1961 г. Сентябрь *Т. LXXV, вып. 1*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА В СВЕТЕ СОВРЕМЕННЫХ ДАННЫХ

И. С. Шапиро

ВВЕДЕНИЕ

Развитие ядерной физики в течение последних нескольких лет привело к ряду неожиданных результатов, существенно изменивших наши представления о структуре ядра и динамике ядерных процессов. Коротко говоря, выяснилась огромная роль коллективных эффектов, обусловливающих возникновение качественно новых явлений.

Предметом данного обзора является так называемая оптическая модель ядра — модель, согласно которой нуклоны рассеиваются ядрами почти так же, как свет рассеивается полупрозрачной оптической средой. Поразительным здесь является именно полупрозрачность ядра, так как на основании данных по эффективным сечениям взаимодействия свободных нуклонов ожидалось, что ядро в процессах рассеяния должно вести себя как черное тело.

Оптическая модель для рассеяния нуклонов исследуется путем сопоставления теоретических и экспериментальных данных, начиная примерно с 1953—1954 гг., после появления работ Фешбаха, Портера и Вайскопфа [1,2]. Хотя некоторые важные детали, о которых речь будет идти ниже, остаются неясными до сих пор, вряд ли можно сомневаться сегодня, что оптическая модель ядра для рассеяния нуклонов в основном правильно описывает действительность.

В 1958—1960 гг. был опубликован ряд экспериментальных и теоретических исследований, результаты которых оказались, на первый взгляд, совершенно фантастическими. Мы имеем в виду эксперименты по упругому рассеянию на ядрах сложных частиц — дейтронов, α-частиц, ядер N^{14}, O^{16} и др. Благодаря прогрессу экспериментальной техники в этих опытах удалось получить детальные картины угловых распределений рассеянных частиц и, в частности, дифференциальные сечения рассеяния на большие углы. Сравнение полученных результатов с теорией показало, что рассеяние указанных сложных частиц хорошо описывается оптической моделью и притом примерно с теми же параметрами, что и для нуклонов. Иными словами, оказывается, что ядра почти столь же прозрачны для сложных частиц, как и для нуклонов. Этот замечательный факт, если он будет подтвержден дальнейшими исследованиями, имеет большое значение для понимания динамики ядерных реакций, в частности реакций так называемого прямого типа, идущих без предварительной стадии образования составного ядра. Упомянутые результаты работ по рассеянию сложных частиц будут рассмотрены более подробно во второй части обзора. Первая часть посвящена современному состоянию оптической модели для нуклонов.

I. ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ НУКЛОНОВ

§ 1. Исходные положения

Оптическая модель претендует на получение следующих величин: сечения упругого рассеяния σ_s, суммарного сечения всех неупругих процессов (так называемого сечения реакции) σ_r, дифференциального сечения рассеяния на данный угол ϑ: $d\sigma_s(\vartheta)$и поляризации рассеянных нуклонов $P(\vartheta)$ как функции угла рассеяния ϑ.

Основное утверждение, составляющее сущность модели, состоит в том, что рассеяние нуклонов сложными ядрами может быть описано как решение задачи о дифракции нуклонной волны на некотором потенциале. Это означает, что задача рассеяния рассматривается не как проблема многих тел, а как задача о движении нуклона в некотором не зависящем от времени поле, создаваемом ядром. Таким образом, уравнение Шрёдингера для волновой функции нуклона $\Psi(\mathbf{r})$ имеет вид

$$\left(\nabla^2 + k^2 - \frac{2m}{\hbar^2} U(\mathbf{r})\right) \Psi(\mathbf{r}) = 0, \qquad (1)$$

где

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \qquad (2)$$

— волновое число нуклона, а $U(\mathbf{r})$ — потенциал ядра. Ищется такое решение уравнения (1), которое на очень больших расстояниях от ядра имеет вид суперпозиции падающей плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k}$ и расходящейся сферической волны:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{kr}} + f(\mathbf{k},\mathbf{k}') \frac{e^{ikr}}{r}, \qquad (1а)$$

где $\mathbf{k}$ — волновой вектор рассеянной частицы ($|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}|$). Амплитуда расходящейся волны $f(\mathbf{k},\mathbf{k}')$ зависит от $\mathbf{k}$ и угла рассеяния ϑ. Комплексная величина f имеет размерность длины и называется амплитудой рассеяния. Квадрат модуля амплитуды рассеяния определяет дифференциальное эффективное сечение рассеяния:

$$d\sigma_s(\vartheta) = |f(\mathbf{k},\mathbf{k}')|^2 d\Omega, \qquad (1б)$$

где $d\Omega = \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$ — элемент телесного угла. Сечение рассеяния σ_s равно интегралу от (1б) по всем углам рассеяния ϑ:

$$\sigma_s = 2\pi \int_0^\pi |f|^2 \sin\vartheta\, d\vartheta. \qquad (1в)$$

Полное сечение $\sigma_t = \sigma_r + \sigma_s$ выражается через мнимую часть амплитуды рассеяния вперед (т. е. на угол $\vartheta = 0$):

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(\vartheta = 0). \qquad (1г)$$

Наконец, сечение поглощения σ_r выражается формулой

$$\sigma_r = \sigma_t - \sigma_s = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(\vartheta = 0) - 2\pi \int_0^\pi |f|^2 \sin\vartheta\, d\vartheta. \qquad (1д)$$

Параметры, определяющие потенциал $U(\mathbf{r})$ (его глубина, протяженность и др.), находятся путем сравнения экспериментальных сечений с рассчитанными на основе формулы (1). При этом, конечно, модель имеет смысл только в том случае, если параметры потенциала либо одинаковы во всей области рассматриваемых энергий налетающих нуклонов и для всех ядер, либо (что имеет место на самом деле) варьируются незначительно. Поскольку, кроме рассеяния, имеет место и поглощение частиц, то ясно, что потенциал $U(\mathbf{r})$ должен быть комплексным. Это следует из того, что плотность тока частиц дается, как известно, выражением

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -\frac{ih}{2m}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*), \tag{3}$$

а из уравнения (1) непосредственно следует

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 2 \operatorname{Im} U \,|\, \Psi \,|^2. \tag{4}$$

Если ядро поглощает частицы, то $\operatorname{div} \mathbf{j}$ в точках ядра должна быть отлична от нуля и отрицательна. Отсюда следует

$$-\operatorname{Im} U \equiv W > 0. \tag{5}$$

Знак действительной части потенциала выбирается так, чтобы он соответствовал силам притяжения между нуклоном и ядром:

$$-\operatorname{Re} U \equiv V > 0. \tag{6}$$

Таким образом,

$$U(\mathbf{r}) = -V(\mathbf{r}) - iW(\mathbf{r}). \tag{7}$$

Важно подчеркнуть, что мнимая часть потенциала существенна не только для вычисления сечения реакции σ_r (которое отлично от нуля только при $W \neq 0$), но и для расчета сечений рассеяния $d\sigma_s(\vartheta)$ и σ_s.

Дело в том, что уже сам по себе факт наличия поглощения ядром падающих нуклонов вне зависимости от того, каков механизм этого поглощения, приводит к определенному рассеянию нуклонов. Происходит это потому, что в ядерной физике рассеяние есть всегда, даже при условии $\lambda \ll R$ (R — радиус ядра, λ — де-бройлевская длина волны нуклона), задача дифракции. В этом смысле ситуация сильно отличается от обычной оптики — рассеяния света на оптических неоднородностях среды (в случае рассеяния света при длинах волн, много меньших размеров неоднородностей среды, становятся справедливыми законы геометрической оптики и явления дифракции не играют никакой роли).

Чтобы выяснить суть дела, рассмотрим фраунгоферову дифракцию волн на черном диске радиуса R при условии $\lambda \ll R$. Как известно, в этом случае за диском на некотором расстоянии от него возникает светлое пятно — первый дифракционный максимум. На языке геометрической оптики это означает, что часть световых лучей рассеялась, причем направление рассеянных лучей составляет угол $\vartheta \gtrsim \lambda/R$ с первоначальным (рис. 1). Поскольку, однако, угол дифракции ϑ мал, вблизи диска все равно будет область геометрической тени. «Вблизи» в данном случае означает удаление, малое по сравнению с расстоянием до светлого пятна. Это расстояние равно $R/\vartheta = R^2/\lambda$. Таким образом, дифракционная картина возникает лишь, начиная с расстояний порядка R^2/λ. Другими словами, если мы ведем наблюдение на расстояниях порядка или бо̀льших R^2/λ, мы «увидим» дифрагированные лучи, т. е. будем наблюдать рассеяние, обусловленное дифракцией. На расстояниях же, меньших R^2/λ, будет наблюдаться картина, соответствующая геометрической оптике. В оптике $\lambda \simeq 10^{-5}$ *см*, $R \simeq 1$ *см* и, следовательно, $R^2/\lambda \simeq 1$ *км*, наблюдения же ведутся на расстояниях, гораздо меньших этой величины, т. е. там, где волновое поле с большой точностью описывается геометрическим приближением. В ядерной физике $R \simeq 10^{-12}$ *см*, $\lambda \gtrsim 10^{-13} \div 10^{-14}$ *см* и $R^2/\lambda \lesssim 10^{-11} \div 10^{-10}$ *см*, тогда как наблюдение рассеяния производится на макроскопических расстояниях, много бóльших этой величины, т. е. как раз там, где искажение волнового поля вследствие дифракции существенно определяет всю картину. Нетрудно подсчитать и эффективное сечение рассеяния, т. е. отношение интенсивности дифрагированных волн к плотности потока падающих. С этой целью воспользуемся принципом взаимности Бабинэ, согласно которому дифракционная картина на черном диске в точности совпадает с картиной дифракции на отверстии того же радиуса в черном экране, если в этой последней заменить все максимумы минимумами (т. е. совершенно так же, как совпадают негатив и позитив одного и того же снимка).

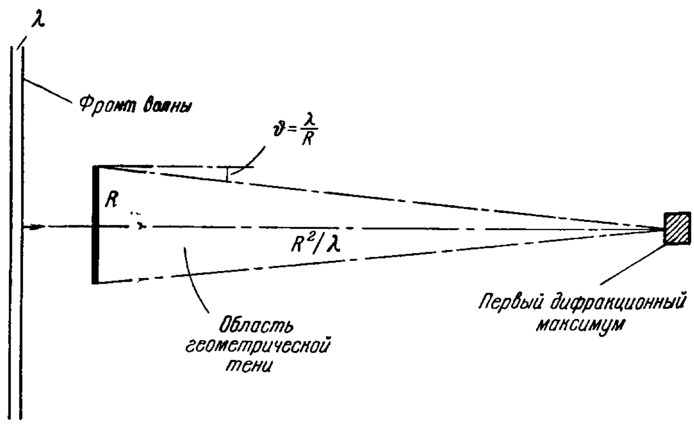

Рис. 1. Дифракция на черном диске.

Так как за отверстием на расстоянии R^2/λ будет расположено темное пятно, то это в терминах рассеяния означает, что весь прошедший через отверстие (или, следовательно, упавший на черный диск) свет испытывает рассеяние.

Из этого ясно, что интенсивность рассеянного света равна $J\pi R^2$, где J — плотность потока падающих волн. Таким образом, для сечения рассеяния на черном диске имеем

$$\sigma_s = \frac{J\pi R^2}{J} = \pi R^2. \tag{8}$$

Применительно к рассеянию нуклонов ядрами полученный результат означает, что если ядро «черное», т. е. если каждый попадающий в него нуклон не вылетает из него (или вылетает, оставив часть своей энергии в ядре), то полное сечение $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_r$ взаимодействия нуклона с ядром равно $2\pi R^2$, так как очевидно, что

$$\sigma_r = \pi R^2. \tag{9}$$

Этот результат, с необходимостью следующий из волновой картины, кажется парадоксальным, если забыть о волновой природе рассеяния и перейти на корпускулярный язык. При выводе формулы (8) мы считали диск черным, т. е. предполагали, что отражения волн от поверхности диска нет (в противном случае нельзя было бы применить принцип Бабинэ). Такое предположение соответствует равенству нулю действительной части потенциала. Все рассеяние в рассмотренном случае обусловлено только самим фактором полного поглощения частиц, попавших в ядро.

Заканчивая рассмотрение этого, если так можно выразиться, общефизического аспекта теории рассеяния нуклонов ядрами, подчеркнем еще раз, что всякое даже локальное нарушение волнового поля приводит, в силу его непрерывности и непрерывности первых производных волновых функций, к изменению поля на далеких расстояниях, т. е., в частности, к рассеянию. Именно из-за этого обстоятельства рассеяние нуклонов ядром неразрывно связано с поглощением, а значит, и с мнимой частью оптического потенциала, если рассеяние описывается оптической моделью.

Из всего сказанного, между прочим, следует, что если бы ядро можно было считать «черным» по отношению к падающим нуклонам, то для вычисления величин сечений рассеяния и реакции не потребовалось бы никакой дополнительной модели. Очевидно, что ядро можно считать «черным», если средняя длина свободного пробега нуклона попавшего в ядро много меньше размеров ядра. Оценку этой величины можно получить, воспользовавшись формулой

$$\Lambda=\frac{1}{\varrho\sigma}, \tag{10}$$

где σ — сечение столкновения падающего нуклона с нуклоном ядра, ϱ — плотность частиц в ядре. Величина ϱ постоянна с хорошей точностью для всех ядер:

$$\varrho \simeq 10^{38}\ см^{-3}.$$

Если взять для σ величину сечения столкновения свободных нуклонов с кинетической энергией в системе центра масс порядка нескольких десятков *Мэв*, то $\sigma \simeq 0{,}5$ *барн* и

$$\Lambda = 2\cdot 10^{-14}\ см, \tag{10a}$$

что много меньше радиусов даже легких ядер, для которых $R \simeq (4\div 5)\times\times 10^{-13}$ *см*. При такой длине свободного пробега вероятность того, что нуклон пролетит через ядро, не испытав столкновения, очень мала (примерно 10^{-8}). Именно исходя из таких оценок, долгое время считали, что ядро является черным телом и что поэтому при энергиях нуклонов порядка 10 *Мэв*, когда условие $\lambda \ll R$ выполнено, σ_s и σ_r определяются формулами (9) и (10). Эти формулы предсказывают монотонный рост сечения с увеличением массового числа, так как

$$R=r_0A^{1/3}, \tag{11}$$

и постоянство сечений как функций энергии, если последняя такова, что $\lambda \ll R$.

Модель черного ядра предсказывает также монотонный рост сечений с ростом A и падение их с увеличением E при меньших энергиях нуклонов во всех тех случаях, когда не могут проявляться резонансные эффекты, обусловленные изолированными уровнями составного ядра.

Эксперимент не оправдал этих ожиданий. Впервые из данных Баршалла и его сотрудников [3] выяснилось, что для нейтронов с энергией до 3 *Мэв* сечения σ_s и σ_r как функции A и энергии налетающих нейтронов E не монотонны и обнаруживают поведение, непонятное с точки зрения представления о черном ядре. Дальнейшее экспериментальное исследование угловых распределений рассеянных нейтронов и протонов также плохо согласовывалось с концепцией черного ядра. В то же время оказалось, что совокупность всех этих данных весьма удовлетворительно описывается оптической моделью. Параметры оптического потенциала подробно обсуждаются в § 2, здесь же мы предварительно укажем, что величина мнимой части потенциала W при энергиях нуклонов порядка 10 *Мэв* составляет около 5—6 *Мэв*. Выясним, какой длине свободного пробега нуклона в ядре соответствует эта величина. Будем считать для простоты, что внутри ядра $V(\mathbf{r})$ и $W(\mathbf{r})$ постоянны и что ядро бесконечно по своим размерам (это можно допустить для оценки, поскольку $\lambda \ll R$). В этих упрощающих дело предположениях ядро представляется полуплоскостью, нормально к границе которой падает поток нуклонов.

Тогда из уравнений Шрёдингера следует, что внутри ядра волновая функция нуклона будет иметь вид плоской волны

$$\Psi(\mathbf{r}) = Ce^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}, \tag{12}$$

где

$$K = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E+V+iW)} \tag{13}$$

и C — коэффициент, определяемый из требований непрерывности волновой функции и ее производных на границе ядра. Уравнение (13) показывает, что из-за комплексности потенциала волновой вектор нуклона внутри ядра также является комплексной величиной. Если считать $W \ll V$ (что на самом деле осуществляется в действительности, поскольку $W \simeq 5$—6 *Мэв*, $V \simeq 40$—50 *Мэв*), то

$$\operatorname{Re} K \equiv K_1 = k\sqrt{1+\frac{V}{E}}, \qquad \operatorname{Im} K \equiv K_2 = \frac{1}{2}k\frac{W}{E}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+V/E}}. \tag{14}$$

Из формулы (14) видно, между прочим, что действительная часть потенциала определяет действительную часть «коэффициента преломления» ядра, если пользоваться оптической терминологией. В самом деле, в оптике коэффициент преломления среды равен отношению длины волны в вакууме к длине волны в среде, или обратному отношению волновых чисел. Если таким же образом ввести ядерный коэффициент преломления n, то

$$n_1 \equiv \operatorname{Re} n = \frac{K_1}{k} = \sqrt{1+\frac{V}{E}}, \qquad n_2 = \operatorname{Im} n = \frac{K_2}{k} = \frac{1}{2}\frac{W}{E}\frac{1}{\sqrt{1+V/E}}.$$

Таким образом, чем больше действительная часть потенциала, тем сильнее преломляется и отражается на границе ядра нуклонная волна. Совершенно так же, как в оптике, мнимая часть показателя преломления определяет затухание волн в среде из-за поглощения. Из формул (12) и (14) следует, что волновая функция $\Psi(\mathbf{r})$ содержит затухающий множитель $(\mathbf{K}_2\mathbf{r}>0)$

$$\Psi(\mathbf{r}) = Ce^{-\mathbf{K}_2\mathbf{r}}e^{i\mathbf{K}_1\mathbf{r}}. \tag{15}$$

Для нейтронов с энергией 14 *Мэв* $1/k = \lambda = 1{,}4\cdot10^{-13}$ *см*, $W \simeq 5$ *Мэв*, $V \simeq 40$ *Мэв*. Из формулы (15) мы получаем тогда

$$2\Lambda = \frac{1}{K_2} = 2\frac{E}{W}\lambda\sqrt{1+\frac{V}{E}} = 1{,}2\cdot10^{-12}\ \text{см}, \tag{16}$$

т. е. величину, в 30 раз бо́льшую вычисленной нами ранее по формуле (10), в которую для сечения столкновения σ падающего нуклона с нуклонами ядра было подставлено экспериментальное значение σ для столкновения свободных нуклонов. Из сопоставления этих данных видно, таким образом, что эффективное сечение столкновения со связанным в ядре нуклоном в 30 раз меньше сечения для свободных нуклонов.

