

ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗАННЫЕ С p — n -ПЕРЕХОДАМИ В КРЕМНИИ *)

У. Шокли

1. НАУКА, ТЕХНОЛОГИЯ И p — n -ПЕРЕХОДЫ

Явления, происходящие в p — n -переходах, к которым приложена разность потенциалов в запирающем направлении, интересны как с научной, так и с прикладной точек зрения.

Явления, избранные нами для обсуждения, связаны с генерацией пар (электронов и дырок) электронами или дырками высокой энергии. В разделе 2 обсуждается простая модель этого процесса, позволяющая связать друг с другом большую группу экспериментальных наблюдений. При этом вводятся загадочные обстоятельства, связанные с расхождениями между отдельными сериями измерений.

В разделе 3 анализируется модель p — n -перехода, к которому приложено обратное смещение, с точки зрения статистических флуктуаций электрического поля, обусловленных случайным распределением доноров и акцепторов. Рассматривается влияние этих флуктуаций на свойства p — n -перехода и делается вывод о том, что флуктуации могут объяснить расхождения, описанные в разделе 2.

В разделе 4 обсуждаются данные об умножении числа носителей, и делается вывод о том, что многие из предыдущих измерений явления вторичного умножения не были искажены сильными вариациями свойств p — n -перехода от одной пространственной области к другой.

В разделе 5 обсуждается вопрос о возникновении микроплазмы. Анализируются статистические флуктуации, обсуждавшиеся в разделе 3, и вычисляются эффекты, обусловленные ими. Делается вывод о том, что структурные несовершенства, подобные коллоидным включениям SiO_2 , возможно, вызывают появление микроплазмы, служащей источником шумов.

В разделе 6 обсуждаются эффекты, вызываемые включениями групп атомов металлов.

Раздел 7 содержит выводы.

2. ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ВТОРИЧНЫХ ИОНИЗАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ
В КРЕМНИИ

2А. Э м п и р и ч е с к и й х а р а к т е р м о д е л и. Модель процессов вторичной ионизации, рассматриваемую в этом разделе, следует считать скорее феноменологической или эмпирической, чем теоретической. Теоретическая модель должна учитывать структуру энергетических зон

*) W. Shockley, Problems related to P—N junctions in silicon. (Доклад на Международной конференции по физике полупроводников, Прага, 1960), Czech. J. Phys. (Чехослов. физ. ж.) B11, 81 (1961). Перевод В. С. Вавилова и А. П. Шотова. Переводчики полностью сохранили стиль доклада У. Шокли.

для энергий, отличающихся более чем на 1 эв от энергии края зоны; при этом необходимо использовать значения эффективных масс, пригодные для описания процессов с участием «горячих» носителей. В нашей работе не делалось попыток вносить эти уточнения.

В модели, рассматриваемой нами, используются три параметра. Их значения подбираются с тем, чтобы получить соответствие с экспериментальными данными о квантовом выходе и вторичной ионизации, обусловленной электронами. Модель с тремя подбираемыми константами, определенными таким образом, оказывается пригодной для получения хорошего согласия с данными двух независимых экспериментов: эффективной температурой рекомбинационного излучения в микроплазмах и средней энергией, приходящейся на одну пару электрон-дырка при ионизации заряженной частицей высокой энергии или фотоном.

Таким образом, модель с тремя константами может связать друг с другом шесть экспериментально определенных величин, представляющих данные четырех независимых опытов. Это обстоятельство дало бы модели высокую степень достоверности в случае, если бы она была построена на прочной теоретической основе.

То обстоятельство, что модель в сильной степени переупрощает истинные физические явления, заставляет считать, что три подбираемые константы в действительности не имеют простого физического смысла, приписываемого им моделью, а являются сложным усреднением ряда взаимосвязанных эффектов.

Следует надеяться, что будет развита более совершенная теория интересных электронных процессов в $p-n$ -переходах при больших отрицательных смещениях, из которой будет видно, как входящие в нее величины связаны с константами простой модели.

2Б. Модель, использующая четыре параметра и три подбираемые константы. Для носителей, находящихся в настолько сильных полях, что становится существенной вторичная ионизация, должно доминировать рассеяние фононами с участием фононов высокой частоты [Шокли (1951); Вольф (1954)].

Фононы наибольшей энергии соответствуют тем колебаниям кристалла с алмазной структурой, при которых две гранецентрированные подрешетки смещаются в противоположные стороны. Волновой вектор для этих колебаний имеет нулевую длину и совпадает с центром зоны Бриллюэна. Колебания являются трижды вырожденными. Эти колебания называют «рамановскими» колебаниями кристалла. Энергия кванта, соответствующего их частоте, обозначается в нашей работе через E_R .

Значения E_R были определены по данным о дифракции нейтронов для кремния Палевским, Хьюзом, Клеем и Тункело (1959), а для германия — Брокхаузом и Айенгаром (1958). Эти значения равны

$$\begin{aligned} E_R &= 0,063 \pm 0,003 \text{ эв} && \text{для Si,} \\ E_R &= 0,037 \text{ эв} && \text{для Ge.} \end{aligned} \quad (2,1)$$

Для исчезающих векторов в зоне Бриллюэна энергия уменьшается, падая примерно до $0,7E_R$ вблизи края зоны. В рассматриваемой нами модели энергия высокочастотных фононов считается постоянной и равной E_R . Считается, что все столкновения приводят к потере энергии, что является хорошим приближением для кремния при комнатной температуре при $kT < E_R/2$, когда колебания высокой частоты не возбуждаются. E_R представляет собой один из параметров модели, однако, вследствие того, что эта величина определяется независимо, она не является подбираемой константой.

Тремя подбираемыми константами являются:

E_i — пороговая энергия носителя, отсчитываемая от края зоны; (2,2)
носитель с энергией $> E_i$ способен образовать пару электрон — дырка.

L_R — средний свободный пробег между рассеянием
«рамановскими» колебаниями; (2,3)

$$r = \frac{L_i}{L_R}, \quad (2,4)$$

где L_i — средний свободный пробег между актами ионизации для носителя, энергия которого превышает E_i .

Из определения (2,4) следует, что электрон с энергией выше E_i в среднем образует r фононов на одну ионизацию.

Различие между простой моделью и предшествующей моделью вторичных процессов ясно проявляется, если рассмотреть вероятность того, что носитель, вошедший в кристалл и имеющий энергию E , вызовет ионизацию прежде, чем истратит избыток энергии $E - E_i$, и потеряет способность ионизовать. Для того чтобы истратить избыток энергии, носитель должен иметь

$$C = \frac{E - E_i}{E_R} \quad (2,5)$$

столкновений с испусканием фононов. При этом он пройдет среднее расстояние CL_R . Вероятность того, что он не вызовет ионизации на этом пути, равна вероятности избежать акта ионизации, теряя энергию

$$(E - E_i) \text{ на фононы} = \exp \left(-\frac{CL_R}{L_i} \right) = \exp \left(-\frac{E - E_i}{rE_R} \right). \quad (2,6)$$

Вероятность одной (или большего числа) ионизаций при замедлении от энергии E до энергии, меньшей E_i , равна

$$p(E)\text{-вероятность ионизации} = 1 - \exp \left(-\frac{E - E_i}{rE_R} \right). \quad (2,7)$$

Вероятность ионизации показана в виде кривой на рис. 1. При этом использованы значения, взятые из раздела 2В при $E_i = 1,1$ эв и $rE_R = 1,1$ эв.

На рис. 1 показаны также количественные следствия предшествующей теории, согласно которой вероятность ионизации равна нулю для энергий ниже порога, лежащего вблизи 2,3 эв, и равна единице при более высоких энергиях. Эта модель была использована Вольфом (1954) для вычисления коэффициента вторичной ионизации. В свою очередь, как указывает Вольф, его модель представляет собою упрощение для случая, когда вероятность возрастает от нуля до единицы в пределах малого интервала энергии. Мы вернемся к интерпретации зависимости вероятности ионизации от энергии в подразделе 2В*).

2В. Применение простой модели к области возрастания квантового выхода при больших энергиях фотонов. Фотоны большой энергии образуют фотоэлектроны и фотодырки с достаточно высокой энергией, способные в свою очередь образовывать пары (электроны и дырки). Особенный интерес представляют две области энергий фотонов: область очень высоких энергий, когда может иметь место возникновение многих «поколений» носителей,

*) Вероятно, малый средний свободный пробег и высокая вероятность ионизации, использованные Вольфом, применимы в области выше некоторого порога. Эта энергия, вероятно, выше 2,3 эв и правильная кривая при каждой энергии есть верхняя кривая из двух на рис. 1.

и область малых энергий, где фотоносители лишь начинают образовывать вторичные пары и квантовый выход возрастает от значения, равного единице. Настоящий подраздел посвящен рассмотрению последнего эффекта.

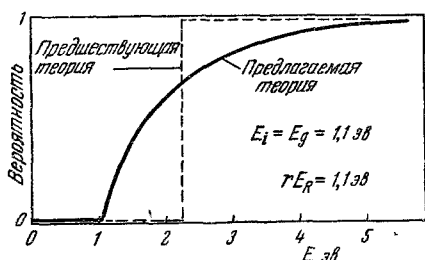


Рис. 1. Сравнение между предшествующей теорией и рассматриваемой простой моделью для вероятности ионизации или возникновения пар как функции энергии носителя.

Явления при высоких энергиях будут обсуждаться в подразделе 2Е.

Пороговые энергии, начиная с которых квантовый выход начинает возрастать, а также квантовый выход в области энергий фотонов на несколько электрон-вольт выше порога, были исследованы для кремния Вавиловым (1959) *). Вавилов (1959) и Коц (1956, 1957) [см. также работу Тауца (1959)] исследовали германий; кроме того, Тауц и Абрагам (1959) провели измерение для антимонида индия. На рис. 2 и 3 приведены результаты Вавилова.

Простая модель может быть использована для описания результатов Вавилова для кремния с помощью дополнительного предположения о том, что избыточная энергия фотона ($h\nu - E_g$) распределяется поровну между фотоэлектроном и фотодыркой, каждый из которых получает энергию

$(h\nu - E_g)/2$. Для интересующих нас высоких энергий предполагается, что

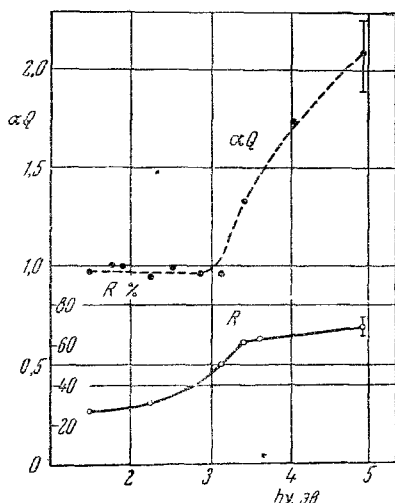


Рис. 2. Квантовый выход, обозначенный как αQ , и коэффициент отражения R для кремния как функции энергии фотона (Вавилов (1959)).

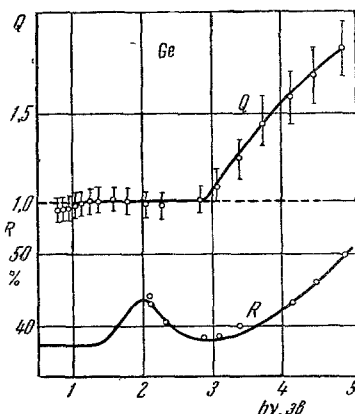


Рис. 3. Квантовый выход в германии как функция энергии фотона (Вавилов (1959)).

переходы являются прямыми, так что из значения $h\nu$ не надо вычитать энергию фотона**). Каждый фотоноситель может вызвать ионизацию, если

*) Более подробные данные см. также в работах советских авторов: В. С. Вавилов, К. И. Брицын, ЖЭТФ 34, 1354 (1959); В. С. Вавилов, К. И. Брицын, ФТТ 1, 1629 (1959); В. С. Вавилов, УФН 75, 363 (1961). (Прим. пер.)

**) Это предположение Шокли находится в противоречии со значениями E_g , используемыми им для получения совпадения с данными эксперимента, так как $E_g \approx 1,1$ эВ, согласно весьма надежным данным Хейнса, соответствует области непрямых переходов в кремнии. Однако, если исключить это предположение и учитывать потери энергии на испускание фононов, соответствие с экспериментом остается хорошим. (Прим. пер.)

его энергия превышает E_i . В соответствии с результатами предыдущего подраздела, каждый из фотоносителей имеет вероятность $p(E)$ образовать одну (или более) вторичных пар, равную

$$p\left(\frac{h\nu - E_g}{2}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{h\nu - E_g - 2E_i}{2rE_R}\right). \quad (2,8)$$

В области энергий $h\nu$, где можно пренебречь парами «третьего поколения», квантовый выход $Q(h\nu)$ должен выражаться как

$$Q(h\nu) = 1 - 2p\left(\frac{h\nu - E_i}{2}\right) = 3 - 2 \exp\left(-\frac{h\nu - E_g - 2E_i}{2rE_R}\right). \quad (2,9)$$

Отсюда следует, что пороговая энергия для фотонов составляет

$$h\nu = E_g + 2E_i. \quad (2,10)$$

На рис. 4 данные теории сопоставлены с результатами Вавилова для

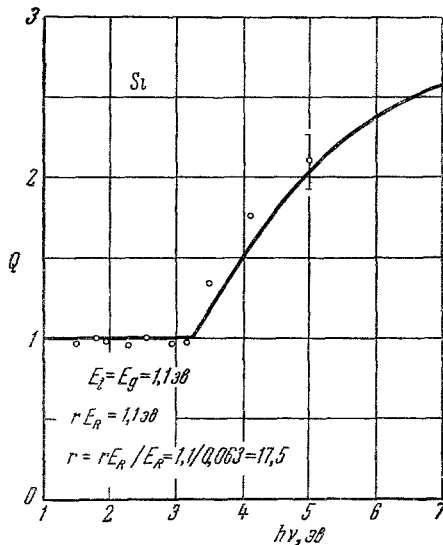


Рис. 4. Сравнение рассматриваемой простой модели процесса с данными Вавилова для кремния (1959).

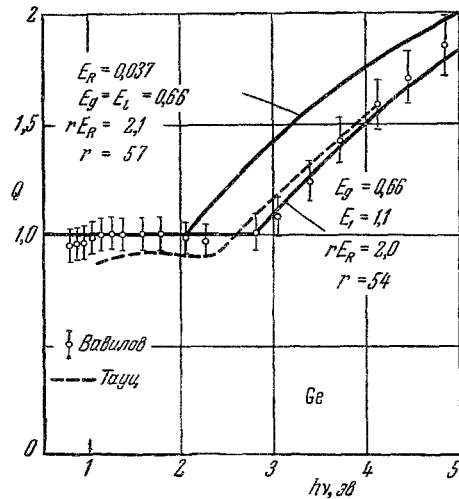


Рис. 5. Сравнение рассматриваемой простой модели с данными для германия Вавилова (1959) и Тауца (1959).

