

## ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПРОЧНОСТИ

В. Л. Инденбом, А. Н. Орлов

За 50 лет, прошедших со времени открытия (в 1912 г.) дифракции рентгеновых лучей кристаллами и создания динамической теории кристаллической решетки (1915 г.), физика пластичности и прочности превратилась из науки описательной, обобщения которой носили лишь формальный характер, в обширный раздел физики твердого тела, основанный на надежных экспериментальных исследованиях и довольно полно разработанных теоретических представлениях. В значительной степени рождение физической теории пластической деформации и разрушения связано с трудами Я. И. Френкеля, широкий круг интересов которого охватывал фундаментальные вопросы теории механических свойств как кристаллических, так и некристаллических твердых тел.

К настоящему времени развитие теоретических представлений и экспериментальных методов исследования реальной структуры твердых тел подготовило почву для перехода к решающему этапу развития физики пластичности и прочности — непосредственному исследованию атомарного механизма пластической деформации и разрушения. Наиболее четко этот переход наметился для кристаллических тел.

## 1. ПРОЧНОСТЬ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ И ПРОЧНОСТЬ МЕЖАТОМНЫХ СВЯЗЕЙ

В 1926 г. Я. И. Френкель<sup>1</sup> показал для простейшей модели кристалла, что разрыв или сдвиг атомных плоскостей наступает, когда упругие деформации достигают критической величины порядка нескольких процентов. Например, для простой кубической решетки в случае соскальзывания атомных плоскостей критическое скалывающее напряжение  $\tau_0 = \frac{1}{2\pi} G$  ( $G$  — модуль сдвига), а в случае отрыва плоскостей критическое напряжение  $\sigma_0 = 0,2E$  ( $E$  — модуль Юнга). Долгое время полученные значения прочности кристаллов на разрыв и сдвиг казались невероятно высокими, и в литературе многократно обсуждался вопрос о расхождении на несколько порядков между теоретической и реальной прочностью кристаллов. Попытки учесть более строго структуру решетки и характер межатомных связей при расчете теоретической прочности не привели к существенному изменению оценок Френкеля. Так, для сдвиговой прочности гранецентрированных металлов обычно принимается результат Макензи<sup>2</sup>  $\tau_0/G = 1/30$ . Таким образом, прочность межатомных связей допускает упругую деформацию в несколько процентов, и преждевременное разрушение должно быть отнесено за счет дефектности реальных кристаллов.

В настоящее время полное использование прочности межатомных связей уже не является несбыточной мечтой: теоретическая прочность

достигнута как для кристаллов, практически не содержащих дефекты (дислокации), так и для таких дефектных кристаллов, в которых подвижность дислокаций подавлена. Характерные примеры приведены в табл. I.

Таблица I  
Сдвиговая и разрывная прочность некоторых материалов

Источник	Материал	$\tau/G$ (%)	$\sigma/E$ (%)
1	Бездислокационные кристаллы Si при 900°C . . . . .	0,12	—
2	Кристаллы Si при комнатной температуре . . . . .	>2	>2
3	Бездефектные участки кристаллов LiF . . . . .	1,2	—
4	Кристаллы NaCl в воде (эффект Иоффе) . . . . .	—	3,6
5	Нитевидные кристаллы Si . . . . .	—	3,6
6	Нитевидные кристаллы Fe . . . . .	6	4,9
	Нитевидные кристаллы Cu . . . . .	2,2	2,8
	Нитевидные кристаллы Ag . . . . .	3,3	4
7	Нитевидные кристаллы NaCl . . . . .	3	2,6
8	Кристаллы Zn; растяжение перпендикулярно к базису . . . . .	—	0,1—5
9	Кристаллы Ве; сжатие перпендикулярно к базису . . . . .	0,7	—
10	Проволока Sb ( $\varnothing 30 \mu$ ) . . . . .	—	0,25
11	Сталь после термомеханической обработки . . . . .	1,6	4,2
12	Кварцевые нити . . . . .	—	10—25
13	Плавленый кварц . . . . .	—	19

1. W. C. Dash, Bull. Amer. Phys. Soc. 4, 47 (Abstr. Ser. A11) (1959).
2. G. L. Pearson, W. T. Read, W. L. Feldman, Acta Metallurgica 5, 181 (1957); W. C. Dash, Growth and Perfection of Crystals, 1958, стр. 189.
3. J. Gilman, J. Appl. Phys. 30, 1584 (1959). (Перевод в сб. «Дислокации и механические свойства кристаллов», М., ИЛ, 1960, стр. 438.)
4. А. Ф. Иоффе, М. В. Кирпичева, М. А. Левитская, Z. Phys. 22, 286 (1924).
5. C. C. Evans, цит. J. E. Gordon, Growth and Perfection of Crystals, 1958, стр. 218.
6. S. S. Brenner, Growth and Perfection of Crystals, 1958, стр. 157.
7. Z. Gyulai, Z. Phys. 138, 317 (1954).
8. М. В. Классен-Неклюдова, Techn. Phys. USSR 5, 827 (1938); J. J. Gilman, Trans. AIME 212, 783 (1958).
9. Р. И. Гарбер, И. А. Гиндин, Ю. В. Шубин, ФТТ 3, 918 (1961).
10. G. F. Taylor, Phys. Rev. 23, 655 (1924).
11. F. G. McGuire, Missiles and Rockets, Sept. 28 (1959); см. также обзор: М. Г. Лозинский, Вестник машиностроения, № 1, 56 (1961).
12. С. Н. Журков, Phys. Z. Sowjetunion 1, 123 (1932); Techn. Phys. USSR 1, 386 (1935); F. O. Anderegg, Ind. Eng. Chem. 31, 290 (1939).
13. W. B. Hillig, J. Appl. Phys. 32, 741 (1961).

В кристаллах кремния без дислокаций или с неподвижными дислокациями теоретическая прочность межатомных связей реализуется почти полностью, но и здесь предельная упругая деформация, достигнутая на опыте, отвечает, по-видимому, зарождению новых дислокаций не в идеальной решетке, а на химических неоднородностях или поверхностных дефектах. В нитевидных кристаллах (усах) дислокации расположены, как правило, вдоль оси, что препятствует размножению дислокаций, необходимому для появления заметной пластической деформации. Нитевидные кристаллы с прочностью, близкой к теоретической, получены сейчас для самых разнообразных материалов с различными типами межатомных связей и кристаллических структур (металлы с гранецентрированной и объемно-центрированной кубическими, гексагональной и другими решетками, окислы типа  $ZnO$ ,  $Al_2O_3$ , щелочно-галоидные соединения, нитриды, карбиды,

графит, органические кристаллы и др.<sup>3, 4)</sup>. Высокая прочность гексагональных металлов при растяжении перпендикулярно (и параллельно) к базису объясняется тем, что при такой ориентации кристалла снижаются действующие скользящие напряжения, вызывающие движение дислокаций в плоскостях скольжения. Предел прочности здесь практически совпадает с пределом текучести, отвечающим достижению критического скользящего напряжения для наиболее благоприятной системы скольжения. В материалах с мелкодисперсной структурой типа стали, подвергнутой термомеханической обработке (ТМО), дислокации, межфазные границы и другие дефекты расположены очень густо. Это настолько затрудняет пластическую деформацию, что прочность материала приближается к прочности межатомных связей. Для сравнения в табл. I приведены также данные о прочности кварцевых нитей и плавленого кварца. В этих случаях высокая прочность достигается, по-видимому, благодаря удалению наиболее опасных поверхностных дефектов, так же как в случае эффекта Иоффе.

Грубо говоря, прочность твердого тела приближается к теоретической в двух предельных случаях — бездефектных тел и тел, сильно испорченных дефектами. В остальных случаях макроскопическая прочность ниже теоретической (часто на два-три порядка). Конечно, теоретическая прочность при этом также достигается, однако лишь локально, в перенапряженных участках. Поэтому процесс деформирования и разрушения твердых тел нельзя понять без конкретного анализа реальной структуры тела и ее изменений в процессе нагружения.

## 2. ДЕФЕКТЫ В КРИСТАЛЛАХ

До недавнего времени расхождение теоретических и экспериментальных данных по прочностным и другим структурно-чувствительным свойствам кристаллов «объясняли» голословными рассуждениями о дефектности реальной структуры кристалла. Однако еще Я. И. Френкель положил начало построению физической теории дефектов решетки, которая в настоящее время стала важным самостоятельным разделом физики твердого тела и получила блестящие экспериментальные подтверждения. Френкель первый ввел представления о вакансиях («дырках») и межузельных атомах в кристаллической решетке. Он же совместно с Т. А. Конторовой количественно рассмотрел атомарную модель краевой («поперечной») и винтовой («продольной») дислокаций, ввел представление о двойникоющей («ориентационной») дислокации и т. д.

С чисто геометрической точки зрения дефекты решетки можно классифицировать по числу измерений, в которых неупруго искаженная область имеет макроскопические размеры, в то время как в остальных измерениях ее размеры микроскопические, порядка нескольких межатомных расстояний (рис. 1). Вакантные узлы, межузельные атомы и атомы примеси являются нульмерными (точечными) дефектами, дислокации и цепочки точечных дефектов — одномерными (линейными) дефектами, а границы между кристаллитами и блоками мозаики, дефекты упаковки, границы двойников относятся к двумерным (поверхностным) дефектам. Естественной единицей измерения энергии дефектов служит величина  $Gb^3$  для точечных,  $Gb^2$  для линейных и  $Gb$  для поверхностных дефектов, где  $G$  — модуль сдвига,  $b$  — минимальный параметр трансляции решетки. Например, энергия вакансий составляет  $\sim 0,2 Gb^3$ , энергия дислокации (на единицу длины) обычно оценивается в  $0,5 Gb^2$ , поверхностная энергия кристалла — порядка  $0,1 Gb$ .

**Точечные дефекты.** Помимо одиночных вакансий и межузельных атомов, изучавшихся Френкелем<sup>5</sup>, современная теория

рассматривает более сложные точечные дефекты; в частности, бивакансии в кубической гранецентрированной и алмазной решетках оказываются более подвижными, чем одиночные вакансии. Электрические эффекты, наблюдаемые при деформировании ионных кристаллов, связаны с наличием разноименно заряженных вакансий и межузельных ионов. Взаимодействие точечных дефектов с электронами приводит к появлению различных центров окраски.

Экспериментальные данные, а также модельные расчеты (в частности, с использованием электронных вычислительных машин) позволили уточ-

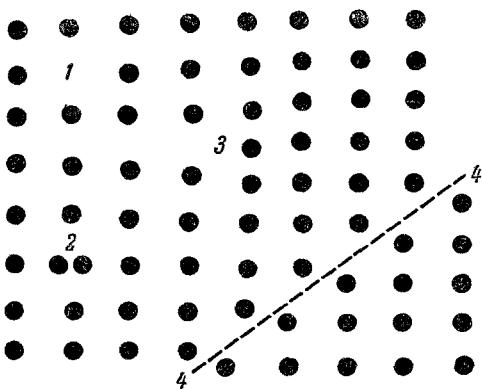


Рис. 1. Дефекты различных типов в г. ц. к. решетке.

1 — Вакансия, 2 — межузельный атом, 3 — краевая дислокация, 4 — дефект упаковки. Плоскость рисунка отвечает плоскости (110), направление [001] горизонтально

нить расположение атомов вблизи точечных дефектов и объяснить некоторые экспериментальные факты. Оказалось, например, что в г. ц. к. решетке межузельные атомы расположены не в центрах ребер, а вытесняют из узла один из атомов решетки, образуя с ним ориентированную вдоль оси куба пару (гантель) с центром тяжести в этом узле (см. рис. 1)<sup>6, 7</sup>. Высота барьера, препятствующего рекомбинации френкелевской пары (вакансия — межузельный атом), резко зависит от ориентации, так что происходит спонтанная аннигиляция пары, ориентированной вдоль [100], если расстояние между партнерами меньше двух межатомных, а для пары вдоль [110] — меньше четырех межатомных. В по-

следнее время удалось непосредственно наблюдать точечные дефекты в ионном проекторе<sup>8</sup>. Скопления точечных дефектов наблюдаются в трансмиссионном электронном микроскопе.

**Линейные дефекты.** Наиболее важную роль в пластической деформации и разрушении играют дислокации. Геометрически дислокация полностью определяется вектором Бюргерса  $b$ , равным циркуляции вектора смещения  $u$  по произвольному контуру  $L$ , охватывающему дислокацию:

$$b_i = - \oint_L \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j. \quad (2,1)$$

Если из векторов трансляции составить контур так, чтобы он замыкался в идеальной решетке, то этот контур (контур Бюргерса), построенный вокруг линии дислокации, окажется разорванным, причем невязка и будет равна вектору Бюргерса (рис. 2). Поэтому вектор Бюргерса дислокаций в кристаллах равен вектору трансляции решетки.

Угол  $\psi$  между линией дислокации и вектором Бюргерса определяет ориентацию дислокации. Если  $\psi=90^\circ$ , дислокация называется краевой\*) и является краем неполной атомной плоскости, обрывающейся внутри кристалла (рис. 2, а). Если угол  $\psi=0$ , дислокация называется винтовой (рис. 2, б), кристалл фактически состоит из одной атомной плоскости, изогнутой по винтовой поверхности. Дислокация служит осью винтовой лестницы, вектор Бюргерса равен шагу винта.

\*) В некоторых переводах краевая дислокация неудачно названа «линейной», хотя любая дислокация является линейным дефектом.

При других значениях  $\phi$  получаются дислокации смешанной ориентации (рис. 3). В общем случае линия дислокации представляет собой произвольную пространственную кривую, вдоль которой вектор Бюргерса остается постоянным (хотя ориентация дислокации может изменяться).

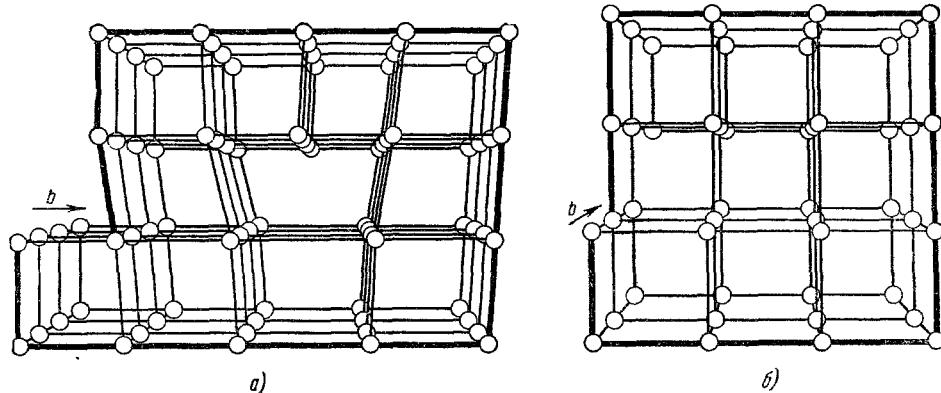


Рис. 2. Дислокация в простой кубической решетке.

а) Краевая дислокация, б) винтовая дислокация. Контур Бюргерса показан утолщенной линией, вектор Бюргерса — стрелкой.

