

НОВЫЕ ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ФОТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ *)

Ф. Перрен

I. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОВЗОР

Возможно, что древний ассирийский царь или его придворный мудрец был тем человеком, кто первый воскликнул от восхищения, когда ему удалось с помощью линзы различить мельчайшие объекты, не разрешаемые простым глазом; во всяком случае, археологом Лайядром¹ был обнаружен в развалинах Саргонского дворца в Ниневии кусок кварца с закругленными поверхностями, который мог быть использован как увеличительное стекло. Известно, что способность делать видимыми раздельно тонкие детали с давних времен рассматривалась как критерий качества оптической системы, и этот же критерий был применен к фотографической пластиинке, когда в результате комбинирования пластиинки с объективом была создана камера. Лишь в самое последнее время стали применяться более сложные и тонкие методы оценки; целью настоящей статьи является обоснование этих методов и элементарное изложение представлений, на которых они основываются. Поскольку большинство фотографических систем представляет собой результат введения светочувствительного слоя в состав оптической системы, оптические представления оказались распространенными на область фотографической техники, и, таким образом, данная статья содержит несколько расширенное рассмотрение чисто оптических вопросов. Другие методы, не обсуждаемые здесь, такие, как теория информации, дают хорошие результаты, однако они менее доступны работникам, имеющим дело с фотографией.

Хотя здесь дается история развития ряда идей, вопросам приоритета не придавалось большого значения. Более того, несмотря на широкую библиографию, особенно по методам измерения частотно-контрастной характеристики, многие значительные работы поневоле оказались в стороне. Тем не менее, библиография может быть использована как ключ для подбора литературы.

1. Разрешающая сила оптических систем

Самыми первыми оптическими приборами были микроскопы и телескопы. Чрезвычайно трудно создать действительно хорошие искусственные тест-объекты для микроскопии, поэтому микроскопистам приходилось использовать для испытания своих инструментов естественные

*) Fred. H. Perrin, Methods of Appraising Photographic Systems, J. of the SMPTE 69, 151 и 239 (1960). Перевод Н. П. Березина.

объекты, имеющие периодическую структуру, такие, как диатомея. Что же касается астрономов, то им в основном приходилось иметь дело с двойными звездами, и точечный источник, каким является звезда, оказался удобным как для математических расчетов, так и для искусственной имитации. В 1834 г. Эри² вычислил распределение света в изображении точки, образованном безаберрационным объективом, и показал, что изображение состоит из центрального диска, содержащего 84% света, окруженного слабыми кольцами убывающей интенсивности, как это показано на рис. 1.

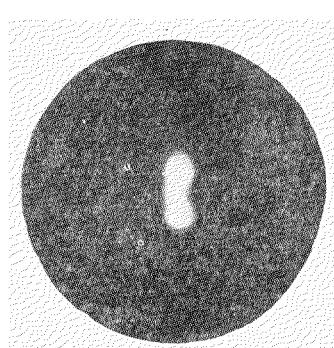


Рис. 1. Микрофотография двух изображений светящейся точки, сдвинутых на величину порядка удвоенного предела разрешения объектива.

Когда два таких изображения приближаются друг к другу, темное пространство между ними все более заполняется светом, пока они в конце концов не сольются. Размер центрального диска Эри обратно пропорционален размеру объектива камеры, и поэтому изображения могут быть сдвинуты ближе при заданном падении освещенности между ними, если увеличить размер объектива.

Наименьшее расстояние между изображениями, при котором они еще могут быть видимы раздельно, всегда было предметом расхождений, что в значительной мере объясняется сильной зависимостью его от условий наблюдения. Используемый обычно критерий принадлежит Рэлею³, который, как будто, первый использовал термин разрешающая сила. Он потребовал в качестве критерия разрешения, чтобы центр одного изображения приходился на первое темное кольцо второго. Этот

критерий был в значительной степени неверно понят современниками. Некоторые подвергли его критике, как чересчур вольготный, другие же, напротив, были склонны его рассматривать как некий абсолют. По-видимому, Рэлей выбрал его исключительно из соображений удобства оперирования, считая, что «можно его рассматривать как примерно соответствующий предельному сближению, при котором может быть достигнут некоторый определенный эффект разрешения». Для длины волны 550 мк и относительного отверстия 1 : 4 это соответствует на пленке расстоянию 1,3 мк, если объектив свободен от aberrаций.

Многими наблюдениями и некоторыми теоретическими исследованиями показано, что этот критерий действительно требует больше, чем необходимо⁴⁻⁶, и что наименьшее расстояние, которое может быть обнаружено глазом при оптимальном увеличении, составляет в указанных условиях примерно 1,2 мк. Критерий Рэлея приводит к формуле

$$\Delta = \frac{0,61\lambda f}{D} \quad (1)$$

для расстояния, соответствующего пределу разрешения, где λ — длина световой волны, f — фокусное расстояние объектива и D — его диаметр. Существующий опыт приводит к той же формуле, но с коэффициентом 0,50 вместо 0,61. Этот коэффициент, предложенный Конради⁷ для использования при оценке оптических приборов, является более реалистичным сравнительно с рэлеевским. По условию Рэлея освещенность в минимуме между двумя изображениями на 26,5% меньше, чем в максимумах; согласно критерию Конради освещенность понижается приблизительно лишь на 2,2%, что примерно соответствует фотометрическому порогу, определенному другими способами.

Для количественных исследований линейные тесты оказались более удобными, чем точечные. В прошлом веке Фуко⁴ в своей классической работе дал описание тест-объекта, состоящего из большого числа светлых и темных штрихов одинаковой ширины, и этот тест теперь часто называют его именем. Используя набор элементов с убывающей шириной штрихов, или по современной терминологии с возрастающей пропорциональной частотой, можно определить наиболее тонкий элемент, в изображении которого отдельные линии еще могут быть разрешены. Эти изображения настолько мелки, что должны рассматриваться с помощью микроскопа.

Примерно то же самое может быть сделано с помощью спектроскопа путем изучения пар линий, расположенных на разных расстояниях друг от друга. Существуют большие расхождения между результатами различных исследователей. Некоторым⁸⁻¹¹ даже удавалось обнаружить разрешение при расстояниях столь малых, что теоретически можно было ожидать общего максимума у обоих изображений, если исходить из представлений, примененных Эри и Рэлеем. Однако такие наблюдения не являлись ошибочными. Способ рассуждения по Эри—Рэлею основан на предположении, что два изображения, подлежащие разрешению, являются независимыми по фазе светового колебания. Это условие, однако, может нарушаться, особенно если пучок света не заполняет целиком объектив; в этом случае даже одна линия может выглядеть как две или более^{12,13}.

2. Фотографический материал: разрешающая сила и четкость изображения

Первое исследование разрешающей силы фотографических материалов было, по-видимому, проведено в конце прошлого столетия¹⁴. Эта работа производилась в связи с вопросами спектроскопии астрономических объектов, и естественно, что в основу был положен штриховой тест. Дифракционная трактовка, данная Эри и Рэлеем, была здесь, конечно, неприменима, и ограничение разрешения было отнесено на счет зернистости эмульсии. Через десяток лет ученые-фотографы повсеместно принялись за серьезные исследования вопроса, и с тех пор появилось громадное число работ, посвященных измерению разрешающей силы и факторам, влияющим на ее величину¹⁵.

Нетрудно понять, отчего разрешающая сила получила столь широкое распространение при оценке способности фотографических материалов к воспроизведению изображений. Действительно, представлялось очевидным, что способность к разрешению мелких деталей является важной характеристикой качества изображения¹⁶; кроме того, результаты такой оценки имели общепонятную форму, а сама разрешающая сила казалась величиной, удобной для измерений (хотя в действительности эти измерения требуют большого мастерства и пристального внимания к деталям, которые могут показаться несущественными). Однако в последние годы становилось все более очевидно, что достоинства разрешающей силы как критерия качества лишь кажущиеся. Во-первых, она не является коренной характеристикой фотографического материала и зависит от целого ряда факторов, помимо светорассеивающих свойств эмульсии. Во-вторых, критерий разрешения является неопределенным, как это было показано в предыдущей главе. Получаемые результаты зависят также от типа приемника, примененного при изучении изображения. Автор неоднократно замечал, что с помощью микроденситометра могут быть уверенно выявлены тонкие штрихи, которые не разрешаются глазом, и что

между обоими порогами разрешения нет видимого соответствия. Более того, обычные негативные материалы разрешают штрихи, приблизительно в десять раз более тонкие, чем те, которые может различить глаз на позитивном отпечатке при нормальном его рассматривании; в то же время наблюдателя не интересует, разрешаются ли детали, которые он не в состоянии разглядеть, однако он требует, чтобы крупные детали, которые он видит, были воспроизведены достаточно отчетливо. У некоторых фотографических объективов плоскость наибольшей разрешающей силы не совпадает с плоскостью наибольшей резкости¹⁷⁻¹⁹, причем фотограф, не отдавая себе в этом отчета, стремится получить наибольшую резкость.

С другой стороны, автор имеет основания утверждать, что иногда с помощью микроскопа удается установить очень высокое разрешение, хотя изображение при этом не выглядит хорошим. Свойство фотоснимка, определяющее чистоту воспроизведения деталей, может быть названо фотографической четкостью²⁰ и зависит, по-видимому, в значительной мере от резкости изображения²¹. Зернистость и правильность тоновоспроизведения, без сомнения, также сказываются на оценке четкости наблюдателем, но эти четыре характеристики — разрешающая сила, резкость, зернистость и тоновоспроизведение — не ведут себя одинаково и изменяются независимо друг от друга в весьма широких пределах.

Хорошо известно явление, также подчас влияющее на четкость, хотя и не упоминавшееся нами ранее, — явление ореола, связанное с отражением света от задней поверхности пластинки или подложки фотографической пленки. Это явление может быть устранено нанесением на заднюю поверхность специальных слоев и поэтому больше здесь рассматриваться не будет. В многослойных материалах, таких, например, как цветные пленки, имеет место нечто подобное явлению ореола в отдельных слоях. Кристаллы, содержащиеся в слое, рассеивают свет во всех направлениях, причем какая-то часть света возвращается назад от более глубокого слоя к верхнему. В однослойных пленках это рассеяние является причиной возникновения различия между «падающей» и «эффективной» экспозицией; в многослойных пленках слабо рассеивающий слой, который сам по себе создал бы резкое изображение, может давать изображение, нерезкое по той причине, что следующий, более глубокий слой сильно рассеивает в направлении «назад».

3. Острота и резкость

За исключением особых случаев, когда требуется специальный изобразительный эффект, четкость фотографии должна быть так же хороша, как видимая четкость подлинного объекта. Если главным условием четкого воспроизведения является резкость (а похоже, что это именно так), то должны представлять интерес определенные свойства пограничной кривой, описывающей изменение плотности вдоль направления, перпендикулярного к краю изображения. Если фотографический слой частично закрыт лезвием ножа, как показано в верхней части рис. 2, и затем экспонирован, то зона освещения не обрывается у кромки лезвия, так как свет проникает в область тени, что связано с отражением, преломлением, дифракцией и рассеянием внутри эмульсии. Этот свет поступает в зону тени от соседних освещенных участков; в итоге запись на микроденситометре результирующего распределения плотности имеет вид, подобный кривой *D* на рисунке. Какие-то свойства этой кривой должны определять, насколько резким представляется край наблюдателю.

Можно было бы предположить, что определяющим фактором является максимальный градиент, соответствующий примерно средней части кривой. Это, однако, оказалось неверным²², что и неудивительно, поскольку пограничная кривая с пологой формой верхнего и нижнего участков должна, по-видимому, вызывать ощущение меньшей резкости, чем кривая с крутым ходом на этих участках, даже если максимальный градиент в обоих случаях одинаков. Равным образом оказались безуспешными попытки привязаться к среднему градиенту между двумя точками A и B , выбранными в верхней и нижней частях кривой. Это также не должно удивлять, поскольку можно ожидать, что кривые вида E и F , которые имеют такой же средний градиент между A и B , как и кривая D , вызовут иное ощущение резкости.

Несколько лет назад в этом журнале (Journal of the SMPTE)¹⁹ был изложен способ получения некоего числа, которое, как оказалось, находится в тесной связи с резкостью. Способ этот заключается в следующем. Пусть пограничная кривая рис. 3 разделена на части, соответствующие равным интервалам Δx на оси расстояний. Точки A и B на кривой, ограничивающие область, подлежащую разделению, должны быть тщательно определены. Было найдено, что эти точки должны соответствовать градиенту 0,005 *), если расстояние выражено в микронах, что обычно для таких расчетов. Затем, начиная от точки A , измеряется приращение ΔD_1 , соответствующее

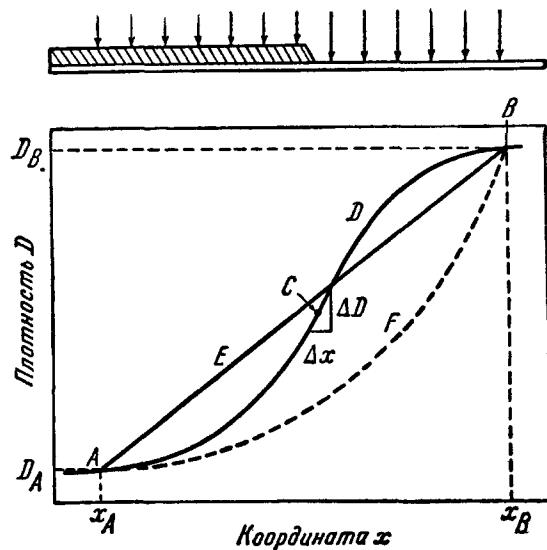


Рис. 2. Распределение плотности в фотографическом изображении края ножа (способ получения изображения края иллюстрируется схемой в верхней части рисунка).

Кривая D представляет типичную форму распределения; E и F — некоторые гипотетические кривые, характеризуемые той же величиной среднего градиента между точками A и B , что и кривая D . Градиент в произвольной точке C равен $\Delta D / \Delta x$.

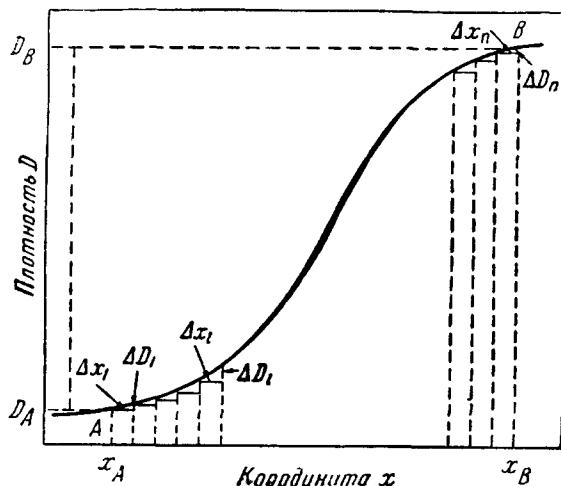


Рис. 3. Пограничная кривая, разбитая по оси абсцисс на n участков шириной Δx . Пределы суммирования заданы точками A и B ; диапазон плотностей равен $D_B - D_A$.

интервалу Δx_1 , и вычисляется величина

*) Эта величина, как показал опыт, наилучшим образом подходит для увеличений порядка $4\times$ и поэтому применяется для повседневных испытаний. В тех случаях, когда исследуемый фотоматериал предназначен для специальных целей, более подходящей может оказаться другая величина предельного градиента.

