

ОХЛАЖДЕНИЕ АДИАБАТИЧЕСКИМ РАЗМАГНИЧИВАНИЕМ
ЯДЕРНЫХ СПИНОВ*)

Н. Курти

Исследование низких температур примерно до 1°K стало возможным благодаря использованию сжиженных газов. Целью настоящей статьи является краткий обзор методики, используемой для работы в области более низких температур — примерно до 10^{-3}°K , а также описание некоторых выполненных недавно исследований, указывающих путь для аналогичного освоения новой области температур — до 10^{-6}°K .

Основной принцип получения низких температур может быть пояснен при помощи энтропийной диаграммы. На рис. 1 сплошной линией изображена температурная зависимость энтропии системы при постоянном значении $X=X_1$ некоторого внешнего параметра (например, давления, магнитного поля и т. д.). Здесь же приведен короткий отрезок аналогичной кривой для $X=X_2$.

Из рассмотрения рисунка становится ясным принцип получения низких температур. При исходной температуре T_i энтропию уменьшают путем изотермического изменения X от X_1 до X_2 . Затем система изолируется в тепловом отношении от окружающей среды и следующее за этим адиабатическое и обратимое (а значит изоэнтропическое) изменение X в обратном направлении приводит к охлаждению. Если значение X изменяется от X_2 до своего начального значения X_1 , то конечная температура T_f определяется пересечением горизонтальной изоэнтропической линии с кривой энтропии при $X=X_1$.

Как можно видеть из этого рассмотрения, для получения заметного охлаждения должны быть выполнены два условия. Во-первых, система должна обладать в своем исходном состоянии конечным значением энтропии и должна допускать значительное уменьшение энтропии путем изменения внешнего параметра. Во-вторых, эффект охлаждения, который можно получить при заданном начальном изотермическом уменьшении энтропии ΔS , зависит от формы кривой энтропии при $X=X_1$. В случае, когда эта кривая имеет значительный наклон (пунктирная линия на рис. 1), конечная температура T_f' оказывается значительно более высокой, чем T_f'' , достигаемая в случае «плоской» кривой энтропии (штрих-пунктирная

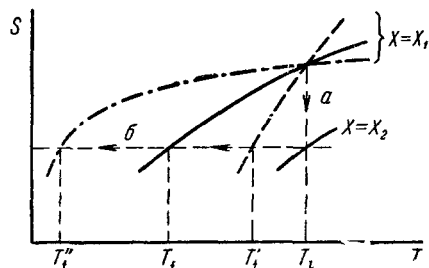


Рис. 1. Процесс охлаждения на диаграмме энтропия — температура. a — изотермическое изменение $X_1 \rightarrow X_2$; b — изоэнтропическое изменение $X_2 \rightarrow X_1$.

*) N. Kurti, Cooling by Adiabatic Demagnetization of Nuclear Spins, *Gryogenic* 1, № 1, 2 (1960). Перевод Р. А. Ченцова. См. также УФН 61, вып. 1, 45 (1957).

линия). Поскольку теплоемкость равна $T (dS/dT)$, мы можем сказать, что для достижения низких температур необходимо, чтобы теплоемкость системы при конечном значении (X_1) внешнего параметра была мала. Можно то же самое выразить иначе, сказав, что относительное понижение температуры дается выражением

$$\frac{\Delta T}{\bar{T}} = \frac{\Delta S}{\bar{C}},$$

где \bar{T} и \bar{C} представляют собой соответствующие средние значения температуры и теплоемкости.

Итак, для получения низких температур требуется выполнение двух существенных условий:

- 1) конечная энтропия, возможность понижения энтропии;
- 2) плоская кривая $S(T)$, т. е. малая теплоемкость при $X = X_1$ в широкой области температур.

Первое из этих условий довольно хорошо выполняется в случае газа, так как в этом случае можно легко получить заметное уменьшение энтропии путем сжатия. Второе условие также удовлетворено, если рассматривать только сам газ; однако оно не выполняется, если принять во внимание добавочную теплоемкость сосуда, в котором газ содержится. В этом случае, как можно показать, однократное выполнение процесса приводит лишь к небольшому понижению температуры, так что требуется ряд охлаждений с применением теплообменников. Лишь при достаточно низкой исходной температуре T_i , когда решеточная теплоемкость становится малой, можно использовать однократный процесс (или повторение его небольшое число раз) для охлаждения газов и для их сжижения. Именно такое положение имеет место, например, в случае экспансионного метода сжижения гелия Зимона.

Температура сжиженного газа может быть понижена дальше откачкой пара, но здесь существует практический предел, связанный с быстрым уменьшением давления пара. Для получения данной скорости охлаждения dT/dt жидкости или поглощения заданного потока тепла Q скорость испарения должна иметь определенное значение, равное

$$\frac{C}{\lambda} \frac{dT}{dt}, \text{ или } \frac{Q}{\lambda}$$

соответственно, где λ — теплота испарения жидкости, а C — теплоемкость охлаждаемой системы. Чем ниже давление пара, тем труднее получить нужную скорость испарения, так как требуемая скорость откачки возрастает обратно пропорционально давлению. Рассмотрим, например, гелий-3 (сжиженный легкий изотоп гелия He^3 .—*Ред.*) — жидкость, которая обладает самой низкой точкой кипения, т. е. самым высоким давлением пара, и, следовательно, является криогенной жидкостью, наиболее подходящей для получения низких температур. Принимая, что скорость откачки пара у поверхности жидкости равна 100 л/сек, находим, что скорость поглощения тепла при 0,3° К (давление пара $1,5 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст.) составляет $2 \cdot 10^{-4}$ вт. При 0,2° К она снижается до $2 \cdot 10^{-6}$ вт и при 0,15° К до 10^{-8} вт. Иными словами, мы находим, что при 0,2° К скорость охлаждения 1 см³ жидкого гелия-3 примерно равна $3 \cdot 10^{-5}$ град/сек; следовательно, на охлаждение 1 см³ жидкости на 0,01° требуется время порядка 1 часа.

Из сказанного ясно, что даже при использовании жидкого гелия-3 низший предел охлаждения практически лежит около 0,3° К. К счастью, именно тогда, когда сжиженные газы с точки зрения получения очень низких температур становятся бесполезными, их место занимает другая группа веществ, а именно парамагнитные соли, для которых выполнены оба указанных выше существенных условия. В идеальном парамагнетике

энергия взаимодействия между элементарными магнетиками по определению исчезающе мала. Поэтому в отсутствие внешнего магнитного поля все $2J+1$ возможные ориентации элементарных магнетиков (имеющих момент количества движения, равный J) энергетически эквивалентны, и энтропия такой системы равна

$$R \ln(2J+1).$$

Кроме того, эта энтропия может быть заметно понижена путем наложения магнитного поля не очень большой напряженности. В магнитном поле H $(2J+1)$ -кратно вырожденный уровень расщепляется на $2J+1$ эквидистантных уровней, отстоящих друг от друга на расстояние $g\beta H$; где g — спектроскопический фактор расщепления, β — боровский магнетон электрона. В поле напряженностью 10 кэс эта разность энергий составляет приблизительно $k \cdot 1^\circ \text{ К}$ (k — постоянная Больцмана. — *Ред.*). Поэтому при 1° К и $H=10$ кэс будут заняты преимущественно более низкие энергетические уровни (согласно распределению Больцмана) и соответственно энтропия заметно уменьшится.