На рис. 3 ориентация дислокации постепенно переходит от краевой (через смешанную) к винтовой. Подобно вихревым нитям в гидродинамике

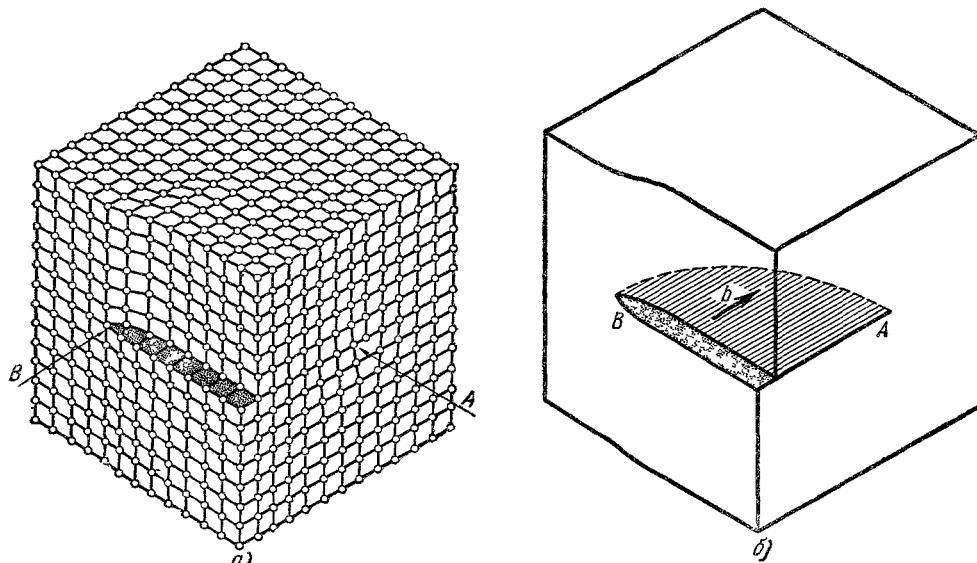


Рис. 3. Криволинейная дислокация, меняющая ориентировку от краевой (A) (через смешанную) к винтовой (B).

а) Атомарная схема, б) дислокация как граница участка местного скольжения (часть плоскости, по которой прошел сдвиг, заштрихована). Вектор сдвига (вектор Бюргерса) показан стрелкой

линии дислокаций не могут обрываться внутри тела и должны либо замыкаться сами на себя (дислокационные петли), либо выходить на свободную поверхность, либо разветвляться на другие дислокации. В последнем случае справедлива теорема, аналогичная теореме Кирхгофа для разветвляющихся линий токов: если считать все дислокации идущими в точку разветвления, сумма их векторов Бюргерса должна быть равна нулю.

Как видно из рис. 3, дислокация служит границей участка поверхности скольжения, по которому прошел сдвиг на вектор Бюргерса. Если направление сдвига перпендикулярно к границе участка, дислокация имеет краевую ориентацию, если параллельно — винтовую.

Упругие деформации и напряжения вокруг дислокации пропорциональны вектору Бюргерса, а энергия дислокации — квадрату вектора Бюргерса, поэтому две дислокации отталкиваются, если их векторы Бюргерса составляют острый угол, и притягиваются, если этот угол тупой. В результате притяжения возможно слияние дислокаций (дислокационная реакция).

Разработаны различные прямые методы наблюдения дислокаций в кристаллах<sup>9</sup>: избирательное травление, декорирование, микрорентгенография, электронно-микроскопическое наблюдение на просвет (непосредственно и по картине муара), исследование топографии поверхности кристалла в оптическом и электронном микроскопе, электронном и ионном проекторе, наблюдение напряжений вокруг дислокаций по методу фотоупругости.

**Поверхностные дефекты.** Наиболее часто встречающиеся в кристаллах поверхностные дефекты — границы блоков — фактически представляют собой ряды и сетки дислокаций. Простейшие примеры показаны на рис. 4. Семейство параллельных краевых дислокаций (рис. 4, а) образует малоугольную границу блоков, повернутых относительно друг друга вокруг оси, параллельной дислокациям, на угол  $\theta = b/h$ , где  $b$  — вектор Бюргерса,  $h$  — расстояние между дислокациями. Это соотношение неоднократно проверялось на различных кристаллах.

Если ось поворота блоков не лежит в плоскости границы, то поверхность раздела блоков должна быть образована по крайней мере двумя пересекающимися семействами дислокаций (рис. 4, б). Четверные узлы в дислокационных сетках обычно энергетически невыгодны и распадаются на пары тройных по схеме рис. 4, в. В результате получается гексагональная сетка типа рис. 4, г.

По мере увеличения угла разориентировки блоков дислокации, образующие границы, сближаются и при разориентировке порядка 15—20° теряют свою индивидуальность. Возникает большеугольная граница — поверхностиный дефект, не состоящий из линейных. Атомная структура таких границ в настоящее время является предметом исследования\*).

Другим типом поверхностных дефектов, не сводимых к совокупности линейных, являются границы двойников и дефекты упаковки (ошибки укладки). Дефект упаковки фактически является двойниковой прослойкой одноатомной (см. рис. 1) или двухатомной толщины. В одноатомных решетках с плотнейшей шаровой упаковкой (г. ц. к. и гексагональной) дефекты упаковки образуются в плоскостях {111}, в которых нарушен правильный порядок чередования атомных слоев (например, ABCABC на рис. 1).

**Частичные дислокации.** Рассмотренные выше обычные (полные) дислокации с вектором Бюргерса, равным вектору трансляции решетки, не являются границей двумерного дефекта. Иной тип линейных дефектов образуют границы дефектов упаковки, обрывающихся внутри кристалла (частичные дислокации) (рис. 5, а), и ступеньки на границах двойников (двойникующие дислокации) (рис. 5, б). Контур Бюргерса для частичной дислокации строится так, чтобы контур был замкнут не в идеальном кристалле, а в кристалле со сквозным дефектом упаковки. Аналогичным образом для двойникующей дислокации контур Бюргерса

\*). Широкие большеугольные границы в отдельных случаях могут быть построены из объемных (но не поверхностных) сеток дислокаций<sup>10</sup>.

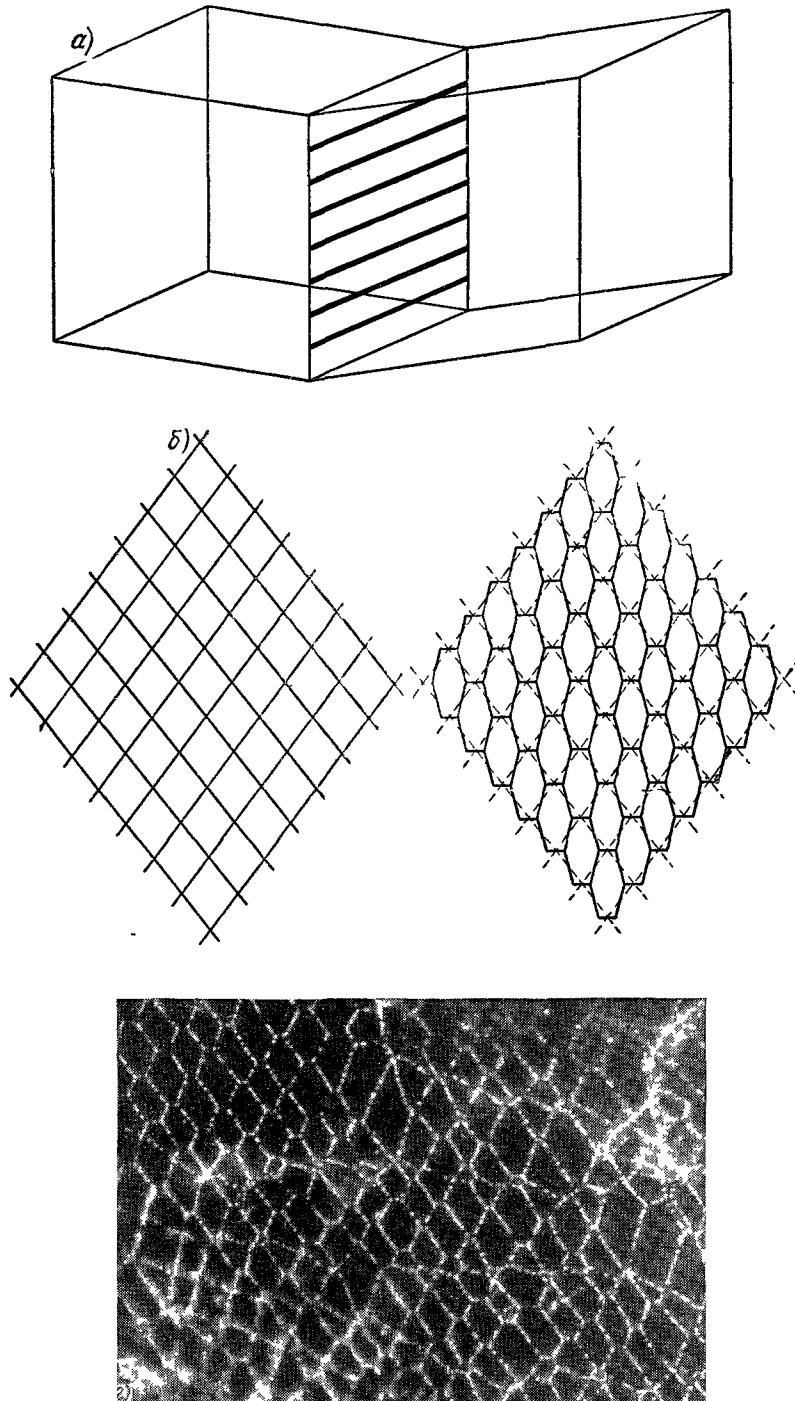


Рис. 4. Дислокационная структура границ блоков.

а) Вертикальная стенка дислокаций (граница наклона), характерная для блоков полигонизации и сбросов, б) пример границы из сетки дислокаций, в) более устойчивая сетка, образующаяся из сетки (б) путем расщепления четвертых узлов на тройные, г) дислокационная сетка в KCl, выявленная по методу декорирования (Декейзер и Амелинкс <sup>9</sup>).

должен замыкаться в кристалле с плоской (когерентной) границей двойника. При таком определении вектор Бюргерса частичных и двойникующих дислокаций оказывается меньше вектора трансляции решетки.

Полные дислокации, лежащие в плотно упакованных плоскостях, могут расщепляться на частичные с образованием ленты дефекта упаковки между ними. В г. ц. к. кристаллах (рис. 5, б) расщепление идет согласно реакции

$$\frac{1}{2} [110] = \frac{1}{6} [211] + \frac{1}{6} [12\bar{1}]$$

Частичные дислокации *A* и *B* отталкиваются с силой (на единицу длины)  $F \approx \frac{Gb^2}{2\pi r}$ , которой противодействует поверхностное натяжение  $\gamma_0$  дефекта упаковки. В результате равновесная ширина расщепленной дислокации равна  $\sim Gb^2/2\pi\gamma_0$ . В алюминии ( $\gamma_0 = 200$  эрг/см<sup>2</sup>) дислокации практически не расщепляются, в меди ( $\gamma_0 = 40$  эрг/см<sup>2</sup>) ширина ленты равна  $8b^*$ ).

В трансмиссионном электронном микроскопе расщепление дислокаций четко наблюдается в ряде гранецентрированных металлов, графите, тальке и других материалах. Двойникующие

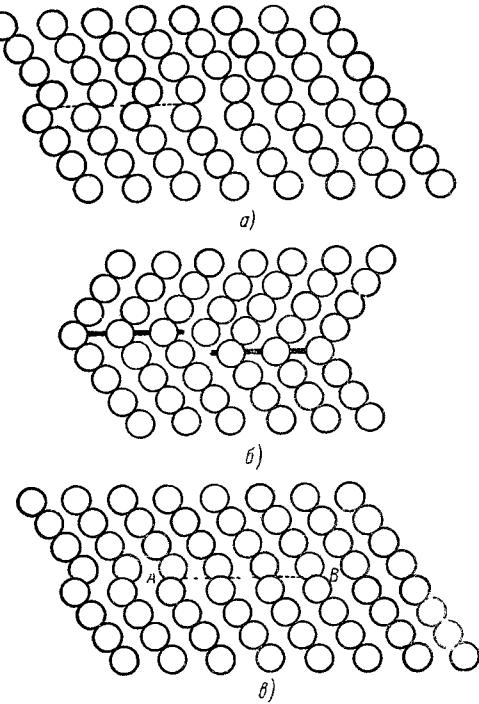


Рис. 5. Частичные дислокации в г. ц. к. решетке.

Плоскость рисунка (110), направление [112] горизонтально. а) Частичная дислокация Шокли (дефект упаковки отмечен пунктиром), б) двойникующая дислокация (ступенька на границе двойников), в) расщепленная краевая дислокация, состоящая из частичных дислокаций *A* и *B* и ленты дефекта упаковки *AB* между ними.

дислокации удается наблюдать не только при просвечивании в электронном микроскопе, но и по методу избирательного травления.

### 3. ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ КАК ДВИЖЕНИЕ ДЕФЕКТОВ

Необратимое перемещение дефектов решетки (и только оно) вызывает необратимое изменение формы кристалла (пластическую деформацию). Обсуждая роль перемещения различных структурных дефектов, Я. И. Френкель подчеркивал отличие диффузионного течения, осуществляющего движением точечных дефектов, от пластического течения, вызываемого движением дислокаций.

Под действием напряжения  $\sigma$  в теле с линейными размерами порядка  $L$  движение точечных дефектов (главным образом вакансий) обеспечивает скорость пластической деформации<sup>12</sup>

$$\dot{e} = \frac{D}{L^2} \frac{\sigma \Omega_0}{kT}, \quad (3,1)$$

где  $D$  — коэффициент самодиффузии,  $\Omega_0$  — атомный объем,  $L = \sqrt{3}R/2$  для

<sup>12</sup>) Заметим, что разные экспериментальные методы дают для  $\gamma_0$  не всегда совпадающие результаты.

сферического зерна радиусом  $R$ . Диффузионная пластичность играет существенную роль в ползучести мелкозернистых материалов при высоких температурах. В остальных случаях, как правило, основной вклад в пластическую деформацию дает движение не точечных дефектов, а дислокаций.

Механизмы перемещения дислокаций в плоскости скольжения (плоскость, проходящая через линию дислокации и вектор Бюргерса) и переползанию к ней — различны. В первом случае (скольжение) атомы перемещаются лишь на небольшие расстояния (меньше параметра решетки), во втором случае (переползание) происходит наращивание или укорачивание неполных атомных плоскостей, требующее переноса масс — диффузионного перемещения вакансий или межузельных атомов. В обоих случаях скорость пластической деформации дается формулой типа (подробнее см. § 4)

$$\dot{e} = Nvb, \quad (3,2)$$

где  $N$  — плотность дислокаций,  $v$  — их скорость. Скольжение дислокаций может происходить со скоростями вплоть до звуковых, что впервые предсказали Френкель и Конторова. Если плотность подвижных дислокаций  $N=10^8 \text{ см}^{-2}$ , предельная скорость пластической деформации при скольжении дислокаций достигает  $10^5 \text{ сек}^{-1}$ . Если учесть, что сила, действующая на единицу длины дислокации в поле напряжений  $\sigma$ , равна  $F=b\sigma$ , скорость переползания дислокации, лимитируемого самодиффузией

$$v = \frac{2\pi D}{b \ln(R/r_0)} \frac{\sigma \Omega_0}{kT}, \quad (3,3)$$

где  $R$  — радиус зерна, а  $r_0$  — радиус ядра дислокации, захватывающего или испускающего точечные дефекты. Из формул (3,2) и (3,3) для скорости пластической деформации при переползании дислокаций следует

$$\dot{e} = \frac{2\pi ND}{\ln(R/r_0)} \frac{\sigma \Omega_0}{kT}. \quad (3,4)$$

Сопоставление (3,1) и (3,4) показывает, что вклад переползания в  $\frac{3\pi NR^2}{2 \ln(R/r_0)}$  раз, т. е. на несколько порядков, превышает вклад диффузионной пластичности. Даже при  $r_0 \sim b$  и  $R \sim (10^3 \div 10^4) b$  переползание пяти-шести дислокаций обеспечивает такую же скорость пластической деформации, как диффузионный поток всех точечных дефектов сам по себе.

