

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА (III)

Б. М. Болотовский

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . . .	295
III. Излучение Вавилова—Черенкова при наличии границ раздела *). . . . .	296
1. Граничные условия . . . . .	296
2. Излучение заряда, движущегося по оси цилиндрического канала, заполненного диэлектриком . . . . .	299
3. Движение точечного заряда параллельно оси канала в диэлектрике . . . . .	307
4. Излучение диполей, движущихся по оси цилиндрического канала . . . . .	309
5. Эффект Вавилова—Черенкова в линейных периодических структурах . . . . .	312
а) Общая теория . . . . .	312
б) Излучение заряда в волноводе, нагруженном диафрагмами . . . . .	315
6. Эффект Вавилова—Черенкова в волноводах . . . . .	317
а) Волновод, заполненный изотропным диэлектриком . . . . .	317
б) Волновод, частично заполненный изотропным диэлектриком . . . . .	320
в) Волновод, заполненный анизотропным диэлектриком . . . . .	322
7. Поле заряженной частицы, движущейся параллельно границе раздела двух сред . . . . .	327
Список литературы . . . . .	337

## ВВЕДЕНИЕ

Излучение Вавилова—Черенкова в средах, ограниченных поверхностями раздела, обладает целым рядом специфических особенностей, отсутствующих в случае безграничной среды. Первые работы, посвященные учету границы диэлектриков в излучении Вавилова—Черенкова, появились в 1947 г. К тому времени теория излучения Вавилова—Черенкова в безграничной среде была уже достаточно разработана, и встал вопрос о применении этого эффекта для различных физических целей. Раньше всего по времени было предложено использовать излучение Вавилова—Черенкова для генерации ультракоротких радиоволн (В. Л. Гинзбург<sup>182</sup>, 1947 г.). В связи с этой проблемой в последующее время был рассмотрен целый ряд граничных задач — излучение Вавилова—Черенкова в канале, проделанном в преломляющей среде<sup>189</sup>, излучение заряда, движущегося над плоской границей раздела<sup>116, 272, 329, 307, 364, 171, 260</sup> и т. д. Через несколько лет В. И. Векслером был предложен когерентный метод ускорения заряженных частиц<sup>407</sup>. Некоторые из вариантов этого метода основаны на увлечении заряженной частицы сгустками электронной плазмы, т. е. на обращении эффекта Вавилова—Черенкова. Оценки эффективности ускорения также потребовали решения ряда граничных задач<sup>64, 58-63</sup>. Граничные задачи теории излучения Вавилова—Черенкова рассматривались

\*) Эффект Вавилова—Черенкова в безграничной среде и кристаллах (гл. I—II) см. УФН 62 (3), 201 (1957).

также в связи с проблемой управляемых термоядерных реакций (стабилизация токов в сильноточных разрядах <sup>310</sup>, черенковское излучение магнитозвуковых волн <sup>309</sup>). В теории линейных ускорителей и волноводных систем был также рассмотрен ряд граничных задач теории излучения Вавилова—Черенкова <sup>1,8-14, 317, 353, 205, 206</sup>.

Ряд работ был посвящен непосредственному расчету черенковских генераторов миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн <sup>279-281, 52, 314</sup>. Множество экспериментов, проведенных в последние годы <sup>52, 279-281, 114, 115, 274, 313-315, 324</sup>, говорят о том, что черенковская генерация радиоволн все в большей степени привлекает внимание исследователей. Разумеется, с граничными задачами излучения Вавилова—Черенкова приходится иметь дело и при расчете черенковских счетчиков.

Из этого краткого перечня видно, что к настоящему времени решено немало граничных задач теории излучения Вавилова—Черенкова.

Предлагаемая обзорная статья посвящена разбору тех особенностей, которыми обладает поле излучения заряда, движущегося в ограниченной или полугораниченной среде. Эта статья является продолжением обзора <sup>65</sup>, где рассматривалось излучение Вавилова—Черенкова в безграничной среде. Для обеих работ принята единая нумерация формул.

Задачи, возникающие при учете граничных условий, можно разделить на стационарные и нестационарные. Стационарные задачи характеризуются тем, что поле, созданное зарядом, перемещается как целое со скоростью заряда, т. е. все поля зависят только от аргумента  $x-vt$ . Примером таких задач является, например, движение заряда по оси цилиндрического канала в диэлектрике.

В нестационарных задачах поле уже не перемещается со скоростью заряда. Пример нестационарной задачи — переход движущегося заряда из одной среды в другую и возникающее при этом переходное излучение. Мы будем рассматривать только стационарные задачи.

### III. ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА ПРИ НАЛИЧИИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА

#### III. 1. Граничные условия

При движении заряда в преломляющей среде поле определяется известной системой уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \\ \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (\text{III}, 1)$$

Здесь, как обычно, мы считаем, что  $\varepsilon$  и  $\mu$  в координатном представлении являются операторами, которые в представлении Фурье сводятся к функциям от частоты волны  $\omega$  и ее волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Иными словами, если

$$(\mathbf{E}; \mathbf{D}; \mathbf{H}; \mathbf{B}) = \int (\mathbf{E}_{\mathbf{k}\omega}; \mathbf{D}_{\mathbf{k}, \omega}; \mathbf{H}_{\mathbf{k}, \omega}; \mathbf{B}_{\mathbf{k}, \omega}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t} d\mathbf{k} d\omega,$$

то

$$\mathbf{D}_{\mathbf{k}, \omega} = \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega} \quad (\text{III}, 2)$$

и

$$\mathbf{B}_{\mathbf{k}, \omega} = \mu(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{H}_{\mathbf{k}, \omega}. \quad (\text{III}, 3)$$

При этом  $\epsilon$  и  $\mu$  по разные стороны от границы раздела между средами являются различными функциями частоты  $\omega$  (и волнового вектора  $\mathbf{k}$ ). Ниже, если это не оговорено особо, мы будем считать  $\epsilon$  и  $\mu$  функциями только частоты  $\omega$ .

Поля на каждой границе раздела должны удовлетворять известным граничным условиям.

Пусть имеется граница раздела двух сред. Обозначим одну среду номером 1, вторую — номером 2. Нормаль к поверхности раздела  $\mathbf{n}$  направим из среды 1 в среду 2. Тогда электрическое поле  $\mathbf{E}$  и магнитное поле  $\mathbf{H}$  на поверхности раздела удовлетворяют следующим условиям:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1] = 0, \quad [\mathbf{n}, \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1] = 0 \quad (\text{III}, 4)$$

(мы считаем, что поверхностные токи на границе раздела отсутствуют). Эти условия выражают непрерывность тангенциальных компонент  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  при переходе через границу раздела. Кроме этих условий, имеется еще условие непрерывности нормальной компоненты векторов индукции:

$$(\mathbf{n}, \mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = 0, \quad (\mathbf{n}, \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0. \quad (\text{III}, 5)$$

Как будет показано ниже, когда поверхности раздела имеют простую геометрию, нет нужды пользоваться всеми этими условиями. Однако для сложных кривых поверхностей необходимы все шесть граничных условий. В ряде случаев удобнее пользоваться приближенными граничными условиями М. А. Леонтовича. Использование граничных условий М. А. Леонтовича в теории излучения Вавилова—Черенкова было предложено А. И. Морозовым, оценившим также точность этих условий при определении поля движущегося заряда<sup>308</sup>.

Условия М. А. Леонтовича \*) применимы для сред, у которых комплексный показатель преломления  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  имеет большие по абсолютной величине значения (либо за счет большой комплексной диэлектрической постоянной  $\epsilon$ , либо за счет большой комплексной магнитной проницаемости  $\mu$ ). На границе такой среды с вакуумом приближенно выполняется условие

$$\sqrt{\epsilon} E_t = \sqrt{\mu} H_t, \quad (\text{III}, 6)$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, а  $E_t$  и  $H_t$  — тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей.

Удобство пользования этими граничными условиями, помимо их простоты, заключается еще и в том, что они позволяют избежать определения поля внутри среды с большим значением  $n$ , а само наличие этой среды учитывать граничными условиями, задаваемыми на поверхности раздела.

Условие (III, 6) является точным для волн, падающих нормально на границу раздела. Для волн, падающих на границу под углом  $\varphi$ , это условие является приближенным, причем поправки имеют относительный порядок малости  $\frac{\sin^2 \varphi}{n^2}$ , где  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$  — коэффициент преломления среды.

Нетрудно показать, что в задаче о черенковском излучении  $\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} = \frac{1}{n^2 \beta^2}$ . Действительно, рассмотрим точечный заряд, движущийся равномерно в пустоте параллельно плоской границе среды с большим значением показателя преломления  $n$ , который мы будем считать действительным. Пусть в среде возбуждается черенковское излучение. Волновой вектор

\*) См., например, Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, М., «Сов. радио», 1957.

излучения направлен внутрь среды и составляет с нормалью к поверхности угол  $\theta$ , определяемый соотношением

$$\sin \theta = \frac{1}{n\beta}.$$

Зная  $\theta$ , можно определить угол  $\varphi$  (угол падения излучения на границу раздела). Легко видеть, что  $\sin \varphi = \frac{1}{\beta}$ . Тот факт, что  $\sin \varphi$  оказывается больше единицы, говорит о том, что излучения в пустоте нет. Это значение  $\sin \varphi$  дает относительную величину поправочного члена при пользовании приближенными граничными условиями (III, 6),

$$\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} = \frac{1}{\beta^2 n^2}.$$

Таким образом, применимость условий Леонтовича в задаче об излучении Вавилова—Черенкова ограничена условием

$$\frac{1}{\beta^2 |n|^2} = \frac{1}{|\epsilon\mu| \beta^2} \ll 1. \quad (\text{III}, 7)$$

В случае, если движение происходит около кривой поверхности, ошибка, связанная с применением (III, 6), будет порядка

$$h \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\beta \sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (\text{III}, 8)$$

где  $h$  — расстояние источника поля от поверхности,  $R_1$  и  $R_2$  — ее главные радиусы кривизны.

Как следует из критериев (III, 7) и (III, 8), граничные условия Леонтовича справедливы при скоростях заряда, значительно превосходящих фазовую скорость света в среде, мимо которой движется заряд (или, если среда непрозрачна, условие (III, 6) справедливо при наличии большого поглощения).

В нерелятивистской области решение задачи о поле движущегося источника еще более упрощается благодаря возможности разложить поле по степеням  $\beta = \frac{v}{c}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}^{(0)} + \beta \mathbf{E}^{(1)} + \beta^2 \mathbf{E}^{(2)} + \dots, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}^{(0)} + \beta \mathbf{H}^{(1)} + \beta^2 \mathbf{H}^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (\text{III}, 9)$$

Для определенности рассмотрим движение заряда около некоторой поверхности, на которой выполнено условие (III, 6). В этом случае можно показать, что на этой поверхности

$$\frac{E_t^{(0)}}{E_n^{(0)}} \approx \beta \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad (\text{III}, 10)$$

где  $E_n^{(0)}$  и  $E_t^{(0)}$  — нормальная и тангенциальная компоненты вектора  $\mathbf{E}$ .

Как видно из (III, 10), электрическое поле при  $\mu \gg \epsilon$  «выталкивается» из среды, а при  $\mu \ll \epsilon$  входит в среду практически нормально. Это позволяет взять за основу решение уравнения Лапласа с граничными условиями  $E_n^{(0)} = 0$  или  $E_t^{(0)} = 0$ , а затем, используя (III, 6), найти  $\mathbf{E}^{(1)}$  и  $\mathbf{H}^{(1)}$  и рассчитать тем самым мощность излучения.

### III. 2. Излучение заряда, движущегося по оси цилиндрического канала, заполненного диэлектриком

Пусть в изотропной среде с диэлектрической постоянной  $\epsilon_2$  и магнитной проницаемостью  $\mu_2$  имеется цилиндрический круглый канал, заполненный другой средой — с диэлектрической постоянной  $\epsilon_1$  и магнитной проницаемостью  $\mu_1$  (рис. 1). Задача о движении заряда по оси такого канала была решена в 1947 г. в работе В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка<sup>189</sup>. За семь лет до этого, в 1940 г., вопрос о прохождении заряда по оси канала в диэлектрике был поднят Л. И. Мандельштамом в его выступлении на защите докторской диссертации П. А. Черенковым. Л. И. Мандельштам отметил, что если заряд движется по оси пустого канала в плотной среде, причем радиус канала достаточно мал (меньше длины волны черенковского излучения в этой среде), то заряд может терять энергию на черенковское излучение. Это замечание оказалось весьма важным, ибо оно показывало, что в образовании черенковского излучения с длиной волны  $\lambda$  принимают участие области среды, удаленные от пути заряда на расстояние, сравнимое с  $\lambda$ , области же среды, вплотную прилегающие к пути заряда, не дают существенного вклада.

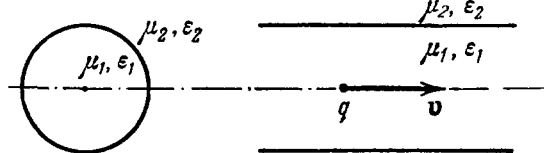


Рис. 1.

Пусть в некоторой прозрачной среде движется заряд и при этом выполняются условия черенковского излучения. Удалим среду с пути заряда, так что заряд движется теперь в узком канале, в пустоте. Утверждение, что заряд, движущийся в пустоте вблизи границ среды, излучает практически так же, как если бы он двигался в среде, является очень важным для практических целей, ибо открывает возможность для генерации черенковского излучения без побочной генерации поляризационного, или боровского, излучения, составляющего основную часть потерь энергии заряда в сплошной среде.

а) Перейдем теперь к количественному рассмотрению задачи. Пусть точечный заряд величины  $q$  движется со скоростью  $v$  по оси цилиндра радиуса  $a$ . Цилиндр заполнен средой  $\epsilon_1, \mu_1$ , а внешнее пространство — средой  $\epsilon_2, \mu_2$ . Электромагнитное поле, созданное зарядом, определяется системой уравнений Максвелла (III, 1). Мы будем исходить из уравнения для потенциалов  $A$  и  $\varphi$  (I, 6). Это упрощает расчеты, так как симметрия задачи допускает и в этом случае соотношение  $A = \frac{\epsilon\mu}{c} v\varphi$  (I, 9). Можно воспользоваться также системой уравнений для потенциалов (I, 8), где продольное поле отделено от поперечного, но при этом расчеты усложняются<sup>64</sup>. Введем цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$  с осью  $z$ , направленной по оси цилиндра. Представим  $\varphi(r, z-ut)$  в виде (I, 33):

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} \Phi(\omega, r) d\omega, \quad A = \frac{v}{c} \epsilon\mu\varphi. \quad (\text{III, 11})$$

Тогда для  $\Phi(\omega, r)$  получаем уравнение

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \epsilon\mu\beta^2) \right] \Phi(\omega, r) = -\frac{q}{\pi\epsilon v r} \delta(r). \quad (\text{III, 12})$$

При этом внутри канала ( $r < a$ )  $\varepsilon$  и  $\mu$  соответственно равны  $\varepsilon_1$  и  $\mu_1$ , вне канала —  $\varepsilon_2$  и  $\mu_2$ . Решение уравнения (III, 12) имеет вид

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi \varepsilon_1 v} \left[ K_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} r \right) + \alpha I_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} r \right) \right] & \text{при } r < a, \\ \frac{q}{\pi \varepsilon_2 v} \left[ \eta K_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2} r \right) + \gamma I_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2} r \right) \right] & \text{при } r > a. \end{cases} \quad (\text{III, 13})$$

Здесь  $K_0$  и  $I_0$  — функции Бесселя от мнимого аргумента. При изменении знака  $\omega$  все выражения переходят в комплексно сопряженные. При  $r < a$  коэффициент при  $K_0$  определяется особенностью в правой части уравнения (III, 12). Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\eta$  и  $\gamma$  нужно определить из граничных условий при  $r = a$ . Сразу ясно, что коэффициент  $\gamma$  следует принять равным нулю, так как функция  $I_0$  экспоненциально растет с ростом  $r$ . Два остальных коэффициента определяются с помощью двух граничных условий, за которые удобно взять условия непрерывности  $E_z$  и  $H_\phi$  при переходе через границу раздела. При выполнении этих условий все остальные граничные условия выполняются автоматически. Условия непрерывности составляющих  $E_z$  и  $H_\phi$  сводятся к условиям непрерывности двух величин:

$$(1 - \varepsilon \mu \beta^2) \Phi(\omega, r) \quad \text{и} \quad \varepsilon \frac{\partial \Phi(\omega, r)}{\partial r}$$

при  $r = a$ . Введем обозначения

$$k_1 = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \beta^2}, \quad k_2 = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2}. \quad (\text{III, 14})$$

Тогда сшивание полей приводит к следующим формулам для  $\Phi(\omega, r)$ :

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi v \varepsilon_1} [K_0(k_1 r) + \alpha I_0(k_1 r)], \\ \frac{q}{\pi v \varepsilon_2} \eta K_0(k_2 r), \end{cases} \quad (\text{III, 15})$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{B k_1 K_1(k_1 a) K_0(k_2 a) - k_2 K_0(k_1 a) K_1(k_2 a)}{B k_1 I_1(k_1 a) K_0(k_2 a) + k_2 I_0(k_1 a) K_1(k_2 a)}, \\ \eta &= \frac{1}{a} \frac{1}{B k_1 I_1(k_1 a) K_0(k_2 a) + k_2 I_0(k_1 a) K_1(k_2 a)}, \\ B &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{1 - \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2}{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} = \frac{k_2^2 \varepsilon_1}{k_1^2 \varepsilon_2}. \end{aligned} \quad (\text{III, 16})$$

Формулы (III, 11, 14—16) вместе с (I, 9) полностью определяют поле в среде, созданное движущимся зарядом. В таком виде они были записаны А. Г. Ситенко<sup>360</sup>.