кремния, причем используются известное значение $E_g = 1,1$ эВ и подобранные константы

$$E_i = 1,1 \text{ эВ и } rE_R = 1,1 \text{ эВ.} \quad (2,11)$$

Из рисунка видно хорошее совпадение. Используя значение 0,063 эВ для E_R , получаем

$$r = 17,5 \text{ фононов, возникающих на одну ионизацию.} \quad (2,12)$$

На рис. 5 показаны результаты аналогичного подбора констант для германия в предположении $E_i = E_g = 0,66$ эВ. В этом случае столь хорошее совпадение не получается, и большее значение E_i привело бы к лучшему совпадению. Значение rE_R составляет 2,1 эВ для $E_R = 0,037$ эВ при $r = 5,7$.

В хорошем соответствии выводов из простой модели и данных опыта есть озадачивающие стороны. Прежде всего, нет причин, которые в действительности обеспечивали бы равное распределение энергии между фотодыркой и фотоэлектроном в кремнии. С другой стороны, данные как для

кремния, так и для германия заставляют считать, что в области изучавшихся энергий имеется лишь один порог. (С другой стороны, для антимонида индия ясно видны два порога — Тауц и Абрагам (1959).) То обстоятельство, что квантовый выход для кремния плавно возрастает до значения $Q > 2$, заставляет предполагать, что как фотодырка, так и фотоэлектрон могут вызывать образование пар. Данные для германия не заставляют предполагать, что существует второй порог, и хотя они не простираются до значений $Q > 2$, они укладываются на кривой, которую можно хорошо аппроксимировать выражением

$$Q = 1 + x \left(1 - \exp \frac{h\nu - h\nu_a}{2rE_R} \right), \quad (2,13)$$

если выбрать значение x между 1,5 и 2,5; это соответствует утверждению, что оба типа фотоносителей в германии ионизируют, если $h\nu$ превосходит 2,9 эв.

Теория возрастающего квантового выхода была развита Антончиком (1957, 1958). Его теория существенно расходится с рассматриваемой нами. Согласно модели Антончика, переменный квантовый выход обусловлен распределением фотоэлектронов в зоне Бриллюэна немедленно после фотоионизации. Изменение квантового выхода является следствием изме-

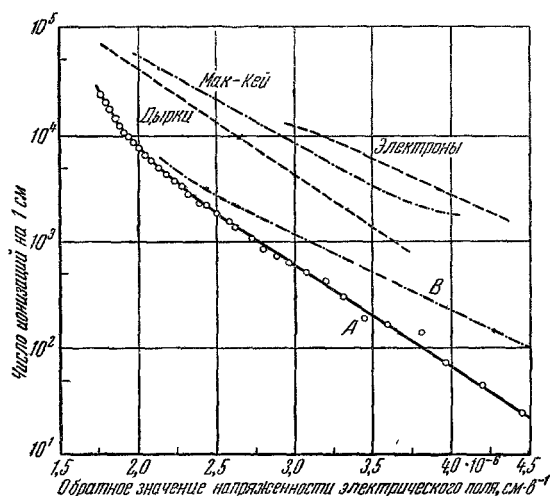


Рис. 6. Коэффициент вторичного умножения в кремнии, согласно Чиновесу (1960).

Кривая А соответствует электронам в p — n -переходе с пробивным напряжением 44 в. Верхняя кривая с надписью «электроны» относится к предыдущим измерениям в p — n -переходе с пробивным напряжением в 20 в. Эти две кривые используются для анализа (В представляет альтернативную интерпретацию данных кривой А). Кривая с надписью «дырки» представляет данные Чиновеса (1958) в той же публикации, что и верхняя кривая. Оставшаяся кривая взята из работы Мак-Кея (1954).

нения числа фотоэлектронов, находящихся в той части зоны, где они способны вызывать ударную ионизацию. Антончик упоминает о возможности того, что рассеяние фотоэлектронов фононами в соответствующую часть зоны может повлиять на вероятность ионизации, но отбрасывает эту возможность. Простая модель может в некоторой степени соответствовать истинному процессу в случае, если неучтенный им процесс является важным. В этом случае r может представлять отношение объема, в котором ионизация невозможна, к объему, где она возможна.

Другой возможной интерпретацией больших значений r является предположение, что все возрастание квантового выхода связано с процессами, в которых закон сохранения импульса выполняется благодаря участию фононов и которые поэтому менее вероятны, чем испускание фононов (см. также примечание к разделу 2Б).

2Г. Применение простой модели к явлению вторичного умножения. Увеличение точности определения α — коэффициента вторичного умножения (определенного как число пар, образуемых на 1 см пути в поле напряженностью F (в/см)) для дырок или электронов, имело место после первоначальной работы Мак-Кея и Мак-Эффи (1953). Современные и, по-видимому, наиболее точные данные принадлежат Чиновесу (1960) и относятся к электронам в кремнии. Эти данные приведены на рис. 6. С точки зрения задач настоящей работы, следует

отметить две особенности этих данных. Во-первых, $\ln \alpha$ линейно зависит от $1/F$ при изменении α на несколько порядков. Во-вторых, те же значения α получены при напряженности поля в 1,5 раза больше в недавно изучавшихся 44 ϵ -переходах в сравнении с более ранними опытами с 20 ϵ -переходами. Первое из этих обстоятельств будет обсуждаться в данном подразделе, второе — в подразделе 3В.

В настоящем разделе основной величиной, используемой для анализа, будет

$$E_i^* = \frac{qF}{\alpha}, \quad (2,14)$$

где q — заряд электрона, а F/α — падение напряжения, приходящееся на одну ионизацию вдоль пути ионизирующего носителя. Следовательно, E_i^* есть средняя энергия, приобретаемая носителем за счет поля и приходящаяся на одну ионизацию.

Мы рассмотрим два предельных случая. Один из них соответствует очень высоким значениям F (очень горячие носители), а другой — очень малым значениям F . С точки зрения простой модели, для очень горячих носителей энергия носителя в среднем превышает E_i . В процессе ударной ионизации носитель затратит энергию, равную rE_R , на образование фононов, на каждую пару, возникновение которой требует затраты энергии E_i . Поэтому предельное значение E_i^* в случае сильных полей составит

$$E_i^* = E_i + rE_R. \quad (2,15)$$

Предельное выражение для случая слабого поля, которое будет выведено ниже:

$$E_i^* = 2rE_R \exp\left(\frac{E_i}{qL_R F}\right) = rE_R \exp\left(\frac{b}{F}\right), \quad (2,16)$$

где

$$b \equiv \frac{E_i}{qL_R}. \quad (2,17)$$

Этот предельный случай можно истолковать следующим образом. В слабых полях средняя энергия «теплых» носителей мала и по порядку сравнима с E_R . Рассмотрим носитель, который после рассеяния имеет энергию меньше E_R . Он приобретает энергию E_i , если сможет пройти расстояние E_i/qF без рассеяния. Вероятность того, что это произойдет, равна $\exp(-E_i/qL_R F)$. Следовательно, носитель будет рассеиваться $\exp(E_i/qL_R F)$ раз и получит энергию, меньшую E_R , до того, как он приобретет достаточную для ионизации энергию, и затем ионизует вместо того, чтобы испустить фонон. Он должен получить энергию E_R за счет поля для каждого из этих событий. В результате, E_i^* выражается формулой (2,16), а величина α через

$$\alpha(F) = \frac{qF}{rE_R} \exp\left(-\frac{E_i}{qL_R F}\right). \quad (2,18)$$

В приведенном выводе не учитывается ионизация носителей, которые достигают, например, энергии $E_i/2$, затем рассеиваются и впоследствии набирают необходимую энергию. Для слабых полей это пренебрежение оправдано тем, что носитель, который рассеян в произвольном направлении с энергией $E_i/2$, должен в среднем пройти большее расстояние, чтобы набрать энергию E_i , чем покоящийся носитель. Таким образом, в слабых полях двухступенчатые процессы играют пренебрежимо малую роль. Предельное выражение для слабых полей, разумеется, справедливо лишь в тех пределах, когда обычными потерями на «акустическое» рассеяние можно пренебрегать.

Промежуточный случай можно оценить следующим образом: закон сохранения энергии требует, чтобы

$$qFv_d = \left(\frac{v_\theta}{L_R} \right) E_R^*, \quad (2,19)$$

где v_d — скорость дрейфа носителей в поле, v_θ — скорость случайного движения горячих носителей и E_R^* — средняя потеря энергии на пути L_R . Значение E_R^* изменяется от E_R для энергий, меньших E_i , до $E_R + (E_i/2)$ для очень горячих электронов. Закон сохранения импульса подобным же образом приводит к выражению

$$qF = \frac{mv_d v_\theta}{L_R}. \quad (2,20)$$

Два уравнения могут быть разрешены относительно v_d и v_θ в форме

$$\frac{1}{2} m v_d^2 = \frac{E_R}{2}, \quad (2,21)$$

$$E_\theta \equiv \frac{1}{2} m v_\theta^2 = \frac{(qL_R F)^2}{rE_R^*} = \frac{E_i^2}{2E_R^*} \left(\frac{F}{b} \right)^2. \quad (2,22)$$

E_θ соответствует kT для горячих носителей. Аналогичные выражения были даны Шокли (1951) и Вольфом (1954). Вольф показал, что распределение носителей близко к максвелловскому, если kT заменить на E_θ , но с заменой коэффициента 2 на $[3(1 - \cos \theta)_{\text{сред}}]$, где θ — угол рассеяния. Вольф сравнивал данные об ионизации с этим промежуточным случаем. Он не анализировал случая слабых полей, который, по-видимому, объясняет данные, рассматриваемые ниже.

Рис. 7. Интерпретация кривой А рис. 6 с точки зрения простой модели с использованием значений $E_i^* = qF/\alpha$ — энергии образования пар из измерений с электрическим полем.

Точки \circ получены из А на рис. 6. Точка \square соответствует промежуточному случаю в уравнении (2,23).

Из выражения для E_θ видно, что случай очень горячих носителей имеет место, когда E_θ равно E_i^* и

$$\frac{b}{F} = \left(\frac{E_i}{2E_R^*} \right)^{1/2}. \quad (2,23)$$

При этих условиях около 7/8 носителей должны иметь энергию выше E_i и E_i^* должно составлять около $8/7(E_i + rE_R)$.

На рис. 7 приближения для сильного поля, слабого поля и промежуточного случая сравнены с данными Чиновеса (А на рис. 6). Предельное уравнение для слабого поля (2,16), согласно которому $\ln E_i^*$ меняется пропорционально b/F , соблюдается очень хорошо почти во всей области измерений. Для сильных полей данные смещаются ближе к промежуточному случаю, показанному вблизи $b/F \approx 2$ в соответствии с уравнением (2,23) при $E^* = 0,12$ эв. Из рис. 7 следует, что

$$b = 2,05 \cdot 10^6 \text{ в/см} \quad (2,24)$$

и остающаяся подбираемая константа L_R равна

$$L_R = \frac{E_i}{bq} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ см.} \quad (2,25)$$

Следует заметить, что Чиновес (1960) интерпретировал b тем же образом, но при $E_i = 2,3 \text{ эв}$. Однако он не указывает, как теория может привести к такому предельному выражению, и не предлагает какой-либо теории для коэффициента перед экспоненциальным членом. На рис. 7 показано, что простая модель с тремя подбираемыми константами

$$E_i = 1,1 \text{ эв}, \quad rE_R = 1,1 \text{ эв}, \quad L_R = 50 \text{ \AA} \quad (2,26)$$

позволяет объяснить дополнительно две экспериментально определенные величины, помимо двух, определенных в измерениях квантового выхода, именно b и значения E_i^* при $1/F = 0$. Последняя величина превосходно согласуется с предсказанным значением rE_R .

В табл. I приведены типичные значения величин, соответствующие рассматриваемой простой модели, а также аналогичные величины, по данным предшествовавших работ

Таблица I

Константы процесса вторичной генерации в Si

	Оптические или рамановские фононы		Ионизация	
	Порог E_R	Ср. свободн. пробег L_R	Порог E_i	Ср. свободн. пробег $L_i \equiv L_R/n$
Предшествующие теории	0,07 эв	100—200 \AA	2,3 эв (электроны)* 2,8 эв (дырки)*	15 \AA
Данная работа . .	0,063 эв	50 \AA	1,1 эв	380 \AA

* A. G. Chynoweth, K. G. McKay, Phys. Rev. 108, 29 (1957).

Возможно, что точное совпадение значений в точке пересечения кривых рис. 7 случайно. Действительно, как показано в работе Келдыша, Вавилова и Брицына (1960) и более ранней работе Франца (1958)*), эффективная ширина запрещенной полосы уменьшается в сильных электрических полях. В качестве грубого приближения, мы предположим, что в интересующей нас области можно записать

$$E_i(F) = \frac{(F_0 - F) E_i}{F_0}, \quad (2,27)$$

где F_0 — напряженность поля, при которой запрещенная полоса фактически исчезнет. Очевидно, что F_0 имеет порядок величины полей, связанных с туннельными явлениями и, по-видимому, превышает b . Подставив это выражение в формулу для E^* (случай слабого поля), получим

$$E_i^* = rE_R \exp\left(-\frac{b}{F_0}\right) \exp\left(\frac{b}{F}\right). \quad (2,28)$$

Отсюда ясно, что точка пересечения должна соответствовать величине, меньшей rE_R приблизительно в $\exp(-1)$ раз.

*) См. также Л. В. К е л д ы ш, ЖЭТФ 34, 1138 (1958). (Прим. пер.)

2Д. Средняя энергия, необходимая для образования пары электрон — дырка частицами высокой энергии. Когда частица высокой энергии, такая как протон, бета-частица или даже осколок деления, входит в кристалл кремния, число пар электронов и дырок, создаваемых ею, не зависит от природы частицы и определяется только ее энергией, согласно результатам, недавно опубликованным Грейнером, Майером, Уиггинсом и Фридлендом (1960). Эти результаты согласуются с более ранними данными Мак-Кея и Мак-Эффи (1953). Мак-Кей и Мак-Эффи в полном смысле слова определили энергию, необходимую для образования пары (в более поздней работе это не было сделано), и получили значения, равные $3,6 \pm 0,3$ эв на пару в кристаллах кремния и $2,95 \pm 0,15$ эв на пару для германия.

Другие значения, данные Вавиловым (1959), составляют $4,2 \pm 0,6$ эв для кремния и $3,7 \pm 0,4$ эв для германия. Зареба (1959) указал значение для германия, равное $2,8 \pm 0,3$ эв, но позднее пересмотрел его и дал значение, равное $3,8 \pm 0,3$ эв (частное сообщение).