При пересечении скользящих дислокаций на них образуются ступеньки, не лежащие в плоскости скольжения. При дальнейшем скольжении дислокаций ступеньки вынуждены переползать и оставляют за собой след в виде цепочек вакансий или межузельных атомов. Поэтому в ходе пластической деформации возникает большое число точечных дефектов, изменяющих плотность, электросопротивление, коэффициент диффузии и другие свойства кристалла.

Аномально высокая скорость переползания наблюдается для дислокационных петель, возникающих путем захлопывания плоских скоплений вакансий (рис. 6). Точечные дефекты мигрируют здесь не по объему кристалла, а вдоль дислокаций, наращивая неполную атомную плоскость с одной стороны петли за счет атомов, освобождающихся при переползании противоположной стороны петли.

Частичные дислокации перемещаются, как правило, путем скольжения (переползанию препятствует дефект упаковки). Поэтому частичные дислокации с вектором Бюргерса, не лежащим в плоскости дефекта упаковки, практически неподвижны (сидящие дислокации). Тангенциальное

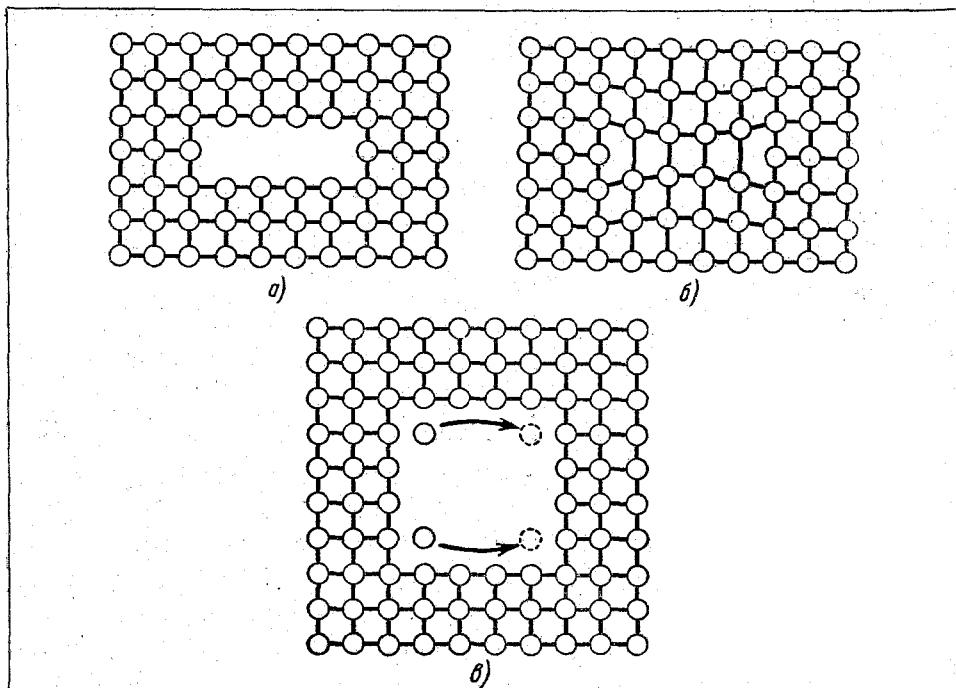


Рис. 6. Образование и консервативное переползание призматической дислокации.

а) плоское скопление вакансий (разрез через ось скопления); б) захлопывание скопления а дает дислокационное кольцо (призматическую дислокацию); в) миграция атомов вдоль дислокации приводит к переползанию кольца как целого (разрез по плоскости кольца).

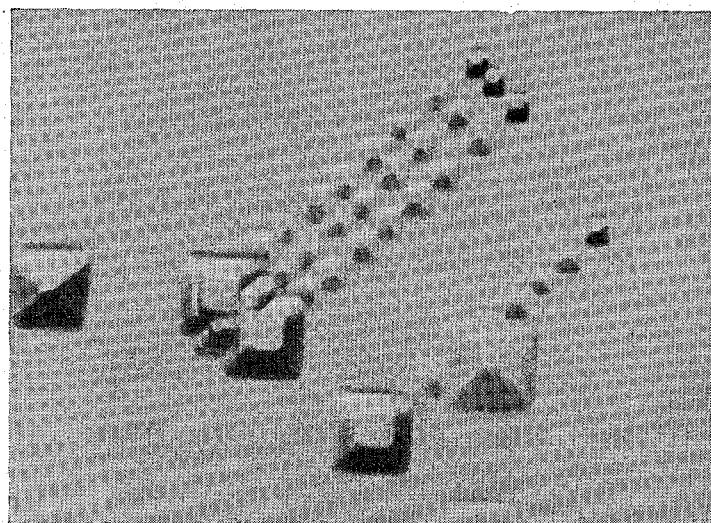


Рис. 7. Скачкообразное движение дислокаций в NaCl.  
Метод непрерывного избирательного травления <sup>13</sup>.

перемещение (скольжение) двойникующих дислокаций по границе двойника вызывает нормальное перемещение этой границы.

Совместное движение дислокаций, составляющих границу блоков, также приводит к пластической деформации. Для кристалла из блоков

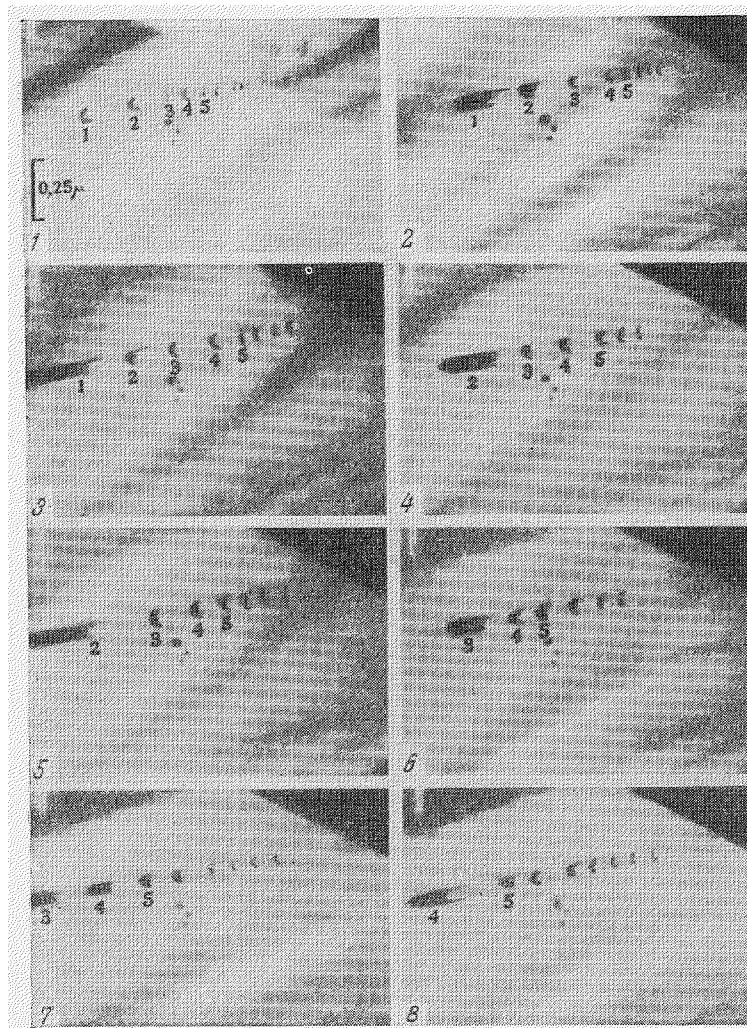


Рис. 8. Движение дислокаций в нержавеющей стали.  
Кадры из кинофильма, снятого в трансмиссионном электронном микроскопе. Первые пять дислокаций пронумерованы<sup>14</sup>.

размером  $L$ , разориентированных в среднем на угол  $\theta$ , скорость деформации

$$\dot{e} = \frac{v\theta}{L}, \quad (3,5)$$

где  $v$  — скорость движения границ. Формула (3,5) фактически совпадает, конечно, с формулой (3,2).

Наиболее эффективно движение дислокаций наблюдается непосредственно в трансмиссионном электронном микроскопе и по методу избирательного травления. Повторное травление фиксирует начальное и конечное

положения дислокаций, непрерывное травление во время деформирования позволяет следить за кинетикой перемещения дислокаций (рис. 7). Наиболее полную информацию дают электронные микроскопы, снабженные приспособлением для деформирования образца под пучком и киносъемочным устройством. Пример кадров, иллюстрирующих движение дислокаций в нержавеющей стали, приведен на рис. 8.

#### 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ТЕОРИИ ДИСЛОКАЦИЙ

В предыдущих разделах уже были использованы в упрощенном виде некоторые формулы теории дислокаций. В настоящее время аппарат теории разработан довольно полно, целый ряд явлений пластической деформации может быть строго описан<sup>15-20</sup>.

**Дислокации в теории упругости.** Задолго до экспериментального обнаружения дислокаций в кристаллах в математической теории упругости рассматривались дислокации как линейные особенности упругого поля, характеризуемые условием (2,1) и даже более общими<sup>21</sup>. Теория дислокаций составляет сейчас такую же неотъемлемую главу теории упругости, как теория вихрей в гидродинамике или теория токов в электродинамике.

В цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  напряжения вокруг прямолинейной краевой дислокации в неограниченной изотропной среде с коэффициентом Пуассона  $\nu$  даются выражениями

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\sigma_{zz}}{2\nu} = -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\sin \varphi}{r}, \quad \sigma_{r\varphi} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\cos \varphi}{r} \quad (4,1)$$

(азимут  $\varphi$  отсчитывается от направления вектора Бюргерса); для винтовой дислокации

$$\sigma_{z\varphi} = \frac{G}{2\pi} \frac{b}{r}. \quad (4,2)$$

Упругое поле произвольной дислокации может быть записано в виде контурного интеграла. В частности, для смещений вокруг дислокационной петли, характеризуемой вектором Бюргерса  $b$ , т. е. условием (2,1), справедлива формула Бюргерса

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \frac{b\Omega}{4\pi} + \frac{\mathbf{b}}{4\pi} \times \oint_R d\mathbf{r}' + \text{grad} \frac{\mathbf{b}}{8\pi(1-\nu)} \oint_L \mathbf{R} \times \frac{d\mathbf{r}'}{R}, \quad (4,3)$$

где  $\Omega$  — телесный угол, под которым из точки  $\mathbf{r}$  виден контур  $L$ , а  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ . Недавно было показано<sup>23</sup>, что в общем случае, в том числе для ограниченного тела и для анизотропной среды, функции влияния для дислокаций совпадают с функциями напряжений  $\Phi$  ( $\sigma = \text{Rot } \Phi$ ) для сосредоточенной силы. В частности, вместо формулы Бюргерса может быть использована формула

$$u_i = b_j \oint_L dL_k \Phi_{kj}^{(i)}. \quad (4,4)$$

Упругое поле дислокации может быть также построено по функции напряжений  $\chi$  ( $\sigma = \text{Rot}(\text{Rot } \chi)^*$ )<sup>16</sup>,

$$\chi_{ij} - \frac{\nu}{\nu+2} \chi_{kk} \delta_{ij} = \frac{G}{8\pi} \left( e_{ijk} b_l \nabla_k \oint_L |r - r'| dx'_j + \text{симв. член} \right), \quad (4,5)$$

где  $e_{ijk}$  — единичный антисимметричный тензор.

Энергия взаимодействия дислокации с произвольным полем напряжений  $\sigma$  может быть выражена также в виде контурного интеграла. Варьирование дает для конфигурационной силы  $dF$ , действующей на элемент  $dL$  дислокационной линии:

$$dF_j = e_{ijk} dL_i \sigma_{kl} b_l. \quad (4,6)$$

Энергия взаимодействия двух дислокаций соответственно может быть записана в виде двойного контурного интеграла <sup>24</sup>.

Для движущихся дислокаций строгие решения найдены в простейших случаях <sup>25-27</sup>. Кроме статической силы (4,6), на дислокацию, перемещающуюся в движущейся среде, действует также «лоренцева» сила, пропорциональная скорости дислокации и скорости среды <sup>27</sup>.

Расчетные поля напряжений вокруг дислокаций в кристаллах поддаются не только косвенной (по конфигурации дислокационных линий), но и прямой экспериментальной проверке по методу фотоупругости. На рис. 9, а приведена полученная по методу <sup>28</sup> фотография напряжений вокруг краевых и смешанных дислокаций в пластинке кремния. Розетки напряжений хорошо согласуются с формулой (4,1).

Вычисление напряжений, вызываемых дислокациями, позволяет дать новую трактовку теории внутренних напряжений, поскольку именно дислокации, как правило, являются главным источником внутренних напряжений в кристаллах. При этом по-новому ставится вопрос о классификации внутренних напряжений. Каждая дислокация дает в принципе медленно убывающее (как  $1/r$ ) поле. Поля соседних дислокаций, накладываясь, могут либо давать дальнодействующие макроскопические напряжения, либо взаимно погашаться на расстояниях порядка расстояния между дислокациями (микронапряжения). На рис. 9, б можно видеть как примеры макронапряжений (горизонтальный ряд дислокаций в верхней части рисунка), так и микронапряжений (вертикальный ряд дислокаций слева). Принятое в настоящее время рентгенографическую трактовку внутренних напряжений следует, по-видимому, пересмотреть и основывать на расчетной картине рассеяния рентгеновых лучей кристаллами с различными дислокационными конфигурациями <sup>29</sup>.

**Макроскопическое описание дислокаций.** Для тел с большим количеством дислокаций целесообразно ввести функцию распределения  $f_b(\mathbf{n}, \mathbf{r})$  дислокаций, где  $df = f_b dV d\Omega$  есть суммарная длина дислокаций с вектором Бюргерса  $\mathbf{b}$ , проходящих вблизи точки  $\mathbf{r}$  через объем  $dV$  и расположенных внутри телесного угла  $d\Omega$  около направления  $\mathbf{n}$ . Суммарная плотность дислокаций (суммарная длина дислокационных линий в единице объема)

$$N = \int (d\mathbf{b}) \int d\Omega f_b \quad (4,7)$$

в первом приближении определяет латентную энергию, увеличение объема, добавочное электросопротивление и другие эффекты.

Макроскопические напряжения и повороты решетки определяются так называемым тензором макроскопической плотности дислокаций  $\beta_{ij}$ ,  $ij$ -я компонента которого равна  $j$ -й компоненте суммарного вектора Бюргерса всех дислокаций, пересекающих единичную площадь, перпендикулярную к оси  $i$ <sup>16</sup>. Очевидно,

$$\beta_{ij} = \int (d\mathbf{b}) \int d\Omega n_i b_j f_b. \quad (4,8)$$

В формулах (4,7) и (4,8) при интегрировании следует учитывать лишь положительные направления векторов  $\mathbf{b}$  (интегрировать по полусфере).

