

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ**ВТОРОЙ ВСЕСОЮЗНЫЙ СИМПОЗИУМ ПО ДИФРАКЦИИ ВОЛН**

С 4 по 9 июня в Горьком состоялся Второй Всесоюзный симпозиум по дифракции волн, созданный Комиссией по акустике Академии наук СССР совместно с научно-исследовательским радиоп физическим институтом при Горьковском государственном университете им. Н. И. Лобачевского.

В работе симпозиума приняли участие 314 ученых, в том числе акад. В. А. Фок, акад. Груз. АН В. Д. Купрадзе. Всего в симпозиуме участвовали представители свыше 30 городов СССР. Наибольшая делегация представляла Москву (133 чел.). Следующие по численности были — ленинградская (66 чел.) и горьковская (63 чел.). Большинство участников симпозиума составляла молодежь. В связи с этим «средний возраст» членов делегации, несмотря на присутствие многих ученых старшего поколения, оказался равным всего лишь 33 годам.

Было заслушано свыше 120 докладов и сообщений (на 20 больше, чем на первом симпозиуме, состоявшемся в 1960 г. в Одессе).

Помимо пленарных заседаний на симпозиуме проводились заседания секций по следующим вопросам: асимптотические методы, математические вопросы, нестационарные задачи, дифракция на различных телах, физическая теория дифракции, дифракция на шаре, численные методы, дифракция на клине, распространение в слоистых средах, периодические волнистые поверхности, волноводные задачи, моделирование и распространение радиоволн вдоль земной поверхности, периодические решетки, распространение волн в плазме и других средах, статистические задачи, дифракция на плазменных объектах, излучение электромагнитных волн, дифракция на гиротропных телах, статистически неровные поверхности.

Симпозиум открыл председатель секции дифракции Комиссии по акустике АН СССР проф. Г. Д. Малюжинец, обратившийся с приветом к участникам симпозиума от председателя Комиссии по акустике акад. Н. Н. Андреева, не имевшего возможности принять участие в работе симпозиума.

Акустическая Комиссия, сказал Г. Д. Малюжинец, всегда считала полезным совместное обсуждение вопросов дифракции, т. е. поведения волн различной природы, представителями разных «волновых» отраслей науки и техники. Доклады ученых, работающих в области электромагнитных волн, упругих, гидродинамических волн, а также математиков, занимающихся разработкой методов решения волновых задач, в течение ряда лет являлись традицией в работе секций дифракции волн Всесоюзных акустических конференций. В 1960 г. в Одессе был создан первый в мировой научной практике Объединенный симпозиум по дифракции волн Акустической комиссией совместно с Акустическим институтом АН СССР и Одесским электротехническим институтом связи, и лишь полгода спустя в апреле 1961 г. подобный симпозиум впервые собрался в США. Успех I Объединенного симпозиума превзошел ожидания. Было заслушано и обсуждено около ста докладов. К важным результатам симпозиума относятся: использование опыта и методов волновых исследований, развитых в одних отраслях науки и техники другими отраслями; повышение научного уровня волновых исследований во всех отраслях благодаря особому вниманию, которое уделялось на симпозиуме методическим вопросам.

Особенно отрадно отметить сближение физиков и математиков, произошедшее в результате совместных обсуждений на симпозиуме и продолжавшееся в последующее время на семинарах по теории дифракции, организованных на механико-математических факультетах Московского и Ленинградского университетов. Ввиду явно выраженной тенденции современной науки к расширению использования все более точных и эффективных математических методов, такое сближение физиков и математиков чрезвычайно важно с точки зрения перспектив развития дифракционных исследований. Очень многие дифракционные исследования имеют специфический характер, присущий той или иной области физики и техники: акустике, радиотехнике и т. д. В то же время

многие другие вопросы дифракции, в частности большинство теоретических исследований, граничащих с математикой, принадлежат к общенаучным, в частности, методическим вопросам. Обсуждению именно таких вопросов посвящены симпозиумы по дифракции волн. Разумеется, эти симпозиумы не исключают рассмотрение дифракционных проблем на отраслевых конференциях, где экспериментальная и техническая специфика, присущая данной отрасли, может быть подвергнута пристальному рассмотрению, но уделяется обычно меньшее внимание общеметодическим вопросам. Настоящему симпозиуму выпала особая удача, потому что он собрался на этот раз в Горьком, где традиции мандельштам-андроновской школы физики колебаний, рассматривающей с единой точки зрения колебательные процессы любой природы, особенно сильны.

На первом пленарном заседании выступил с обзорным докладом «Некоторые вопросы дифракции и распространения волн» Г. И. Макаров. Следующее пленарное заседание заслушало доклады П. Я. Уфимцева «Физическая теория дифракции» и В. Д. Купрадзе «Об одном способе приближенного решения некоторых дифракционных задач». Доклад П. Я. Уфимцева был посвящен обзору результатов приближенного решения дифракционных задач для выпуклых идеально проводящих тел, поверхности которых имеют изломы. Рассматриваемые задачи относятся к квазиоптической области и уточняют приближение физической оптики. Они основаны на известных результатах математической теории дифракции, но используют наглядные физические соображения о характере формирования рассеянного поля. Рассмотрев особо задачу о рассеянии плоской электромагнитной волны на тонком цилиндрическом проводнике (вibrаторе) произвольной длины, докладчик показал, что решение, полученное с учетом многократной дифракции, пригодно не только для вibrаторов, длина которых сравнима или больше длины волны, но и для вibrаторов, коротких по сравнению с длиной волны. В. Д. Купрадзе изложил на примере задачи дифракции упругих колебаний в установившемся режиме предложенный и развитый им новый метод. Полагая, что  $B_i$  есть конечная, плоская или пространственная область с замкнутой границей  $S$  типа Ляпунова, а  $B_e$  — бесконечная область, дополняющая  $B_i$  до полного пространства, и задав в точке  $x$ , расположенной в области  $B$ , периодический по времени источник упругих колебаний с частотой  $\omega$ , докладчик определил поля смещения (а также напряжения), возникающего в  $B_e$  в результате действия источника, под влиянием имеющегося в упругой области  $B_e$  пустого включения  $B_i$ .

Решение задачи получено в виде

$$u(x) = \frac{1}{4\pi} \int_S \varphi(y) T_y \Gamma(x, y, \omega) dS_y + E(x, x_*), \quad x \in B_e, \quad (1)$$

где вектор  $\varphi(y)$  определен из функционального уравнения

$$\frac{1}{4\pi} \int_S \varphi(y) T_y \Gamma(x, y, \omega) dS_y + E(x, x_*) = 0, \quad x \in B_i; \quad (2)$$

$u(x)$  есть вектор смещения,  $Tu(x)$  — вектор напряжения в точке  $x$ ;  $\Gamma(x, y, \omega)$  есть известное фундаментальное решение системы (\*) (точнее, матрица фундаментальных решений), а  $T_y$  — оператор напряжения, выполняемый по точке  $y$ , т. е.

$$T_y \equiv 2\mu \frac{\partial}{\partial n_y} + \lambda n \operatorname{div}_y + \mu (n_y \times \operatorname{rot}_y)$$

( $n_y$  — единичная нормаль в точке  $y$ ); произведения, стоящие в (1) и (2) под знаком интегралов, — произведения вектора на матрицу. Используя основные свойства эластопотенциалов (упругих потенциалов) и опираясь на теорию сингулярных интегральных уравнений, докладчик показал, что (2) имеет решение в классе векторов, удовлетворяющих условию Гёльдера, что это решение единственно и что, будучи внесено в (1), оно дает вектор, удовлетворяющий условиям:

$$1) \mu \Delta u(x) + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} u(x) + \omega^2 u(x) = 0.$$

2) Предельное значение  $Tu(x)$  на  $S$ , когда точка  $x$  извне (т. е. из  $B_e$ ) стремится к точке  $x_0$  на  $S$ , равно нулю:

$$|Tu(x)|_e \rightarrow 0 \quad |_{B_e \ni x \rightarrow x_0 \in S}.$$

3)  $u(x) - E(x, x_*)$  удовлетворяет на бесконечности условию излучения.

Функциональное уравнение (2), в отличие от обычных интегральных уравнений граничных задач эллиптического типа, обладает особыми свойствами, которые позволяют применить к нему способ приближенного решения путем редукции к системе линейных алгебраических уравнений относительно  $\varphi(y_i)$ . После проектирования на оси координат эта система обращается в систему  $2N$  (в плоской задаче) и в систему  $3N$

(в пространственной задаче) линейных уравнений относительно составляющих искомых векторов  $\Phi_k(y_i)$ ,  $k=1, 2, 3$ . При внесении найденных значений  $\Phi_k(y_i)$  в (1) получается приближенное значение вектора смещения  $u(x)$  в произвольной точке  $x$  внутри  $B_i$ . При численной проверке метода путем решения граничных задач с известным решением было установлено, что он дает высокую степень приближения (например, при пользовании формулой квадратур Гаусса с 16 ординатами приближенные значения совпадают с точными до шестого десятичного знака).

В. С. Булдырев и И. А. Молотков развили метод выделения и «Исследования неаналитических частей волнового поля в нестационарных задачах дифракции». В типичных задачах дифракции на прозрачном цилиндре и сфере ими проанализировано точное решение, имеющее вид рядов Фурье, коэффициенты которых содержат цилиндрические функции. Теоремы о восстановлении неаналитической части функции по асимптотическому разложению ее коэффициентов Фурье позволяют построить сходящиеся ряды, описывающие аналитическую часть волнового поля в окрестности особых поверхностей поля, которыми в освещенной части пространства являются обычные волновые фронты, а в зоне тени — так называемые фронты соскальзывания. В освещенной части пространства первые члены полученных рядов дают приближенные геометрической оптики. В окрестности каустика неаналитическая часть волнового поля описывается присоединенными функциями Лежандра. Исследование выражений, описывающих неаналитическую часть волнового поля в зоне тени, позволило детально изучать характер нарастания волнового поля в окрестности фронтов соскальзывания. Установлено, что включение волнового поля в зоне тени происходит непрерывно вместе со всеми производными. В задачах о распространении волн в слоистом неоднородном полупространстве с аналитическим показателем преломления, монотонно возрастающим по произвольному закону, исследовано решение, имеющее вид повторного интеграла. Подынтегральные функции являются решением линейного дифференциального уравнения с переменным коэффициентом. Используя общие свойства решений таких уравнений, для неаналитической части поля удалось получить интегральное представление, которое может быть исследовано асимптотическими методами. Получены простые функции, описывающие нарастание волнового поля за фронтом соскальзывания в зависимости от свойств показателя преломления. Аналогичные результаты получаются в задачах дифракции на телах, ограниченных координатными поверхностями  $S$  (система координат предполагается допускающей разделение переменных в волновом уравнении), при граничных условиях вида  $U|_S=0$ . Развитые методы исследования неаналитических частей поля могут быть успешно применены в задачах дифракции, решения которых имеют вид бесконечных рядов или несобственных интегралов.

В последние годы особое значение в связи с необходимостью создания остронаправленных малогабаритных антенн приобрели задачи синтеза антенн. Эти задачи сводятся к определению классов диаграмм направленности, точно реализуемых при помощи антенн различных типов (дискретных, линейных, плоских и т. д.) и нахождению распределения источников, реализующих эти диаграммы; расчету распределения источников (токов или полей) в антеннах, создающих диаграммы, достаточно хорошо аппроксимирующие любые заданные (не принадлежащие к классу реализуемых); изучению вопросов, связанных с «сверхнаправленностью» антенн; рассмотрению оптимальных диаграмм и методов их реализации.

