0$ -переходе через «электронно-ядерный мостик», произведенная в работе²¹³ на основании одночастичной ядерной модели, дает $W_K(M0) \approx 2 \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}$, т. е. значение, которое уже может быть обнаружено на опыте. Следует отметить, что вклад от высших подоболочек ($L_{II}, L_{III}, M_{II}, \dots$) в одноэлектронную $M0$ -конверсию несравненно значительнее, чем это имеет место при $E0$ -конверсии.

§ 2. ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОНОПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ ЭЛЕКТРОНАМИ

Исследование как упругого, так и неупругого рассеяния различных частиц атомным ядром является одним из важнейших методов изучения его свойств. Если частицы заряжены и обладают энергией, намного меньшей энергии кулоновского барьера ядра, а о таких частицах только и будет идти речь в настоящем параграфе, то рассеяние частиц будет происходить по хорошо известным законам электромагнитных явлений. Тогда результаты исследований рассеяния частиц могут быть более строго и точно интерпретированы, чем в случае, когда взаимодействия между частицами и ядром носят неэлектромагнитный характер.

В результате неупругого столкновения частицы с ядром последнее переходит из основного в возбужденное состояние. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что по поведению неупругого рассеянных частиц можно судить об энергии и вероятности этого перехода, о его мультипольности и типе.

Характерными особенностями при неупругом соударении с ядром обладают электроны. У них имеется то преимущество по сравнению с тяжелыми заряженными частицами, движущимися с подбарьерными скоростями, что они свободно проникают внутрь ядра, проходят сквозь него *), вследствие чего изучение неупругого рассеяния их может дать более точную информацию о деталях структуры и волновых функций ядра (особенно

*) При этом, конечно, считаем, что условия пренебрежимости неэлектромагнитными взаимодействиями между электроном и нуклонами ядра соблюdenы.

при монопольных переходах), чем исследование неупругого рассеяния тяжелых частиц.

Теория монопольных возбуждений ядер электронами строится на основе общей теории неупротого рассеяния электронов. Ставится задача: найти эффективное сечение неупротого рассеяния электронов, если известны 1) начальное и конечное состояния системы ядро + электрон, описываемые соответственно волновыми функциями Ψ_i , Ψ_f и ψ_i , ψ_f ; 2) энергия Δ , передаваемая электроном ядру, и 3) взаимодействие электрона с нуклонами ядра задается формулой

$$V = \int \left(q\phi - \frac{1}{c} \mathbf{j}\mathbf{A} \right) d\mathbf{r}, \quad (2.1)$$

где ϕ и \mathbf{A} — потенциалы поля, q и \mathbf{j} — плотности заряда и тока, создаваемых всеми частицами системы (т. е. нуклонами ядра и электроном). Точные квантовомеханические расчеты показали ⁶¹⁻⁶⁴, что сечение возбуждения не изменится, если вместо взаимодействия V использовать его упрощенное выражение ^{65 *})

$$V' = -e^2 \sum_p \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|} - \frac{ev}{c^2} \sum_n \int \frac{\mathbf{j}_n e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n|} = V_1 + V_2, \quad (2.2)$$

где $k = \Delta/\hbar c$, v , \mathbf{r} — скорость и радиус-вектор электрона, p и n — индексы, относящиеся к протону и нуклону соответственно. Наличием множителей вида $e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_n|}$ в (2.2) учитывается эффект запаздывания.

Рассмотрим случай, когда $k |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|$ мало, т. е. эффектом запаздывания можно пренебречь. Тогда должно быть

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n| \ll \lambda, \quad (2.3)$$

где λ — длина волны, отвечающая энергии перехода Δ . Порядок величины λ различен для известных монопольных переходов различных ядер, все же не меньше 10^{-11} см. Если теперь учтем, что для возбуждения монопольного перехода электрон должен проникнуть внутрь ядра (см. § 1), то условие (2.3) соблюдается.

Разложим теперь взаимодействие V' в ряд по мультипольям. Но ввиду того, что в разложении второго слагаемого V_2 монопольный член отсутствует ⁶⁴⁻⁶⁶, ограничимся разложением кулоновской части взаимодействия (2.2) V_1 (с учетом условия (2.3)). Это разложение можно произвести двумя способами ⁶⁵:

$$V_1 = - \sum_p \frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|} = -4\pi e^2 \sum_{p, L, M} \frac{1}{2L+1} \frac{r_p^L}{r_{L+1}} Y_L^M(\theta, \Phi) Y_L^{M*}(\theta_p, \Phi_p) \quad (2.4)$$

для $r_p < r_c$ и

$$V_1 = - \sum_p \frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_p|} = -4\pi e^2 \sum_{p, L, M} \frac{1}{2L+1} \frac{r_L^L}{r_p^{L+1}} Y_L^M(\theta, \Phi) Y_L^{M*}(\theta_p, \Phi_p) \quad (2.5)$$

для $r_p > r_c$.

Первый ряд не даст нам монопольного перехода, так как член с $L=0$ не зависит от r_p и матричный элемент от него будет равен нулю вследствие ортогональности ядерных волновых функций. Отличный от нуля матричный элемент монополя имеется лишь в разложении (2.5). Поскольку

*.) В релятивистском случае вместо v следует взять ca — дираковский оператор скорости.

последнее применимо лишь для электронов, только ими могут непосредственно возбуждаться монопольные переходы.

Наиболее просто трактуется вопрос об электронном возбуждении монопольных переходов в борновском приближении. В этом случае как начальное ψ_i , так и конечное состояния электрона ψ_f считаются плоскими волнами, что возможно при выполнении следующих условий:

1. Кинетическая энергия электрона значительно больше энергии перехода:

$$T \gg \Delta. \quad (2,6)$$

2. Имеет место неравенство

$$\frac{Ze^2}{\hbar v} \ll 1, \quad (2,7)$$

где v — скорость электрона. Неравенство (2,7) по сути дела означает, что длина дебройлевской волны электрона гораздо больше классического минимального расстояния электрона от центра ядра ⁶⁵. Для крайне релятивистских скоростей электрона (2,7) превращается в неравенство *

$$\frac{Ze^2}{\hbar c} \ll 1, \text{ т. е. } \frac{Z}{137} \ll 1. \quad (2,8)$$

Теория неупругого рассеяния заряженных частиц ядром в борновском приближении дает для дифференциального эффективного сечения формулу ⁶³⁻⁶⁵

$$d\sigma(\theta, \Phi) = \frac{k_f^2}{\hbar^2 v_i v_f} |(\mathbf{k}_f, \Psi_f) \sum_p \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|} (\mathbf{k}_i, \Psi_i)|^2 d\Omega, \quad (2,9)$$

где $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f$ — волновые векторы электрона в начальном и конечном состояниях. После выполнения интегрирования в (2,9) по электронным волновым функциям для дифференциального сечения монопольного возбуждения получим ^{63, 64}

$$d\sigma_{E0}(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{1}{k_i^2} \left| F_{E0}(J \rightarrow J, K) \right|^2 \frac{\frac{4m_0c^2}{\hbar^2 k_i k_f} + \frac{k_i}{k_f} + \frac{k_f}{k_i} - \frac{k_i^2}{k_i \cdot k_f} + 2 \cos \theta}{\left(\frac{k_i}{k_f} + \frac{k_f}{k_i} - 2 \cos \theta \right)^2} d\Omega. \quad (2,10)$$

Здесь

$$F_{E0}(J \rightarrow J, K) \equiv F_{E0}(K) = \frac{1}{Z} \left(f \left| \sum_p j_0(Kr_p) \right| i \right) \quad (2,10')$$

— так называемый формфактор для $E0$ -перехода, $j_0(Kr_p)$ — сферическая функция Бесселя $j_L(Kr_p)$ при $L = 0$. В крайне релятивистском случае

*) В работах ^{67, 68} указывается, что при достаточной величине рассеивающего потенциала или его радиуса действия условие (2,8) необходимо заменить другим, более строгим условием:

$$\frac{Ze^2}{\hbar c} \ln \frac{a_0}{r'_0} \ll 1, \quad (2,8')$$

где a_0 — боровский радиус, а r'_0 — меньшая из величин длины дебройлевской волны электрона, радиуса ядра и отношения a_0/Z . Это условие настолько жесткое, что даже ядро C^{12} находится уже на границе его применимости. Опыты же по неупругому рассеянию быстрых электронов на ядрах C^{12} дают для эффективного сечения σ значения ⁶⁹, сравнимые с результатами расчетов σ , выполненными в борновском приближении.

с учетом (2,6) и равенства *)

$$\hbar K = \hbar [k_i^2 + k_f^2 - 2k_i k_f \cos \theta]^{\frac{1}{2}} \approx 2\hbar k_i \sin \frac{\theta}{2} \quad (2,11)$$

дифференциальное сечение монопольного возбуждения будет равно **)

$$d\sigma_{E0}(\theta) = \left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{4k_i^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \frac{1}{Z^2} \left| \left(f \left| \sum_p j_0(Kr_p) |i\rangle \right|^2 \right) \right|^2 \right\} d\Omega. \quad (2,12)$$

Первый множитель в (2,12) (перед фигурными скобками) представляет дифференциальное сечение для упругого рассеяния электронов точечным зарядом в релятивистском борновском приближении.

Предположим теперь, что $Kr_p \ll 1$ (или, что то же самое, $KR \ll 1$). Тогда формфактор в (2,12) можно выразить через ядерный матричный элемент монополя M , используя разложение

$$j_0(Kr_p) = 1 - \frac{(Kr_p)^2}{2 \cdot 6} + \dots \quad (2,15)$$

Ограничивааясь первыми двумя членами ряда (2,15) и учитывая, что первый из них после подстановки в формфактор даст нуль (вследствие ортогональности ядерных волновых функций), получим для квадрата формфактора выражение ***)

$$|F_{E0}(J \rightarrow J, K)|^2 \approx \frac{K^4}{36Z^2} \left| \left(f \left| \sum_p r_p^2 |i\rangle \right|^2 \right) \right|^2 = \frac{K^4 |M|^2}{36Z^2}. \quad (2,16)$$

Если учесть, что при $f = i$ и $KR \ll 1$ квадрат формфактора (2,10') почти равен единице и (2,12) даст в этом случае дифференциальное сечение для упругого рассеяния электронов $d\sigma$, то отношение $d\sigma_{E0}$ к $d\sigma$ будет приближенно задаваться формулой (2,16), т. е. будем иметь

$$\sqrt{\frac{d\sigma_{E0}}{d\sigma}} \approx K^2 \frac{|M|}{6Z}. \quad (2,17)$$

Формула (2,17) будет тем точнее, чем меньше K . Эта формула используется для определения ядерного матричного элемента монополя

*) Легко видеть, что (2,11), а также и все формулы, получаемые с учетом (2,11), не будут пригодны для малых углов разлета.

**) При EL -переходе квадрат формфактора равен ⁶⁵

$$|F_{EL}(K)|^2 \equiv |F_{EL}(J_i \rightarrow J_f, K)|^2 = \frac{4\pi^2}{Z^2} \frac{K^{2L}}{[(2L+1)!!]^2} B(CL, K), \quad (2,13)$$

где $B(CL, K)$ — величина, получающаяся из приведенной вероятности радиационного перехода

$$B(EL) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \left| \left(J_f, M_f \left| \sum_p r_p^L Y_L^M(\theta_p, \Phi_p) \right| J_i, M_i \right) \right|^2 \quad (2,14)$$

при замене $r_p^L \rightarrow \frac{(2L+1)!!}{K^2} j_L(Kr_p)$. Эффективное сечение для EL -перехода также выражается формулой (2,12), но только с формфактором, заданным соотношением (2,13).

***) Легко видеть из (2,13) — (2,14), что такая же зависимость от K будет иметь место и для электрического квадрупольного формфактора при $KR \ll 1$. Если произвести оценки формфакторов для монопольного и квадрупольного возбуждений на основе одночастичной модели ядра, то оказывается, что сечения этих возбуждений будут тогда почти равны по величине при одинаковых экспериментальных условиях ⁶⁵.

из экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию электронов (см. ниже).

Теоретический анализ сечений, вычисленных в борновском приближении как для упругого, так и для неупругого рассеяния электронов (формулы (2,12) — (2,14)), в зависимости от значений K показал⁶⁵, что при $KR \ll 1$ наиболее значительно упругое рассеяние. По мере же возрастания KR вначале увеличивается сечение возбуждения переходов с низкой мультипольностью L (в частности, монопольных переходов), а затем уже при $KR \gg 1$ наиболее интенсивно возбуждаются переходы высокой мультипольности.

Случай возбуждения монопольных переходов электронами, обладающими пороговыми энергиями (т. е. кинетическими энергиями, близкими к энергиям монопольных переходов), теоретически впервые был рассмотрен К. Тер-Мартиросяном⁶⁶. Им получена следующая формула для дифференциального эффективного сечения электронного возбуждения электрических монопольных переходов (в релятивистской системе единиц):

$$d\sigma_{E0} = \frac{(\alpha Z)^2}{18} N_{pi} N_{pf} \frac{p_f}{p_i} \{e_i e_f + 1 - (\alpha Z)^2 + [p_i p_f - (\alpha Z)^2] \cos \theta\} S_0 d\Omega, \quad (2,18)$$

где α — постоянная тонкой структуры, N_{pi} , N_{pf} — коэффициенты типа

$$N_p = (2p)^{2(\gamma-1)} e^{\frac{\alpha Ze}{p}} \left| \Gamma \left(\gamma + i \frac{\alpha Ze}{p} \right) \right|^2, \quad (2,19)$$

$\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$, p_i , p_f , e_i , e_f — начальные и конечные импульсы и энергии электрона. Величина же S_0 задается соотношением

$$S_0 = \frac{1}{\lambda_0^2} \left| \frac{4Q_{if}^{(0)}}{[\Gamma(2\gamma+1)]^2} \right|^2, \quad (2,20)$$

где $\lambda_0 = \frac{\hbar}{m_0 c}$ — комптоновская длина волны, введенная для удобства перехода к обычным единицам, а $Q_{if}^{(0)}$ связано с ядерным матричным элементом монополя зависимостью

$$(-1)^{M_i} C_{J_i, -M_i, J_f, M_f}^{(0)} Q_{if}^{(0)} = \frac{3}{\gamma(2\gamma+1)} \int \Psi_i^* r^{2\gamma} \Psi_f d\mathbf{r}, \quad (2,21)$$

$C_{J_i, -M_i, J_f, M_f}^{(0)}$ — коэффициенты Клебша — Жордана, Ψ_i и Ψ_f — ядерные волновые функции. При 0—0-переходах и при пренебрежимо малых αZ величина $Q_{if}^{(0)}$ является обычным ядерным матричным элементом монополя при одиночественном возбуждении ядра.

Формула (2,18) получена с помощью волновых функций электрона, находящегося в кулоновском ядерном поле, без учета конечных размеров ядра и эффекта экранировки. При этом предполагалось, что энергия воз-

буждения Δ не очень велика, $\Delta \ll 100 A^{\frac{1}{3}} M_{ee}$ (A — атомный вес возбуждаемого ядра), и что имеет место неравенство $p_i R \ll 1$, где p_i — начальный импульс электрона в релятивистской системе единиц, R — радиус ядра. Последнее условие равносильно тому, что при расчете учитываются лишь те состояния рассеиваемого электрона, которые характеризуются квантовыми числами $j = 1/2$.

Волновые функции электрона, использованные при вычислениях, взяты в виде четырехкомпонентных релятивистских функций Ψ_{pi} , Ψ_{pf} , где v_i , v_f — квантовые числа, определяющие спиновые состояния электрона перед и после рассеяния, p_i , p_f — начальный и конечный

импульсы электрона на бесконечности. Асимптотически при $r \rightarrow \infty$ ψ_{p_i} , v_i представляется в виде суммы плоской и расходящейся, а ψ_{p_f} , v_f — в виде суммы плоской и сходящейся сферических волн.

Из формулы (2,18) интегрированием по θ получается отношение

$$\frac{\sigma_{E0}}{S_0} = \frac{2\pi(\alpha Z)^2}{9} N_{p_i} N_{p_f} \frac{p_f}{p_i} [\varepsilon_i \varepsilon_f + 1 - (\alpha Z)^2]. \quad (2,22)$$

При пороговом значении энергии налетающего электрона (т. е. при $p_f \rightarrow 0$ или $\varepsilon_f - 1 \rightarrow k$) величина σ_0/S_0 обладает отличным от нуля пределом, равным

$$\lim_{p_f \rightarrow 0} \frac{\sigma_{E0}}{S_0} = \frac{2\pi^2(\alpha Z)^2}{9} (2\alpha Z)^{2\gamma-1} \left\{ \frac{N_{p_i}}{N_{p_f}} \right\}_{\varepsilon_i=k+1} (k+2-\alpha^2 Z^2) \quad (2,23)$$

(вследствие того, что $\lim_{p_f \rightarrow 0} p_f N_{p_f} = \pi (2\alpha Z)^{2\gamma-1}$). Начиная с этого предела,

σ_{E0}/S_0 монотонно растет вместе с p_f . На рис. 19 приведены кривые ⁹ зависимости σ_{E0}/S_0 от $\varepsilon_f - 1$, вычисленные для частного случая $\Delta = 1 M\text{эв} \approx 2m_0c^2$ для двух ядер с $Z = 50$ и $Z = 80$. Приближенная численная оценка S_0 равна ⁹ $10^{-28} - 10^{-26} \text{ см}^2$. Для сравнения приведены результаты, полученные в приближении Борна, согласно формулам ⁹

$$\lim_{\alpha Z \rightarrow 0} \frac{d\sigma_{E0}}{S_0} = \frac{(\alpha Z)^2}{18} \frac{p_f}{p_i} (\varepsilon_i \varepsilon_f + 1 + p_i p_f \cos \theta) d\Omega, \quad (2,24)$$

$$\lim_{\alpha Z \rightarrow 0} \frac{\sigma_{E0}}{S_0} = \frac{2\pi(\alpha Z)^2}{9} \frac{p_f}{p_i} (\varepsilon_i \varepsilon_f + 1). \quad (2,25)$$

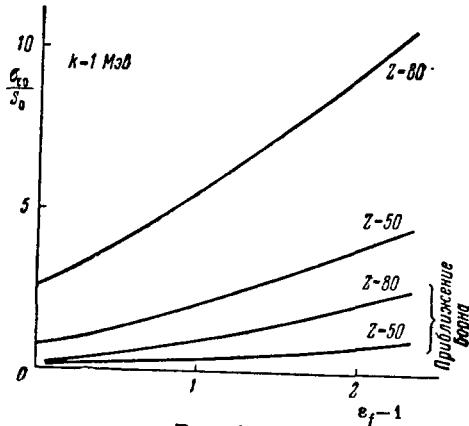


Рис. 19.

Расчет σ_{E0} с учетом конечных размеров ядер был произведен Грушкиным ¹², но также для случая не очень больших энергий рассеиваемого электрона с $j = 1/2$ ($\varepsilon_i \ll 15 M\text{эв}$ для тяжелых ядер). В результате расчета для σ_{E0} получена довольно громоздкая формула (см. ¹²).