В кристаллах векторы Бюргерса пробегают дискретный ряд значений (на практике достаточно учитывать лишь несколько значений), и интегралы по  $\mathbf{b}$  заменяются суммами. В результате тензор  $\beta_{ij}$  слагается из диад типа  $P_{ij}b_j$ , описывающих поток Р дислокаций с вектором Бюргерса  $\mathbf{b}$ <sup>30</sup>. Если смешанные дислокации условно разбить на участки с чисто краевой

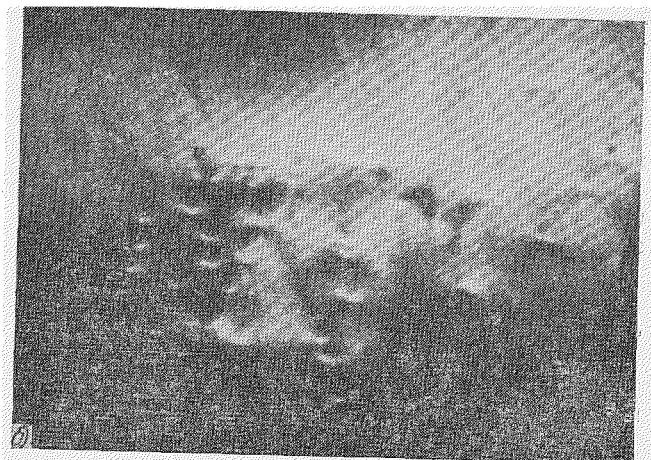
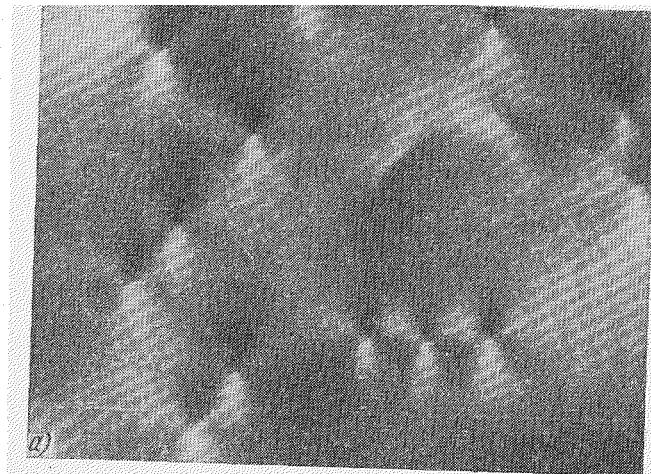


Рис. 9. Внутренние напряжения, вызванные дислокациями в кремнии. Поляризационный инфракрасный микроскоп.  
а) напряжения вокруг дислокаций; длинные лепестки розеток двупреломления лежат вдоль вектора Бюргерса; б) макро- и микронапряжения.

и чисто винтовой<sup>7</sup> ориентацией, продольная (вдоль вектора Бюргерса) компонента Р описывает плотность винтовых дислокаций, а поперечная (перпендикулярная к  $\mathbf{b}$ ) — плотность краевых дислокаций. В частности, в простой кубической решетке, в которой векторы Бюргерса направлены по координатным осям, совмещенным с осями куба, диагональные члены  $\beta_{ij}$  описывают плотность винтовых, а недиагональные — плотность краевых дислокаций<sup>31</sup>.

Если вектор Бюргерса  $\mathbf{b}$  согласно (2,1) определяется циркуляцией вектора смещения, то тензор  $\beta$  аналогичным образом соответствует циркуляции упругой дисторсии  $e$ , слагающейся из симметричного тензора упругих деформаций  $e$  и антисимметричного тензора поворотов решетки  $\omega$ , эквивалентного аксиальному вектору поворотов  $\omega$ ,

$$e = e + \omega = e - \omega \times I, \quad (4,9)$$

$$\beta = -\text{Rot } e = -\text{Rot } e + \frac{d\omega}{dx} - I \text{ div } \omega, \quad (4,10)$$

где  $I$  — единичный тензор. Диагональные члены  $e$  соответствуют упругим удлинениям (сжатиям), недиагональные — упругим сдвигам, причем первый индекс отвечает плоскости, а второй — направлению сдвига.

Из уравнения (4,10) следует, что след  $\beta$ , отвечающий суммарной плотности винтовых дислокаций, определяется дивергенцией вектора поворотов, которая в присутствии дислокаций уже не равна нулю:

$$\text{Sp } \beta = -2 \text{ div } \omega. \quad (4,11)$$

Тензор  $\kappa = \frac{d\omega}{dx}$ , транспонированный тензору  $\text{Grad } \omega$ , описывает кривизну решетки. Если кривизна решетки и макроскопические упругие деформации кристалла найдены экспериментально (например, из рентгенографических или оптических измерений), соотношение (4,10) позволяет вычислить макроскопическую плотность дислокаций, вызывающих данное поле искажений решетки.

Если макроскопические упругие деформации (и напряжения) отсутствуют, из уравнений (4,10) и (4,11) следуют простые соотношения, связывающие плотность дислокаций с кривизной решетки:

$$\beta = \kappa - I \text{ Sp } \kappa; \quad \kappa = \beta - \frac{1}{2} I \text{ Sp } \beta. \quad (4,12)$$

Если шаровые части тензоров  $\beta$  и  $\kappa$  равны нулю, сами тензоры совпадают. Это следствие неоднократно использовалось для экспериментальной проверки теории.

В обычной теории упругости при отсутствии дислокаций из выражения (4,10) следует

$$\frac{d\omega}{dx} = \text{Rot } e \quad (4,13)$$

$(\text{div } \omega = 0)$  или, в транспонированной форме,

$$(\text{Rot } e)^* = \text{Grad } \omega. \quad (4,13')$$

Для того чтобы дифференциальное соотношение (4,13') по известным деформациям позволяло однозначно восстановить вектор поворотов  $\omega$ , тензор  $(\text{Rot } e)^*$  должен быть безвихревым. Полагая

$$\text{Rot } (\text{Rot } e)^* = -\eta, \quad (4,14)$$

получаем условия совместности Сен-Бенана в форме  $\eta = 0$ , где  $\eta$  — так называемый тензор несовместности деформации.

В присутствии дислокаций из уравнений (4,10) и (4,14) следует выражение несовместности деформации через макроскопическую плотность дислокаций <sup>16</sup>:

$$\eta = \text{Rot} \left( \beta^* - \frac{1}{2} I \text{ Sp } \beta \right) = \frac{1}{2} [\text{Rot } \beta^* + (\text{Rot } \beta^*)^*]. \quad (4,15)$$

Поэтому тензор  $\beta$ , так же как тензор несовместности, полностью определяет внутренние напряжения. Следует, однако, подчеркнуть ошибочность

попыток использовать тензор  $\beta$  для определения суммарной плотности дислокаций (4,7) и пластической деформации.

Для описания движения дислокаций требуется тензор третьего ранга:

$$N_{ijk} = \int (db) \int d\Omega v_i n_j b_k f_b, \quad (4,16)$$

где  $v = v(b, n)$  — скорость движения дислокаций направления  $n$  с вектором Бюргерса  $b$ , причем, разумеется,  $v \perp n^*$ ). В простой кубической решетке при указанных на стр. 574 ограничениях  $k=i \neq j$  соответствует скольжению краевых дислокаций,  $i \neq j = k$  — скольжению винтовых дислокаций,  $i \neq j \neq k \neq i$  — переползанию краевых дислокаций.

Скольжение дислокаций вызывает пластический сдвиг параллельно плоскости скольжения и направлению вектора Бюргерса. Переползание краевых дислокаций влечет за собой пластическое укорочение (или расширение) кристалла в направлении вектора Бюргерса. В общем случае макроскопическая пластическая дисторсия  $\epsilon^P$  связана с тензором движения дислокаций следующим образом (ср. <sup>32</sup>):

$$\dot{\epsilon}_{ij}^P = e_{mnj} N_{mni}, \quad (4,17)$$

откуда

$$e_{ijl} \epsilon_{lk}^P = (N_{ijk} - N_{jik}). \quad (4,17')$$

Пластическая дисторсия может быть разбита на симметричную часть — тензор пластических деформаций  $\epsilon^P$ , — и антисимметричную часть — тензор пластических поворотов  $\omega^P$ , эквивалентный вектору поворотов  $\omega^P$ ,

$$\dot{\omega}_i^P = \frac{1}{2} (N_{jij} - N_{iji}). \quad (4,18)$$

Если перемещение дислокаций происходит неравномерно, внутри кристалла накапливаются дислокации со скоростью

$$\dot{\beta}_{jk} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (N_{ijk} - N_{jik}). \quad (4,19)$$

Соответствующее уравнение сохранения для функции распределения имеет вид

$$\int (db) \int d\Omega b_k \left[ \eta_i \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} v_i \right) - n_i \frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right] f_b = 0. \quad (4,20)$$

Дифференцируя (4,17') по координате  $j$ , получаем

$$\dot{\beta} = \text{Rot } \dot{\epsilon}^P. \quad (4,21)$$

Если в исходном ( $\epsilon^P = 0$ ) состоянии дислокации отсутствуют, интегрирование (4,21) дает

$$\beta = \text{Rot } \epsilon^P. \quad (4,21')$$

<sup>32)</sup> При скольжении дислокаций  $v$  параллельна краевой компоненте вектора Бюргерса  $n \times b \times n$  и зависит от силы, действующей в направлении  $b$  на плоскость скольжения (т. е. от касательного напряжения  $\tau$ , действующего на плоскость скольжения в направлении скольжения). При переползании дислокаций в перпендикулярна к плоскости скольжения и зависит от силы, действующей в направлении  $b$  на площадку, перпендикулярную к краевой компоненте вектора Бюргерса. В случае квазивязкого скольжения дислокаций, когда  $v = \mu \tau$ , тензор движения дислокаций имеет вид

$$N_{ijk} = \int (db) \int d\Omega \frac{b \sigma (b \times n)}{(b \times n)^2} \{ b_i - n_i (bn) \} n_j b_k f_b.$$

Из сопоставления уравнений (4,10) и (4,21') вытекает, что суммарная дисторсия является безвихревой:

$$\text{Rot}(\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^P) = 0. \quad (4,22)$$

Следовательно, суммарная дисторсия может быть представлена в виде градиента некоторого вектора  $\mathbf{u}$  (вектора полного смещения)

$$\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^P = \text{Grad } \mathbf{u}. \quad (4,23)$$

Именно этот вектор  $\mathbf{u}$  фигурирует в уравнениях динамической теории упругости, сохраняющих свой обычный вид

$$\ddot{\mathbf{q}}\mathbf{u} = \text{Div } \boldsymbol{\sigma} \quad (4,24)$$

( $\rho$  — плотность материала) и при наличии движущихся дислокаций.

Если дислокации отсутствуют, согласно соотношениям (4,10) и (4,21') могут быть найдены соответственно векторы упругих смещений (как это обычно делается в теории упругости) и пластических смещений. В общем случае таких векторов не существует, а может быть определен лишь вектор полного смещения.

При заданном  $N_{ijkl}$  уравнения (4,17), (4,19), (4,23), (4,24) и закон Гука образуют полную систему уравнений динамической теории упругости для тел с дислокациями. Если задано  $\boldsymbol{\varepsilon}^P$  (или  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P$ ), в этой системе (4,17) и (4,19) заменяются соответственно уравнением (4,21') или (4,21).

Недавно Холлендер предложил четырехмерную запись уравнений для тел с движущимися дислокациями<sup>33</sup>.

**Нелинейная теория.** При заметной кривизне кристаллографических плоскостей необходимо учитывать искажение метрики решетки. Соответствующие нелинейные обобщения теории дислокаций были указаны рядом авторов (см. обзоры<sup>19</sup>). При этом используется аппарат неримановой геометрии, причем тензор локальной макроскопической плотности дислокаций соответствует картанову кручению пространства

$$\beta^{ij} = e^{ikl} \Gamma_{kl}^j, \quad (4,22')$$

где  $\Gamma_{kl}^j$  — коэффициенты аффинной связности.

Нелинейные эффекты иного типа должны быть приняты во внимание при рассмотрении напряжений и деформаций вблизи ядра дислокации<sup>34</sup>, где упругие искажения настолько велики, что не описываются линейной теорией. Учет упругих постоянных высших порядков позволяет правильно оценить обусловленное дислокациями уменьшение плотности кристалла и другие эффекты. В ядре дислокации искажения носят неупругий характер и могут быть рассмотрены лишь с привлечением атомистических представлений.

## 5. АТОМНАЯ СТРУКТУРА ДИСЛОКАЦИЙ

В 1938 г. Френкель и Конторова впервые предложили атомную модель дислокации<sup>35</sup>, рассмотрев движение цепочки атомов, связанных квазиупругими силами, на жесткой подкладке из таких же цепочек, образующих периодическое силовое поле (рис. 10). Уравнение движения для  $k$ -го атома имеет вид

$$m\ddot{\xi}_k = -\frac{\partial U}{\partial \xi_k} + \alpha(\xi_{k-1} + \xi_{k+1} - 2\xi_k), \quad (5,1)$$

где  $\xi_k$  — смещение  $k$ -го атома из положения равновесия,  $m$  — масса атома,  $\alpha$  — коэффициент квазиупругой связи,  $U = \sum_k A \left(1 - \cos \frac{2\pi \xi_k}{b}\right)$  — силовое

поле. Далее  $\xi$  считается непрерывной функцией от  $k$  и производится переход от системы (5,1) к дифференциальному уравнению

$$m\ddot{\xi} = -\frac{\partial U}{\partial \xi} + \alpha \frac{\partial^2 \xi}{\partial k^2}, \quad (5,1')$$

которое решается в предположении постепенного распространения сдвига вдоль цепочки с постоянной скоростью  $v$  (т. е. для равномерного движения дислокации). В этом случае

$$\xi(k) = \frac{2b}{\pi} \operatorname{arctg} \exp \left[ -\frac{\pi}{\lambda} (kb - vt) \right], \quad (5,2)$$

где

$$\lambda = \frac{b^2}{2} \sqrt{\frac{a}{A}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (5,3)$$

— ширина дислокации, испытывающая релятивистское сокращение при приближении  $v$  к скорости звука  $c = b\sqrt{\alpha/m}$ . Энергия дислокации

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5,4)$$

где

$$\mathcal{E}_0 = \frac{4b}{\pi} \sqrt{\alpha A}. \quad (5,5)$$

При переходе к макроскопическим константам энергия неподвижной дислокации на единицу длины составляет около  $0,3 Gb^3$ . Наименьшей энергией обладают дислокации, отвечающие скольжению в наиболее плотно упакованных направлениях. Оценив по (5,5) величину  $\mathcal{E}_0$  для различных направлений скольжения в ряде металлов, Френкель и Конторова обнаружили корреляцию  $\mathcal{E}_0$  с экспериментальными данными по пластическим свойствам этих металлов. Подобные попытки определить направления легкого скольжения по энергии соответствующих дислокаций делались впоследствии рядом авторов (см., например, <sup>36,37</sup>).