С точки зрения простой модели эти результаты интерпретируются следующим образом. Частица высокой энергии затрачивает свою энергию на образование пар электронов и дырок также сравнительно высокой энергии, которые в свою очередь способны образовывать пары, и т. д. Поступающую энергию можно учесть тремя путями. Каждый акт ударной ионизации, приводящий к возникновению пары, поглощает энергию E_i из суммарной кинетической энергии системы носителей. В дополнение к этому, вообще говоря, энергия, равная rE_R , переходит в энергию фононов, прежде чем происходит ионизация (следует заметить, что большую часть пар вероятно образуют носители, энергия которых лишь в несколько раз превосходит E_i). После того как носитель освобожден и более не способен ионизовать, он имеет кинетическую энергию, которую мы обозначим через E_F ; эту остаточную энергию он также передает фононам.

Очевидно, что по порядку величины E_F должно совпадать с E_i , так как если в начальный момент энергия носителя лишь немного меньше E_i , он не сможет ионизовать и его энергия перейдет в тепло. То же утверждение справедливо и для носителя, энергия которого близка к E_i сразу после образования им пары — электрона и дырки. С учетом энергии E_F , энергия, необходимая для образования пары, равна

$$E(\text{пара}) = 2E_F + E_i + rE_R. \quad (2,29)$$

Если мы предположим, что носители, возникшие в результате процесса, имеют равную вероятность находиться в любой точке зоны Бриллюэна с энергией ниже E_i , то для параболических поверхностей равной энергии

$$E_F = 0,6E_i \quad (2,30)$$

и

$$E(\text{пара}) = 2,2E_i + rE_R. \quad (2,31)$$

Эта формула находится в удовлетворительном соответствии с упоминавшимися экспериментальными значениями $E(\text{пары})$, как это видно из табл. II.

Простая модель процесса ставит статистическую задачу относительно E_F , которую нельзя разрешить без дополнительных данных о том, как остаточная энергия ($E - E_i$) распределяется между носителями после возникновения пары. Очень грубая оценка в предположении о том, что энергия распределяется поровну между тремя носителями (падающим носителем и возникшей парой) после возникновения пары, приводит к результату:

$$E_F \cong \frac{E_i(E_i + 3rE_R)}{5(E_i + 0,3rE_R)}. \quad (2,32)$$

Это не влияет на данные в табл. II для кремния и изменяет данные для германия, так как $E_F = E_i$ и $E(\text{пара}) = 4,1$ эв.

Очевидно, что в пределах точности эксперимента и математического анализа простая модель дает результаты, согласующиеся с опытом.

Таблица II

Энергия в электрон-вольтах, необходимая для образования пары электрон—дырка частицей высокой энергии или фотоном высокой энергии

	Кремний	Германий
E_i	1,1	0,66
rE_R	1,1	2,1
$2,2E_i + rE_R$	3,5	3,6
Измеренные значения $E(\text{пара})$		
Мак-Кей, Мак-Эффи (1953) . . .	$3,6 \pm 0,3$	$2,95 \pm 0,15$
Вавилов (1959)	$4,2 \pm 0,6$	$3,7 \pm 0,4$
Зареба (1959)		$2,8 \pm 0,3$
Зареба (1960), личное сообщение		$3,8 \pm 0,3$

2Е. Интерпретация спектрального распределения радиации микроплазмы. Спектр радиации, возникающей, по-видимому, при рекомбинации дырок и электронов в микроплазме (см. раздел 5), был измерен Чиновесом и Мак-Кеем (1956); их результаты показаны на рис. 8. На этом же рисунке показан спектр излучения p - n -перехода, к которому приложено прямое смещение. Следует заметить, что интенсивность излучения микроплазмы падает во столько же раз, как для излучения при прямом смещении при энергии фотонов, отличающейся в семь раз от энергии фотонов, соответствующей максимальной интенсивности в спектре.

Если разброс по энергиям обусловлен кинетической энергией носителей, это означает, что температура носителей превышает комнатную температуру примерно в 7 раз и близка к 2100°K , чему соответствует $E_0 = 0,18$ эв.

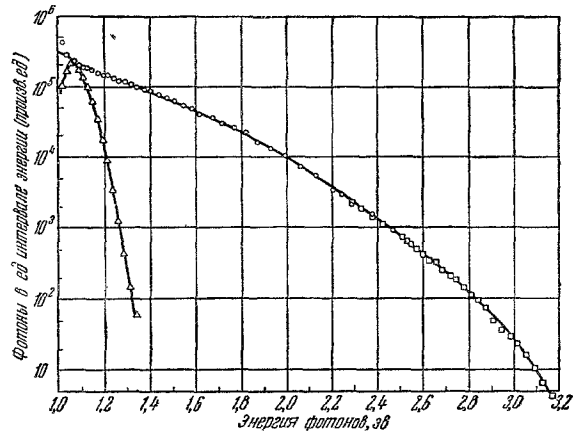


Рис. 8. Спектральное распределение фотонов за единицу времени в единичном диапазоне значения энергии (исправленное на чувствительность установки) для микроплазмы и для рекомбинации при прямом смещении (Чиновес и Мак-Кей (1956)).

Δ — ток в прямом направлении, для тока в обратном направлении, ○ — использование фотоумножителя с спектральной чувствительностью типа S1, □ — использование фотоумножителя с спектральной чувствительностью типа S4

Это значение E_0 находится в соответствии с простой моделью, согласно которой

$$E_0 = \frac{(qL_R F)^2}{2E_R^*} = 0,32 \text{ эв} \quad (2,33)$$

для $L_R = 50 \text{ \AA}$, $E_R^* = 0,063 \text{ эв}$ и $F = 400\,000 \text{ в/см}$, т. е. возможной напряженности поля в микроплазме.

Другой метод использования данных состоит в решении уравнения (2,22) для E_0 относительно E_i . С этой целью мы берем более точную форму уравнения из работы Вольфа и вместо коэффициента 2 подставляем

$$3(1 - \cos \theta) = 3.$$

Это дает

$$E_i = \left(\frac{b}{F} \right) (3E_0 E_R^*)^{1/2}. \quad (2,34)$$

Из рис 7 видно, что поля, вызывающие пробой, напряженность которых в микроплазмах составляет вероятно около $400\,000 - 600\,000 \text{ в/см}$, соответствуют значениям b/F от 3,3 до 5.

Значения E_R^* могут изменяться от 0,063 до 0,12, как это было показано в подразделе 2Д. Это приводит к области значений E_i , соответствующих

$$E_i = 1,0 \pm 0,4 \text{ эв} \quad (2,35)$$

Эта оценка минимального значения E_i основана, очевидно, на данных о вторичном умножении и радиации плазмы. Она находится в хорошем соответствии с оценкой по данным о квантовом выходе.

Следует обратить внимание на две другие особенности спектрального распределения радиации. Непрерывная кривая одного характера продолжается в сторону малых энергий до 1,1 эв. Мы вернемся к этому обстоятельству после того, как обсудим ход кривой в области высоких энергий. При высоких энергиях эффективная температура кажется более низкой, так как кривая идет круче. Это согласуется с тем, что можно ожидать, исходя из того, что E_R^* возрастает примерно вдвое с электронной температурой.

Часть кривой, соответствующая малым энергиям, на первый взгляд кажется менее понятной. Тенденция к перегибу вверх при самых малых энергиях может быть связана с переходами между разными частями сложной структуры энергетических зон.

Однако если большая часть радиации обусловлена рекомбинацией пар электронов и дырок, то максимум должен бы был соответствовать энергии, превышающей ширину запрещенной полосы на несколько значений энергии хаотического движения в уравнении (2,33). Этот максимум является следствием формы спектра, описываемого выражением вида

$$E^n \cdot \exp \left(-\frac{E}{E_0} \right),$$

где коэффициент E^n соответствует имеющемуся пространству в зоне Бриллюэна, помноженному на вероятность рекомбинации. Возможно, что этот максимум не обнаруживается из-за слияния этой части спектра с излучением, обусловленным внутризонными переходами.

Другое объяснение, кажущееся более вероятным, состоит в том, что в области сильного поля микроплазмы ширина запрещенной полосы существенно уменьшается вследствие процессов, обсуждавшихся в подразделе 2Д. Для рекомбинационного механизма, рассматриваемого нами, это означает, что дырка и электрон, не имеющие достаточной энергии для того, чтобы сблизиться и рекомбинировать, оказываются рядом вследствие тун-

нельного эффекта и рекомбинируют, в то время как их «дипольная» энергия в поле отрицательна; в результате этого они излучают энергию, меньшую ширины запрещенной полосы.

Возвращаясь к области спектра, соответствующей большой энергии, мы видим, что уменьшение интенсивности, или эффективной температуры, начинается при энергиях, близких к 1,5 эв. Если предположить, что интенсивность подчиняется закону

$$I(h\nu) = E^n \exp\left(-\frac{E}{E_0}\right), \quad (2,36)$$

$$E = h\nu - E_g(F), \quad (2,37)$$

то, выбрав значения $E_g(F) = 0,6$ эв и $n = 0,5$, можно получить случай, когда $I(h\nu)E^{-n}$ пропорционально $h\nu$ вплоть до $h\nu = 2$ эв. В этом случае наклоны при малых и больших энергиях, соответственно, дают значения E_0 , равные 0,27 и 0,17 эв. Различие между двумя последними значениями E_0 примерно в 1,5 раза отличается от величин E_R^* при малых и больших энергиях. Переход должен иметь место, когда либо дырка, либо электрон имеют достаточную вероятность получить энергию, превышающую E_i . Это может произойти, если $h\nu$ немного меньше $E_g(F) + 2F_i = 2,8$ эв, и именно это наблюдается на опыте. Объяснить данные, пользуясь пороговым значением, равным 2,3 эв, было бы более трудно.

Очевидно, что новые, более подробные исследования радиации плазмы, в особенности в однородных переходах, подобных обсуждаемым в разделе 4, были бы весьма ценными.

Другим интересным явлением, которое могло бы дать сведения об электронной температуре, является электронная эмиссия с поверхности кремния, наблюдавшаяся Бертоном (1957). В настоящей работе не было возможности интерпретировать последние данные Бертона (1957) или Зеницкого (1959).

2Ж. Интерпретация данных о пороговой энергии. Подробные исследования *p-n*-переходов с низким напряжением пробоя были проведены Чиновесом и Мак-Кеем (1957), сделавшими попытку непосредственно определить минимальную (пороговую) энергию образования пар. Используя эмпирический метод экстраполяции данных о фотопомножении, они пришли к выводу о том, что в переходе нулевой ширины умножение не может иметь место, если фотоноситель не получит энергии 2,3 эв или больше. Наиболее узкий *p-n*-переход, излучавшийся ими, имел толщину слоя пространственного заряда, близкую к 800 Å. Эта толщина настолько велика в сравнении с L_R и поле так слабо, что можно использовать предельный случай умножения в слабом поле.

На рис. 9 сделана попытка построить теоретическую кривую, согласующуюся с данными, использованными ими при экстраполяции. Кривая основана на данных для простой модели с учетом краевых эффектов для тонкого слоя пространственного заряда; однако, все значения α произвольно увеличены в 4 раза.

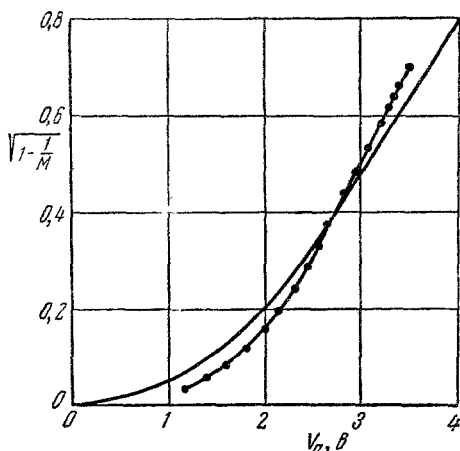


Рис. 9. Сравнение теории с данными Чиновеса и Мак-Кея, экстраполированными ими для получения пороговой энергии 2,3 эв.

Очевидно, что простая модель с порогом в 1,1 эв дает кривую наблюдаемой на опыте формы с прямолинейным участком, который экстраполируется к значениям, использованным Чиновесом и Мак-Кеем для получения пороговой энергии 2,3 эв.

Таким образом, их данные во всяком случае не противоречат порогу при 1,1 эв.

Коэффициент 4, понадобившийся для согласования данных, может быть объяснен низким напряжением и высокой степенью компенсации в переходе (см. раздел 3) и дает меньшее расхождение, чем разница между двумя сериями измерений Чиновеса, при 44 э и при 20 э, показанная на рис. 6.

Таким образом, как было указано в начале данного раздела, простая модель с тремя подбираемыми константами позволяет получить согласие с шестью экспериментальными величинами: порогом и наклоном возрастающего участка спектральной кривой квантового выхода в подразделе 2В; наклоном и точкой пересечения для коэффициента ударной ионизации в слабых полях в подразделе 2Д; энергией на образование пары в подразделе 2Е; и, наконец, температурой, соответствующей излучению плазмы в подразделе 2Е.

3. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФЛУКТУАЦИИ (НЕОДНОРОДНОСТИ) ПЛОТНОСТИ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРИМЕСЕЙ

3А. Статистика распределения ионов. Если доноры или акцепторы образуются в германии путем захвата нейтронов и если ожидаемое число доноров в объеме U равно

$$m = UNa, \quad (3,1)$$

то вероятность найти a доноров в объеме U дается распределением Пуассона

$$P(a) = \frac{m^a e^{-m}}{a!}. \quad (3,2)$$

m является средней величиной a . Среднее квадратичное отклонение от среднего (дисперсия)

$$av(a - m)^2 = m. \quad (3,3)$$

Корень из среднего квадратичного отклонения a от средней величины m называется средней квадратичной ошибкой δm и может быть записан в виде

$$\delta m \equiv [av(a - m)^2]^{1/2} = m^{1/2}. \quad (3,4)$$

Относительное отклонение, очевидно, равно

$$\frac{\delta m}{m} = m^{-\frac{1}{2}}. \quad (3,5)$$

Для больших величин m может быть использовано приближение Гаусса

$$P(a) = (2\pi m)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{(a - m)^2}{2m}\right]. \quad (3,6)$$

Очевидно, что эта величина должна представлять энтропийный член $\exp(TS/kT) = \exp(S/k)$ при рассмотрении флуктуаций в статистической механике.