В обзорном докладе Л. Д. Бахраха и Я. Н. Фельда говорилось о том, что для антенн с линейными и плоскими раскрывами, а также для некоторых систем дискретных излучателей выяснено, какие диаграммы направленности могут существовать. Так, например, в случае линейных антенн реализуемые диаграммы принадлежат к классу целых функций конечной степени с абсолютно интегрируемым вдоль действительной оси квадратом; задание такой диаграммы позволяет при помощи обратного преобразования Фурье однозначно определить распределение источников и размер антенн. Аналогичные результаты имеют место и для антенн с двумерными плоскими раскрывами, где реализуемая диаграмма однозначно определяет распределение источников и форму плоского раскрыва. Меньше изучен синтез антенн с криволинейными двумерными раскрывами и объемным распределением источников. При нахождении распределения источников, обеспечивающих создание диаграммы, хорошо аппроксимирующей произвольную заданную и в общем случае не принадлежащей к классу реализуемых, задаются также размер и форма излучающего раскрыва. Для решения в этом случае применяется метод интегральных преобразований (Фурье, Ханкеля и т. п.) либо метод парциальных диаграмм. В последнем случае заданная диаграмма аппроксимируется отрезком ряда по специальным функциям (парциальным диаграммам), для каждой из которых существует и может быть найдено точное решение задачи синтеза. При этом искомое распределение источников получается в виде суперпозиции парциальных распределений, соответствующих отдельным парциальным диаграммам. При произвольно заданной диаграмме направленности и размере излучающего раскрыва могут получаться быстропеременные распределения источников с очень большими значениями амплитуд в отдельных точках. При таких распределениях имеет место большая реактивная мощность системы, увеличение протяженности ближней зоны

индукции и, как следствие, чрезвычайно резкая критичность диаграммы направленности относительно самых малых измерений распределения источников. Подобные системы называются «сверхнаправленными» и их практически не удается реализовать. К вопросам «сверхнаправленности» близко примыкает задача создания антенны с диаграммой, приближающейся к направленной и занимающей минимальный объем при заданной широкой полосности. Оптимальными называются диаграммы, для реализации которых не приходится прибегать к распределениям источников, приводящим к «сверхестественности» и наилучшим образом удовлетворяющие различным практическим требованиям. При решении подобных задач широко используются методы конструктивной теории функций. В последнее время возникла задача синтеза антенн с качанием луча, когда требуется получить заданную диаграмму при определенной скорости ее качания, антенн со специальными фазовыми диаграммами при относительно равномерных амплитудных диаграммах и др. При этом обычно используются интегральные преобразования Фурье.

Большой интерес присутствующих вызвал доклад В. А. Ф о к а, Г. Д. М а л о ж и н ц а, Л. А. В а й н ш т е й н а «Поперечная диффузия коротких волн на выпуклом цилиндре». Задача о дифракции цилиндрической волны на произвольном выпуклом цилиндре решается авторами в лучевых (эвольвентных) координатах. Если радиус кривизны цилиндра на трассе дифракционной волны достаточно велик по сравнению с длиной волны, то можно пренебречь продольной диффузией волновой амплитуды и применять (вместо эллиптического) параболическое уравнение. Дальнейшие преобразования (к «естественным» безразмерным переменным и дробнолинейным) выделяют еще одну малую величину, характеризующую медленность изменения кривизны. При пренебрежении этой величиной (равной нулю для окружности и для спирали частного вида, радиус кривизны которой пропорционален кубу дуги, отсчитываемой от фокуса) получается параболическое уравнение стандартного типа с разделяющимися переменными, которое точно решается с помощью функции Эйри. Анализируя пределы применимости этого решения, авторы приходят к выводу о необходимости дополнить его (вблизи границы света и тени на больших безразмерных расстояниях от точки касания) другим решением, записанным в «естественных» переменных.

В докладе Г. Н. К р ы л о в а были рассмотрены методы вычисления структуры электромагнитного поля реальных антенных устройств в стационарном и нестационарном режимах. В обоих случаях поле антенны (объемной, поверхностной или линейной) строится с помощью тензорной функции Грина, а элементы матриц, которыми представлены тензоры, имеют смысл множителей ослабления для соответствующих составляющих электрического и магнитного полей элементарных диполей, направленных вдоль трех декартовых осей. Предложенный метод позволяет на основании стандартной программы для элементов матриц (в цилиндрической системе координат всего семи независимых элементов) найти составляющие поля любой антенны, если считать токи в антенне заданными. Построение решения в нестационарном режиме в общем случае слоистых трасс предлагается производить частотным методом, применяя при интегрировании по частоте метод Филона. Точность этого метода зависит от длительности импульса  $\Delta T$  и ширины спектра частот  $\Delta\omega$  и при численной проверке путем прямого и обратного преобразований оказалась равной 1% для  $\Delta\omega\Delta T = 2\pi \cdot 10^2$ . В заключение автор проанализировал элементы матриц в стационарном и нестационарном режимах в случае однородной земли, причем в этом случае (по-видимому, единственно) оказалось возможным применять временной подход к построению решения.

В. И. Т а л а н о в дал в докладе «Применение интегральных уравнений типа Винера — Хопфа — Фока в некоторых задачах дифракции» обзор работ по теории дифракции волн на полубесконечных импедансных структурах, допускающих распространение поверхностных волн. В качестве примеров рассмотрены задачи возбуждения поверхностных волн открытым концом волновода, дифракция волн на скачке поверхностного импеданса в экранированных системах, дифракция волн на импедансной полуплоскости. В докладе А. Г. С и т е н к о «К теории дифракционных ядерных процессов» говорилось о том, что взаимодействие нуклонов с ядрами в области энергий, для которых длина волны нуклона значительно меньше радиуса ядра, носит дифракционный характер. Поэтому различные процессы взаимодействия нуклонов с ядрами, в частности неупругие процессы, могут быть описаны на основе дифракционного метода, развитого по аналогии с оптическим принципом Гюйгенса. Этот дифракционный метод допускает обобщение, позволяющее учесть полупрозрачность ядер, а также кулоновское и спин-орбитальное взаимодействие нуклонов с ядрами. Учет спин-орбитального взаимодействия приводит к возможности объяснения поляризационных явлений при различных ядерных процессах. Оптические параметры ядер непосредственно могут быть связаны с амплитудой, характеризующей парное взаимодействие между нуклонами, и распределением нуклонов в ядрах. Так, минимальная часть оптического потенциала выражается через амплитуду рассеяния нуклона на нуклоне и спектральное распределение пространственно-временной корреляционной функции флуктуаций плотности нуклонов в ядре. Такой подход позволяет учесть влияние принципа Паули, а также взаимодействия между нуклонами в ядрах на оптические параметры ядер.

Наибольшее внимание привлекла секция, на которой рассматривались «асимптотические методы». В настоящее время при асимптотическом рассмотрении задач дифракции установившихся гармонических волн все чаще используются предложенные Г. Д. Малюжиным в 1946 г. лучевые координаты и связанное с ними дифференциальное уравнение поперечной диффузии комплексной амплитуды по фронту распространяющихся волн, асимптотически описывающее явление дифракции в узком смысле слова. В случае дифракции коротких волн на выпуклых телах особый интерес представляет нахождение поля в области тени и полутени, поскольку для освещенной области простейшее решение, получаемое в приближении геометрической оптики, обычно оказывается достаточным. Задача нахождения асимптотического представления волнового поля только в области тени и полутени с помощью уравнения поперечной диффузии облегчается тем обстоятельством, что в этой области лучевыми координатами являются эвольвентные координаты. Вместе с тем возникает трудность при попытках обойтись при этом без рассмотрения дифракционных полей в освещенной области, где лучевые координаты не являются эвольвентами и уравнение поперечной диффузии имеет более сложный вид. Для преодоления данной трудности в докладе Г. Д. Малюжина предлагается обобщенный принцип локальности, о котором уже вкратце сообщалось автором на Одесском симпозиуме. Согласно обобщенному принципу локальности, асимптотическое представление дифракционного поля в области тени и полутени не зависит от вида падающей волны вне узкой области, содержащей всю границу геометрической тени. На основании этого принципа, фигурирующая в исходных условиях задачи дифракции амплитудная функция падающей волны может быть заменена другой аналитической функцией, асимптотически совпадающей с первоначальной только на границе геометрической тени. Как показано в докладе на примере плоской задачи дифракции на цилиндре, в качестве этой функции может быть выбрано справедливое всюду вне цилиндра решение уравнения поперечной диффузии в эвольвентных координатах, причем указан вид этого решения для случая жидкого цилиндра произвольной формы. Применение обобщенного принципа локальности и его обоснование даются в докладе на примере дифракции цилиндрической волны в области, разветвленной вокруг жесткого круглого цилиндра.

И. Г. Я к у ш к и н рассмотрел задачу о «дифракции плоской волны, падающей на бесконечный конус» в направлении, перпендикулярном к его оси. Уравнения Максвелла для составляющих поля в зоне тени и полутени записываются в лучевых координатах, которые вводятся для области пространства, ограниченной бесконечным конусом, в соответствии с обобщенным принципом Ферма. Для отдельных составляющих поля вводится параболическое уравнение, решаемое методом разделения переменных. Полученные приближенные значения составляющих поля достаточно близки к истинным в зоне тени и полутени на больших расстояниях от острия конуса. На границе освещенной зоны решение сопрягается с результатами расчета по формулам геометрической оптики. В зоне полутени вблизи поверхности тела уравнение сводится к виду, полученному Фоком в работе о дифракции плоской волны на произвольном выпуклом теле. Возможно обобщение решения на случай произвольного падения плоской волны на бесконечный конус, а также учет конечности конуса с помощью методики дифракционных лучей Келлера.

Б. Е. К и н б е р о м и А. А. Ф е д о р о в ы м показано, что при одинаковых профилях сечения тела имеется соответствие между решениями осесимметричной и двухмерной (цилиндрической) задач как для скалярных (акустических), так и для произвольно поляризованных электромагнитных волн в зоне тени. Вне области фокальной фокусировки, прилегающей к оси симметрии, различие между решениями осесимметричной и цилиндрической задач заключается в множителе геометрической расходимости  $1/\sqrt{h_e}$  ( $h_e$  — коэффициент Ляме); в амплитуде на границе свет — тень (оно связано с тем, что падающее поле в одном случае является цилиндрическим, а во втором — сферическим); во влиянии направленности источника (электромагнитных волн). Найденные решения для сферы и параболоида совпадают с известными ранее при частных предположениях относительно положений точки излучения и наблюдения. В докладе Б. Я. Г е л ь к и н с к о г о «Локальный метод вычисления поля акустической волны, отразившейся от границы под углами падения, близкими к предельному» была рассмотрена задача об отражении от плоской границы раздела стационарной акустической волны с фронтом (поверхностью равной фазы) произвольной формы в случае  $Q_{\text{нр}} \approx \pi/2$ . Считается, что поле  $u_0$  падающей волны задано и описывается лучевым рядом. Вводятся локальные координаты  $\tau, \eta, \gamma$ , где  $\tau$  — эйконал соответствующей волны,  $\eta = \sin \theta_{\text{нр}}$ ,  $\gamma$  — угол, образуемый плоскостью падения с некоторой начальной плоскостью. В предположении, что поле отраженной (преломленной) волны  $u$  может быть представлено в виде  $u(\tau, \eta, \gamma) = U(\tau, \eta, \gamma)e^{i\omega t}$  и производная  $\frac{du}{d\eta}$  велика, удается получить локальные граничные условия импедансного типа. Поле отраженной волны в любой точке среды можно найти как решение приближенного параболического уравнения с заданными значениями на границе, либо при помощи формулы

Грина, что технически проще. Для преломленной волны локальные краевые условия при  $\eta < 1$  определяют значения поля проходящей волны, при  $\eta > 1$  — поле экранированной волны. Поле  $U_{\text{пр}}$  внутри среды находится аналогично полю  $u$ . При  $\eta = 1 - \epsilon$  и  $\epsilon \rightarrow 0$  фронт преломленной волны скользит вдоль границы и возбуждает головную (боковую) волну. Для поля  $U_2$  головной волны получаются локальные граничные условия, в которых  $U_2$  выражается через  $U_{\text{пр}}$ . Затем определяется значение  $U_2$  в любой точке среды. Применяя рекуррентным способом построенное решение, можно найти поле волны, распространяющейся в многослойной системе с произвольными границами и отражающейся от плоской границы.

