

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ
ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ВЕЩЕСТВА
НА СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ****В. П. Шестопалов и К. П. Яцук**

ВВЕДЕНИЕ

Знание диэлектрических проницаемостей вещества имеет большое значение в физике, химии и технике. Развитие науки последних лет расширило области применения диэлектриков, выдвинуло новые проблемы в изучении их свойств. Последние достижения физики сверхвысоких частот (с.в.ч.) привели к необходимости изучения поведения вещества во вновь осваиваемых диапазонах волн, а достижения в технике с.в.ч. позволили создать новые методы для измерения диэлектрических проницаемостей вещества.

В литературе имеются сведения об использовании большого числа методов для измерения диэлектрических проницаемостей вещества на с.в.ч. В данной статье дается обзор наиболее часто применяемых методов, указываются достижения в области усовершенствования старых и разработки ряда новых методов измерения диэлектрических проницаемостей вещества на с.в.ч. Главное внимание уделяется физической стороне проблемы измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества. Исходя из этого произведена классификация методов измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$, а также более подробно описаны некоторые новые методы измерения этих величин, в частности метод спирального волновода. Вопросам техники измерений уделяется меньше внимания и совсем не затрагиваются вопросы, связанные с детальным анализом возникающих при измерениях погрешностей.

**1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ВЕЩЕСТВА**

Принципиально всякое измерение влияния материала на электромагнитное поле может послужить для определения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества. На низких частотах наиболее простым является взаимодействие электрического поля конденсатора с веществом, заполняющим конденсатор. Поэтому все методы измерения диэлектрических проницаемостей вещества на низких частотах сводятся к учету изменения емкости при внесении в конденсатор исследуемого вещества. Различные методы учета изменения емкости определяют и методы измерения диэлектрических проницаемостей вещества. Наиболее часто встречаются мостовые методы, резонансные методы и методы биений. Использование этих методов позволяет производить измерения диэлектрических проницаемостей вещества с достаточной высокой точностью. Так, для непроводящих диэлектриков метод резонанса дает точность порядка 0,01% в определении ϵ , а метод биений

позволяет определять ϵ с точностью до $5 \cdot 10^{-6}$ единицы диэлектрической проницаемости¹. С ростом проводимости исследуемых диэлектриков погрешности методов резко возрастают.

В области с.в.ч. вместо систем с сосредоточенными постоянными используются системы с распределенными постоянными. Соответственно видоизменяются и методы измерения диэлектрических проницаемостей вещества. Некоторые из них остаются резонансными. Кроме того, появляются методы, использующие взаимодействие направленных волн с веществом. На с. в. ч. существует несколько типов направляющих систем: двухпроводная линия, коаксиальная линия, полые волноводы, диэлектрические линии передачи и др. Использование различных линий передачи приводит к различным методам измерения диэлектрических проницаемостей вещества. Наконец, можно использовать и направленные волны в свободном пространстве и, таким образом, опять прийти к новому методу измерения.

Существование большого количества методов измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ определяется наличием разнообразных линий передачи, возможностью выбора разных параметров, удобных для измерения, использованием образцов различной формы и выбором места расположения их в системе.

Общее для всех методов заключается в том, что тем или иным способом определяется изменение фазовой постоянной распространения при введении в систему испытуемого диэлектрика и устанавливается связь этого изменения с величиной диэлектрической проницаемости вещества. Эти связи могут быть весьма различны в каждом отдельном случае, что и определяет большое количество методов измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$.

Обычно в литературе принята следующая классификация методов измерения диэлектрических проницаемостей вещества на с.в.ч.²⁻⁴:

- 1) методы, использующие волны в свободном пространстве;
- 2) методы, использующие направленные волны;
- 3) резонансные методы.

Наиболее обширную группу методов, опирающихся на использование направленных волн, можно подразделить на подгруппы в зависимости от типа направляющей системы: двухпроводной, волноводной или коаксиальной линии.

На основе использования двухпроводной линии были разработаны 1) первый метод Друде⁵, 2) второй метод Друде (или метод конденсатора в двухпроводной линии)⁶, 3) метод пластины Рожанского⁷ и 4) метод Татаринова⁸. Эти методы широко применялись и разрабатывались в тридцатых годах. Позднее они были вытеснены более совершенными методами с использованием коаксиальных и волноводных линий. Однако следует отметить, что второй метод Друде до сих пор находит применение в области дециметровых волн, а остальные из указанных методов интересны тем, что в них впервые были предложены идеи вывода формул и выбора удобных для измерения параметров, перенесенные затем на волноводные методы и методы объемных резонаторов.

Из волноводных методов наиболее распространенными являются методы, основанные на изучении волн, прошедших через образец или отраженных от него. При этом наиболее широко используются варианты, с применением измерительной линии⁹, хотя существуют и мостовые варианты, основанные на сравнении волн, отраженных от исследуемого образца и от эталонных нагрузок (см., например,¹⁰).

Методы, в которых используются волны в свободном пространстве, также можно подразделить на две подгруппы, соответствующие наблюдению отраженной или прошедшей через образец волны.

Такое же подразделение на подгруппы имеет место и при использовании коаксиальной линии. Кроме того, следует отметить метод, в котором вводится в рассмотрение часть линии с сосредоточенной емкостью. Расчеты методом эквивалентных схем приводят в этом случае к простым формулам для определения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества, помещенного в емкостную часть линии.

Большое распространение получили резонансные методы. Отличаются они видом резонансных систем, образованных из различных линий передач, типом возбуждаемых в них колебаний, местом расположения образца в резонаторе и формой самого образца.

Если исходить из общности физических принципов взаимодействия поля с веществом, то все рассмотренные методы можно разделить на несколько групп, а именно:

- 1) методы, основанные на изучении поля стоячей волны в исследуемом диэлектрике;
- 2) методы, основанные на рассмотрении волн, отраженных от исследуемого образца;
- 3) методы, основанные на изучении волн, прошедших через диэлектрик;
- 4) резонансные методы.

Следует особо отметить работы Н. А. Дивильковского и М. И. Филиппова¹¹, в которых диэлектрическая проницаемость вещества определялась по изменению температуры диэлектрического шарика небольших размеров в поле высокой частоты.

Существующие методы измерения диэлектрических проницаемостей вещества можно различать и по характеру волн, использованных для взаимодействия с веществом. В большинстве методов используются волны, фазовая скорость которых больше скорости света (волноводные методы) или равна скорости света (методы двухпроводной линии, коаксиальной линии, свободного пространства). Существуют, однако, методы, в которых применяются волны с фазовой скоростью, меньшей скорости света (метод уединенного диэлектрического стержня, метод спирального волновода). В обзоре первая часть методов будет называться методами измерения ϵ с использованием быстрых волн, вторая часть — методами измерения ϵ с использованием медленных волн.

II. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ВЕЩЕСТВА, ОСНОВАННЫЕ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ БЫСТРЫХ ВОЛН

§ 1. Методы определения диэлектрических проницаемостей вещества, основанные на изучении поля стоячей волны в исследуемом диэлектрике

Наиболее простые соотношения, связывающие ϵ с измеряемыми параметрами, можно получить, если рассматривать распространение волн в безграничной диэлектрической среде или в системе, полностью заполненной диэлектриком.

Как известно¹², между постоянной распространения волны в безграничном диэлектрике $k_{\text{ср}}$ и постоянной распространения волны в свободном пространстве k_0 существует соотношение

$$k_{\text{ср}} = \sqrt{\epsilon\mu} k_0, \quad (2,4)$$

где ϵ, μ — в общем случае комплексные величины диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Возможность измерения $k_{ср}$ при $\mu=1$ решает проблему определения ϵ на заданных частотах ($\omega_0=k_0c$). Простая связь между диэлектрической проницаемостью и постоянной распространения имеет место и для волн, распространяющихся в системах, где структура полей оказывается близкой к структуре плоской волны, т. е. в двухпроводных и коаксиальных линиях. Для таких линий при полном их погружении в исследуемую среду с $\epsilon \neq 1$ и $\mu=1$ диэлектрическая проницаемость вещества определяется по формуле

$$\epsilon = \left(\frac{k_{ср}}{k_0} \right)^2 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_d} \right)^2 \quad (2,2)$$

и весь процесс измерений ϵ сводится к определению длин волн в системе без диэлектрика λ_0 и с диэлектриком λ_d . Схему измерений можно осуществить, если перпендикулярно к направлению распространения плоской волны поставить идеально отражающую плоскость и наблюдать в области перед плоскостью картину стоячих волн. На рис. 1 представлены картины

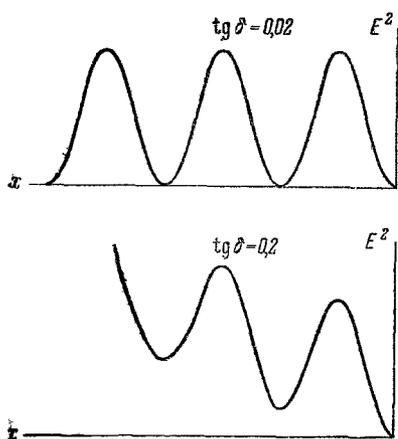


Рис. 1. Картины распределения интенсивности полей для малых и средних потерь.

распределения интенсивности электрических полей для случая малых и средних потерь. При низких или средних потерях расстояние между соседними минимумами l равно половине длины волны $\lambda_d=2l$. При этом тангенс угла потерь можно определить следующим образом:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2}{\pi} \frac{E_{\min}}{E_{\max}}, \quad (2,3)$$

где E_{\min} , E_{\max} — значения напряженностей полей в минимуме и максимуме стоячей волны.

Наиболее ранней попыткой использования двухпроводной линии для измерения ϵ при полном погружении линии в диэлектрик может служить работа В. И. Калинина¹³ по определению диэлектрической проницаемости воды. Двухпроводная линия протягивалась через сосуд,

заполняемый жидкостью. При помощи зонда снимались картины полей в системе без жидкости и с жидкостью. Вычисление ϵ производилось по формуле (2,2). Величина ϵ воды на волне 16,8 см оказалась равной 81,7, что хорошо согласуется с результатами, полученными с помощью других методов. Известны работы⁴ по определению ϵ жидкостей, полностью заполняющих секцию прямоугольного волновода. Диэлектрическая проницаемость определялась по двум значениям длин волн в волноводе: без диэлектрика и с диэлектриком. Связь ϵ с измеряемыми длинами волн в системе несколько сложнее, чем для двухпроводной линии, но все измерения и в этом случае сводятся лишь к определению стоячей волны в среде, полностью заполненной диэлектриком.

К методу определения ϵ по изучению картины стоячих волн в диэлектрике можно отнести и работы^{14, 15} по определению ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ образцов достаточной длины, заполняющих часть коаксиальной линии до короткого замыкания. В поперечном сечении образец заполняет линию не полностью (рис. 2). В оставшемся свободном пространстве перемещается зонд. Анализ системы методом эквивалентных схем позволил получить простые формулы для определения ϵ по картине стоячих волн в системе:

$$\epsilon = A \left[\left(\frac{\lambda_{\epsilon}}{\lambda_0} \right)^2 + A - \eta^2 \right]^{-1}, \quad (2,4)$$

где

$$A = \ln \frac{R_2}{R_1} \left(\ln \frac{R_4}{R_1} \right)^{-1},$$

$$\eta^2 = \left(\frac{\lambda_T}{\lambda_0} \right)^2 = \left(\ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\epsilon_T} \ln \frac{R_3}{R_2} + \ln \frac{R_4}{R_3} \right) \left(\ln \frac{R_4}{R_1} \right)^{-1},$$

λ_0 — длина волны в линии без диэлектрика, λ_ϵ — длина волны при наличии диэлектрика, λ_T — длина волны в линии при наличии трубки, ϵ_T — диэлектрическая проницаемость трубки, R_1, R_2, R_3, R_4 — радиусы внутреннего провода, трубки и внешнего провода коаксиальной линии соответственно. Потери определялись по формуле (2,3). В работах^{14,15} отмечено, что использование коаксиальной линии позволяет производить

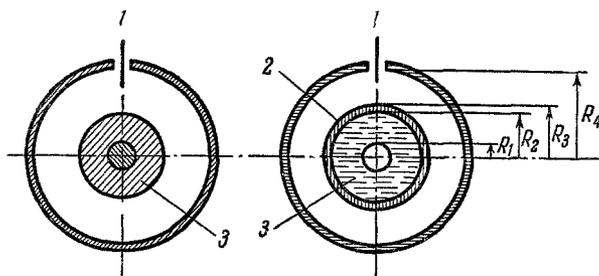


Рис. 2. Поперечное сечение коаксиальной линии с исследуемым диэлектриком.

1—зонд; 2—цилиндрическая ювета; 3—диэлектрик

измерения диэлектрических проницаемостей вещества (со значениями $\epsilon \ll 20$ и средними потерями в широкой полосе частот.

Описанные методы отличаются простым математическим аппаратом. Наиболее пригодны они для измерения ϵ жидкостей в различных участках диапазона частот. К недостаткам следует отнести потребность в большом количестве исследуемого вещества, трудности, возникающие при исследовании твердых веществ, и непригодность методов для измерения ϵ веществ с большими потерями.

§ 2. Методы, основанные на рассмотрении волн, отраженных от образца

Методы, основанные на изучении поля стоячей волны в исследуемом диэлектрике, нашли ограниченное применение из-за ряда недостатков, основным из которых является потребность в большом количестве изучаемого вещества. При наличии малых образцов удобными являются методы, основанные на изучении волн, прошедших через ограниченный участок исследуемого вещества или отраженных от него. Наибольшее распространение получили методы изучения картины стоячих волн перед образцом при известной нагрузке за ним. Разработке их посвящено большое количество работ^{9,16-18}.

Рассмотрим метод короткозамкнутой линии⁹. Пусть в некоторой передающей линии (например, в волноводе) имеется участок, заполненный исследуемым диэлектриком (область II на рис. 3). Тогда каждая из трех областей будет характеризоваться постоянными распространения $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ и волновыми сопротивлениями Z_1, Z_2, Z_3 . Постоянную распространения в исследуемой среде можно определить через измеряемое входное сопротивление линии. При этом возможны различные случаи расположения короткозамыкающей пластинки.