Поле в рассматриваемой задаче можно определить также приближенно, воспользовавшись граничными условиями Леонтовича (III, 6). При этом мы избавляемся от необходимости вычислять коэффициент  $\eta$ , определяющий поле вне канала. Граничное условие (III, 6) сразу дает уравнение для коэффициента  $\alpha$ , и мы получаем

$$\alpha = \frac{\sqrt{\mu} \beta K_1(k_1 a) + i \sqrt{\varepsilon (1 - \beta^2)} K_0(k_1 a)}{\sqrt{\mu} \beta I_1(k_1 a) - i \sqrt{\varepsilon (1 - \beta^2)} I_0(k_1 a)}.$$

Здесь для простоты положено  $\varepsilon_1=1$ ,  $\mu_1=1$ ,  $\varepsilon_2=\varepsilon$ ,  $\mu_2=\mu$ . При  $\varepsilon\mu\beta^2 \rightarrow \infty$  точное выражение (III, 16) для  $\alpha$  совпадает с приближенным, полученным с помощью граничных условий Леонтовича. Таким образом, в области, лежащей далеко за порогом черенковского излучения, применение граничных условий Леонтовича является оправданным.

Как видно из формул (III, 15), характер поля определяется величиной  $k_{1,2} = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon\mu\beta^2}$ . В той среде, где эта величина действительна, условия черенковского излучения не выполняются, и поле разлагается по монотонно меняющимся, но не осциллирующим гармоникам. Если же выполняется условие черенковского излучения внутри или вне канала, то в той среде, где оно выполнено, поле представляет собой сумму цилиндрических волн, на излучение которых заряд должен терять энергию.

Перейдем к определению потерь энергии заряда. Потери энергии заряда на единицу длины равны тормозящей силе, действующей на заряд со стороны порожденного им поля:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dz} &= qE_z \Big|_{\substack{z \rightarrow vt \\ r \rightarrow 0}} = \\ &= \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \mu_1(\omega) \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} \right) [K_0(k_1 r_{\min}) + \alpha I_0(k_1 r_{\min})] i\omega d\omega, \quad (\text{III}, 17) \end{aligned}$$

где  $\alpha$  определяется выражением (III, 15). Величина  $r_{\min}$  есть то минимально допустимое в классической электродинамике среды расстояние до источника поля, при котором еще справедлива классическая электродинамика. Для простоты будем считать, что обе среды — внутри и вне канала — являются прозрачными.

б) Из анализа выражения для потерь (III, 17) следует, что потери энергии заряда имеют место в следующих спектральных интервалах.

Потери энергии происходят на тех дискретных частотах, при которых диэлектрическая постоянная среды внутри канала обращается в нуль. Это — боровские, или поляризационные, потери энергии, представляющие собой потери на излучение продольного поля. Величина их дается формулой

$$\frac{dW}{dz_{\text{Бор}}} = -\frac{q^2}{v^2} \sum_{\omega_s} \left| \frac{d\varepsilon(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_s} \left[ K_0\left(\frac{\omega_s r_{\min}}{v}\right) - I_0\left(\frac{\omega_s r_{\min}}{v}\right) \frac{K_0\left(\frac{\omega_s a}{v}\right)}{I_0\left(\frac{\omega_s a}{v}\right)} \right]. \quad (\text{III}, 18)$$

Сумма распространяется на частоты  $\omega_s$ , при которых  $\varepsilon_1(\omega_s)=0$ . Второе слагаемое в квадратной скобке отражает наличие границ. При увеличе-

нии радиуса канала  $a$  это слагаемое стремится к нулю как  $e^{-2\frac{\omega_s a}{v}}$  и формула (III, 18) переходит в выражение для боровских потерь частицы в безграничной среде. По отношению к боровским потерям среду внутри канала можно считать безграничной уже при радиусе канала порядка или больше максимального значения  $\frac{v}{\omega_s}$ . Среда экранирует продольное поле, и заряд как бы «не чувствует» границы.

в) Потери энергии происходят также при наличии черенковского излучения. При этом поле и спектр потерь существенно зависят от того, в какой из двух сред выполнено условие излучения Черенкова. Рассмотрим возможные случаи.

Начнем со случая, когда внутри канала не выполняются условия черенковского излучения, а вне канала — выполняются. Этот случай

соответствует выполнению неравенств

$$k_1^2 > 0; \quad k_2^2 < 0 \quad (\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1; \quad \epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1). \quad (\text{III}, 19)$$

Этот случай, непосредственно связанный с соображениями Л. И. Мандельштама, и был рассмотрен В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком. Двигаясь по оси канала, заряд излучает во внешнюю среду. Потери энергии определяются выражением

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \mu_1 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2} \right) \alpha(\omega) i \omega d\omega. \quad (\text{III}, 20)$$

Интеграл берется по области, определяемой неравенствами (III,19). Эта формула получена из (III,17) следующим образом. Первое слагаемое в квадратных скобках под знаком интеграла в (III,17) можно в случае (III,19) зачеркнуть, так как оно не дает вклада в действительную часть интеграла. Во втором слагаемом можно положить  $r_{\min} = 0$ . Это дает формулу (III,20).

Интегралу (III,20) можно придать другой вид. В действительную часть интеграла дает вклад только мнимая часть коэффициента  $\alpha(\omega)$ . Нетрудно показать, что  $\operatorname{Im} \alpha(\omega)$  следующим образом связана с коэффициентом  $\eta(\omega)$ , определяющим поле вне канала (см. (III,15, 16)):

$$\operatorname{Im} \alpha(\omega) = -\frac{B\pi}{2} |\eta(\omega)|^2.$$

Это дает

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{q^2}{c^2} \int \mu_2 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2} \right) |\eta(\omega)|^2 \omega d\omega, \quad (\text{III}, 20')$$

$$\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1, \quad \epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1.$$

Формула (III,20') отличается от выражения для черенковских потерь в безграничной среде  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$  только наличием под интегралом множителя  $|\eta(\omega)|^2$ . В рассматриваемом нами спектральном интервале, где выполняются неравенства (III,19), коэффициент  $\eta(\omega)$  (III,16) является комплексной величиной, так как величина  $k_2$  — мнимая. Поэтому функции  $K_0(k_2 a)$  и  $K_1(k_2 a)$  переходят в  $H_0^{(2)}(s_2 a)$  и  $H_1^{(2)}(s_2 a)$ , где  $s_2^2 = \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1}$ , а  $H_0^{(2)}$  и  $H_1^{(2)}$  — функции Ганкеля.

При стремлении радиуса канала к нулю коэффициент  $\eta$  стремится к единице. Поэтому черенковское излучение заряда, движущегося в достаточно узком канале, ничем не отличается от излучения в безграничной среде  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$ . Условием того, что наличие канала не сказывается на спектре излучения, является выполнение неравенств

$$k_1 a \ll 1, \quad s_2 a \ll 1 \quad (s_2 = i k_2). \quad (\text{III}, 21)$$

Рассматриваемый случай ( $k_1^2 > 0$ ;  $k_2^2 < 0$ ) очень важен в принципиальном отношении. Всегда, когда заряд движется в среде, где не выполняются условия черенковского излучения, он излучает в среду, где эти условия выполняются, причем интенсивность излучения резко падает с ростом расстояния от пути заряда до границы между двумя средами.

Величины  $s_{1,2}$  представляют собой радиальные компоненты волновых векторов излучения Черенкова соответственно в первой и второй средах. Если условие черенковского излучения не выполняется, то  $s$  — мнимая величина и поле затухает по экспоненте с декрементом  $-is = k = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon \mu \beta^2}$ .



С ростом  $a$  функции  $I_0(k_1 a)$  и  $I_1(k_1 a)$  растут по экспоненте (как  $e^{k_1 a}$ ). Поэтому множитель  $|\eta(\omega)|^2$  падает как  $e^{-2k_1 a}$ , и излучение, для которого радиус канала  $a$  значительно превышает величину  $\frac{1}{2k_1}$ , целиком обрезается (рис. 2). Это обстоятельство использовал М. Шонберг, при согласовании теории черенковских потерь в прозрачной среде с экспериментом<sup>211</sup>. Шонбергу и Хьюбрехтсу осталась неизвестна работа В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка, выполненная пятью годами ранее, и они повторили вычисления В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка (правда,

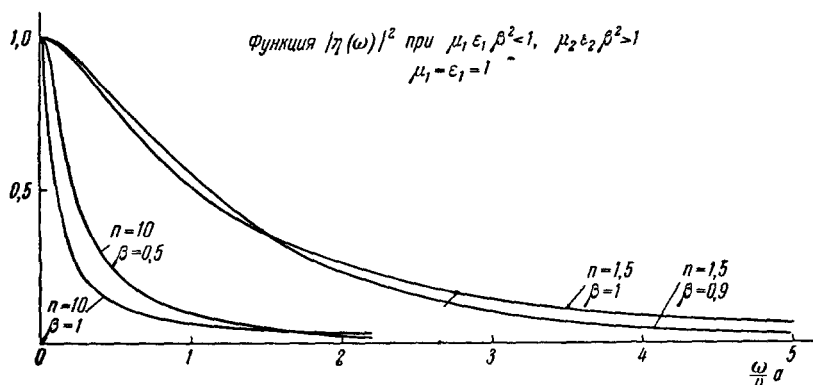


Рис. 2.

с иной целью). Отметим, что в 1958 г., через 11 лет после появления работы В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка, появилась еще одна работа<sup>350</sup>, где автор провел те же расчеты, что и в работе<sup>189</sup>.

Если  $k_1 = 0$ , что, например, имеет место, когда заряд движется в пустоте со скоростью света, то множитель  $|\eta(\omega)|^2$  с ростом радиуса канала затухает не по экспоненте, а пропорционально

$$\frac{1}{(s_2 a)^3} = \left( \frac{\omega}{v} a \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1} \right)^{-3}.$$

Отметим одну аналогию. Если в сплошной среде движется протяженный сгусток зарядов, то его потери на излучение Вавилова — Черенкова записываются в виде (III, 20'), с той разницей, что вместо  $|\eta(\omega)|^2$  стоит квадрат модуля форм-фактора, описывающего распределение заряда в сгустке. Таким образом, можно сказать, что введение канала эквивалентно размытию точечного заряда, излучающего в сплошной среде.

г) Рассмотрим теперь случай, когда условия черенковского излучения выполняются и внутри и вне канала. В этом случае

$$k_1^2 < 0, \quad k_2^2 < 1 \quad (\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1, \quad \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1)$$

(определение  $k_1$  и  $k_2$  см. (III, 14)).

Интеграл потерь на черенковское излучение (III, 17) в этом случае имеет вид

$$\frac{dW}{dx} = \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_{\substack{\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1 \\ \varepsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1}} \mu_1(\omega) \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} \right) \left[ \frac{\pi i}{2} + \alpha(\omega) \right] i \omega d\omega, \quad (\text{III, 22})$$

где интеграл берется по всем частотам, для которых одновременно внутри и вне канала выполнены условия черенковского излучения.

Интеграл (III,22) получается из (III,17) следующим образом. Так как  $k_1 = -is_1$ , то

$$K_0(k_1 r) = \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}(s_1 r) = \frac{\pi i}{2} [J_0(s_1 r) + iN_0(s_1 r)], \quad (\text{III},23)$$

где  $H_0^{(1)}$  — функция Ганкеля,  $J_0$  — функция Бесселя,  $N_0$  — функция Неймана. Поскольку нас интересует действительная часть интеграла (III,17), мы можем не учитывать член  $N_0(s, r)$ , но тогда можно формально провести переход  $r_{\min} \rightarrow 0$ , что сразу дает (III,22).

Выражение (III,22) можно упростить, воспользовавшись соотношением

$$\text{Im} \left[ \frac{\pi i}{2} + \alpha(\omega) \right] = -\frac{\pi}{2} B |\eta(\omega)|^2, \quad (\text{III},24)$$

справедливым в рассматриваемом спектральном интервале. Тогда интеграл потерь принимает вид

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{c^2} \int \mu_z(\omega) \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_2 \mu_2 \beta^2} \right) |\eta(\omega)|^2 \omega d\omega. \quad (\text{III},25)$$

Это выражение внешне похоже на (III,21), т. е. на выражение для потерь в другом спектральном интервале, где  $\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1$ ,  $\varepsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$ . Однако это сходство — кажущееся, ибо в спектральном интервале (III,19) коэффициент  $|\eta(\omega)|^2$  зависит от радиуса канала  $a$  иным образом. В частности, при  $a \rightarrow \infty$   $|\eta(\omega)|^2$  не стремится к нулю.

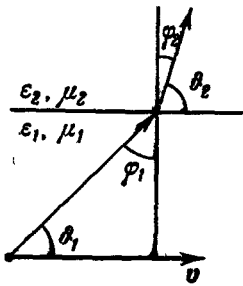


Рис. 3.

Физическая картина явления такова (рис. 3). В первой среде возникает черенковское излучение. Оно распространяется в направлении, составляющем со скоростью угол  $\vartheta_1$ , причем  $\cos \vartheta_1 = \frac{1}{n_1 \beta}$ . Это излучение падает на границу канала под углом  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \vartheta_1$ , и поэтому

$$\sin \varphi_1 = \frac{1}{n_1 \beta}. \quad (\text{III},26)$$

При переходе через границу черенковская волна преломляется по известному закону

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (\text{III},27)$$

откуда

$$\sin \varphi_2 = \frac{1}{n_2 \beta}. \quad (\text{III},28)$$

Следовательно, преломленное излучение распространяется в направлении, составляющем со скоростью заряда угол  $\vartheta_2$ , причем  $\cos \vartheta_2 = \frac{1}{n_2 \beta}$ . Мы видим, что если излучение в первой среде распространяется под черенковским углом, то после преломления оно и остается черенковским уже во второй среде.

Приведем выражение для множителя  $|\beta(\omega)|^2$  в случае, когда радиус канала велик ( $s_1 a \gg 1$ ,  $s_2 a \gg 1$ ):

$$|\eta(\omega)|^2 = \frac{s_1}{s_2} \frac{1}{\frac{s_2^2 \varepsilon_1^2}{s_1^2 \varepsilon_2^2} \sin^2 \left( s_1 a - \frac{\pi}{4} \right) + \cos^2 \left( s_1 a - \frac{\pi}{4} \right)}. \quad (\text{III},29)$$

Этот множитель осциллирует вблизи значения

$$\frac{2s_1}{s_2} \frac{1}{\frac{s_2^2 \varepsilon_1^2}{s_1^2 \varepsilon_2^2} + 1}.$$

Подбирая радиус канала или параметры обеих сред, можно добиться интенсивного излучения в узком спектральном интервале.

д) Рассмотрим теперь случай, когда внутри канала выполняются условия черенковского излучения ( $k_1^2 < 0$ ;  $\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1$ ), а вне канала — не выполняются ( $k_2^2 > 0$ ,  $\varepsilon_2 \mu_2 \beta^2 < 1$ ). В этом случае выражение (III,17) для потерь энергии принимает вид

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int \mu_1 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} \right) \left( \frac{\pi i}{2} + \alpha \right) i \omega d\omega. \quad (\text{III},30)$$

В рассматриваемом интервале частот, где

$$k_1^2 < 0, \quad k_2^2 > 0,$$

выражение (III,16) для коэффициента  $\alpha(\omega)$  можно записать в виде

$$\alpha(\omega) = -\frac{\pi i}{2} \left[ 1 - i \frac{Bs_1 N_1(s_1 a) K_0(k_2 a) - k_2 N_0(s_1 a) K_1(k_2 a)}{Bs_1 J_1(s_1 a) K_0(k_2 a) + k_2 J_0(s_1 a) K_1(k_2 a)} \right]. \quad (\text{III},31)$$

Подстановка (III,31) в выражение (III,30) для потерь дает

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{c^2} \operatorname{Re} \int \mu_1 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2} \right) \frac{Bs_1 N_1(s_1 a) K_0(k_2 a) - k_2 N_0(s_1 a) K_1(k_2 a)}{Bs_1 J_1(s_1 a) K_0(k_2 a) + k_2 J_0(s_1 a) K_1(k_2 a)} i \omega d\omega. \quad (\text{III},32)$$

Из последней формулы видно, что вклад в выражение для потерь могут дать только полюсы подынтегрального выражения. Действительно, подынтегральное выражение является чисто мнимым, и вклад в действительную часть могут дать только вычеты в его полюсах.

Полюсы подынтегрального выражения определяются уравнением

$$D(\omega) = Bs_1 J_1(s_1 a) K_0(k_2 a) + k_2 J_0(s_1 a) K_1(k_2 a) = 0. \quad (\text{III},33)$$

Частоты, удовлетворяющие этому уравнению, образуют дискретный спектр излучения Вавилова — Черенкова.

Почему имеет место дискретный спектр черенковского излучения, можно понять, воспользовавшись соображениями, высказанными И. М. Франком<sup>149</sup> (см. также<sup>64</sup>).

Если и внутри и вне канала выполнены условия черенковского излучения, то, как следует из (III,27, 28), черенковская волна, испущенная зарядом, после преломления на границе канала, удовлетворяет условиям излучения и во второй среде. Пусть теперь во второй среде не выполняются условия черенковского излучения. Тогда, как следует из (III,28), синус угла преломления должен быть больше единицы. Это — хорошо известный в оптике случай полного отражения. Поскольку во внешней среде не выполняются условия черенковского излучения, черенковская волна, испущенная зарядом, подойдя к границе раздела, отражается обратно во внутреннюю среду, снова доходит до границы раздела, снова отражается и, таким образом, многократно отражаясь, «путешествует» внутри канала. При этом ранее испущенные волны интерферируют с волнами, излученными в последующие моменты. Представим себе, что заряд, находясь в точке  $A$  на оси канала, излучает черенковскую волну (рис. 4). Излученный свет доходит до точки  $B$ , отражается, доходит до точки  $C$  снова отражается и пересекает путь заряда в точке  $D$  под тем же углом

под которым был испущен. За это время заряд доходит до точки  $D$  и в этой точке испускает еще одну черенковскую волну. Эти две волны будут усиливать друг друга, если разность хода для них составляет целое число длин волн. В противном случае волны будут гасить друг друга. Поэтому спектр излучения является дискретным.

В случае, когда радиус канала велик ( $s_1 a \gg 1$ ,  $k_2 a \gg 1$ ), уравнение (III,33), определяющее частоты излучения, принимает сравнительно простой вид

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{v} a \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1}{1 - \epsilon_2 \mu_2 \beta^2}}, \quad (\text{III}, 34)$$

или

$$\frac{\omega}{v} a \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1} - \frac{\pi}{4} + n\pi = -\operatorname{arctg} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1}{1 - \epsilon_2 \mu_2 \beta^2}}. \quad (\text{III}, 35)$$

Первое слагаемое слева пропорционально изменению фазы черенковского луча на пути  $ABCD$ , правая часть дает скачок фазы луча при полном отражении от границы канала.