В. М. Б а б и ч дал «строгое математическое оправдание геометро-оптического приближения в плоском случае». Полагая, что  $U(x, y, k)$  есть решение задачи

$$(\Delta + k^2)U = -\delta(x - x_0, y - y_0), \quad \frac{\partial U}{\partial n} \Big|_{x, y \in S} = 0,$$

$$\sqrt{r} \left( \frac{\partial U}{\partial r} - ikU \right) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r/\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow +\infty$$

( $S$  — выпуклый, достаточно гладкий замкнутый контур,  $x_0, y_0$  — координаты источника колебаний), и используя метод Арселло, он составил интегральное уравнение для функции  $U|_{x, y \in S}$ , ядро которого при больших  $k$  мало, и решил его методом последовательных приближений, выведя для  $U|_S$  асимптотическую формулу с равномерной на  $S$  (при  $k \rightarrow +\infty$ ) оценкой остаточного члена. Полученная докладчиком асимптотическая формула справедлива в освещенной области и в области полутени. Зная  $U|_{x, y \in S}$ , можно с помощью формулы Грина исследовать поведение  $U(x, y, k)$  при  $k \rightarrow \infty$  вне  $S$ . В освещенной области для  $U(x, y, k)$  получено обычное приближение геометрической оптики. В глубокой тени эти методы дают лишь грубую оценку  $U = o(k^{-5/3})$ . В. С. Б у с л а е в ым рассмотрена коротковолновая асимптотика функции Грина  $G(x, x', k)$  внешней задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца на плоскости и получено строгое оправдание главных членов асимптотики на свету и в полутени. Это потребовало усовершенствования известных асимптотических формул: дана асимптотика  $Q(x, x', k)$  функции Грина для любого расположения точек  $x$  и  $x'$ .

Ю. Г. Г у к а с о в и И. В. С у х а р е в с к и й нашли асимптотическое решение задачи о дифракции коротких электромагнитных волн на идеально проводящей поверхности, покрытой тонким слоем диэлектрика или вещества с конечной проводимостью. Толщина слоя  $\delta$  имеет порядок  $1/k$  ( $k$  — волновое число). Полученное решение позволяет представить векторы  $E$  и  $H$  в виде произведений осциллирующих экспоненциальных множителей на асимптотические ряды по степеням малого параметра. Нахождение коэффициентов указанных рядов осуществляется поочередно в слое и в воздухе рекуррентным процессом, каждый шаг которого состоит из элементарных операций. В практических расчетах достаточно ограничиваться только первым членом.

Во многих вопросах, связанных с дифракцией коротких волн, приходится находить асимптотику (при  $k \rightarrow +\infty$ ) многомерных интегралов типа

$$\Phi(k) = \int \dots \int_C i^{ik} F(x_1, \dots, x_n) f(x_1 \dots x_n) dx_1 \dots dx_n,$$

где  $F$  — вещественная функция,  $C$  — некоторая область  $n$ -мерного пространства  $E^n$ . В случае, когда  $C = E^n$ ,  $F$  имеет только простые точки передела, асимптотика была найдена М. В. Ф е д о р ю к о м. Им же исследована асимптотика интегралов, описывающих поле вблизи каустик, имеющих вид

$$\Phi(k, \alpha) = \int \dots \int_C e^{ikF(x_1, \dots, x_n, \alpha)} f(x_1 \dots x_n, \alpha) dx_1 \dots dx_n,$$

где  $\alpha$  — вещественный параметр,  $|\alpha| < \delta$ ,  $k \rightarrow +\infty$  в случае малых  $\alpha \neq 0$ . Функция  $F$  имеет две точки передела, которые сливаются при  $\alpha = 0$ ; функции  $F, f$  регулярны в окрестности точек передела, контур  $C$  проходит через точки передела и лежит в комплексном пространстве  $C^h$ , причем на его границе  $\text{Re}(iF) \leq -\epsilon < 0$ . При решении одной дифракционной задачи в случае, когда фазовая функция  $\Phi(x, y)$  имеет экстремум, но не дифференцируема в некоторой точке области  $S$ , В. Н. Д р е к о в применил найденное им асимптотическое разложение интеграла  $I(k) = \int_S F(x, y) e^{ik\Phi(x, y)} dx dy$

при  $k \gg 1$ .

Известные асимптотические формулы Ганкеля, Дебая, Фока, Лаггера и др. для функций Ганкеля  $H_v^{(1)}(kr)$  можно рассматривать как асимптотические представления

частных решений  $e^{iv\varphi} H_v^{(1)}(kr)$  уравнения Гельмгольца, при постоянном значении переменной  $\varphi$ .

Иного типа формулы (впервые предложенные Г. Д. Малюжиным на Одесском симпозиуме), удобные для рассмотрения дифракции в зоне тени за цилиндром радиуса  $r_0$ , получаются, если перейти от цилиндрических координат  $r, \varphi$  к эвольвентным  $\zeta, \eta$  по формулам

$$r^2 = r_0^2 + (\zeta - \eta)^2, \quad r_0 \varphi = \eta + r_0 \gamma, \quad r_0 \operatorname{tg} \gamma = \zeta - \eta$$

и фиксировать в частном решении вместо «радиального луча» ( $\varphi = \text{const}$ ) «касательный луч» ( $\eta = \text{const}$ ), а затем уже искать асимптотическое разложение для малых значений

параметра  $\varepsilon = \left(\frac{1}{kr_0}\right)^{\frac{1}{3}}$  и конечных значений параметра  $t = \varepsilon(\nu - kr_0)$ . Первый член такого разложения дается формулой

$$e^{iv\varphi} H_v^{(1)}(kr) = \frac{\varepsilon}{i\sqrt{\pi}} e^{i(k\zeta + t\eta)} [e^{i\left(tz - \frac{2}{3}z^2\right)} W(t - z^2) + O(\varepsilon^2)],$$

где  $x = \varepsilon^2 k \zeta / 2$ ,  $y = \varepsilon^2 k \eta / 2$ ,  $z = x - y$ ;  $W_1(t)$  — функция Эйри — Фока. В докладе И. В. Олимпиева был приведен новый строгий вывод этой формулы с оценкой постоянных в остаточном члене и дано применение формулы к анализу точного решения плоской задачи дифракции для внешности круга  $r > r_0$  при источнике, расположенном на границе области  $r = r_0$ . Показывается также существенная для исследования каустики возможность использования асимптотической формулы Малюжинца во внутренней области  $r < r_0$ .

Р. Г. Баранцев доложил о «методе разделения переменных в задаче дифракции на теле произвольной формы». В разложении решения уравнения Гельмгольца по сферическим функциям на сфере, охватывающей тело с произвольной (пскоординатной) поверхностью, выделяются сходящиеся и расходящиеся радиальные волны. Их амплитуды записываются в виде интегралов по поверхности, содержащих одну и ту же известную функцию  $q$ . Задача рассеяния выглядит как задача нахождения последовательности других функционалов от той же функции  $q$ . Существенный результат состоит в том, что практически приходится иметь дело с конечной системой линейных алгебраических уравнений, число которых определяется отношением характерного размера тела к длине волны. «О вычислении главных частей волновых полей в области предельных лучей и в случае сред с малыми перепадами скоростей распространения» сообщила Н. С. Смирнова.

Доклады по «математическим вопросам» дифракции имели в основном принципиальный характер и касались главным образом вопросов узаконения математических методов, широко употребляемых физиками, зачастую без должной доказательности. Д. З. Авазашвили доказаны теоремы единственности и существования решения задачи дифракции электромагнитной волны на произвольном ограниченном теле с конечной проводимостью. Полученные результаты обобщены для слоистых и многосвязных областей.

При постановке граничных задач теории колебаний можно исходить из того, что внутри области  $G$ , в которой происходят гармонические колебания, не должна проходить энергия через границу  $\Gamma$  этой области. Это условие означает, что при гармонических колебаниях с круговой частотой  $\omega$ , вытекающий из рассматриваемой области через границу  $\Gamma$  поток энергии

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \operatorname{Im} \left( \frac{P^* \frac{\partial p}{\partial n}}{\omega q} \right) dS$$

должен быть неотрицательным, здесь  $q$  — плотность среды,  $P$  — давление в среде; производная вычисляется по внешней нормали  $n$  к поверхности. И. А. Урусовский сформулировал и доказал справедливые для таких граничных задач теории дифракции «некоторые теоремы единственности».

При представлении решения внешней задачи Дирихле для волнового уравнения  $\Delta U + k^2 U = 0$ ,  $U|_S = f$  с помощью потенциала двойного слоя возникает такое затруднение: в случае, когда  $\lambda = k^2$  является одним из собственных значений оператора  $\Delta$  в дополнительной внутренней области при нулевом значении нормальной производной на границе, для плотности потенциала получается интегральное уравнение, которое не всегда разрешимо. Аналогично обстоит дело для внешней задачи Неймана, если ее решение искать в виде потенциала простого слоя, а  $\lambda = \lambda^2$  является собственным значением оператора Лапласа во внутренней области при нулевом значении функции на границе области. В докладе О. И. Панича сообщалось об одном из методов преодоления этой трудности. «Об условиях типа Зоммерфельда для эллиптических операторов любого порядка» рассказал Б. Р. Вайнберг.

Дальнейшее развитие по сравнению с первым симпозиумом получили «нестационарные задачи». Развита новая теоретическая методика, решен ряд существенных задач, отвечающих практическим нуждам и имеющих вместе с тем теоретический интерес.

О решении задачи падения плоской волны, заданной в виде ступеньки, на клиновидный вырез в упругом пространстве с жесткой заделкой на границе путем сведения ее к краевой задаче для двух аналитических функций, связанных между собой на границе области, и далее к системе сингулярных интегральных уравнений, соответствующей этой краевой задаче, сообщил В. А. Афанасьев. Им доказано существование и единственность решения. Решив плоскую задачу о дифракции произвольной нестационарной акустической волны (заданной лучевым разложением) на клине в случае граничных условий  $u=0$  или  $\frac{\partial u}{\partial n}=0$ . А. Ф. Филиппов рассмотрел отра-

жение произвольной акустической волны от гладкой границы, кривизна которой терпит разрыв в некоторой точке (или терпит разрыв производная какого-либо порядка от кривизны), и вычислил главную часть дифрагированной волны, т. е. первый член лучевого разложения, в окрестности ее фронта. Л. М. Флиман рассмотрел задачу о движении под действием волнового импульса массивной жесткой полосы, лежащей на упругом полупространстве. Для достаточно малого интервала времени, когда еще не вступают вторичные отражения от краев пластины, задача сводится к уравнениям с постоянными коэффициентами. Полученное уравнение было исследовано. В докладе В. А. Боровикова рассматривалась трехмерная задача дифракции на бесконечной призме  $S$ , в основании которой лежит произвольный выпуклый многоугольник, краевое условие  $U|_{S=0}$ . Для произвольных положений точечного источника  $a$  и точки наблюдения  $x$  определяются особенности функции Грина  $\Gamma(a, x, t)$  волнового уравнения как функции  $t$  при фиксированных  $a$  и  $x$ . Далее, преобразованием Фурье по  $t$  определяются главные члены асимптотики (при  $k \rightarrow \infty$ ) функции Грина  $\Gamma(a, x, k)$  уравнения Гельмгольца. Оказывается, что каждому оптическому пути, соединяющему точки  $a$  и  $x$ , отвечает свой вклад в асимптотику, начинающийся с членов порядка

$$k^{-\frac{3}{2}n+\frac{1}{2}},$$

где  $n$  — число изломов оптического пути. Получены явные формулы, дающие первый член вклада в асимптотику при  $k \rightarrow \infty$  для каждого оптического пути, и рекуррентные формулы (по числу изломов оптического пути) для второго члена. Разработанный метод принципиально позволяет найти любой член асимптотики и переносится на случай краевого условия  $\frac{\partial u}{\partial n}|_S = 0$ . С. С. Вайт рассказал об образовании неустан-

новившихся длинных волн во вращающемся ограниченном бассейне. Предположив, что плоский горизонтальный слой жидкости, ограниченный вертикальной плоскостью, вращается около вертикальной оси и в области свободной поверхности жидкости в начальный момент времени образуется возвышение жидкости, он изучил дальнейшее распространение начального поднятия жидкости в предположениях теории длинных волн. Оказывается, что вращение бассейна нарушает симметрию в распространении начального возвышения. Вдоль границы бассейна лишь в одном направлении распространяются волны типа Кельвина, не затухающие с удалением от области начального возвышения жидкости. Эти краевые возвышения имеют амплитуду, экспоненциально затухающую с удалением от границы бассейна, и, таким образом, они имеют заметную величину лишь в непосредственной близости от стенки бассейна. В результате анализа для прямых и отраженных волн получены асимптотические формулы для возвышения поверхности жидкости в точках, удаленных от области начального возвышения, и установлена асимметрия в распространении начального поднятия жидкости.