Второе условие также выполняется для этих веществ. Энтропия элементарных магнетиков в поле, равном нулю, не зависит от температуры (по крайней мере, в первом приближении), и соответствующая теплоемкость равна нулю. С другой стороны, энтропия и теплоемкость, связанные с колебаниями решетки, ничтожно малы по сравнению с возможным понижением энтропии. Именно осознание того факта, что оба эти условия удовлетворяются для большой группы парамагнитных солей, привело Дебая¹ и независимо от него Джиока² к предложению применить изоэнтропическое размагничивание парамагнитных солей для получения очень низких температур. При известной зависимости энтропии в магнитном поле, равном нулю, от температуры и известной энтропии намагничивания при исходной температуре можно методом, поясненным на рис. 1, предсказать конечную температуру, которая может быть достигнута таким путем.

Изменения температуры, получающиеся в результате изоэнтропического уменьшения магнитного поля, могут быть рассчитаны термодинамическими либо статистическими методами (точно так же, как в случае идеального газа). Таким путем для строго идеальной парамагнитной соли с ничтожно малой теплоемкостью получается простое соотношение

$$T_j = H_j \frac{T_i}{H_i}, \quad (1)$$

в котором индексы i и j относятся к начальному и конечному состояниям соответственно. Простой метод внесения поправки на отклонение соли от идеального поведения состоит в описании энергии взаимодействия при помощи внутреннего поля h . В этом случае соотношение (1) принимает вид

$$T_j = \sqrt{H_j^2 + h^2} \frac{T_i}{H_i}. \quad (2)$$

(Эта формула является приближенной и справедлива лишь при температурах, при которых отклонения от идеального поведения невелики, иными словами, когда энтропия в поле, равном нулю, не отличается заметно от идеального значения $R \ln(2J+1)$. В этом случае мы можем написать

$$S_i = R \ln(2J+1) - \frac{a}{2} \frac{1}{T_i^2} - \frac{\lambda}{2} \left(\frac{H_i}{T_i} \right)^2,$$

$$S_j = R \ln(2J+1) - \frac{a}{2} \frac{1}{T_j^2} - \frac{\lambda}{2} \left(\frac{H_j}{T_j} \right)^2,$$

где λ — постоянная в законе Кюри. Поскольку $S_i = S_j$, имеем

$$T_j = \frac{\sqrt{a/\lambda + H_j^2}}{\sqrt{a/\lambda + H_i^2}} T_i = \sqrt{\frac{h^2 + H_j^2}{h^2 + H_i^2}} \frac{T_i}{H_i},$$

так как в большинстве случаев, представляющих практический интерес, $h \ll H_i$. Более строгий вывод этого соотношения дан Абрагамом и Проктором³.)

В случае размагничивания до поля, равного нулю ($H_j = 0$), равенство (2) приобретает вид

$$T_j = h \frac{T_i}{H_i}. \quad (3)$$

Мы видим, что конечная температура простым образом зависит от начальной температуры, начального поля и h . Следовательно, она зависит от энергии взаимодействия.

Благодаря использованию парамагнитных солей с малыми значениями h температуры вплоть примерно до 10^{-3}°K стали обычными во многих криогенных лабораториях. Здесь неуместно детальное описание различных экспериментальных методов, используемых при работе в этой области температур. Имеется ряд полных и современных обзоров на эту тему⁴⁻⁸. Однако представляется целесообразным отметить одно фундаментальное отличие такой системы элементарных магнетиков, или спинов, от других, более обычных криогенных систем. Обычно имеют дело с системами, энергетический спектр которых не ограничен сверху. Такие системы обладают хорошо известным свойством: при достаточно высоких температурах, когда квантовые эффекты становятся относительно пренебрежимо малыми, действует закон равнораспределения энергии, и энергия такой системы с ростом температуры бесконечно возрастает. В системе спинов энергетический спектр имеет верхнюю границу и закон равнораспределения энергии не имеет места; теплоемкость такой системы приближается к нулю при стремлении температуры к бесконечности. Это ведет к интересному следствию: требуется конечная энергия для нагрева системы до бесконечной температуры, характеризуемой равномерным распределением частиц по всем энергетическим уровням. Если, далее, заставить такую систему поглотить энергию, большую требуемой для доведения системы до бесконечно высокой температуры, возникает преимущественная заселенность верхних энергетических уровней — состояние, которое может быть описано как соответствующее отрицательной абсолютной температуре. Такие отрицательные температуры, относящиеся к истинным равновесным состояниям, были реализованы с ядерными спинами⁹, которые ввиду их очень слабой связи с окружающей средой могут рассматриваться как образующие систему с ограниченным энергетическим спектром. При этом описании возникновения отрицательных температур в результате поглощения избытка энергии ясно вырисовывается существенная особенность этих температур: они достигаются прохождением системы через бесконечно высокие температуры, а не через абсолютный нуль, который остается недостижимой особой точкой температурной шкалы.

ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ МЕТОДА ЯДЕРНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Соотношение (3) показывает, что для получения очень низких температур важно иметь малое значение энергии взаимодействия. Однако этим проблема не исчерпывается. Существует одно неустранимое взаимодействие, а именно взаимодействие между спинами, и это взаимодействие приводит

к кооперативному упорядочиванию системы при $kT \approx \mu h$, где μ — элементарный магнитный момент. Это упорядочивание сопровождается резким уменьшением энтропии (и пиком теплоемкости), определяющим предельное значение температур, которые могут быть достигнуты методом размагничивания. Этот предел дается выражением

$$T_{\text{lim}} = \frac{\mu h}{k}.$$

Если указанное взаимодействие является дипольным, то

$$h \approx \frac{\mu}{r^3},$$

где r — расстояние между двумя соседними диполями, и мы получаем

$$T_{\text{lim}} = \frac{\mu^2}{kr^3}.$$

Один из путей понижения T_{lim} состоит в увеличении r , например замещением парамагнитных ионов изоморфными диамагнитными ионами. Но для получения тысячекратного уменьшения T_{lim} потребовалось бы тысячекратное магнитное разбавление, а при этом и максимальное возможное изменение энтропии ΔS при заданном объеме системы также уменьшилось бы в то же число раз. Поскольку охлаждающая способность такой системы, т. е. количество тепла, которое может быть поглощено ею после размагничивания, грубо говоря, равно $T_i \Delta S$, нужно стремиться сохранять как можно более высокое значение ΔS .

По этой причине предпочтительнее уменьшать μ . Это можно сделать, используя «ядерное» парамагнитное вещество, в котором намагниченность обусловлена ядерными магнитными моментами^{10, 11}, по величине примерно в 1000 раз меньшими электронных магнитных моментов обычных парамагнетиков. Однако малость ядерного магнитного момента приводит к одной трудности: для удовлетворения условия $g\beta_n H \approx kT$ (где β_n — ядерный магнетон Бора) необходимы значения H_i/T_i , в тысячу раз большие, чем в случае «электронных» парамагнитных веществ. Даже при 0,01°K для получения уменьшения энтропии, равного всего нескольким процентам полной ядерной энтропии $R \ln (2I+1)$ (где I — спин ядра), здесь требуются поля порядка 50 *kgauss*. Таким образом, исходная температура должна составлять примерно 0,01°K и ядерному размагничиванию должно предшествовать понижение температуры в результате обычного размагничивания парамагнитной соли.