В случае, если доноры вводятся не путем случайных процессов, а в процессе диффузии при высокой температуре во время выращивания

кристалла полупроводника из расплава или раствора, или же при диффузии в твердом состоянии, то члены электростатической энергии, вместе с энтропийными членами, будут также стремиться подавлять флуктуации доноров. Если в объеме U содержится большее число a доноров, чем ожидаемое число $m = UN_d$, то электростатический потенциал в объеме будет более положительный, причем увеличение потенциала δV будет отталкивать настолько больше электронов и притягивать настолько больше дырок, чтобы нейтрализовать эти избыточные доноры (мы рассматриваем объем с размерами больше длины Дебая). Изменение плотности электростатического заряда связано с δV и может быть записано в виде

$$-q(N_d - N_a) g q \frac{\delta V}{kT} = -q(a - m) U \quad (3,7)$$

или в более удобном виде

$$(N_d - N_a) g = 2n_i \text{ для } n_i > N_d - N_a, \quad (3,8)$$

$$g = 1 \text{ для } n_i < (N_d - N_a), \quad (3,9)$$

$$g = \frac{3kT}{2(E_F - E_c)} \text{ для } n_{\text{выр}}, \quad (3,10)$$

где последнее выражение применимо для вырожденных полупроводников n -типа с параболической зоной.

Для перемещения $(a - m)$ доноров в объем U против среднего отталкивающего потенциала $\delta V/2$ требуется энергия

$$\delta E(a) = q(a - m) \frac{\delta V}{2} = \frac{kT}{2Ug(N_d - N_a)} (a - m)^2. \quad (3,11)$$

Это приводит к больцмановскому множителю $\exp\left[-\frac{\delta E(a)}{kT}\right]$, стремящемуся подавить средние квадратичные флуктуации. Комбинируя это с энтропийным множителем, представленным распределением Пуассона, получим

$$p(a) = A \exp\left\{-\frac{(a - m)^2}{2m} \left[1 + \frac{N_d}{g(N_d - N_a)}\right]\right\}, \quad (3,12)$$

где использовано гауссово приближение и A является нормирующим множителем.

Для случаев, представляющих наибольший интерес, соответствующих собственным концентрациям при высокой температуре,

$$g(N_d - N_a) = 2n_i \gg N_d, \quad (3,13)$$

так что больцмановский член дает малый эффект в подавление флуктуаций.

Таким образом, в дальнейшем мы будем предполагать, что химические заряды доноров и акцепторов распределены статистически и независимо в соответствии с распределением Пуассона.

Следствием этого заключения является то, что доноры и акцепторы флуктуируют независимо, так что корень из средней квадратичной флуктуации δQ химического заряда в объеме U дается выражением

$$(\delta Q)^2 = q^2 U (N_d + N_a) = C q^2 U (N_d - N_a), \quad (3,14)$$

где

$$C \equiv \frac{N_d + N_a}{N_d - N_a} \quad (3,15)$$

есть фактор компенсации и является отношением общей плотности химических зарядов к плотности некомпенсированных зарядов. Влияние компенсации на гауссово приближение распределения Пуассона выражается

в замене $m = |U(N_d - N_a)|$ на Cm , которое приводит к размытию распределения в выражениях, подобных уравнению (3,4) для δm или в уравнении (3,6), где Cm должно быть заменено на m , в нормирующем коэффициенте и знаменателе экспоненциального члена.

3Б. Применение к пробивным напряжениям в резком $p^+ - n$ -переходе. Условие лавинного пробоя, которое мы обсудим более полно в следующих разделах, может быть приближенно принято таким, при котором пиковое значение поля достигает пробивной величины F_B . В резком или ступенчатом переходе $p^{++} - n$ в этом случае имеем

$$V_B = \frac{F_B W_B}{2}, \quad (3,16)$$

$$KF_B = q(N_d - N_a)W_B, \quad (3,17)$$

$$V_B = \frac{KF_B^2}{2q(N_d - N_a)}, \quad (3,18)$$

где W_B — ширина области пространственного заряда (при пробое), V_B — напряжение пробоя и

$$K = 1,04 \cdot 10^{-12} \text{ ф/см} \quad (3,19)$$

— диэлектрическая проницаемость кремния.

Пиковое значение поля в переходе и его флуктуация в любой точке будут в основном определяться флуктуациями плотности ионов в окрестности этой точки. Мы будем делить область пространственного заряда на кубики и предполагать, что в каждом кубике пробой определяется средней плотностью ионов в кубике со стороны W_B , содержащей в среднем

$$m = (N_d - N_a)W_B^3 = 4V_B^3 \left(\frac{qF_B}{K} \right) \approx 50V_B^3 \text{ ионов} \quad (3,20)$$

Величина

$$\frac{qF_B}{K} \cong 0,08V^2 \cong (0,3V)^2 \quad (3,21)$$

является характеристикой средней квадратичной флуктуации напряжения в кремнии. Она определяет величину разброса напряжения (пробоя) по переходу.

Так как напряжение V_B зависит, в соответствии с уравнением (3,18), от плотности ионов примесей, то $\delta V/V_B$, относительная величина корня из средней квадратичной флуктуации V_B от кубика к кубику, является такой же, как для ионов примеси. Следовательно, она равна относительной величине корня из средней квадратичной флуктуации в области W_B^3 :

$$\frac{\delta V_B}{V_B} = \frac{\delta Q}{Q} = (Cm)^{1/2} m = \frac{[(N_d + N_a)W_B^3]^{1/2}}{(N_d - N_a)W_B^3} = \frac{C^{1/2} \left(\frac{qF_B}{K} \right)^{1/2}}{2V_B}, \quad (3,22)$$

где C — фактор компенсации в (3,15). Отсюда следует, что флуктуация напряжения практически независима от V_B и определяется

$$\delta V_B = \frac{1}{2} C^{1/2} \left(\frac{qF_B}{K} \right)^{1/2} \cong C^{1/2} \cdot 0,14V \quad (3,23)$$

Все эти результаты показаны на рис. 10.

Типичный переход, скажем, с напряжением пробоя в 20 в имеет ширину области объемного заряда $W_B = 0,4 \text{ мк}$ и площадь $10^{-3} \text{ см}^2 = 10^6 \text{ мк}^2$. Он содержит около $N = 10^6$ кубиков, в каждом из которых в соответствии с (3,20) находится около $m = 20\,000$ некомпенсированных ионов. При таком множестве кубиков очевидно найдется такой, пробой которого вступит

пает при значительно меньших напряжениях, чем среднее. Можно спросить, какой будет величина напряжения пробоя для кубика с наименьшим напряжением пробоя. Такой кубик должен содержать наибольшее число ионов, чем любой другой в p — n -переходе.

Вероятность того, что кубик будет содержать b или более ионов, определяется суммой

$$S(b, m) = \sum p(a, m)$$

для

$$a \geq b \cong \left(\frac{Cm}{2\pi} \right)^{1/2} (b-m)^{-1} \exp \left[-\frac{(b-m)^2}{2Cm} \right]. \quad (3,24)$$

Последнее выражение следует из приближения Гаусса при учете эффекта компенсации согласно (3,15). Тогда вероятность того, что кубик содержит $b-1$ или меньше ионов, будет

$$S'(b=m) = 1 - S(b, m). \quad (3,25)$$

Вероятность того, что все N кубиков одновременно содержат $(b-1)$ или меньше ионов, равна

$$S'(b, m)^N = [1 - S(b, m)]^N = \exp[-NS(b, m)] \equiv f \quad (3,26)$$

(приближенное равенство будет довольно точным для большого числа N).

Величина f есть, очевидно, та часть p — n -перехода, которая не имеет кубиков с более чем $(b-1)$ ионами и является функцией b, m, N . Поэтому f является частью p — n -переходов, которые пробиваются при более высоком напряжении, чем $V_B(b)$, т. е. при $V_B(b-1)$ или выше. Часть p — n -переходов, которые имеют кубики с точно b ионами, является, очевидно, $[f(b+1, m, N) - f(b, m, N)]$, которые мы можем (но не будем) выражать через отклонение величины $S(b, m)$ по отношению к b .

Для того чтобы выяснить, каково распределение $V_B(b)$ от перехода к переходу для кубиков с наимизшими напряжениями пробоя, достаточно рассмотреть три величины f , а именно $f = 1/2, 1/4, 3/4$. Дальнейшая трактовка статистики экстремальных величин может быть найдена, например, в книге Гумбеля (1958).

Половина p — n -переходов имеет экстремальную величину b не больше, чем дается решением (3,24) для $S(b, m)$ с $f = 1/2$. Эта величина b тогда будет представлять p — n -переход при среднем напряжении пробоя.

Полагая f произвольным,

$$S(b, m) = -\frac{\ln f}{N} \quad (3,27)$$

и используя приближение Гаусса, мы получим

$$b-m = \left\{ 2Cm \left[\ln N - \ln(-\ln f) - \frac{1}{2} \frac{\ln 2\pi (b-m)^2}{2Cm} \right] \right\}^{1/2}. \quad (3,28)$$

$1/2$ 12 УФН, т. LXXVII, вып. 1

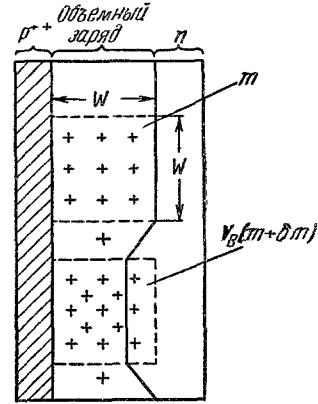


Рис. 10. Метод определения флуктуаций напряжения пробоя от одной области к другой для резкого p^+ — n -перехода на основании предположения о «независимых кубиках»:

$$V_B = \frac{F_B W}{2} = \frac{F_B^2 K}{2qN_d} = \frac{F_B^2 K \mu_n q n}{2} \cong 100 q n,$$

$$m = N_d W^3 = \left(\frac{KF_B}{q} \right) W^2 = \frac{4KV_B^2}{qF_B} \cong 50 V_B^2.$$

$$V_B(m+\delta m) = \frac{mV_B(m)}{(m+\delta m)},$$

$$p(n) = e^{-\frac{m^2 n^2}{n!}} = \frac{1}{V 2\pi m} \exp \left[-\frac{(\delta m)^2}{2m^2} \right],$$

$$\frac{\delta V_B}{V_B} = \frac{\delta m}{m} = \frac{1}{V m} = \frac{V \sqrt{qF_B/K}}{2V_B} = \frac{0,14 V}{V_B}.$$

Для $N \cong 10^6$ и $m \cong 10^4$ величина $(b - m)^2/2Cm$ равна примерно 15, так что $(b - m)^2/2Cm$ в правой части уравнения составляет только 15% от $\ln N$. Поэтому вблизи интервала $[f = 1/2 \text{ и } \ln(-\ln f) = -0,037]$ экстремальное распределение можно представить в виде

$$b - m = (2Cm \ln N)^{1/2} \quad (3,29)$$

с точностью, большей 10%.

Разброс экстремумов может быть установлен при учете пределов f от $1/4$ до $3/4$, которые содержат 50% переходов. В действительности распределение является несимметричным [Гумбель (1958)]. Изменение $\ln(-\ln f)$ равно около 1,6, а изменение $(b - m)$ равно $0,8 (2Cm/\ln N)^{1/2}$, так что среднее отклонение $(b - m)$ от ее средней величины приблизительно равно

$$\delta m (\text{экстр.}) \cong \left(\frac{Cm}{\ln N} \right)^{1/2}, \quad (3,30)$$

где через δm (экстр.) обозначено изменение величины $(b - m)$ в области

$$\text{от } f = 1/4 \text{ до } f = 3/4. \quad (3,31)$$

Таким образом, δm (экстр.) меньше δm в $(\ln N)^{-1/2}$ раз. Следовательно, разброс напряжения пробоя для кубиков с наиболее низким напряжением пробоя для различных $p - n$ -переходов равен

$$\delta V_B (\text{экстр.}) = \frac{\delta V_B}{(\ln N)^{1/2}} = \left(\frac{C}{\ln N} \right)^{1/2} \left(\frac{qF_B}{K} \right)^{1/2} / 2, \quad (3,32)$$

$$\delta V_B (\text{экстр.}) \cong C^{1/2} \cdot 0,04V \text{ для } N = 10^6.$$

Из (3,29) следует, что типичный переход будет иметь кубики с экстремально низким напряжением пробоя, которое будет ниже среднего на величину $(2 \ln N)^{1/2} \delta V_B$. Для $N = 10^6$ это будет составлять

$$V_B (\text{экстр.}) \cong V_B(m) - 5\delta V_B \cong V_B(m) - 0,7C^{1/2}V, \quad (3,33)$$

причем число кубиков с напряжением пробоя, превышающим V_B (экстр.), будет быстро возрастать. Это распределение может быть установлено из приближения Гаусса, которое, включая компенсацию, выражается в виде

$$p(a, m) \sim \frac{\exp(b-m)(b-a)}{Cm} = \frac{\exp V_1 (2m \ln N)^{1/2}}{C^{1/2}V_B}, \quad (3,34)$$

где V_1 является превышением напряжения пробоя a над наинизшим напряжением V_B (экстр.):

$$V_1 = V_B(a) - V_B (\text{экстр.}) = (a - a)V_B/m. \quad (3,35)$$

Таким образом, наклон логарифма числа кубиков, которые могут быть пробиты, в зависимости от V_1 составляет

$$(2m \ln N)^{1/2} C^{1/2}V_B \cong \left(\frac{8 \ln N}{C} \right)^{1/2} 3V^{-1} \cong 30C^{-1/2}V^{-1}, \quad (3,36)$$

где принято $N = 10^6$. Мы вернемся к этому выражению в дискуссии по однородному пробую переходов в разделе 5.

3В. Эффективные локальные флуктуации вторичных коэффициентов размножения. Носитель (заряда), движущийся под влиянием среднего электрического поля F , в слое объемного заряда $p - n$ -перехода может быть дополнительно ускорен за счет статистических флуктуаций напряжения до энергии, необходимой для ионизации E_i , рассмотренной в разделе 2. Эти флуктуации будут тем больше, чем выше степень компенсации. Кроме того, их относительное

воздействие на электрическое поле оказывается наиболее значительным в p — n -переходах с малым напряжением пробоя.

Как следствие этого факта, при тех же средних напряженностях поля скорость ионизации будет выше для переходов с низким напряжением. Это наблюдалось Чиновесом (1960) и обсуждалось в связи с рис. 6. В этом разделе мы установим величину эффекта флуктуаций и сопоставим результаты с экспериментом.