П. В. Крауклис показал, что если в жидком слое, расположенном между упругими полупространствами, находится источник, возбуждающий нестационарное поле, то кроме части поля, отвечающей разложению по нормальным незатухающим волнам (существующим при условии  $v_1 < v_s < v_n$ , где  $v_0$  — скорость звука в жидком слое,  $v_s$  и  $v_n$  — соответственно скорости поперечных и продольных волн в упругой среде), имеется поле с волновым характером распространения, характеризующееся аномальной дисперсией и существующее при любых соотношениях между  $v_1$ ,  $v_s$ ,  $v_n$ . Л. Н. Сретенский доложил о дифракции волн корабельного типа. Г. И. Фрейдман показал, что задача об исследовании установившихся ударных электромагнитных волн в волноводах с тонким слоем феррита при достаточно малых поперечных размерах линии передачи и достаточно простой конфигурации поперечного сечения феррита сводится к линейным дифференциальным уравнениям в обыкновенных производных, которые являются следствием уравнений Максвелла и приближенно, совместно с нелинейным уравнением для намагнитченности, определяют структуру ударной волны. При этом необходимое условие единственности структуры фронта ударной волны совпадает с условием ее устойчивости в разрывном приближении. На частных примерах докладчиком было рассмотрено влияние, которое оказывает на структуру ударной волны нестатический характер поля в линии с идеально проводящими стен-

ками или дисперсия основной волны (т. е. волны, критическая частота которой равна нулю) в волноводах с реактивными стенками. Оказывается, что для сильных ударных волн отличие структуры поля в линии с идеально проводящими стенками от статического очень слабо влияет на параметры, определяющие структуру ударной волны, даже тогда, когда ширина ее фронта меньше расстояния между стенками волновода. Дисперсия же основной волны в замедляющих линиях оказывает на структуры сильных ударных волн существенное влияние.

Вопросы дифракции на различных телах, в том числе на шаре и на клине, заняли четыре заседания. С. М. Т р а в и н и ц рассматривал задачу дифракции волн около полупогруженного эллиптического цилиндра, связанную с проблемой расчета возмущающих сил при движении судна на волнении (при произвольном расположении горизонтальной оси  $(x)$  цилиндра по отношению к направлению бега волны). Решение сводится к отысканию вспомогательной функции  $\psi(y, z)$ , удовлетворяющей выраженному волновому уравнению и граничным условиям. Введенная Хаскиндом функция  $f(y, z)$ , связанная с  $\psi$  уравнением  $-\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial \psi}{\partial z} + k\psi$  ( $k$  — волновое число), может быть с достаточной точностью представлена в эллиптических координатах  $(\xi, \eta)$  в форме ряда из произведений бесселевых функций мнимого аргумента на косинусы кратных дуг:

$$f(r, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m K_{\nu_m}(k, r) \cos m\eta,$$

где  $r = \frac{c}{2} e^{\xi}$ ,  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ .

М. Г. С у х а р' е в исследовал поведение «корабельных волн под неровным периодическим дном», полагая, что неровности и величина давления одного порядка малости. Найдя потенциал скорости как решение Лапласа в области, занятой жидкостью, удовлетворяющее заданным граничным условиям, докладчик разложил решение в ряд по степеням малого параметра, получив в первом приближении классическую задачу о корабельных волнах. Уравнения для второго приближения решаются методами интегральных преобразований. В. В. М а р ц а ф е й исследовал «излучение электромагнитных волн бесконечной системой плоских волноводов, стенки которых обладают бесконечной проводимостью». В том случае, когда в волноводах синфазно возбуждаются волны типа  $E_{0n}$  либо  $H_{0n}$  ( $n=1, 3, 5, \dots$ ), указанную задачу удастся решить методом Винера — Хофа. При этом поле в дальней зоне выражается в виде конечной суммы плоских волн. Решив в линейном приближении граничную задачу для определения поля вектора скорости частиц воздуха в тонком слое, ограниченном жесткими цилиндрическими боковыми стенками, между двумя круглыми пластинками, из которых одна гармонически колеблется с постоянной амплитудой, а другая неподвижна, И. Г. П е т р и ц к а я получила значение акустико-механического сопротивления слоя воздуха колебаниям, рассмотрев случай, когда в неподвижной пластинке имеется одно кольцевое отверстие. Сопротивление тонкого воздушного слоя оказалось существенно зависящим от радиуса и расположения кольцевого отверстия. Аналогичная задача решалась для случая, когда подвижная пластинка имеет распределенную амплитуду колебаний  $\eta = \eta_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]$  ( $r$  — радиус пластинки). Гидродинами-

ческую задачу «дифракция плоских звуковых волн (длинных) на движущемся торе с эллиптическим сечением» П. И. Ц о й привел к задаче Неймана (т. е. к решению волнового уравнения с заданной нормальной производной от потенциала скоростей на поверхности неподвижного тора), применив уравнение потенциала скоростей в координатах тора в параметрической форме. Строго решив задачу о дифракции на идеально проводящем диске электромагнитной волны, возбуждаемой электрическим диполем, расположенным на оси диска параллельно его поверхности, М. Г. Б е л к и н а выразила результаты в виде ряда по сфероидальным функциям. О дифракции электромагнитных волн на двух идеально проводящих бесконечно тонких дисках одинакового радиуса с общей вертикальной осью вращения, расположенных в пустоте, докладывал Е. А. И в а н о в. Источником первичного поля является горизонтальный магнитный диполь с магнитным моментом  $m$ . Диполь находится в некоторой точке на оси вращения дисков, между ними. Потенциальные функции, через которые определяются компоненты векторов  $E$  и  $H$  вторичного поля, ищутся в виде рядов по волновым функциям сплюснутого сфероида. Неизвестные коэффициенты рядов находятся из бесконечных систем линейных уравнений, получающихся из граничных условий для искомых потенциальных функций на поверхности дисков при помощи теорем сложения для волновых функций. Бесконечные системы уравнений после некоторой замены коэффициентов становятся кватрирегулярными; решение их находится методом усечения.

Краткое сообщение «Сопротивление излучения диполя Герца, расположенного вблизи идеально проводящего параболоида вращения» сделал И. Н. К о р б а н с к и й.

В основу расчета сопротивления излучения положена формула для мощности излучения диполя Герца при наличии дифракции:  $P = P_0 - \frac{\omega}{2} \operatorname{Im} (P^*, E)$ , которая непосредственно следует из метода наведенных э. д. с. ( $P_0$  — мощность излучения уединенного диполя,  $P$  — момент диполя,  $\omega$  — частота и  $E$  — напряженность электрического поля отраженной волны в точке расположения диполя). Для определения напряженности электрического поля отраженной волны решается дифракционная задача об излучении диполя Герца, расположенного вблизи параболоида вращения, причем используется математический аппарат, разработанный Фоком путем введения специальной формы вектора Герца, которая позволяет записать предельные условия на параболоиде вращения в достаточно простой форме. Асимптотическое решение для случаев расположения диполя Герца на оси параболоида и его внешней поверхности позволяет проследить за изменением сопротивления излучения диполя при его смещении относительно параболоида. Сообщение Н. А. Яблочкина было посвящено «внешней электродинамической задаче для идеально проводящих тел сложной конфигурации».

В последние годы задачи «дифракции на клине» стали весьма актуальными. Им была посвящена на симпозиуме целая группа докладов. В докладе Г. Д. Малюжипца и Г. В. Винель были рассмотрены плоские скалярные задачи дифракции поля в одной или нескольких смежных угловых областях, ограниченных или отделенных друг от друга полупрямыми, на которых заданы граничные условия. Для непрозрачных границ принимается импедансное краевое условие при  $v=0$  (условие Леонтовича) типа

$$\frac{\partial U}{\partial v} \pm ikgU = 0 \dots \quad (1)$$

В случае полупрозрачной границы задаются два следующих краевых условия при  $v=0$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial v} (+0) + ikaU (+0) - ikbU (-0) &= 0, \\ \frac{\partial U}{\partial v} (-0) - ikaU (-0) + ikbU (+0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Если пластина имеет толщину  $d$  и выполнена из материала с волновым числом  $k_0 = kn$ , то при  $|n| \gg 1$  коэффициенты  $a$  и  $b$  выражаются через параметры материала пластины (индекс 0) и окружающей среды для акустического и электромагнитных случаев двух поляризаций (ребро полубесконечной пластины совпадает с осью  $z$ ). Если  $\operatorname{Im} k_0 d \rightarrow \infty$ , то  $b \rightarrow 0$ ,  $a \rightarrow g$  и условия (2) переходят в (1). В противоположном случае  $k_0 d \rightarrow 0$ , когда достигается полная прозрачность, условия (2) переходят в условия непрерывности  $U(+0) = U(-0)$  и гладкости  $\frac{\partial U}{\partial v} (+0) = \frac{\partial U}{\partial v} (-0)$ . Для каждой точки рассматриваемой области вычисляются поля отраженных и проникших сквозь полупрозрачные пластины плоских волн в геометрическом приближении. В докладе рассмотрены задачи, отличающиеся видом области и краевых условий. Во всех примерах область и краевые условия симметричны относительно каждой полупрозрачной пластины. Асимметрия же, вносимая видом падающей волны, может быть устранена разбиением искомых полей на части, четные или нечетные относительно полупрозрачных пластин. При этом все примеры сводятся к полученному Г. Д. Малюжинцем в 1950 г. решению задачи о дифракции плоской волны в угловой области  $-\Phi < \varphi < \Phi$  с заданными импедансами граней  $\left( \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \rho} \mp ikg \pm v = 0, \varphi = \pm \Phi \right)$ .

Доклад А. А. Туужлина был посвящен дифракции сферических электромагнитных волн, возбуждаемых электрическим или магнитным диполем в угловой области с идеально проводящими гранями. Пользуясь строгим решением этой задачи в виде интеграла Зоммерфельда, докладчик получил асимптотические представления волнового поля как для малых, так и для больших расстояний от ребра клина. Кроме того, исследован предельный переход к случаю сколь угодно малого расстояния от источника поля до ребра. Р. П. Старовойтова и М. С. Бобровников, используя метод интеграла Зоммерфельда, получили строгое решение задачи о возбуждении импедансного клина нитевидным магнитным током, расположенным в его вершине. Анализ с помощью специальных функций Г. Д. Малюжипца показал, что поле тока, расположенного в вершине клина, состоит из цилиндрической волны излучения и двух поверхностных волн, распространяющихся по граням клина от его вершины на бесконечность. Ширина диаграммы излучения по нулям всегда совпадает с углом раскрытия клина; направление максимального излучения определяется соотношением импедансов на обеих гранях. Мощность излучения уменьшается с увеличением импедансов граней, при этом увеличивается энергия, отдаваемая источником в поверхностную волну.

Л. Н. Леманский и Л. Н. Захарьев рассчитали диаграммы излучения источников, находящихся на поверхности идеально проводящего бесконечного клина с произвольным углом при вершине. Диаграммы направленности рассчитаны для различных амплитудных и фазовых характеристик поверхностных излучателей, удаленных на произвольное расстояние от ребра клина. Для больших (по сравнению с  $\lambda$ ) расстояний источников от кромки клина получена асимптотическая формула для диаграммы направленности, которая дает удовлетворительные результаты (как показывает сравнение со строгим расчетом) для расстояний источника от ребра клина, больших чем  $2\lambda \div 5\lambda$ .