Общий обзор условий, которые должны быть выполнены для успешного осуществления ядерного охлаждения, был дан Зимоном¹². В настоящей работе, не повторяя его рассмотрения, мы даем более детальное, чем раньше, описание реальных экспериментов, выполненных в последние годы в Кларендонской лаборатории^{13, 14} (Оксфордского университета в Англии. — *Ред.*).

Наиболее важное требование состоит в том, чтобы иметь возможность достаточно быстро передать теплоту намагничивания ядерных спинов в «тепловой сток» при температуре 0,01°K, образованный парамагнитной солью, охлажденной адиабатическим размагничиванием. Двумя основными тепловыми сопротивлениями при этой передаче энергии являются сопротивление между системой ядерных спинов и ее собственной кристаллической решеткой и сопротивление между этой кристаллической решеткой и парамагнитной солью. Что касается первого из них, хорошо известно, что в кристаллах диэлектриков время релаксации системы ядерные спины — решетка при низких температурах становится очень большим и при

10^{-2} °K может достигнуть значений, измеряемых днями и неделями. С другой стороны, в металле ядерные спины могут сравнительно быстро отдать свою энергию электронам проводимости, а те в свою очередь могут передать ее решетке. Эта передача энергии осуществляется путем процесса (рассмотренного Корринга ¹⁵), в котором изменение ориентации ядерного спина сопровождается равным и противоположным изменением ориентации спина электрона проводимости, находящегося у верхней границы распределения Ферми. Момент количества движения при этом процессе сохраняется, а небольшое изменение магнитной энергии $g\beta_n H$ ядерного спина может превратиться в кинетическую энергию электрона проводимости, так как состояния вблизи уровня Ферми заняты не полностью. Число неспаренных электронов проводимости пропорционально T ; вероятность перехода с перебросом спина имеет ту же температурную зависимость, и таким образом, время релаксации оказывается обратно пропорциональным T . Эти времена релаксации при 1° K — порядка секунды ¹⁵, и следовательно, даже при $0,01^\circ$ K время намагничивания ядер, поскольку рассматривается данный процесс, будет порядка минут.

Проделано немало работ, посвященных созданию теплового контакта между металлом и парамагнитной солью при очень низких температурах ^{16, 17, 18}. Метод, который представлялся особенно подходящим для описываемого нами исследования, связан с использованием низкотемпературного стекла в качестве связывающего агента. Образец парамагнитной соли состоит из вязкой массы, изготовленной из порошкообразных хромовокалиевых квасцов, образующих взвесь в смеси примерно равных объемов насыщенного водного раствора той же соли и глицерина. Металлический теплопровод между этой «парамагнитной ступенью» и «ядерной ступенью» (а они должны отстоять друг от друга на 15—20 см, чтобы рассеянное поле, возникающее при намагничивании системы ядер, не действовало на парамагнитную ступень) погружен в эту смесь. При охлаждении вязкая масса превращается в стекло без каких-либо скачкообразных изменений объема, и эксперименты, проведенные как в Лейдене, так и в Оксфорде, показали, что полученный этим способом тепловой контакт остается достаточно хорошим вплоть до $0,01^\circ$ K. Для вычисления скорости теплообмена между этим теплопроводом и солью оказалась полезной следующая эмпирическая формула:

$$Q = 10^3 A (T_1^3 - T_2^3) \text{ эрг/сек}, \quad (4)$$

где T_1 и T_2 — температуры двух граничащих сред у поверхности раздела и A — макроскопическая площадь контакта в см^2 . Нельзя сказать, чтобы это соотношение обладало большой точностью, однако оно во всяком случае дает правильный порядок величины (оно верно с точностью до множителя, равного 2 или 3). Пользуясь этой формулой, мы можем рассчитать площадь контакта, которая необходима для отведения теплоты намагничивания ядер за разумное время, скажем, за 1 час, при максимальном используемом поле. Примем $T_1 = 0,012^\circ$ K (температура кооперативной аномалии в хромовокалиевых квасцах), $H_i = 30 \text{ кгаусс}$ и допустим, что в качестве ядерной ступени взяты 20 г $\left(\frac{1}{3} \text{ грамм-атома}\right)$ меди. Теплота намагничивания равна

$$Q_m = T_i \Delta S = \frac{1}{3} T_i \frac{\lambda}{2} \left(\frac{H_i}{T_i} \right)^2,$$

где $\lambda = 3,2 \cdot 10^{-7}$ — ядерная константа Кюри (на грамм-атом). Для приведенных численных величин находим значение $Q_m = 4000 \text{ эрг}$. Формула (4) дает в этом случае для необходимой площади контакта значение $\sim 1000 \text{ см}^2$; такая площадь может быть получена при помощи пучка из 2000 медных

проволок диаметром 0,1 мм, отрезки которых длиной 15 см погружены в парамагнитную ступень. Нижняя часть этого температуропровода служит ядерной ступенью. Такой образец имеет то дополнительное преимущество, что в нем значительно уменьшено тепловыделение, связанное с токами Фуко.

Как показано выше, для эффективного охлаждения требуется, чтобы кривая температурной зависимости энтропии при $H=0$ была плоской в широкой области температур. На рис. 2 показаны основные составные части энтропии металла, ядра которого обладают спином. Мы видим, что энтропия ядер, имеющая при высоких температурах (практически выше 10^4 °K) постоянное значение, равное $R \ln(2J+1)$, удовлетворяет указанному выше условию. На ядерную энтропию накладывается энтропия электронов проводимости, линейно возрастающая с ростом температуры. (Диаграмма нарисована без соблюдения масштаба и имеет чисто иллюстративное значение.) Что касается энтропии решетки, то ее величина совершенно незначительна в сравнении с энтропией электронов проводимости при температурах ниже 1°K .

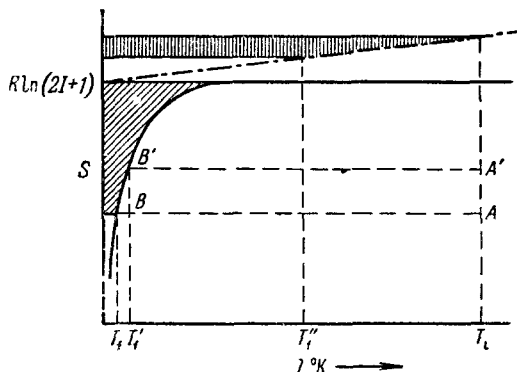


Рис. 2. Относительная роль ядерных спинов и электронов проводимости при ядерном охлаждении.

—— ядерные спины; - - - электроны проводимости

Мы должны различать два случая, соответствующих наличию либо отсутствию теплового равновесия между ядерными спинами и электронами проводимости в процессе размагничивания. Мы будем сравнивать температуры, достигаемые в этих двух случаях, с температурой T_f , которая была бы достигнута (изоэнтропическая линия AB), если бы мы имели дело с системой ядерных спинов, взятой сама по себе. Рассмотрим сначала случай, когда имеется равновесие (обратимый и, следовательно, изоэнтропический процесс). Теперь нашей исходной точкой является A' ; расстояние AA' равно энтропии электронов проводимости при T_i . Поскольку процесс изоэнтропический, конечная температура T_f' снова дается пересечением соответствующей горизонтальной линии ($A'B'$) с кривой энтропии для $H=0$.