Мы рассмотрим случай слабых полей для простой модели ионизации, рассмотренной в разделе 2В. Считаем, что носитель рассеивается в точке P_1 . Он ускоряется в направлении поля F и проходит расстояния x . В точке x он приобретает от поля энергию qFx . Кроме того, за $1/4$ часть времени пробега он приобретает добавочную энергию

$$q\delta V(x), \text{ где } \delta V_x - \text{корень из средней квадратной флуктуации напряжения между точками на расстоянии } x. \quad (3,37)$$

Если полученная энергия больше энергии E_i , необходимой для ионизации, которую мы запишем в виде

$$E_i \equiv qV_i, \quad (3,38)$$

то изменение в ионизации равно L_R/L_i . Мы сначала рассчитаем среднюю квадратичную флуктуацию $[\delta V(x)]^2$. Для этой цели будем рассматривать элемент объема dU , который содержит $(N_d + N_a) dU$ ионов. Средняя квадратичная флуктуация заряда, определяемая (3,14), равна

$$d(\delta Q)^2 = q^2 (N_d + N_a) dU. \quad (3,39)$$

Это приводит к флуктуациям напряжения, которые рассчитываются из кулоновского потенциала $q/4\pi K r$, даваемого выражением

$$d[dV(x)]^2 = \left[\frac{q^2}{(4\pi K)^2} \right] \left[\left(\frac{1}{r_1} \right) - \left(\frac{1}{r_2} \right) \right]^2 (N_d + N_a) dU, \quad (3,40)$$

где r_1 и r_2 — расстояния для dU точек, разделенных на x . Так как каждый элемент объема флуктуирует независимо, то это выражение может быть проинтегрировано (удобно интегрировать члены в форме $r_1^{-2} - (r_1 r_2)^{-1}$ в сферических полярных координатах с центром $r_1 = 0$). В результате для однородного распределения $(N_d + N_a)$ получим

$$[\delta V(x)]^2 = \left(\frac{q^2}{4\pi K^2} \right) (N_d + N_a) x. \quad (3,41)$$

Мы запишем это выражение для перехода с линейным распределением примесей, для которого при пробое плотность зарядов примесей на краю области объемного заряда равна N_B . Предположим, что N_B мало по сравнению с общей плотностью ионов $(N_d + N_a)$, которая берется постоянной. Вводим фактор компенсации

$$C = \frac{N_d + N_a}{N_B}, \quad (3,42)$$

Другими необходимыми соотношениями являются

$$V_B = \frac{2F_B W_B}{3}, \quad (3,43)$$

$$KF_B = \frac{qN_B W_B}{4}, \quad (3,44)$$

где F_B есть максимум поля в центре перехода, когда напряжение пробоя V_B приложено к области объемного заряда шириной W_B . С учетом этих величин

$$[\delta V(x)]^2 = \left(\frac{C}{\pi} \right) \left(\frac{qF_B}{K} \right) \left(\frac{x}{W_B} \right) = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{qF_B}{K} \right) \left(\frac{F_B x}{V_B} \right) \equiv \beta^2 x. \quad (3,45)$$

Это выражение будет справедливым только для $\frac{x}{W} \ll 1$, так как краевые эффекты не учитывались при интегрировании по объему при расчете $[\delta V(x)]^2$.

Статистическая проблема учета влияния флуктуаций на вероятность ионизации является довольно сложной при точном расчете; здесь используется простейшее приближение. При отсутствии флуктуаций ионизация может начаться после прохождения электроном расстояния

$$x = \frac{E_i}{qF} = \frac{V_i}{F}. \quad (3,46)$$

На этом расстоянии флуктуации напряжения равны $\beta x^{1/2}$. Таким образом, носителю необходимо пройти только часть

$$(V_i - \beta x^{1/2}) V_i = 1 - \frac{\beta x^{1/2}}{V_i} \quad (3,47)$$

расстояния в однородном поле, чтобы иметь примерно 25% возможности набрать энергию ионизации $E_i = qV_i$. Это грубо эквивалентно тому, что имеется эффективное поле F^+ , которое больше F , причем

$$\frac{F^+}{F} = \left[1 + \left(\frac{F}{b} \right) \ln 4 - \left(\frac{E_f}{F} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (3,48)$$

(член, содержащий $\ln 4$, мал для слабых полей). Флуктуации поля F_f можно определить из выражения

$$\frac{\beta^2 x}{V_i^2} = \frac{F_f}{F} = \frac{\beta^2}{V_i F} = \frac{2}{3} \pi C \left[\frac{\left(\frac{qF_B}{K} \right)}{V_i V_B} \right] \left(\frac{F_B}{F} \right), \quad (3,49)$$

$$F_f = \frac{\beta^2}{V_i} = \frac{2}{3} \pi C \left[\frac{\left(\frac{qF_B}{K} \right)}{V_i V_B} \right] F_B \cong \left(\frac{C}{150V_B} \right) F_B; \quad (3,50)$$

последняя форма записи соответствует $V_i \approx 1,1$ эв. Влияние члена F_f/F на F^+/F может привести к таким большим несоответствиям, которые обсуждались Чиновесом для переходов с напряжением пробоя 44 и 20 в.

Например, отношение $3/2$ для F^+/F получено для $F_f/F = 1/9$. Если это отношение имеет место, когда $F = F_B/3$, то $F_f/F_B = 1/27$ и E_f около 20 000 в/см. Величина

$$C = \frac{150V_B F_f}{F_B} = 5,5V_B \quad (3,51)$$

соответствует компенсационному отношению 100 для перехода с напряжением пробоя 20 в.

На рис. 11 показаны данные рис. 6, исправленные на величину $1/F$ для 20 в перехода по формуле

$$\frac{1}{F^+} = \left(\frac{1}{F} \right) \left[1 - \left(\frac{F_f}{F} \right)^{1/2} \right] \quad (3,52)$$

при $F_f = 17\,000$ в/см.

Важность компенсации и статистических флуктуаций, по-видимому, не оценивалась. Данные, которые бы позволили установить C , обычно в литературе не указываются. Мы можем, поэтому, сделать только общие наблюдения в подтверждение модели, предложенной здесь, чтобы объяснить вариации величин эффективных полей.

Если в однородном поле F вторичный коэффициент ионизации есть $\alpha(F)$, тогда при флуктуациях поля около средней величины F α будет приближенно иметь зависимость $\alpha^+(F)$, где

$$\alpha^+(F) = \alpha(F^+) = \alpha \left\{ F/1 - \left(\frac{F_f}{F} \right)^{1/2} \right\}. \quad (3,53)$$

В результате этой зависимости измеренные величины α будут выше, чем истинные α , и меньше зависеть от поля, так как F^+ медленнее спадает с полем, чем само F . Этот эффект наблюдался Мак-Кеем и Мак-Эффи и Чиновесом (1960). Последний указал, что кривые для отдельных переходов показывают меньшую зависимость от поля, чем суммарная кривая, полученная для ряда различных переходов.

Нужно также заметить, что эффекты «тонкой структуры» наиболее естественным путем объясняют систематический сдвиг эффективного поля. Большие вариации, такие как вариации от кубика к кубику, обсужденные в подразделе 3В, должны привести к поведению, обсуждаемому в следующем разделе. Расстояние, на котором важны флуктуации, будет порядка $E_i/qF = V_i/F$ или 500 Å при поле 20 000 в/см, т.е. имеет около V_B/V_i таких областей в переходе. Таким образом, усреднение по большому числу флуктуаций возможно при прохождении через переход одного носителя. Это может привести к увеличению коэффициентов ионизации, как если бы эффективное поле увеличилось от F до F^+ .

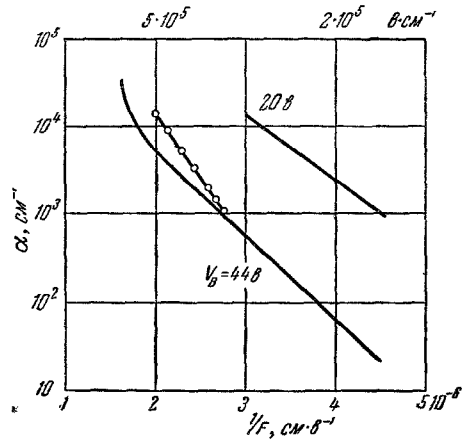


Рис. 11. Коэффициент ионизации для электронов в кремнии.

Данные Чиновеса для перехода с напряжением пробоя 20 в с учетом поправки на флуктуации поля $E_f = 17\,000$ в/см.

4. ЗАВИСИМОСТЬ $1/M(V)$ ОТ V КАК МЕТОД ИСПЫТАНИЯ СОВЕРШЕНСТВА ПЕРЕХОДА

Тот факт, что объемные флуктуации от области к области в p — n -переходе не играют важной роли в определении характеристики предпробойного размножения, может быть показан в так называемых испытаниях на «пятнистость». Чтобы понять эти испытания, нужно прежде всего разобраться в зависимости коэффициента размножения $M(V)$ фототока или других инжектированных токов.

Как было показано рядом авторов [Мак-Кей (1954), Миллер (1957), Чиновес (1960)],

$$1 - \frac{1}{M(V)} = \int_0^W \alpha[F(x)] dx = m\alpha(F)W \equiv S(V), \quad (4.1)$$

где αF — соответствующий средний коэффициент ударной ионизации для дырок и электронов, рассчитанный для пикового поля F в переходе (см. подраздел 3В). Чиновес нашел, что интеграл выражается точно, если взять $m = 0,32$. Интеграл выражает собой суммарный вклад в генерацию всех зарядов, пересекающих переход, $M(V)$ является суммой $1 + S + S^2 + \dots = (1 - S)^{-1}$. (Вул и Шотов (1960) дали более точное решение, чем (4.1), для случая, когда отношение коэффициентов ионизации для электронов и дырок постоянно.)

Пробой имеет место, когда $M(V)$ стремится к бесконечности или S к единице. Так как $S(V)$ имеет единственное значение при $V = V_B$, т. е.

$$S(V_B) = 1, \quad (4.2)$$

то очевидно, вблизи V_B

$$\frac{1}{M(V)} = \left[\frac{dS(V)}{dV} \right]_{V_B} (V_B - V) - \frac{1}{2} \left[\frac{d^2S(V)}{dV^2} \right]_{V_B} (V_B - V)^2 + \dots \quad (4,3)$$

Таким образом, $1/M(V)$ должно линейно стремиться к нулю, когда V стремится к V_B . Индекс n может быть введен, чтобы выразить наклон в виде

$$\frac{1}{M(V)} = 1 - S = \left[1 - \left(\frac{V}{V_B} \right) \right]^n = (1 - y)^n, \quad (4,4)$$

где

$$y \equiv \frac{V}{V_B}, \quad (4,5)$$

так что, когда $V = V_B$ и $y = 1$, то

$$V_B \left[\frac{dS(V)}{dV} \right] = dS(y) dy = n. \quad (4,6)$$

Миллер (1957) получил выражение

$$M(V) = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_B} \right)^n}, \quad (4,7)$$

полезное для обработки экспериментальных данных. Оно соответствует соотношению

$$S(V) = \left(\frac{V}{V_B} \right)^n, \quad (4,8)$$

и

$$V_B \left[\frac{dS(V)}{dV} \right] = n. \quad (4,9)$$

Теоретическая величина n может быть выражена для области слабых полей через $\alpha = qF/E_i^*$, даваемое (2,18) с эффективной средней величиной \bar{b} для дырок и электронов и E_f , определенных в подразделе 3В. Зависимость $S(V)$ от y может быть записана в форме

$$S(y) = mW\alpha^+(F) = \frac{qmWF^+}{r\bar{E}_R} \exp\left(\frac{\bar{b}}{F^+}\right), \quad (4,10)$$

$$\frac{1}{F^+} = \frac{\left[1 - \left(\frac{F_f}{F} \right)^{1/2} \right]}{F}, \quad (4,11)$$

где $r\bar{E}_R$ — соответствующие средние значения для электронов и дырок. Учитывая, что WF пропорциональна y , и

$$\frac{F}{F_B} = y^{2/3} \quad (4,12)$$

обозначая

$$\left(\frac{F_f}{F_B} \right)^{1/2} \equiv u, \quad (4,13)$$

получим

$$n = 1 - \left[\frac{u}{3} (1 - u) \right] + (1 - u)^{-1} \left(\frac{2}{3} - u \right) \ln \left[\frac{\frac{3}{2} q V_B}{r\bar{E}_R (1 - u)} \right], \quad (4,14)$$

где $3m/2$ было взято равным $1/2$ для отношения V_B к \bar{b}/F_B при $S = 1$. Эта формула приводит к величинам n , которые обычно находятся в согласии с величинами, полученными Миллером (1957). Однако при сопоставле-

нии экспериментальных данных с теорией должна быть еще подтверждена используемая здесь модель.

Если переход состоит из нескольких областей с различным напряжением пробоя, то наблюдаемый пробой должен определяться областями

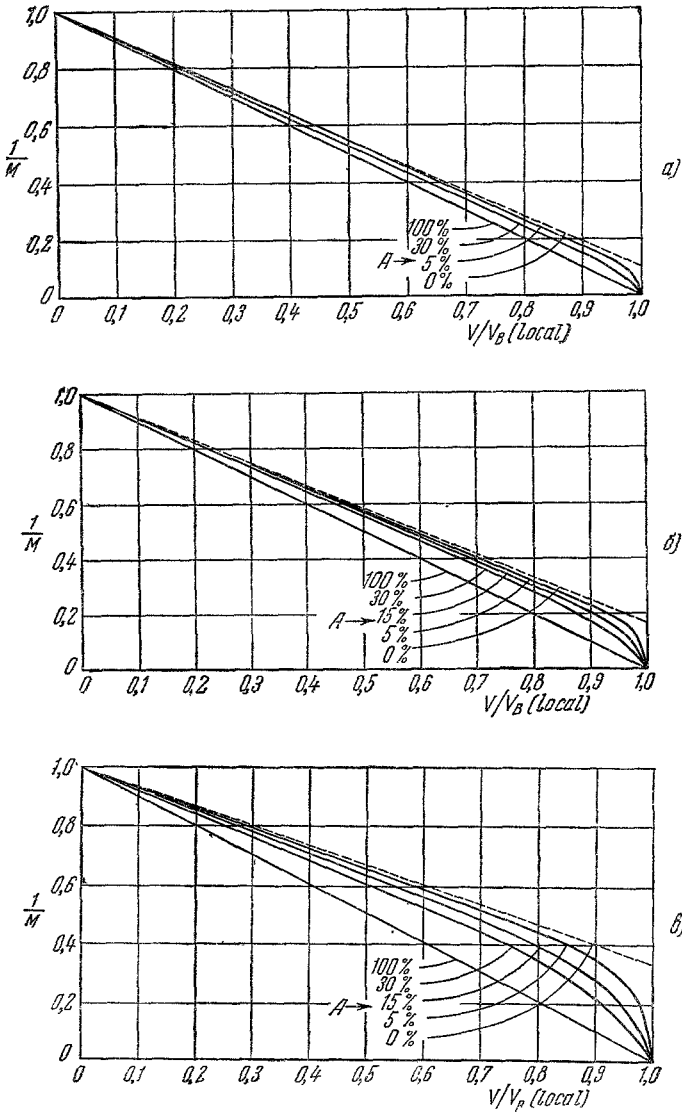


Рис. 12. Расчетные кривые для $1/M(V)$ в зависимости от V/V_B для переходов с пятнами, некоторая часть площади которых пробивается при меньшем напряжении.