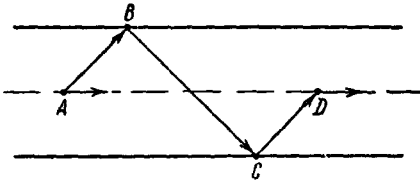


Рис. 4.

Из дисперсионного уравнения (III,33) следует одна интересная особенность излучения Вавилова — Черенкова в канале. Рассмотрим два случая излучения частицы в канале. В обоих случаях скорость частицы близка к скорости света ( $\beta=1$ ) и внутри канала выполнены условия черенковского излучения. Но в первом

случае внешней средой является пустота ( $\epsilon_2=1$ ,  $\mu_2=1$ ), а во втором — идеально проводящий металл ( $\epsilon_2=i\infty$ ). Как видно из дисперсионного уравнения (III,33), спектр излучаемых частот определяется в обоих случаях одним и тем же условием

$$J_0\left(\frac{\omega}{v} a \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1}\right) = 0. \quad (\text{III}, 36)$$

Поэтому в цилиндрических черенковских счетчиках при регистрации релятивистских частиц ( $\beta=1$ ) нет надобности серебрить поверхность счетчика: и без того испущенный свет практически нацело отражается. Разумеется, это замечание справедливо при том условии, что траектория излучающей быстрой частицы в цилиндрическом черенковском счетчике близка к его оси.

Потери энергии частицы на излучение Вавилова — Черенкова в рассматриваемом случае определяются вычетами в полюсах подынтегрального выражения (III,32). Обозначим числитель дроби под интегралом в (III,32) через  $A(\omega)$ :

$$A(\omega) = B s_1 N_1(s_1 a) K_0(k_2 a) - k_2 N_0(s_1 a) K_1(k_2 a). \quad (\text{III}, 37)$$

Тогда потери энергии частицы на излучение Вавилова — Черенкова в рассматриваемом интервале частот имеют вид

$$\frac{dW}{dz} = -\pi \frac{q^2}{c^2} \sum_s \mu_{1s} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_{1s} \mu_{1s} \beta^2}\right) \left| \frac{A(\omega_s)}{D'(\omega_s)} \right| \omega_s, \quad (\text{III}, 38)$$

где  $D'$  — производная функции  $D(\omega)$ , определенной равенством (III, 33);  $\omega_s$  —  $s$ -й корень уравнения (III,33);  $\mu_{1s}$ ,  $\epsilon_{1s}$  — значения  $\mu_1(\omega)$  и  $\epsilon_1(\omega)$  при  $\omega = \omega_s$ . Сумма распространяется на те значения частот, при которых внутри канала возможно излучение, а вне канала невозможно.

Так как во внешней среде не выполнены условия черенковского излучения, поле вне канала затухает по экспоненте (см. (III, 15)). Поэтому поток вектора Пойнтинга через цилиндрическую поверхность, расположенную во внешней среде коаксиально с каналом, равен нулю. Это, конечно, не означает того, что заряд не теряет энергию на излучение. Просто излучение не выходит во внешнюю среду. Таким образом, при наличии границ раздела определение потерь энергии по потоку излучения становится гораздо более сложным, чем в случае однородной среды. Следует учитывать возможное отражение света от границ раздела и преломление на границе. Неучет этих обстоятельств может вести к ошибочным заключениям. Поэтому неточно утверждение, содержащееся в работе <sup>360</sup>, что потери энергии частицы на излучение могут быть определены по потоку излучения вне канала. Такой метод определения потерь привел авторов <sup>189</sup> к неправильному выводу об отсутствии потерь на излучение в случае  $\epsilon_1 \beta^2 > 1$ ,  $\epsilon_2 \beta^2 < 1$ .

Разобранные возможные случаи черенковского излучения в канале являются характерными для всех стационарных задач с граничными условиями.

### III.3. Движение точечного заряда параллельно оси канала в диэлектрике

Случай, когда заряд движется внутри канала, но не по оси, а параллельно оси на расстоянии  $r_0$  от нее, был рассмотрен в работе <sup>63</sup>. Поле частицы в этом случае уже не является аксиально симметричным. Условия излучения оказываются точно такими же, как и в предыдущем случае, когда заряд движется по оси канала. Именно, если и внутри, и вне канала выполняются условия черенковского излучения, то излучение возникает в первой среде и затем, преломляясь на границе канала, выходит во вторую среду. Спектр излучения при этом непрерывный. Если условия излучения выполняются только внутри канала, излучение возникает в первой среде и испытывает на границе канала полное отражение. Поэтому излучение не выходит во вторую среду, распространяясь вдоль оси канала. Спектр излучения в этом случае дискретный. Наконец, в том случае, когда внутри канала не выполнены условия черенковского излучения, а вне канала они выполнены, излучение существует только во второй среде, причем интенсивность его экспоненциально падает с ростом расстояния частицы от поверхности раздела. (Если радиус канала  $a$ , расстояние частицы от оси  $r_0$ , то расстояние частицы от границы канала равно  $a - r_0$ .)

Как видно из сказанного, основные качественные черты излучения не меняются, если траектория частицы смещается от оси канала. Рассмотрим теперь то новое, что появляется при движении частицы в стороне от оси канала. Прежде всего, угловое распределение излучения в этом случае не является изотропным. Поле частицы разлагается по гармоникам вида

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} \Phi_m(r, \omega) d\omega, \\ A &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} a_m(r, \omega) d\omega, \end{aligned} \quad (\text{III}, 39)$$

где  $m$  — целые числа,  $\varphi$  — угол между радиусом-вектором частицы и радиусом-вектором точки наблюдения (рис. 5). Выражения для  $\Phi_m$  и  $a_m$  мы не приводим, отсылая читателя к оригинальной работе <sup>63</sup>. Из геометрии задачи следует, что поле симметрично относительно плоскости,

проходящей через ось канала и линию движения частицы. Поэтому в (III,39) фактически входят только  $\cos m\varphi$ .

Отсутствие аксиальной симметрии приводит к тому, что на заряд действует теперь не только тормозящая сила, но и сила, отклоняющая заряд от его прямолинейного движения. Из характера симметрии поля ясно, что эта сила может иметь только радиальную составляющую, а составляющая по  $\varphi$  должна равняться нулю.

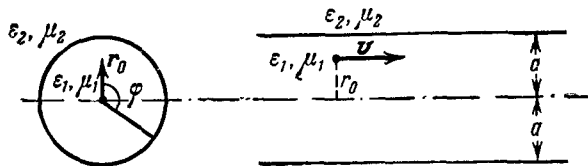


Рис. 5.

Радиальная сила, возникающая при отходе заряда от оси канала, может привести к фокусировке заряженной частицы, т. е. к возвращению ее на ось канала.

Анализ поля (III,39) показывает, что возможно определить такие спектральные области, в которых заряженная частица, движущаяся по оси канала, испытывает фокусирующую силу. Как показано в работе<sup>63</sup>, радиальная сила, действующая на заряд, определяется следующим выражением ( $\mu_1=0$ ,  $\mu_2=1$ ):

$$F_r = \frac{q^2}{\pi v^2} \sum_{m=0}^{\infty} a_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1-\epsilon_1 \beta^2)^{\frac{3}{2}}}{\epsilon_1} \lambda_{1m} I_m \left( \frac{|\omega|}{v} \sqrt{1-\epsilon_1 \beta^2} r_0 \right) \times \\ \times I'_m \left( \frac{|\omega|}{v} \sqrt{1-\epsilon_1 \beta^2} r_0 \right) \omega d\omega, \quad (\text{III},40)$$

где  $a_m=1$  при  $m=0$ ,  $a_m=2$  при  $m=1, 2, \dots$ ;  $\lambda_{1m}$  — сложная функция, зависящая от свойств внешней и внутренней сред и от радиуса канала  $a$ . В некоторых интервалах частот радиальная сила может быть фокусирующей, в других — дефокусирующей. Окончательный знак радиальной силы зависит от интеграла по всем частотам, и для его определения необходимо задание дисперсионных свойств обеих сред.

Рассмотрим несколько подробнее случай, когда внутри канала выполнены условия черенковского излучения, а вне канала — не выполнены. В этом случае, как уже сказано, спектр излучения является дискретным. Частоты, на которых идет излучение гармоник с номером  $m$  (угловая зависимость такой гармоник определяется множителем  $e^{im\varphi}$ ), определяются следующим дисперсионным уравнением:

$$(\epsilon_1 \beta^2 - 1)(1 - \epsilon_2 \beta^2) \left[ \epsilon_1 \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} K_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} a \right) J'_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} a \right) + \right. \\ \left. + \epsilon_2 \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} J_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} a \right) K'_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} a \right) \right] \times \\ \times \left[ \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} J_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} a \right) K'_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} a \right) + \right. \\ \left. + \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} J'_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} a \right) K_m \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} a \right) \right] - \\ - \left( \frac{mv}{\omega a} \right)^2 J_m^2 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_1 \beta^2 - 1} a \right) K_m^2 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \beta^2} a \right) (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 \beta^2 = 0. \quad (\text{III},41)$$

При  $m=0$  это дисперсионное уравнение совпадает с уравнением (III,33) для случая движения частицы по оси канала. Это значит, что при смещении пути частицы от оси канала излучаются те же частоты, что и при движении по оси, и к ним еще добавляются новые частоты, на которых излучаются гармоники поля с  $m \neq 0$ .

Спектр излучения заряженной частицы, движущейся параллельно оси канала, обладает той же интересной особенностью, что и спектр излучения при движении по оси. Именно, если скорость частицы близка к скорости света ( $\beta=1$ ) и в одном случае внешней средой является пустота ( $\epsilon_2=1$ ,  $\mu_2=1$ ), а в другом — металл ( $\epsilon_2=i\infty$ ), то в обоих случаях получается одинаковый спектр излучения. Поэтому спектры излучения релятивистских частиц в посеребренном и непосеребренном черенковских счетчиках одинаковы. При этом предполагается, что счетчик имеет цилиндрическую форму и частица в нем движется параллельно его оси.

Смещение линии движения заряда относительно оси канала ведет к изменению величины потерь. Это явление становится особенно существенным в тех случаях, когда длина волны излучения сравнима с радиусом канала. Если же, как это бывает в черенковских счетчиках, длина волны излучения много меньше радиуса канала, то зависимость величины потерь на излучение от смещения частицы начинает сказываться лишь тогда, когда расстояние от линии движения частицы до границы канала по порядку величины становится равным длине излучаемой волны.

#### III.4. Излучение диполей, движущихся по оси цилиндрического канала

Излучение точечного заряда, движущегося по оси пустого канала в диэлектрике, обладает важным свойством: при достаточно малом радиусе канала излучение Вавилова — Черенкова оказывается таким же, как и в сплошной среде.

Излучение более сложных систем, например электрического или магнитного дипольного момента, не обладает этим свойством. В работах В. Л. Гинзбурга и В. Я. Эйсмана<sup>191</sup> и Л. С. Богданкевич<sup>60</sup> было показано, что, как бы ни был мал радиус канала, в котором движется диполь, излучение диполя может существенно отличаться от излучения в сплошной среде. Это обстоятельство можно пояснить следующим образом.

На заряд, движущийся по оси цилиндрического канала, действует сила  $qE_z(z=vt, r=0)$ . Работа, которую заряд совершает против этой силы, и дает потерю энергии на излучение Вавилова — Черенкова. Поскольку  $E_z$  на границе раздела является непрерывной функцией, то при достаточно малом радиусе канала величина  $E_z$  на оси канала мало отличается от величины  $E_z$  в точках, лежащих вблизи границы канала, но уже во внешней среде. Это и значит, что при достаточно малых значениях радиуса канала излучение заряда, движущегося по оси канала, целиком определяется свойствами внешней среды.

Пусть теперь вместо заряда по оси канала в диэлектрике движется точечный электрический диполь, величина и направление которого заданы вектором  $\mathbf{p}$ . Потери энергии диполя на излучение определяются, как и в случае заряда, силой, действующей на диполь со стороны созданного им поля. Эта сила равна  $(\mathbf{p}\nabla)E_z = p_r \frac{\partial E_z}{\partial r} + p_z \frac{\partial E_z}{\partial z}$ , где  $E_z$  — составляющая поля диполя по оси канала, а  $p_z$  и  $p_r$  — проекции дипольного момента на ось  $z$  и плоскость, перпендикулярную к оси канала. Нетрудно видеть, что  $E_z$  и  $\frac{\partial E_z}{\partial z}$  непрерывны на границе канала. В то же время  $\frac{\partial E_z}{\partial r}$  испытывает

на границе канала скачок. Отсюда видно, что если дипольный момент ориентирован по оси канала, то потери энергии диполя на излучение в узком канале оказываются такими же, как и в сплошной среде с  $\epsilon_2$ . Если же дипольный момент имеет радиальную составляющую, то при стремлении радиуса канала к нулю потери на излучение не стремятся к тому значению, которое они имеют в сплошной среде с  $\epsilon_2$ .

Рассмотрим это явление более подробно.

Пусть в среде с диэлектрической постоянной  $\epsilon(\omega)$  движется точечное образование, обладающее электрическим дипольным моментом  $\mathbf{p}$  и магнитным моментом  $\mathbf{m}$ . Сначала мы будем считать среду сплошной, а затем рассмотрим движение диполей в узком канале и сравним эти два случая. Ниже мы будем считать, что магнитный момент  $\mathbf{m}$  и электрический момент  $\mathbf{p}$  перпендикулярны к скорости диполя, имея в виду, что именно в этом случае при стремлении радиуса канала к нулю поле не переходит в поле движущегося диполя в сплошной среде. Для определенности будем также считать, что векторы  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{m}$  перпендикулярны друг к другу.

Для отыскания поля в среде, созданного источником, обладающим электрическим моментом  $\mathbf{P} = \mathbf{p}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{vt})$  и магнитным моментом  $\mathbf{M} = \mathbf{m}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{vt})$ , нужно решить уравнения Максвелла, где внешний ток  $\mathbf{j}$  и плотность заряда  $\rho$  определяются известными соотношениями

$$\mathbf{j} = c \operatorname{rot} \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad \rho = -\operatorname{div} \mathbf{P}. \quad (\text{III}, 42)$$

Решение системы уравнений Максвелла с такими источниками проводится обычным методом. Отыскав поле, можно найти потери энергии диполя на излучение Вавилова — Черенкова. Вычисление потока вектора Пойнтинга через цилиндрическую поверхность, окружающую путь диполя, дает для потерь энергии на единицу длины выражение

$$\frac{dW}{dz} = \frac{1}{2v^2c^2} \int_{\epsilon\beta^2 > 1} \left[ \frac{1}{\epsilon\beta^2} (m - \beta p)^2 + \left( m - \frac{p}{\epsilon\beta} \right)^2 \right] \epsilon\omega^3 d\omega. \quad (\text{III}, 43)$$

Пусть источником излучения является диполь, обладающий в системе покоя магнитным моментом  $m_0$ . В лабораторной системе движущийся диполь будет обладать уже не только магнитным, но и электрическим моментом. Если не учитывать влияния среды, то электрический дипольный момент, возникающий при движении магнитного диполя  $m_0$ , записывается в виде

$$\mathbf{p} = \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{m}_0]. \quad (\text{III}, 44)$$

Подстановка этого соотношения в (III,43) дает

$$\frac{dW}{dz} = \frac{m_0^2}{2v^2c^2} \int_{\epsilon\beta^2 > 1} \left[ 2 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right)^2 - \left( 1 - \frac{\beta^2}{\epsilon} \right) \left( 1 - \frac{1}{\epsilon\beta^2} \right) \right] \epsilon\omega^3 d\omega. \quad (\text{III}, 45)$$

Это выражение было получено И. М. Франком в 1942 г.<sup>144</sup>; оно обладает той особенностью, что подынтегральное выражение, дающее интенсивность излучения на частоте  $\omega$ , не обращается в нуль на пороге излучения. Однако полные потери энергий по мере приближения к порогу излучения  $\beta^2 \rightarrow \frac{1}{\epsilon}$  стремятся к нулю вместе с областью частот излучения.

Учет влияния среды, т. е. того обстоятельства, что магнитный момент «пронизывается» средой, приводит к тому, что движущемуся магнитному диполю отвечает электрический момент

$$\mathbf{p} = \frac{\epsilon}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{m}]. \quad (\text{III}, 46)$$



Подстановка этого соотношения в (III,43) дает выражение для потерь на излучение Вавилова — Черенкова, отличающееся от (III,45):

$$\frac{dW}{dz} = \frac{m_0^2}{2c^4} \int \omega^3 \varepsilon^2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon \beta^2}\right)^2 d\omega. \quad (\text{III},47)$$

Две разные формулы (III,45) и (III,47) для потерь магнитного диполя на излучение не противоречат друг другу. Как следует из сказанного, они имеют разные области применимости.

Излучение точечных дипольных моментов, движущихся по оси круглого канала конечного радиуса, было рассмотрено Л. С. Богданкевич<sup>60</sup>. Мы здесь ограничимся лишь предельным случаем малого радиуса канала. Если выполняются условия  $k_{r1}a \ll 1$ ,  $k_{r2}a \ll 1$ , где  $a$  — радиус канала, а  $k_{r1}$  и  $k_{r2}$  — радиальные компоненты волновых векторов излучения внутри и вне канала, то поле излучения во внешней среде получается из поля диполя в сплошной среде заменой

$$p \rightarrow p^* = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} p. \quad (\text{III},48)$$

Соответственно потери энергии на излучение теперь записываются в следующем виде:

$$\frac{dW}{dz} = \frac{1}{2v^2c^2} \int_{\varepsilon\beta^2 > 1} \left[ \frac{1}{\varepsilon_2\beta^2} \left(m - \beta p \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)^2 + \left(m - \frac{p}{\varepsilon_2\beta} \cdot \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)^2 \right] \varepsilon_2 \omega^3 d\omega. \quad (\text{III},49)$$

Из этой формулы видно, что излучение электрического диполя ( $m=0$ ) в узком канале возрастает в  $4\varepsilon_2^2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2$  раз по сравнению со сплошной средой. Напомним, что все сказанное относится к случаю, когда диполь ориентирован перпендикулярно к оси канала. Для продольной ориентации диполя излучение в тонком канале является таким же, как в сплошной среде.

Величина потерь на излучение диполя, движущегося в узком канале, может быть легко получена с помощью теоремы взаимности (Гинзбург и Эйджман<sup>191</sup>).