1. Вторая среда замкнута накоротко ($\Delta=0$). Тогда входное сопротивление участка линии длиной d , замкнутого на конце накоротко, как известно², равно

$$Z_{\text{вх}}^{(0)} = Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 d, \quad (2,5)$$

где $\gamma_2 = \alpha + i\beta_2$, α — коэффициент затухания, β_2 — фазовая постоянная, γ_2 — постоянная распространения, а нормированное входное сопротивление равно

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \operatorname{th} \gamma_2 d. \quad (2,6)$$

С другой стороны, известно, что характеристическое сопротивление для волн типа TE связано с постоянной распространения соотношением

$$Z_{TE} = \frac{i\omega\mu}{\gamma_2},$$

и, следовательно,

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{i\beta_1}{\gamma_2}. \quad (2,7)$$

Соотношения (2,5) и (2,6) позволяют получить уравнение, определяющее γ_2 :

$$\frac{1}{i\beta_1 d} \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} = \frac{\operatorname{th} \gamma_2 d}{\gamma_2 d}. \quad (2,8)$$

2. Если короткозамыкающая пластинка расположена на расстоянии четверти длины волны от задней стенки образца ($\Delta = \frac{\lambda}{4}$) и затухание

в третьей среде равно нулю, то можно записать выражение для входного сопротивления разомкнутой линии:³

$$Z_{\text{вх}}(0) = Z_2 \operatorname{cth} \gamma_2 d. \quad (2,9)$$

В этом случае также можно получить уравнение, позволяющее связать искомую постоянную распространения во второй среде с измеряемыми величинами (входным сопротивлением линии и постоянной распространения в первой среде):

$$\frac{i}{\beta_1 d} \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} = \frac{\operatorname{cth} \gamma_2 d}{\gamma_2 d}. \quad (2,10)$$

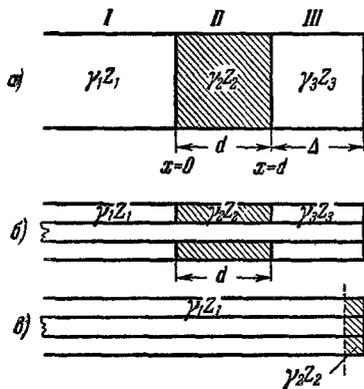


Рис. 3. Положение образца в методе короткозамкнутой линии.

Соотношения (2,8) и (2,10) представляют собой трансцендентные уравнения относительно искомой постоянной распространения. Для решения их необходимо применить графический метод. В ряде работ по измерению диэлектрических проницаемостей вещества подобными методами приводятся таблицы функций $\frac{\operatorname{th} \theta}{\theta}$ ^{1, 9}. Кроме того, методы частичного заполнения системы диэлектриком приводят к неоднозначности в определении ϵ , для устранения которой необходимо прибегать к повторным измерениям ϵ образцов разных толщин или заранее определять приближительную величину измеряемых значений ϵ .

Существует несколько частных случаев, приводящих к более простым выражениям для определения постоянной распространения в исследуемой среде.

а) Случай диэлектрика без потерь. Постоянная распространения при этом имеет вид

$$\gamma_2 = i\beta_2.$$

Уравнение для определения γ_2 приобретает форму

$$\frac{1}{i\beta_2 d} \frac{\chi(0)}{Z_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta_2 d}{\beta_2 d}, \quad (2,11)$$

где $\chi(0)$ — входное реактивное сопротивление линии. Учет равенства

$$i \frac{\chi(0)}{Z_1} = -i \operatorname{tg} \beta_1 d_{\min}, \quad (2,12)$$

где d_{\min} — расстояние от образца до первого минимума стоячей волны приводит к следующему уравнению для γ_2 :

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_1 d_{\min}}{\beta_1 d} = -\frac{\operatorname{tg} \beta_2 d}{\beta_2 d}. \quad (2,13)$$

Уравнение (2,13) проще решить, чем (2,8), так как существуют таблицы функций $\frac{\operatorname{tg} \theta}{\theta} = f(\theta)$. Однако и в этом случае надо учитывать неоднозначность при определении ε .

б) В случае больших потерь, когда отраженная волна не доходит до границы раздела воздух — диэлектрик, определение ε значительно облегчается. Действительно, отсутствие отраженной волны в линии приводит к равенству

$$Z_{\text{вх}}(0) = Z_2.$$

Так как $\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{i\beta_1}{\gamma_1}$, то

$$\gamma_2 = \frac{Z_1}{Z_{\text{вх}}} i\beta_1. \quad (2,14)$$

В этом случае не приходится решать трансцендентное уравнение.

в) Избавиться от трансцендентности можно также и в том случае, если видоизменить метод к так называемому методу двух положений¹⁷. Смысл его сводится к тому, что производятся измерения входных сопротивлений линии при наличии образца для двух положений закорачивающего поршня. При одном из них образец оказывается в точке короткого замыкания, при другом — расстояние от образца до замыкающей пластины равно четверти длины волны. Для двух измерений

$$\frac{\operatorname{th} \gamma_2 d}{\gamma_2 d} = \frac{(Z_{\text{вх}})_1}{Z_1} \frac{1}{i\beta_1 d}, \quad \frac{\operatorname{cth} \gamma_2 d}{\gamma_2 d} = \frac{(Z_{\text{вх}})_2}{Z_1} \frac{1}{i\beta_1 d}.$$

Из этих уравнений выражение для γ_2 через измеряемые параметры получается в следующем виде:

$$\gamma_2^2 = \frac{\beta_1^2 Z_1^2}{(Z_{\text{вх}})_1 (Z_{\text{вх}})_2}. \quad (2,15)$$

Все выведенные соотношения для γ_2 справедливы и для случая измерений в коаксиальной линии (рис. 3, б).

Знание постоянной распространения позволяет определить комплексную диэлектрическую проницаемость среды. Для двухпроводной и коаксиальной линий ε среды можно определить из соотношения

$$\frac{\varepsilon_2^*}{\varepsilon_1} = -\left(\frac{\gamma_2}{\beta_1}\right)^2, \quad (2,16)$$

где ε_1 , γ_1 — диэлектрическая проницаемость и постоянная распространения в первой среде, а ε_2^* и γ_2 — во второй.

Для волн, распространяющихся в волноводе, справедливо соотношение

$$\gamma_2^2 = k^2 - k_{\text{кр}}^2,$$

где $\gamma_2 = \alpha_2 + i\beta_2$ — постоянная распространения в волноводе, заполненном средой с $\varepsilon \neq 1$; $k = i\beta_0 \sqrt{\varepsilon(1 - i \operatorname{tg} \delta)}$ — постоянная распространения в безграничной среде с $\varepsilon \neq 1$; $\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ — постоянная распространения в свободном пространстве с $\varepsilon = 1$, $k_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{кр}}}$. Выражения для ε и $\operatorname{tg} \delta$ получаются в следующем виде:

$$\varepsilon = \frac{k_{\text{кр}}^2 + \beta_2^2 - \alpha^2}{\beta_0^2}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{2\alpha\beta_0}{k_{\text{кр}}^2 + \beta_2^2 - \alpha^2}. \quad (2,17)$$

Приведенные соотношения, дающие связь γ_2 с измеряемой величиной входного сопротивления, справедливы для любой линии передачи (двухпроводной, коаксиальной или волноводной), когда образец расположен в некоторой части ее. Отличие заключается в связи γ_2 с величиной измеряемого значения ε .

Следует отметить еще одно положение образца и несколько измененные уравнения, определяющие γ_2 в случае коаксиальной линии^{1, 18}. Образец в виде диска (а не кольца) располагается в емкостной части, образованной центральным проводом и торцевой крышечкой линии (рис. 3, е). В этом случае входное сопротивление линии можно определить по формуле

$$\frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} = \frac{1}{Z_1} \frac{1}{i\omega C^*}, \quad (2,18)$$

где $C^* = \varepsilon^* C_0$. Знание входного сопротивления линии, сосредоточенной емкости C_0 и геометрии линии позволяет определить диэлектрическую проницаемость вещества в явном виде:

$$\varepsilon^* C_0 = \left(i\omega Z_1 \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} \right)^{-1} = \left(867if \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_1} \lg \frac{D_2}{D_1} \right)^{-1}, \quad (2,19)$$

где D_1 , D_2 — диаметры проводников, f — частота в герцах.

Для образцов с малыми потерями

$$\varepsilon C_0 = \left(867f \lg \frac{D_2}{D_1} \operatorname{tg} \frac{2\pi d_{\text{min}}}{\lambda_1} \right)^{-1}, \quad (2,20)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\pi \Delta x}{\lambda_1} \left(\operatorname{tg} \frac{2\pi d_{\text{min}}}{\lambda_1} + \operatorname{ctg} \frac{2\pi d_{\text{min}}}{\lambda_1} \right). \quad (2,21)$$

Как видно, формулы для расчета ε и $\operatorname{tg} \delta$ оказываются достаточно простыми и для исследования требуется небольшое количество исследуемого вещества.

Таким образом, процесс измерений ε и $\operatorname{tg} \delta$ методом короткозамкнутой линии сводится к определению входного сопротивления линии, т. е. к измерению коэффициента стоячей волны и смещения первого (от образца) минимума. Погрешности метода определяются погрешностями указанных измерений, а также зависят от величины зазора между образцом и линией. Для образцов со средними значениями ε и $\operatorname{tg} \delta$ ($\varepsilon \leq 20$, $\operatorname{tg} \delta = 10^{-3} \div 10^{-2}$) методы с использованием измерительной линии дают погрешность в 1% при определении ε , а при определении $\operatorname{tg} \delta$ ограничиваются точностью измерения коэффициента стоячей волны, составляющей примерно 2%⁴.

К недостаткам метода можно отнести требование точной подгонки образца под размеры системы, что особенно важно при измерении больших значений ϵ . При помещении образца в емкостную часть коаксиальной линии дополнительной трудностью составляет изготовление специальной ячейки — измерительного конденсатора. Метод короткозамкнутой линии оказывается наиболее удобным для использования его в сантиметровом диапазоне волн. В дециметровом диапазоне метод оказывается менее удобным из-за необходимости использования громоздкой измерительной линии. Со стороны коротких волн применение метода ограничивается тем, что на волнах короче одного сантиметра оказывается трудно выполнить короткозамкнутую линию с подвижным зондом. Широкополосность метода определяется применяемой линией передачи. В волноводном варианте он менее широкополосен, чем при использовании коаксиальной линии. Недостатками метода, в общем случае, можно считать необходимость решения трансцендентных уравнений и неоднозначность при определении ϵ . Метод пригоден для измерения твердых и жидких диэлектриков.

Для измерения диэлектрических проницаемостей жидкостей обычно изготавливается специальная ячейка, схематически представленная на рис. 4. Здесь 1 — непроницаемая для жидкости прокладка из твердого диэлектрика с очень малыми потерями, 2 — измеряемый жидкий диэлектрик, 3 — отверстие в поршне для прохождения жидкости. Соединяя ячейку с вертикально установленной измерительной линией и снимая показания индикатора при перемещении поршня

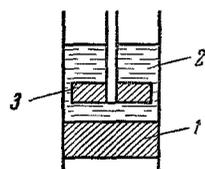


Рис. 4. Ячейка для измерения ϵ и $\text{tg } \delta$ жидкостей.

в ячейке, можно снять кривую затухания электромагнитной волны в жидком диэлектрике в зависимости от толщины слоя жидкости. По данным, вычисленным из этой кривой, можно определить длину волны в диэлектрике λ_d и коэффициент затухания α . Для определения действительной ϵ' и мнимой ϵ'' составляющих диэлектрической проницаемости из теории волноводов вытекают следующие соотношения:

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2 - \left(\frac{\alpha\lambda_d}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2, \quad (2,22)$$

$$\epsilon'' = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\lambda}{\lambda_d}\right)^2 \alpha\lambda_d. \quad (2,23)$$

Результаты, полученные в работе ²⁶, говорят о высокой точности определения затухания указанным способом. Подобным методом удобно производить измерения диэлектрических проницаемостей жидкостей и в миллиметровом диапазоне волн. В работе ²⁷ приводятся результаты измерений ϵ ряда спиртов и галогенозамещающих бензолов в диапазоне 3—7,5 мм. В работе ²⁸ приводятся данные измерения диэлектрической проницаемости воды и формамида в сантиметровом и миллиметровом диапазоне волн.

В последнее время в печати появились работы ¹⁹⁻²¹, в которых метод короткозамкнутой линии был применен для измерения диэлектрических проницаемостей веществ с $\epsilon > 200$. Для уменьшения большого отражения, возникающего при измерении больших ϵ , перед испытуемым образцом ставилась пластинка из вещества с малым углом потерь и диэлектрической проницаемостью, равной корню квадратному из диэлектрической проницаемости исследуемого вещества. В работе ²¹ приводятся данные по измерению таким способом диэлектрических проницаемостей ряда специальных керамик (титаната бария с $\epsilon=656$, $\text{tg } \delta=0,41$; стронций-висмут-титаната СВТ-1 с $\epsilon=385$, $\text{tg } \delta=0,34$ и др.).

Метод короткозамкнутой линии с применением волноводных линий оказался удобным для исследования температурных зависимостей ϵ и $\operatorname{tg} \delta$. При этом приходится конструировать специальные термостатические секции. В работах ²²⁻²⁵ дано описание таких секций, отмечены особенности метода измерений и приведены результаты температурных зависимостей ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ ряда веществ. При этом оказалось возможным, как показано в работе ²⁴, производить измерения ϵ с точностью порядка 1,5—3%, а $\operatorname{tg} \delta$ с точностью порядка 10—20%.

Для измерения диэлектрических проницаемостей жидкостей удобным оказался метод двух толщин. Уравнения для определения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ получаются в явном виде, а получение слоев диэлектрика различной толщины в случае жидкого диэлектрика не представляет больших затруднений. Результаты исследования подобным методом представлены в работах ^{18,29}.

Интерес к изучению дисперсионных свойств вещества приводит к необходимости все чаще обращаться к использованию коаксиальных линий для измерений ϵ и $\operatorname{tg} \delta$. Опубликован ряд работ ^{18, 30, 31}, в которых приводится описание результатов измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества в диапазонах

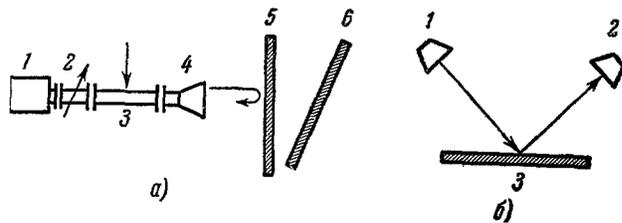


Рис. 5. Схемы измерений ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ методом отражений.

5—40 см, 14—66 см и 8—80 см. Особый интерес представляет случай помещения образца в емкостную часть линии ¹⁸.