$(\Delta D_1 / \Delta x_1)^2$. Это проделывается для каждого участка кривой вплоть до участка Δx_n , примыкающего к верхней точке B . Затем полученные указанным путем числа складываются, образуя $\sum (\Delta D_i / \Delta x_i)^2$, где i соответствует номерам участков от 1 до n . Эта сумма, далее, делится на число участков n , что дает среднеквадратичный градиент, полученный при равных приращениях x ; математически это выражается формулой

$$\bar{G}_x^2 = \frac{\sum \left(\frac{\Delta D_i}{\Delta x_i} \right)^2}{n}. \quad (2)$$

Определяемая таким образом величина является адекватным показателем резкости, если перепад плотностей, определяемый как разность между плотностью D_B в точке B и плотностью D_A в точке A , постоянен для всех сравниваемых снимков. Не вполне ясно, как влияет изменение перепада плотностей, но по имеющимся данным резкость обратно пропорциональна величине перепада. Поэтому в качестве объективной характеристики, определяющей резкость, была выбрана*)

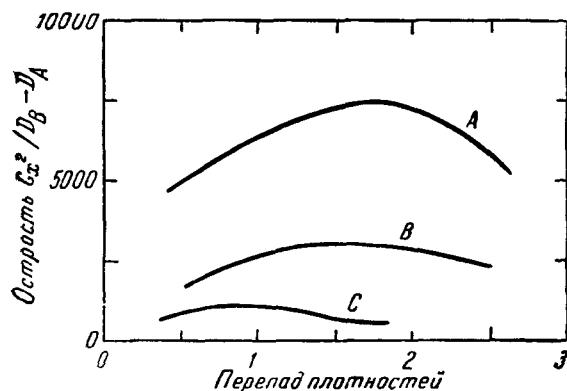


Рис. 4. Кривые остроты для фотографических материалов трех типов.

A — высококонтрастная позитивная кинопленка;
 B — мелкозернистая аэропленка;
 C — высокочувствительная аэропленка. Координата x измерялась в микронах.

печатается край ножа, а результаты представляются в виде кривых, подобных показанным на рис. 4. Кривые на этом рисунке соответствуют высококонтрастной позитивной кинопленке, мелкозернистой аэропленке и высокочувствительной аэропленке.

4. Четкость и качество фотографии

Выше уже говорилось, что суждение о «четкости» фотографии основывается в первую очередь на чистоте воспроизведения деталей. Четкость связана с совместным действием целого ряда факторов, однако можно было бы ожидать, что резкость и разрешающая сила должны иметь первоочередное значение. Был проведен опыт²⁰, в котором характеристики зернистости и тона для некоторой серии фотографий были выдержаны постоянными, в то время как острота и разрешающая сила различались. Результаты показаны на рис. 5. Линейная зависимость, полученная на графике, означает установление взаимного соответствия между четкостью снимка по оценке группы наблюдателей и величиной, определяемой выражением

$$\text{острота} \cdot (1 - e^{-k(RP)^2}); \quad (4)$$

*) Когда понятие остроты было впервые разработано¹⁹, существовало мнение, что перепад плотностей должен быть введен в качестве множителя; однако опыт и некоторые теоретические соображения привели к выводу, что $D_B - D_A$ должно быть помещено в знаменателе.

здесь RP — разрешающая сила (resolving power) и k — постоянная, зависящая главным образом от условий наблюдения; в данном опыте она оказалась равной 0,007.

Из приведенного выражения можно видеть, что острота является определяющим фактором, если только разрешающая сила превышает 10–20 линий/мм, что примерно равно предельному разрешению глаза при нормальных расстояниях наблюдения. Если же разрешающая сила опускается ниже этой величины, ее влияние резко растет. Иначе говоря, наблюдатель точно так же испытывает неудовлетворение, если разрешение на снимке оказывается неожиданно плохим, как и в том случае, когда резкость кажется недостаточной.

Можно сослаться на другой эксперимент²¹, где переменными являлись зернистость и резкость; в этом случае наблюдатели обращали гораздо больше внимания на резкость, чем на зернистость. Здесь любопытно с семантической точки зрения следующее: когда к наблюдателям обратились с просьбой расположить фотографии в соответствии с их «качеством» (термин, значение которого не разъяснялось), они стали гораздо большее внимание уделять зернистости, чем в тех случаях, когда их просили расположить снимки по степени четкости.

5. Функции рассеяния

Хотя развитые выше представления весьма полезны для оценки свойств фотографического изображения, они не дают методов анализа фотографических систем. Необходим единый подход при характеристике работы отдельных элементов системы, чтобы на основании их свойств могла быть предсказана и рассчитана работа системы в целом²³.

Такой единый подход дает применение функции рассеяния. В п. 1 уже упоминалось, что даже если объектом является геометрическая точка, а объектив совершенно лишен aberrаций, изображение имеет вид светлого диска с максимальной яркостью в центре, окруженного рядом слабых колец убывающей яркости. Математическое выражение, описывающее такое распределение света, может быть названо функцией рассеяния; эта функция определяет освещенность в каждой точке изображения, а ее график дает сечение «светлого рельефа» в пятиве рассеяния.

Схема получения пятна рассеяния показана в левой части рис. 6. Сканируя его с помощью микрофотометра, поле которого ограничено малым отверстием, можно получить запись кривой, представляющей функцию рассеяния. Форма кривой в общем случае должна зависеть от направления линии сканирования, однако в фотографической

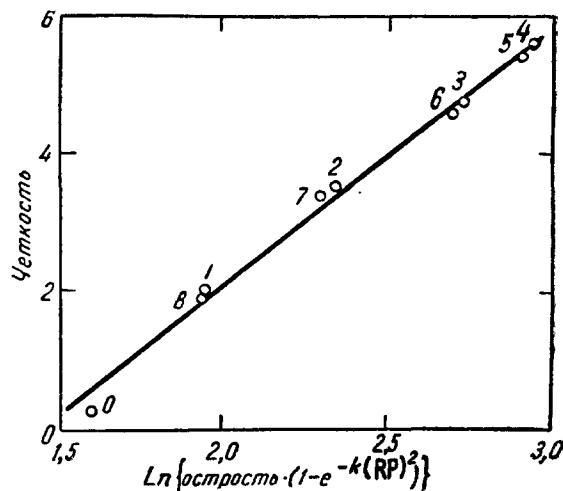


Рис. 5. Значения четкости ряда отпечатков, определенные статистически по результатам оценки группой наблюдателей, представленные в функции логарифма выражения (4), соответствующим образом усредненного по каждому из отпечатков.

Прямая проведена методом наименьших квадратов.

эмulsionии зерна располагаются случайным образом, и поэтому ее функция рассеяния является симметричной. Функции рассеяния для объективов,

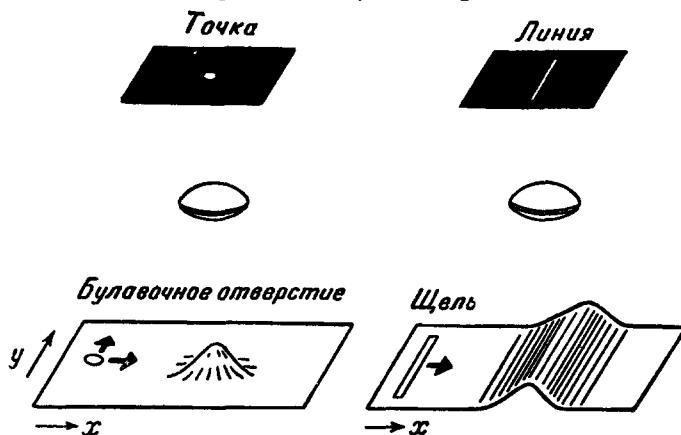


Рис. 6. Получение пятен рассеяния для точки (слева) и линии (справа) и способы их сканирования.

наоборот, редко бывают симметричны (если не ограничиваться центром поля), что заставляет производить сканирование в направлениях, радиальном и тангенциальном по отношению к окружности с центром на оптической оси.

Для иллюстрации сказанного в нижней части рис. 7 приведены изображения точки, образованные некоторым объективом на оси и под углом 5° . (В верхней части показаны соответствующие точечные диаграммы пятен рассеяния, вычисленные на основании конструктивных данных и демонстрирующие, насколько точно могут быть предсказаны свойства объектива.)

Поскольку оказывается трудным провести линию сканирования точно через центр пятна рассеяния, поле

Рис. 7. Микрофотографии изображений светящейся точки, образованных некоторым объективом в центре поля (слева) и под углом 5° (справа).

Точечные диаграммы, вычисленные на основании конструктивных данных, показаны в верхней части рисунка.

микроденситометра обычно осуществляется интегрирование света по длине щели, и поэтому точечный объект может быть заменен светящейся линией (см. на рис. 6 справа) с большим выигрышем в величине потока, используемого при измерении. В результате получают функцию рассеяния для линии, обозначаемую так в противоположность функции для точки, которая получается при сканировании изображения точкой малым отверстием. Функция рассеяния для линии есть результат интегрирования функции рассеяния для точки по некоторому направлению.

Предпринимались попытки использовать функцию рассеяния для характеристики качества системы. Один из методов, предложенный еще

в давние времена, основан на том обстоятельстве, что в центре диска Эри, образованного идеальным объективом, освещенность имеет наибольшее значение, какое только может быть достигнуто с системой данной апертуры. В роли критерия качества предлагалось использовать отношение освещенности в центре образованного объективом пятна рассеяния к освещенности в центре диска Эри, создаваемого безабберрационной системой той же апертуры²⁴; это отношение было названо «характеристической яркостью». Другой подобный критерий был предложен сравнительно недавно²⁵: именно, предлагалось контролировать диаметр кружка, внутри которого заключена некоторая определенная часть (например, 30%) световой энергии. Хотя очевидным недостатком обоих критериев является то, что они ничего не говорят о форме функции рассеяния, простые характеристики этого типа удобны для введения их в вычислительные машины при автоматическом расчете объективов. Представление о форме может быть получено путем построения кружков, содержащих 10, 20 и т. д. процентов световой энергии, что дает своего рода «топографическую карту» фигуры рассеяния; по мнению вычислителей, такие «карты» могут быть полезны для наглядного изображения качества системы.

6. Свертка

Функция рассеяния является как бы тем кирпичиком, из совокупности которых строится общее здание оптического и фотографического изображений. Поскольку она представляет изображение одиночной точки либо линии (в зависимости от обстоятельств), изображение любого объекта может быть рассчитано путем соответствующего сложения функций рассеяния для всех точек или линий, которые совместно образуют объект. Простейшим примером является поле равномерной яркости, ограниченное прямолинейной кромкой ножа, как изображено на рис. 8. Каждый светящийся линейный элемент (четыре из них показаны на рисунке) дает свою отдельную функцию рассеяния, которые, складываясь, образуют полное изображение края ножа. Это суммирование произведено на рисунке для точки x_0 . Нетрудно заметить, что сумма ординат множества элементарных функций рассеяния в данной точке численно равна сумме «всех» расположенных левее x_0 ординат одной функции рассеяния (4). Если $A(x)$ выражает функцию рассеяния для линии, характеристическую для данного объектива, то освещенность в точке x_0 изображения края выражается формулой

$$I(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} A(x) dx. \quad (5)$$

Нижний предел взят равным $-\infty$, поскольку в принципе функция рассеяния простирается в обе стороны бесконечно; при вычислениях за нижний предел берется точка, в которой ордината имеет наименьшую величину, еще представляющую интерес.

Если задана кривая, определяющая функцию рассеяния, то распределение света в изображении края может быть вычислено на основе деления кривой на части, соответствующие постоянным малым приращениям Δx , как было проделано на рис. 3. Сначала измеряется ордината A_1 , соответствующая первому участку Δx_1 на оси абсцисс; найденное значение откладывается в функции от x . Затем измеряется следующая ордината A_2 , которая суммируется с A_1 , и полученная сумма откладывается в точке $(\Delta x_1 + \Delta x_2)$. Далее процедура повторяется до тех пор, пока не будет пройдена вся функция рассеяния, в результате чего получается кривая

распределения энергии в изображении края, подобная той, которая могла бы быть записана на микрофотометре. Законность этой процедуры была доказана экспериментально²⁶.

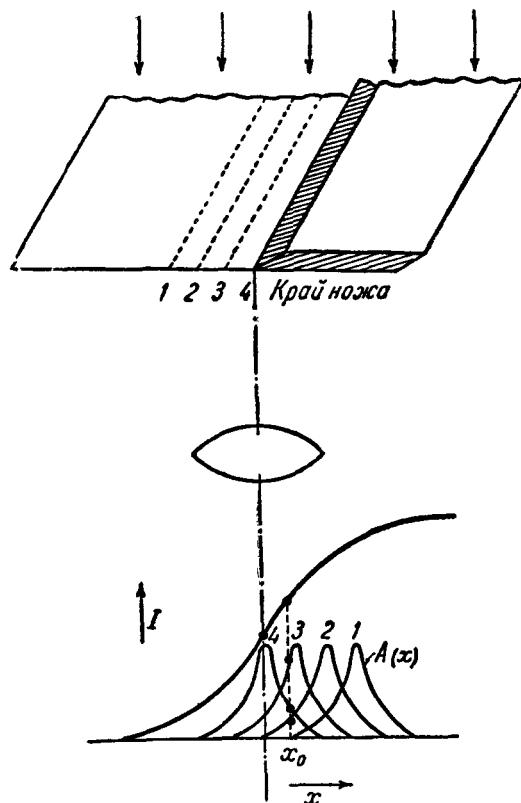


Рис. 8. Построение функции $I(x)$, описывающей распределение энергии в изображении края, путем суммирования элементарных функций рассеяния $A(x)$. Показано суммирование четырех элементов в точке x_0 .

как синус (или, еще лучше, как косинус) координаты x , умноженной на некоторую постоянную. Математически это выглядело бы так:

$$G(x) = b_0 + b_1 \cos 2\pi v x, \quad (7)$$

где b_0 — средняя яркость, b_1 — амплитуда и v — пространственная частота, выражаяющая число линий на единицу длины. Обычно отношение амплитуды b_1 к среднему значению b_0 представляет больший интерес, нежели сама величина амплитуды; это отношение носит название **коэффициента модуляции** и записывается в виде

$$M = \frac{b_1}{b_0}. \quad (8)$$

Напомним, что функция косинуса здесь выбрана лишь в качестве примера, и все приводимые рассуждения остаются в силе при любом виде $G(x)$.

В соответствии с рис. 9, каждый линейный элемент объекта (P , Q , и R на рисунке) дает функцию рассеяния. Обозначим эту функцию рассеяния для линии $A(\xi)$, причем ξ отсчитывается от той точки изображе-

ния, в которой линия P пересекает изображение края. Из того обстоятельства, что функция распределения энергии в изображении края есть интеграл от функции рассеяния, следует также обратное соотношение

$$A(x) = \frac{dI(x)}{dx}. \quad (6)$$

Следовательно, если дана кривая распределения энергии в изображении края, то график зависимости ее крутизны от x должен изображать функцию рассеяния. Правильность такого заключения также была показана на опыте²⁶.