Пусть по оси канала в диэлектрике движется точечный электрический диполь  $p$ . Поле этого диполя вне канала обозначим через  $E$ . Поместим вне канала в точке  $x_0$  вспомогательный точечный диполь  $p_1 e^{-i\omega t}$ . Его поле внутри канала обозначим через  $E_1$ . Теорема взаимности утверждает, что

$$\int p E_{1\omega}(0, 0, z) e^{-i\frac{\omega}{v}z} dz = p_1 E_\omega(x_0), \quad (\text{III},50)$$

где  $p e^{-i\frac{\omega}{v}z}$  — Фурье-компонента плотности движущегося дипольного момента  $p\delta(x)\delta(y)\delta(z-vt)$ ,  $E_{1\omega}$  и  $E_\omega$  — компоненты Фурье полей  $E_1$  и  $E$ . Если диполь  $p$  ориентирован по оси канала, то в выражение под интегралом входит только  $E_{1z}$ . Эта величина в тонком канале имеет такие же значения, как в сплошной среде, в силу непрерывности тангенциальных компонент  $E$  на границе раздела. Следовательно, весь интеграл имеет в случае тонкого канала такое же значение, как в случае сплошной среды. Это означает, что поле  $E_\omega$ , стоящее в правой части равенства, в случае тонкого канала такое же, как в сплошной среде.

Пусть теперь диполь  $p$  ориентирован перпендикулярно к оси канала. Тогда в выражение под интегралом в (III,50) входит компонента поля  $E_r$ , перпендикулярная к оси канала. В тонком канале эта величина отличается в  $\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$  раз от поля во внешней среде \*), или, что то же самое, от поля

\*) См., например, В. С. Матвеев, Электростатика и электродинамика, М., ИЛ, 1954.

в отсутствие канала. Поэтому наличие канала увеличивает левую часть равенства в  $\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$  раз, где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — диэлектрические постоянные сред внутри и вне канала. Следовательно, во столько же раз увеличивается при наличии тонкого канала и правая часть равенства, т. е. поле движущегося диполя  $E_0$ . Поскольку в волновой зоне магнитное поле пропорционально электрическому, излученная энергия возрастает в  $\frac{4\varepsilon_2^2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}$  раз.

### III.5. Эффект Вавилова — Черенкова в линейных периодических структурах

а) Общая теория. Для того чтобы равномерно движущаяся частица могла стационарно излучать, необходимо, чтобы ее скорость превышала фазовую скорость излучаемой волны. Это условие может быть выполнено лишь в том случае, если фазовая скорость электромагнитной волны оказывается меньше, чем скорость света в вакууме. Такие электромагнитные волны называются медленными. Рассмотрим в качестве примера простой волновод круглого сечения. В пустом волноводе фазовая скорость распространения электромагнитных волн вдоль оси волновода превышает скорость света в пустоте. Поэтому эффект Вавилова — Черенкова в пустом волноводе невозможен. Если волновод заполнить диэлектриком, то в области частот

$$\omega > \frac{\omega_0}{\sqrt{\varepsilon - 1}} \quad (\text{III}, 51)$$

( $\omega_0$  — граничная частота пустого волновода,  $\varepsilon$  — диэлектрическая постоянная вещества, заполняющего волновод) фазовая скорость волн оказывается меньше скорости света в пустоте. Тогда эффект Вавилова — Черенкова становится возможным. Не обязательно заполнять волновод диэлектриком полностью. Можно оставить вблизи оси волновода пустой цилиндрический канал. Получится волновод, частично заполненный диэлектриком. В таком волноводе также могут распространяться медленные волны, и если скорость заряженной частицы, движущейся в волноводе, превосходит скорость медленных волн, появляется излучение.

Существует ряд сложных волноводов, в которых и без применения диэлектриков, специальным расположением металлических перегородок, созданы такие условия, когда фазовая скорость распространения волн оказывается меньше скорости света в вакууме. При равномерном движении вдоль такой системы заряженной частицы, скорость которой превосходит фазовую скорость распространения волн, так же как и при движении заряженной частицы в диэлектрике, возникает излучение электромагнитных волн.

Это излучение может быть просто определено в случае линейных периодических структур, представляющих собой совокупность одинаковых периодических ячеек, связанных друг с другом отверстиями, через которые движется заряженная частица. Поле заряда, проходящего через линейную периодическую структуру, было впервые определено в работе А. И. Ахизера, Г. Л. Любарского и Я. Б. Файнберга<sup>8,9</sup>. Ниже мы будем следовать их изложению.

Рассмотрим линейную периодическую структуру с длиной периода  $l$ . Это может быть волновод, нагруженный диафрагмами, гофрированный волновод или просто гладкий волновод (в последнем случае  $l \rightarrow \infty$ ).

При отсутствии заряда уравнения поля в структуре имеют решения, которые могут быть представлены в виде  $A_\lambda(\mathbf{r})e^{i\omega_\lambda t}$  ( $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал).

Индекс  $\lambda$  обозначает набор параметров, определяющих различные электромагнитные волны, которые могут распространяться в периодической структуре в отсутствие заряда.

Пусть структура периодична вдоль оси  $z$  (по которой располагаются ячейки) с длиной периода  $l$ . Тогда уравнения для  $A_\lambda$  являются уравнениями с периодическими коэффициентами (по оси  $z$ ). Удобно представить  $\lambda$  в виде совокупности двух параметров  $\kappa$  и  $s$ , где  $\kappa$  — непрерывный параметр, связанный с распространением волны вдоль структуры и определяемый из известного соотношения, которому удовлетворяют решения уравнений с периодическими коэффициентами

$$A_\lambda(\mathbf{r}) = e^{i\kappa z} a_\lambda(\mathbf{r}), \quad (\lambda = \kappa, s); \quad (\text{III}, 52)$$

$a_\lambda$  — периодическая функция координаты  $z$  (вдоль которой расположены ячейки) с периодом  $l$ , а величина  $\kappa$  заключена между  $-\frac{\pi}{l}$  и  $+\frac{\pi}{l}$ . Индекс  $s$  обозначает остальные (дискретные) параметры, характеризующие волну. Функцию  $a_\lambda$  будем считать нормированной так, что

$$\int_{V_1} |a_\lambda|^2 dV = 4\pi c^2, \quad (\text{III}, 53)$$

где  $V_1$  — объем одной ячейки. Функции с разным набором параметров  $\lambda \equiv (\kappa, s)$  взаимно ортогональны и образуют полную систему.

Поле, возникающее при движении заряда вдоль структуры, естественно искать в виде разложения

$$\mathbf{A} = \sum_{\lambda} q_{\lambda}(t) \mathbf{A}_{\lambda}(\mathbf{r}), \quad (\text{III}, 54)$$

где  $q_{\lambda}(t)$  — функции времени, которые предстоит определить. Поскольку  $\mathbf{A}_{\lambda}(\mathbf{r})$  — решения для поля в структуре при отсутствии зарядов, это разложение описывает только поперечную часть вектор-потенциала. Но этого для наших целей достаточно, так как нас интересует поле излучения.

Для коэффициентов  $q_{\lambda}(t)$  получаем уравнение

$$\ddot{q}_{\lambda} + \omega_{\lambda}^2 q_{\lambda} = \frac{1}{N_c} \int_{V_N} \mathbf{j} \mathbf{A}_{\lambda}^* dV = f_{\lambda}, \quad (\text{III}, 55)$$

где  $N_c$  — общее число ячеек,  $V_N$  — их объем. При равномерном движении точечного заряда  $q$  по оси  $z$  со скоростью  $v$  выражение для «силы»  $f_{\lambda}$  в правой части уравнения (III,55) упрощается и принимает вид

$$f_{\lambda} = \frac{qv}{c} A_{\lambda z}^*(0, 0, vt), \quad (\text{III}, 56)$$

где положено  $x = y = 0$ ,  $z = vt$ .

С помощью (III,52) формулу (III,56) можно переписать в виде

$$f_{\lambda} = \frac{qv}{c} e^{-i\kappa vt} a_{\lambda z}^*(0, 0, vt), \quad (\text{III}, 57)$$

причем функция  $a_{\lambda z}(0, 0, vt)$  периодична с периодом  $l$  по своему единственному, отличному от нуля аргументу. Разложим  $a_{\lambda z}$  в ряд Фурье:

$$a_{\lambda z}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{\lambda n} e^{\frac{2\pi i n}{l} z}, \quad b_{\lambda n} = \frac{1}{l} \int_0^l a_{\lambda z}(z) e^{-\frac{2\pi i n}{l} z} dz. \quad (\text{III}, 58)$$

Окончательно, подставляя в уравнение (III,55) выражение для  $f_{\lambda}$  в случае

равномерно движущегося точечного заряда, получаем уравнение для амплитуды поля  $q_\lambda(t)$ :

$$\ddot{q}_\lambda + \omega_\lambda^2 q_\lambda = \frac{qv}{c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{n\lambda}^* e^{-i\left(\kappa + \frac{2\pi n}{l}\right)vt}. \quad (\text{III},59)$$

Мы получили уравнение линейного осциллятора, возбуждаемого внешней силой. Спектр частот  $\Omega_{\kappa n}$  этой внешней силы определяется соотношением

$$\Omega_{\kappa n} = \left(\kappa + \frac{2\pi n}{l}\right)v. \quad (\text{III},60)$$

Амплитуда поля  $q_\lambda(t)$  возбуждается лишь в том случае, если имеет место резонанс, т. е. если в спектре возбуждающей силы  $f_\lambda$  есть частоты, совпадающие с собственной частотой осциллятора  $\omega_\lambda$ . Рост амплитуды  $q_\lambda$  говорит о том, что излучается гармоника поля  $A_\lambda$ . Таким образом, условие излучения имеет вид

$$\omega_\lambda^2 \equiv \omega_{\kappa s}^2 = \Omega_{\kappa n}^2 = \left(\kappa + \frac{2\pi n}{l}\right)^2 v^2. \quad (\text{III},61)$$

Условие (III,61) может выполняться при различных комбинациях величин  $s$ ,  $n$ ,  $\kappa$ . Смысл этого условия ясен. Разложение (III,58) дает представление электромагнитного поля (III,52) в виде суммы волн с волновыми векторами  $k_{\kappa n} = \kappa + \frac{2\pi n}{l}$ . Условие (III,61) дает связь между волновым вектором  $k_{\kappa n}$  и частотой  $\omega_\lambda$  излучаемой волны. Из этого условия сразу вытекает, что проекция на ось системы фазовой скорости излучаемой волны, равная отношению  $\frac{\omega_\lambda}{k_{\kappa n}}$ , должна в точности равняться скорости частицы.

Условие излучения (III,61) принимает простую форму в случае излучения заряда в периодической слоистой среде, если чередующиеся слои имеют близкие значения диэлектрической постоянной<sup>392-394</sup>. В этом случае можно приближенно положить  $\kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \cos \vartheta$ , где  $\epsilon$  — среднее по периоду значение диэлектрической постоянной, и мы получаем

$$\frac{\omega}{v} (1 - \sqrt{\epsilon} \beta \cos \vartheta) = \frac{2\pi n}{l}.$$

Случай  $n = 0$  дает излучение Вавилова — Черенкова, при  $n \neq 0$  имеет место излучение высших порядков.

Энергия электромагнитного поля равна

$$H(t) = \frac{N}{2} \sum_{\lambda} (\dot{q}_\lambda^2 + \omega_\lambda^2 q_\lambda^2).$$

Если происходит излучение, то при  $t \rightarrow \infty$   $H(t)$  пропорционально  $t$ . Общая формула для интенсивности излучения (потерь энергии частицы на излучение в единицу времени) имеет вид

$$I = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{H(t)}{t} = \frac{q^2 v^2 l}{4c^2} \left\{ \sum_{n, \lambda'} \frac{|b_{\lambda n}|^2}{\left| \frac{d\omega_\lambda}{d\kappa} - v \right|_{\lambda=\lambda'}} + \sum_{n, \lambda''} \frac{|b_{\lambda n}|^2}{\left| \frac{d\omega_\lambda}{d\kappa} + v \right|_{\lambda=\lambda''}} \right\}, \quad (\text{III},62)$$

где  $\lambda'$  — совокупность величин  $\kappa'$ ,  $s'$ , удовлетворяющая уравнению  $\omega_\lambda - \Omega_{\kappa n} = 0$ , а  $\lambda''$  — совокупность величин, удовлетворяющих уравнению  $\omega_\lambda + \Omega_{\kappa n} = 0$ .

Потери энергии на излучение можно определить и другим способом. Именно, определив  $q_\lambda$  из уравнения (III,59), мы тем самым определим вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  (III,54) поля, созданного в периодической структуре движущимся зарядом. Потери энергии на излучение определяются силой, действующей на заряд со стороны излучаемого поля. Интенсивность излучения равна

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T q(Ev)_{z=vt} dt,$$

где

$$E(z=vt) = \sum_{\lambda} q_{\lambda}(t) A_{\lambda}(vt). \quad (\text{III},63)$$

При определении потерь на излучение не нужно знать все компоненты векторов  $A_{\lambda}$ , описывающих свободное поле. Достаточно определить проекцию  $A_{\lambda}$  на скорость частицы.

б) Излучение заряда в волноводе, нагруженном диафрагмами. В качестве примера применения этой теории рассмотрим черенковское излучение в волноводе, нагруженном диафрагмами. Возьмем волновод круглого сечения радиуса  $a$  (рис. 6). Пусть в этом волноводе на расстоянии  $l$  друг от друга помещены тонкие диафрагмы с отверстиями радиуса  $b$  по оси волновода. Такой волновод

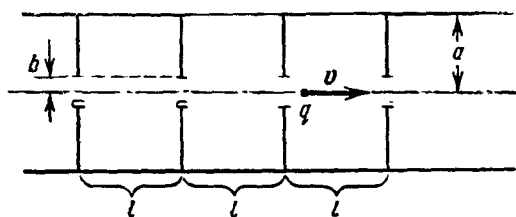


Рис. 6.

можно рассматривать как цепочку, составленную из цилиндрических резонаторов длины  $l$  и радиуса  $a$ . Резонаторы приставлены один к другому своими торцами и связаны друг с другом отверстиями радиуса  $b$ , проделанными в торцах. Определение волн, которые могут распространяться в такой линейной периодической структуре, представляет собой сложную задачу. Эта задача была приближенно решена В. В. Владимирским \*) для случая слабой связи между резонаторами, когда радиус отверстия  $b$  много меньше, чем радиус резонатора  $a$  (или, что то же самое, отверстие диафрагмы гораздо меньше радиуса волновода). В этом случае грубо можно считать, что в каждом отдельном резонаторе происходят колебания, близкие к собственным колебаниям замкнутого резонатора. При этом колебания каждого последующего резонатора сдвинуты по фазе относительно колебаний в предыдущем резонаторе на одну и ту же величину  $\psi$ . Таким образом, при наличии связи (отверстий между резонаторами) появляется электромагнитная волна, бегущая вдоль цепочки резонаторов; длина этой волны просто выражается через сдвиг фазы колебаний в соседних резонаторах:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2\pi}{\psi} l, \quad \psi = \kappa l, \quad (\text{III},64)$$

где  $l$  — длина резонатора (расстояние между диафрагмами),  $\kappa$  — волновой вектор возникающей волны. При этом, для того чтобы можно было говорить о волне, должно быть  $\lambda \gg l$ .

В действительности нельзя считать, что в каждом резонаторе цепочки происходят собственные колебания. Наличие связи между резонаторами приводит к тому, что область пропускаемых такой системой частот состоит не из узких линий, а из полос. Нижняя граница каждой такой полосы

\*) В. В. Владимирский, ЖТФ 17, 1269, 1277 (1947).

частот совпадает с собственной частотой отдельного замкнутого резонатора. Таким образом, из-за связи между резонаторами каждая собственная частота переходит в полосу частот. Ширина каждой полосы тем больше, чем больше радиус отверстия. Полосы могут перекрываться.

Нижняя полоса частот, которая начинается с минимальной собственной частоты замкнутого цилиндрического резонатора  $\omega_0 = \frac{c\mu_1}{a}$  ( $\mu_1$  — первый корень функции Бесселя  $J_0(x)$ ), определяется приближенным равенством

$$\omega = \omega_0 [1 + \alpha (1 - \cos \kappa l)], \quad (\text{III}, 65)$$

где величина

$$\alpha = \frac{2}{3\pi J_1^2(\mu_1)} \cdot \frac{b^3}{a^2 l} \quad (\text{III}, 66)$$

является мерой связи между резонаторами. Величину  $\alpha$  будем считать настолько малой, чтобы нижняя полоса частот не перекрывалась со следующей полосой. Это сводится к условию  $\alpha \ll 1$ .

Дисперсионное уравнение (III, 65) для волны, распространяющейся вдоль цепочки связанных резонаторов (или, что то же самое, для волны, бегущей по волноводу с диафрагмами), представляет собой разложение в ряд по степеням  $\frac{b}{a}$  и справедливо с точностью до более высоких степеней этого параметра. С этой же точностью можно говорить о фазовой и групповой скоростях волны, описываемой уравнением (III, 65). Фазовая скорость этой волны определяется равенством

$$v_\phi = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega_0}{\kappa} [1 + \alpha (1 - \cos \kappa l)]. \quad (\text{III}, 67)$$

Так как  $\kappa$  по абсолютной величине не превышает  $\frac{\pi}{l}$ , фазовая скорость волны в волновode, нагруженном диафрагмами, заключена в следующих пределах:

$$\frac{\omega_0 l}{\pi} (1 + 2\alpha) < v_\phi < \infty; \quad (\text{III}, 68)$$

чем больше длина волны, тем больше ее фазовая скорость. Групповая скорость волны

$$v_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{d\kappa} = \omega_0 a l \sin \kappa l. \quad (\text{III}, 69)$$

С ростом  $\kappa$  групповая скорость сначала растет, затем, начиная с  $\kappa = \frac{\pi}{2l}$ , падает.