Для измерений ϵ можно использовать и поверхностное отражение волн от образца. Методы, основанные на использовании поверхностного отражения, могут быть применены к некоторой направляющей линии и к волнам, распространяющимся в свободном пространстве. В волноводных линиях при изучении волн, отраженных от передней стенки образца, необходимо принимать меры к устранению отражения от задней стенки образца. Для этого приходится скашивать вторую стенку образца или каким-либо другим способом согласовывать нагрузку. Необходимость применения согласованной нагрузки за образцом делает этот метод менее удобным, чем метод короткозамкнутой линии. В литературе известны данные по измерению диэлектрической проницаемости воды в волноводе по методу поверхностного отражения ⁴. При использовании волн в свободном пространстве этот метод находит большее применение. Наиболее простые формулы для определения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ получаются (как следствие формул Френеля) в случае нормального падения волн на образец:

$$\epsilon \sec \delta = \frac{1 - 2r_i \cos r_i' + r_i^2}{1 + 2r_i \cos r_i' + r_i^2}, \quad (2,24)$$

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\epsilon \sec \delta} - \frac{1}{\sqrt{\epsilon \sec \delta}} \right) \operatorname{tg} r_i', \quad (2,25)$$

где $r_i e^{-ir_i'}$ — коэффициент поверхностного отражения. При произвольном угле падения формулы несколько усложняются. Переход к свободному пространству связан с незначительными упрощениями в теории и с применением совершенно отличной техники эксперимента. На рис. 5, а и б приведены схемы измерений отражения в свободном пространстве.

На рис. 5, *a* представлен случай нормального падения. Здесь 1 — генератор, 2 — аттенюатор, 3 — линия с зондом, 4 — антенна, 5 — испытуемый диэлектрик, 6 — поглощающий экран. С помощью линии с зондом измеряют отражение от образца, а затем от металлического листа, поставленного перед антенной. Если антенна согласована с пространством, то отношение двух измеренных отражений дает искомый коэффициент отражения. В случае угла падения, далекого от нормального (рис. 5, *b*, где 1 и 2 — передатчик и приемник, а 3 — образец), измерение отражения производится путем сравнения отраженной мощности с непосредственно принятой. Примером использования этого метода могут служить работы ^{32, 33}.

§ 3. Методы, основанные на изучении волн, прошедших через диэлектрик

В подобных методах можно рассматривать прохождение волн через диэлектрик, находящийся как в некоторой направляющей системе (например, в волноводе), так и в свободном пространстве. Измерению подлежит комплексный коэффициент передачи. Выражение для коэффициента передачи плоской волны, падающей нормально на границу двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , имеет вид ⁴

$$t_1 e^{-\nu_1'} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} \cdot \tag{2,26}$$

При этом предполагается, что волна распространяется из среды с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 в среду с проницаемостью ϵ_2 . Измерение амплитуды и фазы коэффициента передачи дает возможность определить комплексную диэлектрическую проницаемость изучаемой среды. Разделяя действительную и мнимую части коэффициента передачи, можно получить два уравнения для определения действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости. Эти уравнения в общем случае трансцендентные и взаимно зависящие. При наличии малых потерь уравнения перестают быть трансцендентными. Для волн типа *H* в волноводе с критической длиной волны $\lambda_{кр}$ выражения для ϵ и $\text{tg } \delta$ приобретают следующий вид ¹:

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{\lambda_{кр}^{-2} + \frac{\beta^2 - \alpha^2}{4\pi^2}}{\lambda_{кр}^{-2} + \lambda_d^{-1}}, \quad \text{tg } \delta = \frac{2\alpha\beta}{\beta^2 - \alpha^2 + \left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \tag{2,27}$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\Delta\alpha}{868\Delta l} && \text{(неперы на единицу длины),} \\ \beta &= \frac{\Delta\phi}{57,3\Delta l} + \frac{2\pi}{\lambda_d\Delta l} && \text{(радианы на единицу длины),} \end{aligned} \right\} \tag{2,28}$$

$\Delta\alpha$ — затухание, $\Delta\phi$ — сдвиг фазы, Δl — толщина образца, λ_d — длина волны в системе.

Для случая нормального падения волн на образец (для двухпроводных и коаксиальных линий) формулы для определения ϵ и $\text{tg } \delta$ приобретают следующий вид:

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 (\beta^2 - \alpha^2), \tag{2,29}$$

$$\text{tg } \delta = \frac{2\alpha\beta}{\beta^2 - \alpha^2}. \tag{2,30}$$

Ошибки этого метода аналогичны ошибкам метода измерительной линии. Так же сказывается неточность подгонки образца к размерам измерительного волновода. Неудобством является и необходимость применения согласованной нагрузки за образцом или использования образцов со скошенными стенками для предотвращения отражения.

Наибольшее применение этот метод находит при использовании волн в свободном пространстве. Диэлектрическая проницаемость вычисляется по разности фаз колебаний, распространяющихся в свободном пространстве

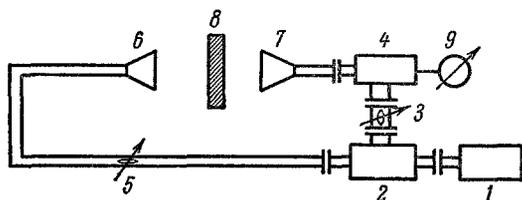


Рис. 6. Схема измерений ϵ в свободном пространстве по методу прохождения.

и исследуемом диэлектрике. Измерение тангенса угла потерь основано на измерении ослабления мощности колебаний, распространяющихся в диэлектрике и свободном пространстве. Блок-схема для измерений ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ показана на рис. 6. От генератора 1 сигнал попадает в T-разветвление 2. Из одного плеча через аттенюатор 5 сигнал попадает на передающий рупор 6. Из второго плеча — через аттенюатор 3 на детектор 4. Без образца 8 перемещением рупора 6 добиваются попадания на детектор 4 сигнала в противофазе (прибор 9 при этом показывает минимум отклонения). Помещение образца нарушает противофазность и, таким образом, оказывается возможным определить сдвиг фазы. Формула для определения ϵ имеет вид

$$\epsilon = \left(1 + \frac{\Delta}{d}\right)^2, \quad (2,31)$$

где Δ — величина смещения рупора, необходимая для восстановления фазы, d — толщина образца. Тангенс угла потерь определяется с помощью схемы, приведенной на рис. 7. Определяется величина сигнала без образца. Затем вставляют образец 5 и выведением аттенюатора 2 добиваются величины сигнала, равной величине сигнала в отсутствие образца. Разность показаний аттенюатора определяет величину затухания в образце. По величине затухания, известной толщине образца и величине диэлектрической проницаемости определяется тангенс угла потерь. Точность отсчета сдвига фазы может быть достаточно высокой, что и определяет высокую точность измерения ϵ этим методом³⁴.

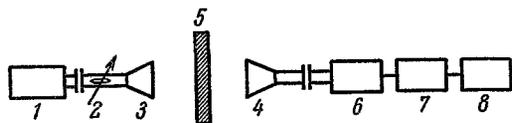


Рис. 7. Схема измерений $\operatorname{tg} \delta$ по методу прохождения.

1—генератор; 2—аттенюатор; 3—4—рупоры; 5—образец; 6—детектор; 7—усилитель; 8—индикатор.

Метод применим в коротковолновой части сантиметрового и в миллиметровом диапазоне волн. К недостаткам следует отнести необходимость наличия образцов больших размеров.

§ 4. Резонансные методы

Любую передающую линию: двухпроводную, коаксиальную или волноводную—можно превратить в резонансную систему, если с двух сторон линии осуществить короткие замыкания. Тогда такая система будет обладать собственной резонансной частотой и потерями. Внесение диэлектрика в резонатор изменит собственную частоту и потери контура. Возможность учета изменений характеристик контура позволяет про-

изводить измерения электрических параметров исследуемых диэлектриков.

1. Полное заполнение системы диэлектриком. Наиболее простое математическое описание процессов будет иметь место при полном заполнении резонатора веществом. Действительно, пусть резонатор без диэлектрика имеет резонансную частоту $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$, где c — скорость распространения электромагнитных колебаний в свободном пространстве, λ_0 — длина волны в свободном пространстве, при которой в системе наступает резонанс. При полном заполнении резонатора диэлектриком и неизменной длине резонатора резонанс наступит на частоте

$$f_d = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon} \lambda_0}.$$

Между двумя резонансными частотами существует связь

$$f_d = \frac{f_0}{\sqrt{\varepsilon}}.$$

Поэтому измерение резонансных частот пустого и полностью заполненного веществом резонатора позволяет определять диэлектрическую проницаемость вещества по формуле

$$\varepsilon = \left(\frac{f_0}{f_d} \right)^2. \quad (2,32)$$

Диэлектрическую проницаемость вещества можно измерять и при фиксированной частоте генератора. В этом случае для восстановления резонанса, нарушенного введением диэлектрика, необходимо изменить размеры системы.

Пусть резонатор образован из волновода. Если резонанс без диэлектрика наступает при длине волны системы,

$$\lambda_d^0 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \quad (2,33)$$

то при заполнении резонатора диэлектриком резонанс наступит (при той же длине волны в свободном пространстве λ_0) на длине волны в системе

$$\lambda_d = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \quad (2,34)$$

откуда выражение для ε можно получить в виде

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_d^0}{\lambda_d} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right] + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2. \quad (2,35)$$

Полученное выражение справедливо для веществ, обладающих малыми потерями.

Наиболее простые соотношения получаются для двухпроводной и коаксиальной линий, у которых $\lambda_{кр} = \infty$. Для них

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_d^0}{\lambda_d} \right)^2. \quad (2,36)$$

Примером использования этого метода на двухпроводной линии может служить первый метод Друде⁵.

Сущность метода состоит в следующем. Определяется положение двух закорачивающих мостов в двухпроводной линии, при котором индикатор,

расположенный между ними, показывает минимум интенсивности. Это расстояние равно половине или кратному числу полуволн. Измерения проводятся для двух случаев: без диэлектрика и с диэлектриком. Диэлектрическая проницаемость определяется по формуле (2,36). Коэффициент поглощения определяется из распределения интенсивности поля вдоль линии. Если I_0 и I_x — амплитуды силы тока индикатора на границе жидкости и на глубине x , то справедливо соотношение

$$I_x = I_0 e^{-4\pi n k \frac{x}{\lambda_0}}. \quad (2,37)$$

Коэффициент поглощения nk определяется при этом из отношения для токов при различных положениях моста

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{-4\pi n k \frac{x_1 - x_2}{\lambda_0}}. \quad (2,38)$$

В объемных резонаторах полным заполнением пользуются при определении диэлектрических проницаемостей газов и неполярных жидкостей. Диэлектрическая проницаемость при этом определяется по формуле (2,32), а потери — по формуле

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0}, \quad (2,39)$$

где Q_0 — добротность резонатора без диэлектрика и Q — добротность резонатора при наличии в нем диэлектрика.

Недостатки, присущие этому методу, следующие: неудобство при измерении твердых образцов, необходимость в большом количестве исследуемого вещества и большое поглощение при изучении веществ с большими потерями.

2. Ч а с т и ч н о е з а п о л н е н и е с и с т е м ы д и э л е к т р и к о м. Если потери в веществе велики или имеется образец небольших размеров, или если исследуемое вещество трудно поддается обработке, то методы полного заполнения резонатора веществом уже становятся непригодными и приходится переходить к частичному заполнению системы диэлектриком. Хотя в таком виде прибор позволяет удовлетворительно преодолевать трудности проведения опыта за счет повышения добротности до величины, необходимой для выполнения измерений с достаточной точностью, математический анализ становится более сложным и, как правило, связан с численным или графическим решением трансцендентных уравнений. Рассмотрим несколько примеров частичного заполнения резонаторов, образованных из различных передающих линий: двухпроводной, коаксиальной и волноводной.

Известные методы исследования ϵ с помощью двухпроводной линии — метод пластины Рожанского и метод конденсатора (или второй метод Друде) — по сути дела являются первыми вариантами использования резонансной системы с частичным заполнением ее диэлектриком. В методе Рожанского на проводники двухпроводной линии перпендикулярно к ним в пучности напряжения помещался тонкий плоскопараллельный слой диэлектрика. По смещению резонансного моста после внесения диэлектрического слоя определялась диэлектрическая проницаемость ϵ , а по изменению ширины резонансной кривой при этом определялся $\operatorname{tg} \delta$. Формулы для определения ϵ' и ϵ'' следующие:

$$\begin{aligned} (\epsilon' - 1) d &= x_1 - x_0, \\ \epsilon'' d &= x_2 - x_1, \end{aligned} \quad (2,40)$$

где x_0 — расстояние подвижного моста от места помещения диэлектрика (т. е. до пучности напряжения при отсутствии диэлектрика), x_1 — то же при помещении диэлектрика, x_2 — расстояние от границы диэлектрика до положения подвижного моста, где энергия колебаний имеет половину максимального значения, d — толщина образца. Эти формулы выведены в предположении малых потерь и для образцов незначительной толщины, что позволяет избавиться от трансцендентных уравнений при определении ϵ' и ϵ'' .

В методе конденсатора (втором методе Друде) в резонансный контур, образованный двумя короткозамыкающими мостами, помещался конденсатор, в который заливалось исследуемое вещество. Конденсатор с веществом расстраивал резонанс. По величине расстройки можно судить о величине ϵ , по расширению резонансной кривой — о величине потерь в веществе. На рис. 8 показана последовательность изменения резонансной длины волны и ширины резонансной кривой при введении в систему конденсатора (рис. 8, б), заполнении его контрольным образцом с известной диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,28$ (рис. 8, в) и при заполнении конденсатора неизвестным диэлектриком с $\epsilon=x$ (рис. 8, г).

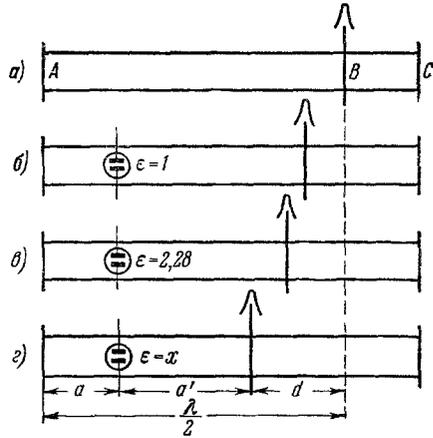


Рис. 8. К измерению ϵ и $\text{tg } \delta$ во втором методе Друде.