Локальное напряжение пробоя по отношению к основному равно:
а) $V=1.1V_{B(\text{local})}$; б) $V=1.2V_{B(\text{local})}$; в) $V=1.5V_{B(\text{local})}$;
 $M=1/[1-(V/V_B)]$; А — % площади, имеющей меньшее напряжение пробоя.

с наименьшими напряжениями пробоя, несмотря на то, что они могут быть малы. Если напряжение пробоя очень мало, последовательное сопротивление будет ограничивать токи. (Такие области изучались Батдорфом и др. (1960), Гёцбергером и Шокли (1959).) Если площадь пятен с малыми

напряжениями пробоя относительно мала по сравнению с площадью перехода, эффективная величина n определяется в согласии с (4,9) как

$$n = -V_B \left[\frac{dM(V)^{-1}}{dV} \right]_{V_B} \quad (4,15)$$

и будет сильно возрастать, так как становятся все более важными площади с малым напряжением пробоя по мере приближения к их напряжениям пробоя.

На рис. 12, *a* и *в* показаны рассчитанные величины $1/M(V)$ в зависимости от $V/V_B = y$ для различных пятнистых переходов при $n = 1$. Когда x стремится к единице, наклон достигает соответствующей части площади, имеющей малое напряжение пробоя. Таким образом, если, например, только 10% площади имеет малое напряжение пробоя, кажущаяся величина n увеличивается в 10 раз. Вообще

$$n \text{ для пятен} = \frac{n \text{ (для однородного перехода)}}{\text{часть площади, имеющей малое напряжение пробоя}}. \quad (4,16)$$

Наблюдается также изгиб кривой вблизи $y = 1$.

На рис. 13, *a* и *б* экспериментальные данные, полученные различными авторами, показаны в виде $1/M(V)$ в зависимости от V или V/V_B . Видно, что эти кривые в общем выражаются прямой линией вблизи напряжения V_B , соответствующего разумным n . Таким образом, можно заключить, что пятна играют малую роль при измерении коэффициентов размножения, когда $M = 10$ или меньше. Это доказательство находится в согласии с рассмотрением, проведенным в разделе 3В, где указано, что несовершенства, которые приводят к различным эффективным полям в разных переходах, распределены в переходе очень неоднородно и имеют мелкозернистый характер. Эта интерпретация находится в разногласии с результатами Батдорфа и др. (1960), которые предположили, что различия в эффективном поле связаны с такими эффектами, как микроплазмы. Эти наблюдения дальше подтверждаются тем, что флуктуации, связанные с компенсацией, могут приводить к различным коэффициентам ионизации для переходов с напряжением пробоя 44 и 20 *в*, рассмотренных в разделе 3В.

5. МИКРОПЛАЗМЫ И ДРУГИЕ ЯВЛЕНИЯ

5А. О б щ е е о п и с а н и е я в л е н и й м и к р о п л а з м. Пробой $p - n$ -переходов в кремнии обычно сопровождается появлением микроплазм. Впервые они наблюдались Мак-Кеем (1954), Мак-Кеем и Мак-Эффи (1953) и затем ими и их коллегами (Чинозес и Мак-Кей (1956), (1959)).

Было установлено, что ток является ступенчатой функцией и является либо нулем, либо величиной порядка 30—100 *мкА*, при протекании тока. Мы будем называть это поведение ступенчатой токовой характеристикой. Такие характеристики образуют шумы в микроплазме, которые изучались названными авторами, а также Чэмплиным (1959). Источники токов имеют цикл, продолжительность которого меняется с приложенным напряжением и приводит к вариациям среднего тока. Небольшое отрицательное сопротивление может быть связано с включением и выключением микроплазмы; напряжение на переходе может падать на доли вольта, когда включается микроплазма. Эти явления изучались Сеницким и Молом (1958) и другими авторами.

Роз (1957) для объяснения эффектов микроплазмы предложил модель микроплазмы, основанную на аналогии с явлениями газового разряда. На рис. 14 показано распределение поля, которое он рассматривал. Видно, что в состоянии включения распределение поля значительно отличается

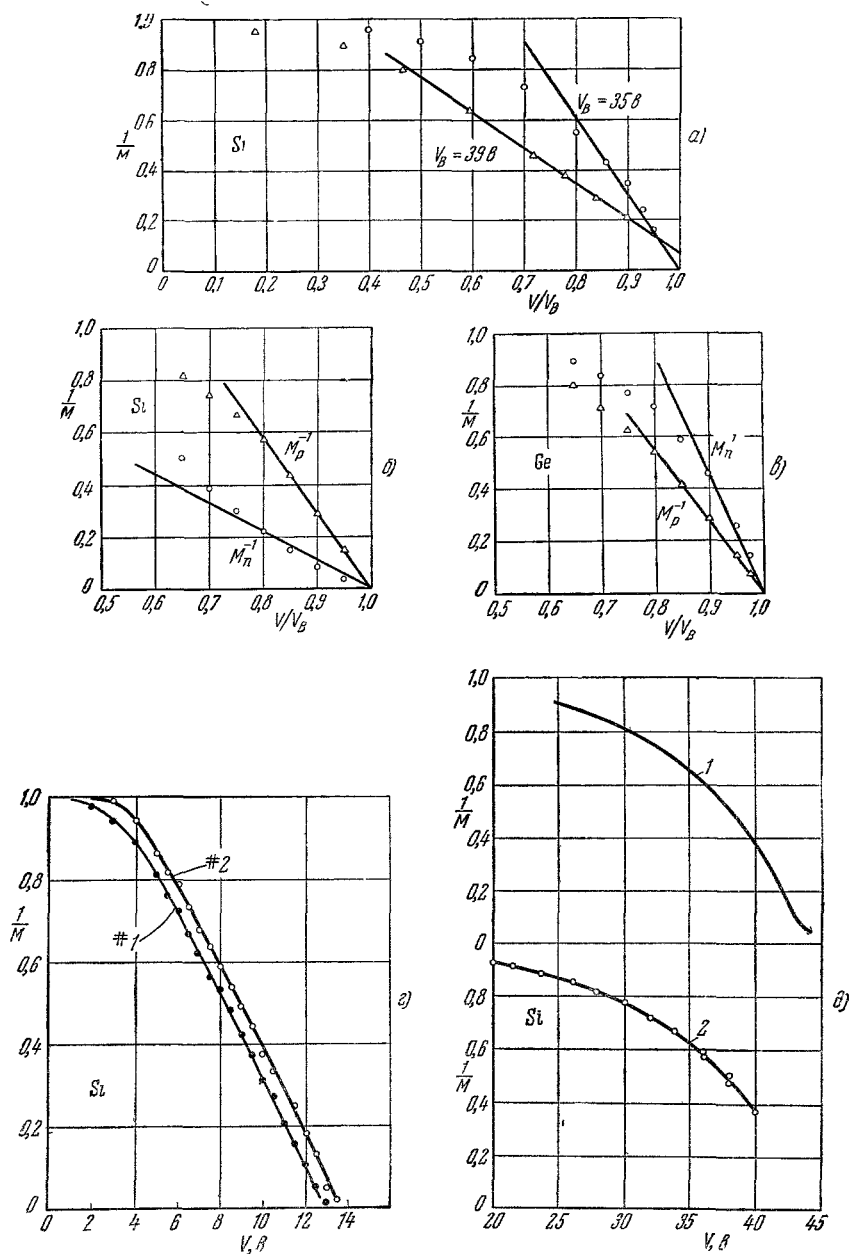


Рис. 13. Графики экспериментальных данных $1/M(V)$ в зависимости от V/V_B для следующих случаев.

а) Кремний (Миллер (1957) (рис. 1), $n-p^+$ -переход, $V_B=35e$ и $p-n^+$ -переход, $V_B=39e$); б) кремний (Вул и Шотов (1960), табл. I); в) германий (Вул и Шотов (1960), табл. I); г) кремний (Мак-Дональд и др. (1959)); д) кремний (Ватдорф и др. (1960)), 1 — из рис. 6, 2 — из рис. 8.

от состояния выключения. Следовательно, напряжение при включении может быть только частью напряжения при выключенном состоянии.

В модели Роза используется структура $n-i-p$. Как им было указано, распределение объемного заряда будет сильно отличным от этого в переходе с линейным распределением примесей. В следующем разделе мы обсудим эту проблему и придем к заключению, что шумы микроплазм с токовыми характеристиками включения — выключения не должны получаться в переходах с линейным распределением примесей.

Эффекты, которые рассматривал Роз, могут иметь место при соответствующей геометрии, как это было показано в работе Гибсона и Морганна (1960). На рис. 15 даны характеристики включения одного из их диодов, которые, очевидно, содержат микроплазмы, рассматриваемые Розом.

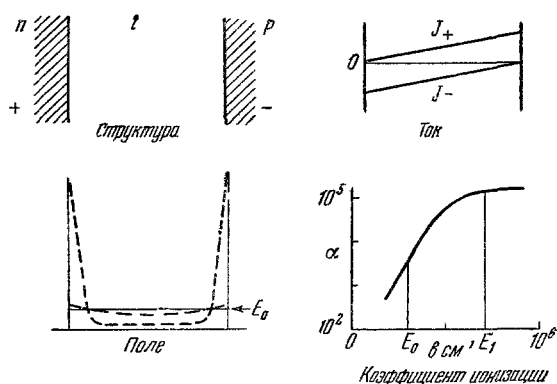


Рис. 14. Схемы, поясняющие механизм неустойчивости, приводящей к микроплазме для $n-i-p$ -структуры (по Розу (1957)).

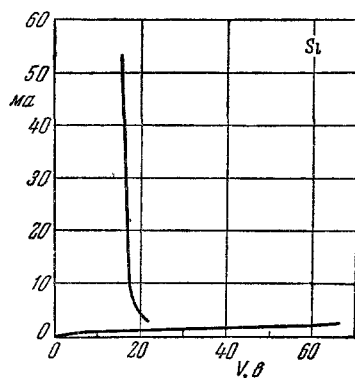


Рис. 15. Вольт-амперные характеристики типичного кремниевых лавинного диода, изучавшегося Гибсоном и Морганом (1960).

По мнению автора этой статьи, и так же как это было подчеркнuto Батдорфом и др. (1960), микроплазмы включают структурные дефекты и не должны иметь место в переходах, содержащих только статистические флуктуации, которые рассматривались в разделе 3. По-видимому, для микроплазм требуются структурные несовершенства, имеющие следующие две особенности.

1. Структурные несовершенства, приводящие к микроплазме, вызывают локальные искажения электрического поля в области, падение напряжения на которой составляет около одного вольта (т. е. порядка E_v/q). Таким образом, эта область составляет несколько сотен ангстрем вдоль поля.

2. Структурные несовершенства содержат ловушки, которые могут иметь высокую плотность заряда. Эти заряды создают электрическое поле, сравнимое с F_B , и благодаря неустойчивости приводят к характеристикам включения — выключения микроплазмы.

В качестве первого требования необходимо, чтобы на опыте напряжение через переход при включении микроплазмы изменялось только на малую величину. Если микроплазма имеет размер, больше чем слой объемного заряда, то изменение в напряжении должно составлять в согласии с (5,1) и (5,2) значительную часть напряжения пробоя V_B , а не доли вольта.

Второе требование следует из того факта, что пространственный заряд подвижных носителей обычно стремится стабилизировать микроплазму, приводя к высокому последовательному сопротивлению. Эта точка зрения

обсуждается в следующем разделе. Представлена также теория пробоя $p-n$ -переходов, совершенных по структуре.

В разделе 5В предположено, что микроплазмы вызываются включением частиц кварца, обсуждается также роль дислокаций *).

5Б. Теория пробоя для $p-n$ -переходов, совершенных по структуре. В этом разделе мы рассмотрим поведение напряжения пробоя в переходе, имеющем только такие статистические вариации напряженности поля, которые обсуждались в подразделе 3В.

Предположим, в согласии с (2,32), что область перехода с площадью A имеет наименьшее напряжение пробоя (V_B (экстр.))

$$V_B(\text{экстр.}) \cong V_B - 5\delta V_B, \quad (5,1)$$

где V_B — среднее напряжение пробоя и

$$5\delta V_B \cong (\ln N)^{1/2} \delta V_B, \quad (5,2)$$

причем из уравнения (3,23)

$$\delta V_B = \frac{1}{2} C^{1/2} \left(\frac{qF_B}{K} \right)^{1/2} \cong C^{1/2} \cdot 0,14V, \quad (5,3)$$

V_B есть корень квадратный из среднего квадратичного отклонения напряжения пробоя от кубика к кубику для N кубиков в переходе и C — фактор компенсации из (3,15).

Если приложенное напряжение больше V_B (экстр.) то электрон, пересекающий площадь A , будет, вероятно, участвовать во вторичной генерации носителей, число которых будет возрастать в геометрической прогрессии. Их число характеризуется приблизительно величиной S в уравнении (4,3). Объемный заряд этих носителей будет уменьшать поле. Стабильное состояние достигается тогда, когда S стремится к единице.

На рис. 16 представлена картина, соответствующая стабильному состоянию. Полагая в (4,1) величину $m=0,32$, будем считать, что размножение происходит главным образом в средней трети слоя объемного заряда. Носители движутся через этот слой и большую часть перехода с ограниченной скоростью дрейфа, даваемой решением (2,21):

$$v_d = \left(\frac{E_R}{m^*} \right)^{1/2} \cong 2 \cdot 10^7 \text{ см/сек.} \quad (5,4)$$

Поле в центре одной трети перехода уменьшается дипольным слоем некомпенсированных зарядов подвижных носителей в оставшихся двух третях перехода. Каждый заряд равен по величине

$$Q = \frac{IW_B}{3v_d}, \quad (5,5)$$

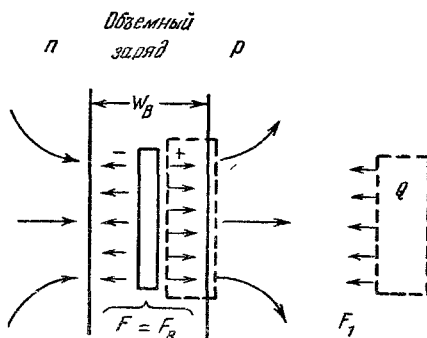


Рис. 16. К методу расчета последовательного сопротивления, связанного с объемным зарядом.