Пусть теперь по оси волновода, нагруженного диафрагмами, движется заряженная частица. Потери энергии на возбуждение волны, лежащей в нижней полосе частот, можно определить, воспользовавшись изложенной в предыдущем разделе общей теорией. Условие излучения (III, 61) записывается в рассматриваемом случае так:

$$\omega_n^2 = \omega_0^2 [1 + \alpha (1 - \cos \kappa l)]^2 = \Omega_{\kappa n}^2 = \kappa^2 v^2 \quad (\text{III}, 70)$$

(в полосе частот  $n = 0$ ). Считая  $\alpha$  малой величиной, получаем сразу

$$\kappa = \frac{\omega_0}{v}. \quad (\text{III}, 71)$$

Так как  $|\kappa| < \frac{\pi}{l}$ , то для того, чтобы удовлетворялось условие излучения, должно быть

$$v > \frac{l\omega_0}{\pi}. \quad (\text{III}, 72)$$

С точностью до  $\alpha$  это неравенство означает, что скорость частицы  $v$  должна лежать в интервале возможных фазовых скоростей волны; этот интервал определяется неравенством (III,68). За нормированную функцию  $a_{\lambda z}$  для нижней полосы частот можно взять

$$a_{\lambda z} = \frac{2c}{a\sqrt{l}} \frac{J_0\left(\mu_1 \frac{r}{a}\right)}{J_1(\mu_1)} e^{-i\kappa z}. \quad (\text{III},73)$$

(Это — собственная функция замкнутого резонатора радиуса  $a$ , длины  $l$ , отвечающая нижней частоте  $\omega$ .) При  $\kappa l \ll 1$  излучение определяет коэффициент  $b_{\lambda 0}$ :

$$b_{\lambda 0} = \frac{2c}{a\sqrt{l}} \frac{1}{J_1(\mu_1)} \frac{2}{\kappa l} \sin \frac{\kappa l}{2} e^{-i\frac{\kappa l}{2}}. \quad (\text{III},74)$$

Эту величину следует подставить в формулу (III,62), определяющую интенсивность излучения заряженной частицы в волноводе, нагруженном диафрагмами. Для того чтобы воспользоваться этой формулой, нужно еще вычислить выражения вида  $\frac{d\omega}{d\kappa} - v$ . С помощью (III,65) легко показать, что

$$\left| \frac{d\omega}{d\kappa} - v \right| = v \left( 1 - \frac{\alpha \omega_0 l}{v} \sin \kappa l \right). \quad (\text{III},75)$$

При подстановке всех этих выражений в окончательную формулу следует вместо  $\kappa$  писать то значение, которое удовлетворяет уравнению (III,70), т. е.  $\kappa = \frac{v}{\omega_0}$ . При этом получается следующее выражение<sup>9</sup> для интенсивности излучения (мы исправили опечатку работы<sup>9</sup>, где ошибочно вместо 8 стоит 16)

$$I = \frac{8q^2 v^3}{a^2 l^2 \omega_0^2 J_1^2(\mu_1)} \frac{\sin^2 \frac{\omega_0 l}{2v}}{1 - \frac{\alpha \omega_0 l}{v} \sin \frac{\omega_0 l}{v}}. \quad (\text{III},76)$$

При  $\alpha=0$  (цепочка из не связанных между собой замкнутых цилиндрических резонаторов) это выражение дает величину потерь энергии на излучение частоты  $\omega_0$  в одном резонаторе, умноженную на число проходимых в единицу времени резонаторов  $\frac{v}{l}$ .

### III.6. Эффект Вавилова — Черенкова в волноводах

Как уже было сказано выше, заряженная частица, равномерно движущаяся в волноводе, может взаимодействовать лишь с медленными электромагнитными волнами, т. е. с такими волнами, фазовая скорость которых меньше скорости света. Простейшим примером волновода с медленными волнами является волновод, заполненный диэлектриком. С рассмотрения этого примера мы и начнем.

а) Волновод, заполненный изотропным диэлектриком. Предварительно сделаем одно замечание. Поле заряда в цилиндрическом волноводе можно определить, воспользовавшись методами предыдущего раздела, ибо гладкий волновод представляет собой частный случай линейной периодической системы (с бесконечно большим периодом). Однако для нас будет удобнее воспользоваться результатами раздела III.2, где рассматривалось движение заряда по оси канала, сделанного в среде  $\epsilon_2$  и заполненного средой  $\epsilon_1$ . При движении частицы

в волноводе внешней средой является металл, т. е.  $\varepsilon_2 = \frac{4\pi i \sigma}{\omega} \rightarrow i\infty$ , так как мы для простоты считаем металл идеально проводящим. Проводя в формулах (III, 11, 13, 15, 16) предельный переход  $\varepsilon_2 \rightarrow i\infty$ , получаем

$$\varphi = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\frac{\omega}{v}(z-vt)} \Phi(\omega, r) d\omega, \quad A = \varepsilon \mu \frac{v}{c} \varphi, \quad (\text{III}, 77)$$

где

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi \varepsilon_1 v} [K_0(kr) + \alpha I_0(kr)], & r < a, \\ 0, & r > a, \end{cases} \quad (\text{III}, 78)$$

а

$$\alpha = -\frac{K_0(ka)}{I_0(ka)}, \quad k = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \varepsilon \mu \beta^2}. \quad (\text{III}, 79)$$

Приведенные выражения показывают, что условием черенковского излучения в волноводе, заполненном диэлектриком, является обычное условие  $\varepsilon \mu \beta^2 > 1$ . Спектр частот излучения определяется дисперсионным уравнением

$$J_0\left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1} a\right) = 0, \quad (\text{III}, 80)$$

откуда

$$\frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1} a = \mu_{0s}, \quad (\text{III}, 81)$$

$$\omega_s = \frac{v \mu_{0s}}{a \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1}}, \quad (\text{III}, 82)$$

где  $\mu_{0s}$  —  $s$ -й корень функции Бесселя  $J_0$ . Интеграл потерь на черенковское излучение имеет вид

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{q^2}{c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \mu \left(1 - \frac{1}{\varepsilon \mu \beta^2}\right) \frac{N_0\left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1} a\right)}{J_0\left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1} a\right)} i \omega d\omega. \quad (\text{III}, 83)$$

Подынтегральное выражение имеет полюсы на пути интегрирования, возникающие на тех частотах, на которых выполнено условие излучения (III, 81). Беря полувычеты в этих полюсах, получаем выражение для потерь энергии в виде суммы по всем излучаемым гармоникам<sup>64</sup>:

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{2q^2}{a^2} \sum_s \frac{\mu_{0s}}{\varepsilon(\omega_s) \omega_s [J'_0(\mu_{0s})]^2} \frac{1}{\left| \frac{d}{d\omega} \frac{\omega}{v} \sqrt{\varepsilon \mu \beta^2 - 1} a \right|_{\omega=\omega_s}}. \quad (\text{III}, 84)$$

Суммирование ведется по всем гармоникам, для которых выполняется условие излучения  $\varepsilon \mu \beta^2 > 1$ . При отсутствии дисперсии, когда  $\varepsilon$  и  $\mu$  не зависят от частоты, выражение для потерь энергии упрощается:

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{2q^2}{a^2 \varepsilon} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{[J'_0(\mu_{0s})]^2}. \quad (\text{III}, 85)$$

Это выражение было впервые получено Ахиезером, Любарским и Файнбергом<sup>3</sup>. Если радиус волновода много больше, чем длины излучаемых волн, выражение (III, 85) переходит в обычную формулу Франка и Тамма.

Нетрудно получить поле в случае нецентрального движения заряда в волноводе, заполненном диэлектриком. Пусть заряд движется парал-



лельно оси цилиндрического волновода на расстоянии  $r_0$  от нее. Поле заряда имеет при этом такой же вид, как и при нецентральной движении в канале (III,39). Условием возбуждения гармоник с номером  $m$  в волноводе является условие

$$J_m\left(\frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon\mu\beta^2 - 1}a\right) = 0, \quad (\text{III},86)$$

или

$$\frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon\mu\beta^2 - 1}a = \mu_{ms}, \quad (\text{III},87)$$

где  $\mu_{ms}$  — корень номера  $s$  функции Бесселя  $J_m$ . Потери энергии частицы в волноводе на черенковское излучение записываются следующим образом<sup>63</sup>:

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{2q^2}{a^2} \sum_{m,s} a_m \frac{\mu_{ms}}{\omega_{ms}} \frac{1}{\epsilon(\omega_{ms})} \frac{J_m^2\left(\mu_{ms} \frac{r_0}{a}\right)}{|J'_m(\mu_{ms})|^2} \frac{1}{\left|\frac{d}{d\omega} \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon\mu\beta^2 - 1}a\right|_{\omega=\omega_{ms}}}. \quad (\text{III},88)$$

В этой формуле  $a=1$  при  $m=0$  и  $a=2$  при  $m \neq 0$ ;  $\omega_{ms}$  — частота, удовлетворяющая условию излучения (III,87). При  $r_0 \rightarrow 0$  формула (III,88) переходит в выражение (III,84), дающее потери энергии при движении по оси волновода. Если диэлектрик, заполняющий волновод, не обладает дисперсией, формула (III,88) принимает вид

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{4q^2}{a^2\epsilon} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} \frac{J_0^2\left(\mu_{0s} \frac{r_0}{a}\right)}{[J'_0(\mu_{0s})]^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_m^2\left(\mu_{ms} \frac{r_0}{a}\right)}{|J'_m(\mu_{ms})|^2} \right]. \quad (\text{III},89)$$

Это выражение было получено Ч. Музикаржем<sup>317</sup>. При  $r_0 \rightarrow 0$  оно переходит в формулу (III,85).

Как видно из формул (III, 88, 89), при  $r_0 \rightarrow a$  потери энергии заряда стремятся к нулю. Это обстоятельство объясняется просто. При малых расстояниях заряда от стенок волновода можно считать, что заряд движется над идеально проводящей плоскостью. При этом поле представляет собой сумму полей исходного заряда и его зеркального изображения, взятого с другим знаком. Приближение «истинного» заряда к стенке сопровождается одновременным приближением изображения. Так как знак заряда изображения противоположен знаку «настоящего» заряда, поле этих двух зарядов взаимно гасится и потери энергии на излучение стремятся к нулю. Это происходит тогда, когда расстояние от заряда до стенки волновода становится меньше, чем длина излучаемой волны.

Формула (III,89) дает возможность оценить характер зависимости потерь от смещения  $r_0$  (расстояние между траекторией заряда и осью волновода). Оказывается, что потери максимальны при  $r_0=0$ , т. е. при движении заряда по оси волновода. В этом нетрудно убедиться, вычислив значение первой и второй производных выражения для потерь (III,89) в точке  $r_0=0$ . Первая производная по  $r_0$  равна нулю, вторая — отрицательна.

Если заряд движется в волноводе, заполненном диэлектриком без дисперсии и скорость заряда превышает скорость света в диэлектрике, то заряд не испытывает силы, отклоняющей его от прямолинейного движения. Заряд как бы «не чувствует» стенок волновода, так как все поле заряда отстает от него. В действительности среда, заполняющая волновод,

всегда обладает дисперсией. Всегда есть волны, фазовая скорость которых превосходит скорость заряда, и за счет таких волн может возникнуть радиальная сила, действующая на заряд. Эта сила может быть как фокусирующей, направленной к центру, так и дефокусирующей.

б) Волновод, частично заполненный изотропным диэлектриком. Волновод со сплошным заполнением диэлектриком неудобен в том отношении,

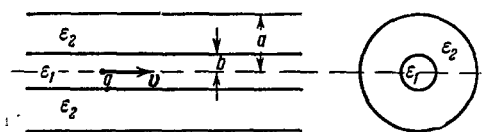


Рис. 7.

что частица в нем теряет энергию не только на черенковское излучение, но и на поляризационное, или боровское, излучение. Поляризационные потери составляют основную долю потерь, и частица поэтому быстро тормозится. Го-

раздо удобнее изучать излучение Вавилова — Черенкова в волноводе, частично заполненном диэлектриком. Соответствующее теоретическое рассмотрение впервые провел Абель<sup>1</sup>.

Рассмотрим круглый волновод радиуса  $a$ , заполненный веществом так, что по оси волновода имеется пустой цилиндрический канал радиуса  $b$  (рис. 7). Вещество, частично заполняющее волновод, будем считать изотропным, с диэлектрической постоянной  $\epsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ . Поле заряда, движущегося со скоростью  $v$  по оси волновода, имеет вид (III,11), где

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \frac{q}{\pi v} \left[ K_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2} r \right) + \alpha I_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2} r \right) \right], & r < b, \\ \frac{q}{\pi \epsilon v} \left[ \eta K_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon \mu \beta^2} r \right) + \gamma I_0 \left( \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon \mu \beta^2} r \right) \right], & r > b. \end{cases} \quad (\text{III},90)$$

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\eta$  и  $\gamma$  определяются из трех граничных условий, за которые удобно взять непрерывность  $E_z$  и  $H_\phi$  на границе пустого канала ( $r = b$ ) и обращение в нуль  $E_z$  на поверхности волновода ( $r = a$ ). Мы определим коэффициенты  $\alpha$ ,  $\eta$  и  $\gamma$  при более общих предположениях, чем только что сделанные. Именно, будем считать, что при  $r < b$  волновод заполняет среда  $\epsilon_1$ ,  $\mu_1$ , а при  $r > b$  — среда  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$ . Тогда в (III,90) при  $r < b$  поле зависит от аргумента  $k_1 r = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_1 \mu_1 \beta^2} r$ , а при  $r > b$  — от аргумента  $k_2 r = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \epsilon_2 \mu_2 \beta^2} r$ . Определение коэффициентов  $\alpha$ ,  $\eta$  и  $\gamma$  для этого случая дает:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{B k_1 K_1(k_1 b) K_0(k_2 b) f_1(a, b, k_1, k_2) - k_2 K_0(k_1 b) K_1(k_2 b) f_2(a, b, k_1, k_2)}{B k_1 I_1(k_1 b) K_0(k_2 b) f_1(a, b, k_1, k_2) + k_2 I_0(k_1 b) K_1(k_2 b) f_2(a, b, k_1, k_2)}, \\ \eta &= \frac{1}{b} \frac{I_0(k_2 a)}{B k_1 I_1(k_1 b) K_0(k_2 b) f_1(a, b, k_1, k_2) + k_2 I_0(k_1 b) K_1(k_2 b) f_2(a, b, k_1, k_2)}, \\ \gamma &= -\eta \frac{K_0(k_2 a)}{I_0(k_2 a)}, \end{aligned} \quad (\text{III},91)$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= I_0(k_2 a) - K_0(k_2 a) \frac{I_0(k_2 b)}{K_0(k_2 b)}, \\ f_2 &= I_0(k_2 a) + K_0(k_2 a) \frac{I_1(k_2 b)}{K_1(k_2 b)}; \end{aligned} \quad (\text{III},92)$$

при  $a \rightarrow \infty$  функции  $f_1$  и  $f_2$  переходят обе в  $I_0(k_2 a)$  и коэффициенты  $\alpha$  и  $\eta$  совпадают с коэффициентами (III,16), определяющими поле в канале  $\epsilon_1$ ,  $\mu_1$ ,

помещенном в среду  $\epsilon_2, \mu_2$ . Этот переход имеет место при сколь угодно малом поглощении во внешней среде.

Анализ поля частицы в волноводе, частично заполненном диэлектриком, дает картину, сходную с излучением в канале. Условия излучения Вавилова — Черенкова могут выполняться либо только в среде  $\epsilon_1, \mu_1$ , либо только в среде  $\epsilon_2, \mu_2$ , либо в обеих средах сразу. В первых двух случаях поле экспоненциально затухает с ростом расстояния от границы раздела в той среде, где условия излучения не выполнены.

Во всех трех случаях спектр излучения дискретный.

Рассмотрим более подробно случай, с которого мы начали, — пустой волновод, частично заполненный диэлектриком ( $\epsilon_1=1, \mu_1=1$ ). Этот случай наиболее интересен с точки зрения генерации радиоволн. Если в среде  $\epsilon_2, \mu_2$  выполнены условия черенковского излучения, заряд теряет энергию на возбуждение волн. Волновое поле при этом сконцентрировано в области  $b < r < a$ .

Потери энергии частицы на излучение в волноводе, частично заполненном диэлектриком, определяются обычным образом — как реакция поля излучения на частицу:

$$\frac{dW}{dx} = +qE_z \Big|_{r=vt}^{r \rightarrow 0} = -\frac{2q^2}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \operatorname{Re} \int_{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1} \alpha(\omega) i\omega d\omega. \quad (\text{III}, 93)$$

При этом коэффициент  $\alpha(\omega)$  при  $\epsilon_1=1, \mu_1=1, \epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$  принимает вид

$$\alpha(\omega) = \frac{s_2 K_1(k_1 b) \psi_1 + k_1 \epsilon_2 K_0(k_1 b) \psi_0}{s_2 I_1(k_1 b) \psi_1 - k_1 \epsilon_2 I_0(k_1 b) \psi_0}, \quad (\text{III}, 94)$$

где

$$s_2 = \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1}, \quad k_1 = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (\text{III}, 95)$$

а  $\psi_1$  и  $\psi_0$  — функции, введенные Абелем:

$$\begin{aligned} \psi_0 &= J_1(s_2 b) N_0(s_2 a) - J_0(s_2 a) N_1(s_2 b), \\ \psi_1 &= J_0(s_2 b) N_0(s_2 a) - J_0(s_2 a) N_0(s_2 b). \end{aligned} \quad (\text{III}, 96)$$

Подынтегральное выражение имеет полюсы на пути интегрирования в точках, где знаменатель  $\alpha(\omega)$  (III,94) обращается в нуль. Соответствующие значения частоты определяют спектр излучения в волноводе, частично заполненном диэлектриком. Выпишем уравнение, определяющее частоты излучения в случае (III,95):

$$\frac{s_2}{k_1 \epsilon_2} \frac{I_1(k_1 b)}{I_0(k_1 b)} = \frac{\psi_0}{\psi_1}; \quad (\text{III}, 97)$$

при  $k_1 b \ll 1$  уравнение (III,60) переходит в уравнение

$$\psi_0 = 0. \quad (\text{III}, 98)$$

Если еще  $s_2 b \ll 1$ , то спектр излучения определяется уравнением

$$J_0(s_2 a) = 0, \quad (\text{III}, 99)$$

таким же, как в волноводе, целиком заполненном диэлектриком  $\epsilon_2, \mu_2$ . Это означает, что если пустой канал по оси волновода является достаточно узким, то спектр излучения оказывается таким же, как в волноводе, целиком заполненном диэлектриком. Картина здесь во многом напоминает излучение в пустом канале, окруженном безграничной средой (III,2). Там также оказывается, что при достаточно малых значениях радиуса канала излучение такое же, как если бы канала вообще не было. Различие

между этими двумя случаями заключается в том, что в волноводе спектр — дискретный. При  $k_1 b \gg 1$  уравнение (III,97) принимает вид

$$\frac{s_2}{k_1 \varepsilon_2} = \frac{\psi_0}{\psi_1}. \quad (\text{III},100)$$

В случае, когда  $k_1 b$ ,  $k_1 a$ ,  $s_2 b$  и  $s_2 a$  по величине все много больше единицы, уравнение (III,97) принимает простой вид:

$$\frac{s_2}{k_1 \varepsilon_2} = \text{ctg } k_2 (a - b). \quad (\text{III},101)$$

Из уравнения (III,97), если пренебречь дисперсией, получается спектр частот в виде неограниченно возрастающей последовательности значений  $\omega_\lambda$ , причем разность между двумя соседними значениями  $\omega_\lambda$  стремится к постоянной величине, как это видно из (III,101). Наличие дисперсии приводит к обрезанию спектра со стороны больших значений  $\omega$ .