Положение оказывается иным во втором случае, когда в процессе размагничивания равенство температур ядерных спинов и электронов проводимости отсутствует. Рассмотрим крайний случай столь слабой связи между обеими этими системами, когда температура электронов проводимости совершенно не изменяется при размагничивании, так что температура ядерных спинов достигает T_f . Далее, с течением времени, будет происходить обмен энергией между обеими системами; равновесие установится при температуре, при которой полное количество тепла Q , полученное системой ядерных спинов, будет равно количеству тепла, отданному электронами проводимости. Вспоминая, что

$$Q = \int T dS,$$

находим, что конечная температура T_f'' , достигаемая при этом процессе, определяется равенством двух по-разному заштрихованных областей на

рис. 2. Отсюда видно, что необратимые процессы приводят к значительно более плохим результатам, чем обратимый процесс.

Для каждого из рассмотренных случаев можно провести расчет, определяющий условия, при выполнении которых наличие электронов проводимости оказывает лишь незначительное влияние на конечную температуру, достигаемую при ядерном размагничивании. Для обратимого процесса $S_i = S_f$, причем

$$S_i = R \ln(2J + 1) - \frac{\lambda}{2} \left(\frac{H_i}{T_i} \right)^2 - \gamma T_i$$

и

$$S_f = R \ln(2J + 1) - \frac{\lambda}{2} \left(\frac{h}{T_f} \right)^2$$

(где λ — константа Кюри для системы ядер, γT_i — электронная теплоемкость и h — локальное внутреннее поле), поскольку во всех случаях, имеющих практический интерес, $T_f \ll T_i$ и $h \ll H_i$. Вспоминая, что T_f — температура, которая была бы достигнута одной системой ядерных спинов, — дается выражением

$$T_f = \frac{h T_i}{H_i},$$

находим

$$1 - \frac{T_i^2}{(T_f')^2} = 2 \frac{\gamma}{\lambda} \frac{T_i^3}{H_i^2}; \quad (5)$$

подставляя численные значения для Cu ($\gamma = 7,5 \cdot 10^3$ эрг·град⁻²·г·атом⁻¹ и $\lambda = 3,2 \cdot 10^{-7}$ г·атом⁻¹),

$$1 - \frac{T_i^2}{(T_f')^2} = 4,7 \cdot 10^{10} \frac{T_i^3}{H_i^2}. \quad (5a)$$

Уравнением (5) определяются пары значений T_i , H_i , приводящие к значениям T_f' , превосходящим значения T_f не более чем в определенное число раз. На рис. 3 показаны две линии T_i , H_i , соответствующие $T_i/T_f' = 0,9$ и $T_f'/T_f = 0,5$; лишь значения T_i , H_i , лежащие ниже этих ли-

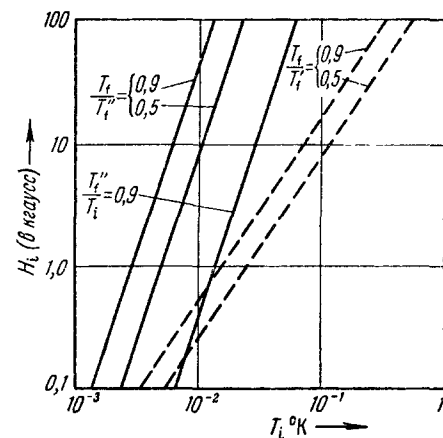


Рис. 3. Влияние электронов проводимости на конечную температуру, достигаемую при ядерном размагничивании меди.

Линии показывают предельные значения H_i и T_i для заданных отклонений действительных конечных температур (T_f' и T_f'') от конечных температур, которые были бы достигнуты в отсутствие электронов проводимости. — необратимое размагничивание, --- обратимое размагничивание.

ний, удовлетворяют поставленным условиям. Мы видим, что в этом, обратимом, случае можно выполнять ядерные размагничивания, исходя из большой области значений начальных T_i и H_i , причем наличие электронов проводимости не скажется заметно на результатах.

Теперь рассмотрим второй случай — случай необратимого процесса. Теперь конечная температура T_f'' определяется условием

$$\int_{T_f''}^{T_i} C_n dT = \int_{T_f''}^{T_i} C_e dT,$$

где

$$C_n = \lambda \frac{h^2}{T^2}$$

и $C_e = \gamma T$. Делая те же упрощающие предположения, что и раньше, получаем

$$1 - \frac{T_f}{T_f''} = \frac{\gamma}{2\lambda h} \frac{T_f^3}{H_i} = 3,9 \cdot 10^9 \frac{T_f^3}{H_i} \quad (6)$$

(при $h = 3$ эс — значение, найденное для меди¹⁴).

Как можно видеть на рис. 3, электроны проводимости в этом случае оказывают сильное влияние; линии $T_f/T_f'' = 0,9$ и $T_f/T_f'' = 0,5$ ограничивают весьма небольшую область допустимых значений T_f , H_i . Третья линия, также относящаяся к необратимому случаю, соответствует $T_f''/T_i = 0,9$ и определяет предельные условия, при которых еще возможно проведение экспериментов по ядерному размагничиванию с медью в случае слабой связи между ядерными спинами и электронами проводимости.

Приведенные выше расчеты показывают, что влияние теплоемкости электронов проводимости является ничтожно малым в случае обратимого процесса и не является таковым в случае процесса необратимого. Следующий вопрос, который мы должны обсудить, как раз и состоит в выяснении того, имеется ли равновесие между системой ядерных спинов и электронами проводимости в ходе размагничивания в условиях реального эксперимента. В простейшем случае $I = 1/2$ (две возможные ориентации ядерного спина с различием энергий, равным u , обозначаемые далее «+» и «-») приближение к равновесию между ядерными спинами и окружающей средой описывается уравнением

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{\tau} (n - n_0), \quad (7)$$

где $n = N_+ - N_-$ — разность чисел ядер в обоих состояниях, а n_0 — распределение, соответствующее тепловому равновесию с «температурной ванной», т. е. с электронами проводимости при температуре T_0 . Связь между временем релаксации τ и вероятностями переходов с «перебрасыванием» спина ядра дается соотношением

$$\frac{1}{\tau} = 2\omega \operatorname{ch} \frac{u}{kT_0}.$$

Здесь

$$\omega = \omega \exp\left(-\frac{u}{kT_0}\right)$$

и

$$\omega_- = \omega \exp\left(\frac{u}{kT_0}\right)$$

— вероятности переходов $(+ \rightarrow -)$ и $(- \rightarrow +)$ соответственно. В большинстве практически интересных случаев $u/kT_0 \ll 1$ и τ не зависит от расстояния между уровнями; однако, как упоминалось выше, τ зависит от температуры электронов проводимости.