Таблица V

Ядро	Энергия $10 m_0c^2$		Энергия $20 m_0c^2$		Ядро	Энергия $10 m_0c^2$		Энергия $20 m_0c^2$	
	σ_0	b	σ_0	b		σ_0	b	σ_0	b
Ca ₂₀ ⁴⁰	0,054	0,93	0,34	1	Pd ₄₆ ¹⁰⁸	2,52	0,99	7,4	1
Ge ₃₂ ⁷³	1,08	0,97	3,2	1	Po ₈₄ ²¹⁴	67	0,98	190	1
Zr ₄₀ ⁹⁰	0,98	0,97	3,7	1					

Можно представить зависимость дифференциального эффективного сечения монопольного возбуждения электронами от угла между импульсами p_i и p_f в виде функции ¹² (после интегрирования по энергиям ε_i и ε_f)

$$\frac{d\sigma_{E0}}{d\Omega} = \frac{\sigma_0}{4\pi} (1 + b_0 \cos \theta) Q^2 \cdot 10^{-30} \left[\frac{\text{см}^2}{\text{степ}} \right]. \quad (2,26)$$

В табл. V ¹² приведены численные значения σ_0 и b_0 для возбуждения электрических монопольных переходов ядер Ca^{40} , Ge^{72} , Zr^{90} , Pd^{108} и RaC' (Po^{214}) при значениях энергии налетающего электрона $10m_0c^2$ и $20m_0c^2$ (при $\varepsilon_i = 20 m_0c^2$ следует учитывать сдвиг фаз, обусловленный конечными размерами ядер; в работе ¹² этого не было сделано).

Таблица VI

Ядро	Ca^{40}_{20}	Ge^{72}_{32}	Zr^{90}_{40}	Pd^{108}_{46}	Po^{214}_{84}
π	0,98	0,97	1,0	1,16	1,87

Влияние эффекта конечных размеров ядер на результаты расчета σ_{b0} иллюстрируется табл. VI ¹². В ней приводятся отношения результатов расчетов σ_{b0} , выполненных для указанных выше монопольных переходов с помощью кулоновских функций точечного ядра, к результатам расчетов

σ_{E0} , выполненных с учетом конечных размеров ядра. Табл. VI показывает, что эффект конечных размеров ядер приводит к значительному изменению (к уменьшению почти в два раза) эффективного сечения монопольного возбуждения электронами лишь для больших Z .

Опыты по обнаружению возбуждения как монопольных, так и мультипольных ядерных переходов быстрыми электронами, подтверждающие в той или иной мере результаты расчетов σ в борновском приближении, производились главным образом в Стэнфорде ⁶⁹⁻⁷³. Для получения быстрых электронов (с энергией 190 Мэв и выше) использовался линейный ускоритель. Электроны рассеивались на тонких мишениях, затем магнитным способом анализировались и

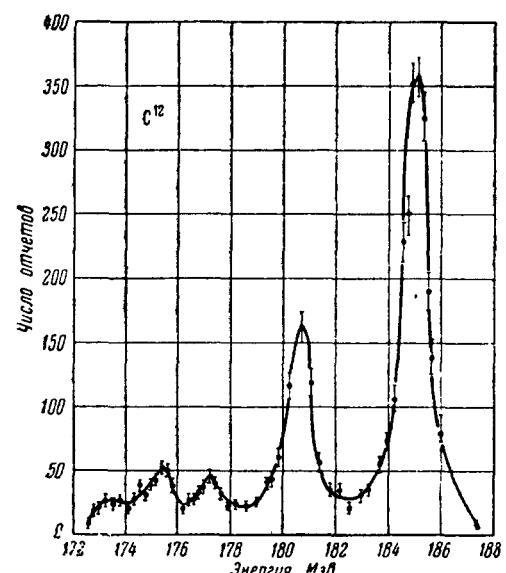


Рис. 20.

детектировались с помощью счетчиков Чerenкова так, чтобы получить угловое распределение различных групп (подробное описание опытов имеется в обзоре Хофтадтера ⁷³).

Монопольное возбуждение пока установлено лишь при рассеянии электронов на ядрах C^{12} . Одновременно наблюдалось неупругое и упругое рассеяние электронов на этих ядрах. На рис. 20 представлена кривая распределения рассеянных электронов по энергиям при определенном угле рассеяния ^{69, 73}. Начальная энергия электронов равна 187 Мэв, угол рассеяния — 80° . Как мы видим, кривая характеризуется максимумами упругого (первый пик справа) и неупругого рассеяния (остальные пики сдвинуты относительно первого на величину энергий возбуждения соответствующих ядерных уровней), причем второй из неупругих пиков (считая справа), отвечающий приблизительно энергии 177 Мэв, соответствует электрическому монопольному возбуждению ядра C^{12} с энергией перехода

$7,6 \text{ MeV}$ *). Ширина максимумов отклоняется от гауссовой со стороны низких энергий из-за наличия так называемого «хвоста», обусловленного радиационными процессами в мишени. Наиболее мощный такой «хвост» имеет максимум упругого рассеяния. Этот «хвост» спадает примерно как величина, обратно пропорциональная разности между данной энергией и энергией, соответствующей максимуму упругого рассеяния.

Исследования неупругого рассеяния электронов с начальной энергией 150 и 80 MeV показали^{69, 71}, что при более высоких начальных энергиях электронов лучше выделяются неупругие пики, а упругий пик относительно медленнее растет с увеличением этих энергий (что в основном подтверждает теорию (см. стр. 300)). Кроме того, оказывается, что при более высоких начальных энергиях электронов указанные выше «хвосты» будут меньше и поэтому значительно легче будет выделить неупругие пики на более низком фоне. Следует, однако, отметить, что при очень высоких начальных энергиях электронов (например, при $KR \gg 1$) с наибольшей вероятностью будут возбуждаться уже ядерные переходы с большим L (а не с $L = 0$).

При сравнении экспериментальных значений эффективного сечения возбуждения с теоретическими следует учесть радиационные поправки и эффект тормозного излучения. Радиационные поправки согласно Швингеру^{78, 79} уменьшают наблюдаемую интенсивность возбуждения приблизительно на 8% при малых углах и почти на 20% при больших углах рассеяния**). Несколько более значителен эффект тормозного излучения: из-за него интенсивность возбуждения уменьшается на 20% при малых углах и почти на 40% при больших углах рассеяния^{78, 79}. На рис. 21^{71, 73} приведены с учетом этих поправок кривые, представляющие зависимость эффективных сечений от угла рассеяния как для упругого (кривая 1), так и для неупругого рассеяния (кривые 2, 3 и 4 в случае возбуждения уровней $4,43; 7,66 \text{ MeV}$ (0^+ -уровень) и $9,61 \text{ MeV}$ соответственно). Из графика видно, что кривые 2, 3 и 4 для неупругого рассеяния значительно менее круты, чем кривая для упругого рассеяния (высота упругого пика меняется в интервале углов от 35° до 138° примерно в $2 \cdot 10^8$ раз). Поэтому при достаточно больших углах рассеяния сечение возбуждения любого из уровней становится больше сечения упругого рассеяния. Кроме того, поскольку кривые 2 и 4 почти параллельны, можно заключить, что уровни $4,43$ и $9,61 \text{ MeV}$ соответствуют возбужденным состояниям ядра с одинаковыми полными моментами количества движения и четностями (состояниям 2^+).

При интерпретации экспериментальных результатов часто удобно иметь дело не с дифференциальным эффективным сечением возбуждения, а с «измеренным» квадратом формфактора $|F(K)|^2$, определяемым как отношение измеренного дифференциального эффективного сечения возбуждения к вычисленному дифференциальному эффективному сечению для упругого рассеяния точечным зарядом. В частности, в случае монопольного возбуждения Cl^{12} ($\Delta = 7,66 \text{ MeV}$) этот «измеренный» формфактор был с успехом использован Шифром⁸⁰ для определения ядерного матричного элемента монополя M (Cl^{12}) согласно формуле (2,17) (путем экстраполяции экспериментальных значений $\sqrt{\frac{d\sigma_{E0}}{d\sigma}}$ к предельным, получаемым

*) Экспериментальные результаты по обнаружению $E0$ -перехода типа $0^+ - 0^+$ с энергией $7,6 \text{ MeV}$ у возбужденного ядра Cl^{12} , являющегося продуктом различных ядерных реакций, имеются, например, в работах⁷⁴⁻⁷⁷ (см. подробнее § 3, стр. 310-311).

**) Необходимо отметить, что радиационные поправки медленно изменяются с углом и поэтому главным образом влияют на абсолютное эффективное сечение возбуждения.

при $K \rightarrow 0$). Им получено значение для M (C^{12}) = $3,8 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ *). Можно найти M и из абсолютного значения сечения монопольного возбуждения как функции угла рассеяния, однако этот метод определения ядерного матричного элемента монополя считается менее надежным ⁸⁰.

Экспериментальные данные по исследованию возбуждения ядерных переходов электронами с пороговыми энергиями пока скучны. В работе ⁸¹ исследовалась зависимость сечения σ возбуждения ядер Cd^{114} от кинетической энергии ε , — 1 налетающих электронов. Оказалось, что это сечение почти равно нулю до тех пор, пока кинетическая энергия электронов

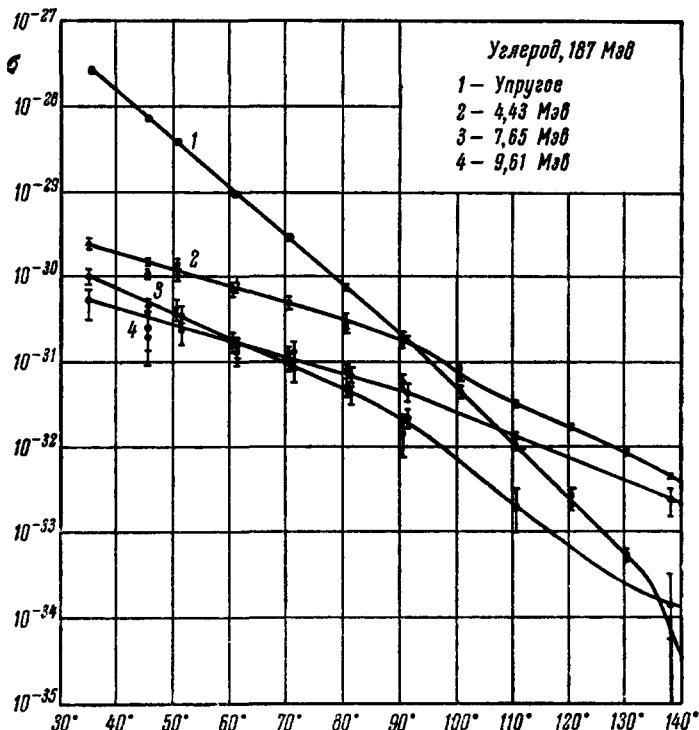


Рис. 21.

не достигает энергии возбуждения, после чего наступает скачкообразное увеличение сечения, затем σ монотонно падает вплоть до следующего порога возбуждения, внезапно увеличивается, и процесс повторяется. Из-за отсутствия достаточного количества экспериментальных данных сравнение их с теорией монопольных возбуждений ядер электронами с пороговыми энергиями ⁹ затруднительно.

§ 3. ПРИМЕРЫ МОНОПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ ЯДЕР

Рассмотрим теперь обнаруженные монопольные переходы отдельных ядер. Все они оказались $E0$ -переходами (об одной попытке обнаружения $M0$ -перехода было сказано в конце § 1). Большинство из надежно установленных $E0$ -переходов относится к типу $0^+ - 0^+$. Переходы этого типа отождествляются главным образом путем обнаружения сопровождаю-

*) В работе ⁸⁵ приводится несколько иное значение Шиффа для M — около $5 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$.

щих их процессов испускания электронов и электронно-позитронных пар внутренней конверсии при полном отсутствии γ -квантов с энергией, равной энергии перехода. Дополнительным подтверждением монопольности исследуемых переходов является совпадение экспериментальных значений K/L , L_1/L_{11} , W_K/W_π и других величин с теоретическими (см. § 1).

О наличии примеси $E0$ -переходов в ядерных переходах типа « $J^* \rightarrow J^*$ » можно судить по наблюдению некоторого излишка конверсионных электронов или электронно-позитронных пар по сравнению с тем их количеством, которое должно было бы испускаться в конверсионных процессах, конкурирующих с соответствующим γ -излучением, если бы $E0$ -переход

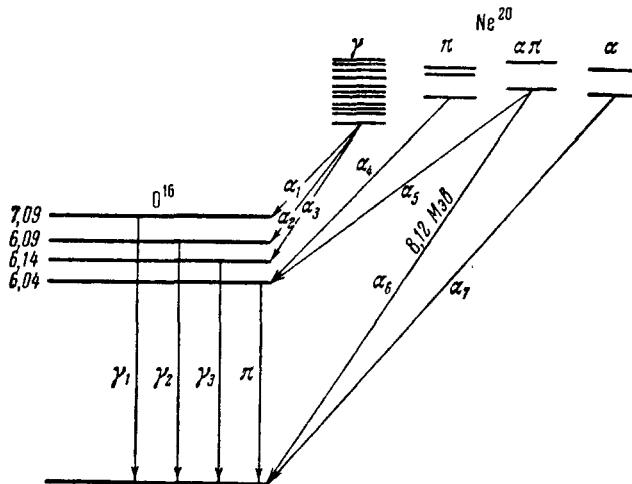
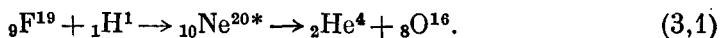


Рис. 22.

отсутствовал. Для количественного определения $E0$ -примеси исследуются угловые корреляции различного рода каскадных процессов и результаты исследований сравниваются с теорией (см. § 1).

O^{16} . Одним из наиболее тщательно изученных монопольных переходов ^{20-23, 28, 54-58, 82-86} является $0^+ - 0^+$ -переход ядра O^{16} . Этот переход возникает при протонной бомбардировке ядра F^{19} , вызывающей реакцию



Ядро O^{16} может появиться как в основном, так и в четырех сравнительно мало отличающихся друг от друга по энергиям возбужденных состояниях (рис. 22)¹. Три из них (мы их обозначим через ${}^\gamma O^{16}$) характеризуются тем, что переходы между ними и основным сопровождаются испусканием γ -фотонов. При переходе же из четвертого, самого низкого возбужденного состояния ${}^\pi O^{16}$ в основное образуются электронно-позитронные пары. Последние нельзя отнести к внутренней конверсии γ -фотонов, так как в таком случае число пар должно было бы быть значительно меньше (1%) числа фотонов, а на самом деле эти числа сравнимы по порядку величины¹. Кроме того, γ -фотоны с энергией, равной разности уровней ${}^\pi O^{16}$ и O^{16} ($6,051 \pm 0,010$ Мэв)¹⁰², в радиактивном спектре O^{16} отсутствуют, в то время как γ -фотоны с энергиями 7,09; 6,99 и 6,14 Мэв, равными разностям уровней ${}^\gamma O^{16}$ и O^{16} , имеются. Если еще учесть равенство нулю спина ядра O^{16} в основном состоянии, то отсюда на основании общей теории монопольных переходов (§ 1) следует, что переход ${}^\pi O^{16} \rightarrow O^{16}$ является $0-0$ -переходом.

Экспериментально доказано¹, что уровни O^{16} , ответственные за испускание γ -фотонов, с одной стороны, и электронно-позитронных пар,— с другой, появляются при различных резонансных энергиях протонов. Это означает, что существует несколько групп уровней составного ядра Ne^{20} , причем α -распад с одной группы сопровождается переходом на уровни πO^{16*} , а с другой — на уровень πO^{16} (см. рис. 22). Если предположить, что данные о группах уровней Ne^{20} вполне достоверны (это касается особенно группы $\alpha\pi$), то можно показать¹, что переход $\pi O^{16} \rightarrow O^{16}$ происходит без изменения четности. Действительно, переход из группы $\alpha\pi$ может быть как на уровень πO^{16} , так и на нормальный. Обозначим четность состояния $\alpha\pi$ через $d_{\alpha\pi}$. Тогда четности состояний πO^{16} и O^{16} будут равны соответственно $d_\pi = d_{\alpha\pi} (-1)^{L\pi}$ и $d_0 = d_{\alpha\pi} (-1)^{L_0}$, где L_π и L_0 — моменты количества движения, уносимые α -частицей при переходах $\alpha Ne^{20} \xrightarrow{\alpha\pi} \pi O^{16}$ и $\alpha Ne^{20} \xrightarrow{\alpha\pi} O^{16}$ (см. рис. 22). Так как моменты количества движения ядер в состояниях πO^{16} и O^{16} равны нулю, L_π и L_0 равны друг другу; таким образом, и $d_0 = d_\pi$, т. е. четности ядерных волновых функций, описывающих состояния πO^{16} и O^{16} , одинаковы, а вследствие четности A и Z у ядра O^{16} они и положительны.

Согласно общей теории монопольных переходов (§ 1) переход $\pi O^{16*} \rightarrow O^{16}$ должен сопровождаться не только парной, но и электронной внутренней конверсией. Однако, как показали расчеты²¹, вероятность второй в 28 000 раз меньше вероятности первой. На опыте электроны $E0$ -конверсии O^{16} пока не были обнаружены.

Как отмечалось выше (см. стр. 281), исходя из формулы (1,32), выражающей дифференциальную вероятность образования электронно-позитронной пары при 0—0-переходе^{*}), можно найти распределение позитронов по энергиям, а затем сравнить с экспериментальными данными. Результаты этого сравнения оказались^{1, 83} вполне удовлетворительными.

Угловое распределение электронно-позитронных пар, получаемое на основании соотношения (1,32), находится также в неплохом согласии с экспериментом^{84, 85}.

В работе⁸⁴ исследовалось это распределение методом совпадений при двух различных установках («ближней» и «далней») счетчиков-телескопов по отношению к источнику электронно-позитронных пар (т. е. по отношению к местонахождению бомбардируемой протонами мишени CaF_2). После интегрирования (1,32) по энергии с учетом коэффициентов полезного действия счетчиков теоретическая формула углового распределения принимает вид

$$P(\theta)_{\text{теор}} = A [1 + (0,9937 - \delta') \cos \theta], \quad (3,2)$$

где δ' зависит от размеров полезной площади и местоположения счетчиков (для бесконечно малых счетчиков $\delta' = 0$). Для двух конкретных упомянутых выше установок счетчиков из (3,2) получается⁸⁴

$$1) P(\theta)_{\text{теор}} \approx A [1 + (0,955 \pm 0,003) \cos \theta], \quad (3,3)$$

$$2) P(\theta)_{\text{теор}} \approx A [1 + (0,974 \pm 0,002) \cos \theta]. \quad (3,4)$$

Экспериментальная же зависимость функции $P(\theta)$ от θ для этих двух случаев оказалась равной

$$1) P(\theta)_{\text{эксп}} = A [1 + (0,948 \pm 0,012) \cos \theta], \quad (3,5)$$

$$2) P(\theta)_{\text{эксп}} = A [1 + (0,980 \pm 0,009) \cos \theta]. \quad (3,6)$$

^{*}) Напомним, что эта формула выведена при предположении о кулоновском взаимодействии между протонами ядра и электронами дираковского фона.