Основной причиной уменьшения сечения для связанных нуклонов является действие принципа Паули. Чтобы пояснить это, допустим в соответствии с моделью оболочек, что нуклоны в ядре движутся независимо друг от друга. В модели безграничного ядра это означает, что нуклоны ядра в основном состоянии образуют газ Ферми-частиц, в котором все нижние энергетические состояния заняты (вырожденный Ферми-газ). Распределение нуклонов по импульсам в таком газе характеризуется тем, что имеется некоторый граничный импульс (радиус Ферми-сферы), причем все состояния с импульсами, меньшими радиуса ферми-сферы, заняты, так как ядро находится в основном (т. е. нижайшем) энергетическом состоянии. Если в ядро попадает внешний нуклон, то можно сказать, что произошло его столкновение с внутриядерным нуклоном только в том случае, когда импульсы сталкивающихся частиц, в том числе и импульс внутриядерного нуклона, изменились. В случае столкновения свободных нуклонов может иметь место любое (совместимое с законами сохранения) изменение импульсов сталкивающихся частиц. Импульс же внутриядерного нуклона может измениться только так, чтобы конечное состояние, в которое попадает нуклон в результате столкновения, не было занято, т. е. находилось вне Ферми-сферы. Это означает, что для нуклонов, имеющих импульсы, значительно меньшие радиуса Ферми-сферы, столкновения с малой передачей импульса невозможны (только для очень небольшого числа нуклонов, содержащихся в граничном слое Ферми-распределения, возможны сколь угодно малые передачи импульса, так что столкновение с этими частицами происходит почти также, как со свободными нуклонами). Происходящее из-за указанного эффекта ограничение числа возможных конечных состояний и приводит к эффективному понижению сечения за счет уменьшения фазового объема.

В приведенном рассуждении ядро считалось безграничным. Ничего, однако, не изменится, если учесть конечные размеры ядра. Разница будет состоять только в том, что состояния внутриядерных нуклонов в этом случае характеризуются не определенным значением импульса, а значениями энергии и момента вращения. Роль радиуса Ферми-сферы переходит к энергии высшего занятого состояния, и вместо ограниченных из-за принципа Паули возможностей передачи импульса нуклону безграничного ядра следует говорить о возможности перехода нуклона при столкновениях только в состояния, лежащие выше последнего занятого уровня энергии.

Разумеется тот факт, что действие принципа Паули должно приводить к уменьшению сечения столкновения со связанным внутриядерным нуклоном по сравнению с сечением столкновения свободных нуклонов, был качественно ясен и до установления величины параметров оптической модели ядра. Однако масштабы этого уменьшения сечений (и, следовательно, повышения прозрачности ядра) выяснились только после сравнения расчетов по оптической модели с экспериментальными данными и оказались неожиданно большими.

§ 2. Параметры оптического потенциала

а) Простейший потенциал — прямоугольная яма. Этот потенциал был использован для рассеяния нейтронов в первых работах Фешбаха, Портера и Вайскопфа[1, 2]. Мнимая часть потенциала также принималась постоянной внутри ядра и равной нулю вне его. Таким образом,

$$U(\mathbf{r}) = -V(\mathbf{r})(1+i\zeta), \tag{17}$$

где

$$V(r) = \begin{cases} V_0, & r < R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \qquad \zeta = \frac{W}{V_0}. \tag{18}$$

Для нейтронов с энергией до 3 *Мэв* лучшее согласие теоретических расчетов с экспериментальными данными по полным сечениям σ_t достигалось при следующем выборе параметров:

$$V_0 = 42\ \textit{Мэв}, \qquad \zeta = 0{,}03, \qquad R = 1{,}45 \cdot 10^{-13} A^{1/3}\ \textit{см}. \tag{19}$$

Мы не будем подробно анализировать результаты расчетов с потенциалом (17) сравнительно с данными эксперимента, поскольку в настоящее время недостатки потенциала (17) в достаточной мере выяснены. Они состоят главным образом в том, что модель с прямоугольной ямой дает завышенные значения отношения $\sigma_0 = \sigma_s/\sigma_r$. Это имеет место даже в том случае, когда энергия налетающих нейтронов мала, так что длина волны нейтрона $\lambda \gg R$. На первый взгляд такая ситуация кажется странной, поскольку ядерные силы убывают с расстоянием достаточно быстро и «размазанность» потенциала должна иметь место на длине порядка 10^{-13} *см*, значительно меньшей, чем длина волны налетающего нейтрона, если его энергия порядка 200 *кэв* или меньше. При этих условиях, казалось бы, характер спадания потенциала (бесконечно быстрый или с производной порядка $4 \cdot 10^{14}$ *Мэв* $\cdot$ *см*$^{-1}$) не должен существенно сказаться на результатах. В приведенном рассуждении, однако, упущено из вида то обстоятельство, что как бы мала ни была энергия нуклона вне ядра, внутри ядра его длина волны не может быть больше, чем $\lambda_1 = \hbar/\sqrt{2mV_0}$. При $V_0 \simeq 40$ *Мэв* $\lambda_1 = 0{,}7 \cdot 10^{-13}$ *см*, а это уже величина, сравнимая с расстоянием, на котором потенциал должен заметно убывать. Резкий скачок волнового числа на границе ядра затрудняет проникновение нейтронов в ядро, так как бо́льшая доля нейтронных волн испытывает отражение. В этом отношении рассматриваемая ситуация вполне аналогична оптической: скачок показателя преломления на границе двух сред приводит к появлению отраженных волн, интенсивность которых тем больше, чем больше скачок показателя преломления.

Совершенно так же, как сведение на нет скачка показателя преломления увеличивает светосилу оптической аппаратуры (так называемая просветленная оптика), плавное падение до нуля потенциала $U(r)$ должно привести к увеличению сечения σ_r, уменьшению σ_s и, следовательно, к сближению теоретических значений σ_0 с экспериментальными данными. Вот почему следующим этапом в разработке оптической модели явилось рассмотрение ядра с «размытым краем», т. е. потенциала, непрерывно спадающего до нуля.

б) Ядро с размытым краем. Оптическая модель с плавно спадающим ядерным потенциалом была впервые рассмотрена Вудсом и Саксоном [4] (для протонов) и Немировским [5] для нейтронов. Впоследствии ядро с размытым краем рассматривалось рядом авторов, причем из этих работ выяснилось, что форма кривой спадания потенциала не играет особой роли, если только обеспечена достаточная быстрота его убывания. Чаще всего используется потенциал Вудса — Саксона

$$V(r) = V_0 f(r), \qquad f(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}}. \tag{20}$$

Скорость спадания потенциала характеризуется здесь параметром a. Как следует из многочисленных экспериментальных данных,

$$a = 0{,}65 \cdot 10^{-13}\ \textit{см}. \tag{20a}$$

Для «радиуса ядра» R наилучшим значением при использовании потенциала Вудса — Саксона является величина

$$R = 1{,}27 \cdot 10^{-13}\ \textit{см}\ A^{1/3}. \tag{21}$$

Это значение несколько меньше использованного Фешбахом, Портером и Вайскопфом [2], что естественно, так как потенциал (20) отличен от нуля и при $r > R$. В работе Лукьянова, Орлова и Туровцева[6] использовался потенциал, спадающий по кубической параболе (рис. 2):

$$V(r) = V_0 f(r), \tag{22}$$

$$f(r) = \begin{cases} 1, & r \leqslant R - d, \\ 1 + \frac{(r-R-2d)(r-R+d)^2}{4d^3}, & R - d \leqslant r \leqslant R + d, \\ 0, & r \geqslant R + d. \end{cases} \tag{22a}$$

Скорость спадания потенциала определяется здесь величиной d. Наилучшим значением d оказывается величина

$$d = 3{,}66 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \tag{23}$$

Параметр R в формуле (22а) авторы работы[6] берут в виде

$$R = (1{,}27A^{1/3} + 0{,}3) \cdot 10^{-13} \text{ см}. \tag{24}$$

Следует заметить, что из данных по рассеянию и сечениям захвата однозначно определить V_0 и R невозможно. Фактически при прочих равных условиях все результаты зависят от V_0R^2. Потенциал (22), хотя и менее «физичен», но удобен в расчетах, так как обращение $V(r)$ в нуль при $r \geqslant R + d$ (вместо экспоненциального затухания потенциала Вуда — Саксона) сильно сокращает счетное время электронного вычислителя, без помощи которого найти решение уравнения Шрёдингера (1) в случае ядра с размытым краем невозможно. Совершенно необязательно, чтобы мнимая часть потенциала $W(r)$ зависела от r так же, как действительная часть. Однако в первых работах по модели с размытым краем авторы, стремясь использовать минимальное число параметров, принимали для мнимой части потенциала ту же зависимость, что и для действительной части. Иными словами, предполагалось, что

$$U(r) = -V(r)(1 + i\zeta). \tag{25}$$

Значение величин V_0 и ζ зависит от энергии нуклона. Так, для нейтронов с энергией 14 *Мэв* наилучшее согласие с экспериментальными данными для потенциала (22) достигается при значениях

$$V_0 = 42, \quad \zeta = 0{,}12, \tag{26}$$

что соответствует $W = 5{,}05$ *Мэв*. Примерно такие же значения для этих величин получаются при $E = 14$ *Мэв* и для потенциала Вудса — Саксона. Параметры R, d (или a в потенциале (20)), V_0 и ζ подбирались так, чтобы наилучшим образом согласовать расчетные и экспериментальные значения σ_s и σ_r. С подобранными таким образом параметрами рассчитывались дифференциальные сечения рассеяния $d\sigma_s(\vartheta)$, которые также можно сравнить с результатами опыта и, следовательно, проверить модель. В рассматриваемом нами варианте мнимая часть потенциала W отлична от нуля во всех точках ядра. Наибольшего значения она достигает в центральной части ядра и убывает по мере увеличения радиуса (см. рис. 2). Это не означает, однако, что поглощение нуклонов происходит больше в центре, чем на периферии ядра. Дело в том, что, как уже указывалось, поглощение

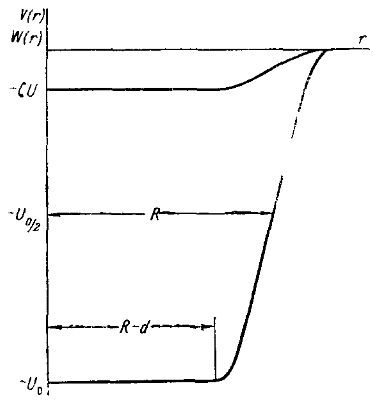

Рис. 2. Ядерный потенциал, использованный для вычислений $d\sigma_s$, σ_s, σ_r для нейтронов с энергией 14 *Мэв* в работе[6].

частиц в данной точке ядра определяется величиной дивергенции, которая пропорциональна не только $W(r)$, но и плотности налетающих частиц $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ в данной точке ядра r. Рис. 3 показывает, к чему приводит наличие множителя $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ в выражении для дивергенции. На этом рисунке показаны результаты вычислений Маккарти [7], выполненные на основе оптической модели с объемным поглощением для α-частиц с энергией 18 *Мэв*, налетающих на ядро аргона. Высоты точек на диаграмме рис. 3 дают величину — div **j**, величины и направления стрелок приблизительно изображают ток **j**. Вычисления выполнены для потенциала Вудса — Саксона, причем две окружности на рис. 3 соответствуют расстояниям, на которых потенциал равен $0{,}9\ V_0$ и $0{,}1\ V_0$.

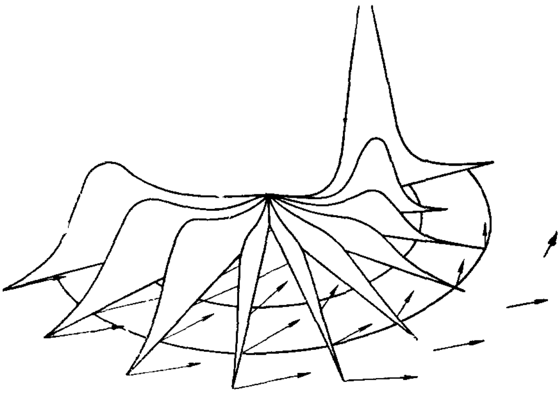

Рис. 3. Значение |div **j**| для α-частиц с энергией 18 *Мэв* в различных точках ядра аргона.

Внутренняя окружность соответствует значению ядерного потенциала, равному $0{,}9V_0$, внешняя — $0{,}1V_0$. Стрелками показано направление **j**

Как видно из рис. 3, поглощение неравномерно распределено по ядру, хотя $W(r)$ мало меняется в его центральной части. Обращает на себя внимание также наличие большого максимума поглощения в направлении падающего пучка на краю ядра, противоположном краю, обращенному к пучку налетающих частиц. Примерно 15—20% всех поглощенных ядром частиц поглощается именно в этом максимуме. Рис. 4 показывает эту же картину в плане. Пунктирные линии — линии «равных высот», т. е. линии, вдоль которых дивергенция постоянна. Стрелки по-прежнему показывают направление и величину тока, причем, в отличие от рис. 3, длина стрелок строго пропорциональна |**j**|. Рис. 5 поясняет возникновение «переднего» максимума поглощения, существование которого отражено на рис. 3—4. На этом рисунке показан геометрический ход лучей, преломленных ядром. Расчет выполнен для нейтронов с энергией 30 *Мэв* (длина волны таких нейтронов примерно в 1,4 раза больше длины волны α-частиц с энергией 18 *Мэв*, для которых построены рис. 3 и 4). Как видно из рис. 5, ядро действует просто как линза, фокус которой лежит на оси непосредственно на краю ядра. Наличием этого фокуса и объясняется максимум поглощения, поскольку в районе фокуса $|\Psi(\mathbf{r})|^2$, очевидно, имеет максимум. Картины типа изображенных на рис. 3, 4 и 5 могут оказаться весьма полезными для понимания динамики прямых ядерных процессов. Модель ядра с размытым краем и объемным центральным поглощением все же не

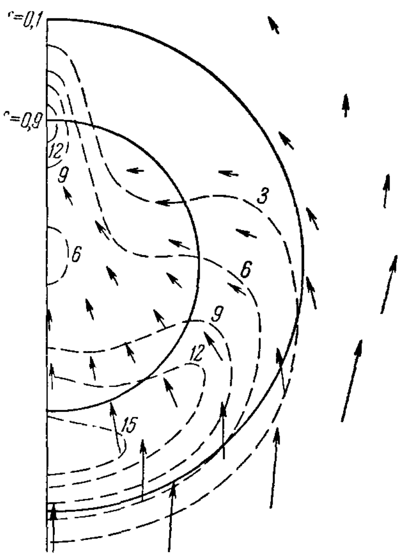

Рис. 4. Объемная картина рис. 3 в плане.

Стрелки изображают величину и направление **j** Горизонтали (пунктирные линии) проведены по точкам с одинаковыми значениями |div **j**|.

является наилучшим приближением к действительности. Из сравнения расчетных данных с результатами эксперимента выяснилось следующее:

1. Можно подобрать параметры модели так, чтобы получить хорошее согласие теоретических и экспериментальных данных для полного сечения σ_t и величины σ_0 в области средних и тяжелых ядер. Но тогда теоретическое значение σ_0 для легких ядер оказывается завышенным. Рис. 6, заимствованный из работы [6] и относящийся к рассеянию нейтронов с энергией 14 *Мэв*, иллюстрирует это обстоятельство.

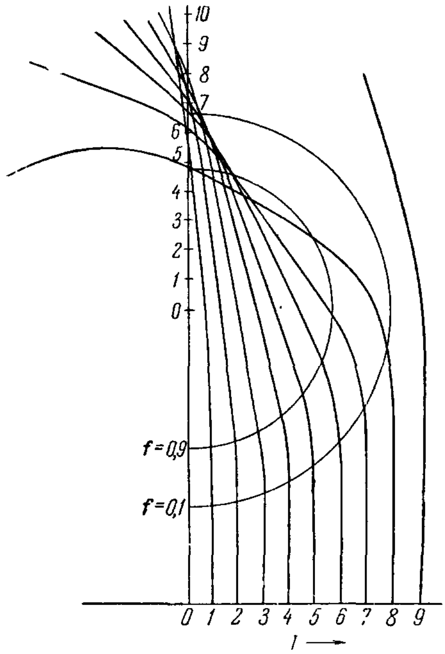

Рис. 5. Пояснение возникновения максимума $|\operatorname{div} \mathbf{j}|$ на краю ядра.