Д. П. Коузовым рассмотрена стационарная задача дифракции акустических волн в жидком полупространстве от границы двух упругих пластин, расположенных на поверхности жидкости. Как известно, на малых частотах (когда длина волны в материале пластины достаточно велика по сравнению с толщиной пластины) можно пренебречь изменением волнового поля в зависимости от поперечной координаты пластины. Математическая задача такого типа сводится к решению уравнения Гельмгольца для полупространства при некоторых условиях на границе, содержащих производные высших порядков. Толщины пластин войдут лишь в коэффициенты в этих условиях (наряду с другими параметрами, характеризующими упругие свойства пластин). Поскольку продольные волны более слабо взаимодействуют с жидкостью, нежели поперечные, докладчик отказался от рассмотрения процессов, связанных с наличием продольных волн в материале пластин. В этих предположениях им построено решение задачи о дифракции плоской волны, идущей из глубины жидкости в направлении, перпендикулярном к линии раздела пластин, и рассмотрены случаи различных возможных условий контакта.

Большой интерес участников симпозиума вызвало заседание, посвященное «физической теории дифракции». В докладе Л. А. Черчеса было рассмотрено приближенное решение задач о «дифракции волн на телах с изломами». Предположив, что линейные размеры тел значительны по сравнению с длиной волны, кромка в месте излома клиновидна или конечной толщины, параметры контура излома (радиус кривизны, толщина или угол кромки) медленно изменяются, докладчик вычислил дифракционное поле на достаточно больших расстояниях от ребер изломов. При этом граничные условия на поверхности тела принимаются нулевыми и предполагается, что поле, рассеянное кромками, создается расположенными по контурам изломов вспомогательными «дифракционными» источниками, фаза которых определяется фазой поля падающей волны, и что зависимость поля элементарного дифракционного источника от расстояния такая же, как у сферического излучателя, а угловая характеристика соответствует характеру излома. Рассеянное поле находится суммированием полей дифракционных источников по всем контурам изломов. Наиболее существенную роль играют участки изломов вблизи светящихся точек. В докладе рассмотрена дифракция плоской волны на диске произвольного профиля конечной толщины и с клиновидной кромкой, на выпуклых телах с изломами, а также на выгнутых телах, где в некоторых случаях необходимо учитывать дополнительный эффект многократных отражений. Применяемый способ является своеобразным обобщением метода стационарной фазы на тела с изломами и позволяет учесть вторичное рассеяние волн от дифракционных источников. Соотношение между доложенным методом дифракционных источников и приемом дифракционных лучей Келлера такое же, как между методами стационарной фазы и геометрической оптики в отражательной технике. Рассеянное поле сводится к таким же выражениям, как в методе, учитывающем «неравномерную» составляющую тока вблизи излома. Это служит проверкой примененного метода.

Б. Е. Кинбер рассказал «о дифракции на открытом конце плоского секториального рупора». Излучение из открытого конца секториального рупора рассматривается как дифракция собственной волны бесконечного рупора на его кромках. Для этого собственная волна бесконечного рупора представляется суммой двух волн, аналогичных бриллюэновским волнам плоского волновода, а их дифракция на кромках рупора — как дифракция цилиндрических волн на клине (поскольку могут иметься фланцы). Цилиндрическая краевая волна, образованная при первичной дифракции, частично изменяется, а частично отражается во внутренней плоскости, порождая при этом краевые волны дифракций более высокого порядка малости. В другом сообщении того же автора говорилось о дифракции на отверстии в экране в первом приближении Шварцшильда. В приближении Кирхгофа не учитывается ориентация кромок экрана и поляризация первичной волны. Ближнее поле может рассматриваться как сумма плоской волны и двух краевых волн. Это приближение в дальней зоне дает обычное выражение для диаграммы направленности. Боковое излучение формируется на расстоянии в  $1/2m^2$  дальше, чем главный лепесток ( $m$  — номер бокового лепестка). О лучевых волноводах с фазовыми преобразователями в виде зеркал специальной формы рассказали Н. Г. Бондаренко и В. И. Талапов. Они рассчитали параметры волноводов с учетом дифракционных и омических потерь в преобразователях и сравнили их с линзовыми лучевыми волноводами. В. В. Крацовым получены интегральные уравнения первого рода с регулярным ядром для гармоник тока

поверхности тела вращения» в скалярном и электромагнитном стационарном случае, а также интегрофункциональное уравнение первого рода для тех же величин в нестационарном случае и доказана единственность решения полученных уравнений.

На следующем заседании секции были заслушаны доклады о «дифракции на шаре». З. А. Я н с о н и В. С. Б у л д ы р е в рассмотрели упругий шар радиуса  $R$ , покрытый сферическим слоем толщиной  $H = R_1 - R$  ( $R_1 = R + H$ ). Система возбуждается сосредоточенным вращательным воздействием, приложенным к внешней поверхности слоя (предполагается, что скорость волны  $SH$  больше в подстилающей среде, чем в слое). Решение строится методом разделения переменных и в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  имеет вид

$$U(r, \theta, t) = \varphi_i \sum_{R=1}^{\infty} \varphi_e(r, t) P_e^{(1)}(\cos \theta), \quad (1)$$

где  $\varphi_e(r, t)$  — контурные интегралы, подынтегральные функции которых являются мероморфными на плоскости переменной интегрирования. Контурные интегралы  $\varphi(r, t)$  вычисляются по вычетам, после чего решение преобразуется по методу Ватсона к сумме контурных интегралов на плоскости ( $t$ ). Полученные контурные интегралы путем ряда преобразований сводятся к интегралам типа Фурье, к которым применен метод стационарной фазы. В результате поле оказывается представленным суммой интерференционных волн, каждой из которых соответствует определенный частотный состав. Особый физический интерес представляет изучение семейства дисперсионных кривых (кривых фазовой и групповой скоростей), полученных интерференционных волн и сравнение их с соответствующими кривыми волн Лява в случае плоского слоя, лежащего на полупространстве, исследованного Г. И. П е т р а ш е н ь. В докладе О. А. Г е р м о г е н о в о й и Г. В. Р о з е н б е р г а обсуждалось рассеяние на сфере плоской электромагнитной волны с комплексным волновым вектором и комплексной амплитудой. Вводятся электрический и магнитный потенциалы, для которых решается краевая задача, аналогичная той, которая рассматривается в теории Ми. Коэффициенты в разложении потенциалов рассеянного поля по характеристическим функциям уравнения Гельмгольца оказываются пропорциональными соответствующим коэффициентам Ми. Как частный случай рассматривается дипольное рассеяние и его зависимость от фактора неоднородности волны. Обсуждается возможность применения полученных результатов в задачах оптики и радиофизики. Ю. А. Е р у х и м о в и ч, Ю. В. П и м е н о в получили новое, удобное для расчетов, асимптотическое решение задачи методом Гюйгенса — Кирхгофа в предположении, что плотность наведенного на сфере электрического тока пропорциональна магнитной составляющей падающего поля, и сравнили численные результаты с данными строгой теории. Д. С. Ч е р н а в с к и й рассказал о неупругом дифракционном взаимодействии элементарных частиц.

Широкое внедрение электронно-счетных машин в практику теоретических исследований по-новому поставило вопрос о «численных методах» в решении задач распространения и дифракции волн. Интересный доклад о «применении интегральных уравнений второго рода к расчету распределения тока на цилиндре конечной длины» сделали Е. Н. В а с и л ь е в и А. Р. С е р е г и н а. Для решения задачи возбуждения цилиндра конечной длины они использовали интегральные уравнения второго рода для азимутальных гармоник плотности электрического тока, текущего по поверхности цилиндра. Интегральные уравнения были решены численно. Рассмотрено осесимметричное возбуждение радиальным и продольным диполями, а также возбуждение поперечной щелью, напряжение в которой зависит от азимутальной координаты. В случае осесимметричного возбуждения было определено влияние длины и диаметра цилиндра, ширины щели, а также формы тордовой поверхности на распределение тока. Рассмотрена трансформация электрических волн в магнитные на торце конечного цилиндра, возбуждаемого осевым диполем. При этом отмечено наличие максимумов плотности азимутального тока на острой кромке цилиндра. Рассмотрено влияние положения источника на распределение плотности тока и т. д. Аналогичные исследования распределения тока проведены для случая возбуждения цилиндра радиальным диполем и поперечной щелью с полем, зависящим от азимутальной координаты. Н. Н. Г о в о р у н и нашел, что для тонкого цилиндрического вибратора ядро приближенного интегрального уравнения первого рода, описывающего распределение тока на поверхности тела вращения, находящегося в диссипативной среде, тождественно ядру для подобного уравнения в случае недиссипативных сред. Приведя результаты численного решения интегрального уравнения в случае тонких вибраторов для разных значений длин волн и проводимости среды, он оценил область применимости квазистационарного метода расчета распределения тока в вибраторе по заданному значению тока в точке питания. В двух докладах Д. М. С а з о н о в а рассматривалось произвольное электромагнитное возбуждение идеально проводящих конечных металлических клина и полусферы небольших электрических размеров. А. Ф. Ч а п л и н рассчитал возбуждение произвольно распределенными токами полосами, расположенной на бесконечном идеально проводящем экране, сдвинутой в поперечном направлении поверхностным

импедансом. Для полос с постоянным, линейно меняющимся и модулированным по гармоническому закону импедансом численно решены методом Крылова — Боголюбова интегральные уравнения для функций распределения электрических и магнитных токов на поверхности полосы.

Доклады по вопросам «распространения в слоистых средах» касались в основном плоских границ, преимущественно упругих слоев. В. Ю. Заватский рассмотрел волны Рэлея, распространяющиеся вдоль свободной границы неоднородного упругого полупространства с линейно нарастающими (или убывающими) в глубь среды параметрами Ляме. Найдя строгое решение задачи, докладчик получил асимптотические формулы (при больших  $\omega$ ) для дисперсии и затухания этих волн. В докладе Я. И. Секачев — Зенковича «К теории стоячих волн конечной амплитуды на свободной поверхности раздела тяжелой идеальной несжимаемой жидкостью, состоящая из двух слоев разной плотности, расположенных один над другим. Верхний слой предполагается конечной глубины, а нижний считается бесконечно глубоким. В переменных Лагранжа дана полная постановка задачи о плоских стоячих волнах на свободной поверхности и на поверхности раздела. Приведен использующий метод малого параметра способ построения решения этой задачи в любом приближении и до конца рассчитаны первые два и частично третье приближение. Получена приближенная формула, связывающая частоту колебаний с амплитудой и длиной волны и установлены особенности излучаемых волн конечной амплитуды, отличающие их от стоячих волн линейной теории. В сообщении Л. В. Иогансена был приведен расчет условий возникновения так называемой «резонансной дифракции акустических волн в плоскостойстых системах» (впервые рассмотренный автором на примере электромагнитных волн) для случая жидких слоев, играющих роль барьеров с неодинаковой плотностью, и для твердых изотропных барьеров. В таких прослойках возникают одновременно и продольные и поперечные волны. Экспоненциальное резонансное накопление волн возможно, если на границе жидкость — твердое тело одновременно имеет место полное внутреннее отражение как для продольных, так и для поперечных волн в твердом теле. Получено выражение для характеристической длины резонансной дифракции  $l_0$ , которая по порядку величины равна  $l_0 \approx \operatorname{tg} \varphi \cdot d_3 \exp(q d_2)$ , где  $\varphi$  — угол падения волн из жидкости на твердую полноотражающую прослойку,  $d_2$  и  $d_3$  — соответственно толщины твердой полноотражающей прослойки и жидкого резонатора,  $q$  — мнимая часть волнового вектора поперечной волны в полноотражающей прослойке.

В. Н. Красильников рассказал о распространении упругих волн от сосредоточенных источников в жидком полупространстве, ограниченном упругим плоскопараллельным слоем. В случае, когда скорость распространения поперечных волн в веществе слоя больше скорости звука в жидкости, возникает только одна незатухающая поверхностная волна, которая на низких частотах приближается к изгибной, а на высоких — к рэлеевской волне на границе раздела твердое тело — жидкость. Полученные численные данные сопоставлены с известными приближенными результатами, основанными на представлении упругого слоя пластинкой, которая может совершать только изгибные и продольные колебания. Выяснено, что продольные волны в пластинке в задаче рассматриваемого типа не играют самостоятельной роли, обусловленные ими деформации и напряжения относительно малы и не составляют главной части погрешности, связанной с переходом от деформаций упругого слоя к чистому изгибу пластин. В кратком сообщении Л. А. Молотова «О низкочастотных колебаниях упругого слоя» отмечалось, что применение динамической теории упругости позволяет обосновать и уточнить уравнения колебаний пластин, а также определить условие применимости инженерной теории. Используя вариационный принцип Гамильтона, можно получить уравнения колебаний пластин в различных приближениях и записать соответствующие выражения для смещений в слое. Анализ этих выражений в первом и втором приближениях дает возможность выяснить характер деформации и сравнить полученные результаты с предположениями Рэлея, Тимошенко и Уфлянда.