Пользуясь n , мы можем определить температуру ядерных спинов T^{20} . При $u/kT \ll 1$ значения $n \sim 1/T$ и уравнение (7) может быть записано в виде

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{\tau} \left(1 - \frac{T}{T_e}\right), \quad (8)$$

где T_e — температура электронов проводимости. Тогда для скорости передачи тепла от электронов проводимости к ядерным спинам можно написать

$$\frac{dQ}{dt} = C_n \frac{dT}{dt} = \lambda \left(\frac{H}{T}\right)^2 \frac{T}{\tau} \left(1 - \frac{T}{T_e}\right) \quad (9)$$

(где $C_n = \lambda(H/T)^2$ — теплоемкость ядерных спинов в магнитном поле H). С другой стороны,

$$\frac{dQ}{dt} = -\gamma T_e \frac{dT_e}{dt},$$

где γT_e — теплоемкость электронов проводимости. Вспоминая, что $\gamma T_e = \alpha$ (постоянная величина), получаем

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma} \left(\frac{H}{T} \right)^2 \frac{1}{\alpha} \frac{T}{T_e} (T_e - T). \quad (10)$$

Теперь нам нужно вычислить значение (T/T_e) ($T_e - T$), при котором скорость охлаждения dT_e/dt электронов проводимости примерно равна скорости охлаждения ядерных спинов, вызванного размагничиванием. Предположим, что поле уменьшается с постоянной скоростью $dH/dt = -\beta$. Тогда для системы ядерных спинов (взятой без электронов проводимости)

$$\frac{T}{H} = \frac{T_i}{H_i},$$

и, следовательно,

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{T_i}{H_i} \beta.$$

Приравнявая это выражение правой части уравнения (10), находим

$$\frac{T}{T_e} (T_e - T) = \frac{\gamma}{\lambda} \alpha \beta \left(\frac{T}{H} \right)^2 \frac{T_i}{H_i} \approx \frac{\gamma}{\lambda} \alpha \beta \left(\frac{T_i}{H_i} \right)^3. \quad (11)$$

Подставляя численные значения ($\alpha = 1$ сек·град, $\beta = 10^3$ гс/сек), мы находим для $T_i = 1,2 \cdot 10^{-2}$ К и $H_i = 10^4$ гс

$$T_e - T = 4 \cdot 10^{-5} \text{ К}.$$

Иными словами, пока не будет достигнута температура примерно в $4 \cdot 10^{-4}$ К, различие между температурами электронов проводимости и ядерных спинов не будет превосходить 10%. Таким образом, оказывается оправданным предположение о том, что T/H остается постоянным в продолжение большей части размагничивания. Правда, в заключительной стадии размагничивания, когда температура ядерных спинов падает от $4 \cdot 10^{-4}$ К до

$$T_f = h \frac{T_i}{H_i} = 3 \frac{1,2 \cdot 10^{-2}}{10^4} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ К},$$

электроны проводимости отстают в своем охлаждении от ядерных спинов. Однако, как можно видеть из рассмотрения рис. 3, при этих температурах даже необратимое охлаждение электронов проводимости может дать лишь ничтожно малый эффект.

Можно также показать, что указанное запаздывание в конце размагничивания будет продолжаться лишь время порядка секунд. В уравнении (8) примем температуру ядерных спинов T за постоянную величину, равную $3,6 \cdot 10^{-6}$ К, и положим $H = h = 3,0$ гс. Поскольку $T_e \gg T$ (за исключением самого конца процесса), мы получим постоянную скорость охлаждения электронов проводимости, величина которой дается выражением

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{\lambda}{\gamma} \frac{h^2}{T} \frac{1}{\alpha} = -10^{-4} \text{ град/сек}. \quad (12)$$

(Примечание. Первое детальное рассмотрение вопроса об установлении равновесия в эксперименте по ядерному охлаждению принадлежит Кигелю²¹. Его расчеты базировались на ранних экспериментах Курти и др.¹³, в которых была получена значительно более высокая величина h (25 гс), чем в настоящей работе. Хотя численные значения, полученные

Киттелем, должны быть изменены в связи с данными настоящей работы, его основное соображение остается справедливым. Несмотря на малую вероятность перехода для релаксационного процесса, рассмотренного Корринга, при очень низких температурах (10^{-6} сек^{-1} при 10^{-6}°K), электроны проводимости могут участвовать в процессе охлаждения ядер. Физическое объяснение состоит в том, что хотя вероятность переброса и мала, лишь очень небольшое число этих перебросов необходимо для того, чтобы охладить электроны проводимости.)

До сих пор мы все время предполагали, что непосредственно перед размагничиванием тепловой контакт с электронной

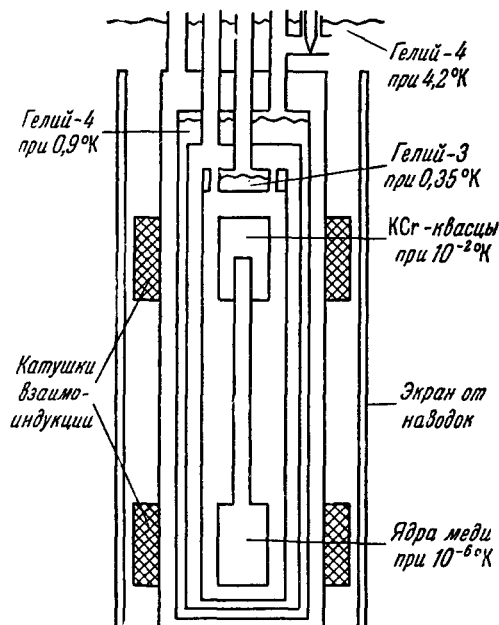


Рис. 4. Схематический разрез криостата для ядерного размагничивания.

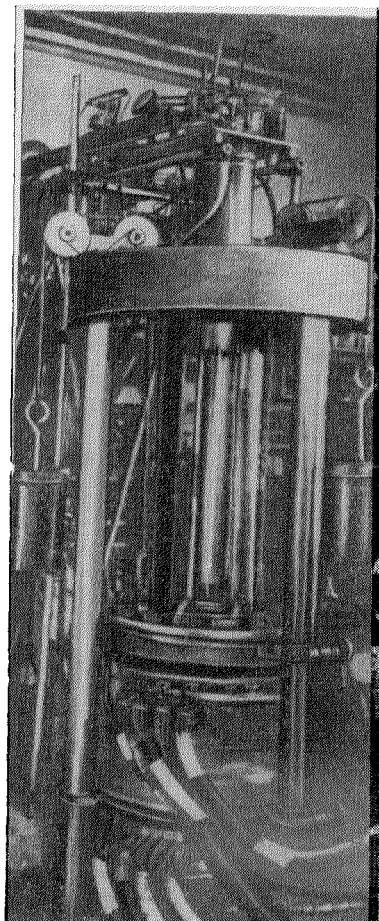


Рис. 5. Вид прибора для ядерного охлаждения.

Ниже металлического джара, в котором помещается криостат, виден мощный соленоид с водяным охлаждением.

ступенью разрывается, так что вся ядерная ступень в целом, т. е. ядерные спины, электроны проводимости и решетка, оказывается теплоизолированной. Это можно было бы осуществить при помощи сверхпроводящего теплового ключа, однако различные экспериментальные трудности не позволили пока применить это устройство, и все эксперименты, выполненные до настоящего времени, были проведены без теплового ключа. Выполнение экспериментов по ядерному размагничиванию в подобных условиях может показаться бессмыслицей, однако наличие двух указанных выше тепловых сопротивлений: связанного с релаксацией в системе спин ядра — электроны проводимости и связанного с передачей тепла от меди к парамагнитной соли — дает основание для предположения о том, что эффект охлаждения будет иметь место.