На рисунке показан геометрический ход «лучей» (нормалей к волновым поверхностям) для нейтронов с энергией 30 *Мэв* в ядре аргона. Из-за преломляющего действия действительной части потенциала ядро действует как линза с фокусом на краю ядра. Расстояния от центра ядра даны в 10^{-13} *см* (*ферми*)

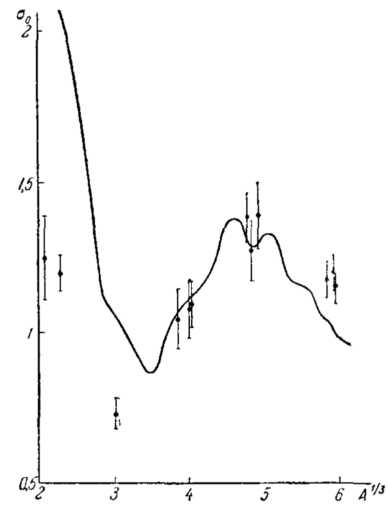

Рис. 6. Отношение $\sigma_0 = \sigma_{0}/\sigma_r$ как функция $A^{1/3}$.

Сплошная кривая рассчитана по оптической модели с размытым краем и объемным поглощением для нейтронов с энергией 14 Мэв [6].

2. Угловое распределение рассеянных нейтронов в основном правильно описывается моделью. Однако наблюдается расхождение теоретических и экспериментальных данных в двух пунктах:

а) глубина дифракционных минимумов в угловом распределении оказывается в действительности гораздо меньше, чем это следует из теории (иными словами, теория предсказывает значительно более сильную вариацию интенсивности рассеянных частиц с изменением угла рассеяния ϑ, чем это есть на самом деле);

б) теория дает завышенное значение для относительной вероятности рассеяния на углы, близкие к 180°.

На рис. 7 и 8, также заимствованных из работы [6], очень отчетливо проявлены указанные разногласия. На этих рисунках по оси абсцисс отложен угол рассеяния, по оси ординат $-d\sigma_s(\vartheta)$ в условных единицах. Сплошная кривая представляет собой теоретические результаты, полученные с потенциалом, определяемым формулами (22)—(24), (26). Совершенно аналогичные результаты получаются и для потенциала типа Вудса — Саксона.

Расхождение теоретических и экспериментальных данных, отмеченное в п. 1, можно было бы устранить, взяв для легких ядер величину ζ, примерно вдвое бо́льшую, чем для тяжелых ядер. Столь резкое «почернение ядра» с уменьшением A представляется, однако, маловероятным. Поэтому ряд авторов, и в частности Фернбах и Бьёрклунд[8], ввели для улучшения

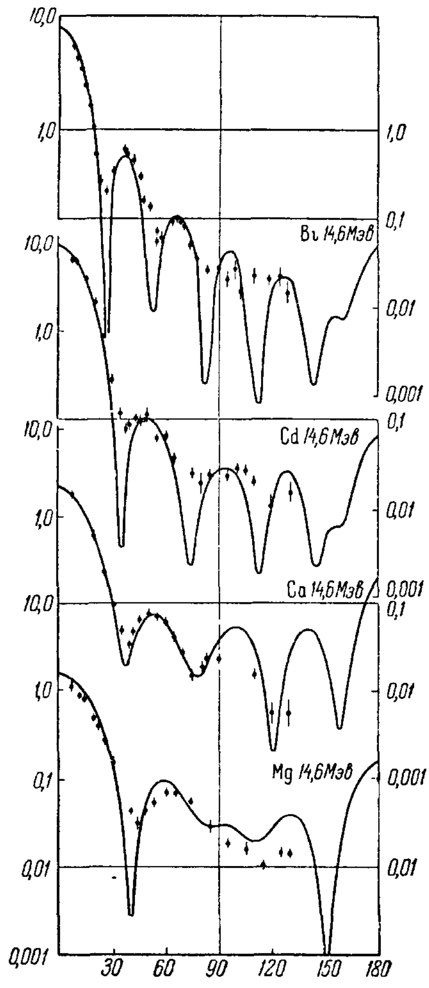

Рис. 7.

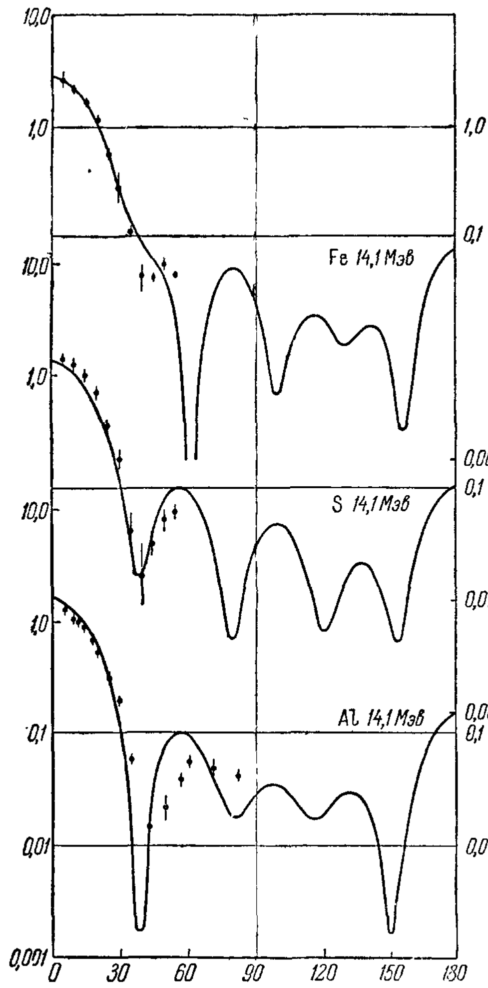

Рис. 8.

$d\sigma_s/d\Omega$ для нейтронов с энергией 14 *Мэв*.

По оси абсцисс отложен угол рассеяния, по оси ординат — $d\sigma_s/d\Omega$ в условных единицах. Сплошные кривые — расчеты по оптической модели с объемным поглощением и размытым краем[6].

согласия теории с экспериментом поверхностное поглощение, т. е. предположили, что мнимая часть потенциала $W(r)$ отлична от нуля только на краю ядра. При поверхностном поглощении σ_0 должно (при фиксированных параметрах потенциала) слабее зависеть от массового числа ядра, чем при объемном поглощении, хотя бы потому, что поглощающий объем в первом случае равен (по порядку величины) $4\pi r_0^2 \bar{b} A^{2/3}$ ($\bar{b}$ — эффективная толщина поверхностного поглощающего слоя, не зависящая от A), тогда как во втором $\frac{4\pi}{3} r_0^3 A$. Следует сразу сказать, что сколько-нибудь отчетливых физических оснований для замены объемного поглощения поверхностным нет. Чаще всего в пользу поверхностного поглощения приводят тот аргумент, что в центральной части ядра сосредоточены главным образом нуклоны внутренних ядерных оболочек, изменить состояние которых труднее из-за действия принципа Паули (поскольку более высокие состояния заняты). В действительности, однако, как заметил Пайерлс [9], это утверждение не совсем правильно, поскольку резкого различия между плотностью нуклонов внутренних и внешних оболочек в центральной части ядра нет.

Тем не менее введение поверхностного поглощения, во-первых, дает возможность избежать резкого скачка мнимой части потенциала при переходе от легких ядер к тяжелым (что, как указывалось, необходимо в случае объемного поглощения для объяснения зависимости σ_0 от A) и, во-вторых, устраняет отмеченное в п. 2, а) противоречие теории и эксперимента по угловым распределениям (слишком глубокие дифракционные минимумы теоретической кривой на рис. 7). Использование поверхностного поглощения улучшает согласие теории и опыта сразу по двум направлениям, этим оправдывается сопряженное с введением поверхностного поглощения увеличение числа параметров, характеризующих оптический потенциал. В расчетах Бьёрклунда мнимая часть потенциала задавалась в форме гауссовой кривой

$$W = W_0 e^{-(r-R)^2/b^2}, \qquad (27)$$

где

$$\text{для нейтронов } b = 0{,}98\cdot 10^{-13}\ \text{см}, \qquad (28)$$

$$\text{для протонов } b = 1{,}2\cdot 10^{-13}\ \text{см}. \qquad (28а)$$

Для нейтронов с энергией 14 *Мэв*

$$W_0 = 7\ \text{Мэв}. \qquad (29)$$

В табл. I приведены данные, показывающие, насколько хорошо согласуются расчетные значения для широкого интервала значений σ_r, полученные с моделью поверхностного поглощения. Приведенные в таблице данные относятся к нейтронам с энергией 14 *Мэв*. Экспериментальные результаты принадлежат Мак-Грегору, теоретические — Бьёрклунду (см. [10]).

Таблица 10

Сечения захвата σ_r для нейтронов с энергией 14 *Мэв* (в *барн*)

Элемент	Эксперимент	Теория	Элемент	Эксперимент	Теория
Be	$0{,}51\pm0{,}03$	0,61	Cu	$1{,}49\pm0{,}02$	1,47
B^{10}	$0{,}66\pm0{,}07$	0,66	Zn	$1{,}57\pm0{,}03$	1,48
C	$0{,}56\pm0{,}02$	0,71	Zr	$1{,}73\pm0{,}03$	1,75
F	$0{,}88\pm0{,}05$	0,86	Ag	$1{,}93\pm0{,}03$	1,85
Mg	$1{,}00\pm0{,}03$	0,98	Cd	$1{,}91\pm0{,}03$	1,90
Al	$1{,}02\pm0{,}02$	1,04	Sn	$1{,}89\pm0{,}06$	1,98
S	$1{,}16\pm0{,}06$	1,04	Sb	$1{,}96\pm0{,}04$	2,01
Ti	$1{,}33\pm0{,}03$	1,34	Au	$2{,}41\pm0{,}04$	2,48
Fe	$1{,}34\pm0{,}03$	1,33	Hg	$2{,}43\pm0{,}03$	2,49
Co	$1{,}41\pm0{,}03$	1,40	Pb	$2{,}56\pm0{,}04$	2,53
Ni	$1{,}36\pm0{,}02$	1,35	Bi	$2{,}56\pm0{,}04$	2,54

Для действительной части потенциала Бьёрклундом использовалась формула (20) со значением параметров (20a) и (21), причем V_0 принято равным.

$$V_0 = 44 \ Мэв. \tag{30}$$

Как видно из таблицы, зависимость σ_r от A в очень широком интервале значений A от $A=9$ до $A=209$ весьма точно передается результатами теоретического расчета, проведенного с использованием поверхностного поглощения. Как уже указывалось, введение поверхностного поглощения позволяет устранить расхождение теоретических и экспериментальных данных по угловому распределению, отмеченное в п. 2, а). Однако при этом не удается избежать завышения дифференциального сечения рассеяния на углы, близкие к 180° (п. 2, б)).

Это обстоятельство связано с тем, что мы до сих пор не учитывали спин-орбитального взаимодействия налетающих нуклонов с ядрами. Спин-орбитальное взаимодействие приводит, во-первых, к поляризации нуклонов при рассеянии и, во-вторых, как это будет показано ниже, увеличивает относительную интенсивность нуклонов рассеянных «вбок», т. е. на углы порядка 90°.

в) Учет спин-орбитального взаимодействия. Так как спин нуклона $s=1/2$, то его проекция s_z на любое заданное направление в пространстве может принимать только два значения $s_z = \pm 1/2$. Если это направление является в рассматриваемом нами процессе рассеяния физически выделенным, то нуклоны с разной проекцией спина на физически выделенное направление могут, вообще говоря, рассеиваться по-разному. Это будет иметь место, очевидно, только в том случае, если силы взаимодействия между нуклоном и ядром зависят от ориентации спина относительно возможных физически выделенных направлений.

В процессе рассеяния мы имеем дело с тремя физически выделенными направлениями

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{k}+\mathbf{k}'}{2\cos\vartheta/2}, \qquad \mathbf{l} = \frac{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}{2k\sin\vartheta/2}$$

и нормалью к плоскости рассеяния

$$\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k}\mathbf{k}']}{k\sin\vartheta}.$$

Выясним, какое из этих трех направлений в пространстве может оказаться существенным для спиновых эффектов. С этой целью заметим прежде всего, что если рассеяние зависит от ориентации спина нуклона относительно какого-либо направления, то нам фактически придется иметь дело не с одной амплитудой рассеяния, а с четырьмя амплитудами, соответствующими разным значениям s_z нуклона до и после рассеяния. Будем обозначать состояния (начальное или конечное) с проекцией $s_z = +1/2$ индексом 1, а состояния с проекцией $s_z = -1/2$ — индексом 2. Процесс рассеяния описывается тогда четырьмя амплитудами, которые мы обозначим через f_{11}, f_{22}, f_{12}, f_{21} (первый индекс — начальное состояние, второй — конечное). Первые две амплитуды описывают рассеяние без изменения ориентации спина, вторая пара амплитуд соответствует рассеянию с изменением s_z (так называемое спин-флип-рассеяние). Фактически мы имеем целую таблицу амплитуд рассеяния, иначе говоря, двухрядную матрицу

$$f = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}. \tag{31}$$

Заметим, что любую двухрядную матрицу можно представить в виде линейной комбинации четырех матриц:

единичной матрицы

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и трех матриц Паули:

$$\sigma^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{32}$$

Таким образом, можно написать

$$f = \frac{1}{\sqrt{2}}\{a\cdot 1 + b_1'\sigma^{(1)} + b_2'\sigma^{(2)} + b_3'\sigma^{(3)}\} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{a\cdot 1 + \mathbf{b}'\boldsymbol{\sigma}\}, \tag{33}$$

где a и b_i — функции угла рассеяния ϑ.

Дифференциальное сечение рассеяния на угол ϑ при фиксированных значениях спина начального и конечного состояний, очевидно, равно

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega} = |f_{\alpha\beta}|^2 = \frac{1}{2}|(a\delta_{\alpha\beta} + \mathbf{b}'\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta})|^2, \tag{34}$$

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha = \beta, \\ 0, & \alpha \neq \beta. \end{cases}$$

Если в эксперименте не измеряется ориентация спинов в начальном и конечном состояниях, что обычно и бывает в опытах, в которых измеряется угловое распределение при рассеянии, то для получения измеряемого в таком опыте дифференциального эффективного сечения надо просуммировать (34) по всем α, $\beta = 1, 2$, т. е. по всем ориентациям спина в начальном и конечном состояниях *):

$$\frac{d\sigma_s(\vartheta)}{d\Omega} = \sum_{\alpha,\beta} |f_{\alpha\beta}|^2 = |a|^2 + |\mathbf{b}'|^2. \tag{35}$$

Величина $d\sigma_s/d\Omega$ не должна меняться при вращениях системы координат, поскольку она зависит только от инвариантных относительно вращения величин — угла ϑ между двумя направлениями $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ (иными словами, от $\mathbf{k}\mathbf{k}'/\mathbf{k}^2 = \cos\vartheta$) и абсолютной величины k волнового вектора. Отсюда следует:

$$|\mathbf{b}'|^2 = |b_1'|^3 + |b_2'|^2 + |b_3'|^2 = \text{инвариант относительно вращений.} \tag{36}$$

Но это означает, что три функции $b_1'(\vartheta)$, $b_2'(\vartheta)$, $b_3'(\vartheta)$ должны быть компонентами вектора, так как только вектор обладает свойством (36). Вектор $\mathbf{b}'$ может быть направлен только по одному из физически выделенных направлений $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ или $\mathbf{n}$. Легко, однако, выяснить теперь, что, так как в ядерных взаимодействиях четность сохраняется,

$$\mathbf{b}'(\vartheta) = b'(\vartheta)\,\mathbf{n}. \tag{37}$$

В самом деле, сохранение четности означает, в частности, что при зеркальном отражении пространства все эффективные сечения, в том числе и сечение (34), остаются неизменными. Поскольку при зеркальном

*) Формула (35) легко получается, если заметить, что

$$\sum_{\alpha,\beta} |f_{\alpha\beta}|^2 \operatorname{Sp} f^+ f = \frac{1}{2}\operatorname{Sp}\{(a\cdot 1 + \mathbf{b}'\boldsymbol{\sigma})(a^* 1 + \mathbf{b}^*\boldsymbol{\sigma})\},$$

где $\operatorname{Sp} A$ означает сумму диагональных элементов матрицы A: $\operatorname{Sp} A = A_{11} + A_{22}$, и если воспользоваться равенствами

$$\operatorname{Sp}\sigma_i\sigma_j = 2\delta_{ij}, \qquad \operatorname{Sp}\sigma_i = 0.$$

отражении $x \to -x$, $y \to -y$, $z \to -z$:

$$m_x \to -m_x, \quad m_y \to -m_y, \quad m_z \to -m_z, \tag{38}$$

$$l_x \to -l_x, \quad l_y \to -l_y, \quad l_z \to -l_z, \tag{39}$$

$$n_x \to +n_x, \quad n_y \to +n_y, \quad n_z \to +n_z, \tag{39'}$$

то при условии (37) сечение (34) будет инвариантом относительно зеркального отражения. В самом деле, $a(\vartheta)$ и $b(\vartheta)$ не меняются при отражении, поскольку не меняется ϑ, и согласно (39′)

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} \to \mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}.$$

Если бы вектор $\mathbf{b}'$ был направлен по $\mathbf{m}$ или $\mathbf{l}$, то в силу (38) сечение (34) изменилось бы при зеркальном отражении, так как

$$a\delta_{\alpha\beta} + b'\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} \to a\delta_{\alpha\beta} - b'\mathbf{m}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta},$$

что возможно только при несохранении четности. Из всего сказанного следует, во-первых, что возможным выделенным для ориентации спина направлением является направление вектора $\mathbf{n}$ нормали к плоскости рассеяния. Это означает, что сечение рассеяния может зависеть от проекций спина налетающего и рассеянного нуклона только на направление $\mathbf{n}$. Во-вторых, из формул (35) и (37) следует сформулированное в разделе б) этого параграфа утверждение об уменьшении относительной вероятности рассеяния на углы, близкие к 180°. В самом деле, ясно, что

$$b'(\vartheta)\,\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} \to 0,$$

если $\vartheta \to 0$ или π, так как при $\vartheta = 0$ или π направление вектора $\mathbf{n}$ становится неопределенным, и если бы $b'(\vartheta)\,\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}$ обращалось в нуль при этих углах, то для амплитуды рассеяния на углы $\vartheta = 0$, π мы получили бы физически бесмысленное выражение. Так как

$$b'\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k}\mathbf{k}']}{k}\,\frac{b'}{\sin\vartheta},$$

то отсюда следует, что $b'/\sin\vartheta$ конечно при $\vartheta = 0$ или π. Иными словами, можно написать

$$b'(\vartheta) = b(\vartheta)\sin\vartheta, \tag{40}$$

причем

$$|b| < \infty \quad \text{при} \quad \vartheta = 0 \quad \text{или} \quad \pi.$$

Тогда согласно (36) и (37) имеем

$$\frac{d\sigma_s(\vartheta)}{d\Omega} = |a|^2 + |b|^2\sin^2\vartheta. \tag{41}$$

Если рассеяние не зависит от ориентации спина, то

$$\frac{d\sigma_s(\vartheta)}{d\sigma_s(\vartheta_1)} = \frac{|a(\pi)|^2}{|a_1(\pi_1)|^2}, \quad 0 \leqslant \vartheta_1 \leqslant \pi. \tag{42}$$

Если же ядерный потенциал зависит от ориентации спина, то согласно (40) имеем

$$\frac{d\sigma_s(\pi)}{d\sigma_s(\vartheta_1)} = \frac{|a(\pi)|^2}{|a(\vartheta_1)|^2 + |b(\vartheta_1)|^2\sin^2\vartheta_1}. \tag{43}$$

Мы видим, таким образом, что зависимость рассеяния от ориентации спина нуклона приводит к уменьшению относительной вероятности рассеяния на углы, близкие к 180°. То же самое имеет место и для углов рассеяния, близких к 0 (величина эффекта зависит еще, конечно, от поведения $b(\vartheta)$ как функции ϑ).