«Дифракция на периодических волнистых поверхностях» не перестает привлекать внимание акустиков, оптиков, антенщиков, лиц, интересующихся вопросами распространения электромагнитных волн. И хотя основные принципиальные проблемы в этой области можно считать исследованными, практика физико-технических исследований выдвигает все новые задачи, необходимость решения которых дает пищу для развития и уточнения теории. А. Д. Ланин решена задача о дифракции плоской волны на пилообразной поверхности с прямоугольными зубцами. Дифрагированное поле над неровной поверхностью ищется в виде суперпозиции брегговских спектров. Задача решена путем сшивания полей на границах специально выбираемых прямоугольных областей, в которых собственные функции известны. Для амплитуд дифрагированных спектров получена бесконечная система алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами. Эта система уравнений решена численно редукционным методом при некоторых значениях параметров. Г. В. Поддубный рассмотрел «рассеяние электромагнитных волн периодической поверхностью» при наклонном

падении плоской электромагнитной волны на бесконечную периодическую поверхность, с периодом  $d$ , уравнение которой  $z=f(y)$ . Рассеянное поле

$$\Phi_s(y, z) = \int_L \left( G \frac{\partial \Phi_s}{\partial n} - \Phi_s \frac{\partial G}{\partial n} \right) dl,$$

где  $n$  — внешняя нормаль к рассеивающей поверхности, а путь интегрирования  $L$  представляет один период этой поверхности. Функция  $G(y - \xi, z - \eta)$  выражается через волновое число, угол падения и период рассеивающей поверхности. Таким образом, можно приближенно определить поле в дальней зоне, если задаться соответствующими граничными условиями, например пилообразной поверхностью. Краткое сообщение о рассеянии звука на неподвижной границе раздела двух сред со скачкообразным, но малым относительным изменением показателя преломления  $n^2 - 1 = \frac{\Delta c}{c} \ll 1$

сделал Ю. Н. Черкашин. Он выяснил, что рассеяние звука на периодической внутренней волне, возникающей на слабой границе раздела двух сред, во многом схоже с рассеянием плоских волн на аналогичной абсолютно отражающей поверхности; в обоих случаях получается одинаковое расположение максимумов интенсивности рассеянного звука на угловой диаграмме рассеяния, тогда как давления в максимумах отличаются по величине. В. И. Аксенов предложил приближенный метод расчета амплитуды электромагнитной волны, зеркально отраженной от периодически неровной диэлектрической поверхности, который основан на замене такой поверхности «эквивалентной» слоисто-неоднородной средой. Если уравнение неровной поверхности задано в виде  $z=Z(x, y)$ , то диэлектрические свойства «эквивалентной» среды изменяются вдоль оси  $z$ . Метод применим, если плоская электромагнитная волна падает нормально на неровную поверхность, а длина волны  $\lambda$  и период неровностей  $\Lambda$  удовлетворяют неравенству  $\Lambda < \lambda$ . В том случае, когда электрический вектор падающей волны перпендикулярен к плоскости падения, ограничение, накладываемое на угол падения  $\theta_0$ , отпадает и второе условие заменяется следующим:  $(1 + \sin \theta_0) \Lambda < \lambda$ . Докладчиком получены расчетные формулы для определения закона изменения эффективной диэлектрической проницаемости «эквивалентной» слоисто-неоднородной среды, из заданной формы неровностей и известных диэлектрических свойств материала поверхности, обеспечившие хорошее совпадение теории с экспериментом.

Интересное сообщение в группе докладов о «волноводных задачах» сделал Л. А. Вайнштейн, изложивший точную «теорию бесконтактных поршней». Им исследованы бесконтактные (реактивные) поршни в коаксиальной линии, имеющие вид металлических стаканчиков, надетых на внутренний проводник. Такие поршни обеспечивают в некотором диапазоне частот почти полное отражение, в то время как непосредственный контакт между внешним и внутренним проводником линии отсутствует. В докладе была изложена как элементарная теория таких поршней, основанная на телеграфных уравнениях, так и более точная электродинамическая теория, учитывающая дифракцию на открытом конце поршня и основанная на методе Винера — Хопфа — Фока, и дан физический анализ запирающего действия бесконтактных поршней, а также анализ поправок, возникающих при переходе от элементарной теории к дифракционной. В докладе А. С. Ильинского и А. Г. Свешникова рассматривалось применение общего метода расчета согласований волноводов с существенно различными поперечными сечениями к конкретной задаче о согласовании волноводов круглого и квадратного поперечного сечения. Суть общего метода заключается в том, что произвольный нерегулярный волновод с помощью соответствующего преобразования координат отображается на волновод с регулярной боковой поверхностью, но неоднородным заполнением. Полученная методом, аналогичным методу Галеркина, задача сводится к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Докладчиками доказана сходимость полученного таким образом приближенного решения. Численный подсчет, произведенный на электронной вычислительной машине для конкретной задачи, показал хорошую сходимость метода. В докладе Н. П. Керженицево «Преобразование электромагнитных волн в волноводе с медленно меняющимся импедансом» исследовалось преобразование волн, распространяющихся в многоволновом цилиндрическом волноводе с медленно меняющимся поверхностным импедансом стенок. Решение проведено методом поперечных сечений, согласно которому поле в каждом сечении ищется в виде ряда собственных волн регулярного волновода с постоянным по оси поверхностным импедансом и найдены в явном виде коэффициенты этого ряда.

Методы масштабного и физического моделирования играют значительную роль при исследовании сложных явлений, возникающих при излучении и распространении волн различной природы. Вопросы «моделирования волн» было посвящено отдельное заседание. До последнего времени моделирование распространения звука применялось, главным образом, для изучения звукового поля в двухслойных системах и в связи с задачами о рассеянии звука на неровной поверхности, ограничивающей однородную

среду. Наряду с этим моделирование вполне возможно для исследования законов распространения звука в таких неоднородных средах, как атмосфера Земли и вода океанов и морей. Правда, последние содержат как регулярные, так и статистические неоднородности. Моделирование неоднородностей, имеющих флуктуационный характер, по признаку различных статистических характеристик требует предварительного изучения условий образования тех или иных флуктуаций параметров среды, что весьма сложно. Однако моделирование регулярных неоднородностей таких сред, как вода океанов, вполне возможно. Последние могут рассматриваться как слоисто-неоднородные среды с вертикальным и горизонтальным градиентами скорости звука. Конечно, гидроакустические измерения, проведенные методом моделирования, не заменяют выполненных в природных условиях, но могут существенно дополнить их, уточнить детали, помочь проверке теории и притом сделать это с малой затратой средств и сил по сравнению с измерениями в океане. Модельные измерения в отличие от натурных позволяют по отдельности воссоздать различные виды регулярных неоднородностей естественной среды и более отчетливо изучать их влияние на распространение звука. А. Н. Бархатов рассказал об исследованиях на специальной моделирующей ванне распространения звука в различных средах антиканального типа (с постоянным отрицательным вертикальным градиентом скорости звука; с поверхностным квазиоднородным слоем, в среде с билинейным профилем распределения скорости звука) и в звуковом канале, а также отражения ограниченных звуковых пучков от различных слоисто-неоднородных сред; влияния неровной поверхности на распространение звука в области тени и в поверхностном звуковом канале; действия внутренних волн на распространение звука. Им проверена применимость теории нормальных волн в различных случаях распространения звука в слоисто-неоднородных средах, выяснено влияние волнистой и шероховатой поверхностей на звуковое поле в слоисто-неоднородных средах в зависимости от параметров неровной поверхности и характеристик сред.

Хотя метод радиоволнового просвечивания, в котором используется «теневой» эффект, создаваемый хорошо проводящими объектами, для поисков и оконтуривания рудных тел в пространстве между горными выработками и поверхностью Земли был предложен более полувека назад, применение его до последних лет задержалось из-за неразработанности теории. Основными теоретическими задачами являются распространение радиоволн в слоистых средах, дифракция на полубесконечных телах и телах конечных размеров; антенные задачи. Рассказав о «проблеме дифракции электромагнитных волн в методе радиоволнового просвечивания», А. Д. Петровский отметил необходимость рассмотрения поля в поглощающей среде, чаще всего в ближней зоне излучателя. Для определения поля подземного излучателя на поверхности Земли и коэффициентов экранирования различных пластов используются приближенные решения, полученные с помощью импедансных граничных условий. В ближней зоне и при наличии «слабых» экранов эти решения, естественно, непригодны, но замены им пока нет. Хотя с помощью моделирования удалось установить некоторые интересные закономерности, характерные для дифракции радиоволн в проводящей среде, оно не позволяет полностью исключить численные расчеты; при этом для тел конечных размеров необходимо получение решений в квазистатической, промежуточной и квазиоптической частотных областях. Необходимо также теоретическое обоснование результатов экспериментального исследования влияния горных выработок, скважин и проводов на поле радиоволн при радиопросвечивании. Рассказав о методике измерения сосредоточенных емкостей методом электрической ванны, Г. П. Прудковский привел примеры расчета резонаторов. Им была рассмотрена методика моделирования волновых полей в системах волнового типа, имеющих произвольное, но постоянное сечение вдоль одного направления, и приведены примеры расчета резонаторов и периодических систем. Об «опытах моделирования распространения земной волны в лабораторных условиях» сообщили Г. П. Грудинская, Ю. К. Калинин и Я. С. Родионов. Их данные о распространении радиоволн вдоль береговой линии и влиянии неровностей земной поверхности на величину напряженности поля дали хорошее согласие с теорией. С помощью приближенных граничных условий импедансного типа Ю. К. Калинин получили формулы для коэффициента отражения от криволинейной поверхности, являющейся одной из координатных поверхностей ортогональной системы координат. Выведено уравнение полюсов для волноводной системы, состоящей из двух координатных поверхностей, в пространстве между которыми минимально поглощение среды. Коэффициент отражения и уравнение полюсов выражены через крайние значения логарифмических производных системы собственных решений дифференциального уравнения по нормальной к поверхностям координате. О моделировании дифрагированных и рефрагированных волн доложила О. Г. Шамина.

На заседании, посвященном вопросам «распространения радиоволн вдоль земной поверхности», были заслушаны экспериментальные работы. В. Н. Троцкий сообщил о том, что экспериментальное исследование дифракции ультракоротких волн на горных хребтах показало, что на всех исследованных трассах на волнах, начиная от сантиметрового диапазона и кончая метровыми волнами, ослабление, вызванное хребтами, значительно больше рассчитанного по формуле Френеля. Сравнение

результатов экспериментов с теорией дифракции на абсолютно отражающем параболическом цилиндре показало, что так нельзя объяснить даже качественно аномальное различие в уровне напряженности поля при различных поляризациях и некоторые другие явления. Оказалось, что в большинстве случаев напряженность поля при горизонтальной поляризации заметно больше, чем при вертикальной поляризации.