Как упоминалось выше, типичный образец, используемый в экспериментах по ядерному охлаждению, состоит из связки изолированных медных проволок длиной примерно 35 см, нижняя часть которых образует ядерную ступень, а верхняя часть погружена в хромовокалиевые квасцы (электронная ступень). Этот образец подвешивается в вакуумной рубашке, стенки которой имеют достаточно низкую температуру ($< 0,35^\circ \text{K}$), чтобы сделать ничтожно малым теплоподвод, связанный с газом. Катушки взаимной индукции, окружающие электронную ступень и ядерную ступень, позволяют производить измерение восприимчивостей обеих ступеней и, следовательно, их температур.

Прибор, который использовался в первых экспериментах¹³, обладал двумя главными недостатками. Восприимчивость ядер измерялась баллистическим методом; таким образом, непрерывная запись процесса отогрева ядерной ступени (который был довольно быстрым) была невозможна, и это затрудняло анализ результатов. Вторая трудность была связана с использованием цилиндра из марганцевоаммониевого сульфата, который служил для охлаждения экрана, окружавшего ядерную ступень, примерно до $0,1^\circ \text{K}$. Поскольку этот цилиндр находился на одной высоте с электронной ступенью и был концентричен с нею, невозможно было определить сколько-нибудь точно температуру электронной ступени и, следовательно, T_i .

С целью устранения этих недостатков был построен новый прибор²², в котором используются экран, охлаждаемый жидким гелием-3, и мост взаимной индукции переменного тока, позволяющий вести непрерывное измерение восприимчивости ядер, начиная примерно с 2 сек после размагничивания. Прибор изображен схематически на рис. 4, а на рис. 5 приведена фотография криостата и соленоида, служивших для намагничивания.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Теперь мы кратко опишем некоторые результаты, полученные с новым прибором. Сначала была произведена серия размагничиваний, начинавшихся каждый раз от той же самой исходной температуры

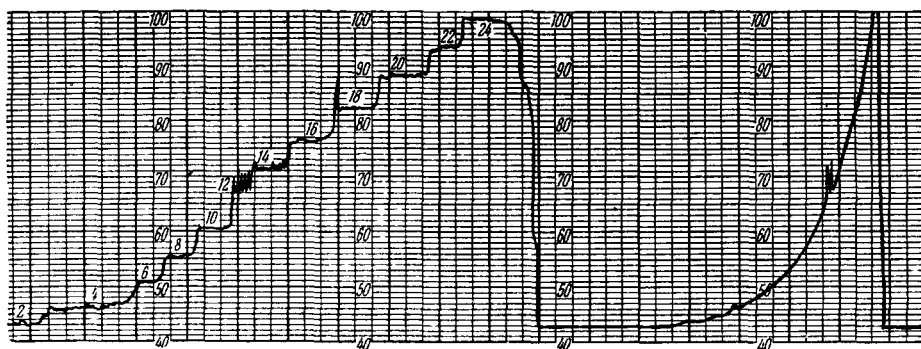


Рис. 6. График записи показаний магнитного термометра.

Справа — восприимчивость ядер после размагничивания; слева — калибровка моста при помощи изменяемой самоиндукции. Малое деление соответствует 5 сек.

$T_i = 0,12^\circ \text{K}$, но от различных полей в интервале 3—30 кэс. На рис. 6 приведена автоматическая запись ядерной восприимчивости после типичного размагничивания.

Мост взаимной индукции уравнивался при начальной температуре, и чувствительность усилителя устанавливалась таким образом, чтобы наименьшая температура (максимальная восприимчивость) соответствовала отклонению приблизительно на полную шкалу. Сразу после отогрева ядерной ступени до исходной температуры (на это обычно уходило около 90 сек) производилась калибровка прибора путем изменения взаимной индукции на известные величины. Затем по записанным кривым отогрева отсчитывались значения времени, соответствующие целым значениям взаимной индукции, и строился график отогрева в полулогарифмическом масштабе, как показано на рис. 7. Поскольку взаимная индукция пропорциональна восприимчивости ядер, этот график по существу дает $n = N_+ - N_-$, или $1/T$, в зависимости от времени. Если ход отогрева определяется процессом релаксации в системе «спины ядер — электроны проводимости», причем последние находятся при постоянной температуре, заданной температурой электронной ступени ($T_e \gg T$), то можно ожидать в соответствии с уравнением (8), что такие графики будут представлять собой прямые линии, параллельные друг другу. Мы видим, что эти линии действительно почти параллельны, но слегка искривлены.

Для доказательства того, что в процессе отогрева электроны проводимости находятся в тепловом контакте не со спинами ядер, а с электронной ступенью, был проведен следующий простой эксперимент. Спустя примерно 10 сек после размагничивания, т. е. когда ход кривой отогрева ясно определялся, ядерная ступень была подвергнута кратковременному (в течение нескольких секунд) облучению γ -лучами такой интенсивности, чтобы вызвать в образце выделение тепла в количестве примерно 10 эрг. Если бы решетка и электроны проводимости находились в тепловом равновесии с ядерными спинами, температура ядерных спинов должна была бы внезапно подняться до температуры электронной ступени, поскольку теплоемкость ядерной ступени между 10^{-6} и 10^{-2}°K составляет всего 4 эрг. Однако в эксперименте график записи совершенно не изменился. Это показывает, что вся энергия, выделившаяся при поглощении γ -лучей, ушла в электронную ступень без заметного повышения температуры даже электронов проводимости. Поскольку время релаксации системы «спин ядра — электроны проводимости» пропорционально $1/T$, повышение температуры электронов проводимости привело бы к увеличению наклона кривой отогрева.

Ряд размагничиваний был проведен с электронной ступенью (и, следовательно, с электронами проводимости) при более высоких температурах. Результаты этих экспериментов были использованы для определения температурной зависимости времени релаксации. Полученные данные приведены на рис. 8, из которого видно, что температурная зависимость времени

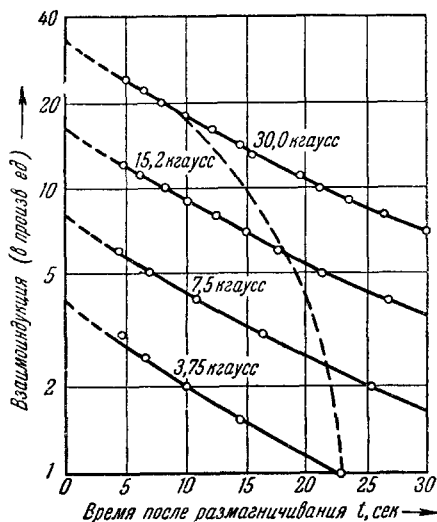


Рис. 7. Восприимчивость ядер (в произв. ед.) в зависимости от времени, прошедшего после размагничивания от $0,012^\circ \text{K}$, и указанных значений поля.

Пунктирной линией показан ход кривой, которого следовало бы ожидать, если бы процесс отогрева определялся тепловым сопротивлением между парамагнитной солью и образцом меди.

релаксации не далека от предсказанной. Прямая линия дает $\tau T = 0,4 \text{ сек} \cdot \text{град}$, что хорошо согласуется со значением $\tau T = 0,45 \text{ сек} \cdot \text{град}$, найденным Андерсоном и Редфилдом¹⁶ в области температур жидкого гелия в слабых полях. Следует отметить, что, как показано этими авторами, время релаксации возрастает примерно в 2,5 раза при изменении поля от 1 до 100 гс и достигает в области более сильных полей значения $\tau T = 1,1 \text{ сек} \cdot \text{град}$.