Легко видеть в то же время, что величина полного сечения остается неизменной, так как согласно формуле (12) σ_t выражается через амплитуду рассеяния вперед. Отсюда между прочим следует, что на величинах первых, наиболее интенсивных дифракционных максимумов и минимумов спиновая зависимость рассеяния сказывается весьма мало. В самом деле, рассмотрим рассеяние на действительном потенциале. В этом случае $\sigma_t = \sigma_s$ и, следовательно, σ_t не изменится от введения сил, зависящих от ориентации спина относительно **n**. Но величина σ_s определяется площадью главным образом первых нескольких дифракционных максимумов — их высотой и протяженностью. Поскольку σ_s не меняется, не могут измениться сколько-нибудь существенно и эти величины*). Ясно поэтому, что спиновая зависимость рассеяния скажется только на картине углового распределения при больших углах. Эта ситуация сохранится и для комплексного потенциала. Таким образом, зависимость потенциала от ориентации спина нуклона практически не изменит ни σ_s, ни σ_r, поскольку вклад высших дифракционных максимумов в σ_s при энергиях нуклонов порядка 10 *Мэв* составляет доли процента (это намного меньше экспериментальных ошибок измерения σ_s и σ_r), но может существенно изменить угловое распределение рассеянных нуклонов на углах, близких к π (именно, уменьшить относительную интенсивность рассеяния на угол π), что, как мы видели в предыдущем разделе, как раз и требуется для согласования теоретических и экспериментальных данных.

Если рассеяние зависит от ориентации спина, то это может привести к тому, что рассеянные нуклоны окажутся поляризованными в направлении $\mathbf{v}$, даже если налетающие нуклоны не поляризованы. Выразим *поляризацию нуклонов через амплитуды* $f_{\alpha\beta}$. *Поляризацией* $P_{\mathbf{v}}$ *называется* величина

$$P_{\mathbf{v}} = \frac{J_+ - J_-}{J_+ + J_-} = \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_s}, \tag{44}$$

где J_+ и J_- — числа рассеянных на угол ϑ нуклонов с проекцией s_z на направление $\mathbf{v}$, равной соответственно $\pm\frac{1}{2}$; $d\sigma_+$, $d\sigma_-$ — дифференциальные сечения рассеяния, отвечающие этим ориентациям спина нуклона в конечном состоянии. Согласно предыдущему

$$d\sigma_+ = \{|f_{11}|^2 + |f_{21}|^2\}\,\Omega, \tag{45}$$

$$d\sigma_- = \{|f_{22}|^2 + |f_{12}|^2\}\,d\Omega. \tag{46}$$

Заметим теперь, что из (33) следует

$$|f_{12}|^2 = |f_{21}|^2. \tag{47}$$

Так как

$$f_{12} = \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\vartheta \cdot \sin\theta e^{i\varphi}, \tag{48}$$

$$f_{21} = \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\vartheta \cdot \sin\theta e^{-i\varphi}, \tag{49}$$

где θ и φ — полярные углы вектора **n** (ось $Oz \parallel \mathbf{v}$). Таким образом,

$$d\sigma_+ - d\sigma_- = \{|f_{11}|^2 - |f_{22}|^2\}\,d\Omega. \tag{50}$$

Но для f_{11} и f_{22} имеем равенства

$$f_{11} = \frac{a + b_3'}{\sqrt{2}}, \quad f_{22} = \frac{a - b_3'}{\sqrt{2}}, \tag{51}$$

---

*) Эти утверждения, разумеется, справедливы в тех случаях, когда угловое распределение достаточно сильно вытянуто вперед, т. е. практически при энергиях нуклонов, бо́льших 5 *Мэв*.

причем

$$b_3' = b\sin\vartheta\cdot\cos\theta = b\sin\vartheta\,\mathbf{nv}, \tag{52}$$

так как $\mathbf{v}\,||\,Oz$.

Подставив (51) и (52) в (50) и использовав формулу (35) для $d\sigma_s(\vartheta)$, получим:

$$P_v(\vartheta) = P(\vartheta)\,\mathbf{nv}, \qquad P(\vartheta) = \frac{ab^* + a^*b}{|a|^2 + |b|^2\sin^2\varphi}\sin\vartheta. \tag{53}$$

Из формулы (53) видно, что поляризация $P_v(\vartheta)$ обращается в нуль при $\vartheta = 0$, π. Этого и следовало ожидать, так как при $\vartheta = 0$, π физически выделенное направление — направление вектора $\mathbf{n}$—становится неопределенным. Важный вывод, следующий из изложенного выше, состоит в том, что если мы введем зависящий от ориентации спина ядерный потенциал с целью получить правильное поведение угловых распределений при ϑ, близких к π, то этот же потенциал должен дать согласующиеся с экспериментом величины поляризаций $P_v(\vartheta)$ рассеянных нуклонов.

Выясним теперь, каков должен быть вид потенциала, зависящего от ориентации спинов нуклонов. Как уже говорилось выше, в этом случае мы должны рассматривать две волновые функции $\psi_1(\mathbf{r})$ и $\psi_2(\mathbf{r})$, соответствующие двум ориентациям спина нуклона до рассеяния. При $r\to\infty$ эти функции будут иметь вид

$$\psi_1(\mathbf{r})_{r\to\infty} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\mathbf{kr}} + (f_{11} + f_{12})\frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}, \tag{54}$$

$$\psi_2(\mathbf{r})_{r\to\infty} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\mathbf{kr}} + (f_{22} + f_{21})\frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}. \tag{55}$$

Ни сами эти функции, ни их линейные комбинации не могут быть решениями двух независимых уравнений, поскольку $|f_{12}|^2 = |f_{21}|^2 \neq 0$*). Поэтому вместо уравнения Шрёдингера (1) мы должны написать систему двух дифференциальных уравнений с четырьмя потенциалами U_{11}, U_{12}, U_{21} и U_{22}:

$$\left.\begin{aligned}(\nabla^2 + k^2)\psi_1 - \frac{2m}{\hbar^2}(U_{11}\psi_1 + U_{12}\psi_2) = 0,\\ (\nabla^2 + k^2)\psi_2 - \frac{2m}{\hbar^2}(U_{22}\psi_2 + U_{21}\psi_1) = 0,\end{aligned}\right\} \tag{56}$$

или в матричной форме

$$\left\{\nabla^2 + k^2 - \frac{2m}{h}\hat{U}(r)\right\}\Psi = 0, \tag{56a}$$

где

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12}\\ U_{21} & U_{22}\end{pmatrix} \tag{57}$$

есть матрица потенциала и

$$\Psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix} \tag{58}$$

*) Если бы $f_{12} = f_{21} = 0$, то функции

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)_{r\to\infty} = e^{i\mathbf{kr}} + a\frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r},$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_2)_{r\to\infty} = b\sin\vartheta\,\mathbf{n}\,\mathbf{v}\,\frac{e^{i\mathbf{kr}}}{r}$$

могли бы быть решениями двух независимых уравнений, так как a и b независимы.

обозначает двухкомпонентную волновую функцию нуклона. Используя свойство матриц Паули, запишем

$$U(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})\cdot 1 + \frac{1}{2}\,\mathbf{U}_s\sigma. \tag{59}$$

Вектор U_s может быть направлен только по имеющимся в нашем распоряжении векторам $\mathbf{r}$, ∇ или $[\nabla\mathbf{r}]$. Совершенно так же, как и при установлении вида матрицы амплитуд рассеяния, из сохранения четности, т. е. из инвариантности $\hat{U}_{\alpha\beta}$ относительно зеркального отражения пространства, следует

$$\mathbf{U}_s = V_s'(r)\,[\nabla\mathbf{r}], \tag{60}$$

или, вводя оператор орбитального момента (в единицах $\hbar$)

$$\hat{\mathbf{l}} = -i\,[\nabla\mathbf{r}], \tag{61}$$

получаем

$$\mathbf{U}_s = V_s(r)\,\hat{\mathbf{l}}, \tag{62}$$

где

$$V_s(r) = iV_s'(r).$$

Таким образом, матрица потенциала $\hat{U}(r)$ принимает вид

$$\hat{U}(\mathbf{r}) = U(r)\cdot 1 + V_s(r)\cdot\hat{\mathbf{l}}\,\hat{\mathbf{s}}, \qquad \mathbf{s} = \frac{1}{2}\sigma. \tag{63}$$

Здесь $U(r)$ — обычный центральный потенциал, рассматривавшийся нами раньше. Второй член в (63) описывает спин-орбитальное взаимодействие. Вид спин-орбитального потенциала $V_s(r)$ из общефизических соображений установить нельзя. Хорошее согласие с экспериментальными данными получается, если взять $V_s(r)$ в виде, аналогичном атомному спин-орбитальному потенциалу

$$V_s = V_{s0}\left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^2 \frac{1}{r}\frac{df}{dr}, \tag{64}$$

где $V_{s0} > 0$ и $f(r)$ — функция, определяющая зависимость действительной части потенциала $V(r)$ от r. Величина $\frac{\hbar}{\mu c} = 1{,}4\cdot 10^{-13}$ *см* есть комптоновская длина волны π-мезона (μ — масса покоя π-мезона), введенная в (64) чисто формально для придания V_{s0} размерности энергии. В случае потенциала Вудса—Саксона, например,

$$\frac{df}{dr} = -\frac{1}{a}\,\frac{e^{(r-R)\,a}}{(1+e^{(r-R)\,a})^2}. \tag{65}$$

Вплоть до энергий порядка 100 *Мэв* экспериментальные данные хорошо описываются в предположении, что V_{s0} — действительная величина. Таким образом, спин-орбитальный потенциал в форме (64) определяется одной константой. Часто V_{s0} записывают в виде

$$V_{s0} = \varkappa\left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^2 V_0,$$

где константа спин-орбитальной связи $\varkappa$ имеет размерность *см*^{2}.

г) Сравнение теоретических и экспериментальных данных. При сравнении экспериментальных данных с результатами расчетов по оптической модели необходимо иметь в виду (особенно при энергиях порядка 1 *Мэв*), что теоретические значения σ_s должны быть несколько ниже экспериментальных. Это связано с тем, что в оптической модели резонансное рассеяние, т. е. рассеяние, проходящее через этап образования составного ядра с последующим его распадом, при котором испускается нуклон с энергией, в точности равной начальной энергии, содержится в величине σ_r, а не σ_s.

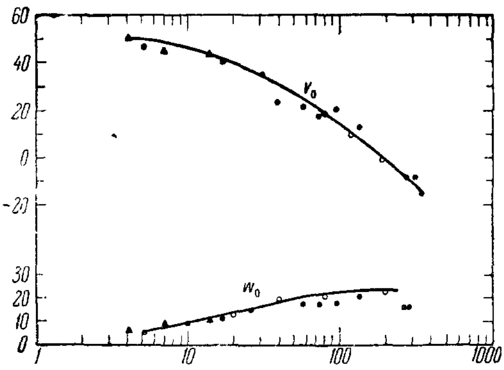

Рис. 9. Зависимость V_0 (верхняя кривая) и W_0 от энергии нуклона (ось абсцисс, *Мэв*) в модели с поверхностным поглощением и размытым краем (для V — потенциал Вудса — Саксона, для W — гауссова кривая).
Значения V_0 и W_0 (по оси ординат) даны в *Мэв*.

Резонансное рассеяние, однако, маловероятно, если составное ядро образуется в состоянии с достаточно большой энергией возбуждения, так что существует много различных путей его распада (много «открытых каналов»). Такая ситуация практически наступает в большинстве случаев уже при энергиях налетающих частиц, бо́льших 2—3 *Мэв*.

Мы рассмотрим главным образом модель с размытым краем, поверхностным поглощением и спин-орбитальным потенциалом (64) (результаты модели с объемным поглощением подробно освещены в монографии Немировского[11]). Наиболее подробные расчеты принадлежат здесь Фернбаху и Бьёрклунду[8], использовавших для $V(r)$ потенциал Вудса—Саксона, а для $W(r)$ — формулу (27). Для параметров a, b, R принимались значения (20а), (21) и (28). На рис. 9 показаны зависимости от энергии нуклонов величин V_0 и W_0. Как видно из рис. 9, V_0 падает, а W_0 растет с энергией, что и следовало ожидать, так как чем больше энергия налетающих нуклонов, тем меньше роль принципа Паули в ограничении числа возможных состояний сталкивающих частиц (налетающего и внутриядерного нуклонов). Заметим, что хотя на рис. 9 зависимость W_0 от E показана вплоть до энергий порядка 100 *Мэв*, поверхностное поглощение в действительности хорошо согласуется с экспериментальными данными, вплоть до энергий порядка 50 *Мэв*. При бо́льших энергиях налетающих нуклонов лучшее согласие с экспериментом достигается, по-видимому, в модели с объемным поглощением.

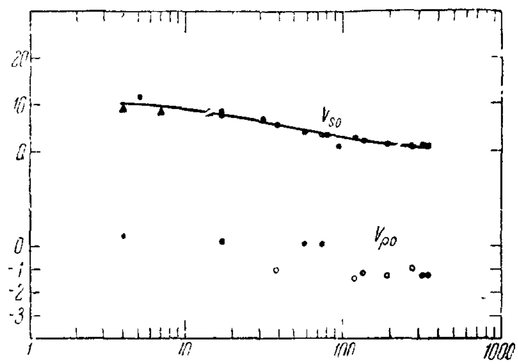

Рис. 10. Зависимость спин-орбитального потенциала от энергии нуклона.
Верхняя кривая — действительная часть V_{s0} в *Мэв*), нижние точки — мнимая часть $V_{\rho 0}$.

На рис. 10 показана зависимость спин-орбитального потенциала V_{s0} от энергии (верхняя кривая). Нижняя кривая относится к мнимой части спин-орбитального потенциала. Здесь данные менее определенны, хотя, по-видимому, ясно, что вплоть до энергий порядка 40 *Мэв*, по крайней мере, мнимая часть спин-орбитального потенциала равна нулю.

Изображенные на рис. 9 и 10 зависимости довольно хорошо аппроксимируются следующими формулами ($E \leqslant 15$ *Мэв*):

$$V_0 = 52{,}5 - 0{,}6E \text{ Мэв}, \tag{66}$$

$$W_0 = 2{,}5 + 0{,}3E \text{ Мэв}, \tag{67}$$

$$V_{s0} = 10{,}0 - 0{,}15E \text{ Мэв}. \tag{68}$$

Как видно из (68), при $E = 14$ *Мэв* V_{s0} равно 8 *Мэв*, что соответствует $\varkappa \simeq 3{,}5 \cdot 10^{-27}$ *см*^{2}. (Эта константа впервые была установлена Левинтовым [12].) Рис. 11 и 12 воспроизводят нейтронные сечения σ_t (верхние кривые) и σ_r (нижние кривые) как функции массового числа A. Эти данные свидетельствуют о весьма хорошем согласии теории с экспериментом в широком

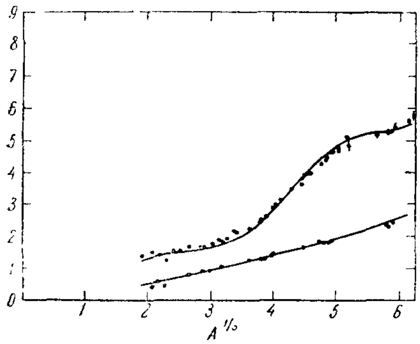

Рис. 11. σ_t (верхняя кривая, *барн*) и σ_r как функции $A^{1/3}$ для нейтронов с энергией 14 *Мэв*.

Сплошная кривая — расчет по модели с размытым краем и поверхностным поглощением.

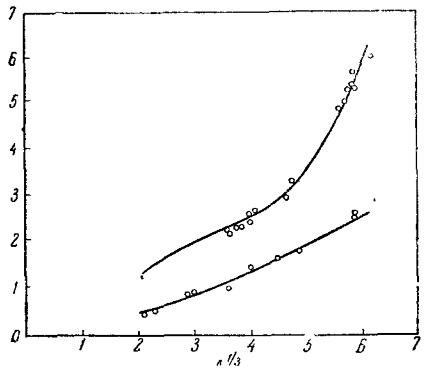

Рис. 12. σ_t (верхняя кривая, *барн*) и σ_r как функции $A^{1/3}$ для нейтронов с энергией 26 *Мэв*.