Функция рассеяния для линии может быть использована для расчета распределения света в изображении любого одномерного объекта, т. е. такого объекта, яркость которого постоянна вдоль некоторого направления, например, в тесте Фуко для проверки разрешающей силы. Пусть функция $G(x)$ описывает распределение яркости вдоль оси x в плоскости одномерного объекта. В простейшем случае распределение могло бы быть выбрано синусоидальным так, чтобы яркость изменялась

ния, в которой вычисляется освещенность. Поскольку $G(x)$ задана в пространстве предметов, а $A(\xi)$ — в пространстве изображений, аргумент x должен быть заменен на tx , где t — поперечное увеличение объектива. Однако чтобы не вводить усложнений, множитель t в дальнейшем будет опущен, хотя при всех численных расчетах он должен приниматься во внимание.

Для определения освещенности в точках изображения с координатой x все элементарные функции рассеяния должны быть сложены точно так же, как это было сделано в случае ножа. Существенное отличие, однако, заключается в том, что здесь отдельные функции рассеяния имеют разную высоту, поскольку каждая из них умножается на соответствующее значение функции распределения в предмете, т. е. на $G(x - \xi)$. Таким образом, освещенность изображения в точках с координатой x равна

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi) G(x - \xi) d\xi. \quad (9)$$

Операция, вводимая этим интегралом, математически определяется как свертка функции $G(x)$ распределения света в объекте с функцией рассеяния $A(\xi)$.

Операция свертки, очевидно, может быть применена к любым одномерным функциям $G(x)$ и $A(\xi)$, однако наиболее простым и важным является случай синусоидального распределения света в объекте, чему соответствует выражение (7). Формула (9) тогда принимает вид²⁷

$$F(x) = b_0 \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi) d\xi + b_1 \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi) \cos 2\pi v(x - \xi) d\xi. \quad (10)$$

Смысл этого выражения может быть выяснен с помощью рис. 10. Кривая (1) изображает функцию рассеяния $A(\xi)$, а кривая (2) (сплошная) — функцию распределения света в объекте $G(x)$. Для иллюстрации выбрана функция рассеяния следующего вида:

$$A(\xi) = 0,5 + \frac{0,5 \cos 2\pi \xi}{d} \quad \left(-\frac{d}{2} < \xi < \frac{d}{2} \right), \quad (11)$$

хотя с таким же успехом могла бы быть выбрана и другая функция. Важно лишь, чтобы распределение в объекте имело синусоидальный характер.

Были произведены численные расчеты по формуле (10). Так как первый интеграл в выражении (10) равен площади под функцией рассеяния, равенство может быть нормировано путем деления обеих частей его на эту величину. Результат представлен на графике (2) рис. 10 в виде пунктирной кривой $F(x)$; очевидно, что это — снова кривая косинуса, подобная

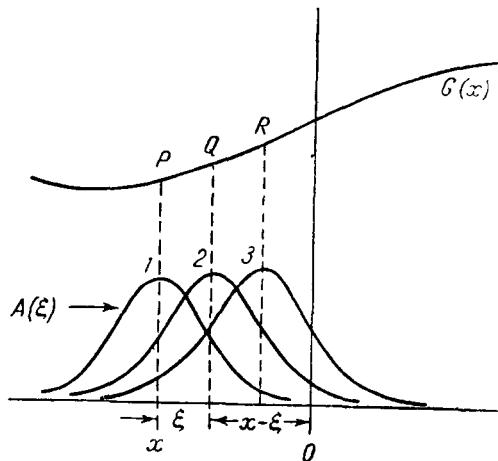


Рис. 9. Чертеж, иллюстрирующий процесс свертки функции $G(x)$ распределения яркости в объекте, с функцией рассеяния $A(\xi)$.

света в объекте с функцией рассеяния $A(\xi)$.

той, которая описывает распределение в объекте $G(x)$. Для удобства сопоставления обеих кривых выражение (10) может быть преобразовано к эквивалентному равенству

$$F(x) = b_0 + b_1 |A^\#(v)| \cos(2\pi vx - \varphi). \quad (12)$$

Переменная ξ на первый взгляд исчезла, но в действительности она вошла в коэффициент $|A^\#(v)|$ *. Сравнение последнего равенства с выражением (7) подтверждает, что синусоидальный характер функции сохранился,

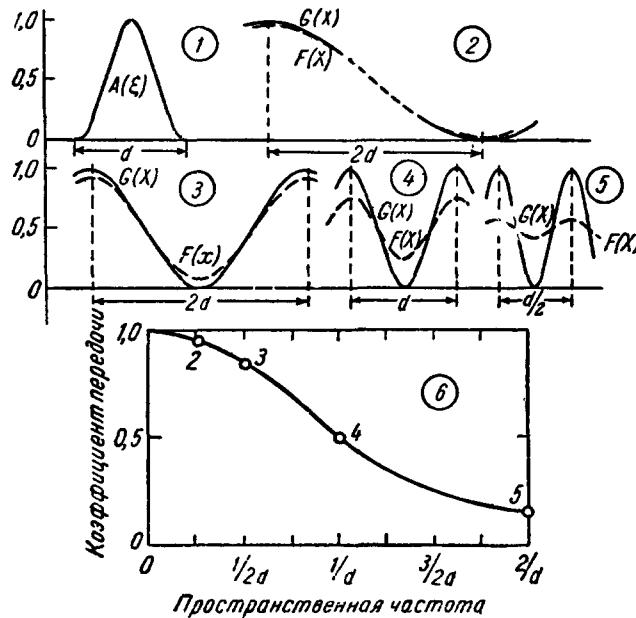


Рис. 10. Графики, поясняющие смысл свертки и частотно-контрастной характеристики.

1 — Гипотетическая функция рассеяния $A(\xi)$ шириной d ;
 2 — синусоидальные функции распределения яркости в объекте $G(x)$ и распределения освещенности в изображении $F(x)$ для периода, равного $4d$; 3 — то же для периода $2d$; 4 — то же для периода d ; 5 — то же для периода $d/2$; 6 — отношение коэффициентов модуляции для функций $F(x)$ и $G(x)$ в зависимости от величины, обратной периоду, т. е. от пространственной частоты.

т. е. что распределение света в изображении по характеру в точности подобно распределению в объекте; эта особенность синусоидального распределения была выведена много лет назад из совершенно иных представлений²⁸. Вместе с тем, в двух отношениях распределения в объекте и в изображении все же различаются. Одно из различий связано с появлением так называемого фазового угла φ ; эта сторона дела, однако, нас здесь не интересует, поскольку φ обращается в нуль при симметричной функции рассеяния. Второе различие заключается в том, что коэффициент модуляции для изображения, равный

$$M' = \frac{b_1 |A^\#(v)|}{b_0}, \quad (13)$$

*) Примененное здесь обозначение этого коэффициента может показаться неоправданно сложным, однако оно было введено при более детальном рассмотрении вопроса в работе²⁷.

отличается от коэффициента модуляции для объекта в $|A^\#(v)|$ раз. Этот множитель определяет своего рода реакцию системы, создающей изображение.

Расстояние между линиями или «длина волны» для нашего тест-объекта была принята равной $4d$, где d — ширина фигуры рассеяния; следовательно, частота $v=1/4d$. Аналогичные кривые для частот соответственно $1/2d$, $1/d$ и $2/d$ показаны на графиках (3)–(5). Для каждой из кривых был измерен коэффициент модуляции и определена реакция системы. Изменение реакции в зависимости от частоты показано на графике (6).

Когда оптический или фотографический процесс содержит ряд последовательных стадий, функция рассеяния для всего процесса может быть определена как свертка функций рассеяния для отдельных стадий. Простейшим примером является обычная камера, где объектив образует оптическое изображение на поверхности эмульсии; рассеяние света на зернах галоидного серебра приводит к образованию в толще слоя «эффективного» изображения; наконец, лабораторная обработка дает фотографическое изображение, состоящее из зерен серебра. Нас здесь интересуют лишь две первые стадии, которые схематически изображены на рис. 11. Объектив строит функцию рассеяния $L(x)$ для светящейся точки или линии (на рисунке не показаны) на поверхности эмульсии. В свою очередь эмульсия формирует функцию рассеяния $E(\xi)$ из каждого элемента (см. P , Q и R) функции рассеяния объектива. Очевидно, что этот чертеж аналогичен рис. 9 с тем единственным отличием, что здесь $E(\xi)$ фигурирует вместо $A(\xi)$ и $L(x)$ вместо $G(x)$.

Таким образом, распределение эффективной освещенности в слое эмульсии подчиняется уравнению

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\xi) L(x - \xi) d\xi, \quad (14)$$

что совершенно аналогично формуле (9). Ясно, что функция распределения света, определяемая этим равенством, есть функция рассеяния для фотографической системы в целом; следовательно, она, как и раньше, может быть подвергнута свертке с распределением в объективе. Такой метод расчета сложных систем может быть применен при любом числе ступеней.

Однако математическое вычисление результирующей функции рассеяния оказывается при этом трудоемким и требует много времени; в то же время некоторая производная функция, во многих случаях совершенно равнозначная, более удобна для использования. Эта функция — а ею является введенная выше функция $|A^\#(v)|$ — известна под названием sine-wave response (т. е. показатель реакции системы на сигнал синусоидальной формы; принятый термин — частотно-контрастная характеристика); функция эта, однако, настолько важна, что заслуживает самостоятельного рассмотрения.

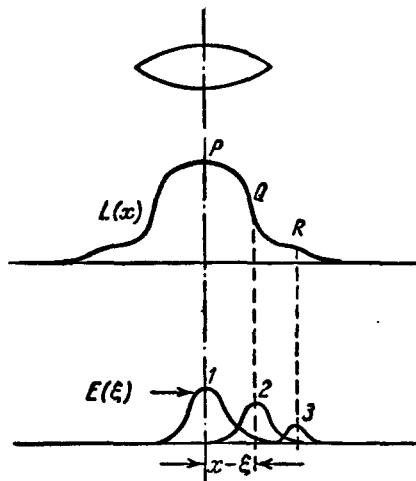


Рис. 11. Чертеж, иллюстрирующий свертку функции рассеяния $L(x)$ для объектива, с функцией рассеяния для фотослоя $E(\xi)$.

II. ПРИМЕНЕНИЕ И СМЫСЛ ЧАСТОТНО-КОНТРАСТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ.

В главе I было показано, что старый и всеми уважаемый критерий разрешающей силы оказался на поверку недостаточным для характеристики качества оптических и фотографических систем и что в определенных случаях его применение может приводить к неверным выводам. Поскольку всякий объект фотографирования может рассматриваться как совокупность светящихся точек различной яркости, основным составляющим элементом изображения является изображение точки бесконечно малых размеров. Распределение света в этом изображении дается функцией рассеяния. По причинам, которые приводились выше, чаще используют изображение бесконечно узкой линии и, соответственно, функцию рассеяния для линии; работа всей оптической или фотографической системы может быть предвычислена путем свертки функций рассеяния для отдельных элементов. Численные расчеты, однако, трудоемки и утомительны и могут быть успешно выполнены лишь при использовании быстродействующих счетных машин. Существует более простой метод, который дает всю необходимую информацию, когда дело касается только эмульсии, и информацию, во многих случаях достаточную, если в рассмотрение включены также объективы. Сущность этого метода может быть выяснена с помощью выражения (12).

7. Ч а с т о т н о - к о н т р а с т н а я х а р а к т е р и с т и к а

В § 6 было показано, что если яркость тест-объекта изменяется с расстоянием x по формуле*)

$$G(x) = b_0 + b_1 \cos 2\pi v x, \quad (7')$$

то распределение освещенности в изображении имеет вид

$$F(x) = b_0 + b_1 |A^\#(v)| \cos(2\pi v x - \phi). \quad (12')$$

Правая часть может рассматриваться как ряд Фурье для функции $G(x)$ (либо $F(x)$). Если бы проблема рассматривалась в теории функций комплексного переменного, мы назвали бы коэффициент $|A^\#|$ модулем, а величина ϕ , которая может быть истолкована как разность фаз объекта и изображения, получила бы название аргумента; для удобства мы будем здесь иногда использовать эти термины.

Как уже отмечалось ранее, сравнение выражений (7) и (12) показывает, что система воспроизводит синусоидальный объект в виде синусоидального изображения, но с коэффициентом модуляции, составляющим лишь $|A^\#(v)|$ от модуляции в объекте. Этот показатель ослабления (или модуль преобразования Фурье) известен в оптике и фотографии под различными названиями, такими, как optical transmission factor (оптический коэффициент передачи), contrast-transmission function (функция передачи контраста), response function (функция реакции) и line-frequency response (линейная частотная реакция) (см. добавление при корректуре на стр. 342. — Перев.). В дальнейшем он будет именоваться частотно-контрастной характеристикой и обозначаться для краткости просто символом A , за исключением тех случаев, когда необходимо более строгое обозначение.

Хорошо известно, что если пространственная частота слишком велика, т. е. линии расположены слишком близко друг к другу, то они не разрешаются и, следовательно, A принимает значение 0. Таким образом, кривая зависимости A от пространственной частоты v по своему характеру

*) Формулы, помеченные штрихом, являются повторениями.

должна быть подобна кривым A и B на рис. 12, т. е. должна обращаться в нуль при некотором предельном значении частоты.

Если не принимать в расчет одного ограничения, которое теряет силу, когда рассмотрение касается только эмульсии и будет более детально разобрано далее, то такая зависимость A от v представляет собой характеристику, дающую наиболее полную полезную информацию об оптической и фотографической системе. Она совершенно аналогична частотной характеристике звуковоспроизводящей системы. Она также может рассматриваться как спектральная характеристика некоторого фильтра, определяющая степень ослабления каждой из бесконечного набора частот при их прохождении через систему. Подобно другим частотным и спектральным характеристикам кривые, соответствующие отдельным ступеням в процессе последовательного преобразования изображения, могут попросту перемножаться, давая характеристику всей системы (с одной оговоркой, которая будет рассмотрена в п. 12). В результате может быть получена почти вся та информация о качестве работы системы, которую дает неприятная операция свертки, описанная в предыдущей главе, причем здесь эта информация принимает форму, как правило, более удобную для понимания.

Но частотно-контрастная характеристика при всех ее достоинствах все же менее удобна в обращении, чем численные критерии, поэтому было предпринято много попыток выразить качество оптической или фотографической системы одним числом. Из предыдущего изложения мы знаем, что в качестве такого критерия применялась величина разрешающей силы. В соответствии с рис. 12, она представляет собой некоторую пространственную частоту (v_A для кривой A и v_B для кривой B), начиная с которой реакция системы оказывается равной нулю. Здесь не должна, по-видимому, идти речь о действительно нулевой реакции, а скорее о реакции, достаточно близкой к нулю, с учетом порога приемного устройства. Теперь может быть выяснена причина того, почему разрешающая сила не является показателем способности системы резко воспроизводить крупные детали. Кривая A демонстрирует значительно более низкую разрешающую силу, чем кривая B , но при такой частоте, как v_C , она, очевидно, показывает лучшую передачу контраста.

Была предложена другая идея^{29,30}, заключающаяся в том, чтобы производить оценку системы с помощью предельной частоты v_C , определяемой по кривой C ; она ограничивает такую же площадь, что и действительная характеристика (здесь кривая A), однако имеет постоянный коэффициент передачи, равный его значению α при нулевой частоте*).

*) Стого говоря, предложение предполагает возвведение в квадрат всех ординат частотно-контрастной характеристики с получением в первую очередь кривой, подобной кривой мощности в аналогичной электрической задаче; однако независимо от этого приводимые здесь замечания остаются в силе.