На рис. 9 приведены конечные температуры, полученные при размагничивании от $0,012^\circ \text{ К}$ и различных полей. Результаты согласуются с соотношением (3). Из величины наклона прямой находим $h = 3,1 \text{ гс}$ в хорошем согласии с предсказаниями различных теорий взаимодействия между спинами ядер в металлах и с результатами экспериментов по ядерному резонансу. Разумеется, ядерное охлаждение представляет собой довольно

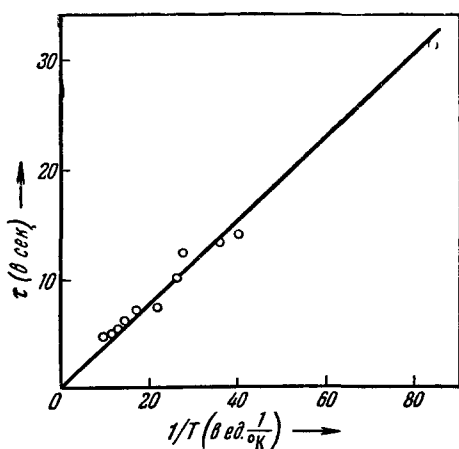


Рис. 8. Время релаксации в зависимости от обратной температуры электронов проводимости.

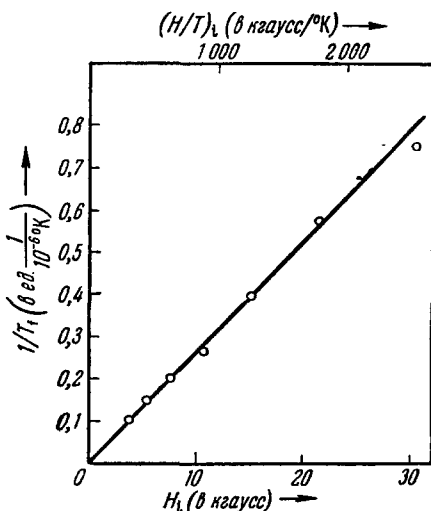


Рис. 9. Температуры, полученные в результате ядерного размагничивания различных полей от $0,012^\circ \text{ К}$.

громоздкий метод определения h ; однако, когда появится возможность использовать значения H_i/T_i , в 3 или 4 раза большие, чем использовавшиеся до сих пор, по-видимому, будут достигнуты температуры, лежащие ниже температуры кооперативного упорядочивания ядерных спинов, и, возможно, будет получен ответ на вопрос о том, каким образом упорядочиваются ядерные спины: по типу упорядочивания в ферромагнетике или по типу антиферромагнетика.

Наконец, следует рассмотреть одно возможное сомнение в ценности полученных результатов. Поскольку мы не использовали никакого теплового ключа, ядерная ступень находилась хотя и в слабом, но все же в тепловом контакте с электронной ступенью как после размагничивания, так и в ходе размагничивания. Если бы размагничивание могло быть проведено быстро, вызванная этим обстоятельством ошибка была бы небольшой. Однако из-за необходимости снизить до пределов допустимого нагрев, связанный с токами Фуко в медном образце, размагничивание должно было производиться довольно медленно, со скоростью около 1 кгс/сек . Пользуясь некоторыми упрощающими предположениями, мы можем рассчитать влияние теплового контакта в процессе размагничивания на конечную температуру. Между системой ядерных

спинов и парамагнитной солью на электронной ступени имеются два основных тепловых сопротивления: сопротивление между образцом соли и медью — величина его дается формулой (4) — и сопротивление между электронами проводимости и ядерной ступенью, характеризующее время релаксации τ . Мы рассмотрим два предельных случая, когда первое или второе из этих тепловых сопротивлений равно нулю.

1) Пусть имеется хороший тепловой контакт на границе с парамагнитной солью, так что передача тепла к ядерной ступени определяется и описывается для каждого момента времени уравнением (9). С другой стороны, в течение размагничивания, пока $H \gg h$, для скорости притока тепла к ядерным спином можно написать выражение

$$\frac{dQ}{dt} = -H \frac{dH}{dt} = -\lambda \frac{H}{T} \frac{dH}{dt} + \lambda \left(\frac{H}{T} \right)^2 \frac{dT}{dt}, \quad (13)$$

поскольку внутренняя энергия идеальной системы спинов постоянна. Предполагая, что размагничивание происходит с постоянной скоростью, т. е. $H = H_i - \beta t$, и комбинируя уравнение (9) с уравнением (13), получаем соотношение, связывающее T и H :

$$\frac{H_i - \beta t}{\tau} \left(1 - \frac{T}{T_i} \right) = \beta + \frac{H_i - \beta t}{\tau} \frac{dT}{dt}. \quad (14)$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\frac{T_i}{T} = 1 + \frac{\beta \tau}{H_i - \beta t} \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right) \right]. \quad (15)$$

Предполагая, что $H = H_i - \beta t$ уменьшается до фиктивного поля h , мы можем получить значение $T_f^{(1)}$ — конечной температуры, достигаемой в результате полного размагничивания в случае 1). Вспоминая, что во всех практически интересных случаях $H_i/h \ll 1$, получаем

$$\frac{T_i}{T_f^{(1)}} = \frac{\beta \tau}{h} \left[1 - \exp \left(-\frac{H_i}{\beta \tau} \right) \right]. \quad (16)$$

Поскольку в идеальном случае адиабатического обратимого процесса

$$\frac{T_i}{T_f^{(id)}} = \frac{H_i}{h},$$

для отношения конечных температур получается

$$\frac{T_f^{(1)}}{T_f^{(id)}} = \frac{H_i}{\beta \tau [1 - \exp(-H_i / \beta \tau)]}. \quad (17)$$

2) Время релаксации мало; приток тепла к ядерным спином определяется теплоподводом \dot{Q} к электронной ступени. Величина последнего дается формулой (4), и в целях упрощения расчетов можно сделать предположение о том, что этот теплоподвод постоянен. Ввиду сильной зависимости \dot{Q} от температуры (закон T^3), это будет хорошим приближением, за исключением начальной стадии размагничивания. Кроме того, такое допущение может лишь преувеличить влияние этого теплоподвода. Тогда будем иметь соотношение, аналогичное уравнению (13):

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{H}{T} \left(\frac{dH}{dt} - \frac{H}{T} \frac{dT}{dt} \right), \quad (18)$$

и при $H = H_i - \beta t$

$$\frac{\dot{Q}}{\beta\lambda} = \frac{H}{T} \left(1 - \frac{H}{T} \frac{dT}{dH} \right). \quad (19)$$

Интегрирование в пределах от H_i до h (т. е. от T_i до $T_f^{(2)}$) дает

$$T_f^{(2)} = \frac{h \frac{T_i}{H_i}}{1 - \frac{T_i}{H_i} \frac{\dot{Q}}{\beta\lambda} \ln \left(\frac{H_i}{h} \right)}, \quad (20)$$

или для отношения конечных температур

$$\frac{T_f^{(2)}}{T_f^{(id)}} = \frac{1}{1 - \frac{T_i}{H_i} \frac{\dot{Q}}{\beta\lambda} \ln \left(\frac{H_i}{h} \right)}. \quad (21)$$

Далее можно рассчитать эффект, связанный с неадиабатичностью условий в этих двух предельных случаях, подставляя в формулы (17) и (21) следующие численные величины, соответствующие нашим экспериментам: $T_i = 1,2 \cdot 10^2$ К, $h = 3,1$ эс, $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7}$ (для $\frac{1}{3}$ грамма атома меди), $\dot{Q} = 1$ эрг/сек, $\tau = 90$ сек (что соответствует значению $\tau T = 1,1$ сек·град. найденному Андерсоном и Редфилдом¹⁶, для $H > 100$ эс), $\beta = 10^3$ эс/сек.