Обозначения те же, что и на рис. 11.

интервале значений A от 8 до 200. На рис. 13 даны кривые $d\sigma_s$ (ϑ) для нейтронов с энергией 14 *Мэв*. Эти кривые также свидетельствуют о прекрасном согласии теории и опыта (за исключением, пожалуй, данных по рассеянию на Al). На этом рисунке обращают на себя внимание отсутствие глубоких минимумов, характерных для модели с объемным поглощением, и прекрасное согласие теоретических и экспериментальных данных по рассеянию на углы, близкие к π, что, как отмечалось выше, есть следствие учета спин-орбитальной связи.

На рис. 14 приведены кривые поляризации рассеянных нейтронов ($E = 3{,}1$ *Мэв*) как функции угла рассеяния ϑ. Экспериментальные данные получены, как обычно, путем наблюдения азимутальной асимметрии при двойном рассеянии. Как видно из рис. 14, согласия теоретических и экспериментальных данных нет; особенно плохо дело обстоит в случае свинца и олова. Причина расхождения до сих пор не выяснена, и этот вопрос требует дополнительного (экспериментального и теоретического) исследования.

Следует отметить, что для нейтронов и протонов больших энергий согласие теоретических и экспериментальных данных по поляризации в модели с поверхностным поглощением является вполне удовлетворительным. К такому выводу приводит, например, анализ данных по поляризации протонов с энергией 8,5 и 10,5 *Мэв*, рассеянных на разных ядрах (от Be до Ag, см. [13]). Теоретические результаты, полученные на основе оптической модели, в основном правильно дают как абсолютные величины $P(\vartheta)$, так и зависимость степени поляризации от угла рассеяния ϑ. В частности, эксперимент подтверждает предсказываемое оптической моделью систематическое уменьшение поляризации с ростом A. Другим подтверждением дифракционной природы поляризационных явлений (т. е. того, что различие сечений рассеяния частиц с разной ориентацией спина может быть описано спин-орбитальным потенциалом) является тот факт, что положение максимумов и минимумов поляризации является в первом приближении функцией только величины

$$\eta = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'| R = 2kR \sin\frac{\vartheta}{2},$$

как это должно быть при фраунгоферовской дифракции на однородном препятствии радиуса R.

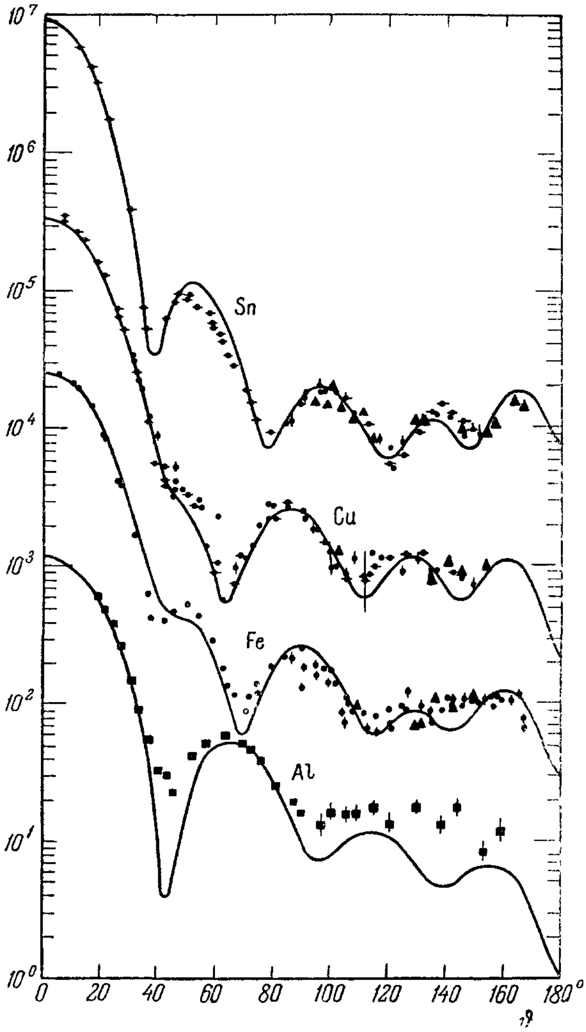

Рис. 13. $d\sigma_s/d\Omega$ (*мбарн/стер*) для нейтронов с энергией 14 *Мэв*.

Рассеиватели — ядра олова, меди, железа и алюминия

Указанное обстоятельство иллюстрируется рис. 15, на котором показано значение η для максимумов и минимумов поляризации нуклонов с энергией около 10 *Мэв*, рассеянных на разных ядрах. Как видно из рисунка, величина η приблизительно постоянна для максимумов и минимумов поляризации в широком интервале изменения A.

О результатах, полученных в модели с объемным поглощением, уже говорилось выше. Отмеченные в разделе б) недостатки этой модели делают предпочтительным при $E < 50$ *Мэв* использование модели с поверхностным поглощением.

В некоторых случаях, однако, и с объемным поглощением удается получить удовлетворительное согласие с экспериментом, хотя параметры потенциала приходится довольно сильно менять при переходе от ядра к ядру. Примером этого могут служить данные, приведенные на рис. 16 и 17. На этих рисунках изображены кривые $P(\vartheta)$ и $d\sigma_s(\vartheta)$ для протонов с энергией 10 *Мэв*[14], рассеиваемых ядрами азота и аргона. Как видно из данных, приведенных на графиках, величины V_0, W_0, V_{s0} и a хотя и меняются при переходе от азота к аргону, но имеют приблизительно тот же порядок величины, что и в модели с поверхностным поглощением.

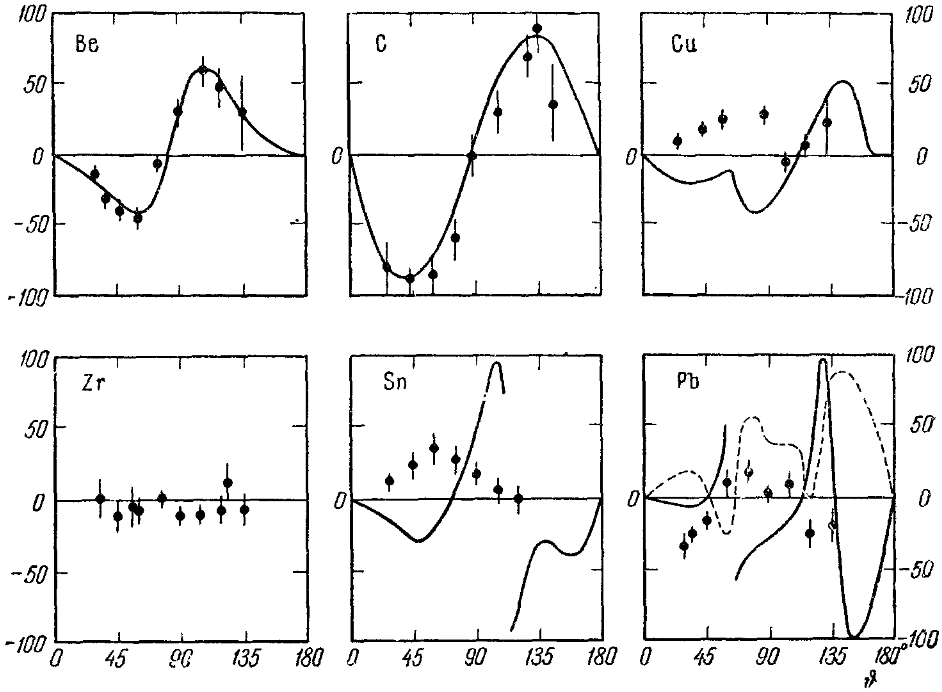

Рис. 14. Поляризация нейтронов $P(\vartheta)$ (в %) как функция ϑ для нейтронов с энергией 3,1 *Мэв*.

Сплошные кривые — расчеты по оптической модели с размытым краем и поверхностным поглощением.

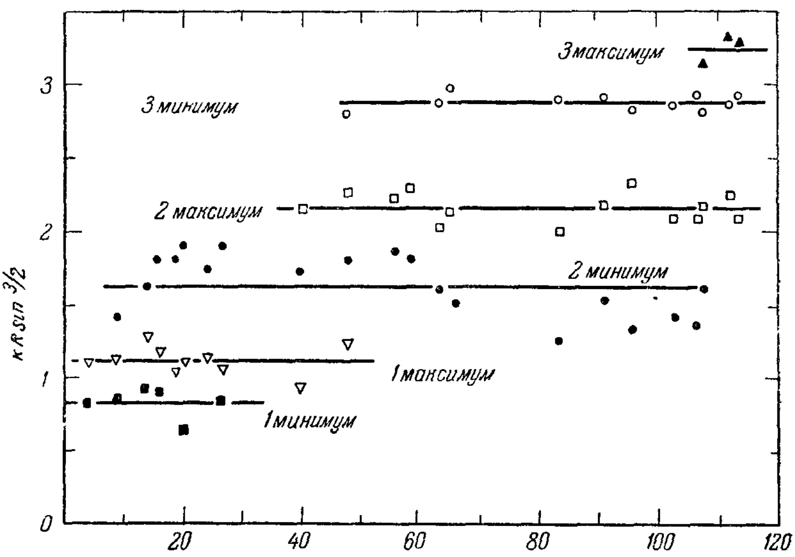

Рис. 15. Значения $kR \sin \vartheta/2$ для максимумов и минимумов поляризации $P(\vartheta)$ как функции массового числа A.

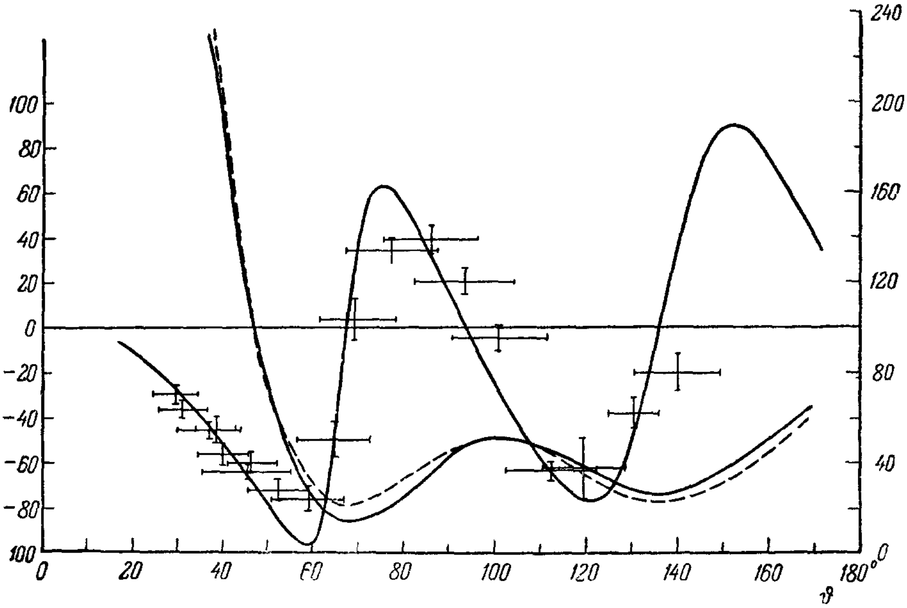

Рис. 16. Поляризация $P(\vartheta)$ (левая шкала, %) и $d\sigma_s/d\Omega$ (правая шкала, *мбарн/стер*) как функции угла рассеяния ϑ (в системе ц. м.) для протонов с энергиями 10 *Мэв* (рассеяние на ядре азота).

Сплошные кривые — модель с размытым краем и объемным поглощением, пунктирная кривая — экспериментальные данные по $d\sigma_s/d\Omega$. Параметры: $r_0=1{,}2$ *ферми*, $a=0{,}6$ *ферми*, $V_0=0{,}49$ *Мэв*, $W_0=3{,}0$ *Мэв*, $V_{s0}=10{,}0$ *Мэв*.

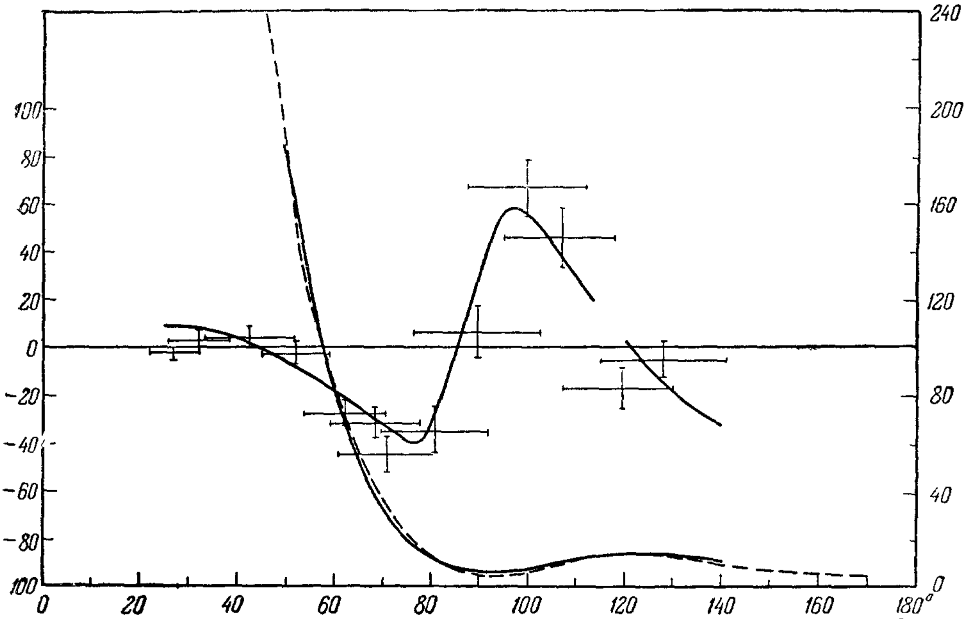

Рис. 17. Поляризация $P(\vartheta)$ (левая шкала, %) и $d\sigma_s/d\Omega$ (правая шкала, *мбарн/стер*) как функции угла рассеяния ϑ (в системе ц. м.) для протонов с энергией 10 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро аргона. Обозначения те же, что и на рис. 16. Параметры. $r_0=1{,}2$ *ферми*, $a=0{,}415$ *ферми*, $V_0=-61{,}76$ *Мэв*, $W_0=8{,}78$ *Мэв*, $V_{s0}=20$ *Мэв*.

II. ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАССЕЯНИЯ СЛОЖНЫХ ЧАСТИЦ

§ 3. Рассеяние α-частиц

В последние годы выяснилось, что по отношению к рассеянию α-частиц ядро, так же как и в случае нуклонов, не может рассматриваться как черное тело.

Как известно, при энергиях α-частиц, меньших высоты кулоновского барьера для данного ядра, рассеяние практически целиком является резерфордовским. То же самое имеет место и при энергиях, бо́льших кулоновского барьера, но для малых углов рассеяния. Это объясняется тем, что сечение резерфордовского рассеяния на малые углы велико, так как оно может происходить даже в том случае, когда α-частица пролетает далеко от ядра.

Неэлектромагнитное, ядерное взаимодействие α-частицы и ядра сказывается главным образом при рассеянии на большие углы. По указанным причинам количественные заключения о «ядерном» (неэлектромагнитном) рассеянии α-частиц стали возможны только после выполнения экспериментов, в которых наблюдалось рассеяние на большие углы искусственно ускоренных до достаточно больших энергий (порядка 30 *Мэв* и больше) α-частиц. При этих энергиях длина волны α-частиц $\lambda \ll R$, что существенно используется в дальнейшем. Рассмотрим прежде всего результаты теории, в которой ядро считается «черным» для α-частиц.

Малость длины волны α-частицы позволяет в данном случае существенно упростить учет действия кулоновского поля ядра.

Как уже упоминалось выше, при $\lambda \ll R$ дифракционные, т. е. волновые, явления проявляются только на расстояниях порядка или бо́льших R^2/λ. Вблизи же ядра картина будет практически совпадать с «геометрической оптикой», т. е. α-частицы будут двигаться по классическим траекториям. Эти траектории в данном случае будут не прямыми линиями, как это было бы для незаряженных частиц, но гиперболами, поскольку на α-частицы действует кулоновское поле ядра. Последнее является медленно меняющейся функцией r и на расстояниях порядка λ изменяется незначительно. Поэтому движение α-частиц в кулоновском поле можно рассматривать как классическое. Наличие черного поглощающего ядра приведет к тому, что на расстояниях, бо́льших R^2/λ, появится дифракционная картина, оптическим аналогом которой является дифракция света на черном шарике, помещенном в среде с плавно меняющимся (по закону $\sqrt{1-a/r}$, где r — расстояние от центра шарика) показателем преломления. Напомним, что в отличие от этого расстоянию нейтронов соответствовала картина дифракции света на черном шарике в однородной среде с постоянным показателем преломления. Практически расчет $d\sigma_c(\vartheta)$ для α-частиц в этой схеме ведется следующим образом. Если, как обычно, разложить амплитуду рассеяния по парциальным волнам с данным орбитальным моментом:

$$f(\vartheta) = \frac{i\sqrt{\pi}}{k} \sum \sqrt{2l+1}\,(1-f_l)\,P_l(\cos\vartheta), \tag{69}$$

где $P_l(\cos\vartheta)$ — полиномы Лежандра, а f_l — амплитуды парциальных рассеянных волн, не зависящие от ϑ, то при l, бо́льших некоторого l', f_l в точности равны амплитудам волн, рассеянных «чистым» кулоновским полем (т. е. в отсутствие черного ядра), а при $l \leqslant l'$

$$f_l = 0. \tag{70}$$

В самом деле, с классической точки зрения («геометрическая оптика» вблизи ядра) в ядро могут проникнуть только те частицы, энергия E

которых больше суммы высот кулоновского (U_k) и центробежного (U_l) барьеров. Так как

$$U_k = \frac{2Ze^2}{R}, \tag{71}$$

$$U_l = \frac{\hbar^2 l\,(l+1)}{2m_\alpha R^2}, \tag{72}$$

то условием

$$E = \frac{2Ze^2}{R} + \frac{\hbar^2 l'\,(l'+1)}{2m_\alpha R^2} \tag{73}$$

определяется максимальный орбитальный момент l' частиц, проникающих в ядро.