Распространение УКВ за счет дифракции на горных препятствиях далеко за пределами прямой видимости ввиду его технико-экономических выгод по сравнению с обычными тропосферными линиями связи открывает новые возможности надежной многоканальной радиосвязи и телевидения в горных районах. Эксперименты С. А. Аманова по выявлению пространственной и временной картины распределения поля дифракции за хребтами на различных трассах показали, что при наличии на пути распространения радиоволн острых горных вершин или гребней уровень сигнала за ними намного выше и устойчивее, чем при их отсутствии. На таких трассах ослабление на десятки децибел меньше, чем при распространении над гладкой поверхностью Земли, а суточные и сезонные изменения уровня сигнала не превышают 3 и 7 дБ соответственно. Зависимость напряженности от расстояния и высоты приемной антенны имеет интерференционный характер. Это объясняется наличием сложных фазовых соотношений между лучами, обусловленных особенностями поверхности Земли и рельефом самого препятствия. Особенно сильные и частые колебания сигналов происходят по направлению, перпендикулярному к трассе. Эти отклонения достигают 30 дБ. Экспериментальные данные, полученные на многочисленных трассах, имеющих самые разнообразные формы горных препятствий, показывают, что на большом расстоянии от препятствия существенное влияние на уровень сигнала в приемном пункте оказывает форма верхней части горы и рельеф местности вблизи приемной точки. Поэтому разумное использование горных вершин и особенностей местности вблизи точки приема (выбор одиночных вершин с острыми краями, размещение приемного пункта на влажных почвах и возвышенностях, обеспечение прямой видимости между препятствиями и конечными пунктами) может значительно повысить уровень сигнала и его устойчивость. На трассах большой протяженности, пересекаемых острыми скалистыми хребтами, при больших высотах антенн (малые углы дифракции) условия распространения УКВ близки к оптическим и для расчета можно применить теорию дифракции Френеля, аппроксимируя горные вершины клином, вокруг которого происходит дифракция прямой, а в некоторых случаях и отраженной от Земли волн. Эксперименты подтвердили справедливость теоретических выводов о том, что сравнительно острые горные препятствия дают значительный выигрыш в ослаблении, доходящий до 50—60 дБ.

Как известно, в задачах о распространении электромагнитных волн нашли широкое применение приближенные граничные условия (граничные условия Леонтовича, условия типа приведенного поверхностного импеданса). При решении задач подобными методами пренебрегают боковой волной, и в этой связи возникает вопрос о наиболее рациональном определении импеданса по Леонтовичу и Рязину  $\delta = 1/\sqrt{\epsilon' + \cos^2 \psi}$  (где  $\epsilon'$  — комплексная относительная диэлектрическая проницаемость Земли), если же учесть характер распространения радиоволн вдоль плоской границы, то следует положить

$$\delta = \sqrt{\epsilon' - \cos^2 \psi} / \epsilon'.$$

В кратком сообщении Г. Н. Крылова и А. Д. Петровского был обсужден вопрос о наиболее рациональном выборе импеданса в зависимости от значений исходных параметров и выяснены физические предпосылки, связанные с двумя указанными определениями.

Заседание, посвященное «периодическим решеткам», было начато докладом Л. А. Вайнштейна «К электродинамической теории решеток». Если период бесконечной плоской решетки, образованной параллельными металлическими цилиндрами радиуса  $b$ , расположенными на расстоянии  $l$  друг от друга, мал по сравнению с длиной волны, то сложное распределение электромагнитных полей вблизи решетки можно не принимать во внимание и трактовать ее как полупрозрачный слой —  $\delta < x < \delta$ , на границах которого (при  $x = +\delta$  и  $x = -\delta$ ) выполняются некоторые граничные условия. Фигурирующие в этих условиях параметры для случая круглых цилиндров приводятся в таблицах в зависимости от отношения  $b/l$ . Для цилиндров других сечений они могут быть найдены с помощью конформных отображений. При выводе граничных условий для электромагнитных полей в качестве побочного продукта получают также граничные условия для звуковых полей на «жесткой» и «мягкой» решетках (при  $kl \ll 1$ ). Величина  $\delta$  в граничных условиях может быть взята произвольной, например, можно положить  $\delta = 0$  или  $\delta = b$ , но должно быть  $kd \ll 1$ . Особый выбор  $\delta$  необходим лишь в случае, когда зазор между соседними цилиндрами исчезающе мал; тогда  $\delta$  нужно выбирать так, чтобы выполнялись граничные условия для отражающей волнистой поверхности, получающейся при смыкании цилиндров. В. В. Малиным решена задача о дифракции плоской электромагнитной волны на решетке из лент

для случая, когда вектор электрического поля параллелен лентам. Метод, предложенный Л. Л е в и н ы м, заключается в отыскании некоторого сингулярного интегрального уравнения для искомого поля на отверстиях решетки и последующем решении этого уравнения. В окончательно получаемой системе бесконечных алгебраических уравнений достаточно ограничиться двумя уравнениями с двумя неизвестными (при нормальном падении), чтобы получить результаты, верные для значений периода, меньших или равных длине падающей волны. При косом падении число уравнений, которые нужно учесть, повышается примерно вдвое. Учет лишь одного уравнения с одним неизвестным уже дает известное решение задачи в квазистатическом приближении. В частном случае половинного заполнения учет трех уравнений дал результаты, совпадающие с точной теорией (Л. А. Вайнштейна) для значений периодов, меньших или равных двум длинам волн.

В докладе О. А. Т р е т ь я к о в а, Д. В. Х о р о ш у н а, В. П. Ш е с т о п а л о в а «Дифракция электромагнитных волн на двойных плоских металлических решетках» рассматривался случай нормального падения плоской электромагнитной волны  $E, H$  произвольной поляризации для произвольных отношений периода к длине волны и любых шириин лент металла равнопериодичных и равнощелевых решеток, симметрично расположенных одна под другой. Из решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений получены значения коэффициентов отражения, а также амплитуд дифракционных спектров. Аналогичным образом решены задачи для двойной решетки, внутренняя область которой заполнена диэлектриком с произвольным значением диэлектрической проницаемости: для  $p$ -слоистой равнопериодной и равнощелевой решеток, для двойной разнопериодной и равнощелевой решеток. Случай наклонного падения плоских электромагнитных волн на металлическую ленточную решетку с периодом  $l$  и шириной щели  $d$  с металлическим экраном и диэлектрическим подслоем конечной толщины рассмотрен А. И. А д о н и н о й и В. П. Ш е с т о п а л о в ы м. Построены графики для коэффициентов отражения, прохождения и амплитуд дифракционных спектров при различных значениях  $d/l, l/\lambda, \alpha, \epsilon$  и  $a/l$  ( $a$  — расстояние от решетки до экрана,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды в области между решеткой и экраном). Получены усредненные граничные условия на решетке в свободном пространстве и решетке с металлическим и диэлектрическим экранами, которые применимы для нахождения дисперсионных уравнений кольцевого и спирального волноводов, погруженных в среду. С. А. М а с а л о в ы м, Е. Н. П о д о л ь с к и м и И. Е. Т а р а п о в ы м были рассмотрены задачи о падении плоской электромагнитной волны под произвольным углом к решетке, образованной бесконечно тонкими металлическими лентами, и о нормальном падении на решетку, образованную металлическими пластинами прямоугольного сечения. Первая сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений, которое можно представить в виде отношения всегда сходящихся рядов. Вторая решалась с помощью рядов Фурье. Граничные условия и условия сшивания приводят к двум бесконечным системам линейных уравнений. Обнаружилась хорошая сходимость решений усеченных систем. Полученные численные результаты выяснили характер перехода от решетки конечной толщины к бесконечно тонкой решетке, с одной стороны, и к системе волноводов, с другой.

Большой интерес участников симпозиума вызвало заседание по вопросам распространения волн в плазме и дифракции на плазменных и гиротропных объектах. Г. И. М а к а р о в изучил распространение плоской электромагнитной волны в симметричном слое ионизированной среды, свойства которой описываются диэлектрической постоянной  $\epsilon_m(z)$ , зависящей только от направления  $z$ . При этом он предположил, что со стороны  $z \rightarrow -\infty$  на слой падает плоская электромагнитная волна вида

$$E_x \text{ пад}(x, z) \rightarrow E_0 e^{i k x \sin \psi - i k z \cos \psi} \quad (z \rightarrow -\infty),$$

$$E_z \text{ пад}(x, z) \rightarrow E_0 e^{i k x \sin \psi - i k z \cos \psi} \quad (z \rightarrow -\infty).$$

Решение задачи строится методом эталонного уравнения, причем в качестве большого параметра задачи используется величина  $\eta_0$ , что в физическом отношении эквивалентно требованию медленности изменения параметров слоя в масштабе длины волны в вакууме. Оказывается, что для слоя, обладающего описанными выше свойствами, эталонными функциями оказываются функции Уиттекера, аргумент которых находится в результате решения некоторого трансцендентного уравнения. В отличие от ранее построенных решений для неограниченных слоев оно не нуждается в приближенном сшивании внутри слоя. Найдены коэффициент отражения от слоя и определена зависимость последнего от наличия особой точки  $z=0$  и толщины слоя (вплоть до толщины, равной нулю). Полученные результаты обобщаются на случай точечного источника. В. В. Ж е л е з н я к о в, Е. Я. З л о т н и к обсудили переход плазменных волн в электромагнитное излучение в условиях изотропной плазмы и исследовали «взаимодействие» нормальных волн в неподвижной плоскостной среде и в плазме, движущейся по закону  $V = v(z)x_0$ . Для плазмы с неоднородным магнитным полем рассмотрен

переход обыкновенных волн в необыкновенные и обратно, имеющий место в области квазипоперечного распространения. Н. А. Кузьминым исследованы зависимости фазовых и групповых скоростей плоских электромагнитных волн в безграничной плазме, находящейся в магнитном поле. Соударения частиц не учитывались. Указаны области и границы существования волн. Полученные результаты по частным зависимостям скоростей обыкновенных волн дают возможность выяснить основные закономерности плоских волн при изменении параметров плазмы и выбрать нужный режим. М. Е. Герценштейн и В. И. Пустовойт изложили теорию «распространения звуковых волн в кристаллах при наличии постоянного тока». Если при распространении звуковых волн в кристалле возникает продольное электрическое поле, вызванное пьезоэлектрическими свойствами кристалла, электрострикционным эффектом в решетке при распространении звука вдоль сильного постоянного поля, различным характером движения носителей и решетки в ионном кристалле,  $E = E_0 e^{i\omega t - i k x} \uparrow K$ , то  $\text{div } \vec{E} = -ikE \neq 0$  и возникает пульсирующий с частотой волны объемный заряд. Если, кроме того, в объеме полупроводника имеется постоянное поле  $E_0$ , которое вызывает дрейф носителей со скоростью  $V_0$ , то переменная компонента тока проводимости  $j = q_0 V_0 + q_1 V_1$ , где  $q_0$  — постоянная составляющая плотности объемного заряда,  $q_1$  — переменная. Член  $q_0 V_0$  — это ток колебательного движения носителей, который обычно учитывается в теории проводимости. Второе слагаемое  $q_1 V_1$  — это ток упорядоченного движения объемного заряда. При некоторой величине тока проводимость становится отрицательной, и, следовательно, продольная волна в такой среде может усиливаться, если она сопровождается продольным электрическим полем. В обзоре Н. Г. Денисова и Л. С. Долина «Дифракция частично-когерентного излучения» с единой точки зрения рассмотрены вопросы дифракции частично-когерентного (немонохроматического) излучения на регулярных объектах в связи с задачами, которые возникают в оптике, радиоастрономии и теории рассеяния волн.

Н. Г. Денисов рассказал о приеме флуктуирующего излучения, прошедшего слой с турбулентными неоднородностями, узконаправленными антеннами. Рассчитана средняя интенсивность на выходе приемного устройства (в фокусе линзы) при малых и больших флуктуациях параметров излучения. Обсужден эффект ослабления принимаемого излучения, обусловленный турбулентными неоднородностями слоя. В докладе В. А. Зверева «Дифракция модулированных волн на случайных неоднородностях» говорилось о том, что дифракция модулированной волны на неоднородности приводит к изменению характера модуляции волны. Это изменение можно количественно определить, рассмотрев фазовый инвариант, представляющий собой фазу несущей, за вычетом полусуммы фаз боковых частот. Величина эффекта оказывается зависимой от соотношения между длиной волны и размером неоднородностей. В случае распространения волны в среде, содержащей случайные неоднородности, характеризующиеся пространственным спектром мощности флуктуаций  $F(x_1, x_2, x_3)$ , вычислен пространственный спектр флуктуаций фазового инварианта. При этом спектр фазового инварианта оказывается пропорциональным  $F(x_1, x_2, 0)$  и содержит дифракционный множитель, зависящий от значения волнового параметра на модуляционной частоте. Располагая возможностью излучения волнового поля только в одной точке пространства с помощью применения нескольких частот модуляции, можно определить пространственный спектр случайных неоднородностей. Если случайные неоднородности занимают только некоторую часть пространства, возможно определить величину пространства, заполненного неоднородностями, по величине флуктуаций фазового инварианта в зависимости от частоты модуляции. Это представляет интерес для определения величины рассеивающего объема при приеме сигнала, рассеянного на случайных неоднородностях.