Заряд дырок $Q = IW_B/3v_d = F_d KA$,
 A — площадь

*) В то время, когда статья готовилась к печати, внимание автора привлекли работы Кикучи и Тасикавы (1959), (1960) и Кикучи (1960). В них обсуждается вопрос о важности влияния кислорода на появление микроплазм в германии и кремнии, что до некоторой степени отличается от модели, рассматриваемой в разделе 5В.

где $\frac{W_B}{3v_d}$ — время прохождения и I — общий ток. Это соответствует электрическому полю

$$F_1 = \frac{Q}{KA} = \frac{IW_B}{3Kv_dA}. \quad (5,6)$$

Для того чтобы поддерживать этот ток, приложенное напряжение должно увеличиться по сравнению с V_B (экстр.), соответствующим $S = 1$, на величину ΔV на краях области объемного заряда так, чтобы нейтрализовать поле, связанное с зарядами подвижных носителей:

$$\frac{\Delta V}{W_B} = F_I. \quad (5,7)$$

Это приводит к эффективному последовательному сопротивлению R_{sc} , связанному с объемным зарядом:

$$R_{sc} \equiv \frac{\Delta V}{I} = \frac{W_B F_I}{I} = \left(\frac{W_B^2}{A} \right) \left(\frac{1}{3} K v_d \right) \cong \left(\frac{W_B^2}{A} \right) 16\,000 \text{ ом}. \quad (5,8)$$

Величина Kv_d является характеристикой проводимости области объемного заряда. Эта величина приближенно равна

$$Kv_d = 10^{-12} \text{ ф/см} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ см/сек} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ом}^{-1}. \quad (5,9)$$

Если площадь A имеет протяженность меньше W_B , то должна быть использована другая геометрия. R_{sc} в этом случае будет увеличиваться быстрее чем $1/A$.

Нужно заметить, что сопротивление R_{sc} на порядок величины больше, чем омическое сопротивление растекания вне области объемного заряда. Это может быть получено из того, что ток, подходящий к краю слоя объемного заряда в области радиуса $r = (A/\pi)^{1/2}$, протекает через материал с различной проводимостью, изменяющейся от величины $q\mu_p N_B$ на краю слоя до среднего значения, имеющего в два раза большую величину. Мы представим две стороны материалом средней проводимости $2q\mu N_B$, где N_B — плотность заряда (3,44) на краю слоя объемного заряда и $\mu = 2\mu_n\mu_p/(\mu_n + \mu_p)$ является «последовательной» средней подвижностью. Это приводит к сопротивлению растекания

$$R_{sr} = 2(4r2q\mu N_B)^{-1}. \quad (5,10)$$

Коэффициент 2 соответствует двум сторонам слоя объемного заряда. Используя (3,44) для N_B , получим

$$R_{sr} = \frac{[(\pi^{1/2}/16)(W_B^2/A)^{1/2}]}{\mu F_B K} \cong 400 \left(\frac{W_B^2}{A} \right)^{1/2} \text{ ом}. \quad (5,11)$$

Это сопротивление много меньше R_{sc} , связанного с членом $\mu F_B K$, которое появилось вместо Kv_d . Величина, имеющая размерность скорости, $\mu F_B = 2,5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ больше v_d на порядок величины.

Характеристическая величина стабильного тока в статистическом переходе получается из R_{sc} и δV_B :

$$I = \frac{\delta V_B}{R_{sc}} = C^{1/2} \left(\frac{A}{W_B^2} \right) \cdot 10^{-5} \text{ а}. \quad (5,12)$$

Таким образом, если кубик с наимизшим напряжением пробоя имеет напряжение на $5\delta V_B$ ниже среднего, через него будет проходить ток около $50C^{1/2} \text{ мка}$, когда напряжение достигает среднего значения напряжения пробоя V_B .

Так как это напряжение возрастает выше абсолютного минимума, прогрессивное увеличение числа площадей должно стремиться к состоянию, определяемому распределением (3,34). Оно должно быть стабилизировано высоким последовательным сопротивлением. Ток должен увеличиваться в соответствии с тем же самым законом, как и число площадей. Для переходов с площадью 10^{-3} см^2 или больше имеем

$$I = 10^{-5} C^{1/2} \exp \{ 30 C^{-1/2} [V - V_B (\text{экстр.})] \}. \quad (5,13)$$

Это приблизительно соответствует тому, что докладывалось Сеницким и Мо-лом (1958) и показано на рис. 17. Наклон получается в два раза больший, чем можно было бы объяснить на основе (5,13). Однако не ясно, был ли их ток типа рассмотренного здесь или был связан с изменением цикла включения для нескольких микроплазм. В пределах, где применимо (5,13), ток должен быть постоянным и равным $\left(\frac{C^{1/2}}{30} \right) V$.

Уравнение (5,13) применимо до тех пор, пока V увеличивается по сравнению с V_B (экстр.) на 2 или 3 величины δV_B . Выше этой точки экспоненциальное приближение для распределения Пуассона будет не точным. Для напряжений, превосходящих V_B на несколько значений δV_B , почти вся площадь будет пробиваться при напряжениях выше локального. Дифференциальная проводимость на единицу площади будет в этом случае определяться (5,8) при A — соответствующей всей площади перехода. Если это выразить в единицах $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$, то получим

$$\frac{dI}{dV} = \frac{3Kv_d}{W_B^2} \cong \frac{7 \cdot 10^4}{V_B^2} \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}. \quad (5,14)$$

Для перехода с $V_B = 20 \text{ в}$ и площадью 10^{-2} см^2 это соответствует 2 ом^{-1} , или $0,5 \text{ ом}$. Напряжение, которое приводит к такому состоянию, будет примерно на $2\delta V_B$ выше напряжения пробоя V_B и соответствует току, также определяемому дифференциальной проводимостью, умноженной на $2\delta V_B$. Плотность тока

$$\frac{I}{A} = 3C^{1/2} \left(\frac{qF_B}{K} \right)^{1/2} \frac{Kv_d}{W_B^2} \cong \frac{C^{1/2} 3 \cdot 10^3}{V_B^2} \text{ а/см}^2, \quad (5,15)$$

или около $0,6 \text{ а}$ для примера, когда $C = 1$. Токи такого порядка величины должны быть необходимы, чтобы перекрыть статистические флуктуации и дать существенно однородную плотность тока и однородную световую эмиссию.

Статистическое поведение, рассмотренное здесь, очевидно, наблюдалось Батдорфом и др. (1960), которые применяли охранные кольца, чтобы предотвратить поверхностный пробой. На рис. 18 показан один пример эмиссии света из *p-n*-перехода. Никаких шумов микроплазм в таком переходе не наблюдалось.

Батдорф и др. также показали один переход, излучение из которого было однородным. Этого нельзя было ожидать из-за статистических

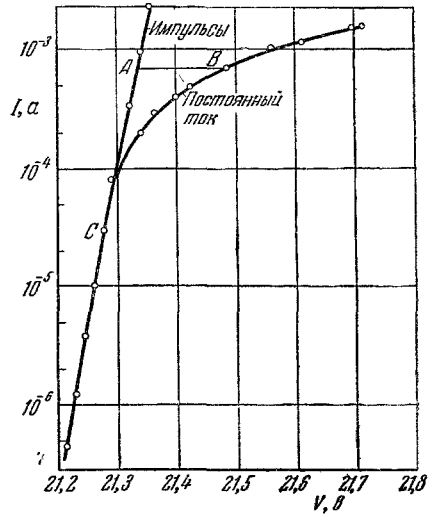


Рис. 17. Зависимость обратных токов от напряжения для перехода вблизи пробоя (Сеницкий и Мол (1958)).

флуктуаций. Подобное однородное свечение раньше докладывалось Мак-Дональдом, Гёцбергером и Стефенсом (1959), применявшими охранные кольца. Последние исследования Гёцбергера (1960, в печати), показали, что это однородное свечение было связано с инжекцией из другого перехода структуры типа $n - p - n$, имеющей коэффициент усиления по току $\alpha = 0,1$. Для такой структуры требуются высокие величины M порядка 10 и V может быть ниже V_B (экстр.), так что никакого свечения отдельных пятен быть не должно, в то же время исключительно большие токи за счет такой инжекции приводят к однородному свечению.

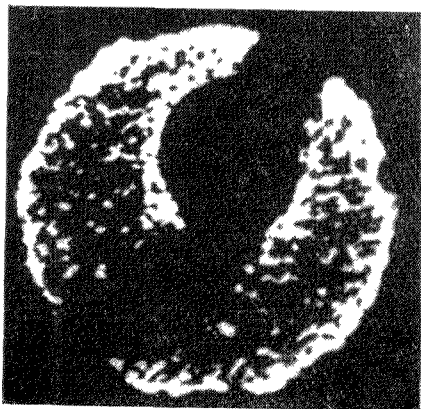


Рис. 18. Распределение света из неоднородного перехода с охранным кольцом, по данным Батдорфа и др. (1960).

Очевидно, что требуется значительно больше различных опытов, в частности на транзисторно-подобных структурах и с использованием инжекции носителей, чтобы проверить статистическую модель.

5В. Модель микроплазм, связанная с включениями частиц SiO_2 . Мы рассмотрим теперь возможность того, что микроплазмы в кремнии связаны с частицами SiO_2 . Требования для появления микроплазм, связанных с различными несовершенствами, были рас-

смотрены в конце раздела 5А. Им удовлетворяют и несовершенства, связанные с включениями SiO_2 , изучавшимися Кайзером (1957).

Кайзер установил, что кремний, подвергнутый термической обработке при 1000°C , содержит включения SiO_2 , число которых около $5 \cdot 10^{10}$ на 1 см^3 и диаметр около 10^{-5} см . При такой плотности в слое объемного заряда площадью 10^3 см^2 и толщиной 10^4 см должно быть 500 частичек. Образцы, содержащие значительно меньше кислорода и при другой термообработке, должны иметь много меньшее число частиц.

Если мы возьмем частицу в виде сферы, то из-за малой диэлектрической проницаемости по сравнению с кремнием, электрическое поле в местах с наибольшей неоднородностью оказывается примерно в 1,5 раза больше по сравнению с величиной вдали от сферы, как это показано на рис. 19. При среднем поле $F_B = 500\,000\text{ в/см}$, поле вблизи сферы должно быть около $750\,000\text{ в/см}$ и падение напряжения на расстоянии одного радиуса сферы 3 или 4 в. В таких сильных электрических полях можно ожидать очень высоких значений α , до 10^5 см^{-1} , так что величина αW оказывается больше единицы (см. рис. 12), что соответствует состоянию пробоя. Если нет других причин, это состояние пробоя должно быть стабильным и связано с последовательным сопротивлением, рассмотренным в предыдущем разделе. При этом не должно наблюдаться шумов, связанных с нестабильностью микроплазмы.

Нестабильность может быть, однако, вызвана поверхностными состояниями на прилегающей поверхности кремния. Число этих состояний достаточно, чтобы дать напряженности поля порядка пробивных. Для того

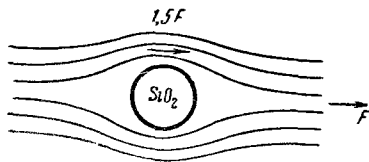


Рис. 19. Влияние малой диэлектрической проницаемости сферы SiO_2 , что приводит к увеличению поля в области объемного заряда $p - n$ -перехода.

чтобы заряд на поверхности вызвал нестабильность микроплазмы, необходимо, чтобы эти состояния были заряженными таким образом, чтобы увеличить величину электрического поля в области максимальных полей, где происходит генерация носителей.

Рис. 20 иллюстрирует это требование. Это представлено областью сильного поля и двумя областями ловушек. Заряд в ловушках, образованный подвижными носителями, должен быть противоположного знака по отношению к знаку носителей, так что захваченный заряд будет увеличивать поле в области пробоя и приводить к нестабильности. Могут ли поверхностные состояния играть такую роль?

По-видимому, поверхностные состояния могут изменять знак заряда в присутствии горячих носителей. Температура микроплазм, рассмотренная в подразделе 2Е, соответствует энергиям около 0,2 эв, что превосходит энергетическое расстояние поверхностных состояний от края зоны, равное около 0,1—0,15 эв, определенное Стацем, Де-Марсом, Девисом и Адамсом (1957). Таким образом, энергия горячих носителей достаточно высока, чтобы ионизовать поверхностные ловушки. Этого достаточно, чтобы привести к появлению микроплазмы. В общем это будет несимметричное состояние, благодаря влиянию нескольких частичек или формы одной частицы.

На рис. 21 показан такой несимметричный пример, когда предполагается, что вдоль дислокаций образовалось несколько включений. Предполагается, что горячие электроны заставляют малые включения становиться положительно заряженными. Можно также думать, что заряженные поверхностные состояния, которые приводят к нестабильности, образуются на тех же самых частицах и заряжаются за счет вторичной генерации вне их.

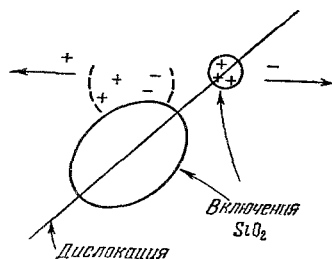


Рис. 20. Схематическое представление явления, когда ловушки увеличивают электрическое поле и приводят к нестабильной микроплазме.

А — область увеличенного поля и больших коэффициентов ионизации; В — области, где горячие носители образуют стационарные заряды противоположного знака.

Рис. 21. Иллюстрация совместного влияния двух частиц SiO_2 вдоль дислокаций, приводящего к нестабильности.

Для малых размеров порядка 10^{-5} см изменения напряжения, связанные с включением — выключением, должны быть порядка нескольких вольт. «Ступеньки» тока должны быть, в соответствии с (5,8), порядка 10^{-5} а. Это находится лишь в грубом качественном согласии с экспериментальными величинами, приведенными в разделе 5А. Очевидно, что могут быть предложены модели различного типа в соответствии с обсуждением, проведенным здесь.

Явления, подобные рассмотренным, могут наблюдаться в месте выхода *p-n*-перехода на поверхность кремния, покрытого пленкой SiO_2 .

Это может объяснить, почему микроплазмы часто наблюдаются у поверхности $p-n$ -перехода.

Группа небольших включений, взаимодействующих друг с другом, может дать сложную картину локального пробоя. Возможно это наблюдалось Гёцбергером (статья Q4*), что показано на рис. 22.

Плотности токов в светящихся пятнах микроплазмы, наблюдаемые Гёцбергером, были порядка 100 мка/мм^2 или 10^4 а/см^2 . По порядку величины эти токи соответствуют ожидаемым из расчета для $p-n$ -переходов со статистической флуктуацией примесей (см. (5,15)). «Размазывание» света вокруг яркого центрального пятна, показанного в статье Гёцбергера, кажется реальным фактом, а не оптическим обманом. Однако учет диффузии вторичных носителей от центра пятна не объясняет это явление, и оно до конца еще неясно.