Для определения ϵ были получены следующие формулы:

а) формула Мортон³⁵, выведенная в предположении малых потерь в образце, отсутствия потерь в линии и без учета влияния подвесов:

$$Q_0 + \epsilon Q = \frac{1}{2} \frac{\sin \beta d}{\sin \beta a \cdot \sin \beta (a+d)} \quad (2,41)$$

где $Q = 4\pi k \ln \frac{D}{R}$, $Q_0 = 4\pi k_0 \ln \frac{D}{R}$ — константы конденсатора, k_0 — балластная емкость конденсатора (емкость подводящих проводов в стекле и вне стекла), k — рабочая емкость, D — расстояние между осями проводов, R — радиус проводов, ϵ — искомая диэлектрическая проницаемость, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$;

б) формула Кулиджа³⁶ для определения коэффициента поглощения³⁷ κ :

$$\frac{\kappa}{1-\kappa} = \frac{\gamma}{4\pi} \left[1 + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a \sin \beta (a+d) + \left(\frac{\lambda}{2} - a - d\right) \sin \beta a}{\sin \beta d} \right], \quad (2,42)$$

где $\gamma = \alpha \lambda$, α — коэффициент затухания линии на единицу длины. Эти формулы давали ошибки, особенно заметные для сильно проводящих жидкостей. В тридцатых годах было выполнено большое количество работ по уточнению формул, а также по разработке и усовершенствованию метода. Главнейшие из них — это работы В. Н. Кессениха и К. А. Водопьянова³⁷, Б. И. Романова³⁸, Н. В. Малова³⁹, С. Л. Сосинского и В. А. Дмитриева⁴⁰, Б. К. Майбаума⁴¹, И. А. Эльцина⁴². На основе изучения особенностей этого метода были сформулированы следующие

рекомендации для измерения диэлектрической проницаемости вещества методами конденсатора в двухпроводной линии:

1. Применяемый конденсатор должен иметь малую емкость.
2. Необходимо учитывать влияние подвесов, а также влияние проводимости диэлектрика и собственное затухание измерительной линии.
3. Подбором оптимальной связи с генератором следует уменьшать до предела влияние непостоянства мощности генератора.

Методы измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с применением двухпроводной линии обладают существенными недостатками, сводящимися к существованию излучения электромагнитной энергии и влиянию посторонних полей. Однако до последнего времени продолжается работа по уточнению теории этого метода⁴³⁻⁴⁵, и известно большое количество работ по измерению ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ веществ в диапазоне метровых и дециметровых волн с помощью метода конденсатора в двухпроводной линии⁴⁶⁻⁵⁰.

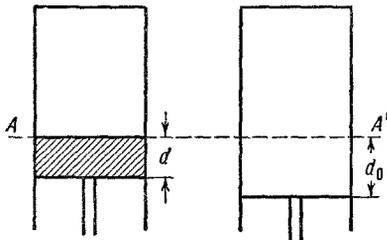


Рис. 9. К измерению ϵ резонаторным методом на H_{011} -типе колебаний.

Особый интерес представляет работа⁵¹, в которой метод двухпроводной линии с конденсатором видоизменен таким образом, что оказалось возможным производить измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с большими потерями. Это усовершенствование сводится к тому, что измерительный конденсатор подключается не непосредственно к линии, а через четвертьволновой шлейф, расположенный перпендикулярно к основной линии. Такое подключение образца обеспечивает меньшую нагрузку основной

линии, что и обеспечивает возможность измерений ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ жидкостей с большими потерями.

В области частот $\geq 3 \cdot 10^9$ Мгц применяются объемные резонаторы для исследования диэлектрических проницаемостей вещества. Наиболее часто применяются два типа колебаний H_{011} и E_{010} .

а) *Измерения на типе колебаний H_{011} .* При измерениях на этом типе колебаний образец обычно выполняют в виде цилиндрического диска и располагают его у торца резонатора (рис. 9). Если при наличии образца толщиной d резонанс на данной λ_0 существует при положении поверхности образца на линии AA' , а в отсутствие образца резонанс существует при расстоянии d_0 поршня от линии AA' , то это значит, что реактивные сопротивления этих двух участков от поршня до плоскости AA' равны. Воспользовавшись выражением для сопротивлений H -волны в резонаторе с диэлектриком и без него, можно получить следующее уравнение:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta d}{\beta d} = \frac{\operatorname{tg} \beta_0 d_0}{\beta_0 d_0}, \quad (2,43)$$

где β_0 — постоянная распространения в пустом резонаторе

$$\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{до}}} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2};$$

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{д}}}$ — постоянная распространения в волноводе, полностью заполненном диэлектриком. Задача сводится к определению постоянной распространения β в данной среде. Это можно сделать, решив трансцендентное уравнение (2,43). Если известна постоянная распространения в волноводе с исследуемым веществом $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{д}}}$, то диэлектрическую проницаемость

можно определить из соотношения

$$\lambda_d = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (2,44)$$

Уравнение (2,43) получено в пренебрежение потерями в веществе. Кроме того, это уравнение трансцендентное, так что для определения ε необходимо или приблизительно знать пределы значений ε , или произвести измерения с двумя образцами различной толщины.

Для определения $\operatorname{tg} \delta$ вещества, частично заполняющего резонатор, приходится вычислять добротность резонатора, возбуждаемого колебаниями типа H_{011} с диэлектриком и без него. В работе⁵² получено следующее выражение для Q :

$$Q = \frac{pD + \frac{1}{\varepsilon} L}{\frac{\Delta}{a} \left(\frac{1}{\beta^2 + k^2} \right) [k^2 (pD + L) + \beta^2 p + \beta_0^2] + pD \operatorname{tg} \delta}, \quad (2,45)$$

где

$$D = 2d - \frac{1}{\beta} \sin 2\beta d, \quad L = 2l - \frac{1}{\beta_0} \sin 2\beta_0 l,$$

$$p = \left(\frac{\sin \beta_0 l}{\sin \beta d} \right)^2, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}},$$

a — радиус резонатора, d — толщина диэлектрика, l — длина части резонатора, заполненной воздухом, Δ — глубина проникновения поля, β — фазовая постоянная в части резонатора, заполненной диэлектриком, β_0 — фазовая постоянная в части резонатора, заполненной воздухом, ε — диэлектрическая проницаемость. Когда потери в диэлектрике пренебрежимо малы, $\operatorname{tg} \delta \approx 0$ и $Q = Q'_m$ (Q'_m — добротность, которую имел бы резонатор при заполнении его идеальным диэлектриком без потерь, имеющим такую же относительную диэлектрическую проницаемость, как и реальный диэлектрик). Из уравнения (2,45) получается

$$Q'_m = \frac{pD + \frac{1}{\varepsilon} L}{\frac{\Delta}{a} \frac{1}{\beta^2 + k^2} [k^2 (pD + L) + 2a (\beta^2 p + \beta_0^2)]}, \quad (2,46)$$

из (2,45) и (2,46)

$$\operatorname{tg} \delta = \left(1 + \frac{1}{pl} \frac{L}{D} \right) \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q'_m} \right). \quad (2,47)$$

Глубину проникновения Δ можно определить следующим образом. Для резонатора, заполненного воздухом, можно теоретически вычислить добротность

$$Q_m = \frac{a (k^2 + \beta_0^2)}{\Delta \left(k^2 + \frac{2a\beta_0^2}{l+d} \right)}. \quad (2,48)$$

Экспериментально можно определить Q_m . Тогда из формулы (2,48) при известном Q_m можно определить Δ . Это значение Δ подставляется в выражение для Q'_m ; таким образом, вычисление $\operatorname{tg} \delta$ сводится к измерению добротности резонатора с веществом и вычислению Q'_m . Для определения Δ необходимо измерить добротность пустого резонатора. Если потери малы, то можно считать, что $Q'_m \approx Q_m$.

б) Измерения на колебаниях типа E_{010} . Распределение полей в таком резонаторе показано на рис. 10. При расположении образца на оси

системы можно поля внутри него записать (на основе решения уравнений Максвелла в цилиндрических координатах) следующим образом:

$$H_{\Phi} = AJ_1(kr) e^{i\omega t}, \quad E_z = \frac{k}{\sigma + i\omega\epsilon} AJ_0(kr) e^{i\omega t}, \quad (2,49)$$

где $k^2 = -i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon')$, J_0 , J_1 — бesselевы функции первого рода. В области между диэлектриком и стенкой $r > 0$, и потому поля будут записываться через сумму двух функций Бесселя:

$$H_{\Phi} = [BJ_1(k_0r) + CN_1(k_0r)] e^{i\omega t},$$

$$E_z = \frac{k_0}{i\omega\epsilon_0} [BJ_0(k_0r) + CN_0(k_0r)] e^{i\omega t}, \quad (2,50)$$

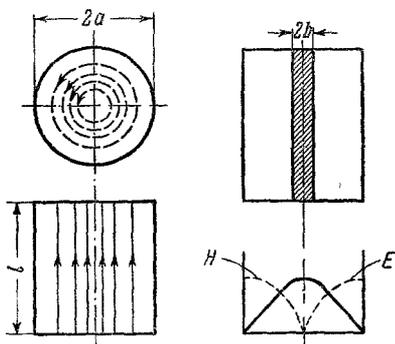


Рис. 10. Распределение полей и положение образца в резонаторном методе измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ на E_{010} -типе колебаний.

где $k_0 = \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, N_0 , N_1 — функции Бесселя второго рода. Использование граничных условий на границе воздух — металл и на границе раздела воздух — диэлектрик приводит к следующему уравнению для определения ϵ :

$$\epsilon = \frac{\beta_1 J_0(\beta_0 b) J_1(\beta_0 b)}{\beta_0 J_0(\beta_0 b) J_1(\beta_1 b)} \frac{N_0(\beta_0 a) - \frac{N_1(\beta_0 b)}{J_1(\beta_0 b)}}{N_0(\beta_0 a) - \frac{N_0(\beta_0 b)}{J_0(\beta_0 b)}}, \quad (2,51)$$

где λ_0 — резонансная длина волны в свободном пространстве, $\beta_1 = \beta_0 \sqrt{\epsilon}$. Для малых потерь это уравнение точное, но трансцендентное относительно ϵ . Его можно упростить, если учесть, что

$$J_1(\beta_0 b) N_0(\beta_0 b) - J_0(\beta_0 b) N_1(\beta_0 b) = \frac{2}{\pi \beta_0 b},$$

и ввести обозначение

$$F = \frac{\pi \beta_0 a}{2} [J_0(\beta_0 b) N_0(\beta_0 a) - J_0(\beta_0 a) N_0(\beta_0 b)].$$

Тогда получим

$$\epsilon = 1 + \frac{a}{b} \frac{J_0(\beta_0 a)}{J_1(\beta_0 a)} \left\{ F \left[1 + \frac{1}{8} (\beta_0 b)^2 \right] + \frac{1}{8} (\beta_0 b)^2 \frac{a}{b} \frac{J_0(\beta_0 a)}{J_1(\beta_0 b)} \right\}^{-1}. \quad (2,52)$$

Составлены графики, дающие зависимость F от $\beta_0 a$ при различных значениях $\frac{b}{a}$ вплоть до 0,3 (ϵ до 6). Для очень тонких образцов можно написать следующее выражение для ϵ :

$$\epsilon = 1 + 0,539 \frac{V}{v} \frac{\Delta f}{f}. \quad (2,53)$$

Выражение для тангенса угла потерь может быть написано следующим образом:

$$\operatorname{tg} \delta = \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 + f^2 (\epsilon - 1) \right] \left\{ \epsilon f^2 \left[1 + \frac{J_1^2(\beta_1 b)}{J_0^2(\beta_1 b)} \right] \right\}^{-1} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q'} \right), \quad (2,54)$$

где Q — добротность резонатора при наличии образца, Q' — добротность

резонатора при наличии фиктивного образца без потерь. Теоретическое значение Q' равно

$$Q' = \frac{1}{\alpha} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 + f^2 (\varepsilon - 1) \right] \left[\frac{a(a+b)}{b^2} + f^2 (\varepsilon - 1) \right]^{-1}. \quad (2,55)$$

На практике следует пользоваться значением Q' , получаемым путем сопоставления экспериментального и теоретического значений этой величины для резонатора без образца при той же самой частоте.

Для очень тонких образцов

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{0,263}{\varepsilon} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q'} \right). \quad (2,56)$$

Резонаторные методы позволяют производить измерения ε и $\operatorname{tg} \delta$ с наибольшей точностью. Так, при работе с колебаниями типа H_{011} погрешность измерения ε в трехсантиметровом диапазоне волн составляет $\pm 1,5\%$, а $\operatorname{tg} \delta$ — $\pm 5\%$ ³. Резонаторы, возбужденные на E_{010} -типе колебаний в десятисантиметровом диапазоне обеспечивают погрешность измерения ε 5%, а $\operatorname{tg} \delta$ — 10%, и в коаксиальных резонаторах погрешность измерения ε в десятисантиметровом диапазоне волн составляет 1,5—5%. Сравнительная простота и удобство измерений при вполне приемлемых габаритах и конструкциях приборов делают резонансные методы с использованием полых резонаторов весьма удобными в эксплуатации. Эти методы нашли широкое применение в практике сверхвысокочастотных измерений. Недостатками этих методов следует считать необходимость большой точности изготовления образцов определенной формы, необходимость точного определения длины волны и обеспечение большой стабильности источников колебаний. Кроме того, обычные резонансные методы оказываются непригодными для измерения ε и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с большими потерями.

Работы последних лет по усовершенствованию резонаторных методов были направлены на расширение пределов измеряемых значений ε и $\operatorname{tg} \delta$ и создание конструкций, удобных для проведения температурных исследований веществ.

Настраиваемые резонаторы, область применения которых ограничивается сантиметровым диапазоном, позволяют измерять ε до величин порядка 200⁵⁴. Для измерения больших значений ε в дециметровом диапазоне волн очень удобными оказались методы, использующие резонаторы полукоаксиального типа^{55, 56}. Эквивалентные схемы подобных резонаторов, которые можно рассматривать как контур с распределенной индуктивностью и сосредоточенной емкостью, дают возможность получать довольно простые формулы для расчета ε по изменению резонансной частоты, а $\operatorname{tg} \delta$ — по изменению добротности при внесении образца в резонатор. Подобные резонаторы позволяют производить измерения величин ε , лежащих в пределах до 1000. Метод дает хорошую точность определения ε . Недостатком его можно считать узкополосность при заданных приемлемых размерах резонатора и необходимость градуировки (т. е. наличия контрольных образцов).