Интегрируя выражение для потерь (III,93), получим

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{2q^2}{v^2} (1 - \beta^2) \sum_{\lambda} \left[ \frac{[s_2 K_1(k_1 b) \psi_1 + k_1 \varepsilon_2 K_0(k_1 b) \psi_0] \omega}{\frac{d}{d\omega} [s_2 I_1(k_1 b) \psi_1 - k_1 \varepsilon_2 I_0(k_1 b) \psi_0]} \right]_{\omega=\omega_\lambda}. \quad (\text{III},102)$$

Из (III,102) следует, что интенсивность излучения в волноводе, частично заполненном диэлектриком, зависит от радиуса пустого канала качественно так же, как интенсивность излучения в пустом канале, сделанном в безграничной среде. Именно, если радиус пустого канала  $b$  стремится к нулю, формула (III,102) переходит в формулу (III,85), справедливую для целиком заполненного волновода. Следовательно, в волноводе, как и в безграничной среде, узкий канал не сказывается на интенсивности излучения заряженной частицы.

Если радиус канала настолько велик, что  $k_1 b \gg 1$ , интенсивность излучения, как видно из (III,102), экспоненциально падает (как  $e^{-2k_1 b}$ ), опять в полной аналогии со случаем пустого канала в безграничной среде. Однако следует помнить, что в отличие от случая безграничной среды канал в волноводе дает дискретный спектр излучения.

Отметим еще одну особенность излучения в волноводе, частично заполненном диэлектриком. Если заряд движется в пустом канале параллельно оси волновода, на расстоянии  $r_0 < b$  от нее, то, как показал С. Н. Столяров, потери энергии на излучение всегда больше, чем при движении по оси. При движении заряда по оси волновода, частично заполненного диэлектриком, потери оказываются минимальными.

в) Волновод, заполненный анизотропным диэлектриком. Для замедления электромагнитных волн в волноводе могут быть применены анизотропные диэлектрики. Ниже мы рассмотрим излучение в круглом волноводе, который заполнен оптически одноосным кристаллическим диэлектриком. Пусть оптическая ось диэлектрика направлена по оси волновода. Если ось волновода принять за ось  $z$ , то тензор диэлектрической постоянной вещества, заполняющего волновод, можно записать в виде

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}. \quad (\text{III},103)$$

Уравнение для потенциалов поля в волноводе можно получить из (II,4), предположив, что отличны от нуля только  $A_z$  и  $\Phi$ , и наложив на эти

функции дополнительное условие

$$A_z = \varepsilon_r \beta \varphi. \quad (\text{III}, 104)$$

Тогда для  $A_z$  получаем (индекс  $z$  опущен):

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r \beta^2}\right) \frac{\varepsilon_z}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} j. \quad (\text{III}, 105)$$

При выводе этого уравнения мы учли, что поле, созданное равномерно движущимся зарядом, зависит от  $z$  и  $t$  в комбинации  $z - vt$ . С помощью (III,104) нетрудно получить уравнение для  $\varphi$ . Плотность тока  $j$ , входящая в правую часть уравнения (III,105), определяется точечным зарядом, движущимся со скоростью  $v$ :

$$j = qv \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) = qv \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - vt). \quad (\text{III}, 106)$$

Для  $\delta(r)$  удобно взять представление

$$\delta(r) = \frac{2r}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\mu_n \frac{r}{a}\right)}{J_0'^2(\mu_n)}, \quad (\text{III}, 107)$$

где  $a$  — радиус волновода. Для  $\delta(z - vt)$  возьмем известное разложение в интеграл Фурье. Решение уравнения (III,105) получается в виде

$$A(r, z - vt) = -\frac{2q}{\pi c a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\mu_n \frac{r}{a}\right)}{J_0'^2(\mu_n)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \frac{\omega}{v}(z - vt)}}{\frac{\mu_n^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{v^2} \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} (\varepsilon_r \beta^2 - 1)} d\omega. \quad (\text{III}, 108)$$

Из этого выражения легко определить потери энергии заряда на излучение

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{4q^2}{\pi c v a^2} \sum \frac{1}{J_0'^2(\mu_n)} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{\beta \varepsilon_r} - \beta\right) i \omega d\omega}{\frac{\mu_n^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{v^2} \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} (\varepsilon_r \beta^2 - 1)}. \quad (\text{III}, 109)$$

Как видно из этого выражения, излучаемые частоты можно получить, приравняв нулю знаменатель подынтегрального выражения в (III,109). Это дает (М. И. Каганов <sup>232</sup>)

$$\omega_n^2 = \frac{\mu_n^2 v^2 \varepsilon_r}{a^2 \varepsilon_z} \frac{1}{\varepsilon_r \beta^2 - 1}. \quad (\text{III}, 110)$$

Условие излучения имеет вид

$$\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} (\varepsilon_r \beta^2 - 1) > 0. \quad (\text{III}, 111)$$

Оно совпадает с условием излучения в безграничном одноосном кристалле (II.23).

Поскольку  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_z$  зависят от частоты  $\omega$ , одному значению  $\mu_n$  в уравнении (III,110), определяющему частоту излучения, может соответствовать несколько значений  $\omega$ . Интегрируя (III,109), получим <sup>233</sup>

$$\left(\frac{dW}{dz}\right)_{\text{чер}} = \frac{2q^2}{a^2 c^2} \sum_n \frac{1}{J_1^2(\mu_n)} \left\{ \frac{1 - \frac{1}{\beta^2 \varepsilon_r}}{\frac{d}{d\omega^2} \left[ \frac{\omega^2}{v^2} \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} (\varepsilon_r \beta^2 - 1) \right]} \right\}_{\omega=\omega_n}. \quad (\text{III}, 112)$$

Если  $\varepsilon_r$  и  $\varepsilon_z$  не зависят от частоты, это выражение упрощается, и мы получаем для потерь энергии на единицу пути заряда выражение

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{2q^2}{a^2 \varepsilon_z} \sum_n \frac{1}{J_1^2(\mu_n)}. \quad (\text{III}, 113)$$

Эта величина расходится точно так же, как потери энергии заряда на излучение Бавилова — Черенкова в среде без дисперсии. Однако пользование этой формулой приводит к правильным результатам, если оборвать суммирование на некоторой частоте. Напомним, что каждое слагаемое в (III,113) дает интенсивность излучения на частоте  $\omega_n$ , определяемой равенством (III,110).

Сравним формулу (III,113) с выражением (III,85) для потерь энергии на черенковское излучение в волноводе, заполненном изотропным диэлектриком. Как видно из сравнения, применение анизотропного диэлектрика позволяет изменить интенсивность излучения в отношении  $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z}$ , не меняя ни скорости частицы, ни радиуса волновода.

Представляет интерес вопрос о том, как зависят потери энергии на излучение в волноводе, заполненном анизотропным диэлектриком, от ориентации оптической оси заполнителя по отношению к оси волновода. Этот вопрос был рассмотрен Л. С. Богданкевич<sup>59</sup> для случая прямоугольного волновода.

Рассмотрим волновод прямоугольного сечения. Стороны сечения обозначим через  $2a$  и  $2b$ . Пусть волновод заполнен анизотропным диэлектриком. Как и в предыдущем примере, мы будем рассматривать частный случай анизотропного диэлектрика — одноосный кристалл, характеризуемый двумя параметрами: диэлектрической постоянной вдоль оптической оси ( $\varepsilon_0$ ) и диэлектрической постоянной в перпендикулярном к оси направлении ( $\varepsilon_{\perp}$ ).

Уравнения для потенциалов поля, возникающего при движении заряда в прямоугольном волноводе, заполненном анизотропным диэлектриком, имеют вид (II,4) с дополнительным условием  $\text{div} \varepsilon \mathbf{A} = 0$ . Если заряженная частица движется по оси волновода, плотность заряда имеет вид

$$\rho = q \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) = \\ = \frac{q}{8\pi vab} \sum_{m, n=-\infty}^{\infty} \cos \frac{2n+1}{2a} \pi x \cdot \cos \frac{2m+1}{2b} \pi y \int e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} d\omega. \quad (\text{III},114)$$

Потенциалы поля могут быть определены тем же методом, что и в гл. II. Они имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{q}{2vab} \sum_{m, n} \cos \frac{2n+1}{2a} \pi x \cdot \cos \frac{2m+1}{2b} \pi y \int e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} \frac{d\omega}{(k \varepsilon k)}, \\ \mathbf{A} &= -\frac{q}{2vcab} \sum_{m, n} \cos \frac{2n+1}{2a} \pi x \cdot \cos \frac{2m+1}{2b} \pi y \times \\ &\quad \times \int \Lambda^{-1} \left[ \mathbf{S} - \frac{(k \varepsilon \Lambda^{-1} \mathbf{s})}{(k \varepsilon \Lambda^{-1} \mathbf{k})} \right] e^{i \frac{\omega}{v} (z-vt)} d\omega, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III},115)$$

где  $\varepsilon$  — оператор диэлектрической постоянной,  $\Lambda$  — оператор, который связан с  $\varepsilon$  соотношением  $\Lambda = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$ ,  $\mathbf{k}$  — вектор с компонентами

$$k_x = \frac{2n+1}{2a} \pi, \quad k_y = \frac{2m+1}{2b} \pi, \quad k_z = \frac{\omega}{v}, \quad (\text{III},116)$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{v} - \varepsilon \mathbf{k} \frac{\omega}{(k \varepsilon k)}.$$

В системе главных осей кристалла операторы  $\Lambda$  и  $\epsilon$  являются диагональными, и в этой системе

$$(\mathbf{k}\epsilon\mathbf{k}) = \epsilon_x k_x^2 + \epsilon_y k_y^2 + \epsilon_z k_z^2, \\ \mathbf{k}\epsilon\Lambda^{-1}\mathbf{s} = \frac{k_x s_x \epsilon_x}{\epsilon_x \frac{\omega^2}{c^2} - k^2} + \frac{k_y s_y \epsilon_y}{\epsilon_y \frac{\omega^2}{c^2} - k^2} + \frac{k_z s_z \epsilon_z}{\epsilon_z \frac{\omega^2}{c^2} - k^2}. \quad (\text{III}, 117)$$

Выражения для потенциалов поля в волноводе (III, 115) и соотношений (III, 116, 117) отличаются от аналогичных выражений для неограниченного кристалла (II, 16—19) только тем, что компоненты волнового вектора  $k_x$  и  $k_y$ , перпендикулярные к стенкам волновода, могут принимать лишь дискретные значения.

Л. С. Богданкевич<sup>59</sup> определила потери энергии заряда на излучение в прямоугольном волноводе, заполненном анизотропным одноосным диэлектриком. При этом были рассмотрены два случая. В первом случае оптическая ось заполнителя параллельна оси волновода, а следовательно, и скорости заряда. Во втором — оптическая ось заполняющей среды перпендикулярна к оси волновода.

Ось кристалла параллельна оси волновода. В этом случае излучение имеет место при выполнении условия

$$\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{\perp}} [\epsilon_{\perp} \beta^2 - 1] > 0, \quad (\text{III}, 118)$$

такого же, как условие излучения в безграничном одноосном кристалле при движении заряда по оптической оси (II, 22). Излучаются только необыкновенные волны. Обыкновенные волны не излучаются даже в том случае, если их фазовая скорость меньше, чем скорость заряда. Это объясняется тем, что электрический вектор обыкновенной волны перпендикулярен к оптической оси одноосного кристалла, а следовательно, и к скорости заряда (см. § 11.4). Отметим, что точно такая же ситуация имеет место и в разобранный ранее примере излучения заряда в круглом волноводе. Там также излучаются только необыкновенные волны, и условие их излучения (III, 114) тождественно условию (III, 118). Это объясняется тем, что в обоих случаях ось кристалла, заполняющего волновод, параллельна скорости заряда.

Потери энергии на излучение необыкновенных волн можно найти с помощью выражений для потенциалов поля (III, 115)

$$\frac{dW_e}{dz} = -\frac{\pi q^2}{ab} \sum_{m,n} \left| \frac{(\epsilon_{\perp} \beta^2 - 1) \omega}{\epsilon_{\perp} \frac{d}{d\omega} \left[ \omega^2 \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{\perp}} (\epsilon_{\perp} \beta^2 - 1) \right]} \right|_{\omega=\omega_{mn}}, \quad (\text{III}, 119)$$

где  $\omega_{mn}$  — частоты излучения, определяемые равенством

$$\frac{\omega^2}{v^2} \frac{\epsilon_0(\omega)}{\epsilon_{\perp}(\omega)} [\epsilon_{\perp}(\omega) \beta^2 - 1] = \left( \frac{2n+1}{2a} \right)^2 \pi^2 + \left( \frac{2m+1}{2a} \right)^2 \pi^2. \quad (\text{III}, 120)$$

Формула для потерь энергии (III, 119) принимает очень простой вид, если предположить, что вещество, заполняющее волновод, не обладает дисперсией, т. е. что  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_{\perp}$  не зависят от частоты. Тогда

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{\pi q^2}{2ab} \frac{1}{\epsilon_0} N, \quad (\text{III}, 121)$$

где  $N$  — число возбуждаемых в волноводе гармоник. Как видно, в случае прямоугольного волновода без дисперсии заряд теряет одну и ту же энергию на возбуждение каждой гармоники.

Ось кристалла перпендикулярна к оси волновода. В этом случае могут излучаться как обыкновенные, так и необыкновенные волны. Условия их излучения такие же, как и при движении в неограниченном кристалле (см. II, 6 б), с тем отличием, что в волноводе компоненты  $k_x$  и  $k_y$  могут принимать лишь дискретные значения.

Частоты излучения обыкновенных волн определяются из уравнения

$$\frac{\omega^2}{v^2} [\varepsilon_{\perp}(\omega) \beta^2 - 1] = \left( \frac{2n+1}{2a} \pi \right)^2 + \left( \frac{2m+1}{2a} \pi \right)^2, \quad (\text{III}, 122)$$

а частоты необыкновенных — из уравнения

$$\frac{\omega^2}{v^2} \frac{\varepsilon_{\perp}(\omega) [\varepsilon_0(\omega) \beta^2 - 1]}{\varepsilon_0(\omega) k_x^2 + \varepsilon_{\perp}(\omega) k_y^2} = 1, \quad (\text{III}, 123)$$

где  $k_x$  и  $k_y$  определены равенством (III, 116).

Потери энергии на излучение обыкновенных и необыкновенных волн записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dW_0}{dz} &= -\frac{\pi q^2}{c^2 ab} \sum_{m, n} \left| \frac{\omega k_y^2 (\varepsilon_{\perp} \beta^2 - 1)}{(\varepsilon_{\perp} \beta^2 k_y^2 + k_x^2) \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{\omega^2}{v^2} (\varepsilon_{\perp} \beta^2 - 1) \right]} \right|_{\omega=\omega_{mn}>0}, \\ \frac{dW_e}{dz} &= -\frac{\pi q^2}{v^2 ab} \sum_{m, n} \left| \frac{\omega k_x^2 (\varepsilon_0 \beta^2 - 1)}{(\varepsilon_{\perp} \beta^2 k_y^2 + k_x^2) \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \varepsilon_{\perp} - (\mathbf{k} \varepsilon \mathbf{k}) \right]} \right|_{\omega=\omega_{mn}>0}. \end{aligned} \quad (\text{III}, 124)$$

Значения  $\omega_{mn}$  для обыкновенных волн определяются из (III, 122), а для необыкновенных — из (III, 123).

Как видно из выражений (III, 124), в случае, когда можно пренебречь дисперсией, члены под знаком суммы не зависят явно от  $\omega_{mn}$ . Этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы получить простое выражение для суммарных потерь на излучение. Пусть  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_{\perp}$  не зависят от частоты, и пусть, кроме того, для некоторого набора значений  $m, n$  выполнены условия излучения одновременно обыкновенных и необыкновенных волн. Тогда сумма потерь энергии заряда на излучение обыкновенных и необыкновенных волн запишется в виде

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{\pi q^2}{2ab} \frac{1}{\varepsilon_{\perp}} N', \quad (\text{III}, 125)$$

где  $N'$  — число пар  $(m, n)$ , для которых одновременно выполнены условия излучения обыкновенных и необыкновенных волн. Как видно из последнего равенства, суммарные потери на каждой гармонике  $(m, n)$  одинаковы. При этом потери на излучение обыкновенных волн в каждой гармонике пропорциональны

$$W_0^{(m, n)} \sim \frac{k_y^2 \beta}{k_y^2 \varepsilon_{\perp} \beta + k_x^2}, \quad (\text{III}, 126)$$

а потери на излучение необыкновенных волн пропорциональны

$$W_e^{(m, n)} \sim \frac{k_x^2}{\varepsilon_{\perp}} \frac{1}{k_y^2 \varepsilon_{\perp} \beta + k_x^2} \quad (\text{III}, 127)$$

с тем же коэффициентом пропорциональности. Полное излучение на данной гармонике пропорционально  $\frac{1}{\varepsilon_{\perp}}$ , как это видно из (III, 125). Из



(III, 126, 127) видно, что в сечении волновода по плоскости  $xz$  ( $k_y=0$ ) излучаются только необыкновенные волны, а в сечении волновода по плоскости  $yz$  ( $k_x=0$ ) излучаются только обыкновенные волны. Аналогичное явление имеет место и для неограниченной среды (II, 66). Оно объясняется характером поляризации электрического вектора.