Согласно (5,4) энергия дислокации не зависит от положения центра дислокации относительно атомов подкладки, так что равномерное движение дислокации не требует приложения внешних сил. Френкель и Конторова считали, что этот вывод о беспрепятственном скольжении цепочки связан с пренебрежением смещением атомов подкладки. Однако, если при вычислении энергии дислокации учесть дискретность цепочки, модель Френкеля — Конторовой даже при абсолютно жесткой подкладке дает конечное сопротивление скольжению, которое можно интерпретировать как критическое скальвающее напряжение  $\tau_k$ , необходимое для перемещения дислокации <sup>38</sup>. При  $v \ll c$  расчет дает экспоненциальную зависимость  $\tau_k$  от ширины дислокации  $\lambda$ ,

$$\frac{\tau_k}{G} = \frac{\pi \lambda}{3ab} \exp \left( -\frac{\pi \lambda}{b} \right), \quad (5,6)$$

причем величина  $\lambda$  оказывается пропорциональной отношению  $a/b$ , где  $a$  — межплоскостное расстояние. Поэтому подвижность дислокаций тем

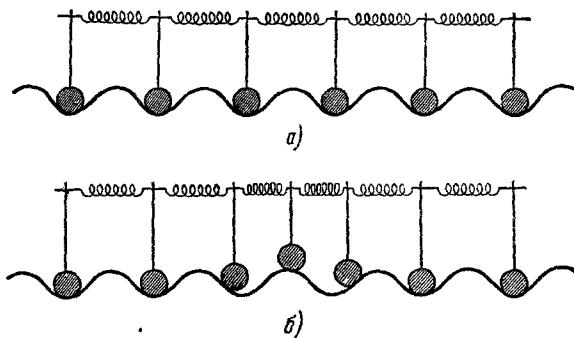


Рис. 10. Модель Френкеля — Конторовой.  
а) невозмущенное состояние, б) краевая дислокация (положительная)

больше, чем теснее расположены атомы в направлении скольжения и чем дальше отстоит плоскость скольжения от соседних. Известное эмпирическое правило отбора возможных элементов скольжения по ретикулярной плотности плоскостей и направлений в точности совпадает с этим результатом. Оценка по (5,6) дает, что при  $a=2b$  критическое скальвающее напряжение исчезающе мало, при  $a=0,5b$  оно достигает очень большой величины ( $\tau_k \sim 0,004 G$ ), а при  $a=b$  составляет  $10^{-5} \div 10^{-4} G$ , что обычно и наблюдается на опыте.

Недавно Конторова обобщила уравнение (5,4), учтя ангармонические члены во взаимодействии атомов цепочки, и проследила за корреляцией пластичности и теплопроводности<sup>39</sup>. В ряде работ в потенциале подкладки учитывались высшие гармоники (см. обзоры<sup>15, 17</sup>), в частности, исследовались условия расщепления дислокаций. Инденбом и Кратохвил составили потенциальный рельеф  $U$  из параболических и прямолинейных участков. Система разностных уравнений (5,1) допускает в этом случае строгое решение, причем сопротивление решетки движению дислокаций оказывается более высоким, чем это следует из формулы (5,6):  $\tau_k$  достигает  $6 \cdot 10^{-3} G$  при  $\tau_0/G = 1/10$  и  $6 \cdot 10^{-4} G$  при  $\tau_0/G = 1/30$ . Рассматривалось обобщение модели уравнения (5,1) и на двухмерный случай<sup>17</sup>.

Модель Френкеля — Конторовой применялась также к другим физическим задачам (эпитаксия<sup>40</sup>, доменные границы в ферромагнетиках<sup>41</sup>, межфазные границы<sup>42</sup>, перегибы на дислокации<sup>43</sup>).

Недостатком френкелевской модели дислокации является учет только ближних взаимодействий в атомной цепочке. На самом деле, благодаря взаимодействию с соседними цепочками, внутри каждой цепочки появляются дальнодействующие силы, без учета которых не может быть обеспечен предельный переход к теории упругости. Этот недостаток отсутствует в модели Пайерлса — Набарро (см. обзор<sup>15</sup>): два упругих полупространства, разделенных плоскостью скольжения  $XY$ , в которой касательное напряжение  $\tau$  нелинейно зависит от разности тангенциальных смещений  $u$  и по обе стороны от плоскости раздела

$$\tau = \frac{bG}{2\pi a} \sin \frac{2\pi u(x)}{b}. \quad (5,7)$$

Уравнение упругого равновесия полупространства при граничных условиях (5,7) имеет вид

$$\frac{b(1-\nu)}{a} \sin \frac{2\pi u(x)}{b} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du}{dx'} \frac{dx'}{x-x'}. \quad (5,8)$$

Дислокация описывается решением

$$u(x) = \frac{b}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2(1-\nu)x}{a}, \quad (5,9)$$

которое на больших расстояниях от центра дислокации переходит в решение теории упругости. Энергия дислокации периодически зависит от положения ее центра, и сопротивление решетки движению дислокации отвечает критическому скальвающему напряжению

$$\tau_k = G \exp \left[ - \frac{a}{2\pi(1-\nu)b} \right] \quad (5,10)$$

(«сила Пайерлса»). Как и в модели Френкеля — Конторовой, энергия дислокации оказывается порядка  $Gb^2$ , подвижность дислокации экспоненциально зависит от ее ширины, а ширина пропорциональна отношению  $a/b$ . Различные обобщения модели Пайерлса — Набарро (для винтовой

дислокации, для анизотропных тел, для конкретных кристаллических структур и т. д.) см. в обзорах<sup>15,17</sup>.

В ряде работ атомная структура дислокации вычислялась методами теории решетки при различных предположениях о виде потенциала межатомного взаимодействия<sup>37,44</sup>. Как правило, ширина дислокации получается очень узкой, а сопротивление решетки движению дислокации — значительно более высоким, чем в моделях Френкеля — Конторовой и Пайерлса — Набарро. Такое расхождение результатов объясняется не только грубостью моделей, но и заменой разностных уравнений дифференциальными в условиях, когда этот прием становится недопустимым\*).

## 6. ПОДВИЖНОСТЬ ДИСЛОКАЦИЙ

Рассмотренные выше оценки статического сопротивления решетки движению дислокации заведомо завышены, так как получены фактически в предположении, что дислокация лежит строго в направлении плотной упаковки. В действительности дислокация может состоять из отрезков, расположенных вдоль плотно упакованного направления и соединенных перегибами (рис. 11). В этом случае преодоление потенциального барьера, разделяющего соседние канавки

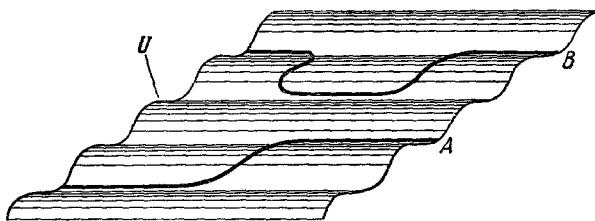


Рис. 11. Перегибы на дислокациях.  
A — одинарный перегиб; B — двойной перегиб; U — рельеф потенциального поля решетки.

потенциального рельефа, возможно путем движения перегибов вдоль линии дислокации. В случае синусоидального потенциального рельефа

$$U = \frac{b^2 \tau_k}{2\pi} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{b} x \right), \quad (6,1)$$

где  $\tau_k$  — сопротивление решетки движению дислокаций без перегибов (см. § 5), форма перегибов описывается уравнением Френкеля — Конторовой:

$$\mathcal{E}_0 x'' = b \tau_k \sin \frac{2\pi}{b} x - b \tau. \quad (6,1')$$

Здесь  $\mathcal{E}_0$  — линейная энергия дислокации,  $\tau$  — внешнее сдвиговое напряжение, действующее на плоскость скольжения в направлении скольжения. По Зегеру и др.<sup>43</sup> ширина одиночного перегиба  $\Lambda_0 = \sqrt{\pi \mathcal{E}_0 / 2 \tau_k}$ , энергия одиночного перегиба  $W_0 = \frac{4}{\pi^2} \Lambda_0 b^2 \tau_k$ , протяженность двойного перегиба  $\Lambda \approx \frac{\Lambda_0}{\pi} \ln(16 \tau_k / \pi \tau)$  и т. д.

Под воздействием термических флуктуаций (двойные) перегибы рождаются, частью сразу аннигилируют, частью выживают и мигрируют вдоль дислокации со скоростью  $v_0 \approx c \tau b^3 / kT$  (Лоте и др.<sup>43</sup>), пока не аннигилируют со встречными перегибами. Скорость дислокации

$$v = 2nbv_0, \quad (6,2)$$

\* ) Согласно<sup>38</sup>  $\tau_k$  определяется фурье-спектром  $U[\xi(k)]$ , причем синусоидальный рельеф  $U(\xi)$  отвечает особому случаю экспоненциально обрывывающегося спектра. В последнее время И. М. Лишниц исследовал решение системы разностных уравнений (5,1) при произвольной гладкой функции  $U(\xi)$  и установил, что  $\tau_k$  спадает с шириной дислокации  $\lambda$  не экспоненциально, а по закону  $\lambda^{-5}$ .

где  $n$  — погонная плотность перегибов, выживающих при данном уровне напряжений.

Лоте и Хирс<sup>43</sup> рассмотрели такие случаи внутреннего трения и ползучести, когда  $n$  лимитируется аннигиляцией встречных перегибов. Вычисление статистической суммы дает оценку

$$n \approx \frac{1}{b} \left( \frac{b^3 \tau_k}{kT} \right)^{1/2} \left( \frac{2\pi b^2 \tau_k}{\epsilon_0} \right)^{1/4} \exp \left( - \frac{W_0}{kT} \right). \quad (6,3)$$

Из условия (6,2) следует, что в этом случае скорость дислокаций пропорциональна  $\tau$ , а энергия активации процесса от напряжения не зависит.

По мере возрастания  $\tau$  зависимость вероятности рождения устойчивых перегибов от напряжения будет проявляться все более резко и зависимость  $v=v(\tau)$  станет нелинейной. При приближении  $\tau$  к  $\tau_k$  число устойчивых перегибов должно быстро нарастать, а скорость дислокаций приближаться к скорости перегибов.

При больших скоростях движения дислокации сопротивление решетки определяется не столько потенциальным рельефом, сколько различными динамическими эффектами. Еще Френкель и Конторова<sup>35</sup> указали на важную роль передачи импульса от дислокации к окружающей решетке. В их модели это соответствует учету подвижности атомов подкладки. Предполагалось, что атомы подкладки способны колебаться независимо друг от друга с частотой  $\omega$  около своих положений равновесия и возбуждаются проходящей дислокацией. Потеря энергии дислокацией эквивалентна сопротивлению

$$\tau_F = \frac{ma}{2b^*} \left( \frac{c^2}{v^2} - 1 \right)^2 \frac{\omega^2}{\operatorname{ch}^2 \frac{\pi \omega \lambda}{2v}}, \quad (6,4)$$

где  $b^*$  — параметр решетки вдоль дислокации; остальные обозначения см. в § 5. Сопротивление движению дислокации стремится к нулю как для медленных, так и для очень быстрых дислокаций.

Лейбфрид и Набарро рассмотрели передачу импульса от дислокации к решетке благодаря рассеянию фононов<sup>45</sup>. Основную роль при этом играет ядро дислокации, где нарушается суперпозиция упругих волн и поля дислокации. Эффективное сопротивление решетки пропорционально скорости дислокации. Упрощенная оценка (без учета уменьшения сечения при рассеянии длинноволновых фононов) дает

$$\tau_s \approx \frac{1}{10} \frac{v}{c} \epsilon, \quad (6,5)$$

где  $\overline{\epsilon}$  — плотность энергии термических колебаний.

При изменении скорости или формы движущейся дислокации происходит изменение ее упругого поля, вследствие чего излучаются упругие волны. Соответствующее радиационное трение  $\tau_R$  совершенно аналогично радиационному трению в электродинамике. В частности, задача об излучении упругих волн винтовой дислокацией эквивалентна задаче об излучении электромагнитных волн заряженной нитью<sup>27</sup>. Радиационное трение для движения дислокации в периодическом поле решетки исследовали Зегер и Буркхардт<sup>(17), стр. 623</sup>. Оценка амплитуды колебаний скорости дислокации для моделей Френкеля — Конторовой и Пайерлса — Набарро показала, что  $\tau_R$  достигает заметной величины (порядка  $10^{-4} G$ ) лишь при  $\frac{v}{c} \sim 0,2 \div 0,4$ . Еще слабее оказалось радиационное трение, связанное с вынужденными колебаниями дислокации под воздействием фононов (термических флуктуаций). Этот эффект, в отличие от торможения, вызванного рассеянием фононов, пропорционален  $v^2/c^2$ <sup>45</sup>.

Для быстро движущихся дислокаций можно ожидать также излучения упругих волн по механизму Вавилова — Черенкова. Краевая дислокация должна очевидно излучать поперечные волны по всему спектру, если ее скорость лежит между скоростями поперечных и продольных волн. Эшлби заметил<sup>46</sup>, что поскольку скорость коротковолновых колебаний решетки может быть вдвое меньше длинноволновых (скорости звука), винтовая дислокация, движущаяся со скоростью  $v > c/2$ , является «сверхзвуковой» для части спектра колебаний. Можно полагать, что этот механизм определяет максимально достижимую скорость дислокации.

Целый ряд механизмов торможения связан с релаксационными явлениями в поле движущейся дислокации. При движении дислокации происходит локальное повышение температуры в сжимаемых участках кристалла и понижение ее в растягиваемых. Перетекание тепла из сжатых участков в растянутые ведет к диссипации энергии (термоупругое трение). Согласно Эшлби<sup>47</sup> термоупругий эффект соответствует весьма малому сопротивлению решетки:

$$\tau_T \cong 10^{-5} G \frac{v}{c}. \quad (6,6)$$

Более существенные релаксационные потери связаны с движением (перемещением, переориентацией и т. п.) точечных дефектов. В частности, в твердых растворах вблизи дислокаций происходит локальное изменение порядка<sup>48</sup>. Соответствующее сопротивление решетки мало для медленных дислокаций (область локального упорядочения не отстает от дислокации) и очень быстрых дислокаций (упорядочение вообще не успевает происходить).

Локальное изменение концентрации примесных атомов вблизи дислокации может привести к закреплению остановившихся дислокаций<sup>49</sup>. Для вырывания дислокации из облака примесных атомов (облака Коттрелла) требуется преодолеть силы взаимодействия атомов с дислокацией, которые могут быть различной природы. Напряжение срыва

$$\tau \approx \frac{V}{b^3}, \quad (6,7)$$

где  $V$  — энергия связи примесного атома с дислокацией. При меньших напряжениях дислокация вынуждена мигрировать вместе с облаком Коттрелла. По грубой оценке<sup>49</sup> сопротивление решетки в этом случае

$$\tau \approx \frac{10c_0V^2}{kTD^2b^2} v, \quad (6,8)$$

где  $c_0$  — атомная концентрация, а  $D$  — коэффициент диффузии примесных атомов.

Релаксационное движение других дислокаций в поле движущейся дислокации дает диссиацию энергии, эквивалентную эффективному увеличению пути, пройденного движущейся дислокацией. Торможение дислокаций в результате релаксационного движения поверхностных дефектов, не сводимых к сеткам дислокаций (границы зерен, ферромагнитных и сегнетоэлектрических доменов, областей упорядочения и т. п.), также может быть оценено, если известен механизм релаксации.

Релаксационное торможение может быть связано, наконец, и с движением атомов в ядре дислокации. Сопротивление движению дается формулой Эйнштейна

$$\tau_D = \frac{kT}{b^2 D^*} v, \quad (6,9)$$

где  $D^*$  — эффективный коэффициент диффузационного перемещения атомов в ядре  $^{50}$ .