Резонаторы полукоаксиального типа могут быть применены, как показал Г. В. Захваткин⁵⁷, для измерения ε и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с большими потерями. Для этого образец должен вкладываться не непосредственно в зазор между торцом и центральным стержнем резонатора, а в дополнительный конденсатор таким образом, что получающийся при этом воздушный зазор включается последовательно с измеряемым образцом и уменьшает падение добротности от внесения образца в резонатор, что и позволяет измерять ε и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с большими потерями^{55, 56}

Измерение ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ веществ с большими потерями оказывается возможным и на более коротких волнах (< 10 см) при использовании обычных резонаторов. В работе ⁵⁸ для измерения ϵ веществ с большими потерями (дипольных жидкостей) применялся резонатор, возбуждаемый H_{011} -типом колебаний, с образцом цилиндрической формы, помещенным на оси резонатора, т. е. в область с небольшой интенсивностью поля. Такой выбор места помещения образца позволяет уменьшить поглощение волн в веществе, а значит, и исследовать свойства веществ с большими потерями.

Для определения температурных зависимостей ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ резонаторным методом приходится термостатировать измерительные резонаторы. В работах ²⁴, ⁵⁶ приводятся описания резонаторов полукоаксиального типа, изготовленных из керамики с посеребренной внутренней поверхностью. Измерения, проведенные на волнах 3 и 10 см, позволили проследить поведение свойств ряда высокополимеров и сегнетоэлектриков в изучаемом интервале температур.

В последнее время нашли применение различные модификации резонаторного метода. Так, для измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ твердых диэлектриков используется резонатор П-образной формы ⁵⁹. Наряду с использованием H_{011} - и E_{010} -волн в цилиндрических резонаторах для измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ применяются волны высших порядков. Например, в работе ⁶⁰ используется H_{111} -волна, а в ⁶¹ — волна H_{014} . В работе ⁶⁰ выражения для ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ получаются в аналитическом виде и могут быть измерены с точностью до 2 и 15% соответственно. Для нахождения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ согласно ⁶¹ необходимо решать трансцендентные уравнения.

III. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ВЕЩЕСТВА, ОСНОВАННЫЕ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕДЛЕННЫХ ВОЛН

В рассмотренных ранее методах определения диэлектрических проницаемостей вещества используются системы, в которых электромагнитные волны распространяются со скоростью, равной скорости света, или волны с фазовой скоростью, большей скорости света. Для измерения диэлектрических проницаемостей вещества могут быть также использованы медленные волны, т. е. волны, у которых фазовая скорость меньше скорости света.

Изучению медленных поверхностных волн посвящено большое количество работ. Из различных замедляющих систем особый интерес представляют системы спирального типа, свойства которых исследованы в ряде работ ⁶²⁻⁶⁶. Изучение дисперсионных характеристик замедляющих систем при наличии в них диэлектрика позволяет установить соотношения между диэлектрической проницаемостью и фазовой скоростью волны в системе. Использование спиральных и других замедляющих систем для измерения ϵ характеризуется рядом свойств, главные из которых сводятся к следующему:

1. Системы спирального типа широкополосны. Метод определения ϵ с использованием таких систем также должен быть широкополосным.

2. При помощи спирально-диэлектрической замедляющей системы можно значительно уменьшить фазовую скорость волны, что приведет к уменьшению габаритов измерительной установки.

3. Большое замедление позволяет делать некоторые пренебрежения при выводе формул и тем самым избавляться от трансцендентности в выражениях, определяющих ϵ .

4. У спирали, как и у других систем с поверхностными волнами, поле на оси меньше, чем у самой поверхности системы. Помещение тонкого образца с большими потерями в область уменьшенной интенсивности

поля приведет к небольшому поглощению энергии поля, что позволит производить измерения ϵ веществ с большими потерями.

Классификация методов измерения ϵ и $\text{tg } \delta$ с помощью медленных волн может быть такой же, как и методов, в которых используются быстрые волны.

§ 1. Измерение ϵ твердых диэлектриков ^{67, 68}

1. Определение ϵ вещества при полном заполнении спирали диэлектриком. Если внутренняя область спирального волновода (радиус спирали a , угол намотки θ) заполнена идеальным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , то дисперсионное уравнение такой системы имеет следующий вид:

$$k^2 \text{ctg}^2 \theta = \frac{k'_1 \frac{I_0(k'_1 a)}{I_1(k'_1 a)} + k'_2 \frac{K_0(k'_2 a)}{K_1(k'_2 a)}}{\frac{\epsilon}{k'_1} \frac{I_1(k'_1 a)}{I_0(k'_1 a)} + \frac{1}{k'_2} \frac{K_1(k'_2 a)}{K_0(k'_2 a)}}, \tag{3,1}$$

где

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad k'_1 = \sqrt{k_s'^2 - \epsilon k^2}, \quad k'_3 = \frac{\omega}{v'_\phi}, \quad k'_2 = \sqrt{k_s'^2 - k^2} \tag{3,2}$$

(λ_0 — длина волны в свободном пространстве, v'_ϕ — фазовая скорость основной волны в системе). В случае плотной намотки спирали ($\text{ctg } \theta \approx \approx 15 \div 20$) в уравнении (3,1) можно положить

$$k'_1 \simeq k'_2 \simeq k'_3 = \frac{2\pi}{\lambda'_d}, \tag{3,3}$$

где λ'_d — длина волны в системе спираль — диэлектрик. Произведенная замена позволяет существенно упростить дисперсионное уравнение (3,1) и определить ϵ в явном виде:

$$\epsilon = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \text{tg } \theta \right)^2 \frac{I_0 K_0}{I_1 K_1} \left(1 + \frac{I_0 K_1}{I_1 K_0} \right) - \frac{I_0 K_1}{I_1 K_0} \tag{3,4}$$

(аргументы модифицированных функций Бесселя I_0, I_1, K_0, K_1 опущены и равны $\frac{2\pi a}{\lambda'_d}$).

Таким образом, подобно методам с использованием быстрых волн, в случае медленных волн при полном заполнении системы исследуемым веществом выражение для ϵ можно получить в явном виде.

В случае больших значений аргументов функций Бесселя, когда $\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \gg 3$ (т. е. в области высоких частот для заданной геометрии системы или при больших радиусах спирали на фиксированной частоте) выражение для ϵ (3,4) принимает простой вид

$$\epsilon = 2 \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \text{tg } \theta \right)^2 - 1. \tag{3,5}$$

2. Определение ϵ вещества при наличии зазора между цилиндрическим диэлектрическим образцом и спиралью. Рассматриваемая система представляет собой спираль радиуса a с углом намотки θ и коаксиально расположенным внутри спирали диэлектрическим цилиндром радиуса b (рис. 11, а). Для плотной

намотки спирали формула для ε в этом случае имеет следующий вид:

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{\lambda'_D}{\lambda_D}\right)^2 [\Delta_{01} l_{01} - I_1(b) q] + Q^a l_{01} [q_{00} I_1(b) - \Delta_{01} I_0(a)]}{I_1(b) \left[Q^a l_{01} q_{00} - \left(\frac{\lambda'_D}{\lambda_D}\right)^2 q \right]}, \quad (3,6)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_{01} &= I_0(b) K_1(b) + I_1(b) K_0(b), & l_{01} &= I_0(a) K_1(a) + I_1(a) K_0(a), \\ q_{01} &= I_0(b) K_1(a) + I_1(a) K_0(b), & q_{00} &= I_0(a) K_0(b) - I_0(b) K_0(a), \\ q &= q_{00} K_1(a) + q_{01} K_0(a) \end{aligned} \quad (3,7)$$

(в аргументах функций Бесселя везде опущен множитель $\frac{2\pi}{\lambda'_D}$),

$$Q^a = \frac{K_0\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right) I_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right) K_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right)}{I_0\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right) K_0\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right) I_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right) K_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda'_D}\right)} \quad (3,8)$$

(λ_D — длина волны в свободной спирали). В области высоких частот формула (3,6) приобретает вид

$$\varepsilon = \frac{1 - \left(\frac{\lambda'_D}{\lambda_D}\right)^2 + \exp\left\{\frac{4\pi}{\lambda'_D}(b-a)\right\}}{\left(\frac{\lambda'_D}{\lambda_D}\right)^2 - 1 + \exp\left\{\frac{4\pi}{\lambda'_D}(b-a)\right\}}. \quad (3,9)$$

Если в (3,9) положить $a = b$, т. е. перейти к случаю отсутствия зазора между диэлектриком и спиралью, то (3,9) перейдет в

Рис. 11. Система «спираль с диэлектриком».

$$\varepsilon = 2 \left(\frac{\lambda'_D}{\lambda_D}\right)^2 - 1. \quad (3,10)$$

При $a \rightarrow \infty$ система «спираль с диэлектриком» превращается в систему «цилиндрический диэлектрический стержень», находящийся в свободном пространстве, и формула (3,6) перейдет в следующую:

$$\varepsilon = \frac{I_0\left(\frac{2\pi b}{\lambda'_D}\right) K_1\left(\frac{2\pi b}{\lambda'_D}\right)}{I_1\left(\frac{2\pi b}{\lambda'_D}\right) K_0\left(\frac{2\pi b}{\lambda'_D}\right)}. \quad (3,11)$$

Известно, что для уединенного диэлектрического стержня дисперсионное уравнение аксиально симметричной волны записывается в форме¹²

$$\varepsilon = -\frac{gb}{pb} \frac{J_0(gb) K_1(pb)}{J_1(gb) K_0(pb)}, \quad (3,12)$$

где $p = \sqrt{k_3'^2 - k^2}$, $g = \sqrt{\varepsilon k^2 - k_3'^2}$; $J_0(gb)$, $J_1(gb)$ — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

Формула (3,11) совпадает с (3,12), если возможна замена (в случае больших замедлений)

$$p = k_3', \quad g = ik_3'. \quad (3,13)$$

Сопоставим два метода измерения ε : 1) метод уединенного диэлектрического цилиндра и 2) метод диэлектрического цилиндра с навитой на нем

спиралью. Для уединенного стержня замена (3, 13) вносит очень большие погрешности в определение ϵ , так как большие замедления (т. е. бóльшие k'_3) получаются лишь при больших ϵ , но в этом случае $g = \sqrt{\epsilon k^2 - k'^2_3} \neq \neq ik'_3$ и уже нельзя пренебречь ϵk^2 по сравнению с k'^2_3 , не делая при этом большой ошибки. Поэтому ϵ должно определяться из (3,12), а не по формуле (3,11). Но (3,12) представляет собой трансцендентное уравнение относительно ϵ . Таким образом, для нахождения ϵ необходимо применить графический расчет, и метод уединенного цилиндра станет неизбежно громоздким. Кроме того, наличие в (3,12) функций Бесселя первого рода приводит к неоднозначности в определении ϵ . Метод уединенного диэлектрического стержня развит в работе⁶⁹. Определение ϵ в этом методе сводится к изучению картины стоячих волн вдоль цилиндрического образца, выполненного из исследуемого диэлектрика. Сравнение длины волны, замедленной стержнем, с длиной волны в свободном пространстве позволяет определить ϵ образца. Метод может быть применен для измерения ϵ на коротких волнах. На более длинных волнах использование его затруднительно из-за необходимости изготовления образцов с большим диаметром. К недостаткам этого метода также следует отнести и необходимость согласования образца с линией.

Если диэлектрический стержень помещен внутри спирали, то замедление волны осуществляется как за счет спирали, так и за счет диэлектрика. Поверхностный характер замедленных электромагнитных волн значительно сильнее выражен в системе «спираль с диэлектриком», чем в уединенном «цилиндрическом стержне». Это позволило при выводе формул для ϵ (3, 4), (3, 6) произвести вполне законную замену $k'_1 \simeq k'_2 \simeq k'_3$ и тем самым получить выражения для ϵ в явном виде и избавиться от неоднозначности при определении ϵ .

§ 2. Измерение ϵ жидких диэлектриков⁷⁰⁻⁷²

Спиральную линию можно также применить для измерения ϵ жидких диэлектриков. При этом спираль может быть или полностью погружена в диэлектрик, аналогично полному погружению двухпроводной линии в жидкость¹³, или навита на изолирующую трубку, в которую заливается исследуемая жидкость. Уменьшение размеров рассматриваемых систем по сравнению с двухпроводной или коаксиальной линиями является полезным свойством метода измерения ϵ при использовании его в области дециметровых волн.

1. Полное погружение спирали в диэлектрик. Если спираль полностью погружена в идеальную неограниченную диэлектрическую среду с $\epsilon \neq 1$ и $\mu = 1$, то выражение для ϵ имеет следующий вид:

$$\epsilon = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \operatorname{tg} \theta \right)^2 \frac{I_0 \left(\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \right) K_0 \left(\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \right)}{I_1 \left(\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \right) K_1 \left(\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \right)}. \quad (3,14)$$

На высоких частотах (3,14) превращается в простую формулу:

$$\epsilon = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \operatorname{tg} \theta \right)^2 = \left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2. \quad (3,15)$$

Из формул (3,14), (3,15) видно, что для определения ϵ исследуемой жидкости можно поступить следующим образом. Взяв спираль с достаточно плотной намоткой ($\operatorname{ctg} \theta \geq 10$), измерить на заданной частоте f_0 длину стоячей волны λ'_d в спирали, находящейся в свободном пространстве.

Затем погрузить спираль в исследуемую жидкость и измерить длину замедленной волны спирали, помещенной в диэлектрик, λ'_d . Этих двух измерений достаточно для определения диэлектрической проницаемости жидкости.

2. Жидкость в трубке. Для измерения диэлектрических проницаемостей жидкостей практически более удобной является система, состоящая из диэлектрической трубки с ϵ_T и внутренним радиусом b , на которую намотана спираль радиуса a и внутренняя область которой заполнена исследуемой жидкостью с $\epsilon_{ж}$. В случае плотной намотки спирали ($\text{ctg } \theta \geq 10$) при известной величине ϵ_T выражение для $\epsilon_{ж}$ принимает вид

$$\epsilon_{ж} = \frac{\epsilon_T \{ \Omega [\Delta'_{01} I_0(a) - q'_{00} I_1(b)] - \epsilon_T [\Delta'_{01} I_1(a) - q'_{01} I_1(b)] \}}{I_1(b) [\epsilon_T q'_{01} - \Omega q'_{00}]}, \quad (3,16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \left(\frac{\lambda_0 \text{tg } \theta}{\lambda'_d} \right)^2 \left[\frac{I_0(a)}{I_1(a)} + \frac{K_0(a)}{K_1(a)} \right] - \frac{K_1(a)}{K_0(a)}, \quad \Delta'_{01} = \frac{\lambda'_d}{2\pi b}, \\ q'_{00} &= I_0(a) K_0(b) - K_0(a) I_0(b), \quad q'_{01} = I_0(b) K_1(a) + I_1(a) K_0(b). \end{aligned} \right\} \quad (3,17)$$

В аргументах функций Бесселя опущен множитель $\frac{2\pi}{\lambda'_d}$. При $b \rightarrow 0$ (толщина трубки стремится к нулю и $\epsilon_T \rightarrow \epsilon_{ж} = \epsilon$) формула (3,16) превращается в (3,4). Если $b \neq a$, но $\epsilon_T = 1$, то из (3,16) получаем формулу (3,6) для ϵ твердого диэлектрика при наличии зазора между образцом и спиралью.