Сравнивая (3,3), (3,4) с (3,5), (3,6), мы видим, что теоретический и экспериментальный коэффициенты при $\cos \theta$ отличаются друг от друга в среднем на $0,002 \pm 0,008$, т. е. на незначительную величину. Некоторое противоречие между теоретическим и экспериментальным угловыми распределениями пар, обнаруженное в работах^{57, 86}, следует отнести за счет недостаточной точности эксперимента^{84 *).}

Обнаружение различных поправок к угловому распределению пар (радиационных), а также поправок, учитывающих внутреннее тормозное излучение и кулоновское взаимодействие между компонентами пар, и других (см. стр. 282—283) оказалось вне досягаемости современного эксперимента, хотя предсказывается⁸⁴, что в будущем наличие таких поправок может быть установлено.

Экспериментальное значение полной вероятности парной конверсии W_π при $0^+ - 0^+$ -переходе ядра O^{16} согласно новейшим данным⁸⁴ равно $\sim 1,4 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$. Из сравнения с приведенной вероятностью Ω_π , вычисленной по формуле (1,34), получено для ядерного матричного элемента монополя значение $3,8 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ ⁸⁴, считающееся в настоящее время наиболее точным. Соответствующий приведенный ядерный матричный элемент монополя будет равен $q(O^{16}) \approx 2/5$ (при $R = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ A}^3$)^{**}). О теоретических оценках ядерного матричного элемента монополя ядра O^{16} на основе различных ядерных моделей рассказано в § 4.

$RaC'(Po^{214})$. Уже в 1930 г. было высказано мнение^{88, 15}, что наблюдаемая в спектре $RaC(Po^{214})$ конверсионная линия, соответствующая энергии перехода 1416 кэв, принадлежит $0^+ - 0^+$ -переходу^{***}), так как соответствующей ей линии в γ -спектре не оказалось. Однако прошло много лет, пока предположение о наличии $E0$ -перехода в ядре RaC' было полностью подтверждено различными количественными данными.

Сравнение относительных коэффициентов конверсии K/L , L_I/L_{II} и L_{III}/L_{II} (относящихся к переходу с уровня 1416 кэв на основной) с теоретическими их значениями для различных мультипольей показало⁸⁸⁻⁹⁰, что рассматриваемый переход не может принадлежать ни к одному из электрических или магнитных мультипольных переходов, а значит, является $0-0$ -переходом. Результат же сравнения, например, экспериментальных значений K/L с теоретическими для $E0$ -переходов (Черч, Уинсер¹¹) удовлетворителен.

Но разрядка возбужденного ядра при $E0$ -переходе может происходить и путем образования электронно-позитронных пар. Теоретически найдено отношение вероятности $E0$ -конверсии на K -оболочке к вероятности парной конверсии, равное для RaC' 170 (по Томасу¹⁴) или 420 (по Сахарову²¹).

Опыт дает для W_K/W_π значения, лежащие в пределах $440 < \frac{W_K}{W_\pi} < 625$ ^{82, 91, 92}. Эти значения, как мы видим, более близки ко второму из приведенных теоретических результатов. Считается все же, что экспериментальные значения W_π недостаточно точны (поскольку определение их связано с неоднозначными операциями⁹³).

*) Согласно Грошеву и Шапиро¹ остаются еще трудности в объяснении, почему переход с уровня $^{17}Ne^{20}$ (см. рис. 22) возможен на уровень $^{17}O^{16*}$ (с испусканием α -частицы), а на уровень O^{16} невозможен, хотя уровни $^{17}O^{16*}$ и O^{16} отличаются только энергией. Предполагается¹, что выход из затруднения может быть найден путем введения дополнительных правил отбора по какому-то неточному квантовому числу.

**) В работах^{11, 87} приводится значение $q(O^{16}) = \frac{1}{2}$.

***) Положительность состояний следует из того, что RaC' принадлежит к четно-четным ядрам.

В настоящее время установлена следующая последовательность низких возбужденных уровней RaC' (рис. 23 ^{93, 94}). Возбужденное 0^+ -состояние (1416 кэв) является здесь уже шестым, а не первым возбужденным состоянием, как это было у ядра O^{16} .

Исследованы различные типы разрядки возбужденного ядра с уровня 1416 кэв, как испускание длиннопробежных α -частиц (группа α_3), конверсионный переход на основной уровень, однофотонный или конверсионный

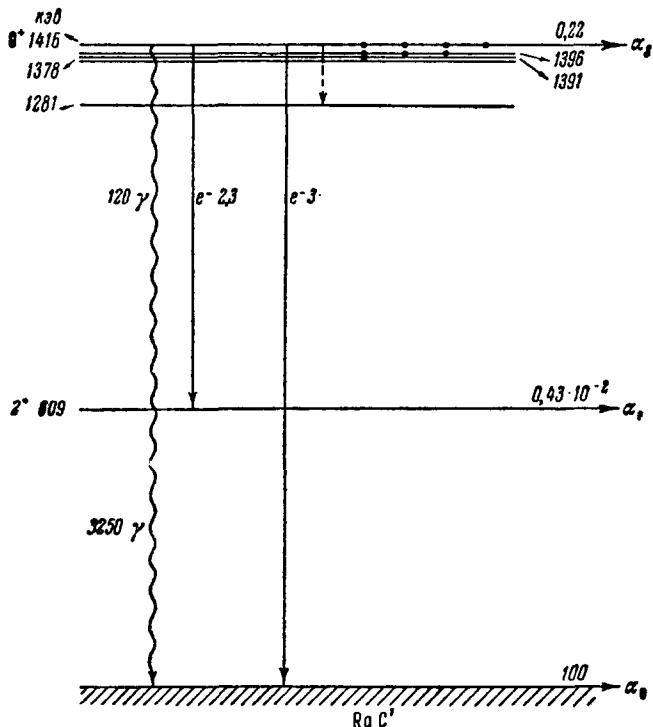


Рис. 23 (переход $\alpha_3 - \alpha_0$: $e^- 3,5$).

переходы на уровень 609 кэв. Остальные возможные процессы, сопровождающие указанную разрядку ядра, маловероятны и не были обнаружены ⁹³.

Важнейшая задача — определить абсолютную вероятность $E0$ -перехода или (что равнозначно) парциальное время жизни τ_{e^-} -уровня 1416 кэв по отношению к конверсионному переходу на основной уровень. К сожалению, до сих пор величина τ_{e^-} не определена точно. Один из методов оценки ее основан на соотношении

$$\frac{\lambda_{e^-}}{\lambda_{\alpha_3}} = \frac{N_{e^-}}{N_{\alpha_3}}, \quad (3,7)$$

где λ_{e^-} и λ_{α_3} — вероятности рассматриваемого конверсионного перехода и испускания длиннопробежных α -частиц, а N_{e^-} и N_{α_3} — числа электронов внутренней конверсии и α -частиц группы α_3 на распад, известные из опыта; λ_{α_3} находится по экспериментальному значению вероятности испускания α -частиц из основного состояния ядра RaC' (группа α_0). Путем экстраполяции известной формулы из теории α -распада на случай

в возбужденных уровнях^{93, 95} получим

$$\lambda = D e^{-4\alpha \frac{c}{v} Z(2u_0 - \sin 2u_0)}, \quad (3,8)$$

где v — скорость разлета α -частицы и ядра, $u_0 = \arccos \frac{ER}{2Ze^2}$, E — полная выделяющаяся энергия в эргах и α — постоянная тонкой структуры. Джелепов и Шестопалова⁹³ получили таким способом для искомого парциального времени жизни состояния 1416 кэв значение (при $R = 1,2 \cdot 10^{-13} A^3 \text{ см}$) $\tau_{e^-} = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ сек}$, которое заметно отличается от произведенных раньше оценок Бете⁹⁶ ($\tau_{e^-} = 8 \cdot 10^{-11} \text{ сек}$) и Дрелла и Роуза²⁵ ($\tau_{e^-} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ сек}$).

Точность результата (τ_{e^-}) зависит от того, насколько применима формула (3,8), выведенная для сферического ядра, к несколько деформированному ($\Delta R/R = 0,2$ ⁹⁷) ядру RaC'. В более грубом приближении можно рассчитать τ_{e^-} с помощью сопоставления искомой вероятности с вероятностью испускания γ -кванта при переходе с уровня 1416 кэв на уровень 609 кэв, используя при этом для получения теоретического значения λ , приближение Вайскопфа (с поправками по методу Саньяра⁹⁷). В этом случае τ_{e^-} оказалось равным $3,5 \cdot 10^{-12} \text{ сек}$ ⁹³.

Ввиду отсутствия достаточно точных данных об абсолютной вероятности $E0$ -перехода RaC' нельзя получить путем сравнения экспериментальных и теоретических данных (см. § 1) точные значения приведенного ядерного матричного элемента монополя q . Оценка q для RaC' впервые была произведена Фаулером в 1930 г., использовавшим для расчета вероятности $E0$ -перехода одночастичную модель ядра *). Им получено для q значение около $1/20$. В более поздних работах^{25, 98} сравнение приведенной вероятности $E0$ -перехода, вычисленной с учетом конечных размеров ядер, с экспериментальным парциальным временем жизни 0^+ -состояния RaC' $\tau_{e^-} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ сек}$ дало для q значения, лежащие в пределах $\frac{1}{9} < q < \frac{1}{4}$, и значение, равное $1/5$ ⁹⁸. Если использовать при указанном сравнении значение $\tau_{e^-} = 3,0 \cdot 10^{-10} \text{ сек}$, то q будет меньше примерно в 3,5 раза.

Ge^{72, 70, 0*}— 0^+ -переход Ge⁷² с энергией 0,69 Мэв — третий по счету, обнаруженный монопольный ядерный переход. Как установлено в работах^{99–101}, возбужденное ядро Ge⁷² с энергией 0,69 Мэв образуется в результате бомбардировки ядер Ga⁷² медленными нейтронами и последующего β -распада. Переход ядра Ge⁷² из первого возбужденного (0,69 Мэв) в основное состояние сопровождается испусканием интенсивной конверсионной линии с энергией, близкой к 0,69 Мэв, при отсутствии соответствующего γ -кванта. Время жизни этого возбужденного состояния τ_{e^-} оказалось равным $3 \cdot 10^{-7} \text{ сек}$ ¹⁰². Наличие сильного конвертированного излучения высокой энергии и одновременно малый период жизни возбужденного состояния указывают на то, что переход 0,69 Мэв Ge⁷² нельзя отнести к изомерным переходам¹⁰³, а следует считать монопольным переходом типа $0^+ - 0^+$ ^{101, 104}.

Сравнивая экспериментальное значение $\tau_{e^-}(0^{**})$ Ge⁷² с теорией¹¹ (с учетом $W_n = 0$), получим¹⁰² $q(\text{Ge}^{72}) = 0,11$. Оценка $q(\text{Ge}^{72})$, приведенная в более ранней работе⁹⁸, в два раза больше.

Обнаружен также $E0$ -переход типа $0-0$ у ядра Ge⁷⁰, являющегося продуктом β -распада Ga⁷⁰. 0^{**} -состояние оказалось здесь уже вторым возбужденным состоянием с энергией 1,215 Мэв и поэтому разрядка возбужденного ядра может происходить как путем электронной $E0$ -конверсии

*) Эта модель представляла собой α -частицу, движущуюся в ядерном поле с потенциалом в виде сферического симметричного ящика со стенками 1) бесконечной и 2) конечной высоты.

(парная $E0$ -конверсия не наблюдалась), так и путем каскадного испускания двух γ -квантов с энергиями $(0,173 \pm 0,002)$ и $(1,042 \pm 0,005) M\text{эв}$. Определено парциальное время жизни 0^{**} -состояния Ge^{70} по отношению к испусканию K -электронов $E0$ -конверсии, равное $\tau_{e^-} = (24 \pm 1,2) \times 10^{-7}$ сек¹⁰². Сравнение τ_{e^-} с теорией дает $q(\text{Ge}^{70}) = 0,09$, т. е. значение, мало отличающееся от $q(\text{Ge}^{72})$.

C^{12} . В 1954 г. было высказано мнение¹⁰⁵, что небольшое число электронно-позитронных пар с максимальной энергией $7,66 M\text{эв}$, обнаруженных при реакции $\text{Be}^8(\alpha\gamma)\text{C}^{12}$, свидетельствует о наличии у ядра C^{12} электрического монопольного перехода типа $0^+ - 0^+$, поскольку соответствующего γ -излучения (т. е. излучения с энергией $7,66 M\text{эв}$)^{*} не оказалось. Обнаружение же γ -квантов с энергиями $3,16$ и $4,43 M\text{эв}$ ⁷⁶ указывает на каскад. Тип каскада $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ был установлен затем на основании исследования угловой корреляции этих квантов в работе⁷⁷. Существование возбужденных уровней 0^+ и 2^+ ядра C^{12} подтверждено было также опытами⁶⁹⁻⁷³ по неупругому рассеянию электронов, о чём уже упоминалось в § 2. По данным этих опытов определен ядерный матричный элемент монополя C^{12} , равный $3,8 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ ⁸⁰ (теоретические оценки его приведены в § 4).

В дальнейшем в связи с вопросом об источниках звездной энергии и теорией происхождения элементов изучению возбужденного 0^+ -состояния C^{12} удалено особое внимание. В работе¹⁰⁷ впервые предсказывалось, что при предполагаемом каскаде ядерных реакций $\text{He}^4 + \text{He}^4 \rightarrow \text{Be}^8$ и $\text{Be}^8(\alpha\gamma)\text{C}^{12}$, имеющих место в поздней стадии развития^{**} звезд — красных гигантов, возникающее ядро углерода должно находиться в возбужденном состоянии с энергией $7,6 - 7,7 M\text{эв}$. Именно, наличие этого резонансного уровня у C^{12} ведёт к тому, что при достаточно высокой температуре вероятность реакции $\text{Be}^8(\alpha\gamma)\text{C}^{12}$ становится сравнимой с вероятностью реакции обратного типа.

Вероятность двух последовательных ядерных реакций $2\text{He}^4 \rightarrow \text{Be}^8$ и $\text{Be}^8(\alpha\gamma) \rightarrow \text{C}^{12}$ ^{***}) задается формулой¹⁰⁹

$$W = \frac{5}{3^2} 8\pi^3 \frac{\hbar^5}{m_\alpha (kT)^3} (Q\chi_\alpha)^2 \frac{\Gamma_\gamma \Gamma_\alpha}{\Gamma_\gamma + \Gamma_\alpha} e^{-\frac{Q}{kT}} \text{ сек}^{-1}, \quad (3,9)$$

где m_α — масса α -частицы, T — абсолютная температура, Q — плотность, χ_α — концентрация гелия (по весу), Q — энергия, равная разности энергии возбужденного 0^+ -состояния и энергии связи ядра C^{12} (в массовых единицах $Q = m(\text{C}^{12}) - 3m_\alpha$). Величина Γ_γ является парциальной шириной уровня $7,66 M\text{эв}$ ядра C^{12} по отношению к переходу этого ядра на основной уровень, а Γ_α — парциальная ширина уровня $7,66 M\text{эв}$ по отношению к α -распаду. Поскольку $\Gamma_\alpha \gg \Gamma_\gamma$ ¹¹⁰, то $\frac{\Gamma_\gamma \Gamma_\alpha}{\Gamma_\gamma + \Gamma_\alpha} \approx \Gamma_\gamma$ и величина W пропорциональна Γ_γ . Парциальная же ширина Γ_γ состоит из парциальной ширины 0^{**} -уровня по отношению к монопольному переходу и парциальной ширины по отношению к указанному выше γ -каскаду, т. е. $\Gamma_\gamma = \Gamma(E0) + \Gamma(E2)$. Отсюда видно, что для точного определения вероятности образования ядер углерода в звездной среде следует иметь возможно точное значение вероятности электрического перехода C^{12} (наряду с $\Gamma(E2)$).

^{*}) Уровень $7,66 M\text{эв}$ у ядра C^{12} обнаружен был уже в 1952 г.¹⁰⁶.

^{**}) Когда уже почти весь водород в сердцевине звезды будет превращен в гелий и когда вследствие гравитации иного сжатия температура этой сердцевины достигнет 10^8 °К, а плотность $10^6 \text{ г}/\text{см}^3$ ¹⁰⁸.

^{***}) Теории этих реакций в настоящее время придается большое значение, поскольку реакциями, аналогичными реакции $\text{Be}^8(\alpha\gamma)\text{C}^{12}$, можно объяснить образование ядер O^{16} , Ne^{20} и др. (например, $\text{C}^{12}(\alpha\gamma)\text{O}^{16}$)¹¹⁸.

Используя экспериментальное, приведенное выше значение ядерного матричного элемента монополя ядра C^{12} , Солпитер 110 получил $\Gamma(E0) \approx \approx \Gamma_{e\pm} = 4 \cdot 10^{-5}$ эв, где $\Gamma_{e\pm}$ — парциальная ширина уровня 0^+ -состояния по отношению к испусканию монопольных электронно-позитронных пар (остальными процессами, сопровождающими $E0$ -переход, пренебрегается). Верхний предел для величины $\Gamma_{e\pm}$ был установлен в работе 111 на основании измеренного на опыте отношения числа монопольных пар к числу γ -квантов с энергией 4,43 Мэв и известной относительной заселенности уровней 7,66 и 4,43 Мэв 112 . Получен результат $\Gamma_{e\pm} < 7 \cdot 10^{-5}$ эв, что, как мы видим, не противоречит оценке Солпитера. Отношение же $\Gamma_{e\pm}/\Gamma_\alpha$ равно примерно $7 \cdot 10^{-6}$ согласно работе 113 и $6,6 \cdot 10^{-6}$ согласно работе 114 . Оно оказалось гораздо меньше величины $\Gamma_{3,23\gamma}/\Gamma_\alpha \approx \approx (3,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-4}$ 115 , где $\Gamma_{3,23\gamma}$ — парциальная ширина уровня 7,66 Мэв по отношению к испусканию γ -кванта с энергией 3,23 Мэв.

В связи с тем, что энергия Q в формуле (3,9) в большой степени зависит от точного значения энергии возбуждения 0^+ -состояния, производились все более и более точные измерения уровня 7,66 Мэв. В качестве примера приведем несколько значений этого уровня: $(7,66 \pm 0,02)$ Мэв 116 (1955 г.), $(7,658 \pm 0,027)$ Мэв 117 (1956 г.), $(7,653 \pm 0,008)$ Мэв 118 (1957 г.) и $(7,654 \pm 0,009)$ Мэв 110 и, наконец, 7,656 Мэв 118 .

Zr^{90} . Наличие $0^+ - 0^+$ -перехода у ядра Zr^{90} было предсказано теоретически Фордом 119 . Согласно оболочечной модели в ядрах после $Z = 38$ вначале размещаются протоны на уровнях $p_{1/2}$ (первый при $Z = 39$ и второй при $Z = 40$), а затем уже на уровнях $g_{9/2}$. Поскольку схема нулевого порядка дает довольно большую разность между уровнями частиц $g_{9/2}$ и $p_{1/2}$, то можно считать протонную оболочку ядра Zr^{90} почти замкнутой. Открытие изомерного перехода $5^- \rightarrow 0^+$ с энергией 2,3 Мэв 120 подтверждает квазизамкнутость протонной оболочки Zr^{90} и одновременно указывает на существование конфигурации $p_{1/2}g_{9/2}$ («5»-состояние Zr^{90}). В схеме нулевого порядка уровня, определяемые нуклонными конфигурациями $p_{1/2}$, $p_{1/2}g_{9/2}$ и $g_{9/2}^2$, находятся на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 24, левая часть диаграммы уровней). Если же учесть остаточное взаимодействие между нуклонами, то эти уровни расщепляются и понижаются так, что смещение вниз уровней конфигураций $(g_{9/2})^2$ и $(p_{1/2})^2$ значительно больше, чем уровней конфигурации $(p_{1/2}g_{9/2})$, вследствие чего уровень ядра 0^{+*} оказывается под уровнем 5^- $^{119}, 121^*$) (рис. 24). Таким образом, первое возбужденное состояние ядра Zr^{90} , как видно из рис. 24, является 0^+ -состоянием.