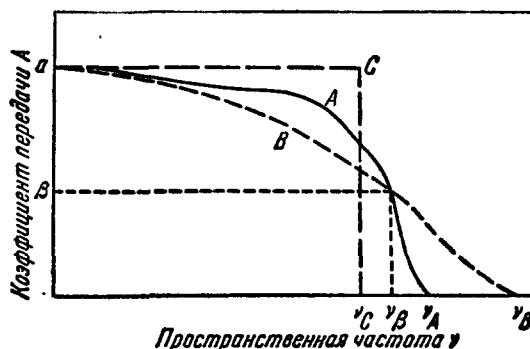


Рис. 12. Набор частотно-контрастных характеристик, поясняющий, отчего при оценке системы недостаточно пользоваться одним числом.

Площади под кривыми A , B и C одинаковы, но значения коэффициента передачи в большей части диапазона частот сильно различаются. Коэффициент передачи, необходимый для «правильного воспроизведения контраста», обозначен символом β .

Такой способ оценки в принципе так же недостаточен, как и оценка на основе разрешающей силы. Кривая B ограничивает такую же площадь, как и кривые A и C , и, следовательно, дает ту же самую величину v_C ; но, как только что было показано, для частот, значительно больших v_C , определяемый характеристикой B коэффициент передачи оказывается более высоким. Во многих случаях изложенный способ, бесспорно, дает хорошие результаты, но это лишь потому, что частотно-контрастные характеристики зачастую оказываются подобными по форме. Функции рассеяния часто приближаются к кривой нормального (гауссова) распределения³¹, причем это особенно справедливо для результирующих характеристик последовательного ряда преобразований. Ясно, что соответствующие частотно-контрастные характеристики также подобны функции нормального распределения со средним значением при частоте, равной нулю.

Интересным является предложение³² использовать в качестве критерия пространственную частоту v_B , при которой коэффициент передачи снижается до предельного значения β , еще обеспечивающего «правильное воспроизведение контраста». Этот критерий лучше соответствует требованиям практики, чем разрешающая сила, однако он ставит трудную задачу установления пригодного для всех случаев предела «правильного воспроизведения контраста»; кроме того, он также ничего не говорит о ходе частотно-контрастной характеристики. Если предел выбран так, как это показано на рис. 12, то он окажется одинаковым для обеих кривых A и B , хотя последние, как мы уже отмечали, сильно различаются по форме.

Таким образом, хотя тот или иной численный критерий зачастую может принести пользу при сопоставлении фотографических систем, он может также и обмануть наши ожидания, а в определенных условиях даже ввести в заблуждение³³. Математически это означает, что частотно-контрастная характеристика не определяется одним параметром.

8. Определение частотно-контрастной характеристики

Общая методика определения частотно-контрастной характеристики эмульсии несколько отличается от той, которая применяется для объективов, а поскольку объектив обычно используется при испытании фотографических слоев, в первую очередь будут изложены методы исследования объективов.

Прямой экспериментальный метод определения частотно-контрастной характеристики заключается, очевидно, в том, чтобы образовать изображение синусоидального тест-объекта и затем сканировать полученное синусоидальное изображение с помощью микрофотометра. Среднее значение b_0 и амплитуда $b_1 |A^\#|$ в выражении (12) могут быть найдены из результатов фотометрирования; тогда частотно-контрастная характеристика определяется из отношений коэффициентов модуляции изображения и объекта, т. е.

$$\frac{M'}{M} = \frac{b_1 |A^\#|}{b_0} \frac{b_0}{b_1} = |A^\#|.$$

Характеристику обычно нормируют, приводя к единице значение $|A^\#(v)|$ при $v=0$; это значение может быть найдено экстраполированием данных опыта.

Установка для проведения таких измерений схематически показана на рис. 13. Здесь TO — синусоидальный тест-объект, L — исследуемый объектив, SS — сканирующая щель и P — фотоэлемент, соединенный

с самописцем R^*). Поскольку свет интегрируется по всей длине щели, здесь может быть применен тест-объект, выполненный в виде маски с прозрачной дорожкой переменной ширины. Кривая, вычерчиваемая самописцем, воспроизводит функцию $F(x)$, показанную на рис. 10, и ее амплитуда может быть сразу же измерена. Используя определенный набор тест-объектов, можно построить частотно-контрастную характеристику, точно так же, как это было сделано в п. 6. Ясно, что если в той же установке синусоидальный тест-объект заменить узкой щелью, самописец будет вычерчивать функцию рассеяния объектива.

Приведенное простое устройство не дает сведений о фазовом угле ϕ . Правда, в принципе существует возможность определения фазы, если на тест-объект нанести специальные контрольные отметки, причем в некоторых вариантах данного метода эта возможность успешно реализована³⁴; однако более удачным является другое из предложенных решений²⁷. Формула (12) может быть переписана в виде

$$F(x) = b_0 + b_1 A^{\#C} \cos 2\pi vx + b_1 A^{\#S} \sin 2\pi vx. \quad (15)$$

Здесь вместо $|A^\#|$ и ϕ появились $A^{\#C}$ и $A^{\#S}$, о которых более подробно будет сказано в приложении. Эти новые величины суть соответственно косинус- и синус-параметры функции A (§). Они могут рассматриваться как два вектора, и поскольку они находятся при членах, представляющих собой соответственно косинус и синус, они взаимно перпендикулярны и, следовательно, связаны с коэффициентом передачи контраста формулой

$$|A^\#| = (A^{\#C^2} + A^{\#S^2})^{1/2}. \quad (16)$$

Из перпендикулярности вытекает также, что фазовый угол ϕ геометрически изображается углом между $A^{\#C}$ и $|A^\#|$ и, таким образом,

$$A^{\#C} = |A^\#| \cos \phi. \quad (17)$$

Вообразим теперь, что в схеме рис. 13 используются два тест-объекта, расположенные в одной плоскости, которые проектируются на щель друг над другом так, чтобы каждое изображение перекрывало половину щели; пусть при этом оба теста одновременно движутся в противоположных направлениях²⁷. Результатом будет сложение функции $F(x)$ с точно такой же функцией от отрицательного аргумента, т. е. $F(-x)$. Если формулу (15) написать сначала для $F(x)$, затем для $F(-x)$ и после этого сложить оба выражения, то синусоидальные члены взаимно уничтожаются, и мы получим

$$F(x) + F(-x) = 2b_0 + 2b_1 A^{\#C} \cos 2\pi vx. \quad (18)$$

*) Для полного соответствия введенному ранее представлению о функции рассеяния объектом должна бы являться щель, а ее изображение, определяемое функцией рассеяния для объектива, должно проектироваться на поверхность теста; однако оптически плоскости предмета и изображения совершенно эквивалентны. Расположение, показанное на рисунке, часто оказывается более удобным и такая взаимная замена объекта и изображения в дальнейшем будет считаться дозволенной.

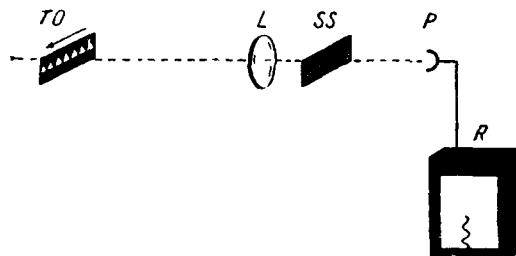


Рис. 13. Схема устройства для измерения частотно-контрастной характеристики объектива L .

TO — синусоидальный тест-объект; SS — сканирующая щель; P — фотодиод; R — самописец.

В данном случае показание прибора дает нам $A^{\#C}$; сочетая это измерение с определением $|A^{\#}|$ для того же тест-объекта, получим данные для вычисления угла ϕ по формуле (17).

На рис. 14 приведены результаты одного из таких исследований. На четырех графиках соответственно показаны: модуль коэффициента

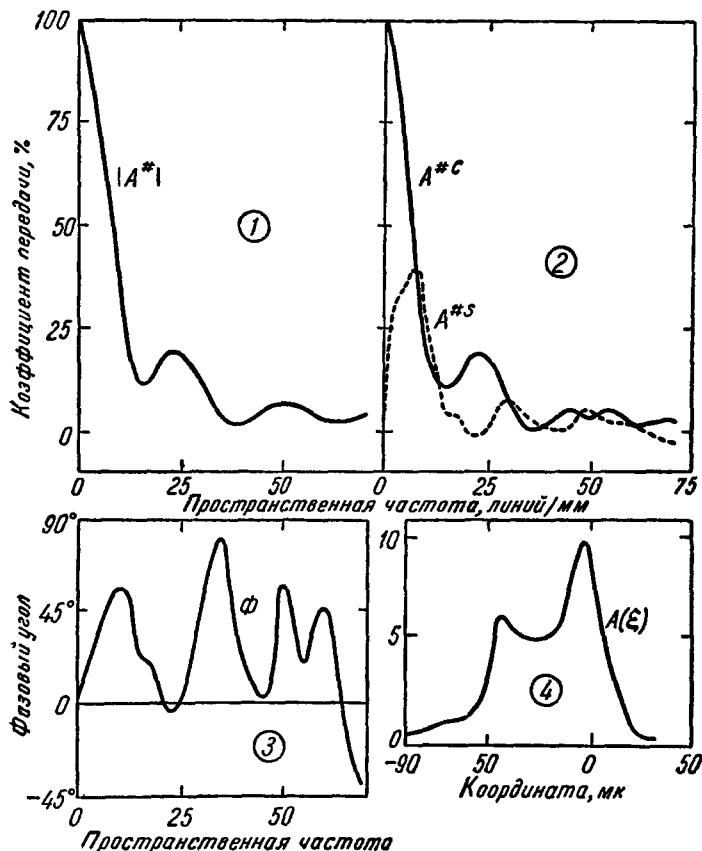


Рис. 14. Гармонический анализ некоторой функции рассеяния.

1 — Частотно-контрастная характеристика или модуль преобразования Фурье; 2 — синус- и косинус-преобразования ($A^{\#S}$ и $A^{\#C}$); 3 — фазовый угол или аргумент преобразования Фурье; 4 — функция рассеяния, для которой произведен анализ.

передачи $|A^{\#}|$, две его составляющие $A^{\#C}$ и $A^{\#S}$, фазовый угол или аргумент ϕ и функция рассеяния $A(\xi)$. Крайне несимметричный и причудливый характер функции рассеяния является как раз той причиной, которая определяет большие и резкие изменения величины ϕ .

Метод получения частотно-контрастной характеристики, изложенный в общих чертах в начале этой главы, дает прекрасные результаты, но производительность его, очевидно, очень мала; более распространенные способы основаны на движении тест-объекта с такой скоростью, чтобы синусоидальная кривая, представляющая распределение света в изображении, или даже сама частотно-контрастная характеристика могли быть записаны с помощью осциллографа. Более 10 лет назад³⁵ был предложен способ получения функции рассеяния на экране осциллографа. Светящаяся щель была прикреплена к якорю динамика, а ее изображение проек-

тировалось испытуемым объективом на неподвижную щель. Катушка динамика и пластины горизонтального отклонения осциллографа питались от общего источника переменного тока, в то время как к пластинам вертикального отклонения был присоединен фотоэлемент, находящийся позади неподвижной щели.

За последние пять лет было описано много методов определения частотно-контрастной характеристики. В случае, когда существенна быстрота измерений, наиболее естественно было бы применить ряд быстро движущихся синусоидальных миц. Препятствие заключается в трудности

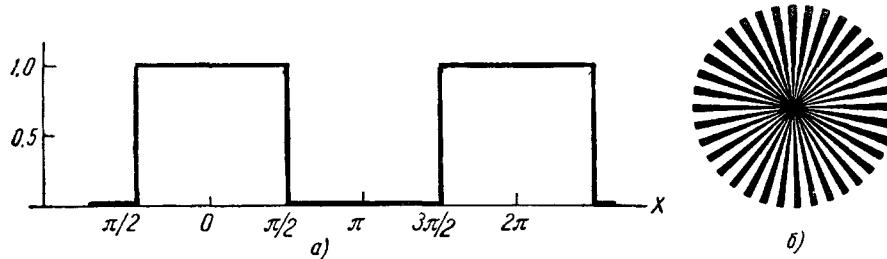


Рис. 15. а) Распределение света в миц с прямоугольным профилем штриха; для удобства расчета преобразования Фурье ось абсцисс градуирована в угловой мере. б) Мира радиального типа.

получения точного синусоидального теста. Миц, пропускание которой изменяется по синусоиде, подобно тому как это имеет место в фонограмме переменной плотности, исключительно сложна в изготовлении, хотя некоторые способы ее получения были описаны³⁶. Как только что было отмечено, для определения частотно-контрастной характеристики часто может быть использован тест-объект, аналогичный фонограмме переменной ширины, однако этот тип теста непригоден для такой задачи, как измерение разрешающей силы. Ввиду тех трудностей, с которыми связано производство хороших синусоидальных тестов, для этой цели часто применяется миц с прямоугольным профилем штриха*).

Эта миц иногда используется также для определения частотно-контрастной характеристики, хотя такой подход может вызвать возражения, если только не принять некоторых специальных мер. На рис. 15, а графически представлена такого рода миц, состоящая из штрихов с пропусканием, равным единице, разделенных непрозрачными промежутками той же ширины. Средствами анализа Фурье³⁸ эта функция может быть разложена в ряд, члены которого содержат только косинус**):

$$f(x) = 1 + \frac{4}{\pi} \cos x - \frac{4}{3\pi} \cos 3x + \frac{4}{5\pi} \cos 5x - \dots \quad (19)$$

Данное обстоятельство было использовано для измерения частотно-контрастной характеристики на основе быстрого движения теста с прямоугольной формой штриха (изготовление которого не вызывает затруднений).

*). Для обозначения этого теста часто используется термин *square wave* (прямоугольная волна), однако в случае тест-объекта, применяемого в фотографии, какая-либо аналогия с волнами является достаточно сомнительной; автор предпочитает точный и общепринятый эпитет *stencelate* (зубчатый), который использовался до этого по меньшей мере еще одним автором³⁷.

**). В многочисленных работах, посвященных анализу Фурье, дается эквивалентное выражение для случая, когда начало координат расположено на границе штриха, а не в его центре. Оно отличается от приводимого лишь тем, что каждому косинусу соответствует свой синус и все члены положительны.

ний); при этом с фотоэлемента, стоящего позади сканирующей щели, снимается сигнал переменного тока. Высшие гармоники его могут быть отфильтрованы с помощью избирательного фильтра, и результирующий сигнал на экране осциллографа оказывается таким же, как если бы был применен синусоидальный тест-объект³⁹. Наиболее подходящим тест-объектом является радиальная мириа, показанная на рис. 15, б. Она может быть приведена во вращение, после чего ток фотоэлемента можно профильтровать, как это только что было объяснено⁴⁰. Можно также получать требуемые пространственные частоты, изменяя скорость движения одного и того же тест-объекта так, чтобы частота настройки фильтра соответствовала сначала основной пространственной частоте, затем второй гармонической составляющей и т. д.⁴¹⁻⁴³.

Один из способов определения фазовой характеристики на основе описанных здесь устройств заключается в использовании пучка сравнения, который проходит через хорошо изготовленный объектив и формирует изображение на его оси. Функция рассеяния на оси объектива симметрична и поэтому на всех частотах изображение остается в фазе с объективом^{39,44}. Если применяется радиальная мириа, то она может быть закреплена в зубчатом кольце, и тогда приемная катушка, расположенная вблизи движущихся зубцов, дает импульсы отметки времени на осциллографе⁴⁵.