В случае высоких частот, когда $\frac{2\pi a}{\lambda'_d} \gg 3$ и $\frac{2\pi b}{\lambda'_d} \gg 3$, формула (3,16) упрощается:

$$\epsilon_{ж} = \frac{\epsilon_T \left(2E' - 1 - \frac{\epsilon_T}{D'} \right)}{\epsilon_T - \frac{2E' - 1}{D'}} \quad (3,18)$$

Уравнения (3,16) и (3,18) можно разрешить относительно ϵ_T . При $\epsilon_{ж} = 1$ получаются выражения для определения диэлектрических проницаемостей образцов, имеющих форму полого диэлектрического цилиндра. Из (3,18) находим

$$\epsilon_T = D' (E' - 1) + \sqrt{(E' - 1) D'^2 + 2E' - 1}, \quad (3,19)$$

где

$$E' = \left(\frac{\lambda_0 \text{tg } \theta}{\lambda'_d} \right)^2 = \left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2, \quad D' = \frac{1 + \exp \left\{ \frac{4\pi}{\lambda'_d} (b - a) \right\}}{1 - \exp \left\{ \frac{4\pi}{\lambda'_d} (b - a) \right\}}. \quad (3,20)$$

§ 3. Измерение ϵ вещества методом спирального волновода при наличии металлического кожуха

Конструктивно удобной формой прибора — измерителя ϵ вещества может быть спираль с диэлектриком, помещенная в металлический кожух. В этом случае можно исключить влияние внешних полей и потому повысить точность измерений. Наличие кожуха скажется на форме дисперсионного уравнения, а значит, и на выражении для ϵ . На рис. 11, б пред-

ставлена наиболее общая система, состоящая из слоистого диэлектрика, помещенного в металлический волновод радиуса R . В случае диэлектрика, помещенного в трубку с известным значением ϵ_2 , выражение для ϵ_1 (при $\text{ctg}\theta \gg 10$) определяется формулой

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_2 \left\{ [A] \left[\frac{2\pi b}{\lambda'_d} I_1(b) q_{00}^{ab} - I_0(a) \right] + \epsilon_2 \left[I_1(a) - \frac{2\pi b}{\lambda'_d} I_1(b) q_{01}^{ab} \right] \right\}}{\frac{2\pi b}{\lambda'_d} I_1(b) \{ q_{01}^{ab} [A] - \epsilon_2 q_{01}^{aR} \}}, \quad (3,21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} q_{01}^{ab} &= I_0(b) K_1(a) + I_1(a) K_0(b), & q_{00}^{ab} &= I_0(a) K_0(b) - I_0(b) K_0(a), \\ q_{11}^{aR} &= I_1(R) K_1(a) - I_1(a) K_1(R), & q_{00}^{aR} &= I_0(R) K_0(a) - I_0(a) K_0(R), \\ q_{01}^{aR} &= I_0(R) K_1(a) - I_1(a) K_0(R), & q_{10}^{aR} &= I_1(R) K_0(a) + I_0(R) K_1(R), \end{aligned} \right\} (3,22)$$

$$[A] = \left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2 \left[\frac{I_0(a)}{I_1(a)} + \frac{q_{10}^{aR}}{q_{11}^{aR}} \right] - \frac{q_{01}^{aR}}{q_{00}^{aR}}$$

в более простом случае полного заполнения спирали диэлектриком (при наличии кожуха) получается следующее выражение для ϵ :

$$\epsilon = \left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2 \frac{I_0^2(a)}{I_1^2(a)} \frac{1 + \frac{I_1(a) K_0(a)}{I_0(a) K_1(a)}}{1 - \frac{I_1(a) K_1(R)}{I_1(R) K_1(a)}} - \frac{K_0(R) K_1(a)}{I_0(R) I_1(a)} \frac{K_0(a) K_1(R)}{I_0(a) I_0(R)}. \quad (3,23)$$

При наличии зазора между диэлектриком и спиралью ϵ образца определяется формулой

$$\epsilon = \frac{I_1(a) - I_0(a) \left\{ \left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2 \left[\frac{I_0(a)}{I_1(a)} + \frac{q_{10}^{aR}}{q_{11}^{aR}} \right] - \frac{q_{01}^{aR}}{q_{00}^{aR}} \right\}}{\frac{2\pi b}{\lambda'_d} I_1(b) \left\{ q_{00}^{ab} \left[\left(\frac{\lambda_d}{\lambda'_d} \right)^2 \left(\frac{I_0(a)}{I_1(a)} + \frac{q_{10}^{aR}}{q_{11}^{aR}} \right) - \frac{q_{10}^{aR}}{q_{00}^{aR}} \right] - q_{01}^{ab} \right\}} + 1. \quad (3,24)$$

При $R \rightarrow \infty$ формулы (3,21), (3,23), (3,24) переходят в соответствующие формулы для систем «спираль с диэлектриком» без экранирующего кожуха. Выражения для ϵ в случае высоких частот оказываются такими же, как и в случае открытой спирали, так как на высоких частотах волны сильно прижимаются к спирали и потому влияние кожуха не сказывается на величине замедления.

§ 4. Определение $\text{tg } \delta$ вещества методом спирального волновода⁷³

Решение задачи может быть получено двумя путями. Первый путь — получение дисперсионного уравнения для изучаемой системы из уравнений Максвелла с учетом того, что диэлектрическая проницаемость имеет комплексный характер, и выделение из дисперсионного уравнения его мнимой части, характеризующей затухание. Второй путь сводится к решению задачи энергетическим методом, т. е. к определению коэффициента затухания в системе через отношение мощности потерь к общему потоку мощности в системе.

1. Случай малых и средних потерь для образцов в виде цилиндрического стержня с намотанной на нем спиралью. Дисперсионное уравнение спирали, плотно намотанной

на диэлектрический стержень с $\varepsilon_c = \varepsilon' - i\varepsilon''$, имеет вид (при $\text{ctg } \theta \geq 10$)

$$\left(\frac{k}{k'_3} \text{ctg } \theta\right)^2 = \frac{I_0(a) K_0(a)}{I_1(a) K_1(a)} \frac{k'_3 a}{\varepsilon_c I_1(a) K_0(a) + I_0(a) K_1(a)}. \quad (3,25)$$

Так как диэлектрик обладает потерями, то в постоянной распространения будет член, характеризующий затухание, т. е. k'_3 можно записать следующим образом:

$$k'_3 = \gamma - i\alpha, \quad (3,26)$$

где $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda'_d}$, а α учитывает затухание. В случае малых и средних потерь, когда $\varepsilon'' < \varepsilon'$ и $\alpha < \gamma$, из (3,25) получим дисперсионное уравнение для определения γ , которое совпадает с (3,1), а также выражение для $\text{tg } \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$

$$\text{tg } \delta = \frac{\alpha a}{\varepsilon' I_0 I_1} \left[\left(\varepsilon' + \frac{\gamma^2 \text{tg}^2 \theta}{k^2} \frac{I_0^2}{I_1^2} \right) (I_1^2 - I_0 I_2) + \left(\frac{I_0^2}{K_0^2} + \frac{\gamma^2 \text{tg}^2 \theta}{k^2} \frac{I_0^2}{K_1^2} \right) (K_0 K_2 - K_1^2) \right]. \quad (3,27)$$

Такая же формула получается и при определении $\text{tg } \delta$ энергетическим методом.

На высоких частотах формула (3,27) значительно упрощается:

$$\text{tg } \delta = \frac{\alpha \lambda'_d}{\pi} (\varepsilon' + 1). \quad (3,28)$$

Из (3,28) видно, что затухание в системе для данного образца и данной геометрии спирали в области высоких частот оказывается пропорциональным частоте. Это становится понятным из рассмотрения выражений потоков мощности в двух областях спирали. С ростом частоты поток мощности внутри спирали растет, а снаружи уменьшается. Благодаря большему взаимодействию поля с веществом увеличивается и величина затухания системы. С ростом котангенса угла намотки спирали затухание системы увеличивается. Это можно объяснить тем, что с ростом замедления, обусловленного увеличением $\text{ctg } \theta$, происходит большая концентрация поля внутри стержня, что и приводит к большему затуханию. Таким образом, для измерения затухания у образцов с малыми потерями следует так видоизменить систему, чтобы большая часть потока мощности проходила внутри диэлектрика. Этого можно достичь увеличением $\text{ctg } \theta$ или переходом к системе с кожухом, ибо влияние последнего сводится к перераспределению мощностей (увеличению потока мощности внутри спирали).

2. Определение $\text{tg } \delta$ диэлектрика, помещенного внутри диэлектрической трубки, на которую навита спираль. Здесь же как и в § 3 гл. III, необходимо рассмотреть спираль со слоистым диэлектриком. При этом, разбивая систему на три области:

I) $0 \leq r \leq b$, $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 - i\varepsilon''_1$; II) $b \leq r \leq a$, $\varepsilon_2 = \varepsilon'_2 - i\varepsilon''_2$; III) $a \leq r \leq \infty$, $\varepsilon = 1$

— и предполагая, что $\varepsilon'' < \varepsilon'$ и $\varepsilon''_2 < \varepsilon'_2$, определим энергетическим методом величину α , получим следующее выражение для тангенса угла потерь диэлектрика, находящегося внутри трубки (ε'_1 , ε'_2 , ε''_2 — известны):

$$\text{tg } \delta_1 = \frac{1}{\varepsilon'_1 b I_0(b) I_1(b)} \{ \alpha [b^2 M + \varepsilon'_2 (A(a) a^2 - A(b) b^2) + A_2^2 (\Phi(b) b^2 - \Phi(a) a^2) + a^2 N] - \varepsilon''_2 (B(a) a - B(b) b) \}, \quad (3,29)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 M &= \left\{ \varepsilon'_1 + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \operatorname{tg} \theta \right)^2 \frac{1}{I_1^2(a)} \left[I_0(a) - k'_3 b I_1(b) \left(1 - \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right) g_{00} \right]^2 \right\} \times \\
 &\quad \times [I_1^2(b) - I_0(b) I_2(b)], \\
 N &= \left[I_0(a) - k'_3 b \left(1 - \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right) I_1(b) g'_{00} \right]^2 \left[\frac{1}{K_0^2(a)} + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'_d} \operatorname{tg} \theta \right)^2 \frac{1}{K_1^2(a)} \right] \times \\
 &\quad \times [K_0(a) K_2(a) - K_1^2(a)], \\
 A(r) &= [A_2 I_1(r) - B_2 K_1(r)]^2 + \frac{2}{k'_3 r} [A_2 I_1(r) - B_2 K_1(r)] \times \\
 &\quad \times [A_2 I_0(r) + B_2 K_0(r)] - [A_2 I_0(r) + B_2 K_0(r)]^2, \\
 B(r) &= [A_2 I_1(r) - B_2 K_1(r)] [A_2 I_0(r) + B_2 K_0(r)]; \\
 A_2 &= 1 - \frac{2\pi b}{\lambda'_d} \left(1 - \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right) I_1(b) K_0(b), \quad B_2 = \frac{2\pi b}{\lambda'_d} I_0(b) I_1(b) \left(1 - \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right), \\
 \Phi(r) &= I_1^2(r) - I_0(r) I_2(r).
 \end{aligned} \right\} (3,30)$$

§ 5. Измерения ε с помощью подвижного зонда

Для измерения диэлектрических проницаемостей вещества методом спирального волновода необходимо знать геометрию образца и спирали, а также необходимо определить длину замедленной волны λ'_d в исследуемой системе при заданной длине волны питающего генератора. Измерение длины замедленной волны λ'_d можно осуществить с помощью схемы, приведенной на рис. 12. Зондограммы, снятые при условии постоянства мощности на выходе генератора, могут быть использованы также для определения коэффициента затухания α в системе, знание которого необходимо для определения $\operatorname{tg} \delta$ исследуемого вещества.

Для проверки формул (3,4), (3,5), (3,10) были проведены измерения ε ряда образцов, выполненных в виде цилиндрических стержней. Для исследования были взяты винипласт, оргстекло, эбонит, фарфор, стекло, специальная керамика. Были проведены систематические исследования дисперсионных свойств систем типа «спираль с диэлектриком» различных диаметров и с различными углами намотки. На рис. 13 и 14 показаны дисперсионные зависимости для винипласта и фарфора, вычисленные согласно (3,1) и снятые экспериментально. Изучение дисперсионных кривых и зависимостей ε от частоты для образцов одного и того же диэлектрика, но с разными величинами $\operatorname{ctg} \theta$ и диаметрами $D=2a$, привело к выводу, что одинаковые значения ε получаются для одинаковых $\frac{D}{\lambda'_d}$. На рис. 15

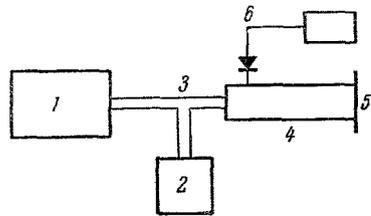


Рис. 12. Блок-схема измерений ε методом зонда:
 1—генератор; 2—волномер; 3—коаксиал; 4—спираль с диэлектриком; 5—короткозамыкатель; 6—зонд, детектор и индикатор.

и 16 приведены зависимости ε от $\frac{D}{\lambda'_d}$ для винипласта и фарфора. Из графиков рис. 15 и 16 и на основании данных, полученных при исследовании других веществ (оргстекла, эбонита, стекла), можно сделать ряд выводов:

1. С уменьшением отношения $\frac{D}{\lambda_d}$ измеряемая величина ϵ растет вначале медленно, а затем (после прохождения значения $\frac{D}{\lambda_d} \sim 1$) — быстро. Поэтому при измерениях ϵ надо пользоваться следующим правилом — брать образцы таких размеров и работать в такой области частот, чтобы выполнялось условие $\frac{D}{\lambda_d} > 1$.

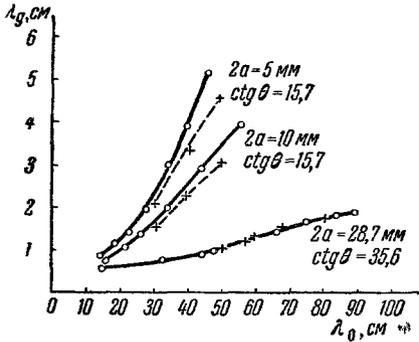


Рис. 13. Дисперсионные кривые системы «спираль с диэлектриком» (винилпластом). — теория, —x— эксперимент.