Две кривые на рис. 10, соответствующие соотношениям (17) и (21), дают максимальные отклонения от идеальности, поскольку в каждом из этих случаев один из механизмов передачи предполагался идеальным

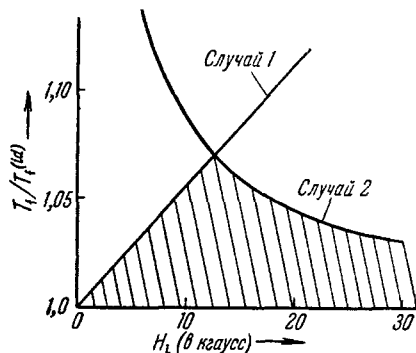


Рис. 10. Влияние неадиабатичности условий в процессе размагничивания на конечную температуру.

Случай 1 — хороший тепловой контакт с парамагнитной солью; теплоподвод определяется временем релаксации. Случай 2 — малое время релаксации; теплоподвод определяется тепловым сопротивлением границы с парамагнитной солью.

Действительные значения $T_f/T_f^{(id)}$ лежат ниже этих кривых; фактически они всегда должны располагаться под той кривой, которая проходит ниже другой, т. е. в заштрихованной области. Таким образом, максимальное возможное отклонение от идеальности составляет 8%, а действительное отклонение еще меньше.

(Примечание. Можно провести аналогичный расчет для случая постоянного времени размагничивания t_d вместо рассмотренного случая постоянной скорости уменьшения поля. Результат получается простой заменой β в формулах (17) и (21) на H_i/t_d . В этом случае обнаруживается, что для малых значений H_i отклонение от идеальности может воз-

расти до 20%, однако при $H > 15$ кгс эффект становится сравнимым с эффектом в случае $\beta = \text{const.}$)

Теперь мы можем качественно описать, как происходит процесс размагничивания. Для малых значений H/T_i мы будем иметь в начале размагничивания случай 2). Это связано с тем, что система ядерных спинов может отнимать энергию у электронов проводимости со скоростью, превосходящей теплоподвод \dot{Q} от парамагнитной ступени. Однако по мере охлаждения массы меди время релаксации возрастает и в конце концов ядерные спины и электроны проводимости «отрываются» друг от друга (это происходит при температуре в несколько тысячных долей градуса в соответствии с имеющимися условиями): последние нагреваются до T_i , а первые продолжают охлаждаться до T_j . Это рассмотрение показывает, что хотя в условиях данного эксперимента электроны проводимости не достигают наинизшей температуры, до которой охлаждаются ядерные спины, тем не менее они при благоприятных условиях принимают участие в процессе охлаждения. Поэтому кажется возможным охлаждение массивной меди до температур ниже 10^{-2} К методом ядерного охлаждения даже без использования теплового ключа. Ввиду сложности получения теплового контакта с парамагнитными слоями при температурах ниже 10^{-2} К этот метод может оказаться полезным при исследовании металлов в области температур 10^{-3} – 10^{-2} К.

Был предпринят ряд попыток²² выполнить ядерное размагничивание с применением сверхпроводящего теплового ключа между ядерной и электронной ступенями, однако полученные результаты оказались разочаровывающими. В некоторых случаях вообще не наблюдалось никакого эффекта охлаждения ядер, а в других наблюдался слишком быстрый отогрев системы ядерных спинов, что указывало на довольно высокую температуру электронов проводимости. Поведение системы в первом случае можно объяснить слишком низкой теплопроводностью теплового ключа при $0,01^\circ\text{K}$ в сильном магнитном поле, тогда как поведение второго типа может быть связано с нагреванием ключа токами Фуко либо с нагреванием в результате перехода из нормального в сверхпроводящее состояние. Разработка удовлетворительно работающего теплового ключа и улучшение начальных условий путем перехода от значения $H_i/T_i \approx 30 \text{ кгс} \cdot \text{град}^{-1}$, достигнутого в настоящем исследовании, к значению $H_i/T_i \approx 100 \text{ кгс} \cdot \text{град}^{-1}$ (для некоторых других ядер, например протонов, будет достаточным и более скромное увеличение H_i/T_i) представляются двумя главными неотложными техническими проблемами ядерного охлаждения. Решение этих двух задач открыло бы путь к изучению упорядоченных систем ядерных спинов, находящихся в тепловом равновесии с окружающей средой, и к исследованию поведения электронов проводимости при температурах вплоть до 10^{-7} К.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Debye, Ann. Phys. 81, 1154 (1926).
2. W. F. Giaquac, J. Amer. Chem. Soc. 49, 1870 (1927).
3. A. Abragam, N. G. Proctor, Phys. Rev. 109, 1441 (1958).
4. C. G. B. Garrett, Magnetic Cooling, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1954.
5. D. de Klerk, H. J. Steenland, Progress in Low Temperature Physics, vol. I, North Holland, Amsterdam, 1955, стр. 224.
6. E. Ambler, R. P. Hudson, Repts. Progr. Phys. 18, 251 (1955).
7. D. de Klerk, Encyclopedia of Physics, vol. 15, Springer, Berlin, 1956, стр. 38.
8. N. Kurti, Nuovo cimento 6, Suppl. № 3, 1101 (1957).
9. E. M. Purcell, R. V. Pound, Phys. Rev. 81, 279 (1959).
10. C. J. Gorter, Phys. Z. 35, 923 (1934).
11. N. Kurti, F. E. Simon, Proc. Roy. Soc. A149, 152 (1935).

12. F. E. Simon, *Le Magnetisme*, tome 3, Collection scientifique, Strasbourg, 1940, стр. 1.
 13. N. Kurti, F. N. H. Robinson, F. E. Simon, D. A. Spohr, *Nature* (Lond.) **178**, 450 (1956).
 14. M. V. Hobden, N. Kurti, *Philos. Mag.* **4**, 1092 (1959).
 15. J. Korringa, *Physica* **16**, 601 (1950).
 16. A. G. Anderson, A. G. Redfield, *Proc. 5th Internat. Conf. on Low Temperature Physics*, Univ. of Wisconsin Press, Madison, 1958, стр. 616.
 17. F. N. H. Robinson, *Thesis* (Oxford, 1954).
 18. A. R. Miedema, H. Postma, N. I. van der Vlugt, M. J. Steenland, *Physica* **25**, 509 (1959).
 19. E. Mendoza, *Les phenomenes cryomagnetiques*, College de France, Paris. 1948, стр. 48.
 20. A. Abragam, *Yearbook of the Physical Society*, 1958, стр. 61.
 21. C. Kittel, *Phys. Rev.* **104**, 1807 (1956).
 22. M. V. Hobden, *Thesis* (Oxford, 1960).
-