Поляризуемость пламенного сгустка, помещенного в переменное электрическое поле  $E e^{i\omega t}$ , зависит от скорости теплового движения электронов. Поскольку в относительно стабильном сгустке электроны совершают финитное колебательное движение внутри некоторой потенциальной ямы, эта зависимость определяется соотношением между «наивероятнейшей» частотой  $\omega_k$  собственных колебаний электронов и частотой поля  $\omega$ . В. Б. Гильдебург рассмотрел конкретный пример взаимодействия поля со сгустком, локализованным в потенциальной яме прямоугольной формы, при максвелловом распределении электронов и скорости и показал, что даже в этом случае, когда собственные колебания сильно отличаются от гармонических и имеют большой разброс по частотам, зависимость эквивалентной диэлектрической проницаемости сгустка от частоты носит в районе  $\omega \approx \omega_k$  отчетливо выраженный резонансный характер. Полученные результаты позволяют оценить влияние теплового движения на эффективное сечение рассеяния сгустка. Краткое сообщение о диффузии в иносфере сделал А. В. Гурев и ч. Допустив, что плоские электромагнитные волны падают на ионизированный метеорный след под произвольным углом к его оси, М. Д. Хаскинс исследовал поле рассеянных волн. На основании метода поляризационных токов он

установил весьма общие интегральные уравнения для векторных характеристик рассеяния в дальней зоне. Получены энергетические соотношения и подробно изучена коротковолновая асимптотика во втором приближении для следов различной структуры. Длинноволновое приближение оценивается при высокой линейной электронной концентрации в следах. Построение полного решения, главным образом в промежуточной области, достигается при помощи специальных электромагнитных потенциалов осесимметричной плазмы, для которых найдена совместная система уравнений и изучены их предельные свойства. Особое место отведено в докладе нормальному падению электромагнитных волн на метеорный след при двух поляризациях. В этом случае электромагнитное поле в плазме описывается двумя независимыми друг от друга уравнениями, каждое из которых определяет одну из поляризаций. Исследование отражения нормально падающих электромагнитных волн от метеорных следов проведено при помощи приближенных методов квантовой теории рассеяния, которые позволяют установить основные особенности рассеяния в промежуточной области.

С помощью уравнения диффузии Ю. К. Калинин нашел распределение электронной концентрации движущегося точечного источника ионизации. Интенсивность источника он выразил через эффективные параметры метеора и методом возмущения определил сечение рассеяния прозрачной части метеорного следа, а также время его жизни. В сообщении Ю. С. Саясова о «рассеянии электромагнитных монохроматических волн неоднородными поглощающими плазменными объектами» был сформулирован метод эйконала для неоднородной среды с комплексной диэлектрической проницаемостью, т. е. вводились комплексные лучи, являвшиеся ортогональными траекториями к поверхности комплексного эйконала, и находились формулы, выражающие изменение поляризации вдоль этих лучей через их кривизну и кручение.

Полученные таким образом элементарные решения, отвечающие отдельным лучам, использованы для нахождения характеристик излучения проводящих тел, окруженных поглощающей средой, а также сечений рассеяния плоской волны неоднородной поглощающей системой, в частности проводящим телом, окруженным поглощающей средой. Результаты упрощаются, когда поглощение настолько велико, что электромагнитная энергия распространяется по избранным лучам, которым отвечает наименьшее затухание, а также в том случае, когда диэлектрическая проницаемость близка к единице и, следовательно, лучи близки к прямым.

В работе В. Б. Гильденбурга и И. Г. Кондратьева обсуждены некоторые особенности отражения и преломления электромагнитных волн неоднородными плазменными слоями, внутри которых диэлектрическая проницаемость проходит через нуль. В качестве исходной берется задача о наклонном падении волны на плоский бесконечный слой с диэлектрической проницаемостью, зависящей от поперечной координаты, причем применяются обычные линейные материальные уравнения, содержащие проницаемости, независимые от структуры определяемого ими поля, и только в некоторых наиболее существенных местах дается оценка влияния эффектов, связанных с пространственной дисперсией. Найденные значения коэффициентов отражения и прохождения позволили оценить поглощение в резонансных областях неоднородной плазмы, найти резонансы и указать зависимость их числа от характера неоднородности, а также оценить влияние неоднородности на дифракционные характеристики различных плазменных объектов.

На заседании «Излучение электромагнитных волн» было прочитано несколько разнородных по тематике сообщений: В. Я. Эйдем нашел спектральное и угловое распределение энергии плазменной волны, излучаемой зарядом, движущимся в магнитоактивной плазме. Г. Н. Крылов рассчитал «структуру электромагнитного поля и сопротивление излучения обручобразной антенны» (тонкого полого цилиндра конечной длины), ток в которой распределен по некоторому закону, путем разложения по мультиполям, причем для построения использован аппарат интегралов Зоммерфельда. Это позволяет обобщить полученные результаты на случай, когда антенна расположена под конечнотокпроводящей землей. Сопротивление излучения антенны в точности совпадает с тем, которое получается при применении метода наведенных э. д. с. Б. М. Болотовский исследовал «излучение заряженных частиц, равномерно движущихся вблизи оптических неоднородностей». В. П. Докучаев рассмотрел гидродинамические возмущения, возникающие в газообразных средах при движении твердых тел с конечным «лобовым» сопротивлением и размерами меньше длины свободного пробега в среде. Он проанализировал условия излучения звуковых волн движущимися частицами и рассчитал сопротивление излучения. «О некоторых граничных переходных процессах при распространении радиоволн вдоль земной поверхности» сообщил Ю. П. Вербин.

Уже на первый Всесоюзный симпозиум по дифракции были представлены доклады о «дифракции на гиротропных телах». Интенсивные исследования в этой области послужили основой для ряда новых интересных сообщений. Исследовав свободные симметричные волны в цилиндрической плоскости, заключенной между идеально

проводящим цилиндром конечной длины и соосным гиротропным стержнем и проанализировав характеристическое уравнение для случая продольного подмагничивания стержня, Ю. В. Вайслейб оценил характеристики цилиндрического резонатора и усилителя с гиротропным стержнем. А. Т. Филковский занимался примерно той же задачей, исследуя свободные симметричные электромагнитные волны в цилиндрическом гиротропном стержне при продольном подмагничивании и в окружающей его пустоте для определения диаграммы направленности антенны, выполненной в виде гиротропного стержня конечной длины. «Об ударных электромагнитных волнах с тонким слоем феррита» доложил Г. И. Фрейдман. В. А. Пермяков в рассказе о «дифракции электромагнитных волн на неоднородном плазменном шаре».

С большим интересом обсуждались на симпозиуме вопросы отражения от «статистически неровных поверхностей». В. И. Михайловым рассмотрено рассеяние электромагнитных волн статистически однородными площадками в кирхгофовом приближении. Выяснены некоторые дополнительные условия, ограничивающие применимость результатов М. А. Исаковича, и получены в двух предельных случаях их обобщения. Поставив задачу об отыскании рассеянного поля на статистически шероховатой поверхности при заданном произвольном законе отражения «в малом», Р. Г. Баранцев дал полное решение задачи для изотропной дифференцируемой случайной поверхности  $z(x, y)$  и исследовал различные варианты упрощенных моделей, в частности нормальные поверхности с малой флуктуацией  $\sigma_1$  и квазимарковские профили. Л. М. Юркова и И. Н. Тамойкина отметили, что известное решение в зоне Фраунгофера для среднего значения интенсивности поля, рассеянного от статистически шероховатой поверхности с шероховатостями, превышающими длину звуковой волны, можно продолжить в области Френеля. Рассеяние под углом  $\chi$  определяется лишь узким участком спектра поля на шероховатой поверхности вблизи

$$\text{точки } P = \frac{qx}{\sqrt{2q_z\sigma}} :$$

$$q_x = k(\cos \psi - \cos \chi), \quad q_z = -k(\sin \psi + \sin \chi),$$

$\sigma^2$  — дисперсия амплитуды шероховатости,  $\psi, \chi$  — углы излучения и приема. Условия формирования диаграммы рассеяния статистически шероховатой поверхности

$$R \gg \frac{D \cdot 2\pi \sqrt{2\sigma}}{\lambda} \operatorname{ctg} \frac{\chi - \psi}{2}$$

( $D$  — линейный размер рассеивающей площадки). Экспериментальная проверка делалась на модели статистически шероховатой поверхности (с нужным знаком распределения амплитуды, дисперсией амплитуды, определенным видом функции корреляции и интервалом корреляции), изготовленной из пенопласта, что позволяет хорошо имитировать отражение от границы вода — воздух. С помощью метода малых возмущений Э. П. Гулиным получены выражения для функций продольной и поперечной (в горизонтальной и вертикальной плоскостях) автокорреляции флуктуаций амплитуды и фазы звуковой волны (излученной точечным источником), отраженной от абсолютной мягкой двухмерной статистически шероховатой поверхности. Коэффициент пространственной автокорреляции неровностей поверхности задан в виде осцилляторно затухающей функции. С помощью метода стационарной фазы в геометрическом приближении выделены области на неровной поверхности, наиболее существенные для рассеяния, и получены условия, при которых существенные для рассеяния области лежат в окрестности точки зеркального отражения от плоской поверхности. Докладчик нашел, что коэффициенты пространственной автокорреляции флуктуаций амплитуды и фазы звуковой волны, отраженной от неровной поверхности, совпадают; интервалы продольной и поперечной (в горизонтальной плоскости) корреляции флуктуаций амплитуды и фазы определяются пространственными интервалами автокорреляции неровностей в тех же направлениях, вертикальные координатами излучателя и приемников, расстоянием между излучателем и приемниками и отношением длины звуковой волны к периоду осцилляций коэффициента пространственной автокорреляции неровностей соответственно в продольном и поперечном направлениях. Интервал корреляции флуктуаций при разнесении приемников по вертикали в случае малых углов скольжения значительно меньше продольного интервала корреляции. Существует некоторый уровень остаточной корреляции флуктуаций амплитуды и фазы вплоть до разнесения приемников на расстояние, сравнимое с удалением от излучателя.

Второй Всесоюзный симпозиум по дифракции подвел итоги большой работы, проведенной в Советском Союзе математиками, физиками, инженерами по созданию новых и развитию уже известных теоретических методов рассмотрения вопросов дифракции, распространения волн в неоднородных средах, излучения волн и т. п. задач. Эти методы

имеют весьма большое как научное, так и прикладное значение, помогая в развитии ряда разнообразных отраслей техники, в которых приходится иметь дело с волновыми процессами.

Существенная роль первого и второго симпозиумов по дифракции состоит в объединении усилий теоретиков и экспериментаторов, работающих в различных областях науки и техники над близкими задачами. Следует указать на ту большую пользу, которую они принесли во взаимном ознакомлении математиков и физиков, акустиков, оптиков, радиофизиков, теплотехников, геофизиков, гидродинамиков и др. с разработанными методами решения задач и достигнутыми результатами. На заключительном пленарном заседании единогласно было принято решение, в котором отмечались достижения в области исследования дифракции, подытоженные симпозиумом, и намечались некоторые мероприятия на дальнейшее время. Предполагается созвать следующий симпозиум в мае 1964 г. в Тбилиси. Решено увеличить число обзорных докладов на секциях, в которых следует освещать современное состояние вопроса, рассматриваемого секцией. Симпозиум должен, в основном, сохранить методический характер. В заключение участники симпозиума отметили отличную организацию симпозиума. Участникам симпозиума была предоставлена приятная возможность ознакомиться с достопримечательностями такого большого промышленного и научно-культурного центра, каким является г. Горький.

*Б. Д. Тартакоевский*