Экспериментальные данные о подвижности дислокаций получены лишь в последнее время. Наиболее интересны результаты Гилмана и Джонстона<sup>51, 52</sup>, исследовавших по методу избирательного травления скорость дислокаций в кристаллах LiF в зависимости от напряжения. На рис. 12 приведены кривые  $v(\tau)$  для температур 77 и 300° К. Движение дислокаций с заметной скоростью начинается при напряжении порядка макроскопического предела текучести. С увеличением напряжения меньше чем на два порядка скорость возрастает на 11 порядков, достигая примерно 0,1 с. Столь слабая зависимость  $\tau$  от  $v$  свидетельствует, по-видимому, о том, что сопротивление движению дислокаций определяется в данном случае не динамическими, а статическими эффектами (преводлением некоторых потенциальных барьеров). Как видно из рис. 12, изменение температуры приводит к параллельному сдвигу кривой вдоль оси « $\log v$ », что позволяет оценить энергию активации  $W$ , составляющую при  $\tau=1 \text{ кГ/мм}^2$  примерно 0,7 эв. Кривая  $v(\tau)$  для винтовой дислокации хорошо описывается формулой\*)

$$v = 10^5 \cdot \exp \left( -\frac{16,8 \cdot 10^8}{\tau} \right) \quad (6,10)$$

( $\tau$  и  $v$  в единицах CGS). Заметим, что зависимость  $W \sim \tau^{-1}$  характерна для процессов, связанных с образованием зародышей (например, для скорости движения доменных границ в сегнетоэлектриках в зависимости от напряженности электрического поля). Облучение кристаллов нейтронами, а также предварительная пластическая деформация смешают кривую  $v(\tau)$  в том же направлении, что и понижение температуры. В последнем случае сдвиг кривой по оси  $\tau$  удовлетворительно согласуется с теоретической оценкой амплитуды поля внутренних напряжений, вызванных дислокациями, образовавшимися в процессе пластической деформации.

\*) Однако вместо  $W=0,7 \text{ эв}$  при  $\tau=1 \text{ кГ/мм}^2$  из (6,10) следует  $W=0,4 \text{ эв}$ . По-видимому, это противоречие может быть снято при обработке эксперимента по формулам типа (6,2).

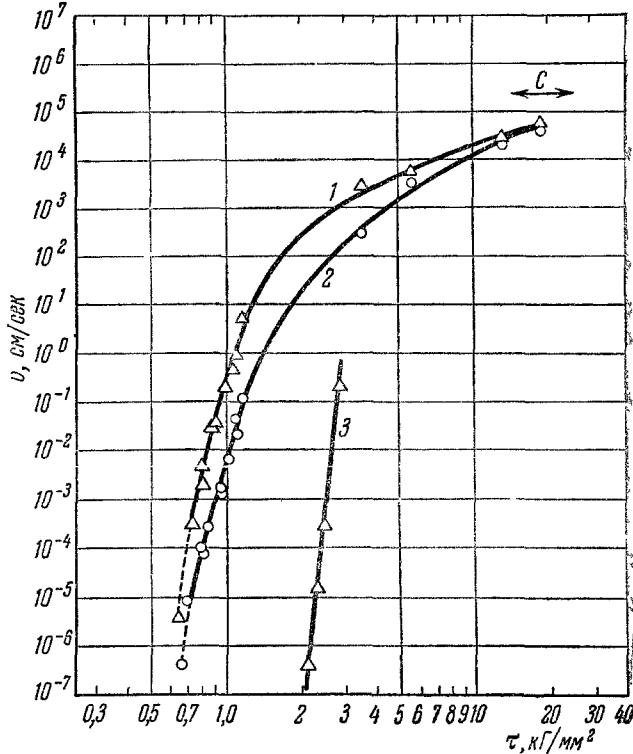


Рис. 12. Подвижность дислокаций в кристаллах.  
1 — краевые дислокации при 300°К, 2 — винтовые дислокации при 300°К, 3 — винтовые дислокации при 77°К

### 7 ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ И УПРОЧНЕНИЕ

В ходе пластической деформации происходят существенные изменения дислокационной структуры кристалла, обусловленные взаимодействием дислокаций между собой и с другими дефектами решетки. Для таких взаимодействий теория предсказывает большое число возможных механизмов. Многие из них уже получили экспериментальное подтверждение. Однако теория еще не может определенно указать, какой именно механизм контролирует процесс пластической деформации в каждом конкретном случае. Поэтому дальнейший прогресс физической теории пластично-

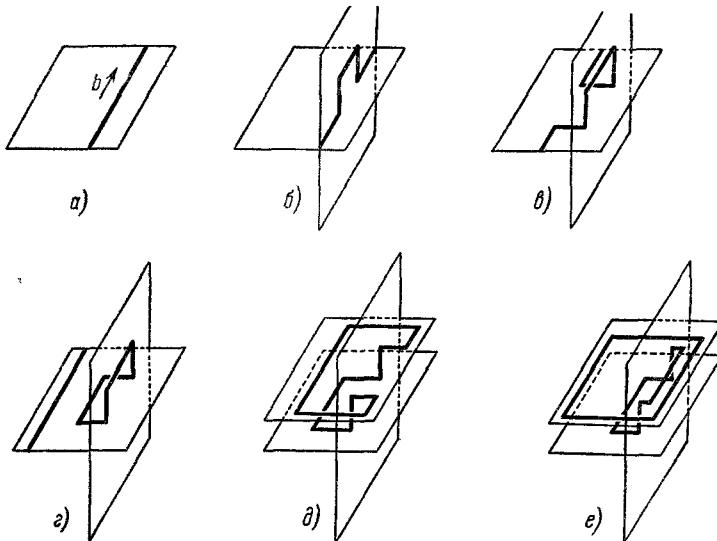


Рис. 13. Размложение дислокаций путем двойного поперечного скольжения.

а) Винтовая дислокация в исходной плоскости скольжения; б) участок дислокации продвинулся вдоль плоскости поперечного скольжения; в) дислокация продолжает двигаться вперед, вертикальные отрезки остаются на месте; г) дислокация оторвалась и оставила позади себя петлю, лежащую в двух пересекающихся плоскостях; д—е) один из горизонтальных участков этой петли отщепляется новыми петлями наподобие источника Франка — Рида.

сти определяется достижениями в непосредственном экспериментальном исследовании механизма пластической деформации различных материалов, в различных условиях.

Ниже освещаются лишь основные аспекты дислокационной теории пластичности.

**Источники дислокаций.** Чтобы создать в кристалле дислокации в количестве, необходимом для протекания пластической деформации, и компенсировать убыль дислокаций вследствие выхода их на поверхность (и аннигиляции внутри кристалла), должны работать источники дислокаций. До недавнего времени предполагалось, что основными источниками дислокаций служат сегменты дислокационной сетки, постепенно прогибающиеся под действием напряжения вплоть до потери механической устойчивости и отщепления новой дислокационной петли (источники Франка — Рида<sup>53</sup>). На опыте такие источники действительно были обнаружены в кремнии, хлористом калии, нержавеющей стали, кадмии и других материалах. Однако механизм размножения дислокаций с помощью источников Франка — Рида оказался не таким всеобщим, как это

предполагалось. В кристаллах LiF Джонстон и Гилман<sup>54</sup> нашли, что движущиеся дислокации непосредственно рождают новые петли при помощи двойного поперечного скольжения (рис. 13) по механизму, предложеному еще Орованом<sup>55</sup>. Размножение дислокаций по этому механизму, а также отщепление петель от больших ступенек на движущихся дислокациях наблюдалось в различных металлах в трансмиссионном электронном микроскопе. Методами травления, декорирования и прямого электронно-микроскопического наблюдения в различных материалах было обнаружено рождение дислокаций на включениях, преципитатах и других концентраторах напряжений. Подробно изучено возникновение дислокационных петель путем захлопывания плоских скоплений точечных дефектов, образующихся при закалке металлов. Не был предсказан и до сих пор не объяснен механизм нередко наблюдаемого в электронном микроскопе рождения дислокаций границами зерен с испусканием полупетель по одну сторону границы. В этом случае должно происходить изменение плотности дислокаций в границе.

**Упрочнение.** По мере протекания пластической деформации в кристалле плотность дислокаций и точечных дефектов возрастает. На рис. 14 в качестве примера представлена дислокационная структура нержавеющей стали на разных стадиях пластической деформации<sup>56</sup>.

Если  $Q$  источников в единице объема испускают по  $n$  петель радиусом  $R$ , достигается пластическая деформация

$$e = \pi R^2 Q n b, \quad (7.1)$$

а плотность дислокаций



Рис. 14. Дислокационная структура нержавеющей стали после деформации на 1% (a), 8% (b) и 96% (c).

a) Появились плоские скопления дислокаций у границ зерен; б) эти скопления пересекаются дислокациями других систем скольжения с образованием в ряде мест гексагональных конфигураций; в) густые скопления переиплетающихся дислокаций.

возрастает на

$$N = 2\pi R Q n. \quad (7.2)$$

При постоянном радиусе разбегания петель отсюда следует линейная связь  $e$  и  $N$ :

$$N = \frac{2}{bR} e. \quad (7.3)$$

На опыте пропорциональность  $N$  и  $e$  наблюдалась в монокристаллах LiF<sup>51</sup>, где  $N=10^9 e$ , в поликристаллическом серебре<sup>57</sup> ( $N=2 \cdot 10^{11} e$ ) и др. материалах. Согласно (7.3) радиус разбегания составляет  $7 \cdot 10^{-2}$  см в LiF и  $7 \cdot 10^{-4}$  см в Ag. В LiF радиус разбегания равен размеру наблюдаемых на опыте крупных петель, а в Ag превышает в несколько раз диаметр ячеек субструктур, разделенных густыми сетками дислокаций.

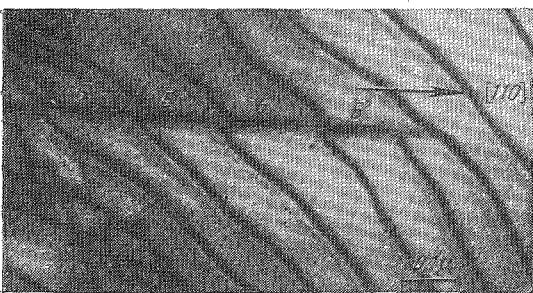


Рис. 15. Серия барьеров Ломера—Коттрелла ( $B$ ), возникшая вдоль линий пересечения плоского скопления дислокаций дислокацией другой системы скольжения; сплав Ni—4% Al<sup>59</sup>.

пластической деформации монокристаллов головные дислокации не достигали свободной поверхности кристалла, после чего рост  $N$  прекращался и деформация нарастала пропорционально первой степени  $t$ <sup>58</sup>.

Пластическая деформация приводит не только к возрастанию общей плотности дислокаций, но и к увеличению числа ступенек на дислокациях благодаря взаимному пересечению дислокаций.

Длина пробега дислокационных петель определяется препятствиями различных типов, чаще всего границами зерен и сидячими дислокациями, возникающими в результате дислокационных реакций. Приводящие к образованию барьеров реакции проанализированы подробно для г.ц.к. решетки<sup>59</sup>, в которой расщепленные дислокации в пересекающихся плоскостях скольжения могут сливаться в сидячие дислокации сложной структуры, блокирующие одновременно обе плоскости скольжения. Наиболее известными препятствиями такого типа являются дислокации Ломера—Коттрелла<sup>49</sup>, возникающие при реакции  $\frac{1}{2}[110] + \frac{1}{2}[01\bar{1}] = \frac{1}{2}[101]$  с объемием лишь головных частичных дислокаций по реакции  $\frac{1}{6}[21\bar{1}] + \frac{1}{6}[\bar{1}\bar{1}2] = \frac{1}{6}[101]$  и образованием V-образного дефекта упаковки вдоль ребра  $[10\bar{1}]$  (рис. 15). Другие подобные реакции согласно<sup>59</sup> могут давать более прочные барьеры.

Если дислокации, возникающие в процессе пластической деформации, распределяются хаотически, амплитуда вызываемого ими поля внутренних напряжений составляет примерно  $\frac{1}{2\pi} G b \sqrt{N}$ . Поэтому для продолже-

ния петли испускаются источниками с постоянной частотой  $v$  и разбегаются с постоянной радиальной скоростью  $v$ , пластическая деформация согласно (7.1) возрастает пропорционально кубу времени:

$$e(t) = \pi v^2 Q v b t^3. \quad (7.4)$$

Такая зависимость наблюдалась на начальной стадии германия и сохранялась, пока

головные дислокации не достигали свободной поверхности кристалла, после чего рост  $N$  прекращался и деформация нарастала пропорционально первой степени  $t$ <sup>58</sup>.

ния пластического течения приложенное напряжение  $\sigma$  необходимо непрерывно увеличивать в соответствии с ростом  $N$ . В случае условия (7,3) при  $\tau \approx \sigma/2$

$$d\sigma = \frac{1}{2\pi} G b d \sqrt{N} = \frac{G}{\pi} \sqrt{\frac{2b}{R}} d \sqrt{e}, \quad (7,5)$$

откуда получается обычный для поликристаллов квадратичный закон упрочнения:

$$\sigma = \sigma_0 + AG\sqrt{e}, \quad (7,6)$$

где  $A \sim \sqrt{b/R}$ .

Если дислокации, испускаемые различными источниками, не располагаются хаотически, а образуют скопления из  $n$  дислокаций одного знака, структура поля внутренних напряжений будет иной. Каждая дислокация скопления противодействует работе источника с напряжением порядка  $Gb/R$ , так что  $d\sigma \approx \frac{Gb}{R} dn$ . С учетом (7,1) получаем

$$d\sigma = \frac{Gb}{R} \frac{de}{\pi R^2 Qb}. \quad (7,7)$$

При постоянном числе  $M$  источников в сфере радиуса  $R$  (7,7) дает линейный закон упрочнения с коэффициентом упрочнения  $\sim \frac{G}{M}$ . В г.ц.к. металлах, например, линейное упрочнение наблюдается на первых двух стадиях пластической деформации \*), причем на второй стадии  $M \approx 300$  для всех металлов и очень слабо зависит от ориентации кристалла и температуры <sup>60</sup>. Обычно упрочнение на II стадии относят за счет скоплений дислокаций около барьера Ломера — Коттрелла <sup>60</sup>. Однако экспериментальные данные могут быть объяснены и торможением дислокаций ступеньками. Если  $m$  — линейная концентрация ступенек на дислокации, а  $U = -\alpha Gb^3$  — энергия образования точечного дефекта, для движения дислокации без тепловой активации требуется напряжение

$$\tau = \frac{mU}{b^2} = \alpha m Gb. \quad (7,8)$$

Число пересечений, порождающих ступеньки, пропорционально деформации. Поэтому, пока ступеньки не аннигилируют,  $m \sim e$  и (7,8) дает линейное упрочнение. При некоторых предположениях удается объяснить наблюдаемую величину коэффициента упрочнения <sup>61</sup>.

О т дых. Одновременно с деформационным упрочнением в ходе пластического течения развиваются термические активированные процессы отдыха: рассасываются дислокационные скопления, аннигилируют дислокации противоположных знаков и разноименные ступеньки на дислокациях. По мере возрастания напряжения энергия активации  $W(\sigma)$  этих процессов понижается. При быстром росте скорости отдыха происходит резкое понижение скорости упрочнения и переход к следующей стадии пластической деформации. Температурная и скоростная зависимости критического напряжения  $\sigma_k$ , отвечающего этому переходу, определяются из соотношения типа

$$\dot{e} \sim \exp \left( -\frac{W(\sigma_k)}{kT} \right). \quad (7,9)$$

Например, в г.ц.к. металлах переход к III стадии деформации связан, по-видимому, с рассасыванием дислокационных скоплений

\* ) На кривых деформации г. ц. к. металлов различают три основные стадии: легкого скольжения (I), быстрого упрочнения (II) и динамического отдыха (III).