### III.7. Поле заряженной частицы, движущейся параллельно границе раздела двух сред

Рассмотрим поле точечного заряда, который движется с постоянной скоростью параллельно плоской границе раздела двух сред. Простейшим случаем такого рода можно считать движение заряда в пустоте параллельно плоской границе раздела полубесконечного диэлектрика. Эта задача

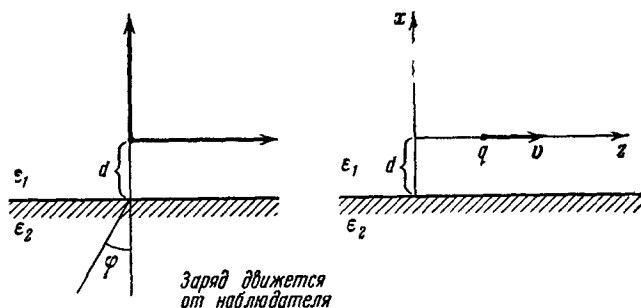


Рис. 8. На левом рисунке ось  $x$  направлена по вертикали, а ось  $y$  — по горизонтали.

является в то же время и наиболее интересной для различных радиофизических приложений, в первую очередь для вопросов генерации сверхвысоких частот. Именно с этой целью и были сделаны первые качественные оценки возникающего при этом излучения<sup>182,183</sup> и затем проведено более подробное рассмотрение.

Задачи о движении заряда над плоской границей раздела во многом аналогичны рассмотренной ранее задаче о движении заряда в канале.

а) Рассмотрим общий случай движения заряда вдоль границы раздела. Обозначим величину заряда через  $q$ , его скорость через  $v$ , а расстояние заряда от границы раздела через  $d$ . Пусть заряд движется в среде 1 ( $\epsilon_1, \mu_1$ ) на расстоянии  $d$  от плоской границы раздела со средой 2 ( $\epsilon_2, \mu_2$ ) (рис. 8). Решение такой задачи было получено В. Е. Пафомовым<sup>329</sup>, который затем подробно исследовал ряд случаев\*). Случай, когда среда 1 представляет собой вакуум ( $\epsilon_1=1, \mu_1=1$ ), был рассмотрен ранее рядом авторов: Даносом<sup>116</sup>, Линхартон<sup>272</sup>, Мотцем. Исследования различных сторон этой задачи содержатся в работах Ситенко и Ткалича<sup>364</sup>, а также Гарибяна и Мергеляна<sup>171</sup>. Метод рассмотрения, использованный Даносом, оказался наиболее простым, и ниже мы будем им пользоваться.

Введем прямоугольную систему координат с осью  $z$ , направленной по линии движения заряда. Ось  $x$  направим нормально к границе раздела, так чтобы уравнение граничной плоскости было  $x=-d$ . Поле заряда в рассматриваемой задаче складывается из поля заряда в безграничной среде и из полей, вызванных наличием границы.

\*) Автор благодарен В. Е. Пафому за частное сообщение.

Уравнение Максвелла для потенциалов поля в первой среде запишем в следующем виде:

$$\left(\Delta - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \Phi_0 = -\frac{4\pi p}{\varepsilon_1}, \quad A_{0z} = \varepsilon_1 \mu_1 \beta \Phi_0. \quad (\text{III}, 128)$$

Во второй среде, расположенной по другую сторону от границы раздела, выберем  $\Phi_0 = A_{0z} = 0$ .

Решение уравнения (III, 128) удобно записать в виде

$$A_{0z} = \frac{qi}{2\pi c} \int \frac{dk_y d\omega \mu_1(\omega)}{g_1(k_y, \omega)} e^{i\{g_1|x| + k_y y + \frac{\omega}{v}(z-vt)\}}, \quad (\text{III}, 129)$$

$$\Phi_0 = \frac{1}{\varepsilon_1 \mu_1 \beta} A_{0z},$$

где

$$g_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1) \frac{\omega^2}{v^2} - k_y^2} = k_x \quad (\text{III}, 130)$$

— проекция волнового вектора  $\mathbf{k}$  на ось  $x$ .

Нетрудно видеть, что решение (III, 129) совпадает с выражениями для  $A_z$ ,  $\Phi$ , приведенными в первой главе (см. (I, 49—52)). Различие в форме записи объясняется тем, что на этот раз необходимо удовлетворить граничным условиям в плоскости  $x = -d$ , параллельной плоскости  $yz$ , поэтому удобно все коэффициенты Фурье представить в виде функции только  $k_y$  и  $k_z = \frac{\omega}{v}$ .

Потенциал, описывающий решение однородных уравнений Максвелла, будем искать в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 = \frac{iqc}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \mathbf{a}_1(k_y, \omega) e^{i\{2dg_1 + g_1 x + k_y y + \frac{\omega}{v}(z-vt)\}} \quad (\text{III}, 131)$$

при  $x > -d$ ,

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_2 = \frac{iqc}{2\pi v} \iint dk_y d\omega \mathbf{a}_2(k_y, \omega) e^{i\{dg_1 + g_2(x+d) + k_y y + \frac{\omega}{v}(z-vt)\}} \quad (\text{III}, 132)$$

при  $x < -d$ .

Здесь  $\mathbf{A}_1$  описывает поле в первой среде, обусловленное наличием границы,  $\mathbf{A}_2$  — поле во второй среде. На потенциалы  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  естественно наложить дополнительное условие

$$\text{div } \mathbf{A}_1 = 0, \quad \text{div } \mathbf{A}_2 = 0. \quad (\text{III}, 133)$$

Далее, поскольку  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  представляют решение однородных уравнений Максвелла, мы можем положить  $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$ .

Из граничных условий получаются следующие выражения для векторов  $\mathbf{a}_1(k_y, \omega)$  и  $\mathbf{a}_2(k_y, \omega)$ :

$$a_{1x} = -\frac{1}{\omega \varepsilon_1} \frac{\varepsilon_1 g_2 - \varepsilon_2 g_1}{\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1},$$

$$a_{1y} = -\frac{k_y}{\omega \varepsilon_1} \left[ \frac{2\varepsilon_1(\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2)}{(\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1)(\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1)} - \frac{1}{g_1} \right], \quad (\text{III}, 134)$$

$$a_{1z} = \frac{v}{\omega^2 \varepsilon_1} \left[ k_y^2 \left( \frac{2\varepsilon_1(\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2)}{(\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1)(\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1)} - \frac{1}{g_1} \right) + g_1 \frac{\varepsilon_1 g_2 - \varepsilon_2 g_1}{\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1} \right],$$

$$a_{2x} = -\frac{2g_1}{\omega(\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1)},$$

$$a_{2y} = -\frac{2k_y}{\omega(\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1)} \frac{\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2}{\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1}, \quad (\text{III}, 135)$$

$$a_{2z} = \frac{2v}{\omega^2(\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1)} \left( g_1 g_2 + k_y^2 \frac{\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2}{\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1} \right).$$

В работах <sup>364</sup> и <sup>171</sup> поле излучения отыскивается другими методами. Полученные формулы полностью определяют поле в обеих средах, созданное движущимся зарядом. В первой среде поле определяется потенциалами  $\Phi_0$  и  $A_0 + A_1$  (см. формулы (III, 129—134)), во второй среде — вектор-потенциалом  $A_2$ .

Структуру решения легко понять, воспользовавшись аналогией со случаем падения световой волны на границу раздела двух сред. Потенциалы  $A_0$ ,  $\Phi$  описывают «падающее» поле, вектор-потенциал  $A_1$  — «отраженное поле», а вектор-потенциал  $A_2$  — преломленное поле.

Если в этом решении положить  $\epsilon_1=1$ ,  $\mu_1=1$ ,  $\mu_2=1$ , то мы получим решение Даноса для случая движения заряда в пустоте \*).

Рассмотрим теперь кратко некоторые частные случаи движения заряда над границей раздела двух сред. При этом мы будем считать обе среды прозрачными.

б) Рассмотрим, прежде всего, такой интервал частот, когда в первой среде не выполнено условие излучения Вавилова — Черенкова, а во второй среде выполнено условие

$$\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1, \quad \epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1. \quad (\text{III}, 136)$$

Этот случай наиболее интересен для генерации радиоволн с помощью излучения Вавилова — Черенкова.

Выражения, описывающие поле, представляют собой сумму плоских

волн вида  $e^{i \{ g x + k_y y + \frac{\omega}{v} (z - vt) \}}$ , причем в первой среде  $g = g_1 = \sqrt{(\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1) \frac{\omega^2}{v^2} - k_y^2}$ , а во второй среде  $g = g_2 = \sqrt{(\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1) \frac{\omega^2}{v^2} - k_y^2}$ .

В рассматриваемом случае величина  $g_1$  является чисто мнимой. Это означает, что при достаточном удалении от границы раздела в первой среде, волны затухают экспоненциально, т. е. в первой среде излучения нет. Во второй среде есть излучение для тех значений  $\omega$  и  $k_y$ , для которых проекция  $g_2$  волнового вектора на ось  $x$  действительна. Это условие дает

$$k_y^2 < \frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1). \quad (\text{III}, 137)$$

Волновые векторы излучения заданной частоты  $\omega$ , как и в случае сплошной среды, лежат на поверхности конуса, угол раствора которого определяется условием излучения Вавилова — Черенкова. Однако в отличие от случая безграничной среды электрический вектор излучаемой волны не лежит в плоскости, содержащей скорость частицы и волновой вектор. Действительно, проекция волнового вектора на плоскость  $xy$  составляет с отрицательным направлением оси  $x$  угол  $\varphi$ , определяемый формулой

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{k_y}{k_x} = \frac{k_y}{g_2}. \quad (\text{III}, 138)$$

Проекция же электрического вектора  $E_2(k_y, \omega)$  на плоскость  $xy$  составляет с отрицательным направлением оси  $x$  угол  $\varphi' \neq \varphi$ :

$$\operatorname{tg} \varphi' = -\frac{E_y}{E_x} = -\frac{a_{2y}}{a_{2x}} = -\frac{k_y \mu_1 g_1 + \mu_2 g_2}{g_1 \mu_1 g_2 + \mu_2 g_1}. \quad (\text{III}, 139)$$

Поскольку  $g_1$  в рассматриваемом случае является мнимой величиной, равенство (III, 139) указывает, что волна эллиптически поляризована.

\*) В работе Даноса <sup>116</sup> имеется очевидная опечатка: в формуле (66) в числителе выражения для  $B_z$  должен быть вычеркнут множитель  $l$ .

При этом направление поляризации меняется на противоположное с изменением знака  $k_y$ . Так и должно быть, ибо поле симметрично по отношению к отражению от плоскости  $xz$ . При стремлении  $k_y$  к нулю эллиптически поляризованная волна вырождается в линейно поляризованную. Волна, волновой вектор которой лежит в плоскости  $xz$  ( $k_y = 0$ ), поляризована также в плоскости  $xz$  ( $E_y = 0$ ). Это видно из формул (III,135).

Найдем теперь потери энергии заряда, движущегося параллельно границе раздела. Потери энергии заряженной частицы на единицу пути могут быть записаны как работа движущегося заряда против сил реакции со стороны поля

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dz} &= qE_z \Big|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=vt}} = -q \left[ \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (A_{0z} + A_{1z}) \right] \Big|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=vt}} = \\ &= -\frac{q^2}{2\pi v} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{dk_y d\omega}{\epsilon_1 g_1} \left\{ (\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1) \frac{\omega}{v} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{v}{\omega} g_1 e^{2ig_1 d} \left[ \frac{2\epsilon_1 k_y^2 (\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2)}{(\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1)(\epsilon_1 g_2 + \epsilon_2 g_1)} - \frac{k_y^2}{g_1} + g_1 \frac{\epsilon_1 g_2 - \epsilon_2 g_1}{\epsilon_1 g_2 + \epsilon_2 g_1} \right] \right\}. \quad (\text{III},140) \end{aligned}$$

В рассматриваемом нами случае область интегрирования по  $\omega$  определяется одновременным выполнением двух неравенств:  $\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1$  и  $\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$ . Область интегрирования по  $k_y$  определяется неравенством (III, 137).

В рассматриваемом случае мы можем зачеркнуть первое слагаемое в фигурных скобках под интегралом. Это слагаемое описывает потери энергии заряда в безграничной среде  $\epsilon_1$ ,  $\mu_1$  и не дает вклада в потери на излучение Вавилова — Черенкова, так как условие излучения в первой среде не выполняется (поляризационные потери мы рассмотрим ниже). Поэтому в рассматриваемом интервале частот интеграл потерь имеет вид

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{\pi} \operatorname{Re} \int \int \frac{dk_y d\omega}{\omega} e^{2ig_1 d} \left[ \frac{2\epsilon_1 k_y^2 (\mu_1 g_1 + \mu_2 g_2)}{(\mu_1 g_2 + \mu_2 g_1)(\epsilon_1 g_2 + \epsilon_2 g_1)} - \frac{k_y^2}{g_1} + g_1 \frac{\epsilon_1 g_2 - \epsilon_2 g_1}{\epsilon_1 g_2 + \epsilon_2 g_1} \right]. \quad (\text{III},141)$$

Здесь область интегрирования по  $\omega$  ограничена положительными значениями  $\omega$  и, кроме того, неравенствами  $\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$ ,  $\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 < 1$ ,  $k_y^2 < \frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1)$ . При выполнении этих неравенств в первой среде нет излучения, а во второй — оно имеется. Знак  $\operatorname{Re}$ , как обычно, означает действительную часть.

Рассмотрим потери энергии на излучение в простом частном случае  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon$ . В этом случае формула (III,141) после выделения действительной части подынтегрального выражения принимает вид

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{2q^2}{\pi} \int \frac{d\omega}{\omega} dk_y e^{-2sd} g \frac{(k_y^2 + \epsilon s^2)}{g^2 + \epsilon^2 s^2}, \quad (\text{III},142)$$

где

$$g = g_2 = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon \beta^2 - 1) - k_y^2}, \quad s = -ig_1 = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2) + k_y^2}. \quad (\text{III},143)$$

Вместо переменной  $k_y$  мы можем ввести другую переменную — угол  $\varphi$ , который составляет с отрицательным направлением оси  $x$  проекция волнового вектора излучения на плоскость  $xy$ . Очевидно,

$$k_y = \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon \beta^2 - 1} \sin \varphi. \quad (\text{III},144)$$

Тогда формула (III,142) может быть переписана в виде

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2q^2}{\pi v^2} \int_{\substack{\varepsilon\beta^2 > 1 \\ \omega > 0}} \omega d\omega \frac{\varepsilon\beta^2 - 1}{\varepsilon - 1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi \frac{(\varepsilon + 1)(\varepsilon\beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + \varepsilon(1 - \beta^2)}{(\varepsilon + 1)(\varepsilon\beta^2 - 1) \cos^2 \varphi - \varepsilon^2 \beta^2} \times \\ \times e^{-2d \frac{\omega}{v} \sqrt{(\varepsilon\beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1 - \beta^2}}. \quad (\text{III},145)$$

Формула (III,145) дает энергию излучения Вавилова — Черенкова частицы, движущейся в вакууме над диэлектриком. Подынтегральное выражение пропорционально интенсивности излучения на частоте  $\omega$  под углом  $\varphi$  в плоскости  $xu$ . Неравенства определяют область интегрирования.

Разберем подробнее особенности излучения в этом наиболее простом случае. Волновые векторы излучаемых волн расположены, как и в сплошной среде, на конической поверхности. Ось этой поверхности параллельна скорости заряда. Угол между осью и образующими конуса определяется хорошо известным условием  $\cos \vartheta = \frac{1}{V\varepsilon\beta}$ . Однако излучение может иметь место лишь во второй среде, т. е. поверхность волновых векторов излучения Вавилова — Черенкова образует только половину конической поверхности. Далее, интенсивность излучения неодинакова на разных образующих этого конуса.

Выпишем интенсивность излучения частоты  $\omega$  на азимуте  $\varphi$ ,  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$  (напомним, что  $\varphi$  — угол, который составляет с нормалью к границе раздела проекция волнового вектора на плоскость  $xu$ , перпендикулярную к скорости заряда):

$$I(\omega, \varphi) = -\frac{2q^2}{\pi v^2} \omega \frac{\varepsilon\beta^2 - 1}{\varepsilon - 1} \frac{(\varepsilon + 1)(\varepsilon\beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + \varepsilon(1 - \beta^2)}{(\varepsilon + 1)(\varepsilon\beta^2 - 1) \cos^2 \varphi - \varepsilon^2 \beta^2} \times \\ \times \cos^2 \varphi \cdot e^{-2d \frac{\omega}{v} \sqrt{(\varepsilon\beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1 - \beta^2}} \quad (\text{III},146)$$

и сравним ее с интенсивностью излучения в безграничной среде, где излучение может иметь место на всех азимутах и интенсивность его на всех азимутах одинакова,

$$I_0(\omega, \varphi) = \frac{q^2}{2\pi v^2} \omega \frac{\varepsilon\beta^2 - 1}{\varepsilon}. \quad (\text{III},147)$$

Будем считать, что скорость заряда велика, так что можно положить  $\beta = 1$ . Тогда при  $\varphi = 0$  интенсивность излучения  $I(\omega, \varphi = 0)$  обращается в нуль. (Точнее, эта величина пропорциональна  $1 - \beta^2$ , т. е. обратно пропорциональна квадрату энергии частицы.) Это означает, что с ростом скорости частицы интенсивность излучения в плоскости, перпендикулярной к границе раздела, стремится к нулю. При  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  интенсивность излучения точно равна нулю при любых скоростях заряда. Где-то в промежутке между  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  интенсивность излучения достигает максимального значения. Это максимальное значение может оказаться гораздо большим, чем интенсивность излучения в случае сплошной среды  $I_0(\omega, \varphi)$ . Для иллюстрации рассмотрим  $I(\omega, \varphi)$  при  $\varphi = 45^\circ$  (мы снова будем считать  $\beta = 1$ ):

$$I\left(\omega, \varphi = \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2q^2}{\pi v^2} \omega \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2 + 1} e^{-V^2 d \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon - 1}}. \quad (\text{III},148)$$

При достаточно малых расстояниях  $d$  заряда от поверхности раздела, когда можно считать экспоненту равной единице, величина  $I\left(\omega, \varphi = \frac{\pi}{4}\right)$  может значительно превосходить  $I_0(\omega, \varphi)$ . При  $\varepsilon = 1,5$  отношение  $I/I_0$  для  $\varphi = 45^\circ$  близко к четырем. Функция  $I(\omega, \varphi)$  по формуле (III, 146) с точностью до постоянного множителя, не зависящего от  $\varphi$ , изображена на рис. 9а — 9г. (Предполагается, что заряд движется к наблюдателю и излучает в нижнее пространство, заполненное диэлектриком.)