Если $l \ll l'$, то волна проникает в ядро и поглощается им (ядро черное), поэтому амплитуда f_l таких парциальных волн должна быть положена равной нулю. Если же $l > l'$, то волна в ядро не проникает, на нее действует только кулоновское поле и поэтому на f_l при $l > l'$ наличие черного поглощающего ядра не оказывает никакого влияния. Сказанное можно пояснить, заметив, что для нейтронов (73) переходит в условие

$$E = \frac{\hbar^2 l'^2}{2mR^2} \qquad (l' \gg 1), \tag{74}$$

которое может быть переписано в виде

$$l' = \frac{R}{\lambda}, \qquad \lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}. \tag{75}$$

Это последнее условие, если ввести прицельное расстояние d (т. е. расстояние от ядра до классической траектории частицы, которой в случае нейтронов является прямая линия — «луч» геометрической оптики в однородной среде), можно переписать в виде

$$d = R, \tag{76}$$

так как $l' = dp/\hbar$, где $p = \sqrt{2mE}$ — импульс нейтрона. Таким образом, условие проникновения в ядро $l \leqslant l'$ есть просто тривиальное геометрическое условие «тени» и «света»

$$d \leqslant R. \tag{77}$$

Наличие кулоновского поля изменяет условие (77) совершенно так же, как преломление света в среде с показателем преломления, изменяющимся по закону $\sqrt{1-a/r}$, «уводит» свет от шарика, центр которого расположен в точке $r=0$. Поэтому область геометрической тени непосредственно у шара (вдали имеет место дифракционная картина) становится уже: только лучи, близкие к нормали к поверхности шарика, не преломляются, попадают на поверхность шарика и поглощаются им. Описанная выше модель для рассеяния α-частиц впервые рассмотрена Блэром[15] и получила в иностранной литературе название модели с резким обрезанием (sharp cut-off model). Мы ее будем называть моделью черного ядра. Характерные для модели черного ядра результаты показаны на рис. 18, заимствованном из работы Блэра [16]. На этом рисунке пунктирной кривой показаны результаты расчета отношения $d\sigma_s(\vartheta)/d\sigma_R$ ($d\sigma_R$ — сечение резерфордовского рассеяния) для рассеяния α-частиц с энергией 48,2 *Мэв* на ядрах золота. В этом случае ($l'=22$) R принято равным $1{,}3\cdot 10^{-12}$ *см* (что несколько больше радиуса этого ядра для нейтронов, примерно равного $0{,}73\cdot 10^{-12}$ *см*).

Сплошная кривая на рис. 18 проведена по экспериментальным точкам. Как видно из рисунка, начиная с углов рассеяния $\vartheta \simeq 40^\circ$, экспериментальные данные и результаты теоретических расчетов резко расходятся (при $\vartheta = 90°$ теоретические значения больше экспериментальных в 50 раз). Это убедительно свидетельствует о том, что модель черного ядра непригодна для описания рассеяния α-частиц.

Вместе с тем оптическая модель с размытым краем, не предполагающая ядро черным, хорошо

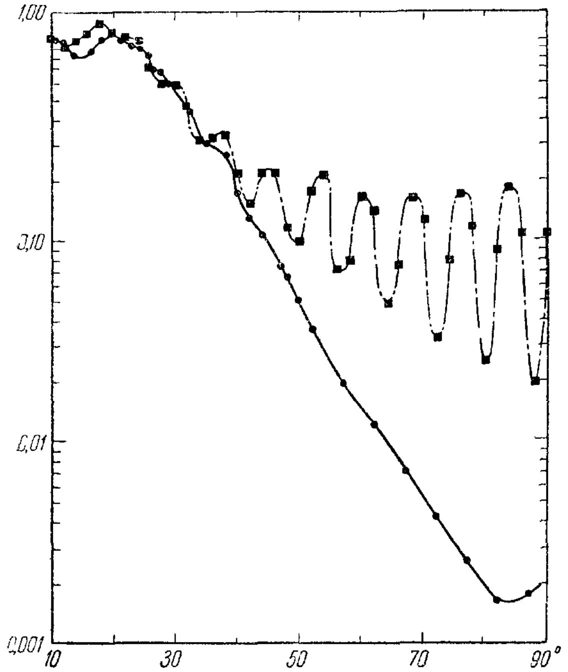

Рис. 18. $d\sigma_s/d\sigma_R$ для α-частиц с энергией 48,2 *Мэв*.

Рассеиватель—ядро Au^{197}. По оси абсцисс—угол рассеяния ϑ. Пунктирная кривая—расчеты по модели черного тела, сплошная кривая—экспериментальные данные.

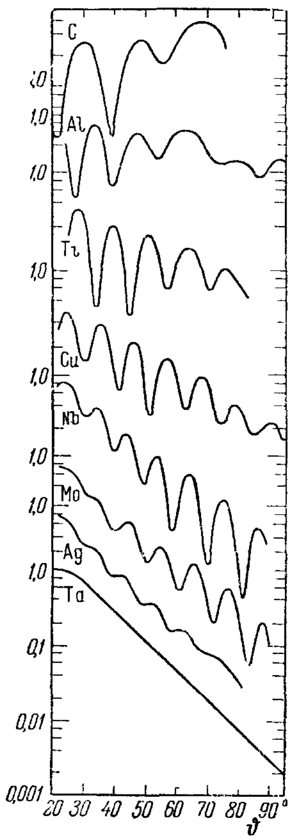

Рис. 19. Экспериментальные данные по угловому распределению рассеянных частиц с энергией 40,2 *Мэв* на разных ядрах.

По оси абсцисс угол рассеяния ϑ (в системе ц. м.), по оси ординат — $d\sigma_s/d\sigma_R$

согласуется с опытными данными, почти точно описывая детали углового распределения. На рис. 19 показан общий вид кривых отношения $d\sigma_s/d\sigma_R$ как функций угла рассеяния ϑ, полученных в различных экспериментах. Как видно из рисунка, эти кривые, будучи осциллирующими для легких и средних ядер, становятся монотонными для тяжелых ядер. Расчеты, выполненные Иго и Талером [17], по оптической модели с размытым краем и объемным поглощением очень хорошо передают ход экспериментальных кривых при всех A. В качестве примера на рис. 20—23 приведено сравнение результатов Иго и Талера с экспериментальными данными по рассеянию α-частиц с энергией 40,2 *Мэв* на ядрах C, Ti, Mo и Au. Авторы работы использовали потенциал Вудса—Саксона со следующими параметрами:

$$R = (1{,}35 \cdot A^{1/3} + 1{,}3) \cdot 10^{-13} \text{ см}, \tag{78}$$

$$a = 0{,}5 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \tag{79}$$

$$V_0 = 30 \div 51 \text{ Мэв}, \quad W_0 = 9 \div 13 \text{ Мэв}. \tag{80}$$

Эти значения параметров относятся к энергии $E = 40,2$ *Мэв*. При переходе от ядра к ядру параметры несколько меняются (главным образом V_0),

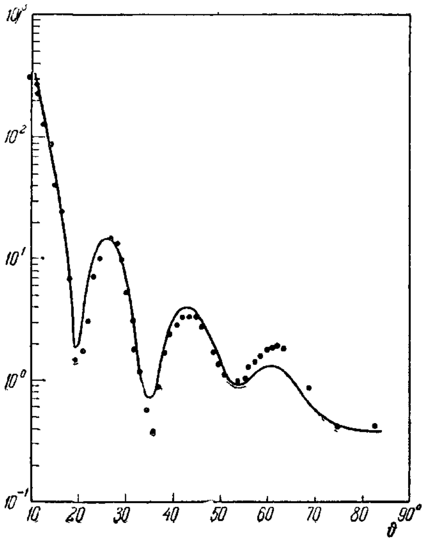

Рис. 20. $d\sigma_s/d\Omega$ (*мбарн/стер*) для α-частиц с энергией 40,2 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро углерода. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели (ϑ в системе ц. м.).

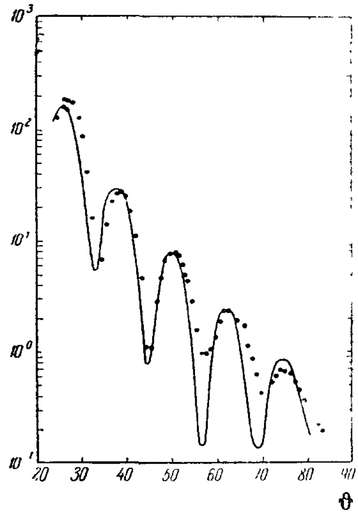

Рис. 21. $d\sigma_s/d\Omega$ (*мбарн/стер*) для α-частиц с энергией 40,2 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро Ti. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели (ϑ в системе ц. м.).

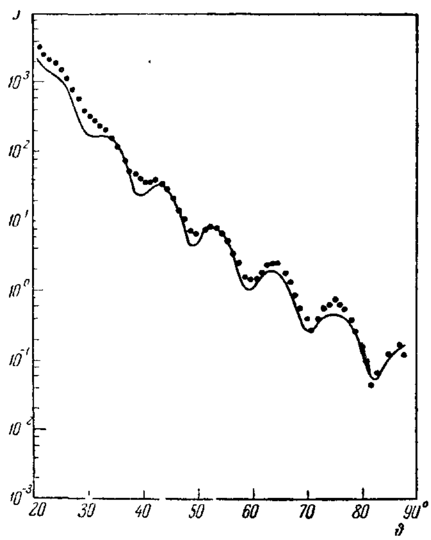

Рис. 22. $d\sigma_s/d\Omega$ (*мбарн/стер*) для α-частиц с энергией 40,2 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро Mo. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели (ϑ в системе ц. м.).

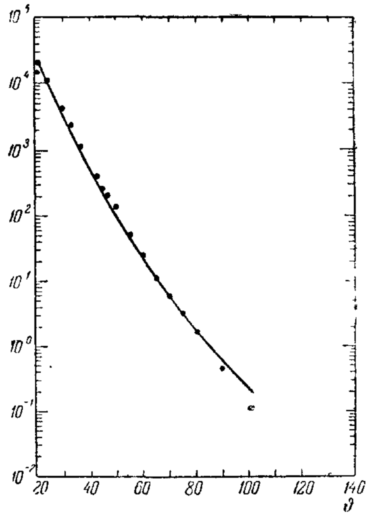

Рис. 23. $d\sigma_s/d\Omega$ (*мбарн/стер*) для α-частиц с энергией 40,2 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро Au. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели (ϑ в системе ц. м.).

причем наименьшее значение $V_0 = 30$ *Мэв* относится к легким ядрам C, Al, Ti. В широком интервале Cu — Th $V_0 = 47 \div 51$ *Мэв*. Примерно такие же результаты получены в работе Честона и Глассголда [18].

По всей вероятности, еще лучшее согласие с опытом и большее постоянство параметров как функций A было бы достигнуто в модели с поверхностным поглощением. Если рассчитать, используя (80), длину свободного пробега α-частиц Λ в ядре Au, то получим

$$\Lambda_\alpha = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

что в 10 раз больше длины свободного пробега нуклона с энергией порядка 10 *Мэв* в черном ядре (см. формулу (10a)).

§ 4. Рассеяние дейтронов

Еще более удивительным является прозрачность ядер для дейтронов с энергией 10—15 *Мэв*. На рис. 24, 25 и 26 приведены экспериментальные данные ($d\sigma_s/d\sigma_R$ как функция угла рассеяния ϑ) для рассеяния дейтронов

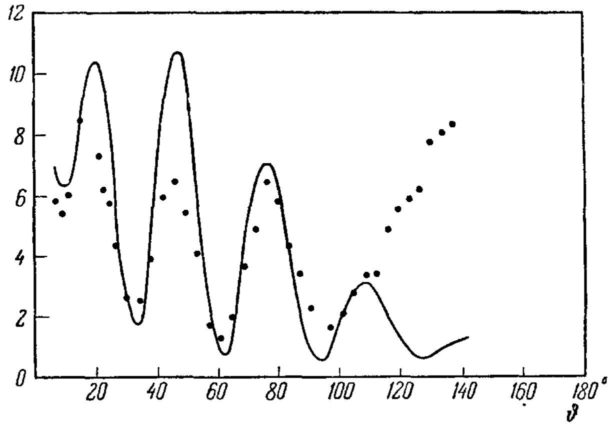

Рис. 24. $d\sigma_s/d\Omega$ для дейтронов с энергией 15 *Мэв*. Рассеиватель — ядро Au. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели с объемным поглощением (ϑ в системе ц. м.).

с энергией 15 *Мэв* на ядрах Al, Rh и Au, а также теоретические кривые, полученные на основе оптической модели с размытым краем и объемным поглощением (потенциал Вудса—Саксона).

Таблица II

Параметры оптического потенциала для дейтронов

Энергия дейтрона (*Мэв*)	Элемент	V_0 (*Мэв*)	W_0 (*Мэв*)	r_0 (*ферми*)	a (*ферми*)
	Ni	59	19	1,43	0,63
13,5	Sn	60	10,5	1,60	0,62
	Au	50	9	1,50	0,66
	Al	55	25	1,50	0,60
	Ti	59	21	1,50	0,60
	Rh	52	12	1,62	0,60
15	Sn	55	11	1,60	0,58
	Pd	53	11	1,62	0,58
	Ta	48,5	9	1,55	0,53
	Au	50	9	1,55	0,66
	Pb	48,5	9	1,52	0,63

В табл. II приведены параметры оптического потенциала [19]. Рассчитанная по этим параметрам длина свободного пробега дейтрона с энергией 15 *Мэв* в ядре Au примерно равна половине радиуса ядра $\Lambda_D \simeq 4 \cdot 10^{-13}$.

Очень хорошее согласие теоретических результатов, полученных на основе оптической модели, с экспериментальными данными неожиданно еще и потому, что из-за «рыхлости» дейтрона (малая энергия связи) он

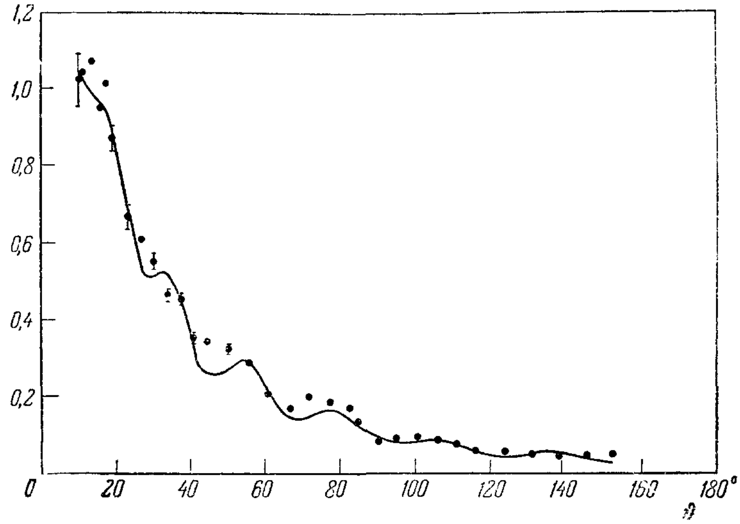

Рис. 25. $d\sigma_s/d\Omega$ для дейтронов с энергией 15 *Мэв*. Рассеиватель — ядро Rh. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели с объемным поглощением (ϑ в системе ц. м.).

может деформироваться на расстояниях, довольно далеких от ядра. Это происходит в принципе за счет двух эффектов — действия кулоновского поля и искажения фронта волны за счет дифракции. Последнее явление

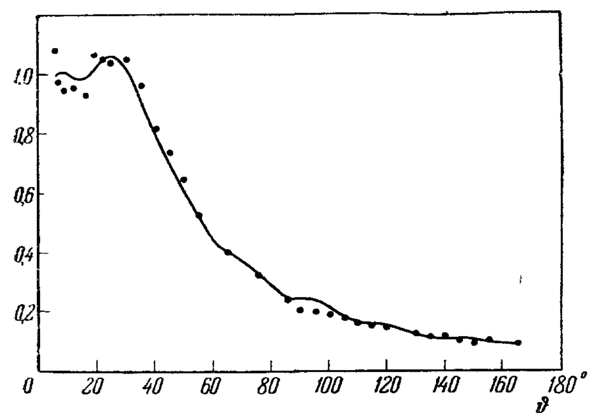

Рис. 26. $d\sigma_s/d\Omega$ для дейтронов с энергией 15 *Мэв*. Рассеиватель — ядро Au. Сплошная кривая — расчеты по оптической модели с объемным поглощением.