путем поперечного скольжения. Энергия активации поперечного скольжения расщепленных дислокаций определяется энергией дефекта упаковки и логарифмически зависит от напряжения<sup>62</sup>. В кристаллах с алмазной решеткой переход от II стадии к III объясняется выходом дислокаций из скоплений путем переползания, которое оказывается в этом случае более вероятным, чем поперечное скольжение<sup>63</sup>.

Другим примером отдыха может служить аннигиляция ступенек на дислокационных линиях. Этот процесс может быть описан кинетическим уравнением типа

$$\dot{m} = N_0 v - v_c m^2, \quad (7,10)$$

где  $N_0$  — плотность дислокационного «леса», пересекаемого движущейся дислокацией,  $v_c$  — скорость миграции ступенек вдоль нее. Из уравнения (7,10) следует  $m = m_\infty \arctg \sqrt{Nv} v_c t$ , где  $m_\infty = \sqrt{Nv_c/v}$  — предельная плотность ступенек. Соответствующее напряжение пластического течения можно оценить по формуле (7,8).

Рассмотрение полной картины упрочнения и отдыха конкретных кристаллов выходит за рамки настоящего обзора. Основные теоретические и экспериментальные данные по механизму пластической деформации наиболее полно изученных кристаллов можно найти в оригинальных работах и обзорах: г.ц.к. металлы<sup>60, 61, 57</sup>, гексагональные металлы<sup>64</sup>, германий<sup>63, 58</sup>, ионные кристаллы<sup>52</sup>, простая кубическая решетка (теоретическая модель)<sup>31</sup>. Обширный материал по металлам, ионным кристаллам и кристаллам с алмазной решеткой имеется в недавно вышедшей монографии<sup>65</sup>. В этой монографии и в книге<sup>49</sup> изложены также основные сведения о механизме пластической деформации гетерогенных кристаллов, представляющих большой практический интерес. Закономерности пластического течения поликристаллов (если скольжение по границам зерен не играет существенной роли) сводятся к соответствующим закономерностям монокристаллов<sup>66</sup>. На опыте обычно наблюдается следующая зависимость напряжения пластического течения  $\sigma$  от диаметра зерна  $d$ :

$$\sigma = \sigma^* + kd^{-1/2}. \quad (7,11)$$

Величина  $\sigma^*$  характеризует сопротивление кристалла движению дислокаций. Разность  $\sigma - \sigma^*$  определяет эффективные напряжения, поджимающие дислокации к границе зерна. Чтобы в результате концентрации напряжений на конце линии скольжения (коэффициент концентрации  $\sqrt{d/b}$ ) достигалась теоретическая прочность ( $G/2\pi$ ), должно выполняться условие (7,11) с  $k \sim \frac{G}{2\pi} \sqrt{b}$ . Эта оценка  $k$  дает удовлетворительное согласие с опытом.

## 8. РАЗРУШЕНИЕ

Обсуждая вопрос о низкой прочности обычных материалов, Я. И. Френкель считал, что экспериментальное значение «разрывных напряжений» соответствует условию развития уже имеющихся трещин. По Гриффитсу, размер этих трещин  $l^*$  может быть оценен из энергетических соображений. Например, сквозная трещина длиной  $l$  в пластинке толщиной  $h$  обладает поверхностной энергией  $2h\gamma l$  ( $\gamma$  — поверхностная энергия) и в поле напряжений  $\sigma$  снижает упругую энергию тела на  $\sigma^2 h l^2 / 2E$ . Дополнительная энергия, связанная с наличием трещины, имеет максимум при  $l = l^* = 2\gamma E / \sigma^2$ . При напряжении выше  $\sigma$  трещина размером  $l > l^*$  беспрепятственно развивается, что приводит к разрушению тела.

Принимая гриффитсовскую трактовку величины разрушающих напряжений, Френкель отмечал ряд недостатков теории. При  $l < l^*$  трещина должна была бы самопроизвольно захлопываться. Необратимость процесса удлинения трещины требует для своего объяснения добавочного предположения о том, что после раскрытия трещины поверхностная энергия  $\gamma$  понижается благодаря адсорбции поверхностно активных веществ (эффект Ребиндера). Следует также учитывать зависимость поверхностной энергии от ширины трещины. Эта зависимость приводит к тому, что ширина трещины при приближении к ее краю постепенно спадает к нулю, т. е. трещина не имеет эллиптической формы, а заканчивается острой вершиной. Подчеркивая, наконец, что в теории Гриффита даже не ставится вопрос о происхождении зародышевых трещин, Френкель указывал в связи с этим на работы А. В. Степанова, утверждавшего, что зарождение трещин происходит не спонтанно, а в результате процесса пластической деформации, который предшествует хрупкому разрушению и существенно зависит от анизотропии кристалла.

В настоящее время намеченная Френкелем программа построения теории разрушения в значительной степени реализована. Для трещин различной формы, развивающихся в произвольном поле напряжений, удалось вычислить конфигурационную силу  $F$ , действующую на вершину трещины и равную выигрышу упругой энергии при продвижении вершины на единицу длины<sup>67, 68</sup>. Так, например, в плоском случае для трещины, расположенной в плоскости  $y=0$  между прямыми  $x=x_1$  и  $x=x_2$ , на вершину  $x=x_1$  действует сила

$$F = \frac{\pi(x_2 - x_1)}{4G} [\bar{\tau}_{yz}^2 + (1 - v)(\bar{\sigma}_{yy}^2 + \bar{\tau}_{xy}^2)], \dots, \quad (8,1)$$

где черта означает среднее взвешенное напряжение, действовавшее до раскрытия трещины на отрезке  $(x_1, x_2)$ :

$$\bar{\sigma}_{yz} = \frac{2}{\pi(x_2 - x_1)} \int_{x_1}^{x_2} \sigma_{yz}(x') \sqrt{\frac{x_2 - x'}{x' - x_1}} dx'.$$

Приравнивание конфигурационной силы удвоенному поверхностному напряжению дает условие равновесия трещины

$$F = 2\gamma, \quad (8,2)$$

причем под  $\gamma$  следует понимать поверхностную энергию не в вершине, а в средней части трещины. Поэтому зависимость  $\gamma$  от ширины трещины влияет на энергию только очень узких трещин. Наоборот, форма как узких, так и широких трещин существенно зависит от закона спадания  $\gamma$  в зависимости от ширины трещины. Эта задача рассмотрена как в рамках теории упругости<sup>69</sup>, так и для атомарной модели<sup>70 \*</sup>).

Математический аппарат теории дислокаций может быть успешно использован для описания трещин: разрывы сплошности заменяются соответствующим образом расположеннымми дислокациями<sup>68</sup>.

Экспериментальные исследования показывают, что развитие трещины, как правило, сопровождается интенсивной пластической деформацией вблизи вершины трещины. Это приводит к эффективному увеличению поверхностной энергии (иногда на порядок и больше) и к необратимости

<sup>\*</sup>) Зависимость поверхностной энергии от толщины трещины пытался учесть Я. И. Френкель, но не успел закончить работу, заметив ошибку в расчетах. К сожалению, эта ошибка осталась неисправленной при посмертной публикации работы<sup>71</sup>, см. также<sup>72</sup>.

распространения трещины. По влиянию поверхностно-активных веществ на процесс разрушения накоплены многочисленные экспериментальные и теоретические данные (см. обзоры <sup>73</sup>). Можно полагать, что наблюдаемое понижение работы разрушения при введении некоторых примесей связано не только со снижением поверхностной энергии, но и с облегчением пластической деформации, сопровождающей развитие трещины. Отмечена также корреляция между понижением прочности при введении примеси и выпадением преципитатов. Учет кинетической энергии, связанной с раскрытием трещины, позволяет объяснить наблюдавшуюся на опыте зависимость скорости распространения трещины от напряжения <sup>74</sup>.

Наиболее значительные успехи достигнуты в последнее время в исследовании проблемы зарождения трещин. В теории дислокаций рассмотрен ряд атомных механизмов зарождения трещины, представляющих,

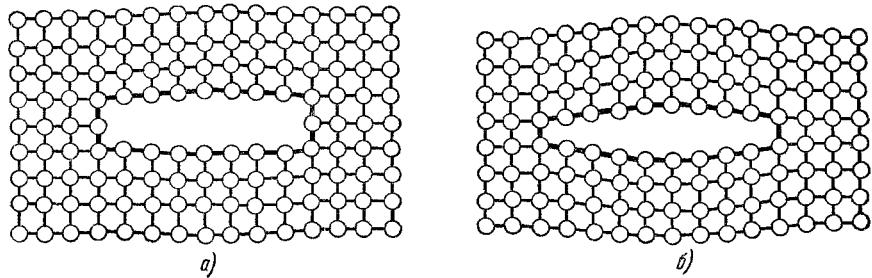


Рис. 16. Типы зародышевых трещин.

а) «Геометрическая» трещина; б) «силовая» трещина. За вычетом упругих смещений толщина трещины (б) равна нулю, а трещины (а) — отлична от нуля.

существуя, конкретизацию общей идеи Степанова<sup>75</sup> о возникновении очагов разрушений вследствие неоднородного протекания пластической деформации. Изучались как геометрические, так и силовые варианты. В первом случае нарушение сплошности кристалла происходит вследствие объединения цепочек вакансий, порожденных ступеньками на движущихся дислокациях <sup>76</sup>. В результате возникает зародышевая трещина с тупой (в атомном масштабе) вершиной (рис. 16, а). Во втором случае трещины образуются в участках с высокими внутренними напряжениями, вызванными дислокациями. Возникающая трещина имеет острую вершину (рис. 16, б). Как видно из рис. 16, геометрические трещины более устойчивы, чем силовые: при захлопывании первых необходима дополнительная работа на образование дислокационной петли (призматической дислокации) по контуру трещины.

Важнейшие варианты образования силовых трещин иллюстрируются рис. 17, а—е. Чаще всего обсуждался в литературе вариант а) — незавершенный сдвиг, т. е. скопление дислокаций перед препятствием <sup>77</sup>. Достаточно прочными препятствиями могут служить, по-видимому, лишь границы зерен, так что в монокристаллах реализация этой схемы мало вероятна. К сожалению, многие авторы некритически используют схему рис. 17, а для «объяснения» разрушения монокристаллов. В поликристаллах схема рис. 17, а дает зависимость напряжения разрыва от диаметра зерна типа (7,11) с константой  $k \sim \sqrt{\gamma G}$ , что хорошо согласуется с опытом (см. обзор <sup>77</sup>).

Было обнаружено, что в гексагональных поликристаллических металлах незавершенные сдвиги у границ зерен вызывают разрушение не по схеме а), а по плоскости скопления (рис. 17, б) <sup>78</sup>. Гилман объясняет этот тип разрушения локальным расширением решетки за счет нелинейных

эффектов в ядре дислокации (см. § 4). Более вероятно, что разрушение в этом случае обусловлено сдвигом по изогнутым плоскостям скольжения (рис. 17, *в*) — геометрическая нелинейность скольжения в искривленной решетке. Предельным случаем схемы рис. 17, *в* является разрыв границы блоков (рис. 17, *г*) либо вследствие пересечения границы активной плоскостью скольжения, либо в результате остановки части движущейся границы, либо, наконец, вследствие разбиения границы на части при изменении ее ориентировки<sup>68, 79</sup>. На опыте конфигурация рис. 17, *г* наблюдалась в различных кристаллах, у которых плоскость скольжения совпадает с плоскостью спайности (цинк, нафталин и др.). Скопления дислокаций на пересечении плоскостей скольжения могут вызвать трещину по схеме рис. 17, *д*<sup>80</sup>. Трещины на пересечении линий скольжения наблюдались часто в кристаллах с решеткой MgO, однако дислокационная структура не всегда соответствовала схеме рис. 17, *д*. В последнее время в кадмии было обнаружено разрушение по схеме рис. 17, *е*<sup>81</sup>: зародышевая трещина возникает в области, где накладываются растягивающие напряжения от двух дислокационных скоплений противоположного знака.

Противоположный знак. Судя по всему, схемы рис. 17 отнюдь не исчерпывают всех возможных дислокационных механизмов зарождения трещин. (См., например, выдвигаемые Одингом<sup>82</sup> идеи о роли дислокаций в зарождении и развитии трещин в металлах.) Можно ожидать, что в ближайшее время наиболее типичные случаи зарождения трещин в кристаллах будут изучены как теоретически, так и экспериментально \*).

Главной проблемой теории разрушения сейчас становится атомный механизм распространения трещин. Согласно Журкову и Санфировой<sup>84</sup>, долговечность  $\tau_\sigma$  (время жизни материала под нагрузкой) обратно пропорциональна скорости установившейся ползучести и хорошо описывается формулой

$$\tau_\sigma \sim \exp\left(\frac{U - \Omega\sigma}{kT}\right). \quad (8,3)$$

\* ) В полимерах часто трещина представляет собой не обычный разрыв сплошности, а полость, скрепленную цепочками неразорвавшихся связей. При исследовании прочности тела в этом случае уместно использовать модель одномерной атомной цепочки<sup>83</sup>.

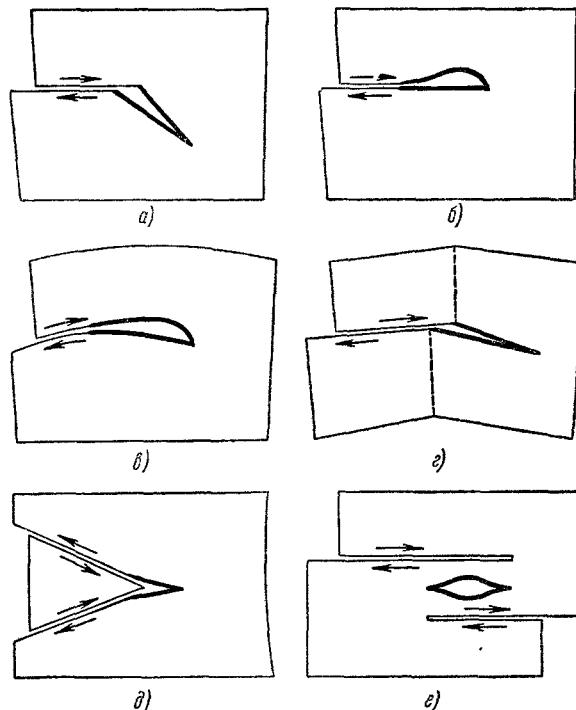


Рис. 17. Различные варианты зарождения трещин.  
а) Незавершенный сдвиг по Зенеру — Мотту; б) незавершенный сдвиг по Рожанскому и Гилману (раскалывание скопления дислокаций); в) трещина по плоскости скольжения как результат сдвига в искривленной решетке; г) разрыв вертикальной стенки дислокаций; д) пересечение плоскостей скольжения; е) трещина между скоплениями дислокаций противоположного знака.

До сих пор не ясно, определяется ли скорость разрушения скоростью ползучести или наоборот<sup>85</sup>. Авторы обзора придерживаются на этот счет противоположного мнения (ср. <sup>85</sup> и <sup>88</sup> \*).