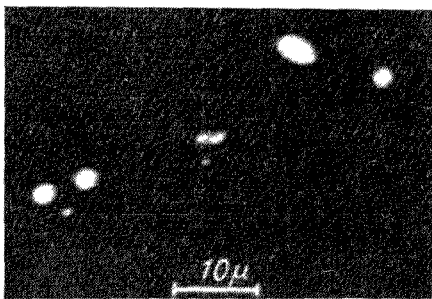


Рис. 22. Картина эмиссии света из микроплазмы по данным Гёцбергера (1960).

Механические нарушения, образующие дислокации, могут привести к значительной плотности ловушек и вызвать те эффекты, которые только что обсуждались в связи с поверхностными состояниями.

В связи с дислокациями, мы рассмотрим предположение, сделанное Чиновесом и Пирсоном (1958), что потенциал деформации около $0,2 \text{ эв}$ вблизи дислокации может иметь значительное влияние на формирование микроплазмы. Благодаря волновой природе электрона, его энергия связи по отношению к такой линии пониженного потенциала будет значительно меньше $0,2 \text{ эв}$. Так как температура электронов в излучаемой микроплазме достигает почти $0,2 \text{ эв}$, деформация не должна заметно влиять на движение носителей в области объемного заряда (в нейтральных областях дислокации могут значительно влиять на движение носителей, как это было показано Логаном, Пирсоном и Клейнманом (1959)).

Возможно, что лучшим заключением этой секции будут слова, что в сильных и переменных полях обратносмещенных $p-n$ -переходов могут быть интересные явления. Многие детали их еще не установлены и требуют объяснения на основе микроскопических моделей.[†]

6. ВЛИЯНИЕ ВКЛЮЧЕНИЙ ЧАСТИЦ МЕТАЛЛА

Металлические включения, так как они являются проводящими, должны влиять отличным образом, по сравнению с SiO_2 , рассмотренным в разделе 5В.

В работах Гёцбергера и Шокли (1959, 1960) было показано, что включение частичек металла в кремний влияет на вольтамперные характеристики. Ток может увеличиваться как 5-я или 6-я степень напряжения, как это показано на рис. 23. Кривые сняты также и при напряжениях меньше 1 в . Поэтому можно думать, что увеличение тока не связано с лавинным процессом, так как при нескольких больших напряжениях мы бы получили бесконечное размножение. Вместо этого предполагается, что механизмом генерации тока является туннельный эффект (эффект Зинера).

*) См. Доклады на Международной конференции по физике полупроводников. Прага, 1960 г.

Используя технику потенциальных проб, можно показать, что пробой в *p-n*-переходе имеет место на локализованных пятнах, соответствующих включению одной частицы. Эта техника основана на методике, известной ранее, однако в данном случае приходится иметь дело с очень малыми расстояниями и меньшими напряжениями. На рис. 24 показано распределение потенциала в переходе, измеренном при токе 200 мка. Ток пропусклся через зонд сквозь диффузионный слой. Второй зонд являлся потенциальным и третий зонд, не показанный на рисунке, использовался для снятия картины 10 мка-контурных линий. Линии тока перпендикулярны к эквипотенциальным линиям и выходят из источника тока к внутренним точкам в образце. Проводимость вдоль диффузионного слоя была приблизительно 1 ом^{-1} на единицу площади. На основании этого можно установить, что в пределах экспериментальной точности величина тока в направлении локального стока была равна практически 200 мка. На рис. 25 показана аналогичная картина для другого перехода.

Попутно можно заметить, что подобная техника потенциальных зондов может быть использована для установления поверхностных утечек, когда они присутствуют. Два других случая использования потенциальной техники показаны на рис. 26 и 27. Некоторые неясности все же остаются в связи с токами, связанными с металлическими включениями. Поля

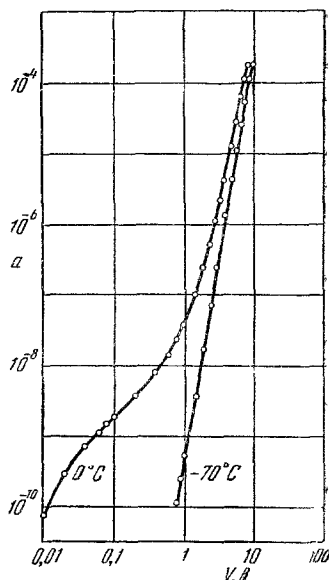


Рис. 23. «Мягкие» вольт-амперные характеристики *p-n*-перехода, имеющего включения частичек меди (Гецбергер и Шокли (1959)).

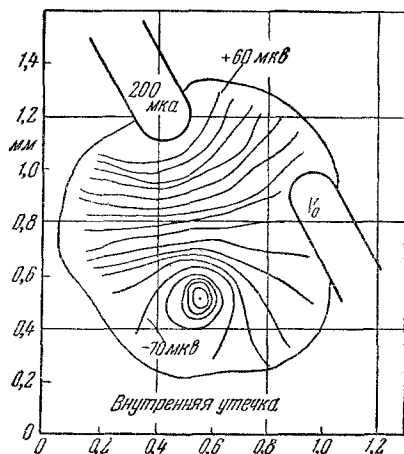


Рис. 24. Картина эквипотенциальных кривых при прохождении тока через тонкий диффузионный слой диода, приведенного на рис. 23.

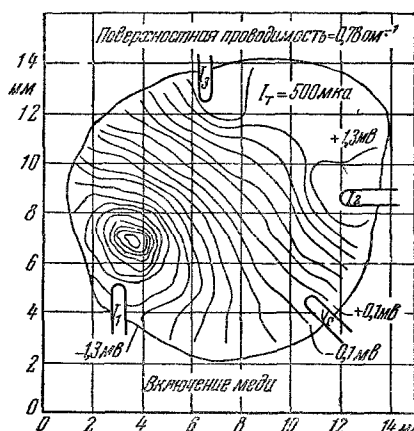


Рис. 25. Концентрация тока вокруг частицы меди в переходе с большой площадью.

вблизи частицы должны быть достаточны, чтобы дать туннельный эффект. т. е. они должны быть выше полей, соответствующих лавинному

размножению. Если действительно не наблюдается лавинное размножение, то можно думать, что токи не достигают бесконечных величин потому, что ограничиваются последовательным сопротивлением при некоторых напряжениях, меньших напряжения пробоя.

Омическое сопротивление, связанное с объемным зарядом, должно проявляться также и в этом случае, и трудно объяснить, почему оно не наблюдается, хотя оно должно быть порядка нескольких тысяч ом или больше. Для образца, показанного на рис. 23 и 24, ограничивающее омическое сопротивление не было измерено, так как при нагревании оно изменяется. По-видимому, можно думать, что последовательное сопротивление для образца на рис. 23 близко к 10^4 ом.

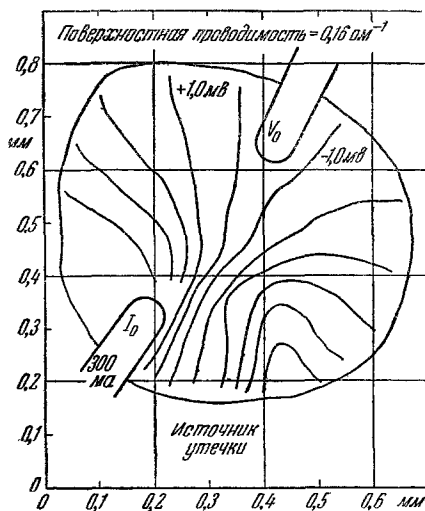


Рис. 26. Иллюстрация метода потенциальных зондов для локализации утечек тока через поверхность перехода.

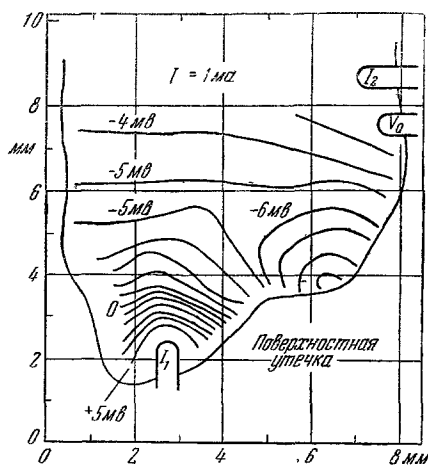


Рис. 27. Другой пример утечек на $p-n$ -переходе.

Очевидно, что в случае этих эффектов необходима дальнейшая теоретическая работа, чтобы сказать, что модель металлических включений действительно подходит для объяснения наблюдаемых вольт-амперных характеристик. Нужно попутно заметить, что влияние металлических включений на токи утечки имеет особенно большое значение для коммерческих переходов. В работах Гейцбергера и Шокли (1960) и Гейцбергера (1960) показано, что эти частицы могут быть извлечены из перехода путем соответствующей термической обработки.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена простая модель для объяснения поведения электронов и дырок в сильных электрических полях $p-n$ -переходов, объясняющая большое число различных экспериментов. Модель не учитывает сложной энергетической структуры полупроводника, поэтому неясно, почему она все же удовлетворительна для объяснения большой совокупности данных.

Показано, что статистические флуктуации донорных и акцепторных ионов оказывают значительное влияние на поведение $p-n$ -переходов в области лавинного пробоя. Даются некоторые расчеты и предлагаются новые эксперименты.

Делается вывод, что эффекты микроплазм, включая нестабильность и шум, требуют наличия в p — n -переходе структурных несовершенств порядка тысяч ангстрем, а также ловушек, способных захватывать носители зарядов. Показано, что подобными ловушками могут быть включения SiO_2 .

Поведение металлических включений является иным; обсуждается их роль в рассматриваемых явлениях.

Все рассмотренные проблемы представляют не только теоретический интерес, но и важны в связи с вопросами производства полупроводниковых приборов.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1960

- R. L. Batdorf, A. G. Chynoweth, G. C. Dacey, P. W. Fooy, J. Appl. Phys. **31**, 1153 (1960).
 A. G. Chynoweth, J. Appl. Phys. **31**, 1161 (1960).
 A. F. Gibson, J. R. Morgan, Solid State Electronics **1**, 54 (1960).
 A. Goetzberger, W. Shockley, J. Appl. Phys. **31**, 1821 (1960).
 A. Goetzberger, J. Appl. Phys. (в печати); Bull. Amer. Phys. Soc. **5**, 160 (1960).
 A. Goetzberger, Intern. Conf. on Semiconductor Physics, Prague, 1960.
 R. J. Grainer, J. W. Mayer, J. S. Wiggins, S. S. Friedland, Bull. Amer. Phys. Soc. **5**, 265 (1960).
 Л. В. Келдыш, В. С. Вавилов, К. И. Брицын, Доклад на Международной конференции по полупроводникам, Прага, 1960, стр. 824.
 M. Kikuchi, K. Tachihawa, J. Phys. Soc. Japan **15**, 835 (1960).
 M. Kikuchi, J. Phys. Soc. Japan **15**, 1822 (1960).
 W. Shockley, Bull. Amer. Phys. Soc. **5**, 161 (1960).
 Б. М. Вули А. П. Шотов*), Solid State Physics in Electronics and Telecommunications. Vol. I, Academic Press, New York, 1960, стр. 491.
 A. Zareba, частное сообщение (1960).

1959

- K. S. Champlin, J. Appl. Phys. **30**, 1039 (1959).
 A. G. Chynoweth, K. G. McKay, J. Appl. Phys. **30**, 1811 (1959).
 A. Goetzberger, W. Shockley, Structure and Properties of Thin Films, ed. by C. A. Neugebauer et al., J. Wiley & Sons, New York, 1959, стр. 298.
 R. A. Logan, G. L. Pearson, D. A. Kleinman, J. Appl. Phys. **30**, 885 (1959).
 M. Kikuchi, K. Tachihawa, J. Phys. Soc. Japan **14**, 1830 (1959).
 B. McDonald, A. Goetzberger, C. Stephens, Bull. Amer. Phys. Soc. **4**, 455 (1959).
 H. Palevsky, D. J. Hughes, W. Kley, E. Tunkelo, Phys. Rev. Lett. **2**, 258 (1959).
 B. Senitzky, Phys. Rev. **116**, 874 (1959).
 J. Tauc, J. Phys. Chem. Solids **8**, 219 (1959).
 J. Tauc, A. Abrahám, Czech. J. Phys. **9**, 95 (1959).
 В. С. Вавилов, J. Phys. Chem. Solids **8**, 223 (1959).
 A. Zareba, Bull. Acad. Pol. Sci. **7**, 255 (1959).

1958

- E. Antončík, Czech. J. Phys. **8**, 492 (1958).
 B. N. Brockhouse, P. K. Tyengar, Phys. Rev. **111**, 747 (1958).
 A. G. Chynoweth, Phys. Rev. **109**, 1537 (1958).
 A. G. Chynoweth, G. L. Pearson, J. Appl. Phys. **29**, 1111 (1958).
 W. Franz, Z. Naturforsch. **13a**, 484 (1958).
 E. J. Gumbel, Statistics of Extremes, Columbia Univ. Press, New York, 1958.
 B. Senitzky, J. L. Moll, Phys. Rev. **110**, 612 (1958).

*) См. также А. П. Шотов, ЖТФ **28**, 437 (1958); Б. М. Вули А. П. Шотов, Физика твердого тела. Сб. статей. Том 1, 1959, стр. 150. (Прим. перев.)

1957

- E. Antončik, Czech. J. Phys. 7, 674 (1957).
J. A. Burton, Phys. Rev. 108, 1342 (1957).
A. G. Chynoweth, K. G. McKay, Phys. Rev. 108, 29 (1957).
W. Kaiser, Phys. Rev. 105, 1751 (1957).
S. Koc, Czech. J. Phys. 7, 91 (1957).
J. L. Miller, Phys. Rev. 105, 1246 (1957).
D. J. Rose, Phys. Rev. 105, 413 (1957).
H. Statz, G. A. Demars, L. Davis, A. Adams, ed. by R. H. Kingston, University of Pennsylvania Press, 1947, стр. 139—168.

1956

- A. G. Chynoweth, K. G. McKay, Phys. Rev. 102, 369 (1956).
S. Koc, Czech. J. Phys. 6, 668 (1956) (на чешск. языке).

1954

- K. G. McKay, Phys. Rev. 94, 877 (1954).
P. A. Wolff, Phys. Rev. 95, 1415 (1954).

1953

- K. G. McKay, K. B. McAffee, Phys. Rev. 91, 1079 (1953).

1951

- W. Shockley, Bell. Syst. Tech. J. 30, 990 (1951).
-