Был предложен остроумный метод непрерывной записи частотно-контрастной характеристики объектива⁴⁶, в котором роль тест-объекта играют два линейных растра, наложенные один на другой, приводимые во вращение относительно друг друга в собственной плоскости так, чтобы угол между их штрихами плавно изменялся. В итоге возникают муаровые полосы, пространственная частота которых зависит от угла между штрихами, а распределение света очень близко к синусоидальному. Если скорость вращения растров поддерживается постоянной, то синусоидальное изображение с изменяющейся пространственной частотой пробегает мимо сканирующей щели с постоянной скоростью. Вторая щель принимает световые сигналы непосредственно от системы растров, и оба световых пучка попадают на фотоэлементы. На экране электронного осциллографа, соединенного с фотоэлементами, возникает кривая зависимости коэффициента передачи контраста от пространственной частоты, иначе говоря, частотно-контрастная характеристика. Поскольку фаза в изображении относительно фазы в объективе также определена, осциллограф, если он является двухлучевым, может быть применен также и для записи относительной фазы в функции пространственной частоты.

Еще один способ имитации синусоидального теста⁴⁷ заключается в следующем. Получают изображение узкой щели, которое затем прогоняют по полю с помощью вращающегося зеркала. В пучок помещены два поляризатора, один из которых неподвижен, а второй вращается со скоростью, большой по отношению к скорости зеркала; в результате освещенность изображения щели изменяется по синусоидальному закону.

Можно получить частотно-контрастную и фазовую характеристики, проектируя изображение щели, образованное испытуемым объективом, на неподвижный синусоидальный тест⁴⁸. При этом измеряется общее количество света, прошедшего через тест; затем последний сдвигается в новое положение (предпочтительно на четверть периода в сторону) и производится второе измерение. По результатам обоих измерений могут быть определены как коэффициент передачи $|A^\#|$, так и угол ϕ ; применяемая техника расчета здесь не рассматривается.

Для измерения частотно-контрастной характеристики применяются также интерферометры⁴⁹⁻⁵¹. Если свести вместе два световых пучка, полу-

ченных от одного источника (цель или малое отверстие), они могут либо усилить, либо погасить друг друга в зависимости от того, находятся ли они в одной фазе или же в противофазе. При линейном изменении во времени разности хода между двумя такими пучками возникает синусоидальный сигнал определенной амплитуды и фазы; если же оба пучка приходят из испытуемого объектива, то амплитуда сигнала представляет модуль, а фаза — аргумент искомого преобразования Фурье. Для измерений применяется интерферометр, позволяющий осуществлять взаимное смещение пучков (shearing interferometer)⁵², причем величина этого смещения определяет пространственную частоту. Подробное изложение метода потребовало бы привлечения математики, не предусмотренного в данной статье.

Еще один интересный метод получения частотно-контрастной характеристики связан с использованием источника «белого шума»^{29, 30}. Если бы объективу мог быть предъявлен тест, содержащий все частоты в диапазоне от нуля до бесконечности, можно было бы определить частотно-контрастную характеристику путем исследования сигнала на выходе, выделяя одну частоту за другой с помощью анализатора спектров. Таким источником белого шума оказывается фотографический слой, проявленный до не слишком высокой плотности⁵³. Фотографическое изображение, полученное на эмульсии с небольшим коэффициентом контрастности, включает зерна самых различных размеров; это обстоятельство, в сочетании с хаотическим распределением зерен, приводит к тому, что кривая, которая могла бы быть получена в результате микрофотометрирования, содержит частоты в очень широком диапазоне. Таким образом, если использовать в качестве тест-объекта равномерно экспонированный и проявленный фотослой и сканировать полученное изображение, то анализ кривой фототока должен давать частотно-контрастную характеристику объектива, образовавшего изображение. Экспериментальные трудности здесь связаны с тем, что количество энергии, заключенное в узкой полосе частот, выделяемой в каждый момент анализатором, очень мало, и поэтому точность анализа оказывается невысокой. Другой вариант предполагает соединение измерительного фотоэлемента с самописцем и микрофотометрирование зернистой структуры; вычерченная самописцем кривая затем обрабатывается математически. Этот путь требует оперирования с функциями автокорреляции и не может быть здесь рассмотрен.

Испытание фотографических материалов является более трудным делом, чем испытание объективов, поскольку оно требует учета частотно-контрастной характеристики оптической системы, примененной для проектирования оптического изображения на эмульсию. Фотографическое изображение может быть исследовано при помощи микроденситометра; далее, идя обратно по характеристической кривой, можно найти распределение «эффективной» освещенности в эмульсии. Полученная таким путем частотно-контрастная характеристика является результатом совместного действия объектива и слоя; но если характеристика объектива определена одним из описанных методов, можно разделить на нее частотную характеристику всей системы и получить частотно-контрастную характеристику эмульсии. Эксперименты подтвердили правомерность этой процедуры^{34, 54, 55}. Нужно подчеркнуть, что в случае эмульсии понятия частотно-контрастной характеристики и функции рассеяния относятся к распределению эффективной экспозиции. В упомянутых работах эмульсия используется как фотометр по отношению к самой себе, поэтому эффекты проявления не должны беспокоить, если только они постоянны. Пограничные явления, которые сказываются на плотности, не затрагивая при этом распределения экспозиции, вызовут дополнительный фотографический эффект, зависящий от условий проявления.

До сих пор рассматривались методы получения частотно-контрастной характеристики из функции рассеяния. Другие методы, которые не могут быть здесь подробно разобраны, позволяют определять функцию рассеяния из частотно-контрастной характеристики; математически эта операция эквивалентна определению преобразования Фурье частотно-контрастной характеристики, поскольку двойное преобразование Фурье дает исходную функцию. Указанная математическая эквивалентность требует, однако, одной оговорки, относящейся к аргументу или фазовому углу ϕ в выражении (12), поскольку частотно-контрастная характеристика определяет лишь модуль и не касается аргумента, в то время как оба они входят в преобразование Фурье. Если функция рассеяния симметрична, то изображение совпадает по фазе с объектом и аргумент ϕ исчезает для всех частот, как показано в приложении. Если же функция рассеяния, соответствующая частотно-контрастной характеристике, не является симметричной, угол ϕ должен быть принят в расчет, поскольку он в общем случае зависит от частоты. Это обычно имеет место у объективов, aberrации которых несимметричны во внеосевых точках, как было изображено на рис. 7. Для фотографических эмульсий, имеющих симметричную функцию рассеяния, ϕ всегда равно нулю; однако это может, естественно, оказаться неверным при сочетании фотослоя с объективом.

9. Применение функции рассеяния и частотно-контрастной характеристики и их практическое значение

Качество оптической системы, выражаемое ее функцией рассеяния, может быть предсказано до того, как сама система будет построена. Пред-

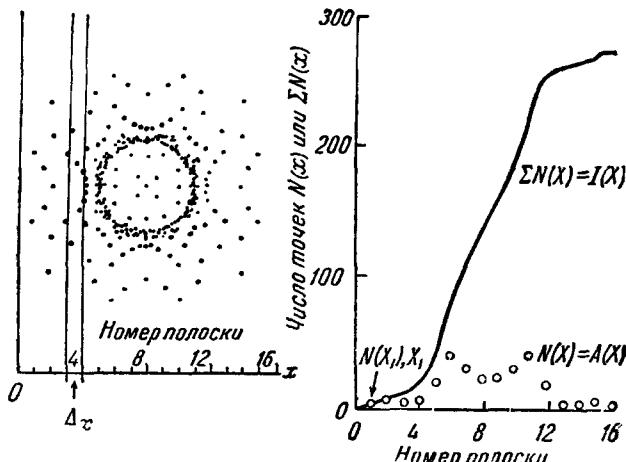


Рис. 16. Слева — точечная диаграмма, разбитая на полоски, соответствующие равным интервалам на оси Ox . Справа — графическое представление числа точек $N(x)$ в каждой полоске (показано кружочками) и суммарного числа точек $\Sigma N(x)$ (кривая) в зависимости от номера полоски. Ширина каждой полоски 12,5 мк.

ставим себе, что входной зрачок объектива перекрыт непрозрачным экраном, который равномерно усеян множеством мелких отверстий. Основываясь на конструктивных данных системы, можно просчитать ряд лучей, принадлежащих одной точке объекта и проходящих через все эти отверстия, и найти точки их пересечения с предполагаемой плоскостью изображения.

жения⁵⁶. Если пренебречь дифракцией, как обычно и делается при расчете объективов, то в случае совершенной системы все лучи должны были бы собраться в одну точку плоскости изображений. В действительности же они образуют картину, подобную той, которая изображена в верхней части рис. 7. Поскольку предполагалось, что отверстия в дырячном экране распределены равномерно, концентрация точек на диаграмме указывает на концентрацию света в изображении⁵⁷, а это означает, что полученная точечная диаграмма графически изображает функцию распределения для точки.

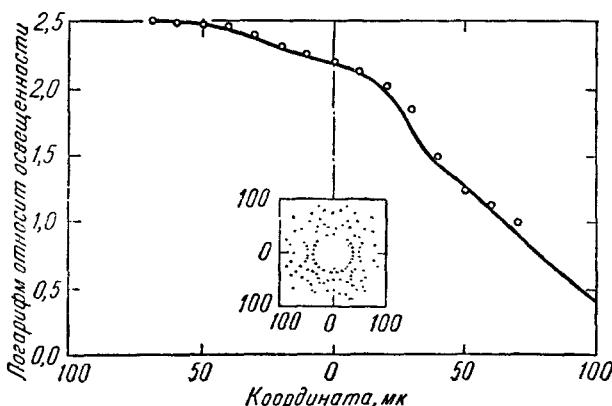


Рис. 17. Распределение освещенности в оптическом изображении края, измеренное у реального объектива, в сопоставлении с величинами (показаны кружочками), полученными из конструктивных данных методом, указанным на рис. 16.

Масштаб на оси абсцисс графика в пять раз превышает масштаб точечной диаграммы; масштаб на оси ординат — логарифмический.

Для оценки точечной диаграммы она может быть разбита на маленькие вертикальные полоски одинаковой ширины Δx , как показано в левой части рис. 16. В правой части рисунка дано графическое построение зависимости числа точек N от расстояния x или от порядкового номера полоски; для этого число точек $N(x_1)$ в первой полоске откладывается при значении абсциссы x_1 , затем число $N(x_2)$ для следующей полоски наносится при x_2 и т. д. Конечным результатом является кривая $N(x)$ (на рис. 16 она не приведена), которая, очевидно, дает нам функцию распределения для линии $A(x)$. Кривая суммарных значений, получаемая при откладывании на графике величин $N(x_1)$, $N(x_1) + N(x_2)$ и т. д., представляет собой интеграл от исходной функции и, следовательно, дает кривую распределения энергии в изображении края $I(x)$. Теперь мы имеем в пригодной для использования форме все данные для расчета таких характеристик, как острота и частотно-контрастная характеристика. На рис. 17 нанесены значения освещенности в изображении края, найденные этим способом (обозначены кружками), и для сравнения запись кривой распределения энергии, произведенная после изготовления объектива (сплошная кривая). Нетрудно видеть, что качество работы объектива было предсказано довольно точно.

Для более глубокого уяснения сущности развиваемых здесь представлений следует рассмотреть конкретный пример. На рис. 18 (1) показаны две гипотетические функции рассеяния. Они были выбраны лишь по той причине, что это хорошо известные математические функции, именно

функции нормального, или гауссова, распределения ошибок с различными значениями параметра; вместе с тем, функции рассеяния этого общего типа встречаются иногда на практике. Кривая *a* воспроизводит простую гауссову функцию

$$A_a(x) = e^{-\frac{1}{2}(0,125x)^2},$$

в то время как кривая *b* изображает составную функцию

$$A_b(x) = 0,5 \cdot e^{-\frac{1}{2}(0,5x)^2} + 0,5 \cdot e^{-\frac{1}{2}(0,05x)^2};$$

здесь первый член описывает резкий всплеск в центре кривой, а второй — постепенное затухание в ее периферийной части. Существуют таблицы функций нормального распределения, в которых роль параметра играет

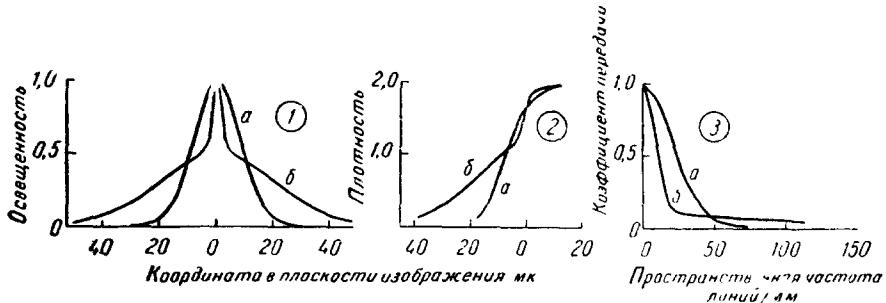


Рис. 18.(1) Две гипотетические функции рассеяния, взятые в качестве примера: (а) — функция нормального распределения ошибок; (б) — сумма двух таких функций с различным значением дисперсии. (2) Кривые распределения освещенности в изображении края, вычисленные для заданных функций рассеяния (а) и (б). (3) Частотно-контрастные характеристики, вычисленные для функций рассеяния (а) и (б).

величина σ , известная под названием дисперсии, или стандартного отклонения. Для кривой *a* $\sigma=1/0,125=8$; для кривой *b*, соответственно для двух членов $\sigma_1=1/0,5=2$ и $\sigma_2=1/0,05=20$.

На графике (2) рис. 18 приведены соответствующие граничные кривые, вычисленные методом суммирования, который излагался в п. 6. Процедура суммирования была применена к обеим заданным функциям рассеяния, затем найденные этим путем распределения света были пересчитаны по характеристической кривой для одной из реально существующих эмульсий и были определены кривые распределения плотности для данной конкретной эмульсии при данном способе ее обработки. Ширина исходной функции рассеяния была выбрана в соответствии с тем, что действительно встречается на практике, и следовательно, полученные граничные кривые также достаточно близки к действительности. Нетрудно заметить, что кривая *a* имеет простую форму, в то время как кривая *b* характеризуется значительной крутизной недалеко от центра и низким градиентом на большей части верхнего и нижнего загибов. Значения остроты для этих кривых составляют соответственно 2700 и 1240; это говорит о том, что пологий ход кривой *b* в ее нижней части, связанный с широкой периферийной зоной функции рассеяния, сильно снижает остроту системы, несмотря на высокий градиент вблизи центра кривой.

На графике (3) показаны частотно-контрастные характеристики, соответствующие обеим функциям рассеяния; способ их получения уже был изложен ранее. Из рисунка видно, что система *a* лучше воспроизводит детали с частотами примерно до 50 линий/мм; однако там, где ее возмож-

ности оказываются исчерпанными, система *b* еще сохраняет разрешение. Этот результат представлен графически на рис. 19, где произведено сложение двух функций рассеяния, расстояние между которыми, $\Delta=1/55$ мм, выбрано таким, чтобы освещенность по суммарной кривой *a'* в интервале между двумя функциями рассеяния *a* примерно равнялась освещенности в максимумах. При таком расстоянии освещенность в центре для варианта *b'* на 30% меньше, чем в максимумах, и обе функции рассеяния отчетливо разрешаются. Этот пример показывает, что разрешающая сила и острота очень мало связаны друг с другом и что разрешающая сила не является критерием четкости воспроизведения крупных деталей.