Переход из этого состояния в нормальное был обнаружен затем на опыте 123 . В β -излучении Y^{90} ($_{39}Y^{90} \rightarrow _{40}Zr^{90}$) наблюдались конверсионные

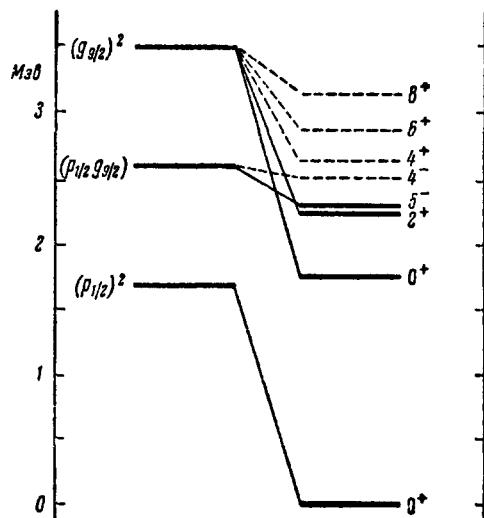


Рис. 24.

*) Более точные расчеты всех этих уровней имеются в работе 122 .

электроны, принадлежащие Zr^{90} и обладающие энергией 1,75 МэВ (по данным работы ¹²⁴ ($1,734 \pm 0,005$) МэВ). Поскольку γ -фотонов с такой энергией не оказалось, надо полагать, что здесь имеет место внутренняя конверсия монопольного перехода типа $0^+ \rightarrow 0^+$. Этот вывод подтверждается также обнаружением позитронного спектра Zr^{90} с максимальной энергией позитронов, равной 0,8 МэВ.

В дальнейшем электронная и парная конверсии $0^+ - 0^+$ -переходов Zr^{90} тщательно изучаются, все точнее и точнее определяются отношения чисел конверсионных электронов и чисел пар к числу β -электронов *), испускаемых Y^{90} за одну секунду, измеряется время жизни возбужденного 0^+ -состояния Zr^{90} и другие величины, характеризующие в той или иной мере рассматриваемые $0^+ - 0^+$ -переходы ^{124-132, 102}.

В работе ¹²⁴ сравниваются экспериментальные и теоретические данные, касающиеся величин $K/(L_I + M_I)$ и W_e/W_π для $E0$ -перехода ядра Zr^{90} , определяется Q по формуле (1,45), используя экспериментальное значение τ времени жизни возбужденного 0^+ -состояния Zr^{90} . Наилучшее согласие теории с экспериментом оказалось для W_e/W_π . Теоретическое значение W_e/W_π равно 2,4 (по Зыряновой и Крутову ²⁸ и Черчу и Уинсеру ¹¹) или 2,8 (по Томасу ¹⁴ и Черчу и Уинсеру ¹¹), а экспериментальное ¹²⁴ 3,0. Результат сравнения несколько хуже для $K/(L_I + M_I)$: экспериментальное значение этого относительного коэффициента $E0$ -конверсии равно 5 (см. ¹²⁴) или 4 (см. ¹³¹), а теоретическое $K/(L_I + M_I) = 7,1$ (см. ^{11, 132}).

Результаты измерения времени жизни $\tau(0^{**})$ оказались различными у различных авторов, например в работе ¹²⁹ приводится: 1) $\tau = (8,5 \pm 3) \times 10^{-9}$ сек, а в работе ¹³² 2) $\tau = (90 \pm 6) \cdot 10^{-9}$ сек **), т. е. на порядок больше, чем в первом случае. В связи с этим получаются два значения для приведенного ядерного матричного монополя: $Q = 0,18$ ¹²⁴ в первом случае и $Q = 0,056$ ¹³² во втором.

Pt^{196} . Первые два возбужденные и основной уровни Pt^{196} образуют последовательность $2^{+} \rightarrow 2^{+} \rightarrow 0^{+}$ с энергиями перехода 334,0 кэВ ($2^{+} \rightarrow 2^{+}$) и 356,5 кэВ ($2^{+} \rightarrow 0^{+}$). Ядерный переход $2^{+} \rightarrow 2^{+}$ является смесью $E0$ -, $M1$ - и $E2$ -переходов. Из теории таких переходов, изложенной на стр. 287—290, следует, что для определения $E0$ -примеси в переходе $2^{+} \rightarrow 2^{+}$ ядра Pt^{196} могут быть использованы четыре независимых эксперимента: опыты по установлению угловых корреляций 1) $\gamma - \gamma$, 2) $e_K - \gamma$ *** в каскаде $2^{+} \rightarrow 2^{+} \rightarrow 0^{+}$, 3) по измерению 2) абсолютной вероятности $E2$ -перехода $W_\gamma(E2)$ во втором звене каскада ($2^{+} \rightarrow 0^{+}$) ****, 4) по определению полного коэффициента внутренней конверсии в первом звене каскада ($2^{+} \rightarrow 2^{+}$). В работе Герхольма и Петтерсона ¹³³ для определения $q^2(Pt^{196}) = \frac{W_K(E0)}{W_K(E2)}$ и ядерного матричного элемента монополя $Q(Pt^{196})$ используются результаты первых трех из указанных экспериментов, именно результаты исследований угловой корреляции $e_K - \gamma$ ¹³³ и экспериментальные значения вероятности $W_\gamma(E2)$ и величины $\delta^2 = \frac{W_\gamma(M1)}{W_\gamma(E2)}$ ^{36, 134}.

*) На основании этих отношений находятся величины $K/(L_I + M_I)$, W_K/W_π и W_e/W_π .

**) Такие же примерно значения τ получены также в работах ^{102, 130}.

****) Необходимо отметить, что исследования угловой корреляции в случае Pt^{196} имеют преимущество в том отношении, что корреляционная функция почти не зависит от теоретической неопределенности коэффициента K -конверсии для $M1$ -излучения ^{43, 134}.

*****) Измерение $W_\gamma(E2)$ необходимо, поскольку абсолютную вероятность испускания $E2$ -кванта $W_\gamma(E2)$ в первом звене каскада ($2^{+} \rightarrow 2^{+}$) пока экспериментально определить не удалось.

Так как коэффициенты при $P_i(\cos \theta)$ в функции (1,49), описывающей угловую корреляцию $e_K - \gamma$, исследовались¹³³ с учетом возможного, зависимого от времени возмущения, вызываемого магнитным взаимодействием между электронной оболочкой, возбужденной предшествующим K -захватом или K -конверсией, и ядерным магнитным моментом,— для q получается значение, лежащее в пределах $0,24 \leq q \leq (0,56 \pm 0,10)$ (нижний предел для q получен с учетом, а верхний — без учета указанного возмущения).

Несколько большая неопределенность имеется в значении q . Она обусловлена не только неопределенностью числа q , но также и неопределенностью величины $W_\gamma(E2)$ (см. (1,51')). Неопределенность же величины $W_\gamma(E2)$ объясняется тем, что эта величина не определяется из опыта, а обычно находится по известному экспериментальному значению $W_\gamma(E2)$ с помощью отношения приведенных вероятностей $\frac{B(E2; 2^{+} \rightarrow 2^{+})}{B(E2; 2^{+} \rightarrow 0^{+})} = b$, устанавливаемого на основе различных модельных представлений и поэтому принимающего различные значения *). Так, например, согласно модели «свободных колебаний»^{34, 138} отношение $b = 2$. Тогда q будет в пределах¹³³ $0,017 \leq q \leq (0,039 \pm 0,007)$. Если же отношение b вычислить с помощью теории неаксиальных ядер Давыдова и Филиппова¹³⁹, то оно будет равно $10/7$, и для q получим $0,013 \leq q \leq 0,04$ ¹⁴⁰.

Герхольм и Петтерсон¹³³ приводят еще одну оценку с более широкой областью изменения q : $0,009 \leq q \leq 0,05$, полученную ими в предположении, что имеет место $\frac{1}{2} \leq \frac{B(E2; 2^{+} \rightarrow 2)}{B(E2; 2^{+} \rightarrow 0)} < 2^{**}$.

Следует отметить, что впервые оценку q (Pt^{196}) произвели Черч и Уинсер^{11, 32}, используя экспериментальные данные по определению угловой корреляции $\gamma - \gamma$, $W_\gamma(E2)$ и полного коэффициента конверсии β^K (этот метод определения q изложен на стр. 288—289). Ими получено $q < \frac{1}{34}$, что не противоречит указанным выше оценкам приведенного ядерного матричного элемента монополя.

Редкие земли (Ce^{140} , Sm^{152} и Gd^{152}). В работах^{142—143} установлено, что при β -распаде La^{140} , а также при электронном захвате или β -распаде Pr^{140} ядро Ce^{140} может возникать в возбужденном 0^{+} -состоянии с энергией 1902 кэВ. В спектре Ce^{140} обнаружены две конверсионные K - и L -линии, отвечающие усредненной энергии перехода 1902 кэВ. Соответствующей γ -линии не оказалось ($4 \cdot 10^{-4}$ кванта на распад). Измерение относительной конверсии дало результат $K/L = 6,33$. Оценка нижней границы для коэффициента конверсии дает $\beta^K > 0,38$. Нельзя отнести такое большое значение β^K за счет перехода высокой мультипольности ($L > 10$), поскольку в этом случае состояние 1902 кэВ было бы изомерным состоянием с временем жизни $> 10^{10}$ лет, на самом же деле время жизни примерно равно 38 часам. Следовательно, можно сделать заключение, что рассматриваемый переход является переходом типа $0^{+} - 0^{+}$.

*) В последнее время величина $\frac{B(E2; 2^{+} \rightarrow 2^{+})}{B(E2; 2^{+} \rightarrow 0^{+})} = b$ определяется и экспериментально, главным образом, по данным угловой корреляции $\gamma - \gamma$ и измерений относительных коэффициентов конверсии K/L ¹³⁶. Наиболее перспективными в отношении определения b являются опыты по кулоновскому возбуждению уровня 2^{+} ¹³⁷.

**) Значение $b = \frac{B(E2; 2^{+} \rightarrow 2^{+})}{B(E2; 2^{+} \rightarrow 0)} = \frac{1}{2}$ взято из работы¹⁴⁰, в которой оно установлено для Pt^{194} . Предполагается¹³³, что значения b для Pt^{194} и Pt^{196} должны быть одинаковы. После исправления замеченной Листенгарденом и Банд¹⁹ ошибки окончательно будем иметь $0,013 \leq q \leq 0,070$.

Исследования показали^{142, 143}, что уровень 1902 кэв Ce^{140} , являющийся вторым возбужденным уровнем, гораздо чаще возбуждается при распаде Pr^{140} , чем при распаде La^{140} . Число возбуждений этого уровня во втором случае составляет 0,013% числа возбуждений в первом случае.

$E0$ -переходы были обнаружены также у ядер Sm^{152} и Gd^{152} , являющихся продуктами распада Eu^{152} . На рис. 25 представлена диаграмма низколежащих коллективных — чисто вращательных (два нижние)

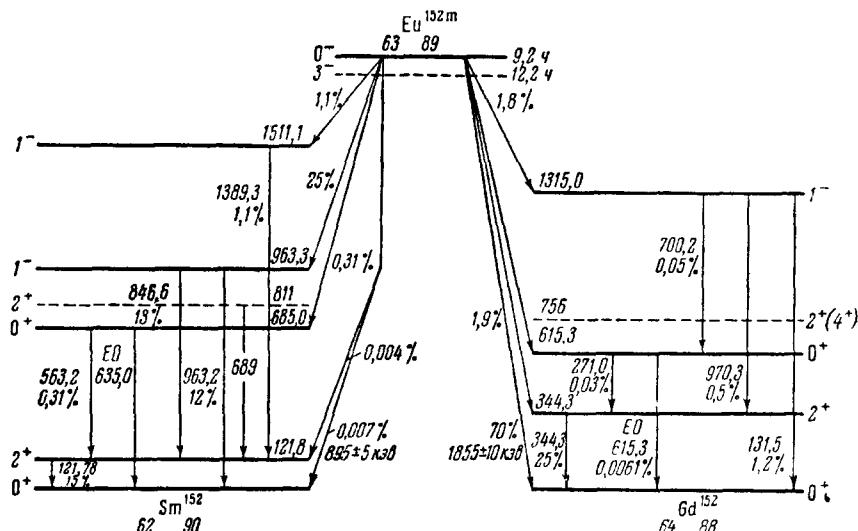


Рис. 25 (переход слева $1^- - 2^+ : 841,6$ кэв).

и β -колебательных (два верхние) уровней ядер Sm^{152} и Gd^{152} с указанием $E0$ -переходов $^{144}*$). Уровни, представленные на рисунке пунктиром, возникают при распаде изомера Eu^{152} с периодом 12,2 года. На диаграмме также приведены процентные отношения числа наблюдаемых переходов к числу актов распада Eu^{152} .

Sm¹⁵². Установлены два типа $E0$ -переходов: $0^+ - 0^+$ с энергией 685 кэВ¹⁴⁵ и $2^+ - 2^+$ с энергией 689 кэВ¹⁴⁶ (см. рис. 25). Используя теоретические значения величины $\frac{B(E2; 2^{+'} \rightarrow 2^+)}{B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+)} \simeq \frac{10}{7}$ ¹⁴⁷ и коэффициента конверсии $\alpha_2^K(2^{+'} \rightarrow 0^+)$ для Sm¹⁵², а также экспериментальные данные по электронной конверсии переходов 689 и 811 кэВ¹⁴⁸, в работе¹⁴⁶ произведена оценка отношения интенсивности $E0$ -конверсии и излучения $E2$ -квантов при переходе $2^{+'} \rightarrow 2^+$. Это отношение оказалось, примерно, равным 0.07.

В дальнейшем исследования спектров γ -лучей и электронов внутренней конверсии, возникающих в реакции ($n\gamma$) на изотопах гадолиния Ga^{155} и Ga^{157} , показали²¹⁴, что некоторые из переходов ядер Ga^{156} и Ga^{158} можно отнести к монопольным (к $0^+ - 0^+$ - и $0^+ - 2^+$ -переходам с энергиями 1010 и 1041 кэВ соответственно в случае Ga^{156} и к $2^+ - 2^+$ -переходам с энергиями 1436, 1373, 1405, и 1454 кэВ в случае Ga^{158}).

U²³⁴, 232. Радиоактивный изотоп U²³⁴ обычно получается в результате α -распада Ru²³⁸. β -распада изомера Ra²³⁴ или электронного захвата Np²³⁴.

^{*)} Переход $2^+ - 2^+$ указан на основе работы ¹⁴⁶.

Исследованиями как γ , так и конверсионного спектра U^{234} установлены $^{149-152}$ два $E0$ -перехода ядра U^{234} , первый типа $0^+ - 0^+$ с энергией 812 кэв^{*}), второй $2^+ - 2^+$ с энергией 810 кэв.

В работе ¹⁵² обнаружено несколько групп конверсионных электронов (K -, L -, M_I -, N_I -электроны), сопровождающих указанные выше $E0$ -переходы. Отношение интенсивностей K -электронных линий для переходов 810 и 812 кэв оказалось равным $1:(4 \pm 1)$, откуда следует, что вероятность второго из этих переходов гораздо больше вероятности первого. Отождествление $E0$ -переходов 810 и 812 кэв подтверждено сравнением экспериментальных значений $^{152}K : L_I : M_I$ и $K / (L_I + M_I)$ с теоретическими ^{11, 19}. На рис. 26 дана схема нескольких низколежащих уровней**) ядра U^{234} , являющегося продуктом распада ядра Np^{234} , с указанием $E0$ -переходов и их относительной интенсивности ¹⁵².

Электрические монопольные переходы типа $0^+ - 0^+$ с энергией 816,4 кэв и $2^+ - 2^+$ с энергией 817,5 кэв обнаружены ¹⁵⁵ также у ядра U^{232} , образующегося в результате β^- -распада ядра Pa^{232} .

В дополнение к вышеприведенным примерам $E0$ -переходов следует отметить, что $E0$ -переходы наблюдались также в ядрах $Ca^{40, 42}$ (см. ^{203, 216, 132}), Pd^{106} (см. ¹²⁴), Cd^{114} (см. ¹⁵⁴), $Tl^{230, 232}$ (см. ¹⁵⁵⁻¹⁵⁶), $U^{236, 238, 240}$ (см. ¹⁵⁸⁻¹⁵⁷), Pu^{238} (см. ^{153, 158}) и Bi^{212} (см. ¹⁵⁹). $E0$ -переход ядра Bi^{212} — это пока единственный обнаруженный переход типа $0^- - 0^-$ ($\Delta = 176$ кэв, 0^- и 0^- — 4-е и 2-е возбужденные состояния ¹⁵⁹). Было предсказано также существование электрических монопольных переходов типа $J - J$ и приведена методом, изложенным на стр. 288—289, оценка параметра ϱ на основании экспериментальных данных для ядер Hg^{198} (см. ¹¹), Pt^{192} (см. ¹¹) и Au^{197} (см. ⁸⁷). Сводка важнейших экспериментальных данных по $E0$ -переходам дана в табл. VII.

Особый интерес представляет переход ядра Au^{197} , так как оно, в отличие от всех приведенных выше ядер, может обладать моментом количества движения лишь с полуцелым J . Схема уровней Au^{197} , образующегося в результате β -распада Pt^{197} или электронного захвата Hg^{197} , приведена на рис. 27 ⁸⁷. Значения числа J , соответствующие приведенным на схеме уровням, точно определены, за исключением уровня 268 кэв.

Есть основание полагать ⁸⁷, что переход 191 кэв Au^{197} , которому соответствует значительный экспериментальный коэффициент внутренней

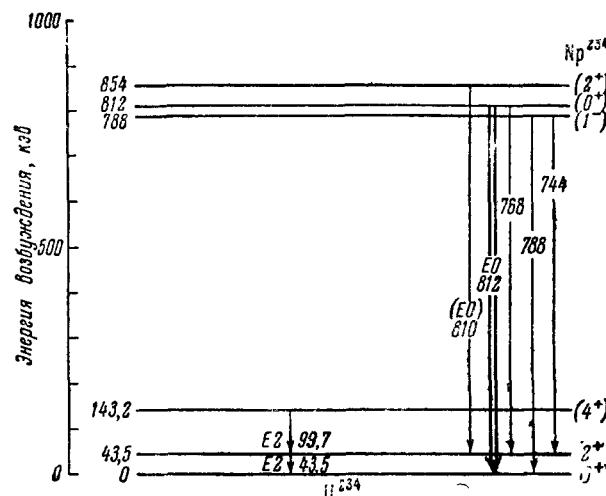


Рис. 26.