особенно существенно при дифракции на большие углы, когда импульс дейтрона сильно меняется:

$$\Delta p = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'| \simeq 2p.$$

При изменении импульса центра тяжести каждый из нуклонов, входящих в состав дейтрона, может получить скорость относительно центра тяжести порядка $\Delta p/m_D$ и, следовательно, приобретает в системе отсчета, связанной с центром тяжести, энергию порядка $\Delta E_n = m/m_D^2 \cdot \Delta p^2/2$. Если $\Delta p \simeq 2p$, то $\Delta E_n \simeq 2E$. При $E = 15$ *Мэв* $\Delta E \simeq 30$ *Мэв*, что намного превышает энергию связи дейтрона (2,19 *Мэв*). Это означает, что при дифракции на большие углы дейтрон может диссоциировать («дифракционный развал») или, во всяком случае, деформироваться. Иными словами, эти соображения не дают возможности a priori считать, что рассеяние дейтронов на достаточно большие углы можно рассматривать как дифракцию волны, отвечающей движению дейтрона как целого. Поэтому экспериментальные данные, свидетельствующие о справедливости оптической модели для рассеяния дейтронов на большие углы, содержат весьма нетривиальную информацию: они указывают на несущественность эффектов деформации дейтрона в процессе рассеяния.

Первые работы по оптической модели для дейтронов относятся примерно к 1956 г. [20]. В настоящее время изучение оптической модели для дейтронов находится все еще в начальной стадии. Не выяснено, в частности (из-за отсутствия подробных экспериментальных данных), насколько оптическая модель правильно описывает поведение дейтронных сечений σ_s и σ_r в зависимости от энергии и массового числа. Не опробована модель с поверхностным поглощением, которое для дейтронов может оказаться особенно существенным из-за периферийных процессов типа реакции срыва. Введение поверхностного поглощения должно привести, в частности, к сглаживанию вариаций параметров оптического потенциала как функций A.

Наконец, надо выяснить, насколько хорошо оптическая модель для рассеяния дейтронов описывает поляризационные явления. Поскольку спин дейтрона равен 1, поляризационные явления могут существенно отличаться от того, что имеет место в случае нуклонов. Рассмотрим этот вопрос несколько подробней. Проекция спина дейтрона на любое заданное направление может принимать три значения $+1, 0$ и -1. Условимся обозначать состояния с проекциями $+1, 0$ и -1 индексами 1, 2 и 3 соответственно. Амплитуда рассеяния есть матрица третьего порядка

$$f = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix}, \tag{81}$$

$$\frac{d\sigma_3}{d\Omega} = \sum_{\alpha\beta} |f_{\alpha\beta}|^2 \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3), \tag{82}$$

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega} = |f_{\alpha\beta}|^2, \tag{83}$$

причем $d\sigma_{\alpha\beta}$ — сечение рассеяния, отвечающее процессу, в котором дейтрон находился до рассеяния в спиновом состоянии α, после рассеяния — в спиновом состоянии β. Выясним, каковы характеристики спиновой упорядоченности рассеянного пучка дейтронов. В случае нуклонов единственной такой характеристикой являлась поляризация — отношение разности сечений для двух возможных проекций спина в конечном состоянии к сумме этих сечений. Это определение можно сформулировать следующим, более удобным для обобщения образом: поляризация есть отношение среднего значения проекции спина на данное направление к спину частицы. Действительно, в случае спина $\frac{1}{2}$ (нуклон) мы имели согласно формуле (44)

$$P_\nu = \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_s} = \frac{1}{2}\left\{\left(+\frac{1}{2}\right)\frac{d\sigma_+}{d\sigma_s} + \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{d\sigma_-}{d\sigma_s}\right\} = \frac{\bar{s}_\nu}{s}, \tag{83a}$$

где $\bar{s}_\nu$ — среднее значение проекции спина, s — спин нуклона.

Обобщая это определение для спина 1 (дейтрон), получаем

$$P_\nu = \frac{\bar{s}_\nu}{s} = (+1)\frac{d\sigma_+}{d\sigma_s} + 0\,\frac{d\sigma_0}{d\sigma_s} + (-1)\frac{d\sigma_-}{d\sigma_s} = \frac{d\sigma_+ - d\sigma_-}{d\sigma_s}, \tag{83б}$$

где

$$d\sigma_+ = \sum_\alpha |f_{\alpha 1}|^2, \qquad d\sigma_- = \sum_\alpha |f_{\alpha 3}|^2, \qquad d\sigma_0 = \sum_\alpha |f_{\alpha 2}|^2. \tag{84}$$

В случае дейтронов P_ν не является, однако, единственной характеристикой упорядоченности рассеянного пучка, так как в P_ν совершенно не входит $d\sigma_0$. В самом деле можно сказать, что спины частиц в пучке хаотически ориентированы, если

$$d\sigma_+ = d\sigma_- = d\sigma_0. \tag{85}$$

Если $P_\nu = 0$, то отсюда следует лишь, что

$$d\sigma_+ = d\sigma_-,$$

но не равенство (85). Таким образом, если $P_\nu = 0$, но $d\sigma_+ = d\sigma_- \neq d\sigma_0$, то пучок в какой-то мере упорядочен, так как числа частиц с разными проекциями спина не равны друг другу. Введем поэтому еще одну характеристику упорядоченности пучка, которую мы назовем квадруполяризацией Q_ν:

$$Q_\nu = \frac{d\sigma_+ + d\sigma_- - 2d\sigma_0}{3d\sigma_s}. \tag{86}$$

Если пучок совершенно не упорядочен, т. е. если имеет место равенство (85), то $Q_\nu = P_\nu = 0$. Обратно, если $Q_\nu = P_\nu = 0$, то выполняется равенство (85), т. е. пучок совершенно не упорядочен. Но если хотя бы одна из этих величин (Q_ν или P_ν) отличны от нуля, то ориентация спинов частиц в пучке уже не является хаотической. Квадруполяризация Q_ν может быть выражена также через среднее значение $\bar{S}_\nu^2$ квадрата проекции спина дейтрона:

$$\bar{S}_\nu^2 = \frac{d\sigma_+ + d\sigma_-}{d\sigma_s}. \tag{87}$$

Замечая, что

$$\frac{d\sigma_0}{d\sigma_s} = 1 - \bar{S}_\nu^2, \tag{88}$$

находим

$$Q_\nu = \frac{3\bar{S}_\nu^2 - 2}{3}. \tag{89}$$

Посмотрим теперь, к каким экспериментально наблюдаемым явлениям при рассеянии дейтронов приводит наличие двух поляризационных характеристик P_ν и Q_ν. С этой целью заметим, что матрица амплитуд рассеяния f, так же как и в случае нуклонов, может быть представлена в виде линейной комбинации некоторых базисных матриц. Число таких базисных матриц должно быть равно числу матричных элементов f, т. е. девяти. Эти базисные матрицы таковы:

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_1 = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_2 = \frac{i}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{90}$$

$$Q^{ij} = I_i I_j + I_j I_i - \frac{4}{3}\delta_{ij} \qquad (i, j = 1, 2, 3). \tag{91}$$

Независимых матриц Q^{ij} имеется всего пять, так как, во-первых,

$$Q^{ij}=Q^{ji} \tag{92}$$

и, во-вторых,

$$\sum_i Q^{ii}=0, \tag{93}$$

т. е.

$$Q^{33}=-Q^{11}-Q^{22}. \tag{93а}$$

Матрицы I_i играют в теории частиц со спином 1 такую же роль, какую матрицы Паули $\sigma^{(i)}$ в теории частиц со спином $\frac{1}{2}$. Равенства (90) и (91) определяют, таким образом, девять независимых матриц третьего порядка, по которым может быть разложена матрица f:

$$f=\frac{a}{\sqrt{3}}\cdot 1+\sum_i \frac{b'}{\sqrt{2}} I_i+\frac{\sqrt{3}}{8}\sum_{i,j} c_{ij} Q^{ij}. \tag{94}$$

Дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma_s$ равно согласно (82)

$$d\sigma_s=\sum_{\alpha,\beta} f_{\alpha\beta} f^*_{\alpha\beta}=\sum f^*_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta}=\sum_\beta (f^* f)_\beta=\operatorname{Sp} f^+ f, \tag{95}$$

где f^+ — матрица, эрмитовски сопряженная матрице f:

$$f^+_{\alpha\beta}=f^*_{\beta\alpha}. \tag{96}$$

Так как матрицы I_i и Q^{ij} эрмитовы, т. е.

$$I_i^+=I_i, \qquad Q^{ij+}=Q^{ij}, \tag{96а}$$

и так как, кроме того,

$$\operatorname{Sp} I_i=\operatorname{Sp} Q^{ij}=\operatorname{Sp} I_k Q^{ij}=0, \tag{97}$$

$$\operatorname{Sp} I_i I_j=2\delta_{ij}, \tag{98}$$

$$\operatorname{Sp}\left\{\sum_{ij,\,kl} c_{ij} c^*_{kl} Q^{ij} Q^{kl}\right\}=\frac{8}{3}\sum_{ij}|c_{ij}|^2, \tag{99}$$

то, подставив (94) в (95) и воспользовавшись соотношениями (96) – (99), найдем

$$d\sigma_s=|a|^2+\sum_i (b'_i)^2+\sum_{ij}(c_{ij})^2. \tag{100}$$

Рассуждая теперь совершенно таким же образом, как и в § 1, мы приходим в выводу, что величины b'_i есть компоненты вектора, направленного по $\mathbf{n}$:

$$\mathbf{b}'=b'\mathbf{n}, \tag{101}$$

а пять независимых величин c_{ij} образуют симметричный тензор второго ранга. С помощью имеющихся в нашем распоряжении трех ортогональных единичных векторов $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ и $\mathbf{n}$ мы можем представить c_{ij} в виде

$$c_{ij}=(c_m m_{ij}+c_l l_{ij}+c_n n_{ij})\sqrt{8}, \tag{102}$$

где

$$m_{ij}=m_i m_j \tag{103}$$

(аналогичными равенствами определяются l_{ij} и n_{ij}) и c_l, c_m, c_n — скаляры, зависящие от угла рассеяния ϑ. То обстоятельство, что в c_{ij} не входят тензоры типа $n_i m_j$, $n_i l_j$, связано с инвариантностью $d\sigma_{\alpha\beta}$ относительно зеркального отражения пространства. Тензор же типа $l_i m_j$ не входит из-за инвариантности $d\sigma_s$ относительно обращения знака времени (при этом $\mathbf{m} \to \mathbf{m}$, $\mathbf{l} \to -\mathbf{l}$).

Таким образом, окончательно имеем:

$$f = \frac{a}{\sqrt{3}} 1 + \frac{b'}{\sqrt{2}} \mathbf{nI} + \sqrt{\frac{3}{8}} \sum c_{ij} Q^{ij}, \tag{104}$$

где c_{ij} определяется формулой (102).

Выразим теперь величины P_ν и Q_ν через a, b' и c_{ij}. С этой целью заметим прежде, что формула (53) для поляризации нуклонов в направлении ν, составляющем угол θ с вектором, может быть переписана в виде *)

$$P_\nu = \frac{ab'^* + a^*b'}{|a|^2 + |b'|^2} \mathbf{n}\boldsymbol{\nu} \equiv \frac{\operatorname{Sp} f^* f \sigma\boldsymbol{\nu}}{\operatorname{Sp} f^+ f}. \tag{104а}$$

Аналогично этому поляризация дейтронного пучка после рассеяния определится формулой

$$P_\nu = \frac{\operatorname{Sp} f^+ f \mathbf{I}\boldsymbol{\nu}}{\operatorname{Sp} f^+ f} = \frac{ab'^* + a^*b'}{|a|^2 + |b'|^2 + \sum\limits_{ij} |c_{ij}|^2} \mathbf{n}\boldsymbol{\nu}. \tag{105}$$

Квадруполяризация Q_ν в направлении ν определится выражением

$$Q_\nu = \frac{\operatorname{Sp} f^+ f Q^{ij} \nu_{ij}}{\operatorname{Sp} f^+ f} = \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{ac_{ij}^* + a c_{ij}^*}{|a|^2 + |b'|^2 + \sum\limits_{ij} |c_{ij}|^2} \nu_i \nu_j. \tag{106}$$

Используя далее формулу (102) для c_{ij} и замечая, что

$$\sum_{ij} m_{ij}' \nu_{ij} = (\mathbf{m}\boldsymbol{\nu})^2, \tag{107}$$

находим

$$Q_\nu = Q_m^\nu + Q_l^\nu + Q_n^\nu, \tag{108}$$

где

$$Q_m^\nu = \frac{ac_m^* + a^* c_m}{|a|^2 + |b'|^2 + \sum\limits_{ij} |c_{ij}|^2} (\mathbf{m}\boldsymbol{\nu})^2. \tag{109}$$

Аналогичными равенствами определяются Q_l^ν и Q_n^ν. Величины Q_m^ν, Q_l^ν, Q_n^ν представляют собой слагающие квадруполяризации Q_ν в направлениях $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ и $\mathbf{n}$. Из формул (105), (108) и (109) видно, что поляризация определяется величиной b', а квадруполяризация величинами c_m, c_l, c_n. Из формул (105), (108), (109) видно также, что $P_\nu = 0$, если $\boldsymbol{\nu} \perp \mathbf{n}$. При этом, однако, квадруполяризация Q_ν будет, вообще говоря, отлична от нуля. Если $Q_\nu \neq 0$, то говорят, что пучок «выстроен» вдоль направления ν. Если $P_\nu \neq 0$, то говорят, что пучок поляризован по направлению ν. Поскольку Q_ν квадратично зависит от вектора ν, то $Q_\nu = Q_{-\nu}$. Это значит, что все эффекты, связанные с выстроенностью пучка по некоторому направлению ν, не изменятся при замене ν на $-\nu$. Поэтому всевозможные анизотропии угловых распределений при рассеянии пучка выстроенных частиц должны быть симметричны относительно плоскости, перпендикулярной к ν.

Рассмотрим теперь вопрос о том, каким образом могут быть измерены P_ν и Q_ν, возникшие в результате рассеяния совершенно неупорядоченного пучка дейтронов на каком-либо ядре. Как известно, поляризация P_ν может быть измерена путем осуществления второго рассеяния и наблюдения

*) ν есть направление «оси квантования», т. е. направление, на которое задаются проекции спина; при нашем выборе матриц σ и $\mathbf{I}$ это направление оси z.

зависимости интенсивности вторично рассеянных частиц от угла между плоскостями первого и второго рассеяния, т. е. от $\mathbf{nn}'$, где

$$\mathbf{n}' = \frac{[\mathbf{k}'\mathbf{k}'']}{2k \sin \vartheta^1/_2}. \qquad (110)$$

Здесь $\mathbf{k}''$ — волновой вектор вторичного рассеяния частиц, ϑ — угол между $\mathbf{k}'$ и $\mathbf{k}''$ (угол второго рассеяния).

Интенсивность dJ вторично рассеянных частиц будет, очевидно, равна следующему выражению:

$$dJ = \frac{J_0\, d\sigma_s\, d\sigma_s'}{L^2\, d\Omega} F, \qquad (111)$$

$$F = \frac{\left\{\sum\limits_{\alpha\beta\gamma} |f_{\alpha\beta}|^2 |f_{\beta\gamma}|^2\right\}}{\left\{\sum\limits_{\alpha\beta} |f_{\alpha\beta}|^2\right\}\left\{\sum\limits_{\alpha\beta} |f'_{\alpha\beta}|^2\right\}}, \qquad (112)$$

где J_0 — плотность потока начального пучка, L — расстояние между первым и вторым рассеивателями и штрихованные величины относятся ко второму рассеянию. Сумма F может быть вычислена без особых технических приемов только в простом случае спина $\frac{1}{2}$. При больших спинах, и в частности уже при спине 1, такое «лобовое» вычисление становится слишком громоздким. Используемый в этих случаях прием состоит в следующем. Можно заметить, что величины

$$\varrho_{\alpha\beta} = \frac{\sum\limits_{\gamma} f^+_{\alpha\gamma} f_{\gamma\beta}}{d\sigma_s}. \qquad (112a)$$

Образуют эрмитовскую матрицу $\varrho = f^+ f$. Эта матрица называется матрицей плотности. Матрица плотности по своему определению может зависеть только от наблюдаемых величин, поэтому ее разложение по матрицам I_i и Q_i должно иметь вид

$$\varrho = \frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} P\mathbf{nI} + \frac{3}{8} \sum_{ij} (Q_m m_{ij} + Q_l l_{ij} + Q_n n_{ij}) Q^{ij}, \qquad (113)$$

где

$$P = P_n, \qquad (114)$$

$$Q_m = Q_m^{(m)}, \qquad Q_l = Q_l^{(l)}, \qquad Q_n = Q_n^{(n)}. \qquad (115)$$

Величины Q_m, Q_l, Q_n представляют собой квадруполяризации вдоль физически выделенных направлений $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{n}$.

Матрица плотности ϱ' второго рассеяния, которую мы будем называть матрицей плотности анализатора, имеет вид, в точности аналогичный (113), с той только разницей, что в нее входят величины P' и Q', относящиеся ко второму рассеянию. Интересующая нас величина F представится тогда в виде

$$F = \sum_{\alpha} \varrho_{\alpha\alpha} \varrho'_{\alpha\alpha}. \qquad (116)$$

Обратим теперь внимание на то, что F должно быть инвариантно относительно вращений системы координат. Матрицы ϱ и ϱ' при этом будут преобразовываться по закону

$$\varrho \to D\varrho D^{-1}, \qquad \varrho' \to D\varrho' D^{-1}, \qquad (117)$$

где D — матрица, зависящая от параметров совершаемого вращения. Но это означает, что мы всегда можем повернуть систему координат таким образом, чтобы одна из матриц, например матрица ϱ', стала диагональной (поскольку любая эрмитовская матрица всегда может быть приведена к главным осям):

$$\varrho'_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha}\varepsilon_\alpha. \tag{117a}$$

Тогда (116) может быть записано так:

$$F = \sum \varepsilon_\alpha \varrho_{\alpha\alpha} \equiv \sum_{\alpha, \beta} \varrho_{\alpha\beta}\delta_{\beta\alpha}\varepsilon_\alpha = \mathrm{Sp}\,\varrho\varrho'. \tag{118}$$

Поскольку, как было замечено, F есть инвариант относительно вращений, а $\mathrm{Sp}\,\varrho\varrho'$ при переобразованиях (117) также не изменяется*), то равенство (118) будет справедливо в любой системе координат независимо от того, диагональна какая-нибудь из матриц $\varrho\varrho'$ или нет.