На различие между разрешающей силой и резкостью неоднократно указывалось в литературе. Это различие было предугадано приблизительно в 1830 г. астрономом-любителем священником В. Р. Доусом⁵,

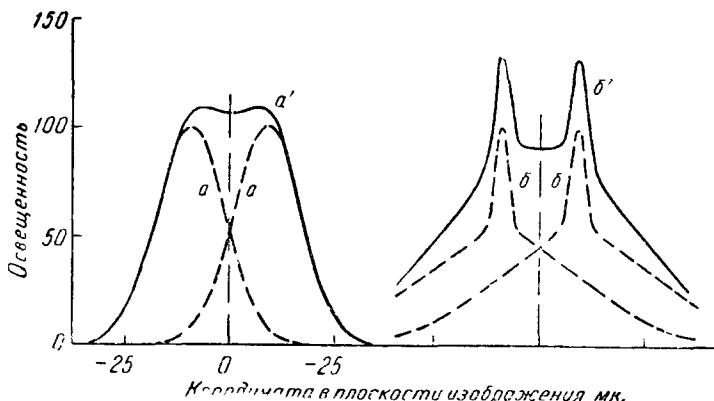


Рис. 19. Суммирование двух функций рассеяния типа *a* на рис. 18 (слева) и типа *b* (справа).

Расстояние выбрано таким, чтобы минимум результирующей кривой *a'* практически не отличался от максимумов

обнаружившим, что телескоп с объективом диаметром $2\frac{3}{4}$ дюйма, дающий «никуда не годное изображение», разрешает, однако же, более близкие двойные звезды, чем «отличный маленький телескоп» с отверстием в $1\frac{5}{8}$ дюйма. Естественно, худший объектив давал при этом совершенно «ватное» изображение. Другой пример относится к концу прошлого века⁵⁸, когда была высказана мысль, что качество изображения может быть улучшено путем повышения контраста за счет разрешающей силы.

На это различие было вновь обращено внимание в связи с недавними количественными исследованиями⁴³, а один из случаев, интересных для практики, был описан в работе¹⁹. Описание касалось двух фотографий, из которых одна, полученная с функцией рассеяния с плоской вершиной и крутыми склонами, отличалась хорошей резкостью, но низкой разрешающей силой, в то время как вторая, полученная с функцией рассеяния с острой вершиной и пологими склонами, имела плохую резкость, хотя разрешение наиболее тонких деталей было хорошим.

10. Ложное разрешение

Частотно-контрастная характеристика позволяет объяснить также явление ложного разрешения или псевдоразрешения. Простейший случай может быть рассмотрен на основе материала, изложенного ранее. Пусть $G(x)$ на верхнем графике рис. 20 изображает

функцию распределения света в линейном тест-объекте, пропускание которого меняется по синусоиде между нулем и максимальным значением. Пусть, далее, $A(\xi)$ представляет П-образную функцию рассеяния с центром в точке b тест-объекта. Свертка этой функции рассеяния с распределением в объекте дает значение освещенности $F(x)$ в соответствующей точке b изображения. Пусть теперь функция рассеяния будет сдвинута на произвольное расстояние так, чтобы ее центр оказался в точке c , что показано пунктирной линией. Если, в соответствии с рисунком, ширина функции рассеяния равна одному периоду $G(x)$, т. е. $a=1/v$, то нетрудно видеть, что величина свертки в новой точке c , где бы она ни была выбрана, окажется равной значению в предыдущей точке b и, следовательно, освещенность $F(x)$ будет постоянна по всему изображению. Ясно, что получится тот же результат, если ширина a функции рассеяния будет равна любому целому числу периодов.

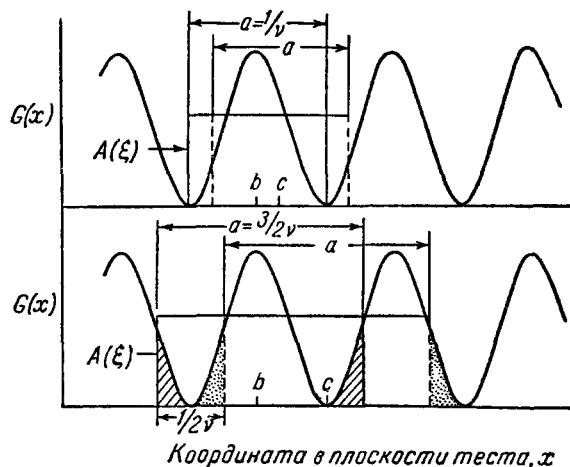


Рис. 20. Рисунок, поясняющий, как может возникнуть псевдоразрешение при свертке прямоугольной функции рассеяния с синусоидальным распределением в объекте.

Вверху: ширина функции рассеяния $a = 1/v$; равномерная освещенность в изображении. Внизу: $a = 3/2 v$; псевдоразрешение.

Теперь обратимся к нижнему графику рис. 20, где функция рассеяния охватывает полтора периода, т. е. $a=3/2 v$. Если центр функции рассеяния находится при максимуме, например в точке b (что показано сплошной линией), она охватывает один целый период плюс заштрихованные участки двух соседних периодов. Может быть показано, что площадь каждого из заштрихованных участков составляет 9,1% общей площади, заключенной под кривой в пределах одного периода; таким образом, относительная освещенность в точке b изображения составляет $1+2 \cdot 0,091=1,182$. Если теперь центр функции рассеяния поместить в точке c , где пропускание минимально (пунктирная линия на рисунке), то она охватит два периода за вычетом двух участков, покрытых точками, каждый из которых вновь составляет по площади 9,1% от площади, соответствующей целому элементу. Следовательно, освещенность в изображении меняется от 1,182 до $2-2 \cdot 0,091=1,818$, иными словами, изображение имеет вид решетки с отношением освещенностей $1,818/1,182=1,54$. Однако максимальная освещенность

приходится при этом на точку, где должен был бы быть минимум. Поскольку это не соответствует распределению яркостей в исходном тест-объекте, получаемое в этом случае разрешение называют ложным.

Этот пример может быть также рассмотрен на языке математики. Функция рассеяния $A(\xi)$ имеет постоянное значение от $-a/2$ до $+a/2$, как показано на рис. 21, причем это значение может быть взято равным единице. При свертывании ее с синусоидальной функцией $G(x)$, определяемой формулой (10), преобразование Фурье оказывается равным

$$|A^\#(v)| = \frac{a \sin \pi v a}{\pi v a}. \quad (20)$$

Функция $|A^\#(v)|$ — это вновь частотно-контрастная характеристика; ее вид показан на рис. 21. Области, где кривая идет ниже оси абсцисс, являются областями псевдоразрешения, поскольку отрицательные значения A соответствуют тому, что светлые и темные штрихи в изображении

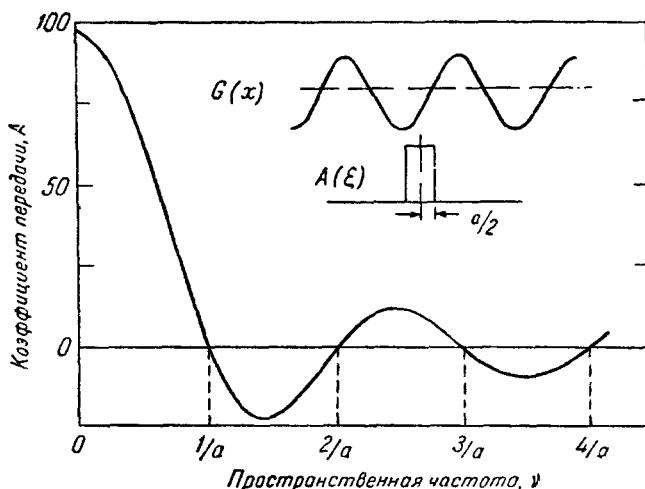


Рис. 21. Частотно-контрастная характеристика для случая прямоугольной функции рассеяния.
Отрицательные величины означают псевдоразрешение

находятся в противофазе по отношению к объекту, т. е. что светлые штрихи появляются там, где должны бы быть темные, и наоборот. Приводимая кривая определяет лишь переменную составляющую освещенности в изображении; ясно, что существует некоторая постоянная освещенность, которая накладывается на переменную составляющую, и, таким образом, частоты, для которых $A=0$ в выражении (20), передаются в виде равномерного фона определенной яркости. Колебания освещенности между светлыми и темными штрихами изображения убывают для ряда следующих друг за другом максимумов и минимумов, показанных на рис. 21, пока освещенность не установится практически постоянной и не прекратится всякое разрешение.

Вообще говоря, осцилляции частотно-контрастной характеристики, вызывающие ложное разрешение, связаны с плоскостью вершины функции рассеяния. Известны опыты^{28, 59}, в ходе которых функции рассеяния объектива придавалась форма, достаточно близкая к П-образной, и при этом наблюдались все описанные здесь явления. Например, фотографический объектив, дающий отличное изображение в наилучшей

плоскости установки, расфокусировался на 0,6 м.м., и в этих условиях фотографировалась радиальная мирия, показанная на рис. 15, б. Полученный отпечаток приведен на рис. 22. Ясно видна кольцевая зона с ложным разрешением; еще ближе к центру расположено следующее кольцо, в котором штрихи вновь разрешаются правильно. Функция рассеяния объектива, соответствующая условиям его применения, показана на рис. 23 слева; легко видеть, что ее форма достаточно близка к прямоугольной. Справа показана частотно-контрастная характеристика; ее сходство с теоретической кривой, приведенной на рис. 21, также очевидно.

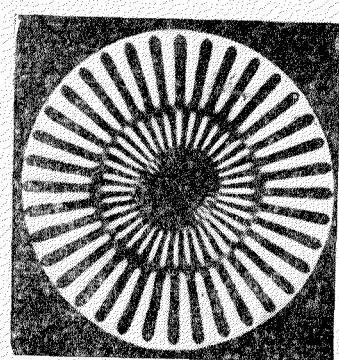


Рис. 22. Фотография радиальной миры, изображенной на рис. 15, б., полученная при фокусировке объектива, соответствующей характеристикам, приводимым на рис. 23 (Ламбертс; Линдберг).

эмulsionии при экспонировании^{60, 61}. Частотно-контрастная характеристика, соответствующая такому распределению, имеет вид

$$A(v) = (1 + v^2)^{-1}. \quad (22)$$

Еще лучшее приближение⁶² к реальному распределению может быть

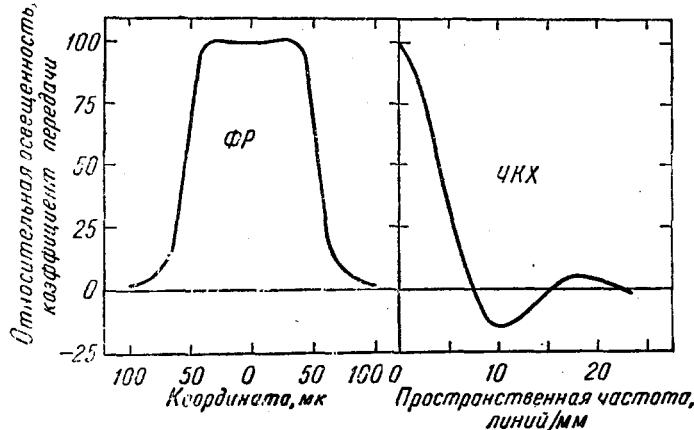


Рис. 23. Функция рассеяния (ФР) и частотно-контрастная характеристика (ЧКХ) объектива, использованного для получения фотографии рис. 22.

получено комбинированием формулы (21) с выражением типа

$$A(\xi) = e^{-\xi^2}. \quad (23)$$

В этом выражении нетрудно узнать функцию нормального, или гауссова,

распределения, которая, как уже упоминалось, зачастую оказывается близка к действительным функциям рассеяния. Преобразование Фурье такой функции имеет вид

$$A(v) = e^{-v^2}. \quad (24)$$

Кривые, определяемые этим выражением и формулой (22), начинаются при $v=0$ с единицы и далее при $v \rightarrow \infty$ асимптотически приближаются к оси абсцисс без осцилляций, показанных кривой на рис. 21. Поскольку функции, из которых получены эти преобразования, дают в комбинации функцию рассеяния фотографической эмульсии, может быть сделан вывод, что сам по себе фотографический слой не может создать эффекта ложного разрешения. С другой стороны, функции рассеяния объективов весьма разнообразны по характеру и поэтому при оценке оптических систем следует постоянно помнить об опасностях, связанных с ложным разрешением. В общем, чем шире вершина функции рассеяния, тем более вероятно, что хвост частотно-контрастной характеристики будет периодически заходить в отрицательную область; чем положе ход функции рассеяния у ее основания, тем вероятнее, что частотная характеристика будет иметь длинный хвост, целиком лежащий в положительной области. В одной из статей⁶³ был приведен ряд функций рассеяния, описываемых простыми математическими выражениями, и соответствующие им частотно-контрастные характеристики; они также иллюстрируют этот принцип.

11. Сопоставление различных методов

Функция рассеяния, частотно-контрастная характеристика (включая сведения о фазе, когда это необходимо) и функция распределения энергии в изображении края взаимно обратимы и в этом смысле равнозначны, как средства для оценки оптической или фотографической системы. Однако они не одинаково пригодны в том или ином конкретном случае с точки зрения удобства, точности и простоты интерпретации.

Функция рассеяния для объектива легко рассчитывается по его конструктивным данным, и, собственно говоря, уже сама точечная диаграмма дает весьма полное представление об этой функции. Точечная диаграмма может быть разложена на части, которые можно рассматривать как функции рассеяния, соответствующие отдельным aberrациям; такой подход позволяет вычислителям совершенствовать свои расчеты⁶⁴. Кроме того, вычислители оптических систем издавна привыкли оценивать результаты своей работы по виду изображения точки, а распределение света в этом изображении составляет, согласно определению, именно функцию рассеяния. Однако суждения, основанные на диаграмме пятна рассеяния или на функции рассеяния, не являются исчерпывающими. Лишь до тех пор, пока изображение точки велико, уменьшение его размеров, несомненно, улучшает положение дел; если же оно мало, главное значение, как это и было показано в п. 9, приобретает его форма. Как уже указывалось в п. 5, функция рассеяния может быть характеризована одним числом, а именно диаметром кружка, в пределах которого заключена определенная часть светового потока; однако это число ничего не говорит нам о форме функции рассеяния и оно не имеет большого смысла, если протяженность изображения в одном направлении значительно больше, чем в другом. Кроме того, комбинирование функций рассеяния отдельных элементов системы возможно лишь с помощью неприятной операции свертки, а их прямое измерение является затруднительным. Точность непосредственного определения функции рассеяния эмульсии также низка, поскольку все результаты зависят от очень маленького изображения, локализованного

в эмульсии, и небольшие ошибки при промере изображения, а также незначительные нарушения однородности эмульсии или равномерности ее обработки могут сильно исказить окончательный результат.

Из всех трех характеристик частотно-контрастная менее всего подвержена искажениям за счет небольших погрешностей измерения; при этом в случае эмульсии она дает все необходимые сведения. Определение ее простым методом, изложенным в п. 8, требует значительного времени, однако необходимое время может быть сделано достаточно малым, если применить более хитроумные методы (они описаны в статьях, приведенных в библиографии). Если частотно-контрастные характеристики элементов некоторой системы известны, общая характеристика может быть получена простым перемножением ординат элементарных характеристик.