*) В литературе (см. ¹⁵³) приводится также несколько иное значение энергии этого перехода, равное 805 кэв.

**) Состояние 1^- , соответствующее уровню 787 кэв, установлено ¹⁵² еще недостаточно точно.

конверсии $\beta^e = 2,5^{160}$, следует считать $(E0 + M1)$ -переходом типа $1/2 - 1/2$ (для этого достаточно доказать, что для уровня 268 кэв $J = 1/2$).

Таблица VII

Нижний индекс у значений спинов возбужденных ядер обозначает порядковый номер возбужденного состояния, e^\pm — конверсия с образованием электронно-позитронных пар, e^- — электронная конверсия (объяснение остальных обозначений — в тексте)

Ядро	Переход	$\Delta, \text{Мэв}$	Конверсия	$\tau(E0), \text{сек}$	$\rho_{\text{эксп}}$
1. Cl^{12}	$0_2^+ \rightarrow 0^+$	7,656	e^\pm	$\approx 1,5 \cdot 10^{-11}$	$\frac{1}{2}$
2. O^{16}	$0_1^+ \rightarrow 0^+$	6,051	e^\pm	$7,2 \cdot 10^{-11}$	0,42
3. Ca^{40}	$0_1^+ \rightarrow 0^+$	3,348	e^\pm, e^-	$3,4 \cdot 10^{-9}$	0,15
4. Ca^{42}	$0_2^+ \rightarrow 0^+$	1,836	e^\pm, e^-		0,41
5. Ge^{70}	$0_2^+ \rightarrow 0^+$	1,215	e^-	$24 \cdot 10^{-7}$	0,09
6. Ge^{72}	$0_1^+ \rightarrow 0^+$	0,69	e^-	$3 \cdot 10^{-7}$	0,11
7. Zr^{90}	$0_1^+ \rightarrow 0^+$	1,734	e^-, e^\pm	$90 \cdot 10^{-9}$	0,056
8. Cd^{114}	$0_4^+ \rightarrow 0^+$	1,308	e^-	$5 \cdot 10^{-10}$	0,63
9. Pd^{106}	$0_2^+ \rightarrow 0^+$	1,137	e^-	$\geq 10^{-8}$	
10. Pt^{196}	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0,334	e^-		$0,013 \div 0,070$
11. Au^{197}	$\left(\frac{1}{2}\right)_2^+ \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)_1^+$	0,191	e^-	$2,5 \cdot 10^{-12}$	0,70
12. $\text{RaC}'(\text{PO}^{214})$	$0_6^+ \rightarrow 0^+$	1,416	e^-, e^\pm	$2,5 \cdot 10^{-11}$	0,17

Уровню 268 кэв нельзя приписать $J = 3/2$, поскольку β^e было бы тогда $\leq 1^{87}$. Возможность более высоких значений J , чем $3/2$, исключается,

так как это противоречило бы характеру β -распада ⁸⁷. Следовательно, переход 191 кэв действительно является переходом $1/2 - 1/2$.

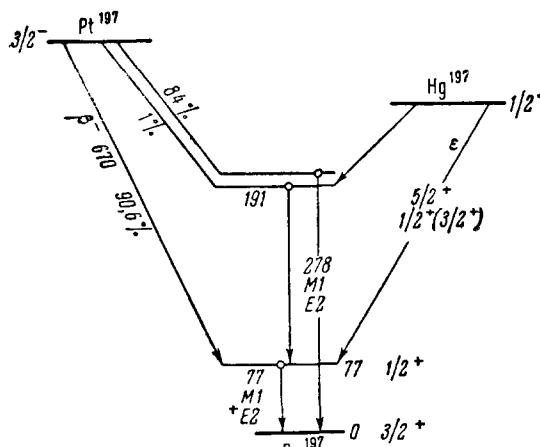
Вследствие того, что при переходе $1/2 \rightarrow 1/2$ электрическое квадрупольное излучение запрещено, формула (1,47) для определения $E0$ -примеси значительно упрощается. Будем иметь

$$\beta^e = \frac{W_e(E0) + W_e(M1)}{W_\gamma(M1)} = \\ = \frac{W_e(E0)}{W_\gamma(M1)} + \beta_i^e. \quad (3,10)$$

Подставляя в (3,10) экспериментальное значение $\beta^e = 2,5^{160}$, теоретическое

значение $\beta_i^e = 1,0$ и значение $W_\gamma(M1)$, вычисленное по формуле Мошковского ², получим $W_e(E0) \approx 4 \cdot 10^{11} \text{ сек}^{-1}$, а затем обычным методом $Q \approx 0,5^{87}$. После исправления замеченной Листенгартеном и Банд ошибки будет $Q = 0,70$.

Рис. 27.



4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ЯДЕРНОГО МАТРИЧНОГО ЭЛЕМЕНТА МОНОПОЛЯ₁

В § 1 была изложена общая теория $E0$ -переходов, согласно которой важнейшими характеристиками их являются величины M и q — ядерный и приведенный ядерный матричные элементы монополя. Было показано также (§ 1—3), как путем сравнения результатов теории с экспериментальными данными можно получить экспериментальные значения M и q . Очень важной задачей является сравнение этих экспериментальных значений с теоретическими оценками M и q , произведенными на основе различных моделей ядер, так как таким способом можно установить, в какой степени применима та или иная модель к тому или иному конкретному ядру, монопольный переход которого обнаружен.

В основе теоретических оценок q лежат различные модельные представления о ядре. Наиболее просто можно оценить q , исходя из одночастичной модели. Поскольку в этом случае состояния ядра различаются по состояниям «внешнего» нуклона, движущегося в поле неизменного ядерного остатка («остова»), то величина q легко сводится к виду

$$q \equiv \sum_p \int \Psi_f^* \left(\frac{r_p}{R_f} \right)^2 \Psi_i dr = \left(\frac{Z}{A^2} + \delta_p \right) \int u_f^* \frac{r^2}{R^2} u_i dr \equiv \left(\frac{Z}{A^2} + \delta_p \right) q', \quad (4,1)$$

где u_i и u_f — волновые функции начального и конечного состояний нуклона. В первом члене Z/A^2 в сумме перед интегралом учитывается отдача остова⁷, второй же член $\delta_p = 0$ или 1, в зависимости от того, является ли внешний нуклон нейтроном или протоном. Численное значение интеграла q' можно найти лишь при предположении о том или ином конкретном виде усредненного потенциала нуклонов и решении соответствующего уравнения Шредингера. В очень грубом приближении, полагая функции $u_f = -u_i = \text{const}$ для $r \ll R$ и $u_f = u_i = 0$ для $r > R$, мы получим $q' = 0,6$. В остальных случаях следует ожидать $q' < 0,6$ ⁷. Как видно из (4,1), для однопротонных переходов в средних и тяжелых ядрах $q \approx q'$ и, значит, $q < 0,6$. Даже для самых легких ядер, у которых еще обнаружены $0^+ - 0^+$ -переходы, эта оценка мало меняется (например, для C^{12} $q \leq 0,625$).

Для ядер C^{12} и O^{16} произведены оценки M на основе α -частичной модели⁸⁰. Согласно этой модели, ядра C^{12} и O^{16} состоят из трех и четырех α -частиц соответственно. В положении равновесия α -частицы размещены в вершинах равностороннего треугольника (C^{12}) или тетраэдра (O^{16}). Возбужденное 0^+ -состояние каждого из рассматриваемых ядер характеризуется радиальными колебаниями с одинаковой фазой, совершамыми α -частицами около положения равновесия («пульсирующая» модель).

Шифф⁸⁰ приводит общую формулу, по которой рассчитывается ядерный матричный элемент монополя M в этом случае:

$$M = ZR_\alpha h \sqrt{\frac{2}{Am_n \Delta}}, \quad (4,2)$$

где m_n — масса нуклона, Δ — энергия возбуждения, R_α — расстояние центра α -частицы (в равновесном положении) от центра ядра. В предположении, что радиус ядра R больше на $1,0 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ радиуса R_α ⁸⁰, расчет по формуле (4,2) дает $M = 11 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ для C^{12} и $M = 17 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ для O^{16} . Эти результаты оказались значительно завышенными (в три и почти пять раз соответственно) по сравнению с численными значениями M , полученными из опыта^{*}). Последние по данным работ^{84, 80, 65} почти одинаковы для ядер O^{16} и C^{12} и равны $(3,8 - 5) \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$.

^{*}) Величина M , вычисленная в работе¹⁶¹ также по α -частичной модели, оказалась больше экспериментального значения M почти в четыре раза.

В работе ⁸⁰ даются также оценки M для ядер C^{12} и O^{16} , представляемых в виде шарообразных капелек слабо сжимаемой жидкости («капельная» модель ядра), причем заряд и масса ядер распределены равномерно. Считается, что возбужденное 0^+ -состояние каждого из ядер отвечает возбуждению таких радиально-симметричных пульсирующих колебаний капельки-сферы, при которых изменение плотности жидкости на расстоянии r от центра сферы пропорционально $j_0(\pi r/R)$, где j_0 — сферическая функция Бесселя, R — радиус ядра. Если учесть при расчете M лишь такие колебания поверхности ядра-капли, то в результате получается

$$M = \frac{6ZRh}{\pi^2} \sqrt{\frac{3}{Am_n \Delta}}. \quad (4,3)$$

Численные значения M , вычисленные по формуле (4,3) для C^{12} и O^{16} , еще в большей степени превышают соответствующие экспериментальные оценки, чем это имело место в случае α -частичной модели.

Приведем еще одну оценку q , основанную на капельной модели ядра, в которой наряду с радиальными колебаниями, связанными со сжимаемостью ядра, учитываются также поляризационные колебания протонной и нейтронной компонент ядерной жидкости, причем частота вторых гораздо меньше частоты первых. Если переход ядра из основного состояния в возбужденное отнести за счет поляризационных колебаний, то в области энергии перехода Δ , где спектр ядра становится сплошным, ядерный матричный элемент $E0$ -поля можно оценить с помощью следующего соотношения ¹²:

$$q^2 g(\Delta) = \frac{3\pi\Gamma E_0^* Z R \Delta}{(\Delta^2 - E_0^*)^2 + \Gamma^2 \Delta^2} \left\{ 1 - \frac{5}{3} \operatorname{Im} F(x) + \frac{5}{3} \frac{\Delta^2 - E_0^2}{\Gamma \Delta} \operatorname{Re} F(x) \right\}, \quad (4,4)$$

где

$$F(x) = \frac{[(6-x^2)(x \cos x - \sin x) + 2x^2 \sin x]}{x^2(x \cos x - \sin x)}, \quad (4,5)$$

$$x = (k'R) \sqrt{\frac{\Delta^2}{E_0^2} - 1 + \frac{i\Gamma\Delta}{E_0^2}}, \quad E_0 = \frac{m_n V_0 A}{4\pi N Z e^2}, \quad V_0 = \frac{3}{4\pi} R^2, \quad (4,6)$$

$$k'R \approx 2,08 \left| \left[\frac{\varepsilon_{\text{рез}}^2}{E_0^2} - 1 - i \frac{\Gamma_{\text{рез}}}{E_0^2} \right] \right|^{-\frac{1}{2}}. \quad (4,7)$$

Здесь $g(\Delta)$ — плотность уровней ядра, которые могут быть возбуждены при $E0$ -переходе, Γ и $\varepsilon_{\text{рез}}$ — ширина и «резонансная» энергия известного дипольного «резонанса», проявляющегося в (γp)- и (γn)-реакциях, и N — число нейтронов. Вывод формулы (4,4) основан на сравнении поляризумостей капли, определенных классическим и квантовым путем, при действии на эту каплю малого возмущения $V = \lambda r^2 e^{i\omega t}$ ¹².

Оценки M и q на основе оболочечной модели ядра произведены в работах ^{80, 162-167}. Подробнее рассмотрим теоретические исследования величины M) на примере $0^+ - 0^+$ -перехода ядра C^{12} , поскольку из всех ядер с обнаруженными $E0$ -переходами оно наиболее близко примыкает к тем легким ядрам, в объяснении свойств которых оболочечная модель имеет наибольший успех.

Предположим вначале, согласно Шиффу ⁸⁰, что в ядре C^{12} осуществляется $j - j$ -связь между нуклонами. Основное состояние 0^+ ядра C^{12} характеризуется наличием четырех нейтронов и четырех протонов в оболочке $p_{3/2}$. Можно ожидать, что наиболее низкие возбужденные состояния ядра возникают при переходе небольшого числа нуклонов с $p_{3/2}$ -оболочки на $p_{1/2}^-$, $d_{5/2}^-$ или на $s_{1/2}$ -оболочку. Легко видеть, что для образова-

^{*)} Из оценки величины M можно получить оценку безразмерного параметра q , если использовать соотношение $q = M/R^2$, где R — радиус ядра.

ния возбужденного 0^+ -состояния необходим по меньшей мере переход двух нуклонов. Если считать теперь все нуклоны в ядре независимыми (невзаимодействующими друг с другом и движущимися в усредненном центрально-симметричном потенциальном поле), то из-за равенства нулю ядерного матричного элемента монополя $0^+ - 0^+$ -переход будет запрещен. Равенство же нулю величины

$$M = \int \Psi_f^* \left(\sum_p r_p^2 \right) \Psi_i d\mathbf{r} \equiv \int \Psi_f^* \left(\sum_i \frac{1}{2} (1 + t_i) r_i^2 \Psi_i \right) d\mathbf{r}$$

(t_i — оператор изотопического спина) обусловлено тем, что оператор электрического монополя $E0 \sum_p (r_p)^2$ представляет собой сумму операторов, каждый из которых действует лишь на волновую функцию одного из нуклонов, а конфигурации чистых состояний системы независимых частиц при $0^+ - 0^+$ -переходе должны отличаться друг от друга не менее чем двумя нуклонами. $0^+ - 0^+$ -переход ядра становится возможным уже при учете остаточного взаимодействия между нуклонами как возмущения, так как это взаимодействие приводит к тому, что возмущенные состояния обладают компонентами, которые отличаются в конфигурациях только одним нуклоном, и поэтому матричный элемент монополя уже будет отличен от нуля.

Принимая, что возбужденное 0^+ -состояние с результирующим равным нулю изотопическим спином ядра C^{12} реализуется за счет двухнуклонного перехода с $p_{3/2}$ -оболочки на $p_{1/2}$ -оболочку и что ядерный потенциал имеет вид прямоугольной ямы бесконечной глубины, а остаточное взаимодействие между двумя нуклонами задается формулой $V_{ij} = C\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$, где C — постоянная, Шифф⁸⁰ получил для M с помощью метода теории возмущений следующее выражение:

$$M = -1.58 \cdot 10^{22} CR, \quad (4.8)$$

где R измеряется в см , C — в $M\text{эв} \cdot \text{см}^3$. При расчете предполагалось на основании работы¹⁶⁸, что возбужденное 0^+ -состояние C^{12} с энергией 7,66 $M\text{эв}$ образуется из двух подсостояний типа $(T, J) \equiv (1, 0)$, двух нуклонов $p_{1/2}$ и двух «дырок» $p_{3/2}$. Если подставить возможные численные значения C и R в (4.8), то для M получится результат меньше экспериментального ($M_{\text{эксп}} = 3,8 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$) в шесть раз⁸⁰.

Для случая связи между нуклонами, отличной от связи $j - j$, теория возбужденного 0^+ -состояния ядра C^{12} и расчет величины M даны в работе¹⁶². Имеются пять различных LS -состояний ядра с $(T, J) \equiv (0, 0)$, принадлежащих к одной и той же конфигурации $1p^8$. Если основное и возбужденное 0^+ -состояния будут линейными комбинациями указанных LS -состояний, то M будет равно нулю во всех возможных случаях промежуточной связи, причем это утверждение остается в силе даже тогда, когда результирующий изотопический спин хотя бы только одного из 0^+ -состояний был равен нулю¹⁶². Чтобы получить неисчезающий ядерный матричный элемент монополя, следует учесть примесь к конфигурации $1p^8$ других конфигураций, в частности конфигурации $1p^72p$. Поскольку примесь конфигурации $1p^72p$ (примесью остальных конфигураций пренебрегается) при учете остаточного взаимодействия нуклонов как возмущения в предположении промежуточной связи ведет к очень громоздким выкладкам (в частности, к диагонализации 19-рядной матрицы), расчет примеси и затем оценка M выполнены для случая предельной LS -связи (с учетом спин-орбитального взаимодействия как дополнительного возмущения). Такое упрощение, по мнению Шермана и Рэйвенхолла¹⁶², оправдано, так как произведенный им анализ экспериментальных данных⁶⁹ дает основание считать, что LS -связь, по-видимому, близка к истинной.

В результате расчета для ядерного матричного элемента монополя получена формула

$$M = -0,032V'_0 \left(\frac{\alpha'}{K'} \right) \cdot 10^{-26}, \quad (4,9)$$

где V'_0 — параметр, определяющий глубину потенциала взаимодействия двух нуклонов следующего вида¹⁷⁰:

$$V_{12} = -V'_0 e^{-\frac{r_{12}}{R^2}} \frac{1}{4} [0,01 + 0,01\sigma_1\sigma_2 + 0,41t_1t_2 + 0,93(\sigma_1\sigma_2)(t_1 t_2)], \quad (4,10)$$

где α' — константа в спин-орбитальном взаимодействии $\alpha'\Sigma_i l_i$, σ_i , t_i — спин и изотопический спин i -го нуклона соответственно, l_i — орбитальный момент этого нуклона и K' — слэйттеровский интеграл⁴.

При получении формулы (4,9) были использованы волновые функции, отвечающие параболическому ядерному потенциалу. Выбор этих функций и определяющего ширину потенциальной ямы параметра a ^{*)} также был основан на анализе экспериментальных данных^{162, 69}.

После подстановки в (4,9) наиболее вероятных значений $\alpha'/K' = 5^{172, 173}$ и $V'_0 = -13 M_{\text{эв}}$ (последнее получено с помощью диагонализации взаимодействия (4,10) для трех состояний конфигураций $1p^8$ и $1p^72p^{162}$), численное значение M оказалось в три раза меньше экспериментального.

Согласно современной теории атомного ядра структуры ядер C^{12} и O^{16} во многом сходны между собой (на это, в частности, указывает тот факт, что экспериментальные значения M для них почти одинаковы) и весь изложенный выше метод расчета может быть применен также и для ядра O^{16} .