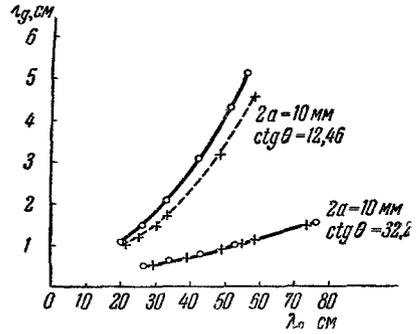


Рис. 14. Дисперсионные кривые системы «спираль с диэлектриком» (фарфором). — теория, —x— эксперимент.

2. Графики рис. 15 и 16 показывают, что в различных интервалах значений $\frac{D}{\lambda_d}$ погрешность измерений ϵ различна. Так, для веществ с $\epsilon \sim 2 \div 3$ при $1 \leq \frac{D}{\lambda_d} \leq 1,5$ погрешность измерения ϵ достигает 15%, при

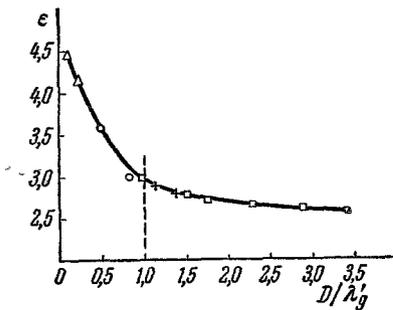


Рис. 15. Зависимость измеренных значений ϵ от $\frac{D}{\lambda_d}$ для винилпласта.

Δ — $2a=5$ мм, $\text{ctg } \theta=15,7$; \square — $2a=28,7$ мм, $\text{ctg } \theta=35,6$; \times — $2a=28,7$ мм, $\text{ctg } \theta=15,7$; \circ — $2a=10$ мм, $\text{ctg } \theta=15,7$.

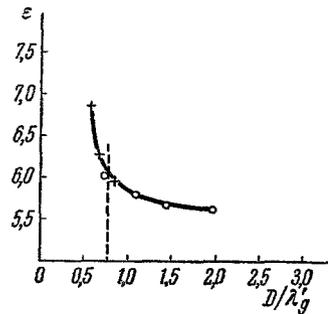


Рис. 16. Зависимость измеренных значений ϵ от $\frac{D}{\lambda_d}$ для фарфора.

\circ — $2a=10$ мм, $\text{ctg } \theta=32,2$; \times — $2a=10$ мм, $\text{ctg } \theta=12,46$.

$1,5 \leq \frac{D}{\lambda_d} \leq 2$ снижается до 7% и при $2 \leq \frac{D}{\lambda_d} \leq 3,5$ — до 3%. Кроме того, с ростом ϵ область с меньшей погрешностью измерения передвигается в область меньших значений $\frac{D}{\lambda_d}$. Так, для фарфора область значений $\frac{D}{\lambda_d}$, при которой погрешность измерения $\epsilon < 10\%$, располагается между 1 и 1,5.

3. Можно указать для каждого образца диапазон частот, в котором можно производить измерения ϵ . Со стороны коротких волн он ограни-

чивается тем значением частоты, при котором замедленная волна становится соизмеримой с шагом спирали, со стороны длинных волн — отношением $\frac{D}{\lambda_d}$, которое не должно быть больше 1.

4. Для перекрытия широкого диапазона частот необходимо использовать ряд образцов различных диаметров. На рис. 17 для образцов

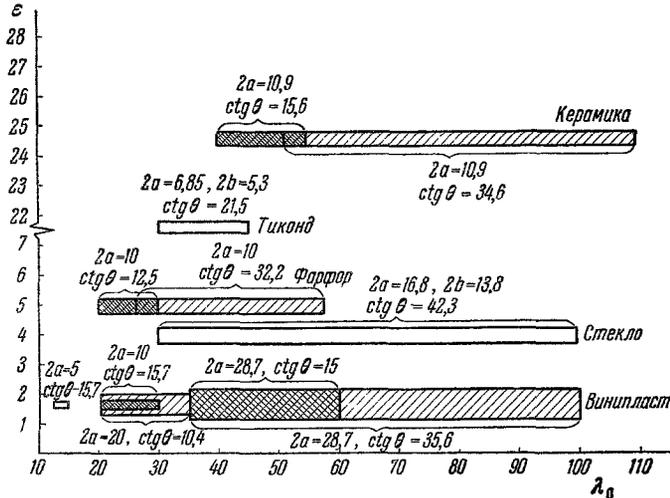


Рис. 17. Области частот для образцов различных диаметров, в пределах которых производится измерение ε методом спирального волновода с погрешностью меньше 10%.

различных диаметров показаны области частот, в пределах которых погрешности измерения ε не превышают 10%.

Для проверки формулы (3,20) были проведены измерения трубок из стекла, фарфора и специальной керамики. На рис. 18 представлены

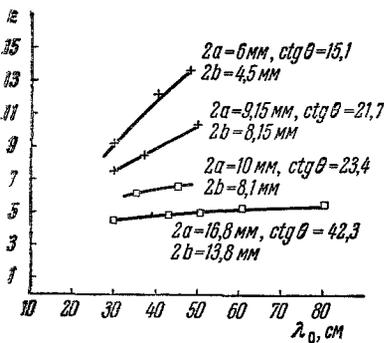


Рис. 18. Зависимость измеренных значений ε от длины волны для стеклянных трубок.

□ — молибденовое стекло;
 × — обыкновенное стекло.

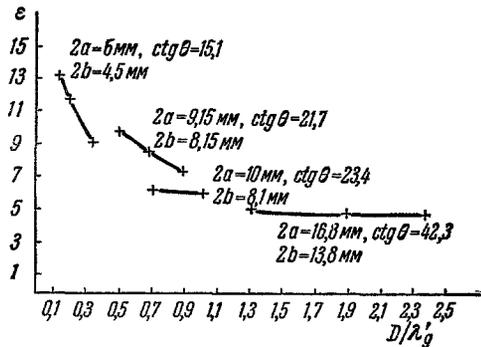


Рис. 19. Зависимость измеренных ε от $\frac{D}{\lambda'_d}$ для трубок различных марок и диаметров.

зависимости рассчитанных по формуле значений ε от частоты, а рис. 19 иллюстрирует зависимость ε от $\frac{D}{\lambda'_d}$, где D — величина внешнего диаметра трубки. Из графиков, приведенных на рис. 19, а также из анализа данных, полученных при исследовании других веществ, можно сделать вывод, что

для получения более точных значений ϵ необходимо выполнить условие $\frac{D}{\lambda_d} > 1$.

Для проверки формул (3,16) и (3,18), с помощью которых можно рассчитывать ϵ жидкостей, были проведены измерения ϵ бензина, бензола, эфира, ацетона, дистиллированной воды в стеклянных и керамических трубках. Было проведено сравнение ряда теоретически рассчитанных и экспериментально снятых дисперсионных зависимостей для систем типа «спираль со слоистым диэлектриком». На рис. 20 приведены теоретические и экспериментальные кривые для случая заполнения стеклянной трубки бензолом и дистиллированной водой, а на рис. 21 приведены дисперсионные кривые для случая ацетона, заполняющего тикондовую трубку ($\epsilon_T=24$) и ацетона в стеклянной трубке ($\epsilon_T=6$). Из этих кривых видно, что в области коротких и длинных волн существует расхождение между

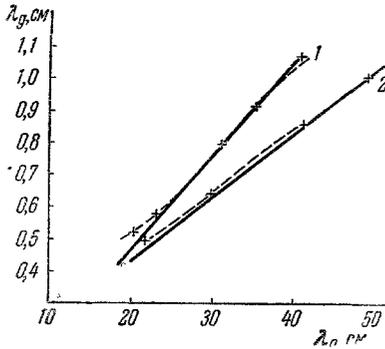


Рис. 20. Дисперсионные кривые для систем «спираль со слоистым диэлектриком».

1—бензол в стеклянной трубке; 2—вода дистиллированная в стеклянной трубке; — теория, —x— эксперимент.

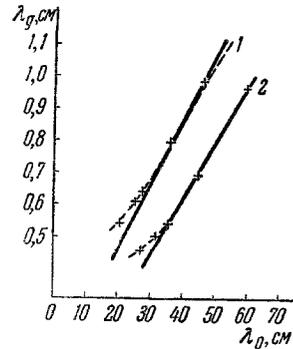


Рис. 21. Дисперсионные кривые для систем «спираль со слоистым диэлектриком».

1—ацетон в стеклянной трубке, $2a=10$ мм, $2b=8,1$ мм, $\text{ctg } \theta=23,4$, $\epsilon_2=6$; 2—ацетон в тикондовой трубке, $2a=6,85$ мм, $2b=5,3$ мм, $\text{ctg } \theta=21,5$, $\epsilon_2=24$.

теоретическими и экспериментальными кривыми. Было обнаружено, что ширина области совпадения зависит от геометрии трубки и соотношения диэлектрических проницаемостей трубки и жидкости, заполняющей трубку. Из рис. 19 видно, что область совпадения у системы тикондовая трубка—ацетон шире, чем у системы стеклянная трубка—ацетон. На основании измерений, проведенных с рядом веществ в трубках с различными ϵ_T , можно сделать вывод о том, что для измерения $\epsilon_{ж}$ в трубках с $\epsilon_T < \epsilon_{ж}$ необходимо работать в диапазоне $0,9 \leq \frac{D}{\lambda_d} \leq 1,1$. При наличии трубки с $\epsilon_T > \epsilon_{ж}$ можно работать в диапазоне частот, который характеризуется пределами $0,7 \leq \frac{D}{\lambda_d} \leq 1,5$. При этом результаты измерений получаются с погрешностями не хуже 10%.

Определение $\text{tg } \delta$ вещества сводилось к измерениям λ'_d , коэффициента затухания α и к расчетам по формулам. Проверка формул (3,27) и (3,28) была произведена на образцах из винипласта, эбонита и гетинакса. Значения для $\text{tg } \delta$ гетинакса получились близкими к табличным, а для эбонита и винипласта — немного завышенными по сравнению с табличными. Это можно объяснить тем, что для веществ с малыми потерями затухание за счет диэлектрика и за счет спирали оказываются соизмеримыми, в связи с чем необходим более строгий учет потерь в спирали.

§ 6. Определение ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества методом спирального и диафрагмированного резонаторов⁷⁴

Измерение диэлектрических проницаемостей вещества с большими потерями при помощи метода спирального волновода оказывается весьма затруднительным из-за того, что в таких системах волна быстро затухает. Получить меньшее затухание можно в случае применения тонких образцов, располагаемых на оси системы. Однако эффект замедления от внесения тонкого образца значительно ослабляется. Измерение малых изменений длины замедленной волны может привести к большим погрешностям. Поэтому описанный выше метод можно видоизменить, переходя к резонаторному варианту измерения. Резонатор может быть получен, если спираль, экранированную кожухом, закоротить с двух сторон проводящими плоскостями. Если при этом спираль питать высокочастотной энергией, то резонансы в системе будут наступать всякий раз, когда вдоль спирали будет укладываться целое число полуволн. Наличие спирали в цилиндре обеспечит существование медленных волн — волн спирального типа. Так как спираль — широкополосная система, то и резонатор спирального типа неизменной длины будет резонировать в широкой полосе частот. Расположение на оси системы исследуемого образца малого диаметра с длиной, равной длине системы, изменит резонансную частоту такого резонатора. Сдвиг резонансной частоты будет пропорционален диэлектрической проницаемости, а изменение добротности системы позволит определить величину $\operatorname{tg} \delta$ исследуемого вещества. Так как измерять можно достаточно малые сдвиги частот, то можно исследовать образцы вещества с большими потерями, достаточно тонкие для того, чтобы добротность системы не сильно ухудшалась и, с другой стороны, чтобы был заметен уход частоты.

Можно создать также резонаторы и из других замедляющих систем, например, из отрезка диафрагмированного волновода. Следует отметить, что полоса пропускания у последнего значительно уже, чем у спирального резонатора. Характер дисперсии определяет зависимость интенсивности поля на оси системы при переходе от одного резонанса к другому. Если в спиральном резонаторе интенсивность поля слабо изменяется от одного резонанса к другому, то в диафрагмированном волноводе интенсивность поля резко изменяется. Последнее свойство приводит к тому, что спиральный резонатор оказывается пригодным для измерения свойств вещества в широком диапазоне частот примерно с одинаковой чувствительностью. С другой стороны, резкая зависимость интенсивности поля от частоты в диафрагмированном резонаторе позволяет использовать его для измерения ϵ вещества в широких пределах значений тангенса угла потерь.

1. Резонатор, образованный из отрезка коаксиальной спирали. При измерениях резонансным методом образец в виде цилиндрического стержня необходимо помещать в резонатор. Практически удобнее брать образцы, диаметры которых меньше диаметра спирали. Для измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества, обладающего большими потерями, необходимо использовать образцы небольшого диаметра. Если диаметр образца $2b$ (рис. 22) настолько мал, что $a \gg 5b$ (a — радиус спирали), и, кроме того, радиус кожуха $R \gg 5a$, то выражение для ϵ имеет следующий вид:

$$\epsilon = \frac{2\Delta f}{f} \frac{\mu_1^b + \mu_0^b}{\mu_0^a - \mu_0^R - 2 \frac{\Delta f}{f} \mu_0^b}, \quad (3,31)$$

где

$$\mu_n^x = \frac{K_n \left(\frac{2\pi x}{\lambda'_d} \right)}{I_n \left(\frac{2\pi x}{\lambda'_d} \right)},$$

f_0 — резонансная частота, соответствующая постоянной распространения $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, Δf — сдвиг частоты от внесения диэлектрика в резонатор.

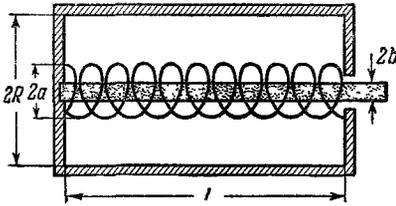


Рис. 22. Спектральный резонатор с диэлектриком.

Последовательность измерения ε исследуемого вещества может быть следующей. В исследуемой системе заранее определяются длины замедленных волн λ'_d на заданных резонансных частотах (измеряются методом возмущений). Затем на любой из частот вставляется образец и фиксируется уход частоты.