С другой стороны, не имея достаточного опыта, трудно представить вид функции рассеяния по частотно-контрастной характеристике. Более того, чтобы воссоздать функцию рассеяния, не обладающую круговой симметрией, необходимо иметь по крайней мере две частотно-контрастные характеристики в сочетании с фазовой характеристикой для тех ориентаций, в которых функция рассеяния не имеет зеркальной симметрии. Некоторые выводы, однако, могут быть сделаны непосредственно из вида частотно-контрастной характеристики. Если характеристика системы *A* на низких частотах идет выше характеристики системы *B*, то система *A* будет более резко воспроизводить крупные детали, чем *B*; если кривая для системы *A* идет выше на высоких частотах, она сможет раздельно передавать более тонкие детали, чем система *B*. И здесь было бы желательно характеризовать всю кривую одним числом, вроде предельной частоты v_c , введенной в п. 7, однако при этом теряется представление о форме частотно-контрастной характеристики.

Подобно функции рассеяния кривая распределения энергии в изображении края обладает тем достоинством, что допускает быстрое экспериментальное определение, и одновременно тем недостатком, что предполагает получение далеко идущих выводов из результатов измерений, произведенных на малом изображении. Она также не является удобным источником для получения функции рассеяния и далее частотно-контрастной характеристики, поскольку, как отмечалось в п. 6, эта операция требует измерения наклона кривой в последовательно расположенных точках, а эти измерения трудно произвести с достаточной точностью.

Кроме того, функция распределения энергии в изображении края даже с меньшей легкостью интерпретируется аналитически, чем функция рассеяния. Наконец, точно так же как и в случае функции рассеяния, если изображение края ножа проектируется на эмульсию с помощью объектива, влияние последнего на окончательный результат измерения должно быть исключено, прежде чем будет получена истинная характеристика эмульсии. Можно было бы предположить, что удастся избавиться от этой операции, если попросту наложить реальный нож непосредственно на фотографический слой; однако свет, рассеиваемый эмульсией в направлении «назад», отражается от нижней поверхности ножа и вновь попадает в эмульсию; таким образом, с точки зрения распределения экспозиции кромка ножа как бы оказывается нерезкой. Здесь естественно было бы предложить зачернение поверхности ножа, прилегающей к слою, но опыт автора говорит о недостаточности этой меры. Черное покрытие, если оно сделано достаточно матовым, чтобы быть эффективным, порождает равнинный край; кроме того, это покрытие имеет тенденцию переходить на поверхность слоя. Чтобы сделать самую кромку достаточно резкой, нужно ее

отполировать, но именно отражение на самом краю кромки приносит наибольший вред. Наконец, существует подозрение, что некоторое действие оказывает дифракция, несмотря на малость расстояния, определяемого толщиной эмульсии. Возможным результатом этой эффективной нерезкости края является кажущаяся асимметрия пограничной кривой; возможно, этой же причиной объясняется асимметрия функции рассеяния эмульсии, отмечаемая иногда в литературе⁶⁵. С другой стороны, было установлено, что устройство для испытания объективов⁶⁶, содержащее вращающийся секторный диск, в котором края непрозрачных секторов работают как кромки ножей, дает такие же результаты, как и более строгие методы.

12. Суммарная частотная характеристика с учетом процесса печати

Если все элементы, составляющие сложную систему, линейны, т. е. сигнал на выходе каждого элемента пропорционален сигналу на входе, суммарная частотная характеристика системы может быть вычислена простым перемножением характеристик всех элементов. В то же время, если один или несколько элементов нелинейны, общая характеристика не может быть получена столь простым путем: нелинейный элемент вызывает появление высших гармоник, и синусоидальный входной сигнал не воспроизводится в виде синусоиды. Это обстоятельство хорошо известно инженерам-электрикам; оно может быть иллюстрировано случаем перегруженного усилителя звуковика. Конечно, два нелинейных элемента могут взаимно компенсировать друг друга, но в этом случае оба элемента можно рассматривать совместно, как единый линейный элемент.

Фотографический негатив представляет собой другой пример именно такого нелинейного элемента. В процессе печати экспозиция, играющая роль входного сигнала по отношению к позитивному материалу, пропорциональна пропусканию негатива. Легко показать, что в пределах приблизительно прямолинейной части характеристической кривой негатива связь между экспозицией, полученной негативным материалом в камере, и пропусканием проявленного негатива определяется выражением

$$T = kE^{-\gamma}.$$

При $\gamma=1$ это соотношение дает гиперболу, искаженную при очень низких и очень высоких значениях E за счет отклонения характеристической кривой от прямолинейности; ясно, что связь между E и T не может быть в действительности представлена прямой линией.

Влияние гиперболического характера этой связи на воспроизведение синусоидального теста показано на рис. 24; кривая E здесь изображает

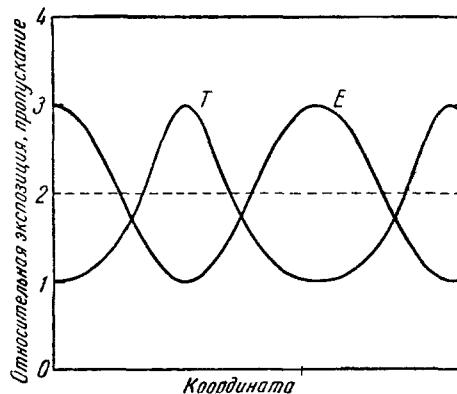


Рис. 24. График, иллюстрирующий искажение синусоидального распределения фотографическим материалом при использовании прямолинейного участка характеристической кривой.

E — распределение экспозиции при коэффициенте модуляции 50%; T — распределение пропускания в проявленном негативе. Обращают на себя внимание острые максимумы и плавно закругленные минимумы кривой пропускания.

При $\gamma=1$ это соотношение дает гиперболу, искаженную при очень низких и очень высоких значениях E за счет отклонения характеристической кривой от прямолинейности; ясно, что связь между E и T не может быть в действительности представлена прямой линией.

Влияние гиперболического характера этой связи на воспроизведение синусоидального теста показано на рис. 24; кривая E здесь изображает

синусоидальный тест с отношением значений в максимуме и минимуме, равным 3 : 1, т. е. с коэффициентом модуляции 1 : 2, или 50%. Если негатив этого теста, проявленный до $\gamma=1$, получен в границах прямолинейной части характеристической кривой, то результирующее распределение пропускания в отсутствие рассеяния света в слое при экспонировании имеет вид кривой T . Искаженный вид этой кривой сразу бросается в глаза. Однако нетрудно показать, что если при тех же идеализированных условиях, при $\gamma=1$ и в отсутствие рассеяния света (т. е. при постоянном коэффициенте передачи контраста), с данного негатива получить отпечаток, то искажение формы кривой в точности компенсируется, а пропускание результирующего отпечатка имеет вид синусоиды, подобной кривой E .

Указанная компенсация искажений происходит лишь в случае, если коэффициент передачи контраста позитивного материала не зависит от частоты, а произведение значений γ для негативной и позитивной пленок равно единице. Кривая T на рис. 24 может быть разложена на гармонические составляющие с постепенно убывающей амплитудой и возрастающей частотой, и если коэффициент передачи контраста позитивного материала не является постоянным, эти составляющие окажутся в различной степени ослабленными, и, следовательно, искажения, возникшие за счет гиперболической формы характеристики негативного процесса, не будут в точности компенсироваться соответствующими искажениями, возникающими за счет характеристики позитивного процесса. Может быть показано⁶⁷, что искажения в негативе становятся меньше при уменьшении коэффициента

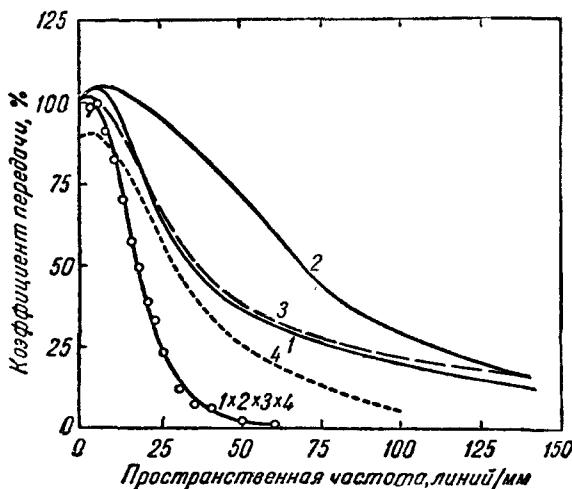


Рис. 25. Частотно-контрастные характеристики четырех типов фотографических материалов и их комбинации.

1 — Негатив; 2 — дубль-позитив; 3 — дубль-негатив; 4 — позитив. Кружочками показана частотная характеристика окончательного изображения, полученного после ряда перепечатываний; сплошная кривая — теоретическая частотная характеристика, полученная перемножением кривых 1-4.

шении диапазона экспозиций или при контрастности негатива, однако, очевидно, существуют устанавливаемые практикой нижние пределы как для первого, так и для второго.

Требование возможно большего постоянства коэффициента передачи контраста позитивного материала вовсе не означает, что позитивный материал с круто падающей частотной характеристикой не может быть включен в общее математическое рассмотрение для получения суммарной частотно-контрастной характеристики фотографического процесса, в котором он принимает участие. Конечно, прибавление или вычитание гармоник влияет на форму кривой (т. е. вносит искажение); однако величина модуляции кривой пропускания определяется лишь ее амплитудой и не зависит от ее формы. Наличие или отсутствие гармоник может заметно повлиять на степень искажения, однако в общем балансе их доля настолько мала, что исключение их за счет частотной фильтрации, осуществляемой

позитивной пленкой, лишь незначительно влияет на величину модуляции.

Точность определения результирующей частотной характеристики отпечатка путем простого комбинирования характеристик элементов может быть видна⁶⁷ из рис. 25. Кривые в порядке возрастания номеров изображают частотно-контрастные характеристики фотографических слоев, на которых были получены соответственно негатив, дубль-позитив, дубль-негатив и позитив. В результате перемножения они дают нижнюю кривую, которая должна представлять собой итоговую характеристику процесса съемки в сочетании с тремя последовательными процессами печати. Все действительные печатные операции были проведены контактным методом в вакуумной рамке с применением точечного источника света; значения коэффициента передачи, полученные по результатам микрофотометрирования, показаны кружками. Коэффициент модуляции на исходном негативе составлял не более 68%. Ясно, что может быть предсказана и суммарная характеристика для каскада из трех печатных операций, если последние произведены так, чтобы не вводить дополнительного рассеяния от таких посторонних причин, как плохой контакт.

Подобная же процедура может быть применима для выяснения того, являются ли условия печати наилучшими. На рис. 26 сплошная кривая изображает результирующую частотную характеристику, которая должна была бы иметь место для некоторого позитива после печати с соответствующего негатива. Треугольниками показаны значения коэффициента передачи, полученные при действительном фотографировании синусоидального тест-объекта и последующей печати снимка на позитивную пленку с помощью промышленного кинокопировального станка. Легко видеть, что эти значения оказались сильно заниженными, что должно было привести к исчезновению тонких деталей в фильме и к потере высоких частот в фонограмме. В том же случае, когда печать с негатива производилась с помощью печатного устройства, описанного в предыдущем абзаце, были получены значения коэффициента передачи, показанные кружками; ясно, что здесь никакое дальнейшее улучшение уже невозможно, в то время как качество работы промышленного копировального станка в принципе может быть заметно улучшено.

Мы здесь могли лишь в общих чертах рассмотреть новые идеи, используемые при оценке оптических и фотографических систем, а также некоторые соображения о даваемых ими возможностях. Эти идеи дают значительно более глубокое понимание того, как работают такие системы, и число основанных на них работ постоянно увеличивается⁶⁸. Пройдет немного времени и фотографу-практику будут так же близки функция рассеяния и частотно-контрастная характеристика, как теперь зернистость или разрешающая сила.

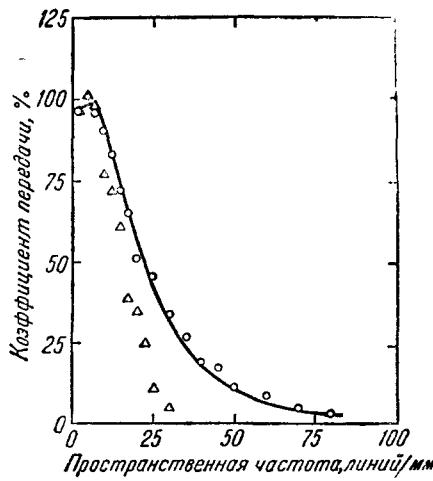


Рис. 26. Проверка качества копировального устройства.

— частотная характеристика отпечатка, полученного на промышленном кинокопировальном станке, ○ — частотная характеристика отпечатка, полученного в вакуумной камере. Кривая изображает теоретическую частотно-контрастную характеристику, вычисленную по известным характеристикам негативного и позитивного процессов

ПРИЛОЖЕНИЕ

РАСЧЕТ ЧАСТОТНО-КОНТРАСТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПО ИЗВЕСТНОЙ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ

В основном тексте были изложены экспериментальные методы определения частотно-контрастной характеристики объектива. С математической точки зрения они сводятся к свертке функции рассеяния с набором синусоидальных распределений в объекте. Эта же операция может быть проделана расчетным путем, но чтобы показать, как это делается, понадобятся дополнительные формулы.

В п. 8 было показано, что распределение света в изображении синусоидального объекта может быть выражено в виде

$$F(x) = b_0 + b_1 A^{\#C} \cos 2\pi\nu x + b_1^{\#S} \sin 2\pi\nu x, \quad (15')$$

где $A^{\#C}$ и $A^{\#S}$ — соответственно косинус- и синус-преобразования функции рассеяния. Ясно, что они являются функциями частоты; для некоторой заданной частоты косинус-преобразование имеет вид

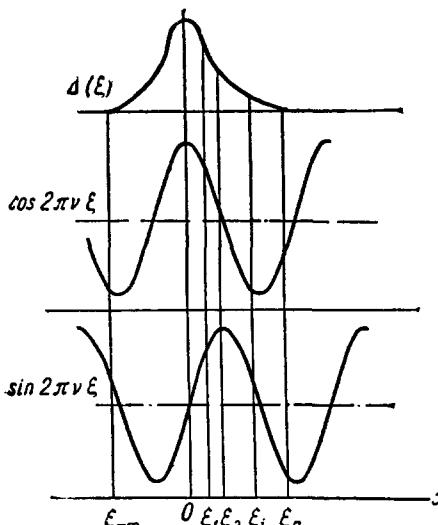


Рис. 27.

$$A^{\#C}(\nu) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) \cos 2\pi\nu\xi d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} A(\xi) d\xi}; \quad (25)$$

аналогично выражается и синус-преобразование. Здесь координата ξ отмеряется вдоль оси абсцисс, однако начало координат помещается в центре функции рассеяния, как показано на рис. 27. Знаменатель представляет собой просто площадь под функцией рассеяния и вводится для нормировки выражения. Поскольку модуль преобразования Фурье связан с косинусной и синусной компонентами равенством

$$|A^{\#}| = (A^{\#C^2} + A^{\#S^2})^{1/2}, \quad (16')$$

он легко может быть вычислен, если известны косинус- и синус-преобразования.