Вычисления M и Q для ядра O^{16} на основе оболочечной модели были выполнены в работах^{163—167}. В первой из них¹⁶³ утверждается, что раз экспериментальные значения M одинаковы для ядер C^{12} и O^{16} , то конфигурации возбужденных 0^+ -состояний этих ядер должны отличаться друг от друга возможно меньше. Такими конфигурациями, в частности, будут $1s^22s1p^8$ ядра C^{12} и $1s^22s1p^{12}$ ядра O^{16} . Как мы видим, они образуются при однонуклонном возбуждении внутренней оболочки, одинаковой для обоих ядер. В предположении, что возбужденное 0^+ -состояние O^{16} принадлежит к конфигурации $1s^22s1p^{12}$, Редмонд¹⁶³ вычислил с помощью волновых функций гармонического осциллятора ядерный матричный элемент монополя M . Из его расчетов видно, что значение M , вычисляемое по оболочечной модели, несколько превосходит результат, который получился бы, если бы вычисления проводились в одночастичном приближении (этот факт был отмечен также в работе¹⁷⁴). Кроме того, оказывается, что если выбрать ширину потенциальной ямы осциллятора a так, чтобы среднее квадратичное отклонение отдельного нуклона от центра ядра, рассчитанное с помощью волновых функций гармонического осциллятора, равнялось среднему квадратичному отклонению нуклона от центра ядра-сферы при равномерном заполнении ее нуклонами, то теоретическое значение M будет совпадать с экспериментальным. Но если взять ширину потенциальной ямы осциллятора из экспериментальных данных⁶⁹ так, как это делалось в работе¹⁶², теоретическое значение M снова будет гораздо меньше экспериментального. Эллиот¹⁶⁴ также указывает, что при соответствующем выборе постоянной a в волновой функции гармонического осциллятора можно получить полное совпадение теоретических и экспериментальных значений M , если предположить, что возбужденное 0^+ -состояние ядра O^{16} реализуется за счет равномерного смещения конфигураций $1s^22s1p^{12}$ и $1s^41p^{11}2p$ (обе по 50%).

^{*)} См., например, у Гейзенберга¹⁷¹ (только a у него обозначено через r_0).

Проведенные в работах¹⁸⁵⁻¹⁸⁷ исследования зависимости теоретических значений ядерного матричного элемента монополя и энергии возбужденного 0^+ -состояния O^{16} от той или иной смеси конфигураций, образующих это состояние, а также от выбора той или иной постоянной a в волновой функции гармонического осциллятора, показывают, что добиться одновременного согласия теоретических результатов с экспериментальными M и энергии возбуждения невозможно.

Оболочечная модель была использована также для теоретического расчета времен жизни первых возбужденных состояний 0^+ (а значит, и матричного элемента M) ядер Zr^{90} и Ge^{72} . Так как 0^+ -состояние Zr^{90} реализуется за счет двухпротонного возбуждения типа $p_{1/2}^2 \rightarrow g_{9/2}^2$ (см. стр. 311), то можно применить при вычислении τ (0^{+*}) приведенный выше метод Шиффа⁸⁰ (см. стр. 318—319). В результате расчета получено¹⁸ $\tau(0^{+*}) = 5,1 \cdot 10^{-9} C^{-2}$ сек, где C — константа, входящая в нуклон-нуклонное взаимодействие вида $\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} C \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$. Сравнивая теоретическое значение с экспериментальным $\tau_{\text{эксп}} \approx (90 \pm 6) \cdot 10^{-9}$ сек, получим $C = 0,23$. Предполагая, что и 0^+ -состояние Ge^{72} возникает вследствие двухпротонного возбуждения (переход $p_{3/2}^2 \rightarrow f_{5/2}$ или обратный), можно вычислить аналогично и $\tau_{\text{теор}}(\theta^{+*})_{Ge}$, которое оказалось¹⁷⁻¹⁸ равным $7,6 \cdot 10^{-9} C^{-2}$ сек. Сравнивая его с экспериментальными данными, получим $C = 0,16$. Если же определить C из синглетного нуклон-нуклонного взаимодействия при прямоугольной потенциальной яме глубиною $35 M_{\text{эв}}$ и радиусом действия $2 \cdot 10^{-13}$ см, то C будет равняться 1,2. Отсюда можно заключить, что если приведенная выше теория 0^+ -состояний Zr^{90} и Ge^{72} и использованные приближения имеют смысл, то $80 \div 86\%$ нуклон-нуклонного взаимодействия входят в центральный ядерный потенциал и лишь $20 \div 14\%$ этого взаимодействия приходится на возмущение. Данный вывод находится в противоречии с приведенным в работе¹⁸ теоретическим доказательством того, что величина ядерного матричного элемента монополя M определяется при двухнуклонных переходах полным нуклон-нуклонным взаимодействием.

Имеются попытки достичь согласия теории с экспериментом несколько отличным от изложенного выше путем. Поскольку оценки M , полученные на основании модели оболочек, обычно занижены, а значения M , вычисленные с помощью коллективных моделей (α -частичной и капельной), завышены по сравнению с результатами эксперимента, возникает мысль, что модель ядра, наиболее перспективная для получения точных оценок M , должна быть более «коллективной», чем оболочечная модель, и менее «коллективной», чем α -частичная и капельная модели. Этой идеей руководствуются авторы статьи¹⁷⁵. Они исходят вначале из α -частичной модели ядра O^{16*} , а затем показывают, что волновые функции, описывающие состояния α -частиц, могут быть использованы для получения приближенных функций оболочечной модели. С помощью последних, рассчитанных на основе пульсирующих колебаний частиц для смеси конфигураций типа $1s^-12s$ и $1p^-12p$ и с учетом небольших примесей конфигураций типа $1p^-21d^2$, $1p^-21d2s$ и $1p^-2s^2$, получено для $M(O^{16})$ значение почти в три раза больше, чем экспериментальное ($M_{\text{теор}} = 11 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$).

Совершенно иным способом учитывается коллективное движение нуклонов при вычислении $M(O^{16})$ в работах^{177, 178}. Например, Гриффин¹⁷⁷ описывает коллективное движение нуклонов так называемым методом «производящих» координат, разработанным им же совместно с Уилером¹⁷⁹. Согласно этому методу волновая функция ядра представляется в виде

^{*}) α -частичная модель для описания ядра O^{16} была применена впервые в работе¹⁷⁶.

интеграла

$$\Psi(x) \equiv \Psi(x_1, \dots, x_A) = \int \Phi(x_1, \dots, x_A; \alpha) f(\alpha) d\alpha, \quad (4.11)$$

где $x_i = (x_i, y_i, z_i, \sigma_{z_i}, t_{z_i})$ — пространственные координаты, координаты спина и изотопического спина i -го нуклона, α — «производящая» координата, отвечающая коллективной степени свободы ядра (координата деформации). Вид функции $f(\alpha)$ устанавливается вариационным методом ^{180*}). Функция же Φ задается детерминантом

$$\Phi(x_1, \dots, x_A; \alpha) = (A!)^{-\frac{1}{2}} \begin{vmatrix} u_1(x_1, \alpha) \dots u_A(x_1, \alpha) \\ \dots \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots \dots \\ u_1(x_A, \alpha) \dots u_A(x_A, \alpha) \end{vmatrix}, \quad (4.12)$$

где зависимость однонуклонных волновых функций u_i от α определяется характером деформации ядра.

Так, для случая объемных колебаний «производящая» координата α входит в функцию u_i следующим образом:

$$u_i(x_j; \alpha) = u_i(x_j e^{-\alpha}, y_j e^{-\alpha}, z_j e^{-\alpha}, \sigma_{z_j}, t_{z_j}; 0), \quad (4.13)$$

а для квадрупольных колебаний —

$$u_i(x_j; \alpha) = u_i(x_j e^{\frac{\alpha}{2}}, y_j e^{\frac{\alpha}{2}}, z_j e^{-\alpha}, \sigma_{z_j}, t_{z_j}; 0). \quad (4.14)$$

Пространственная часть функции u_i выбрана в виде волновой функции трехмерного гармонического осциллятора, причем постоянная a в экспоненциальном множителе $e^{-\frac{1}{2} \frac{r^2}{a^2}}$ определяется изложенным выше способом (см. стр. 320) при различных значениях r_0 ($r_0 = 1,5; 1,2$ и $1,28, R = r_0 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ см}$). С помощью использования «производящих» координат в предположении, что первое возбужденное 0^+ -состояние ядра O^{16} возникает за счет объемных колебаний (u_i задается формулой (4.13)), вычисляются энергия первого возбужденного 0^+ -состояния и ядерный матричный элемент монополя $M(O^{16})$. Результаты расчета, произведенного при различных значениях констант W, m, b, V_0 и r_0 , оказываются сильно завышенными (в 2—5 раз) сравнительно с данными опыта $M_{\text{теор}}(O^{16}) = (17 \div 22) \cdot 10^{-28} \text{ см}^2$, а $M_{\text{эксп}}(O^{16}) = 3,8 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2$, причем оказалось, что частоты коллективных колебаний сравнимы с частотами одночастичных возбуждений. Отсюда делается вывод, что уже низкие возбужденные состояния ядра являются, по-видимому, смесью коллективных и одночастичных возбуждений.

Феррел и Вишер ¹⁷⁸ предположили, так же как и Гриффин ¹⁷⁷, что первые самые низкие возбужденные состояния ядра O^{16} реализуются за счет объемных колебаний согласно (4.13). Волновые функции для этих состояний записываются ими на основе работы ¹⁸⁰ в виде (4.11)

$$\Phi(x, \alpha) = \Phi(e^{-\alpha} x, 0) e^{-\frac{3}{2} A \alpha}, \quad (4.15)$$

.) Путем минимизации интеграла $\int \Psi^ H \Psi d\Gamma$, где

$$H = \sum \left(-\frac{\hbar^2}{2m_n} \Delta_i + V_i \right) + \sum V_{ij} \text{ и } V_{ij} = V_0 e^{-\frac{r_{ij}^2}{R^2}} (W + mP^m + bP^b + nP^h)$$

— общее выражение для взаимодействия двух нуклонов с учетом ядерных сил различного типа ¹⁷⁰.

где A — массовое число, $\Phi(x, 0)$ задается детерминантом типа (4,12). Затем, разлагая $\Phi(x, \alpha)$ в ряд по степеням α и ограничиваясь первой степенью разложения, авторы доказывают, что волновая функция, описывающая первое возбужденное коллективное состояние ядра, приблизительно равна волновой функции, получаемой на основе оболочечной модели для смеси двух конфигураций $1s^{-1}2s$ и $1p^{-1}2p$. Вклад в энергию первого возбужденного 0^+ -состояния одночастичных энергий нуклонов $2s$ и $2p$, а также вид функции V_{ij} , необходимой для расчета резонансного вклада в энергию возбуждения, устанавливаются путем использования различных экспериментальных данных и предположений (в частности, принимается, что радиусы ядер O^{16} , O^{15} и N^{15} одинаковы). В результате оценок и расчетов для энергии первого возбужденного 0^+ -состояния и ядерного матричного элемента монополя M получаются значения в $1\frac{1}{2}$ и 2 раза соответственно больше экспериментальных данных. Кроме того, указывается¹⁸¹, что если считать амплитуды объемных колебаний, относящихся к s - и p -оболочкам, различными, да еще учесть в волновой функции примесь состояний, возникающих при двухнуклонных возбуждениях с $1p$ - на $2s$ - и $1d$ -оболочки, то можно добиться полного совпадения теоретических результатов с экспериментальными. Гриффин¹⁷⁷, однако, считает результаты Феррела и Вишера сомнительными из-за недостаточной обоснованности использования в оценках энергии 0^+ -возбуждения тех или иных экспериментальных данных. Согласно Гриффину при строгом расчете, основанном лишь на выборе той или иной функции V_{ij} , Феррел и Вишер должны были бы получить результаты, близкие к результатам Гриффина (см. стр. 322), так как используемые ими волновые функции являются приближением для волновых функций Гриффина.

Ядерные волновые функции, полученные Феррелом и Вишером описанным выше методом, были использованы ими затем¹⁸¹ в теоретическом расчете формфакторов $F(K)$ для случая электронных монопольных возбуждений (см. § 2) ядер C^{12} и O^{16} . В качестве функции $\Phi(x, 0)$ был взят детерминант вида (4,12), составленный из одночастичных функций гармонического осциллятора. В результате расчетов получается

$$F_{0^+}(K)_{\text{кол}} = -\left(\frac{13}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{K^2}{36a} \left(1 - \frac{K^2}{13a}\right) e^{-\frac{K}{4a}} \quad (4,16)$$

для C^{12} и

$$F_{0^+}(K)_{\text{кол}} = -\frac{5K^2}{72a} \left(1 - \frac{K^2}{10a}\right) e^{-\frac{K^2}{4a}} \quad (4,17)$$

для O^{16} , где a — константа, определяющая ширину потенциальной ямы осциллятора *). Сравнение теоретического форм-фактора $F_{0^+}(K)$ для C^{12} с так называемым «измеренным» (см. стр. 303) показывает¹⁸², что первый из них больше второго на 25%. Отсюда заключается, что состояние 0^+ у C^{12} реализуется частью за счет коллективных и частью за счет однонуклонных возбуждений. Несколько иное мнение высказывается¹⁸² в отношении O^{16} . Поскольку замкнутая p -оболочка ядра O^{16} не обладает низколежащими возбужденными конфигурациями нуклонов, есть основание полагать, что 0^+ -состояние ядра O^{16} будет уже чисто коллективным состоянием.

*) При расчетах пренебрегалось отдачей ядра, разницей между лабораторной системой координат и системой координат центра инерции. Эти упрощения приводят к погрешности в несколько процентов при электронных энергиях, обычно используемых в экспериментах. Так как процент погрешности пропорционален скорости отдачи, с возрастанием энергии погрешность увеличивалась.

По-иному учитывает коллективное движение нуклонов при вычислениях M и энергии первого возбужденного 0^+ -состояния ядра O^{16} Тушар¹⁸². Он предполагает, что центрально-симметрический потенциал оболочечной модели медленно меняется со временем. Как показано в работе Инглиса¹⁸³, такое предположение эквивалентно введению дополнительной динамической переменной, определяющей коллективную степень свободы нуклонов, в данном случае объемные колебания ядра O^{16} . В качестве центрального потенциала был взят потенциал изотропного гармонического осциллятора¹⁸²

$$V(r, \sigma') = -V_0 + \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{m_n r_0^4} \sigma'^2(t) r^2, \quad (4.18)$$

где $\sigma' = \beta'^2 r_0^2$, $\frac{1}{\beta'} — ширина потенциальной ямы, r_0 — радиус действия ядерных сил, m_n — масса нуклона. В силу медленного изменения σ' со временем можно использовать при вычислении волновой функции метод адиабатического приближения¹⁸³. В результате расчета для волновой функции в первом порядке относительно σ' получается выражение$

$$\Psi = u_0(\sigma') + i\hbar\dot{\sigma}' \sum \frac{u_n(\sigma') \left(n \left| \frac{\partial}{\partial \sigma'} \right| 0 \right)}{d\omega_{n0}(\sigma')}, \quad (4.19)$$

где функции $u(\sigma')$ описывают стационарные состояния системы нуклонов в данный момент времени. Энергия же рассчитывается по формуле

$$\int \Psi^* H \Psi d\mathbf{r} = E(\sigma') + \frac{1}{2} B(\sigma') \dot{\sigma}'^2, \quad (4.20)$$

где H — гамильтониан, а

$$B(\sigma') = 2\hbar^2 \sum_{n \neq 0} \frac{\left| \left(n \left| \frac{\partial}{\partial \sigma'} \right| 0 \right) \right|^2}{\hbar\omega_{n0}(\sigma')}. \quad (4.21)$$

При использовании формул (4.18) — (4.20) вычисляются $\Delta(O^{16})$ и $M(O^{16})$. При расчете $E(\sigma')$ берется выражение для V_{ij} , такое же, как в работе¹⁷⁸ (см. стр. 321 — 322).

В результате расчета для $M(O^{16})$ получается значение в 2—3 раза больше экспериментального. Ядерный матричный элемент монополя оказывается пропорциональным $\sqrt{\Delta}$. Если взять Δ , равное экспериментальному значению 6,05 $M_e\text{v}$, то теоретическое значение M будет лишь немногим больше экспериментального (4/3). В заключение следует сказать, что наиболее сомнительной стороной изложенного метода является то, что, несмотря на используемое в нем адиабатическое приближение, энергия коллективного движения нуклонов сравнима с энергией отдельного нуклона, получаемой на основе модели независимых частиц в предположении ядерного осцилляторного поля.

Теоретические оценки ядерного матричного элемента монополя для средних и тяжелых четно-четных*) ядер обычно производятся на основе обобщенной модели. Имеются основания полагать, что низколежащие уровни почти всех этих ядер носят чисто коллективный характер^{34, 63, 184}. На опыте установлено, что моменты количества движения ядер, находящихся в основном и в первых двух возбужденных состояниях, обычно образуют одну из трех последовательностей: 1) $0^+ - 2^+ - 0^+$, 2) $0^+ - 2^+ - 2^+$ и 3) $0^+ - 2^+ - 4^+$ (с возможными $E0$ -переходами в первом и втором случаях). В зависимости от отношения E_2/E_1 энергий второго и первого

*) Теория остальных ядер разработана пока недостаточно.

возбужденных уровней, получаемого из экспериментальных данных, все упомянутые выше ядра можно примерно разбить на две группы. В первую группу отнесем ядра с $E_2/E_1 > 3$. Они расположены в интервалах $150 < A < 190$, $A > 214$. Во вторую группу входят ядра с $E_2/E_1 \leq 2,5$. Их низко-лежащие уровни находятся друг от друга почти на равном расстоянии. Местоположение этих ядер определяется интервалами $60 \leq A \leq 150$ и $190 \leq A \leq 214$ ¹⁸⁵.

В отношении ядер первой группы считается, что они обладают аксиальной симметрией и что в пределах применимости адиабатического приближения характер их самых низких коллективных возбуждений чисто вращательный. Над основной вращательной полосой уровней таких ядер находятся β -колебательная полоса (с $K=0$, где K — проекция момента количества движения на ось симметрии ядра), γ -колебательная (с $K=2$) и другие полосы уровней; $E0$ -переходы аксиальных ядер возможны лишь между β -колебательными уровнями и вращательными уровнями основной полосы (вследствие правила отбора $|\Delta K| \leq L$ *).

В отношении же второй группы ядер считается, что они не обладают аксиальной симметрией и что самые низкие уровни их возбуждаются за счет поверхностных квадрупольных колебаний (модель квадрупольных коллективных возбуждений¹⁸⁵) или за счет вращений с сохранением формы ядерной поверхности («модель неаксиальных ядер» А. С. Давыдова и Г. Ф. Филиппова¹⁸⁹).

Оценка приведенного ядерного матричного элемента монополя Q в предположении гидродинамических фоновых возбуждений квадрупольного типа (первая из указанных моделей) произведена Гречухиным^{12, 185}. В результате расчета, выполненного в гармоническом приближении, получено

$$Q(0^{+'} \rightarrow 0^+) = \frac{3}{4\pi} Z \bar{\beta}^2 \sqrt{\frac{2}{5}} \quad (4.22)$$

для двухфононных переходов и

$$Q(2^{+'} \rightarrow 2^+) = -\frac{3}{4\pi} Z \bar{\beta}^3 \sqrt{\frac{1}{7\pi}} \quad (4.23)$$

для однофононных переходов ($2^{+''}$ и 2^+ — соседние состояния). Здесь $\bar{\beta}^2 = 5\hbar\omega/2C$, где ω — частота квадрупольных колебаний, C — параметр жесткости.

Оценка (4.23) представляет лишь нижнюю границу, поскольку с учетом ангармоничности возможны и двухфононные переходы типа $2^{+'} \rightarrow 2^+$.

Численные значения (4.22) и (4.23) для известных величин $\bar{\beta}^2$ приведены в табл. VIII (см. стр. 328).