Раскрытие атомного механизма зарождения и распространения трещин не снимает вопроса о статистическом характере разрушения, которому Я. И. Френкель придавал большое значение<sup>86</sup>. Физическая теория разрушения должна, конечно, объяснить не только средние значения прочности тел с данной структурой, но и кривую распределения прочности, масштабный фактор и другие закономерности, требующие статистического подхода к учету роли дефектов. Решение этой задачи требует вскрытия физического смысла функций и параметров, фигурирующих в статистической теории прочности. В настоящее время в этом направлении делаются лишь первые шаги (см. <sup>87</sup>, а также монографию <sup>88</sup>).

## 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В 1950 г. Я. И. Френкель писал (см. <sup>11</sup>, стр. 364): «Несмотря на длительное изучение механических свойств твердых тел и, в особенности, их пластичности, до самого последнего времени этот вопрос не только не имел правильного решения, но даже не мог быть правильно поставлен. Можно сказать, что введение подвижных дислокаций и теории их движения впервые поставило вопрос о пластической деформации и о твердости кристаллов на правильные рельсы. Однако в настоящее время еще очень мало сделано в отношении дальнейшего развития теории пластичности и ее конкретных применений к тем или иным телам».

За последнее десятилетие дислокационные гипотезы получили блестящее экспериментальное подтверждение, и теория дислокаций стала неотъемлемой частью теории твердого тела. Но если основы теории дислокаций можно считать разработанными, этого нельзя утверждать о дислокационной теории пластичности и прочности. Создание ясных представлений об атомарном механизме пластического течения и разрушения еще требует проведения обширных экспериментальных и теоретических исследований.

Современные достижения экспериментальных методов изучения дефектов в кристаллах позволяют надеяться, что решение этой задачи не является делом далекого будущего.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Я. И. Френкель, Z. Phys. 37, 572 (1926).
2. Цит. Коттреллом<sup>49</sup>, стр. 22.
3. S. S. Вгеппег, Growth and Perfection of Crystals, Wiley, New York, 1958, стр. 157.
4. Э. М. Надгорный, Ю. А. Осипьян, М. Д. Перкас, В. М. Розенберг, УФН 67, 625 (1959).
5. Я. И. Френкель, Z. Phys. 35, 652 (1926); Кинетическая теория жидкостей, М., изд. АН СССР, 1945.
6. A. Seeger, P. Schiller, H. Kronmüller, Phil. Mag. 5, 853 (1960).

<sup>\*</sup>) Согласно Журкову, энергия активации  $U$  заметно превышает энергию активации самодиффузии  $U_b$  и примерно совпадает с энергией испарения  $U_0$ . Однако с неменьшим успехом можно сопоставить  $U$  с энергией активации рождения межузельных атомов, которая близка к  $U_0$ . В этом случае скорость ползучести и разрушения лимитируется рождением межузельных атомов. Активационный объем  $\Omega$  можно сопоставить с величиной  $b^2l$ , где  $l$ —порядка расстояния между дислокациями ( $b/l$ —порядка угла разориентировки блоков).

7. J. B. Gibson, A. N. Golland, M. Millgram, G. H. Vineyard, *Phys. Rev.* **120**, 1229 (1960); Дж. Вайниард, УФН **74**, 435 (1961).
8. E. W. Müller, *Z. Phys.* **156**, 399 (1959).
9. А. Дж. Форти, Непосредственное наблюдение дислокаций в кристаллах, М., Металлургиздат, 1956; В. Р. Регель, А. А. Урусовская, В. Н. Коломийчук, Кристаллография **4**, 937 (1959); W. Dekeusel, S. Amelinckx, *Solid State Phys.* **8**, 325 (1959); A. R. Lang, *J. Appl. Phys.* **30**, 1748 (1959); P. B. Hirsch, *Metallurg. Rev.* **4**, 101 (1959); М. В. Классен-Неклюдов, В. Л. Инденбом, Ред. статья в сб. «Дислокации и механические свойства кристаллов», М., ИЛ, 1960.
10. А. Н. Орлов, И. А. Шварте, *Физ. мет. и металловед.* **10**, 492 (1960).
11. Я. И. Френкель, Введение в теорию металлов, 3-е изд., М., Физматгиз, 1958.
12. F. R. N. Nabarro, *Conf. on Strength of Solids* (Phys. Soc., London, 1948), стр. 75; C. Herring, *J. Appl. Phys.* **21**, 437 (1950).
13. В. Н. Рожанский, В. М. Степанова, ДАН СССР **133**, 804 (1960).
14. M. J. Whelan, P. B. Hirsch, R. W. Horne, W. Böllmann, *Proc. Roy. Soc. A240*, 524 (1957).
15. F. R. N. Nabarro, *Advances Phys.* **1**, 269 (1952).
16. E. Kröner, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, Berlin, 1958.
17. A. Seeger, *Handb. Phys.* **7** (1), 383 (1955).
18. J. D. Eshelby, *Solid State Phys.* **3**, 79 (1956); R. de Wit, *Solid State Phys.* **10**, 249 (1960).
19. E. Kröner, A. Seeger, *Arch. Rational Mech.* **3**, 97 (1959); E. Kröner, *Arch. Rational Mech.* **4**, 273 (1960); B. A. Bilby, *Progr. Sol. Mech.* **1**, 331 (1960).
20. В. Л. Инденбом, Некоторые вопросы физики пластичности. Итоги науки, вып. 3, 117 (1960).
21. А. Ляв, Математическая теория упругости, М., Гостехиздат, 1935.
22. J. M. Burgers, *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.* **42**, 293, 378 (1939).
23. В. Л. Инденбом, ДАН СССР **128**, 906 (1959).
24. J. Blij, *Acta Metallurgica* **3**, 199 (1955).
25. F. C. Frank, *Proc. Phys. Soc. A62*, 131 (1949); J. D. Eshelby, *Proc. Phys. Soc. A62*, 307 (1949); G. Leibfried, H. D. Dietze, *Z. Phys.* **126**, 790 (1949).
26. F. R. N. Nabarro, *Phil. Mag.* **42**, 1224 (1951); A. W. Saenz, *J. Rational Mech.* **2**, 83 (1953); R. Bullough, B. A. Bilby, *Proc. Phys. Soc. B67*, 615 (1954); А. Косевич, ЖЭТФ **42**, № 1 (1962).
27. J. D. Eshelby, *Phys. Rev.* **90**, 248 (1953); J. Weertman, *Metallurg. Soc. Conf.* **9**, 205 (1961).
28. В. Л. Инденбом, В. И. Никитенко, Л. С. Милевский, ДАН СССР **141**, 1360 (1961); *Физ. тв. тела* **4**, 235 (1962).
29. К. П. Рябушапка, Л. В. Тихонов, *Физ. мет. и металловед.* **11**, 489 (1961); **12**, 3 (1961).
30. В. Л. Инденбом, Кристаллография **2**, 594 (1957).
31. А. Н. Орлов, *Физ. тв. тела* **4**, № 3 (1962).
32. Е. Кропнер, G. Rieder, *Z. Phys.* **145**, 424 (1956) (перевод в сб. ПСФ, № 9, 106 (1957)).
33. E. Holländer, *Czech. J. Phys.* **B10**, 409, 479, 551 (1960).
34. A. Seeger, *Dislocations and Mech. Properties of Crystals*, Wiley, N. Y., 1957 (перевод в сб. «Дислокации и механические свойства кристаллов», М., ИЛ, 1960, стр. 353); H. Pfleiderer, A. Seeger, E. Kröner, *Z. Naturf.* **15a**, 758 (1960).
35. Я. И. Френкель, Т. А. Конторова, ЖЭТФ **8**, 89, 1340, 1349 (1938).
36. A. Foreman, *Acta Metallurgica* **3**, 322 (1955); A. J. E. Foreman, W. M. Lomer, *Phil. Mag.* **46**, 73 (1955); J. D. Eshelby, *Phil. Mag.* **40**, 903 (1949).
37. H. B. Huntington, J. E. Dickey, R. Thomson, *Phys. Rev.* **100**, 1117 (1955).
38. В. Л. Инденбом, Кристаллография **3**, 197 (1958).
39. Т. А. Конторова, Некоторые проблемы прочности твердого тела, М., изд. АН СССР, 1959, стр. 99.
40. F. C. Frank, J. H. van der Merwe, *Proc. Roy. Soc.* **198**, 205, 217 (1949).
41. R. Becker, *J. Phys. et radium* **12**, 332 (1951).
42. J. W. Cahen, *Acta Metallurgica* **8**, 554 (1960); А. Л. Ройтбурд, Сб. трудов ЦНИИЧМ, вып. 4, 56 (1960).

43. A. Seeger, H. Donth, F. Pfaaff, Disc. Farad. Soc. **23**, 19 (1957); J. Lotthe, J. P. Hirth, Phys. Rev. **115**, 543 (1959); J. Lotthe, Phys. Rev. **117**, 704 (1960).
44. A. Magadudin, J. Phys. Chem. Sol. **9**, 1 (1958); Ch. Lehmann, G. Leibfried, J. Phys. Chem. Sol. **6**, 195 (1958); Б. А. Гринберг, А. Н. Орлов, Физ. мет. и металловед. **11**, 481 (1961).
45. G. Leibfried, Z. Phys. **127**, 344 (1950); F. R. N. Nabarro, Proc. Roy. Soc. **A209**, 279 (1954).
46. J. D. Eshelby, Proc. Phys. Soc. **B69**, 1013 (1956).
47. J. D. Eshelby, Proc. Roy. Soc. **A197**, 396 (1949).
48. G. Schoeck, Phys. Rev. **102**, 1458 (1956); G. Schoeck, A. Seeger, Acta Metallurgica **7**, 469 (1959).
49. А. Котрелл, Дислокации и пластическое течение в кристаллах, М., Металлургиздат, 1958.
50. Р. Насен, Acta Metallurgica **5**, 598 (1957).
51. W. G. Johnston, J. J. Gilman, J. Appl. Phys. **30**, 129 (1959) (перевод в УФН **70**, 489 (1960)).
52. J. J. Gilman, Austral. J. Phys. **13**, 327 (1960); Progress in Ceramic Science **1**, 146 (1961); Plasticity, 2nd Symp. Naval Struct. Mech., Rhode Island, 1960, стр. 43; J. J. Gilman, W. G. Johnston, J. Appl. Phys. **31**, 687 (1960).
53. В. Т. Рид, Дислокации в кристаллах, М., Металлургиздат, 1958.
54. W. G. Johnston, J. J. Gilman, J. Appl. Phys. **31**, 632 (1960).
55. Е. Огован, Dislocations in Metals, AIME, 1954, стр. 103.
56. М. П. Усиков, Л. М. Утевский, Металловедение и термическая обработка металлов, № 3 (1962).
57. J. E. Bailev, R. B. Hirsch, Phil. Mag. **5**, 485 (1960).
58. H. G. van Vuurden, Physica **25**, 775 (1959).
59. J. P. Hirth, J. Appl. Phys. **32**, 700 (1961).
60. A. Seeger, Dislocations and Mech. Properties of Crystals (1957) (перевод в сб. «Дислокации и механические свойства кристаллов», М., ИЛ, 1960, стр. 179); Handb. Phys. **7/2**, 1 (1957).
61. N. F. Mott, Trans. AIME **218**, 962 (1960); R. B. Hirsch, D. H. Warrington, Phil. Mag. **6**, 735 (1961).
62. A. Seeger, R. Brenner, H. Wolff, Z. Phys. **155**, 247 (1959).
63. H. Alexander, Z. Metallkunde **52**, 344 (1961).
64. A. Seeger, H. Kronmuller, S. Mader, H. Traubel, Phil. Mag. **6**, 639 (1961).
65. H. G. van Vuurden, Imperfections in Crystals, Amsterdam (1960) (готовится русский перевод: Ван-Бюрен, Дефекты в кристаллах, М., ИЛ, 1962).
66. Е. Кюнегер, Acta Metallurgica **9**, 155 (1961); И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **42**, № 5 (1962).
67. G. R. Irwin, J. Appl. Mech. **24**, 361 (1957); Г. И. Баренблatt, Прикл. матем. и мех. **23**, 706 (1959).
68. В. Л. Инденбом, Физ. твердого тела **3**, 2071 (1961).
69. В. В. Панасюк, Доповіді АН УССР, № 9, 1185 (1960).
70. Ю. М. Плишкин, Физ. метал. и металловед. **9**, 178 (1960); ДАН СССР **137**, 564 (1961).
71. Я. И. Френкель, ЖТФ **22**, 1857 (1952).
72. А. Н. Орлов, Физ. метал. и металловед. **8**, 481 (1959).
73. В. И. Лихтман, П. А. Ребиндер, Г. В. Карпенко, Влияние поверхностно-активной среды на процессы деформации металлов, М., 1954; В. Н. Рожанский, УФН **65**, 387 (1958); В. И. Лихтман, Е. Д. Щукин, УФН **66**, 213 (1958).
74. N. F. Mott, Engineering **165**, 16 (1948); J. J. Gilman, J. Appl. Phys. **27**, 1262 (1956); Fracture (Proc. Int. Conf., Massachusetts, 1959), 1959, стр. 193.
75. А. В. Степанов, Phys. Z. Sowjetunion **2**, 537 (1932); Изв. АН СССР, ОМЕН, 797 (1937).
76. J. Fisherg, Acta Metallurgica **3**, 109 (1955); R. B. Green, Phys. Rev. **102**, 376 (1956) (см. переводы в ПСФ, № 9, 165, 167 (1957)).
77. C. Zener, Fracturing of Metals (Amer. Soc. Met.), 1948, стр. 3; N. F. Mott, J. Phys. Soc. Japan **10**, 650 (1955) (см. перевод в ПСФ № 9, 175 (1957)); A. Stroh, Advances Phys. **6**, 418 (1957).
78. J. J. Gilman, Trans. AIME **212**, 783 (1958); В. Н. Рожанский, ДАН СССР **123**, 648 (1958); Физ. твердого тела **2**, 1082 (1960).
79. J. Friedel, Les dislocations, Paris, 1956; A. N. Stroh, Phil. Mag. **3**, 597 (1958).
80. A. H. Cottrell, Trans. AIME **212**, 192 (1958).
81. Р. В. Price, J. Appl. phys. **32**, 1746 (1961).
82. И. А. Однинг, Изв. АН СССР, ОТН, № 3, 3 (1960).

83. Я. И. Френкель, Acta Physicochimica USSR 3, 633 (1935); А. Н. Орлов, Ю. М. Плишкин, И. М. Шепелева, Физ. метал. и металловед. 4, 540 (1957).
84. С. Н. Журков, Т. П. Санфирова, ЖТФ 28, 1719 (1958); см. также Р. Feltham, J. D. Meakin, Acta Metallurgica 7, 614 (1959).
85. Б. Я. Пинес, Физ. твердого тела 1, 265 (1959); В. И. Владимиров, Л. Э. Гуревич, Физ. твердого тела 2, 1783 (1960); А. Н. Орлов, Физ. твердого тела 3, 500 (1961).
86. Т. А. Конторова, Я. И. Френкель, ЖТФ 11, 173 (1941).
87. Б. М. Струнин, Физ. метал. и металловед. 13, 33 (1962); ДАН СССР 125, 790 (1959); Зав. лаборатория 26, 1123 (1960).
88. С. Д. Волков, Статистическая теория прочности, М., Машгиз, 1960.
89. Ю. А. Осипьян, М. П. Усиков, ДАН СССР 143, № 2 (1962).

---

*Статья И. М. Имянилова, К. С. Шифрина «Современное состояние исследований атмосферного электричества», написанная специально для настоящего выпуска, из-за отсутствия места будет напечатана в следующем выпуске.*