Удобный для практического применения способ определения этих преобразований сводится к процедуре, показанной на рис. 27. Начало отсчета абсцисс помещено

в некоторой точке функции рассеяния и здесь же помещен максимум кривой косинуса. Как показано на рисунке, ось абсцисс разделяна точками $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n$ на малые равные между собой интервалы и в каждой точке ξ_i измерены значения функции $\cos 2\pi\nu\xi$. Соответствующее выражение для последовательного суммирования имеет вид

$$A^{\#C}(\nu) = \frac{\sum_{i=-m}^n A(\xi_i) \cos 2\pi\nu\xi_i \Delta\xi_i}{\sum_{i=-m}^n A(\xi_i) \Delta\xi_i}, \quad (26)$$

где i изменяется от $-m$ по одну сторону от максимума до n по другую сторону, охватывая диапазон, в котором функция рассеяния заметно отличается от нуля. Вначале определяется величина $A(\xi_0)$, т. е. значение в точке, где помещено начало отсчета; эта величина умножается на соответствующее значение функции $\cos 2\pi\nu\xi$ (здесь равное единице). То же самое проделывается затем для всех остальных точек ξ_i от $-m$ до n , и все произведения суммируются. Это дает величину числителя для выбранной частоты. Знаменатель определяется аналогично, за тем исключением, что значения $A(\xi_i)$ здесь не нужно умножать на $\cos 2\pi\nu\xi_i$. Далее процесс повторяется для последовательно возрастающих частот (причем знаменатель должен быть определен всего один раз), пока не будет достигнута частота, при которой сумма окажется пренебрежимо малой. В результате получают косинус-преобразование $A^{\#C}$.

Синус-преобразование $A^{\#S}$ определяют точно таким же образом, комбинируя, в соответствии с рис. 27, $A(\xi_i)$ и $\sin 2\pi v\xi_i$. В этом случае при $\xi=0$ значение $\sin 2\pi v\xi_0=0$. Если функция рассеяния $A(\xi)$ симметрична, то синус-преобразование при всех частотах окажется равным нулю, поскольку отрицательные и положительные члены взаимно уничтожаются. Это означает, что $A^{\#C}=|A^{\#}|$, т. е. косинус-преобразование уже само по себе дает частотно-контрастную характеристику. Кривая (o) на рис. 10 была определена именно таким путем, исходя из симметричной функции рассеяния $A(\xi)$, изображаемой кривой (I), и из синусоидальных распределений в объекте $G(x)$, показанных кривыми (2)–(5). Как обычно, частотно-контрастная характеристика была нормирована, и поэтому кривая (6) в точке $v=0$ проходит через единицу.

Поскольку преобразования $|A^{\#}|$, $A^{\#C}$ и $A^{\#S}$ могут рассматриваться как векторы, можно написать

$$A^{\#C} = |A^{\#}| \cos \varphi, \quad (17')$$

где аргумент φ представляет собой угол между $A^{\#C}$ и $|A^{\#}|$, т. е. фазовый угол. Если $A^{\#C}=|A^{\#}|$, то, как видно из формулы (17'), $\cos \varphi$ должен быть равен единице и, следовательно, $\varphi=0$. Это является доказательством того, что фазовый угол всегда равен нулю, если функция рассеяния симметрична, о чем говорилось в основном тексте. В некоторых случаях величина φ может быть определена более точно, если применить формулу

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A^{\#S}}{A^{\#C}}. \quad (27)$$

Для лучшего уяснения вычислительной процедуры в таблице приводится численный пример. Аргументом в этой таблице является координата ξ . В графе 1 содержатся соответствующие ординаты функции рассеяния $A(\xi)$. Графа 2 содержит множитель,

Численный пример расчета частотно-контрастной характеристики по известной функции рассеяния

$\xi, \text{мк}$	$A(\xi)$, отн. ед.	$\cos 2\pi v\xi$		$\sin 2\pi v\xi$	
		1	2	3	4
-7,5	0	-0,71	0	0,71	0
-6,0	0,45	-1,00	-0,45	0	0
-4,5	0,60	-0,71	-0,43	-0,71	-0,43
-3,0	1,00	0	0	-1,00	-1,00
-1,5	1,25	0,71	0,89	-0,71	-0,89
0	1,60	1,00	1,60	0	0
1,5	1,80	0,71	1,28	0,71	1,28
3,0	0,50	0	0	1,00	0,50
4,5	0	-0,71	0	0,71	0
Σ	6,90		3,19		-0,54

$$A^{\#C} = \frac{3,19}{6,90} = 0,462, \quad A^{\#S} = \frac{-0,54}{6,90} = -0,078,$$

$$|A^{\#}| = (0,213 + 0,006)^{1/2} = 0,469, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{-0,078}{0,462} = -0,169,$$

$$\varphi = -9^{\circ}36'.$$

изменяющийся по косинусу, а графа 3 — произведения чисел из граф 1 и 2; графа 4 — множитель, изменяющийся по синусу; графа 5 — произведения чисел из граф 1 и 4. Обращаясь последовательно к формулам (2), (16) и (27), можно легко провести все вычисления. Численное значение величины $\Delta\xi$ равно, очевидно, 1,5 мк, однако эта величина не участвовала в расчете, так как она сокращается в числителе и знаменателе. Большая точность могла бы быть получена при использовании меньших интервалов, однако это не является необходимым, когда речь идет о простом примере, и лишь удлинило бы таблицу. Период синусоиды, примененной в преобразовании, равен 12,0 мк и, следовательно, соответствующая пространственная частота составляет

$1000/12 = 83.1/\text{мм}$. Для получения всей частотной характеристики процедура должна быть повторена для ряда последовательно возрастающих частот.

Описанный здесь способ расчета основан на многократном применении однородных операций, поэтому он исключительно хорошо сочетается с электронной вычислительной техникой. Однако получение ряда последовательных значений функции рассеяния является неприятной задачей и сопряжено с большими ошибками. Для увеличения скорости расчета и уменьшения вероятности ошибки была предложена аналоговая вычислительная машина, которая производит интегрирование в соответствии с формулой (25) (см. ⁶⁰). Используется сканирующее устройство, подобное изображеному на рис. 13, но с целью вместо синусоидального теста, поскольку объектом измерения является функция рассеяния. Выходной сигнал с фотоэлемента после усиления поступает в специальный потенциометр, где он умножается на коэффициент, изменяющийся по закону косинуса, что дает $\hat{A}(\xi) \cos 2\pi\nu\xi$; полученный сигнал далее поступает на интегрирующее устройство, представляющее собой мотор, скорость которого пропорциональна по данному напряжению; мотор соединен со счетчиком числа оборотов. Синус-преобразование определяется аналогичным образом.

Добавление при корректуре. В 1961 г. Комитетом международной комиссии по оптике (ICO) была рекомендована следующая терминология:

для $A^\#(\nu)$ — optical transfer function;
для $|A^\#(\nu)|$ — modulation transfer function;
для $\Phi(\nu)$ — phase transfer function (Перев.)

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. A. H. Layard, *Discoveries among the Ruins of Nineveh and Babylon*, Harper and Brothers, New York, 1859, стр. 166—167.
2. G. B. Airy, *Trans. Cambridge Philos. Soc.* 5, 283—290 (1835).
3. Lord Rayleigh, *Scientific Papers*, Vol. I, Cambridge University Press, 1899, стр. 420.
4. L. Foucault, *Ann. de l'Observatoire Imp. de Paris* 5, 197—237 (1859).
5. W. R. Dawes, *Mem. Roy. Astron. Soc.* 35, 137—162 (1867).
6. B. E. Mourashinski, *Phil. Mag.* 46, 29—49 (1923).
7. A. E. Conrady, *Applied Optics and Optical Design*, Vol. I, Oxford University Press, 1929, стр. 132—135.
8. K. Strehl, *Z. Instrument.* 16, 257—266 (1896).
9. R. W. Ditchburn, *Proc. Roy. Irish. Acad.* 39, 58—72 (1930).
10. E. W. H. Selwyn, *Proc. Phys. Soc. London* 55, 286—291 (1943).
11. C. M. Sparrow, *Astrophys. J.* 44, 76—86 (1916).
12. P. H. van Gittert, *Z. Phys.* 65, 547—563 (1930).
13. D. C. Stockbarger and L. Burrows, *Phys. Rev.* 37, 920—922 (1931).
14. F. T. O. Wadsworth, *Astrophys. J.* 3, 321—347 (1896).
15. C. E. K. Mees, *The Theory of the Photographic Process*, New York, 1954, стр. 1010—1024.
16. C. E. K. Mees, *Proc. Roy. Soc. A* 83, 10—18 (1909).
17. R. N. Hotchkiss, F. E. Washer and F. W. Rosberry, *J. Opt. Soc. Amer.* 41, 600—603 (1951).
18. C. Dupouy-Camet, *Rev. d'optique* 32, 454—474 (1953).
19. G. C. Higgins and L. A. Jones, *J. SMPTE* 58, 277—290 (1952); *PSA J. (Photo. Sci. and Tech.)* B19, 55—61 (1953).
20. G. C. Higgins and R. N. Wolfe, *J. Opt. Soc. Amer.* 45, 121—129 (1955).
21. K. F. Stultz and H. Zwieig, *J. Opt. Soc. Amer.* 47, 1053 (1957).
22. R. N. Wolfe and F. C. Eisen, *J. Opt. Soc. Amer.* 43, 914—922 (1953).
23. R. V. Shack, *J. Research National Bureau of Standards* 56, 245—260 (1956).
24. H. Geiger and K. Scheel, *Handb. d. Phys.*, Bd. 18. *Geometrische Optik*, Springer, Berlin, 1927, стр. 273.
25. R. E. Hopkins, H. Kerr, T. Lauroesh and V. Carpenter, *Optical Image Evaluation*, National Bureau of Standards Circular 526, Government Printing Office, Washington, 1954, Ch. 13.
26. R. L. Lamberts, G. C. Higgins and R. N. Wolfe, *J. Opt. Soc. Amer.* 48, 487—490 (1958).
27. R. L. Lamberts, *J. Opt. Soc. Amer.* 48, 490—495 (1958).
28. E. W. H. Selwyn, *Phot. J.* B88, 6—12 (1948).
29. O. H. Schade, *J. SMPTE* 58, 181—222 (1952).

30. O. H. Schade, Optical Image Evaluation, National Bureau of Standards Circular 526, Government Printing Office, Washington, 1954, Ch. 17.

31. O. H. Schade, J. SMPTE 67, 561—566 (1958).

32. W. Lukosz, Optik 14, 490—502 (1957).

33. G. C. Higgins and F. H. Perrin, Phot. Sci. and Engng. 2, 66—76 (1958).

34. E. Ingelstam, E. Djurle and B. Sjögren, J. Opt. Soc. Amer. 46, 707—714 (1956).

35. W. Herrriott, J. Opt. Soc. Amer. 37, 472—474 (1947).

36. N. S. Kapany and J. N. Pike, J. Opt. Soc. Amer. 46, 867—874 (1956).

37. R. Pinoir, Cours conferences, Fascicule 1397, Centre de perfectionnement technique, Maison de la chimie, Paris, 1945.

38. A. Eagle, Fourier's Theorem and Harmonic Analysis, Longmans, Green and Co., London, 1925, Ch. III.

39. P. Lacomme, Optica acta 5 (hors ser.), 263—265 (1958).

40. P. Lindberg, Optica acta 1, 80—89 (1954).

41. K. Rosenhauer and K. J. Rosenbruch, Optica acta 4, 21—30 (1957); Optica acta 6, 234—251 (1959).

42. K. G. Birch, Optica acta 5 (hors ser.), 271—273 (1958).

43. K. Sayanagi, J. Appl. Phys. (Japan) 27, 637—638 (1958); K. Murata, J. Appl. Phys. (Japan) 28, 276—284 (1959).

44. D. R. Herrriott, J. Opt. Soc. Amer. 48, 968—971 (1958).

45. E. Ingelstam, Phot. Kor. 95, 135—138 (1959).

46. A. Lohmann, Optik 14, 510—518 (1957).

47. L. O. Hendeberg, Ark. fys. 16, 417—456 (1960).

48. K. Hacking, Nature 181, 1158—1159 (1958).

49. L. R. Baker, Proc. Phys. Soc. (London) B68, 871—880 (1955).

50. D. Kelsall, Optica acta 5 (hors ser.), 266—270 (1958).

51. J. C. Vienot, Optica acta 5 (hors ser.), 279—282 (1958); Proc. Phys. Soc. (London) 72, 661—672 (1958).

52. M. Born and E. Wolf, The Principles of Optics, Pergamon Press, New York, 1959, str. 314—315.

53. R. C. Jones, J. Opt. Soc. Amer. 45, 799—808 (1955).

54. R. L. Lamberts, J. Opt. Soc. Amer. 49, 425—428 (1959).

55. L. O. Hendeberg, Ark. fys. 16, 457—468 (1960).

56. M. Herzberger, J. Opt. Soc. Amer. 47, 736—739 (1957).

57. M. Herzberger, J. Opt. Soc. Amer. 37, 485—493 (1947).

58. C. R. Straubel, Wied. Ann. 66, 346—349 (1898).

59. D. F. Carr, J. Phot. Sci. 6, 107—111 (1958).

60. J. Scheiner, Die Photographie der Gestirne, Leipzig, 1897, str. 218.

61. H. Frieser, Phot. Kor. 91, 69—77 (1955); 92, 51—60, 183—190 (1956).

62. R. L. Lamberts, частное сообщение.

63. H. Molitz, Phot. Kor. 95, 3—7, 19—28 (1959).

64. M. Herzberger, J. Opt. Soc. Amer. 47, 584—594 (1957).

65. J. A. Eyer, J. Opt. Soc. Amer. 48, 938—944 (1958).

66. K. Rosenhauer and K. J. Rosenbruch, Z. Instrument. 67, 179—185 (1959).

67. R. L. Lamberts, в работе²⁷.

68. R. M. Scott, Phot. Sci. and Engng. 3, 201—209 (1959).

69. J. M. Naish, Optica acta 6, 152—157 (1959).

Отечественная литература
по данному вопросу

1. А. Т. Ащевлов, Применение интеграла Фурье к изучению свойств оптического и фотографического изображений, Ж. науч. прикл. фот. и кинематогр. 4, № 6, 465 (1959); 5, № 2, 148 (1960).
2. А. Т. Ащевлов, Характеристики качества оптических и фотографических систем, Оптико-мех. пром., № 6, 1 (1960); № 7, 10 (1960).
3. Н. П. Ерез и др., Установка для измерения частотно-контрастной характеристики фотографических объективов, Оптико-мех. пром., № 11, 29 (1961).
4. Ю. К. Вифанский, Ю. Н. Гороховский (Н. Д. Хрулькова), Исследование способности фотографических материалов к воспроизведению малых элементов оптического изображения, Ж. науч. и прикл. фот. и кинематогр. 4, № 4, 276; № 5, 345 (1959); 5, № 1, 15 (1960).
5. Ю. К. Вифанский и Ю. Н. Гороховский, О численной оценке резкости фотографического изображения, Ж. науч. и прикл. фот. и кинематогр. 6, № 5, 382 (1961).

6. Г. А. Истомин, Функция контрастности безаберрационного объектива и свойства системы: реальный объектив — светочувствительный слой, Ж. науч. и прикл. фот. и кинематогр. 5, № 2, 146 (1960).
7. Г. А. Истомин, Разрешающая способность и резкость фотографического изображения, Техн. кино и телевид., № 2, 1 (1961).
8. Б. М. Корякин, Экспериментальное исследование распределения освещенности в оптическом изображении, Труды ГОИ 24, вып. 147 и 148, 74 (1957).
9. Л. П. Мороз, Изображение отдельных линейчатых объектов различной ширины и контраста с окружающим их полем совокупностью оптической системы и зернистого слоя, Опт. и спектр. 10, вып. 2, 249 (1961).