Подставив в (118) формулу (113) для ϱ и ϱ' и воспользовавшись соотношениями (97)—(99), найдем:

$$F = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} PP'\,\mathbf{nn}' + \frac{3}{8}\left(Q_m Q'_{m'}(\mathbf{mm}')^2 + Q_l Q'_{l'}(\mathbf{ll}')^2 + Q_n Q'_{n'}(\mathbf{nn}')^2\right). \tag{119}$$

Формула (122) содержит все угловые корреляции двойного рассеяния дейтронов. Ее интересно сравнить с аналогичным выражением для двойного рассеяния нуклонов:

$$F_{\text{нукл}} = \frac{1}{2}(1 + PP'\,\mathbf{nn}'). \tag{120}$$

Формула (120) показывает, что из-за наличия квадруполяризации азимутальная асимметрия во втором рассеянии будет иметь вид

$$\alpha + \beta\cos\varphi + \gamma\cos^2\varphi, \tag{121}$$

где φ — угол между $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$, причем измерение коэффициента при $\cos^2\varphi$ даст возможность определить квадруполяризацию Q_n, если известна квадруполяризация Q'_n анализатора. Отметим, что в случае нуклонов квадратичный по $\cos\varphi$ член отсутствует, как это видно из формулы (120).

Изучение поляризационных явлений при рассеянии дейтронов представляет большой интерес, поскольку это позволит выяснить, насколько полно оптическая модель описывает процесс рассеяния и, следовательно, в какой мере она отражает реальность, если речь идет о сложных частицах. Из рассмотрения общего вида амплитуды рассеяния, проведенного выше, ясно, что оптический потенциал в случае дейтронов может иметь более сложную структуру. Именно, кроме обычного центрального потенциала и спин-орбитального взаимодействия, для описания квадруполяризации может понадобиться введение дополнительных членов типа

$$U_Q = \sum_{ij}\left(V_Q(r)\,r_i r_j + V'_Q(r)\,\nabla_i\nabla_j + V''_Q(r)\,\hat{l}_i\hat{l}_j\right)Q^{ij}. \tag{122}$$

Потенциал типа (122) применительно к дейтронам до настоящего времени не изучался теоретически ввиду практически полного отсутствия экспериментальных данных по поляризационным явлениям при рассеянии дейтронов. По всей вероятности, $U_Q(\mathbf{r})$ следует рассматривать как поверхностный потенциал и начать его исследование с члена, содержащего оператор

*) $\mathrm{Sp}\,\varrho\varrho' \to \mathrm{Sp}\,D\varrho\varrho'D^{-1} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} D_{\alpha\beta}\varrho_{\beta\gamma}\varrho'_{\gamma\delta}D^{-1}_{\delta\alpha} = \sum D^{-1}_{\delta\alpha}D_{\alpha\beta}\varrho_{\beta\gamma}\varrho'_{\gamma\delta} =$
$= \sum \delta_{\delta\beta}\varrho_{\beta\gamma}\varrho_{\gamma\delta} = \sum_{\gamma,\beta}\varrho_{\beta\gamma}\varrho'_{\gamma\beta} = \mathrm{Sp}\,\varrho\varrho'.$

углового момента l_i. Именно этот член существен для азимутальной асимметрии при двойном рассеянии, т. е. для экспериментов, которые возможно будут выполнены раньше других, поскольку они вполне аналогичны существующим опытам с протонами.

§ 5. Рассеяние тяжелых ионов

Надежные экспериментальные результаты по угловым распределениям упруго рассеянных ядрами тяжелых ионов (таких, как N^{14}, O^{16} и др.) появились лишь в самое последнее время. В особенности это относится к рассеянию на большие углы. Поэтому имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные немногочисленны. Тем не менее из этих данных отчетливо следует, что модель черного ядра неприменима для рассеяния тяжелых ионов. Весьма убедительной иллюстрацией может служить рис. 27,

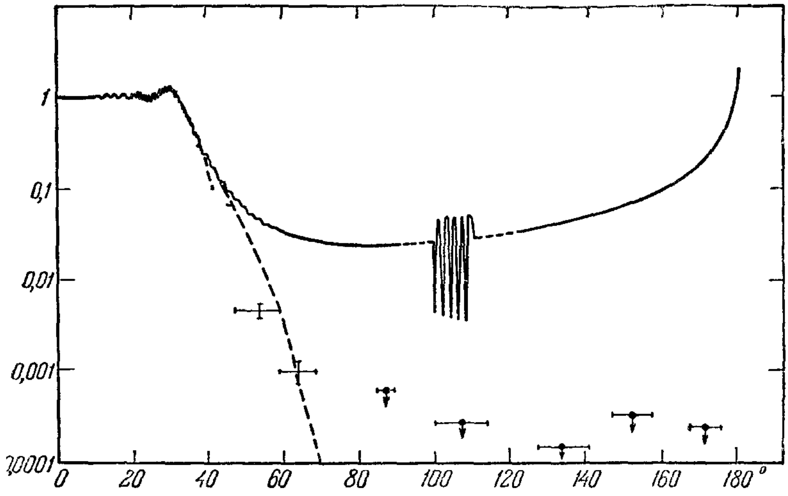

Рис. 27. $d\sigma_э/d\sigma_R$ для ионов O^{16} с энергией 165 *Мэв*.
Рассеиватель — ядро Au. Сплошная кривая — расчеты по модели черного тела ($l'=89$)

на котором воспроизведены результаты недавно опубликованной работы Рейнольдса, Голдберга и Керли[21] по рассеянию ионов O^{16} с энергией 164 *Мэв* на ядре Au^{197}. По оси абсцисс отложен угол рассеяния в системе центра масс, по оси ординат — отношение $d\sigma_э/d\sigma_R$. Данные для больших углов рассеяния указывают только верхний предел интенсивности рассеянных частиц. Сплошная кривая на этом рисунке рассчитана по рассмотренной в § 3 модели черного тела при $l'=89$. Как видно из рисунка, при углах, бо́льших 40°, экспериментальные данные и теоретические расчеты по модели черного тела резко расходятся. Не исправляет положения и учет волн, просачивающихся через центробежный барьер, вследствие туннельного эффекта (пунктирная кривая).

С другой стороны, согласие экспериментальных данных с результатами расчетов по оптической модели следует признать весьма удовлетворительным. Об этом свидетельствуют, например, данные работы Басселя и Дриско[22], приведенные на рис. 28—29. Эти результаты относятся к рассеянию ионов N^{14} с энергией 27,3 *Мэв* на ядрах углерода и бериллия. Показанные на рис. 28—29 теоретические результаты получены в модели с поверхностным поглощением. Удовлетворительное согласие теории и эксперимента для этого случая получается и с объемным поглощением

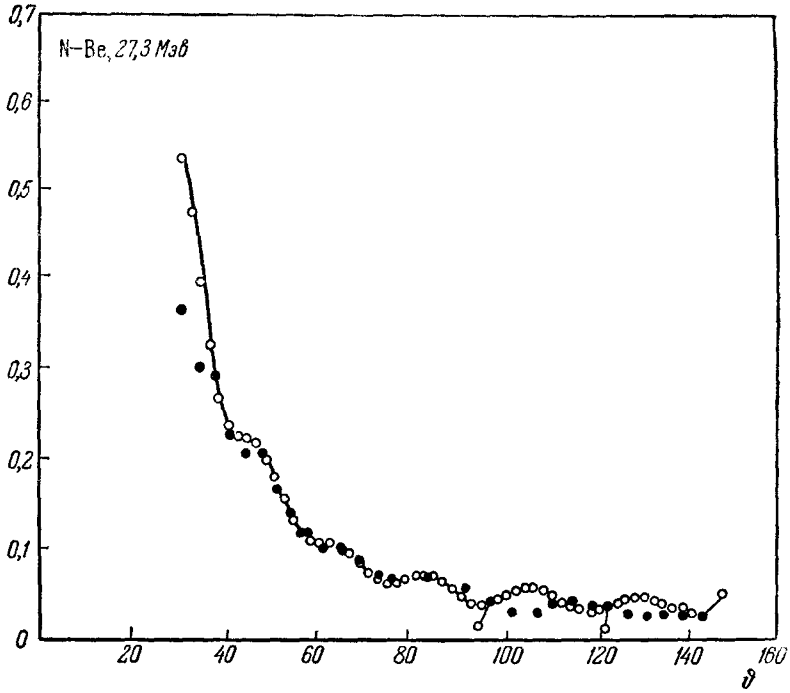

Рис. 28. $d\sigma_s/d\sigma_R$ для ионов N^{14} с энергией 27,3 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро Be Черные кружки — экспериментальные данные, белые кружки — теоретический расчет по оптической модели с поверхностным поглощением и размытым краем, Параметры $V_0=50$ *Мэв*, $W_0=16$ *Мэв*, $r_0=1{,}23$ *ферми*, $a=0{,}65$ *ферми*, $b=1{,}125$ *ферми*.

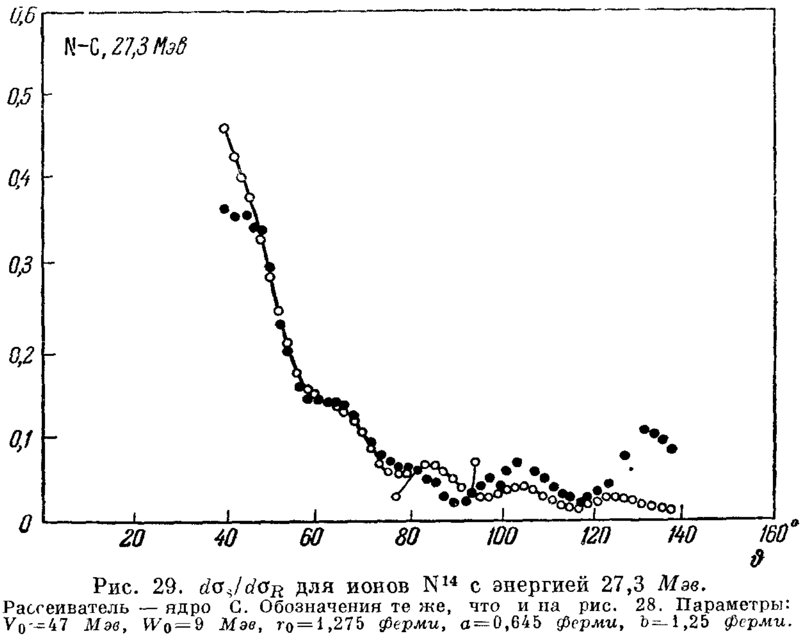

Рис. 29. $d\sigma_s/d\sigma_R$ для ионов N^{14} с энергией 27,3 *Мэв*.

Рассеиватель — ядро C. Обозначения те же, что и на рис. 28. Параметры: $V_0=47$ *Мэв*, $W_0=9$ *Мэв*, $r_0=1{,}275$ *ферми*, $a=0{,}645$ *ферми*, $b=1{,}25$ *ферми*.

при следующих значениях параметров оптического потенциала (использовался потенциал Вудса—Саксона):

$$V_0 = 48\ \textit{Мэв}, \qquad W_0 = 5{,}75\ \textit{Мэв},$$
$$r_0 = 1{,}275 \cdot 10^{-13}\ \textit{см}, \qquad a = 0{,}575 \cdot 10^{-13}\ \textit{см}.$$

Рассчитанная по этим данным длина свободного пробега Λ_N ядра N^{14} в ядерном веществе оказывается равной $\Lambda_N \simeq 2 \cdot 10^{-13}$ *см*. Это намного больше той длины пробега, которую можно было бы ожидать, если исходить из сечения столкновения N^{14} со свободным нуклоном. Так же как и в случае дейтронов, исследования по оптической модели для тяжелых ионов находятся в настоящее время в начальной стадии. Нет, в частности, достаточно подробных данных по полным сечениям, не выполнены поляризационные опыты. Разумеется, только после сравнения этих данных с результатами расчетов по оптической модели выяснится, в какой мере оптическая модель близка к действительности в описании взаимодействия сложных частиц с ядрами. Однако один важный вывод можно, по-видимому, сделать уже сейчас. *Этот вывод состоит в том, что ядерное вещество оказывается во много раз более прозрачным, чем это предполагалось ранее, не только для нуклонов, но и для сложных частиц.*

§ 6. Оптическая модель и прямые процессы

Как известно, в результате исследования последних лет выяснилось, что боровские представления о ходе механизма ядерных реакций как о процессах, идущих через промежуточные стадии образования и распада составного ядра, в ряде случаев не согласуются с опытом. Это проявляется:

а) в отличии энергетических спектров вылетающих частиц от максвелловского спектра испарения;

б) в асимметрии угловых распределений относительно $\vartheta = 90°$, где ϑ — угол (в системе центра инерции) между импульсами налетающих частиц и частиц — продуктов реакции;

в) в аномально больших выходах сложных частиц (α-частиц, дейтронов) по сравнению с выходом нуклонов, в то время, как вылет последних не запрещен никакими известными правилами отбора (например, реакция $N^{14}(n, \alpha)B''$ в 30 раз более вероятна, чем $N^{14}(n, p)C^{14}$, при той же энергии нейтронов $1{,}8 \div 4{,}2$ *Мэв*).

В свете изложенных выше фактов представляются весьма интересными попытки рассмотрения так называемых прямых яд рных процессов как реакций, в которых налетающий нуклон выбивает из ядра сложную частицу (дейтрон, α-частицу и т. п.), в готовом виде существующую в ядре. Такой подход к теории прямых процессов, обсуждавшийся и раньше, в настоящее время особенно интересен, поскольку, как выяснено в предыдущих параграфах, длины свободных пробегов сложных частиц в ядерном веществе велики. Это означает, что сложная частица, образовавшись в ядре в некоторый момент времени, будет существовать в нем сравнительно долго — в среднем в течение времени $\tau \approx \Lambda / v$, где v — скорость частицы в ядре.

Поскольку, как теперь ясно, Λ имеет тот же порядок величины, что и радиус ядра R, то, во-первых, вероятность того, что за время $\Delta t \simeq R/v'$ пролета через ядро налетающей частицы (со скоростью v') возникшая в ядре сложная частица не разрушится, сравнима с единицей, во-вторых, такая сложная внутриядерная частица из-за прозрачности ядерного вещества будет иметь заметную вероятность вылета из ядра.

Так как в результате теоретических и экспериментальных исследований по оптической модели выяснены, по крайней мере, порядки величин параметров оптической модели для сложных частиц, то возникает вполне реальная задача создания теории процессов «прямого выбивания», которая должна количественно связать сечения этих процессов с данными оптической модели. Тем самым будет установлена внутренняя связь между результатами двух различных групп ядерных экспериментов — опытов по рассеянию частиц на ядрах и экспериментальных данных по ядерным реакциям прямого типа. Если окажется, что указанные две группы экспериментальных фактов действительно могут быть количественно согласованы друг с другом (в некотором условном смысле; подробнее об этом см. в работе [23]), то это будет сильным аргументом в пользу возможности существования в ядре в течение длительного времени сложных ассоциаций типа α-частиц, дейтронов и других частиц. Установление такого факта, было бы несомненно одним из самых поразительных результатов эволюции наших представлений о структуре атомных ядер и динамике ядерных процессов.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. H. Feshbach, C. E. Porter, V. F. Weiskopf, Phys. Rev. 90, 166 (1953).
2. H. Feshbach, C. E. Porter, V. F. Weiskopf, Phys. Rev. 96, 448 (1954).
3. H. H. Barshall, Phys. Rev. 86, 431 (1952); M. Walt, H. H. Barshall, Phys. Rev. 93, 1062 (1954).
4. R. D. Woods, D. S. Saxon, Phys. Rev. 95, 577 (1954).
5. П. Э. Немировский, ДАН СССР 101, 257 (1955).
6. А. В. Лукьянов, Ю. В. Орлов, В. В. Туровцев, Nucl. Phys. 8, 325 (1958).
7. I. McCarthy, Proceedings of the International Conference on the Nuclear Optical Model, Florida, 1959, стр. 24.
8. F. E. Bjorklund, S. Fernbach, Phys. Rev. 109, 1295 (1958).
9. R. E. Peierls, Proceedings of the International Conference on the Nuclear Optical Model, Florida, 1959, стр. 262.
10. H. H. Barschall, Compt. rend. du Congres intern. de phys. nucl., Paris, 1959.
11. П. Э. Немировский, Современные модели атомного ядра, М., Атомиздат, 1960.
12. И. И. Левинтов, ДАН СССР 101, 249 (1955); 107, 240 (1956).
13. L. Rosen, Proc. of the Intern. Conference on Nucl. Structure, Kingston, Canada, 1960, стр. 185.
14. L. Rosen, Proc. of the Intern. Conference on the Nucl. Opt. Model, Florida, 1959, стр. 72.
15. J. S. Blair, Phys. Rev. 95, 1218 (1954).
16. J. S. Blair, Phys. Rev. 108, 827 (1957).
17. G. Igo, R. M. Thaler, Phys. Rev. 106, 126 (1957).
18. A. E. Glassgold, W. B. Cheston, Phys. Rev. 106, 1215 (1957).
19. M. A. Melkanoff, Proc. of the Intern. Conference on the Nucl. Opt. Model, Florida, 1959, стр. 207.
20. И. С. Шапиро, Э. И. Долинский, Physica 22, 1164 (1956).
21. H. L. Reynolds, E. Goldberg, D. D. Kerlee, Phys. Rev. 119, 2009 (1960).
22. R. H. Bassel, R. M. Drisko, Proc. of the Intern. Conference on Nucl. Structure, Kingston, Canada, 1960, стр. 212.
23. И. С. Шапиро ЖЭТФ (1961) (в печати).