Оценки величины $Q(2^{+'} - 2^+)$ для различных ядер на основе модели Давыдова и Филиппова произведены Ростовским¹⁴⁰. Согласно этой модели первое возбужденное состояние 2^+ относится к основной полосе вращательных состояний, а $2^{+''}$ — так называемое «аномальное» вращательное состояние ядра, возникающее лишь при отличном от нуля параметре «неаксиальности» γ ¹⁸⁶. Если оба эти состояния считать чисто вращательными состояниями, то вследствие того, что оператор $E\hat{0} = \sum_p^Z r_p^2$ является скаляром, $E0$ -переход между состояниями $2^{+''} - 2^+$ будет полностью запрещен¹⁸⁷. Если же учесть при вычислении ядерных волновых функций, описывающих состояния $2^{+''}$ и 2^+ , связь между вращением и β -колебаниями,

*.) Конечно, при выполнении условий адиабатичности.

то вероятность $E0$ -перехода между уровнями $2^{+}'$ и 2^{+} будет уже отлична от нуля*).

Ростовский¹⁴⁰ рассчитал величину Q ($2^{+}' \rightarrow 2^{+}$) для Pt^{196} , Hg^{198} , Cd^{114} и других ядер (см. табл. VIII) в предположении, что вращение и β -колебания происходят адиабатически медленно, но с учетом зависимости равновесного значения γ от параметра β **) (определяющего отклонение формы ядра от сферической). Используемые при расчете волновые функции представляются как суперпозиция вращательно-колебательных функций, вид которых установлен на основе работ^{139, 186, 190-192}. Коэффициенты, определяющие суперпозицию, находятся методом теории возмущений в первом приближении. Необходимые для расчета данные об уровнях $2^{+}'$ и 2^{+} различных ядер взяты из работ^{153, 193-196}. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными значениями Q (там, где последние имеются; см. табл. VIII).

На основе разрабатываемой Давыдовым^{197, 198} общей теории колективных возбуждений, обусловленных вращением и β - и γ -колебаниями ядерной поверхности, в статье¹⁹⁹ были сделаны оценки величины Q для четно-четных как сферических, так и несферических ядер.

1. С ф е р и ч е с к и е я д р а. а) Для $E0$ -перехода между первым возбужденным β -колебательным и основным уровнями с нулевыми спинами получено¹⁹⁹

$$Q(0_{\beta}^{+} \rightarrow 0^{+}) = -\frac{3Z}{4\pi} \sqrt{\frac{5}{2}} \beta_{00}^2. \quad (4.24)$$

Здесь β_{00}^2 — средний квадрат амплитуды нулевых колебаний ядерной поверхности, равный $\hbar/V\bar{BC}$; B — инерциальный параметр, C — один из двух параметров жесткости, входящих в выражение для потенциальной энергии ядра

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2 + \frac{1}{2} C_{\gamma} \beta_0^2 (\gamma - \gamma_0)^2, \quad (4.25)$$

используемое в указанной теории Давыдова***). Энергия $0^{+} - 0^{+}$ -перехода $E_{\beta}=2\hbar\omega$, где $\omega=\sqrt{C/B}$. Легко заметить, что результаты (4.24) и (4.22) совпадают.

б) В случае $E0$ -перехода между первым возбужденным γ -колебательным (с энергией $E_{\gamma}=3\hbar\omega$) и основным 0^{+} -состояниями расчет дает меньшее значение Q , а именно:

$$Q(0_{\gamma}^{+} \rightarrow 0^{+}) = \frac{-75Z}{8\sqrt{42}\pi^{\frac{3}{2}}} \beta_{00}^2. \quad (4.26)$$

в) Для перехода между первыми 0_{γ}^{+} - и 0_{β}^{+} -уровнями

$$Q(0_{\gamma}^{+} \rightarrow 0_{\beta}^{+}) = \frac{-15\sqrt{15}}{8\sqrt{7}\pi^{\frac{3}{2}}} Z \beta_{00}^3. \quad (4.27)$$

г) Значение же Q (22—21) для перехода между вторым и первым возбужденными 2^{+} -уровнями с энергиями $2\hbar\omega$ и $\hbar\omega$ соответственно совпадает с (4.23).

*) Эта зависимость установлена в работах^{188, 189}.

**) Поскольку каждому уровню с любым J в теории неаксиального ядра соответствует «аномальный» уровень с тем же J , $E0$ -переходы в принципе возможны между всеми уровнями такого типа.

***) C , C_{γ} , β_0 , γ_0 — параметры теории. Для сферических ядер $\beta_0=0$ и выражение (4.25) такое же, какое обычно используется в модели квадрупольных колективных возбуждений в гармоническом приближении¹⁸⁵.

2. Несферические ядра с минимумом потенциальной энергии, соответствующим значению $\gamma_0=0$. Расчет величин $Q(0_\beta^+ \rightarrow 0^+)$, $Q(0_\gamma^+ \rightarrow 0^+)$ и $Q(0_\beta^+ \rightarrow 0_\gamma^+)$ в этом случае производится¹⁹⁹ в предположении малости параметра неадиабатичности $\mu = \frac{1}{\beta_0} \sqrt{\hbar \omega / C}$ ($\mu < 1/3$) (введенного в работе²⁰⁰) и малого значения величины $\Gamma = \mu \sqrt{\omega / 2\omega_\gamma}$, где $\omega_\gamma = \sqrt{C_\gamma / B}$, $\omega = \sqrt{C / B}$ — частоты γ - и β -колебаний соответственно (причем $\Gamma < 15$).

Получены следующие результаты:

$$1) Q(0_\beta^+ \rightarrow 0^+) = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} Z \mu \beta_0^2 \quad (4,28)$$

при энергии перехода $E_\beta = \hbar \omega$;

$$2) Q(0_\gamma^+ \rightarrow 0^+) = \frac{45\sqrt{5}}{28\pi^2} Z \frac{E_\beta}{E_\gamma} \mu^2 \beta_0^3 \quad (4,29)$$

при энергии перехода $E_\gamma = 2\hbar \omega_\gamma$;

$$3) Q(0_\beta^+ \rightarrow 0_\gamma^+) = \frac{135\sqrt{5}}{28\sqrt{2}\pi^2} Z \frac{E_\beta}{E_\gamma} \mu^2 \beta_0^3, \quad (4,30)$$

$$4) Q(22 - 21) = \frac{-30\sqrt{10}}{7\pi^2} Z \beta_0^2 \Gamma^5. \quad (4,31)$$

Из (4,28) и (4,29) видно, что переход $0_\gamma^+ \rightarrow 0^+$ гораздо менее вероятен, чем переход $0_\beta^+ \rightarrow 0^+$.

3. Несферические ядра с $\gamma_0=10^\circ$. Расчет приведенного ядерного матричного элемента монополя Q также произведен¹⁹⁹ в приближении малости параметров μ и Γ . Значение $Q(0_\beta^+ \rightarrow 0^+)$ оказалось совпадающим с (4,28). Остальные формулы для Q имеют вид

$$Q(0_\gamma^+ \rightarrow 0^+) = \frac{-15\sqrt{5}}{28\pi^2} \sqrt{\frac{E_\beta}{E_\gamma}} Z \mu \beta_0^3 \sin^3 \gamma_0, \quad (4,32)$$

$$Q(0_\beta^+ \rightarrow 0_\gamma^+) = \frac{-45\sqrt{10}}{56\pi^2} \sqrt{\frac{E_\beta}{E_\gamma}} Z \mu^2 \beta_0^3 \sin^3 \gamma_0. \quad (4,33)$$

Из всего изложенного выше и из соотношений (4,24), (4,26) — (4,33) вытекает, что для нахождения численных значений величины Q достаточно определить из опыта параметры B и C в случае сферических и параметры B , C , C_γ , γ_0 и μ в случае несферических ядер. Сравнивая затем теоретические значения Q с экспериментальными, можно установить, за счет каких γ - или β -колебаний реализуются состояния ядер с нулевыми спинами.

Легко заметить, что отношение $Q(0_\gamma^+ \rightarrow 0^+)$ к $Q(0_\gamma^+ \rightarrow 0_\beta^+)$ (или к $Q(0_\beta^+ \rightarrow 0_\gamma^+)$) для сферических ядер равно $1/3 \sqrt{\frac{5}{2}}$, а для несферических ядер — обратно пропорционально μ . Эти отношения также могут быть использованы при установлении характера уровней ядер с нулевыми спинами.

Следует упомянуть еще о произведенных в работе¹⁹⁹ теоретических оценках отношения $M(0^+ \rightarrow 0^+)$ к приведенной вероятности $B(E2; 0^+ \rightarrow 2^+)$ в последовательности уровней $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ (обозначено через $E0/E2$ для ядер Sm^{152} (см. рис. 25) и Pu^{238} (см. 15')). Расчет базируется на представлении о ядре как однородно заряженном сфероиде, испытывающем квадрупольные колебания около равновесной деформации без изменения

объема. В результате вычислений получены для обоих ядер одинаковые значения $E0/E2=0,23$. Экспериментальное же значение $E0/E2$ для Pu^{238} равно 0,14, т. е. мало отличается от теоретического. Для Sm^{152} экспериментальное значение $E0/E2=0,016$. Расхождение с теорией большое и трудно объяснимо^{201*}).

Таблица VIII

Ядро	$M_{\text{эксп}} (0^+ \rightarrow 0^+), 10^{-26} \text{ см}^2$	$\theta_{\text{эксп}} (0^+ \rightarrow 0^+)$	$\theta_{\text{эксп}} (2^+ \rightarrow 2^+)$	$M_{\text{теор}} (0^+ \rightarrow 0^+), 10^{-26} \text{ см}^2$	$\theta_{\text{теор}} (0^+ \rightarrow 0^+)$	$\theta_{\text{теор}} (2^+ \rightarrow 2^+)$
Cl^{12}	3,8	$\frac{1}{2}$		$11^a, 13^b, \frac{1}{6} M_{\text{эксп}}^b,$ $\frac{1}{3} M_{\text{эксп}}^c$ $10^x, 14, 7^e, 17^w,$ $19^g, 0, 6^u$		
O^{16}	3,8	0,42		$M_{\text{эксп}}^{k-p}, 10^u,$ $17 \div 22^u, (2 \div 3)$ $M_{\text{эксп}}^o$		
Ca^{40}		0,15			0,26 ^w	
Se^{76}					0,465 ^u	0,0465 ^u
Se^{78}					0,390 ^u	0,0332 ^u
Zr^{90}		0,056			0,16 ^w	
Ru^{100}					0,352 ^u	0,0275 ^u
Se^{80}					0,227 ^u	0,016 ^u
Pd^{104}					0,306 ^u	0,0217 ^u
Pd^{106}					0,370 ^u	0,0286 ^u
Cd^{110}					0,262 ^u	0,0168 ^u
Cd^{114}		0,63			0,290 ^u	0,019 ^u
$\text{Te}^{122,126}$					0,201 ^u	0,0108 ^u
Te^{124}					0,153 ^u	0,0073 ^u
Cd^{154}						0,046 ^p
Er^{166}						0,006 ^p
Os^{188}						0,014 ^p
Pt^{194}						0,040 ^p
Pt^{196}				0,013 \div 0,070		0,030 ^p
Hg^{198}			$< \frac{1}{14}$			0,045 ^p

^{a, d, j}— α -частичная модель^{80, 161, 175}; ^{b, z}—капельная модель⁸⁰; ^{v, g, i, l}—оболоченная модель с состоянием 0^{+*} , которому отвечает в случае Cl^{12} конфигурация $1p^{-2} 2p^2$ ⁸⁰; ^c—смесь конфигураций $1p^8$ и $1p^7 2p^{162}$ (в случае O^{16} конфигурации $1p^{-2} 2p^2$ ⁸⁰, $x 1s^{-1} 2s^{163}$) и ^k смесь из 50% конфигурации $1s^{-1} 2s$ и 50% конфигурации $1p^{-12} 2p^{164}$; ^{m, n}—коллективная модель с «производящими координатами» по Феррелю и Вишеру¹⁷⁸ и по Гриффину¹⁷⁷; ^o—модель «принудительного вращения» Инглиса¹⁸²; ^u—модель квадрупольных колективных возбуждений¹⁸⁵; ^p—модель неаксиальных ядер Давыдова и Филиппова (с учетом неадиабатичности¹⁴⁰).

*). В работе²⁰¹ вычисляется также $E0/E2$, исходя из модели, в которой для описания квадрупольных колебаний рассматриваемых ядер используется когерентная суммопозиция индивидуальных возбуждений наиболее легко поляризуемых протонов²⁰², находящихся вблизи поверхности Ферми. В результате расчета, произведенного с помощью волновых функций отдельных нуклонов, находящихся в поле потенциала анизотропного гармонического осциллятора, при условии сохранения объема ядра получено $E0/E2=0,50$ для Pu^{238} и $E0/E2=0,61$ для Sm^{152} .

Теория $E0$ -переходов ядер с нечетным A находится пока в зачаточном состоянии. В работе ¹⁸⁷ установлено, что для ядер типа «нейтрон + четный остов» вероятность $E0$ -перехода будет отлична от нуля, если для описания остова использовать модель квадрупольных коллективных возбуждений. Порядок величины Q в этом случае будет сравним со значениями Q , задаваемыми соотношениями (4,21) и (4,22). Там же показано, что вероятность $E0$ -переходов указанных ядер равна нулю, если остов будет описываться моделью Давыдова и Филиппова и если предположить, что при взаимодействии остова с внешним нуклоном форма ядерной поверхности остается неизменной.

Сводка теоретических и экспериментальных значений M и Q для различных ядер дана в табл. VIII.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании изложенного выше можно сделать следующие краткие выводы и замечания. Общая теория монопольных переходов ядер разработана достаточно полно (правда, это относится в большей степени к переходам $E0$, чем к $M0$; § 1). Экспериментальные же исследования монопольных переходов, хотя и обширны, но недостаточны (§ 3). До сих пор главным образом исследуются электрические монопольные переходы типа $0^+ - 0^+$ и $2^+ - 2^+$, происходящие в четно-четных ядрах. Имеется лишь по одному примеру обнаруженных $E0$ -переходов типа $0^- - 0^-$ (Bi^{212}) и $1^+/2 - 1^+/2$ (Au^{197}). В работе ²⁰¹ сообщается также о наблюдении $E0$ -перехода $4^+ - 4^+$ в ядре Np^{238} . Экспериментальные данные по обнаружению магнитных монопольных переходов ($0^- - 0^+$ в ядре O^{16} , стр. 295) пока скучны и сомнительны.

Большое значение имеет вопрос о возбуждении монопольных переходов. Хотя в большинстве случаев монопольные переходы были обнаружены у дочерних ядер после β -распада, все же доля этих переходов, приходящаяся на один акт β -распада, очень мала. Поэтому наблюдение монопольных переходов значительно затруднено вследствие фона, создаваемого другими всевозможными переходами.

Для возбуждения монопольных переходов (главным образом в легких ядрах) можно использовать также ядерные реакции, результатом которых будут ядра-продукты, находящиеся в возбужденных состояниях. Разрядка же этих возбужденных ядер чаще всего происходит путем монопольных переходов. Возможны в основном реакции типа $(p, p'\gamma)$, (p, γ) , $(p, \alpha'\gamma)$, (n, γ) и $(n, n'\gamma)$, причем последняя реакция согласно работе ¹³² обладает рядом преимуществ. К этим преимуществам следует отнести, например, и хорошо определенный порог реакции, позволяющий довольно точно установить энергию возбуждения ядра-продукта, и значительное, не зависящее от Z , эффективное сечение реакции.

Наиболее перспективным методом возбуждения $E0$ -переходов является метод кулоновского возбуждения ядер. Непосредственное монопольное возбуждение ядер возможно лишь путем неупругого рассеяния электронов на ядрах (пока исследован один случай такого возбуждения — возбуждения уровня 7,66 $M_{\text{эв}}$ ядра C^{12} ; § 2). Но возможно также и непрямое возбуждение монопольных переходов путем неупругих соударений тяжелых заряженных частиц с ядрами. Вначале под воздействием налетающей частицы происходит мультипольный переход ядра с основного уровня на возбужденный, достаточно высоко расположенный уровень. Вполне возможно, что затем, в последующей разрядке возбужденного ядра через промежуточные уровни, будут иметь место и монопольные переходы.

Большую роль играет при изучении $E0$ -переходов знание теоретических значений ядерных матричных элементов M и q . Ведь по совпадению этих теоретических значений с экспериментальными можно судить о структуре и характере уровней ядра, между которыми наблюдается $E0$ -переход. К сожалению, несмотря на довольно большое число работ, посвященных теоретическим оценкам M и q , произведенных на основе различных ядерных моделей, указанное совпадение имеется лишь в отдельных случаях (см. табл. VIII). В связи с этим дальнейшая разработка и усовершенствование различных ядерных моделей (главным образом обобщенной) крайне необходимы.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Грошев, И. С. Шапиро, Спектроскопия атомных ядер, М., Гостехиздат, 1952.
2. Бета- и гамма-спектроскопия, под ред. К. Зигбана, М., ИЛ, 1959.
3. М. Роуз, Поля мультиполей, М., ИЛ, 1957.
4. А. С. Давыдов, Теория атомного ядра, М., Физматгиз, 1958.
5. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, 2-е изд., М., Физматгиз, 1959.
6. В. Б. Берестецкий, ЖЭТФ 17, 12 (1947).
7. Дж. Блатт, В. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, М., ИЛ, 1954.
8. I. C. Jaeger, H. R. Nullm, Proc. Roy. Soc. A148, 708 (1935).
9. К. Тер-Мартиросян, ЖЭТФ 20, 925 (1950).
10. Г. Бете, Э. Солпитеэр, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, М., Физматгиз, 1960.
11. E. L. Church, J. Weneser, Phys. Rev. 103, 1035 (1956).
12. Д. П. Гречухин, ЖЭТФ 32, 1036 (1957).
13. Н. Yuka wa, S. Sakata, Proc. Phys. Math. Soc. Japan 17, 397 (1935).
14. R. Thomas, Phys. Rev. 58, 714 (1940).
15. R. H. Fowler, Proc. Roy. Soc. A129, 1 (1930).
16. Д. П. Гречухин, ЖЭТФ 33, 1037 (1957).
17. A. S. Reiner, Physica 22, 843 (1956).
18. A. S. Reiner, Physica 23, 338 (1957).
19. М. А. Листенгарден, И. М. Банд, Изв. АН СССР, сер. физ. 23, 235 (1959).
20. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. 60, 164 (1941).
21. А. Д. Сахаров, Диссертация (ФИАН, 1947).
22. R. H. Dalitz, Proc. Roy. Soc. 206, 521 (1951).
23. J. R. Oppenheimer, J. S. Schwinger, Phys. Rev. 56, 1066 (1939).
24. А. Д. Сахаров, ЖЭТФ 18, 631 (1948).
25. S. D. Dell, M. E. Rose, Progr. Theor. Phys. 7, 125 (1952).
26. И. С. Шапиро, Ю. В. Орлов, ДАН СССР 101, 1046 (1955).
27. Ю. В. Орлов, ЖЭТФ 31, 1103 (1956).
28. Л. Н. Зырянова, В. А. Крутов, Изв. АН СССР, сер. физ. 20, 312 (1956).
29. Y. Yamaguchi, Progr. Theor. Phys. 6, 442 (1951).
30. M. E. Rose, Phys. Rev. 51, 484 (1937).
31. Б. Джалепов, Л. Зырянова, Таблицы по β -распаду, Л., Изд-во ЛГУ, 1952.
32. E. L. Church, J. Weneser, Phys. Rev. 100, 943 (1955).
33. V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 83, 1073 (1951).
34. G. Scharrf-Goldhaber, J. Weneser, Phys. Rev. 98, 212 (1955).
35. Elliot, Preston, Wolfson, Canad. J. Phys. 32, 153 (1954).
36. M. T. Thiem, E. Bleuler, Phys. Rev. 99, 1646 (1955).
37. Rose, Biedenharn, Alfken, Phys. Rev. 85, 5 (1952).
38. L. Biedenharn, M. Rose, Revs. Mod. Phys. 25, 729 (1953).
39. L. Wilets, M. Jean, Phys. Rev. 102, 788 (1956).
40. Н. Н. Делягин, ЖЭТФ 37, 849 (1959).
41. Е. А. Романовский, ЖЭТФ 37, 851 (1959).
42. Ван Ли, НДВШ (Физ.-матем. науки) 6, 185 (1958).
43. E. L. Church, M. E. Rose, J. Weneser, Phys. Rev. 109, 1299 (1958).
44. M. Goepert, Naturwiss. 17, 932 (1929).