Тангенс угла потерь определяется по изменению добротности при введении в резонатор исследуемого образца. Если $a \gg 5b$ и $R \gg 5a$, то

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{2a}{k'_3 b^3} \left[G + \Gamma^2 \frac{q_{01}^{aR}}{q_{00}^{aR}} \right], \quad (3,32)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Gamma &= I_0(a) - \frac{1}{2} (k'_3 b)^2 (1 - \varepsilon) q_{00}, & q_{00} &= I_0(a) K_0(b) - I_0(b) K_0(a), \\ q_{00}^{aR} &= I_0(R) K_0(a) - I_0(a) K_0(R), & q_{01}^{aR} &= I_0(R) K_1(a) + I_1(a) K_0(R), \\ G &= \left\{ I_0(a) + \frac{1}{2} (k'_3 b)^2 (1 - \varepsilon) \left[I_0(a) \ln \frac{k'_3 b}{2} + K_0(a) \right] \right\} \times \\ &\times \left\{ I_1(a) + \frac{1}{2} (k'_3 b)^2 (1 - \varepsilon) \left[I_1(a) \ln \frac{k'_3 b}{2} - K_1(a) \right] \right\}. \end{aligned} \right\} (3,33)$$

Здесь Q_0 — добротность резонатора, заполненного воздухом, Q — добротность системы с образцом.

2. Резонатор, образованный из отрезка диафрагмированного волновода. Для образцов малых поперечных размеров можно воспользоваться следующими соображениями при выводе упрощенной формулы для ε . В работах ^{75, 76} показано, что относительное смещение частоты резонатора (как простой, так и сложной формы) при внесении в него образца длиной, равной длине системы, имеет вид

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\int V \mathbf{P} \mathbf{E} dv}{W}, \quad (3,34)$$

где V — объем возмущающего тела, \mathbf{E} — напряженность поля, внешнего относительно возмущающего тела, $\mathbf{P} = (\varepsilon - 1) \mathbf{E}_1$ — вектор электрической поляризации диэлектрического тела (\mathbf{E}_1 — напряженность поля внутри возмущающего тела), ε — диэлектрическая проницаемость возмущающего тела, W — полная запасенная энергия резонатора. Из (3,34) при соответствующих упрощениях получается формула для ε ,

$$\varepsilon = \frac{8 \left(\frac{\Delta f}{f} \right)}{S v_{\text{гp}} \frac{|E_{z0}|^2}{P}}, \quad (3,35)$$

где $P = \frac{Wv_{гр}}{l}$ — плотность потока энергии в системе, S — площадь поперечного сечения образца, $v_{гр}$ — групповая скорость. Величина $\frac{|E_{z0}|^2}{W}$ пропорциональна сопротивлению связи и полностью определяется геометрией системы и частотой. Поэтому, рассчитав или измерив заранее $\frac{|E_{z0}|^2}{W}$ на разных резонансных частотах, можно затем пользоваться (3,35) для определения диэлектрической проницаемости вещества. При наличии контрольного образца с известной величиной ϵ_1 , можно определить сдвиг частоты Δf_1 , возникающей при внесении контрольного

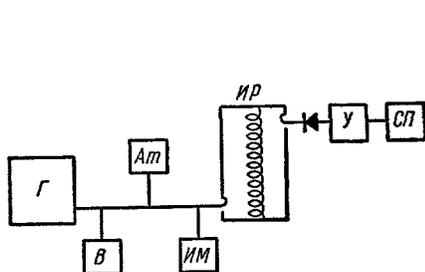


Рис. 23. Блок-схема измерений сдвига частоты по методу прохождения.

Г—генератор; В—волномер; Ат—аттенуатор; ИР—измерительный резонатор; У—усилитель, СП—индикатор.

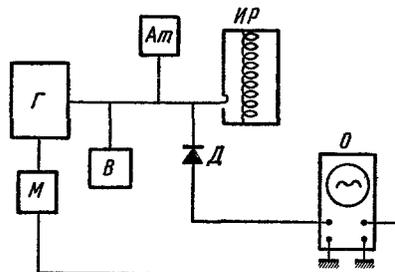


Рис. 24. Блок-схема измерений сдвига частоты по методу отсоса.

Г—генератор, М—модулятор; В—волномер, Ат—аттенуатор; Д—детектор, ИР—измерительный резонатор, О—осциллограф.

образца. Тогда ϵ_x — неизвестного образца, имеющего такие же поперечные размеры, можно определить по формуле

$$\epsilon_x = \frac{\Delta f_x}{\Delta f_1} (\epsilon_1 - 1) + 1. \tag{3,36}$$

Измерение ϵ резонаторным методом сводится, таким образом, к измерению сдвига резонансной частоты резонатора при внесении в резонатор исследуемого образца. Было использовано два метода измерения сдвигов частот. Первый из них представлен на рис. 23, второй — на рис. 24. Добротность резонатора, необходимая для определения $\text{tg } \delta$, измерялась по ширине резонансной кривой на уровне половинной мощности.

Для проверки формул (3,31) и (3,32) были произведены измерения ϵ твердых стержневых образцов и жидкостей, заливаемых в капилляры. Измерения ϵ полистироловой проволоки диаметром 1 мм в диапазоне 10—50 см привели к значениям $\epsilon=2,3 \div 2,6$ по диапазону. Значения ϵ стеклянного стержня диаметром 2 мм в этом же диапазоне получились равными 4,2 \div 4,8, а $\text{tg } \delta$ в пределах 0,002 \div 0,003. Измерения ϵ и $\text{tg } \delta$ жидкостей проводились в капиллярах с внутренним диаметром 0,64 мм и толщиной стенок 0,075 мм. В диапазоне 10—50 см ϵ дистиллированной воды получились в пределах 60 \div 70, а $\text{tg } \delta$ — 0,15 \div 0,2. В диапазоне 51,7—15 см были проведены измерения ϵ и $\text{tg } \delta$ метилового и этилового спиртов. Значения ϵ и $\text{tg } \delta$ для обоих спиртов хорошо укладываются на дисперсионные кривые для спиртов, полученные в результате обобщения измерений ϵ и $\text{tg } \delta$ рядом авторов ^{77, 50}.

Для проверки формулы (3,35) были сделаны образцы из эбонита, винилпласта, оргстекла, стекла, текстолита и гетинакса. Образцы имели форму стержней с диаметром 5 мм и длиной, равной длине системы. В качестве контрольного образца был взят эбонит с $\epsilon=2,63$. Результаты измерений

на различных резонансах приведены в табл. I. Измерения ϵ жидкостей проводились в стеклянных капиллярах с внутренним диаметром 1 мм

Таблица I

Сдвиг фазы на одну ячейку ψ		π		$\frac{2}{3}\pi$		$\frac{1}{2}\pi$		0	
Резонансы пустого резонатора, Мгц		$f_1=2783$		$f_2=2750$		$f_3=2676$		$f_4=2638$	
Вещество	Диаметр образца	Δf , Мгц	ϵ						
Эбонит	5 мм	3,4	—	6,8	—	15	—	21,2	—
Винипласт	5 мм	3,4	2,63	6,8	2,63	15	2,63	21	2,6
Оргстекло	5 мм	3,4	2,63	6,8	2,63	15	2,63	21,2	2,63
Стекло обыкновенное	5 мм	11,8	6,7	23,2	6,54	54,5	6,9	84,3	6,8
Текстолит	5 мм	6,4	4,06	13	4,2	29,5	4,2	42,3	4,25
Гетинакс	5 мм	6,4	4,06	11,6	3,94	26,8	3,9	38,8	4,06

и внешним диаметром 1,1 мм. Контрольным образцом служила дистиллированная вода ($\epsilon_1=77$). В качестве исследуемых веществ брались специально составленные смеси из диоксана и дистиллированной воды. Результаты измерений на частоте 2676 Мгц представлены в табл. II.

Таблица II

№	1	2	3	4	5
$\epsilon_{расч}$	23,5	48,3	50,22	51,5	63
$\epsilon_{эксп}$	22,6	46,6	50,0	50,4	65

Таким образом, метод спирального волновода может быть использован для измерения ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ вещества наряду с другими, хорошо известными методами.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. «Диэлектрики и их применение», М., Госэнергоиздат, 1959.
2. Измерения на сверхвысоких частотах, М., 1952.
3. Р. А. Валитов, В. Н. Сретенский, Радиоизмерения на сверхвысоких частотах, М., 1958.
4. Техника измерений на сантиметровых волнах, т. II, М., 1952.
5. P. Gr u d e, Ann. d. Phys. 59, 16 (1897).
6. P. Gr u d e, Ann. d. Phys. und Chem. 55, 633 (1895).
7. Д. А. Рожанский, ЖТФ 3, 6, 935 (1938).
8. В. В. Татаринков, ЖЭТФ 5, 5, 539 (1935).
9. Г. Д. Бурдуц, ЖТФ 20, 7, 813 (1950).
10. А. И. Терещенко, Измерительная техника, № 5, 54 (1959).
11. Н. А. Дивильковский, М. И. Филиппов, ЖЭТФ 6, 93 (1936).
12. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, М., 1957.
13. В. И. Калинин, ЖТФ 1, 254 (1931).
14. Т. I. V u c h a n a n, E. H. G r a n t, Brit. J. Appl. Phys. 6, 64 (1955).
15. А. А. Брандт, Приборы и техн. эксп. № 6 (1957).
16. В. М. Федоров, И. В. Жиленков, А. Н. Ефремов, ЖЭТФ 24, 466 (1953).
17. В. И. Аксенов, М. Я. Бородин, Радиотехника и электроника 1, 1435 (1956).

18. А. А. Брандт, Приборы и техн. эксп., № 5, 63 (1957).
19. J. F. Powles, W. Jackson, JIEE 96, 3, 383 (1949).
20. L. Davis, L. G. Rubin, J. Appl. Phys. 24, 1194 (1953).
21. Г. А. Липаева, Г. И. Сканава, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
22. П. Ф. Веселовский, ЖТФ 25, 4, 601 (1956).
23. Д. Маш, Л. Маянц, И. Фабелинский, ЖТФ 19, 10, М. (1949).
24. А. М. Лобанов, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
25. D. M. Bowie, IRE Nat. Convent. Rec. 5, 270 (1957)
26. C. Brot, Compt. rend. 239, 612 (1954).
27. F. W. Heincken, F. Bruin, Physika 23, 57 (1957).
28. Г. Д. Бурдун, П. Б. Кантор, Измерительная техника, № 5 (1956).
29. A. Lebrun e. a., Arch. sci. 11, fasc. spec., 8 (1958).
30. E. Fischer, N. Zengin, Z. Phys. 147, 113 (1957).
31. H. K. Ruppersberg, Z. angew. Phys. 9, 9 (1957).
32. H. Rabenhorst, Ann. Phys. 16, 163 (1955).
33. А. Н. Сус, Диссертация (Саратовский госуниверситет, 1946).
34. A. G. Mungall, J. Hart, Canad. J. Phys. 35, 995 (1957)
35. Morton, Philos. Mag. 43, 383 (1897).
36. W. Coolidge, Wied. Ann. 69, 125 (1899).
37. В. Н. Кессених, К. А. Водопьянов, ЖЭТФ 2, 273 (1932).
38. Б. И. Романов, ЖЭТФ 8, 328; ЖЭТФ 17, 288 (1947).
39. Н. В. Малов, ЖЭТФ 9; 7, 867 (1933); ЖЭТФ 7, 1448 (1937).
40. С. Л. Сосинский и В. А. Дмитриев, ЖЭТФ 8, 1384 (1938).
41. Б. К. Майбаум, ЖЭТФ 9, 1270; ЖЭТФ 14, 501 (1944).
42. И. А. Эльцин, ЖТФ 18, 657 (1948).
43. И. А. Эльцин, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
44. И. А. Эльцин, Вестник МГУ, сер. матем., № 2, 65—73 (1957).
45. В. Ражевский, A. Redhardt, Arch. electr. Ubertrag. 11, 4 (1957).
46. Л. М. Иманов, Я. М. Аббасов, Докл. АН АзССР 13, 475 (1957).
47. L. Hartmuth, Z. Naturforsch. 9b, 257 (1954).
48. Л. М. Иманов, Я. М. Аббасов, Труды Ин-та физ. и матем. АН АзССР 7, 5 (1955).
49. Э. М. Фрадкина, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
50. Н. Л. Одаренко, Диссертация (Харьковский пединститут, 1954).
51. H. Gamauiga, e. a., J. Sci. Hiroshima Univ. A9, 161 (1955)
52. F. Hoerner, J. IEE 93, 21 (1946).
53. J. Ph. Poley, Onde electr. 35, 338, 455 (1955).
54. Г. И. Сканава, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
55. А. Д. Жлудько, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
56. Л. К. Водопьянов, Физика диэлектриков, М., изд. АН СССР, 1958.
57. Г. В. Захваткин, Диссертация (ФИАН, 1953).
58. C. H. Collie e. a., Proc. Phys. Soc. 60, 337 (1948).
59. О. В. Карпова, Физика твердого тела 1, 246 (1959).
60. Ю. Г. Альтшулер, Л. И. Гурабова, Уч. зап. Саратовского ун-та 44, 59 (1956).
61. Electr. a. Comm. 5, 24 (1957).
62. Я. Б. Файнберг, Диссертация (ФТИ АН УССР, 1948).
63. В. П. Шестопалов, ЖТФ 22, 414 (1952).
64. S. O'lvig, Acta Politechn., Ser. Electr. Eng. 6, № 3, 14 (1954).
65. Б. М. Булгаков, В. П. Шестопалов, ЖТФ 28, 188 (1958).
66. В. П. Киришин, Радиотехника и электроника 2, 901 (1957).
67. В. П. Шестопалов, К. П. Яцук, Радиотехника и электроника 4, 547, (1959).
68. В. П. Шестопалов, К. П. Яцук, ЖТФ 29, 819 (1959).
69. M s K i n n e y, В. M. Duff, Rev. Sci. Instrum. 25, 925 (1954)
70. К. П. Яцук, Труды радиофиз. фак. ХГУ 4, 63 (1959).
71. К. П. Яцук, Радиотехника и электроника 4, 1205 (1959).
72. В. П. Шестопалов, К. П. Яцук, ЖТФ 29, 1090 (1959)
73. В. П. Шестопалов, К. П. Яцук, И. П. Якименко, ЖТФ 29, 1330 (1959).
74. К. П. Яцук, Г. Н. Бычкова, ЖТФ 30, 165 (1960).
75. J. Müller, Hochfrequenztechnik u. Electroakustik, 157, November (1939).
76. X. И. Снектор, Электроника 3, 63 (1959).
77. Slevogt, Ann. d. Phys. 36, 141 (1939).