45. M. Goerppert-Meyer, Ann. d. Phys. 9, 273 (1931).
 46. R. G. Sachs, Phys. Rev. 57, 194 (1940).
 47. Строение атомного ядра, Сб. пер. ст. под ред. А. С. Давыдова, М., ИЛ, 1959.
 48. J. S. Livingston, Phys. Rev. 95, 418 (1954).
 49. M. L. Goldberg, Phys. Rev. 73, 1119 (1948).
 50. M. Goldhaber, C. O. Muellhouse, S. H. Tirkel, Phys. Rev. 71, 372 (1947).
 51. M. H. Hebb, G. E. Uhlenbeck, Physica 5, 605 (1938).
 52. G. E. Valley, R. L. McCrea, Phys. Rev. 56, 863 (1939).
 53. B. Pontecorvo, Nature 144, 212 (1939).
 54. M. Nomoto, Sci. Rep. Tohoku Univ., Ser. I, 33, 157 (1949).
 55. И. С. Шапиро, ДАН СССР 72, 1045 (1950).
 56. И. С. Шапиро, ДАН СССР 76, 45 (1951).
 57. S. Devons, I. R. Lindsey, Nature 164, 539 (1949).
 58. S. Devons, H. G. Hereward, I. R. Lindsey, Nature 164, 586 (1949).
 59. W. W. Havens, L. J. Rainwater, I. I. Rabi, Phys. Rev. 82, 345 (1951).
 60. K. E. Eklund, R. D. Bent, Phys. Rev. 112, 488 (1958).
 61. M. Jean, J. Prentki, Compt. rend. 238, 2290 (1954).
 62. L. C. Biedenharn, J. L. MacHale, R. M. Thaler, Phys. Rev. 100, 376 (1955).
 63. К. Альдер, О. Бор, Т. Хус, Б. Моттельсон, О. Винтер, в сб. «Проблемы физики», М., ИЛ, 1958.
 64. L. I. Schiff, Phys. Rev. 96, 765 (1954).
 65. R. Huby, Repts. Progr. Phys. 21, 59 (1958).
 66. В. Берестецкий, А. Долгинов, К. Тер-Мартirosian, ЖЭТФ 20, 527 (1950).
 67. L. I. Schiff, Phys. Rev. 103, 443 (1956).
 68. R. A. Ferrel, W. M. Vischer, 104, 475 (1956).
 69. J. H. Fregeau, R. Hofstadter, Phys. Rev. 99, 1503 (1955).
 70. M. McIntyre, Hahn, Hofstadter, Phys. Rev. 94, 1084 (1954).
 71. J. H. Fregeau, Phys. Rev. 104, 225 (1956).
 72. R. H. Helm, Phys. Rev. 104, 1466 (1956).
 73. Р. Хофштадтер, в сб. «Электромагнитная структура ядер и нуклонов», М. ИЛ, 1958, а также УФН 64 (3), 693 (1957).
 74. Beghian, Halbau, Husain, Sanders, Phys. Rev. 90, 1129 (1953).
 75. Dunbar, Pixley, Wenzel, Whaling, Phys. Rev. 92, 649 (1953).
 76. R. G. Uebengang, Austral. J. Phys. 7, 279 (1954).
 77. J. Seed, Phil. Mag. 46, 100 (1955).
 78. J. Schwinger, Phys. Rev. 75, 898 (1949).
 79. J. Schwinger, Phys. Rev. 76, 790 (1949).
 80. L. J. Schiff, Phys. Rev. 98, 1281 (1955).
 81. M. L. Wiedenbeck, Phys. Rev. 67, 92 (1945).
 82. G. L. Squires, C. K. Bockelman, W. W. Buechner, Phys. Rev. 104, 413 (1956).
 83. V. K. Rasmussen, W. F. Hornayak, C. C. Lauritsen, T. Lauritsen, Phys. Rev. 77, 617 (1950).
 84. S. Devons, G. Goldring, I. R. Lindsey, Proc. Phys. Soc. A67, 134 (1954).
 85. S. Gorodetzky, R. Armbruster, P. Schevalier, J. phys. et radiu 16, 594 (1955).
 86. G. C. Phillips, N. P. Heydenburg, Phys. Rev. 83, 184 (1951).
 87. Л. К. Пекер, Л. А. Слив, ЖЭТФ 32, 621 (1957).
 88. C. Ellis, G. Aston, Proc. Roy. Soc. A129, 180 (1930).
 89. Г. Латышев, Л. Слив, К. Барчук, А. Башилов, Изв. АН СССР, сер. физ. 13, 340 (1949).
 90. D. E. Alburger, A. Hedgran, Ark. fys. 7, 423 (1954).
 91. В. Гей, Г. Латышев, С. Цыпкин, Изв. АН СССР, сер. физ. 12, 731 (1948).
 92. А. Алиханов, Г. Латышев, J. Phys. USSR 3, 263 (1940).
 93. Б. С. Джелепов, С. А. Шестопалова, Изв. АН СССР, сер. физ. 20, 933 (1956).
 94. С. А. Шестопалова, Диссертация (ВНИИМ, 1955).
 95. Д. И. Блохицев, Основы квантовой механики, М., Изд. «Высшая школа», 1961.
 96. Г. Бете, Физика ядра, ч. II, М.—Л., ОГИЗ, 1948.
 97. A. Sunyayag, Phys. Rev. 98, 653 (1955).
 98. S. Drell, Phys. Rev. 81, 656 (1951).

99. S. K. Haynes, Phys. Rev. **73**, 187 (1948).
 100. A. C. G. Mitchell, B. D. Kern, D. J. Zaffarano, Phys. Rev. **73**, 1431 (1948).
 101. J. C. Bowe, M. Goldhaber, R. D. Hill, W. E. Meyerhof, O. Sala, Phys. Rev. **73**, 1219 (1948).
 102. D. E. Alburger, Phys. Rev. **109**, 1229 (1958).
 103. М. И. Корсунский, Изомерия атомных ядер, М., Гостехиздат, 1954.
 104. S. K. Haynes, Phys. Rev. **74**, 423 (1948).
 105. G. Harries, Proc. Phys. Soc. **A67**, 153 (1954).
 106. G. Harries, W. T. Davies, Proc. Phys. Soc. **A65**, 564 (1952).
 107. F. Hoyle, Astrophys. J. Suppl. **1**, 121 (1954).
 108. F. Hoyle, M. Schwarzschild, Astrophys. J. Suppl. **2**, 1 (1955).
 109. C. W. Cook, W. A. Fowler, C. C. Lauritsen, F. Lauritsen, Phys. Rev. **107**, 508 (1957).
 110. E. E. Salpeter, Phys. Rev. **107**, 516 (1957).
 111. T. H. Kruse, R. D. Bent, Phys. Rev. **112**, 931 (1958).
 112. Guier, Bertini, Roberts, Phys. Rev. **85**, 426 (1952).
 113. D. E. Alburger, Phys. Rev. Letts. **3**, 280 (1959).
 114. F. Ajzenberg-Selove, P. H. Stelson, Phys. Rev. **120**, 500 (1960).
 115. D. E. Alburger, Phys. Rev. **124**, 193 (1961).
 116. R. T. Pauli, Ark. fys. **9**, 571 (1955).
 117. K. Ahnlund, Ark. fys. **10**, 369 (1956).
 118. F. Ajzenberg-Selove, T. Lauritsen, Nucl. Phys. **11**, 1 (1959).
 119. K. W. Ford, Phys. Rev. **98**, 1516 (1955).
 120. Campbell, Peele, Maienschein, Stelson, Bull. Amer. Phys. Soc. **30**, 33 (1955).
 121. D. E. Alburger, M. H. L. Pryce, Phys. Rev. **95**, 1482 (1955).
 122. V. K. Thankappan, I. R. Waghmare, Progr. Theor. Phys. **12**, 459 (1959).
 123. O. E. Johnson, L. M. Langer, R. G. Johnson, Phys. Rev. **98**, 1517 (1955).
 124. T. Yuasa, J. Laberrigue-Frolow, L. Feuvrais, J. phys. et radium **18**, 498 (1957).
 125. T. Yuasa, J. Laberrigue-Frolow, L. Feuvrais, J. phys. et radium **17**, 558 (1956).
 126. T. Yuasa, J. Laberrigue-Frolow, L. Feuvrais, Compt. rend. **242**, 2129 (1956).
 127. T. Yuasa, J. Laberrigue-Frolow, L. Feuvrais, Compt. rend. **243**, 2045 (1956).
 128. J. Greenberg, M. Deutsch, Phys. Rev. **102**, 415 (1956).
 129. M. Deutsch, Nucl. Phys. **3**, 83 (1957).
 130. R. B. Day, D. A. Lind, Bull. Amer. Phys. Soc. **2**, 179 (1957).
 131. Lazar, O'Kelley, Hamilton, Langer, Smith, Phys. Rev. **110**, 513 (1958).
 132. R. M. Kloepfer, R. B. Day, D. A. Lind, Phys. Rev. **114**, 240 (1959).
 133. T. R. Gerholm, B. G. Pettersson, Phys. Rev. **110**, 1119 (1958).
 134. R. M. Steffen, Phys. Rev. **89**, 665 (1953).
 135. Л. А. Слив, И. М. Байд, Таблицы коэффициентов внутренней конверсии γ -излучения, М., ч. I, K -оболочка (1956); ч. II, L -оболочка (1958), М., Изд-во АН СССР.
 136. D. M. Van Patter, Nucl. Phys. **14**, 42 (1959).
 137. F. K. McGowan, P. H. Stelson, Bull. Amer. Phys. Soc. **4**, 232 (1959).
 138. Cork, Brice, Martin, Schmied, Helmer, Phys. Rev. **101**, 1042 (1956).
 139. А. С. Давыдов, Г. Ф. Филиппов, ЖЭТФ **35**, 440 (1958).
 140. Б. С. Ростовский, ЖЭТФ **39**, 854 (1960).
 141. F. K. McGowan, P. H. Stelson, Phys. Rev. **106**, 520 (1957).
 142. Б. С. Джалепов, В. П. Приходцева, Ю. В. Хольнов, ДАН СССР **121**, 995 (1958).
 143. Б. С. Джалепов, И. Ф. Учеваткин, С. А. Шестопалова, ЖЭТФ **37**, 857 (1958).
 144. I. Marklund, B. Van Nooijen, L. Grabowski, Nucl. Phys. **15**, 533 (1960).
 145. Marklund, Nathan, Nielsen, Nucl. Phys. **15**, 199 (1960).
 146. O. Nathan, S. Hultberg, Nucl. Phys. **10**, 118 (1959).
 147. G. Alaga, K. Alder, A. Bohr, B. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **29** (6) (1955).
 148. Б. В. Бобыкин, К. М. Новик, Изв. АН СССР, сер. физ. **21**, 1556 (1957).

149. W. G. Gross, T. A. Eastwood, Phys. Rev. 95, 628A (1954).
150. Ong, Verschoor, Born, Physica 22, 465 (1956).
151. Perlman, Asaro, Harvey, Steffens, Bull. Amer. Phys. Soc. 2, 394 (1957).
152. C. J. Gallagher Jr., T. D. Thomas, Nucl. Phys. 14, 1 (1959).
153. Б. С. Д ж е л е п о в, Л. К. П е к е р, Схемы распада радиоактивных ядер, М., Изд. АН СССР, 1958.
154. H. T. Motz, Phys. Rev. 104, 1353 (1956).
155. F. E. Durham, D. H. Rester, C. M. Class, Bull. Amer. Phys. Soc. 5, 110 (1960).
156. F. E. Durham, D. H. Rester, C. M. Class, Nucl. Structure Conference, Kingston, Ontario, 1960, стр. 594.
157. M. E. Bunker, B. J. Dropesky, J. D. Knight, J. W. Starker, B. Warren, Phys. Rev. 116, 143 (1959).
158. J. Perlman, J. O. Rasmussen, Handb. d. Phys., Bd. 42, Springer-Verlag, Berlin, 1957.
159. Е. М. К р и с ю к, А. Г. С е р г е е в, Г. Д. Л а т ыш е в, В. Д. В о р о б ѿ в, Nucl. Phys. 4, 579 (1957).
160. V. R. Potnis, C. E. Mandeville, J. S. Burlew, Phys. Rev. 101, 753 (1956).
161. S. Kamenny, Phys. Rev. 103, 358 (1956).
162. B. F. Sherman, D. G. Ravenhall, Phys. Rev. 103, 949 (1956).
163. P. J. Redmond, Phys. Rev. 101, 751 (1956).
164. J. P. Elliott, Phys. Rev. 101, 1212 (1956).
165. I. Nagai Hiroyoki, Jamaji Ioshimi, Bull. Kyanshu Inst. Techn. (Math. Natur. Sci.) 3, 15 (1957).
166. I. Nagai Hiroyoki, Bull. Kyunshu Inst. Techn. (Math. Natur. Sci.) 4, 15 (1958).
167. J. Pradel, M. Venegoni, Compt. rend. 246, 2461 (1958).
168. M. G. Redlich, Phys. Rev. 95, 448 (1954).
169. J. M. Blatt, J. D. Jackson, Phys. Rev. 76, 18 (1949).
170. L. Rosenfeld, Nuclear Forces. II, New York, 1949.
171. В. Г е й з е н б е р г, Теория атомного ядра, М., ИЛ, 1953.
172. A. M. Lane, Proc. Phys. Soc. (London) A66, 977 (1953).
173. L. A. Radicati, Proc. Phys. Soc. (London) A67, 167 (1954).
174. A. M. Lane, D. H. Wilkins, Phys. Rev. 97, 1199 (1955).
175. J. K. Perrin, T. H. R. Skyrme, Proc. Phys. Soc. A69, 600 (1956).
176. D. N. Dennis, Phys. Rev. 96, 378 (1954).
177. J. Griffin, Phys. Rev. 108, 328 (1956).
178. R. A. Ferrell, W. M. Vischier, Phys. Rev. 102, 450 (1956).
179. J. J. Griffin, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 108, 311 (1956).
180. D. L. Hill, J. A. Wheeler, Phys. Rev. 89, 1102 (1953).
181. Rose, Goertzel, Spinrad, Harr, Strong, Phys. Rev. 83, 79 (1951).
182. J. Touchard, Compt. rend. 244, 2499 (1957).
183. D. R. Inglis, Phys. Rev. 97, 701 (1955).
184. О. Бор, Б. М оттельсон, в сб. «Проблемы современной физики», № 9, М., ИЛ, 1955.
185. Д. П. Г речухин, Nucl. Phys. 24, 576 (1961).
186. А. С. Д а в ы д о в, Изв. АН СССР, сер. физ. 23, 792 (1959).
187. Д. П. Г речухин, ЖЭТФ 38, 1891 (1960).
188. А. С. Д а в ы д о в, Г. Ф и л ипп о в, ЖЭТФ 36, 1497 (1959).
189. В а н Л и н, НДВШ (физ.-матем. науки) 1, 146 (1959).
190. А. С. Д а в ы д о в, А. А. Ч а ба н, ЖЭТФ 33, 547 (1957).
191. А. С. Д а в ы д о в, Г. Ф и л ипп о в, ЖЭТФ 33, 723 (1957).
192. А. С. Д а в ы д о в, В. С. Р о ст о в с к и й, ЖЭТФ 36, 1788 (1959).
193. Б. С. Д ж е л е п о в, Л. К. П е к е р, Возбужденные состояния деформированных ядер, ОИИЯИ, Р-288, Дубна, 1959.
194. K. Jacob, J. Mihelich, B. Harmatz, T. Handley, Bull. Amer. Phys. Soc. 3, 358 (1958).
195. Е. П. Г р и г о р ѿ в, М. П. А вотина, Изв. АН СССР, сер. физ. 24, 324 (1960).
196. M. Johns, J. MacArthur, Canad. J. Phys. 37, 1205 (1959).
197. А. С. Д а в ы д о в, Вестн. МГУ, сер. физ., астрон., № 1, 56 (1961).
198. А. С. Д а в ы д о в, Nucl. Phys. 24, 682 (1961).
199. А. С. Д а в ы д о в, В. С. Р о ст о в с к и й, А. А. Ч а ба н, Вестн. МГУ, сер. физ., астрон., № 3, 66 (1961).
200. А. С. Д а в ы д о в, А. А. Ч а ба н, Nucl. Phys. 20, 449 (1960).
201. J. O. Rasmussen, Nucl. Phys. 19, 85 (1960).

202. B. R. Mottelson, S. G. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 1 (8), (1958).
203. N. Benczer-Koller, M. Nessin, T. H. Kruse, Phys. Rev. 123, 262 (1961).
204. E. L. Church, J. Weneser, Phys. Rev. 104, 1382 (1956).
205. T. A. Green, M. E. Rose, Phys. Rev. 110, 105 (1958).
206. A. S. Reiner, Nucl. Phys. 5, 544 (1958).
207. S. G. Nilsson, J. O. Rasmussen, Nucl. Phys. 5, 617 (1958).
208. М. Е. Войханский, М. А. Листенгарден, Изв. АН СССР, сер. физ. 23, 240 (1959).
209. В. А. Крутов, Изв. АН СССР, сер. физ. 22, 162 (1958).
210. В. А. Крутов, К. Мюллер, Изв. АН СССР, сер. физ. 22, 171 (1958).
211. В. А. Крутов, В. Г. Горшков, ЖЭТФ 39, 591 (1960).
212. В. А. Крутов, Доклад на XII Совещании по ядерной спектроскопии, Л., 1962.
213. В. А. Крутов, Диссертация, 1962.
214. Л. В. Грошев, А. М. Демидов, В. А. Иванов, В. Н. Луценко и В. И. Пелеков, Изв. АН СССР, сер. физ. 26, 1118 (1962).
215. Л. В. Грошев, А. М. Демидов, В. Н. Луценко и В. И. Пелеков, Изв. АН СССР, сер. физ. 26, 979 (1962).
216. M. Nessin, T. H. Kruse, K. E. Eklund, Phys. Rev. 125, 639 (1962).
-