Для получения суммарной интенсивности излучения на частоте  $\omega$  следует проинтегрировать  $I(\omega, \varphi)$  по всем углам, под которыми происходит излучение  $\left(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ . Из-за

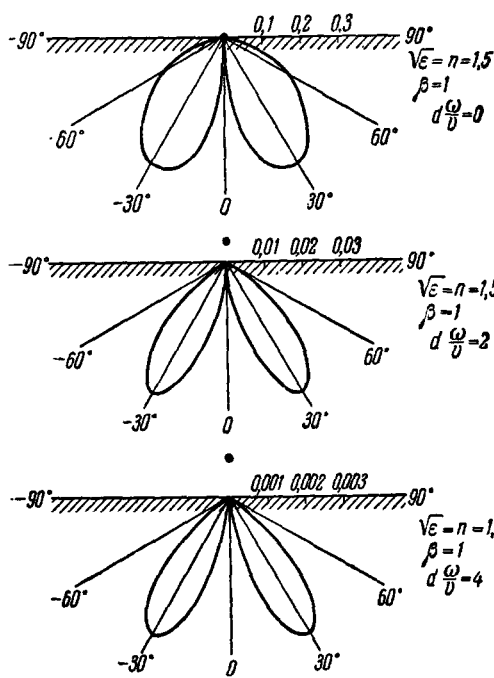


Рис. 9а.

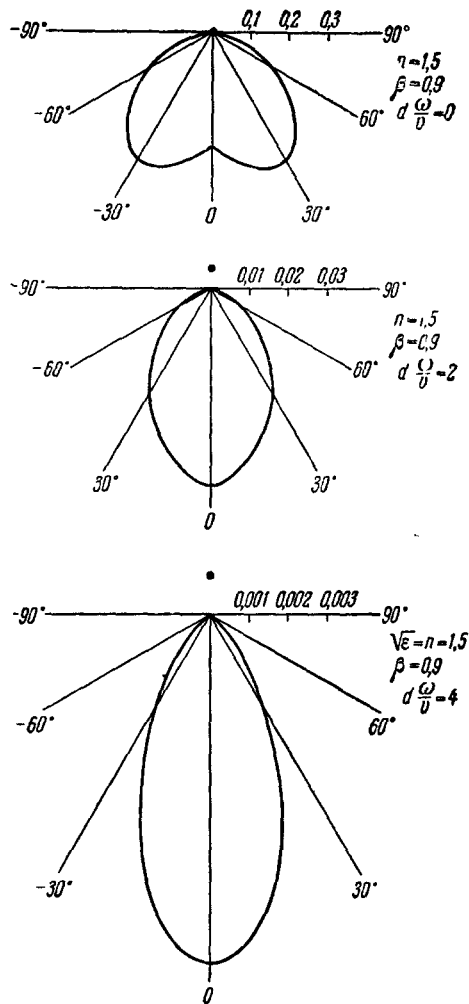


Рис. 9б.

наличия экспоненциального множителя такое интегрирование представляется затруднительным. Если ограничиться теми длинами излучаемых волн, при которых экспоненциальный множитель можно считать равным единице  $\left(d \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon - 1} \ll 1\right)$ , интегрирование проводится легко и дает

$$I(\omega) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I(\omega, \varphi) d\varphi = \frac{2q^2}{v^2} \omega \cdot \frac{\varepsilon\beta^2 - 1}{\varepsilon - 1} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{(\varepsilon + 1)(\varepsilon\beta^2 - 1)} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon - \varepsilon\beta^2}} - 1 \right) \right].$$

(III, 149)

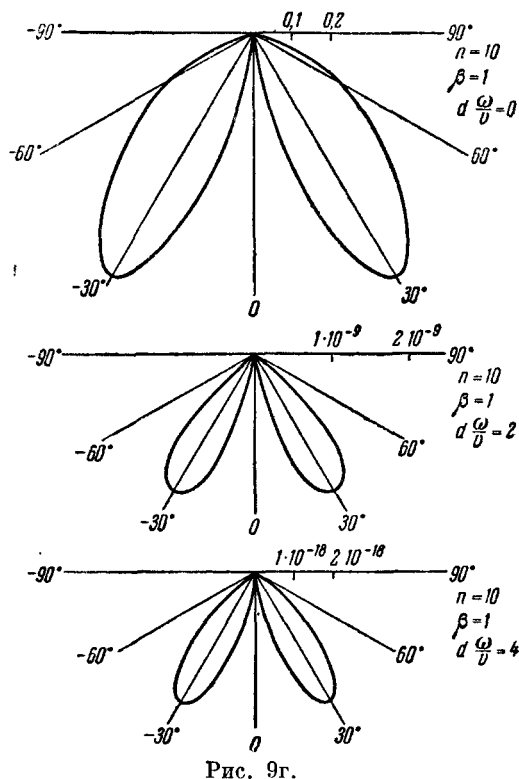
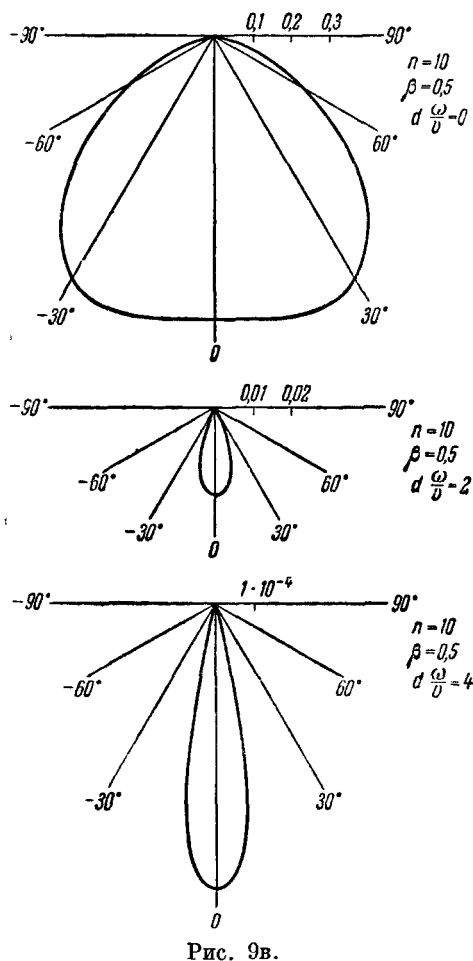
Эту величину следует сравнить с интенсивностью излучения на частоте  $\omega$  в сплошной среде

$$I_0(\omega) = \frac{q^2}{v^2} \omega \frac{\varepsilon\beta^2 - 1}{\varepsilon}. \quad (\text{III}, 150)$$

Отношение  $I/I_0$  на пороге излучения, при  $\varepsilon\beta^2 = 1$ , имеет значение, равное единице:

$$\frac{I}{I_0} = 1 \quad (\varepsilon\beta^2 = 1). \quad (\text{III}, 151)$$

Это значит, что вблизи порога излучения (и при достаточно малых расстояниях заряда от границы раздела) излучение имеет такую же интенсивность, как и в безграничной среде. Следует иметь в виду, что хотя  $I = I_0$  при скоростях, близких к пороговым, обе эти величины пропорциональны  $\varepsilon\beta^2 - 1$ , т. е. обращаются в нуль на пороге излучения.



При дальнейшем росте скорости частицы  $I(\omega)$  становятся меньше  $I_0(\omega)$ , и при  $\beta = 1$  отношение  $I/I_0$  принимает значение

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \quad (\beta = 1). \quad (\text{III}, 152)$$

Хотя эта величина и меньше единицы, интенсивности излучения при наличии границы и в безграничной среде, как мы видим, имеют сравнимую величину.

В нашем рассмотрении мы предполагаем, что частица движется близко от границы, т. е.

$$d \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon - 1} \ll 1.$$

Если это условие не выполнено, то спектр излучения Вавилова — Черенкова частицы, летящей в вакууме и излучающей в среду, обрезается из-за наличия множителя

$$e^{-2d \frac{\omega}{v} \sqrt{(\varepsilon \beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1 - \beta^2}} \quad (\text{III}, 152')$$

в подынтегральном выражении (III, 145). Спектр излучения на данном азимуте растет пропорционально  $\omega$  до тех пор, пока можно пренебречь экспоненциальным множителем (III, 152). Затем спектр резко обрывается. Частота, при которой спектр излучения под углом  $\varphi$  начинает резко падать, определяется по порядку величины равенством

$$\omega = \frac{v}{2d \sqrt{(\varepsilon \beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1 - \beta^2}}.$$

Эта картина во многом напоминает случай излучения в пустом канале и является типичной для подобных граничных задач.

Напомним, что в случае излучения в пустом канале граничная частота определяется аналогичным соотношением

$$\omega = \frac{v}{a \sqrt{\varepsilon \beta^2 - 1}},$$

где  $a$  — радиус канала.

Полные потери энергии на излучение можно оценить, предположив, что среда не обладает дисперсией ( $\varepsilon$  не зависит от  $\omega$ ). Тогда, проведя в формуле (III, 145) интегрирование сначала по частоте, а потом по углам, получим полную потерю энергии на единицу пути <sup>307</sup> ( $\mu_2 = 1$ )

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{2\beta d^2} \frac{1}{\varepsilon - 1} \left[ \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon - \varepsilon \beta^2}} - \sqrt{(\varepsilon - 1)(1 - \beta^2)} - \beta \right]. \quad (\text{III}, 153)$$

Интересно, что в ультрарелятивистском случае, при  $\beta = 1$ , выражение (III, 153) значительно упрощается, принимая вид

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{q^2}{2d^2}. \quad (\text{III}, 154)$$

Разумеется, при наличии дисперсии эта формула, строго говоря, неприменима. Однако если показатель экспоненты (III, 152') становится большим вдали от полос поглощения (т. е. растет за счет множителя  $\omega$ , а не за счет множителя  $\sqrt{(\varepsilon \beta^2 - 1) \sin^2 \varphi + 1 - \beta^2}$ ), формула (III, 154) верна с хорошей точностью, и излучение заряда, движущегося в вакууме вдоль границы со средой, не зависит от особенностей поведения  $\varepsilon$ , если скорость заряда близка к скорости света. Очевидно, что чем больше расстояние  $d$  от линии движения частицы до границы раздела, тем точнее формула (III, 154).

Мы уже говорили, что волны, излученные частицей во вторую среду, поляризованы по эллипсу. При этом вектор поляризации у волн с  $k_y > 0$  вращается от оси  $x$  к оси  $y$ , а у волн с  $k_y < 0$  — в обратном направлении.

При движении заряженной частицы около поверхности диэлектрика на частицу действует не только тормозящая сила, вызванная реакцией излучения, но и боковая сила, вызванная реакцией со стороны диэлек-



трика. Выражение для этой боковой силы имеет вид

$$F_x = -\frac{q}{c} \left\{ \frac{\partial A_{1x}}{\partial t} - [\mathbf{v}, \text{rot } \mathbf{A}_1]_x \right\} \Big|_{x=y=0, z=vt},$$

где  $\mathbf{A}_1$  определяется формулами (III,131) и (III,134). Вычисления, проведенные А. И. Морозовым в пренебрежении дисперсией, показывают, что сила  $F_x$  при любой скорости заряда направлена к границе раздела и имеет тот же порядок величины, что и сила торможения  $F_x = \frac{dW}{dz}$ .

в) Разберем теперь вкратце другие возможности. Может оказаться, что в обеих средах выполнены условия излучения Вавилова — Черенкова, т. е.  $\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1$  и  $\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$ . Тогда излучение имеет место по обе стороны от границы. Потери энергии заряда на излучение Вавилова — Черенкова выражаются формулой (III,140), где интервал интегрирования определяется неравенствами  $\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1$  и  $\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 > 1$ . При этом может оказаться, что для некоторых значений  $k_y$  излучение имеется лишь в одной из сред, а в другой — поле экспоненциально затухает. Пусть для определенности  $\epsilon_1 \mu_1 < \epsilon_2 \mu_2$ , т. е. вторая среда оптически плотнее первой. Тогда, если  $k_y$  заключено в пределах

$$\frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1) < k_y^2 < \frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1),$$

поле в первой среде является затухающим ( $g_1^2 < 0$ ), а во второй среде — волновым ( $g_2^2 > 0$ ). Если  $k_y^2 < \frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1)$ , то поле в обеих средах является волновым, а если  $k_y^2 > \frac{\omega^2}{v^2} (\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1)$ , поле в обеих средах затухает по экспоненте. Определим азимут  $\varphi$  равенством

$$k_y = \frac{\omega}{v} \sqrt{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1} \sin \varphi.$$

Тогда если

$$\sin^2 \varphi < \frac{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1}{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1},$$

поле в обеих средах волновое. При этом во второй среде поле имеет линейную поляризацию. Если же

$$\sin^2 \varphi > \frac{\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 - 1}{\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 - 1},$$

то поле во второй среде волновое, а в первой — затухающее. При этом во второй среде поле имеет эллиптическую поляризацию. Излучение частоты  $\omega$  распределено во второй среде по конусу и имеет различную интенсивность на разных образующих.

г) В первой среде выполнено условие излучения Вавилова — Черенкова, а во второй — не выполнено ( $\epsilon_1 \mu_1 \beta^2 > 1$ ,  $\epsilon_2 \mu_2 \beta^2 < 1$ ,  $g_1^2 > 0$ ,  $g_2^2 < 0$ ). В этом случае излучение Вавилова — Черенкова, возникающее в первой среде, испытывает полное внутреннее отражение на границе раздела и не попадает во вторую среду. Излучение представляет собой суперпозицию линейной и эллиптической поляризованных волн.

д) Наконец, рассмотрим поляризационные потери заряда, движущегося параллельно границе раздела двух диэлектриков. Поляризационные волны излучаются зарядом на частотах  $\omega_s$ , на которых диэлектрическая постоянная  $\epsilon_1$  обращается в нуль. Величина потерь энергии на излучение

поляризационных волн определяется формулой

$$\frac{dW}{dz_{\text{полн.пр.}}} = -\frac{q^2}{2v^2} \int dk_y \sum_s \left| \frac{\omega_s}{\varepsilon'(\omega_s)} \right| \frac{1 - e^{-2d \sqrt{\frac{\omega_s^2}{v^2} + k_y^2}}}{\sqrt{\frac{\omega_s^2}{v^2} + k_y^2}}, \quad (\text{III}, 155)$$

где  $\varepsilon'(\omega_s) = \frac{d\varepsilon}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_s}$  и сумма взята по всем корням  $\omega_s$ . Так как поляризационные волны затухают во все стороны от пути заряда, то с ростом  $d$  эта формула быстро переходит в выражение для поляризационных потерь в безграничной среде. При  $d \frac{\omega_s}{v} \gg 1$  экспоненту под интегралом можно зачеркнуть, и получается обычная формула для потерь энергии на поляризацию в безграничной среде. При этом следует оборвать интегрирование на некотором максимальном значении  $k_{\text{max}}$ . Отметим, что подынтегральное выражение в формуле для потерь (III, 140) может иметь полюса в точках, где

$$\varepsilon_1 g_2 + \varepsilon_2 g_1 = 0 \quad \text{и} \quad \mu_1 g_2 + \mu_2 g_1 = 0.$$

Соответствующих этому случаю потерь мы не рассматриваем.

Для различных приложений часто бывает нужно рассмотреть излучение не точечного, а протяженного заряда, например излучение плоского модулированного электронного пучка, который движется в вакууме параллельно границе раздела с диэлектриком. Плотность заряда в таком пучке можно записать в виде

$$\varrho = \varrho_0 \delta(x) [1 + \alpha \cos(\kappa x - \omega t)], \quad (\text{III}, 156)$$

где  $\frac{2\pi}{\kappa}$  — длина волны модуляции,  $\omega$  — ее частота,  $\alpha$  — глубина модуляции. Поле, созданное такими протяженными источниками, можно получить, умножив Фурье-компоненты решения (III, 129 — 135), найденные для точечного заряда, на Фурье-компоненту плотности протяженного источника. В рассматриваемом нами примере этот множитель оказывается равным

$$\varrho_{k_x, k_y, k_z} = \frac{\varrho_0}{2\pi} [\delta(\omega) + \alpha \delta(k_z^2 - \frac{\omega^2}{v^2})] \delta(k_y).$$

Этот множитель оставляет в излучении только ту волну, у которой  $k_y = 0$  и  $k_z = \pm \frac{\omega}{v}$ . Излучение распространяется в плоскости  $xz$ . В той же плоскости лежит и электрический вектор излучаемой волны (так как компонента  $a_{2y}$  пропорциональна  $k_y$ , то  $E_{2y} = \frac{i\omega}{c} a_{2y} = 0$ ).

Выше мы считали, что среды по обе стороны от границы абсолютно прозрачны, т. е.  $\varepsilon_1, \mu_1$  и  $\varepsilon_2, \mu_2$  действительны. Если одна из сред или обе являются поглощающими, выражения для поля заряда (III, 129 — 135) остаются справедливыми. Сохраняет свою силу и выражение (III, 140) для потерь энергии частицы. Все вычисления в этом случае следует проводить с учетом комплексности  $\varepsilon$  и  $\mu$ . Соответствующие вычисления для плоского модулированного пучка электронов были проведены Лашинским<sup>260</sup>.

В литературе имеется несколько работ, где рассматривается излучение зарядов и токов при движении в плоской щели, проделанной в диэлектрике<sup>304, 305</sup>. Мы не будем здесь их обсуждать. Отметим только, что при стремлении ширины щели к нулю излучение заряда, движущегося в щели, переходит в излучение заряда в сплошной среде. Излучение же диполя в узкой щели совпадает с излучением в сплошной среде,

только если диполь ориентирован параллельно плоскости щели. Излучение электрического диполя, перпендикулярного к плоскости щели, при стремлении ширины щели к нулю отличается от излучения диполя в сплошной среде множителем  $\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2$ , где  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  — диэлектрические постоянные сред внутри и вне щели<sup>191</sup>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. A b e l e, Эффект Черенкова в волноводе, частично заполненном диэлектриком, *Nuovo cimento, Suppl.* 9, 207 (1952). (Перевод см. в<sup>302</sup>.)
2. В. М. Агранович, В. Е. Пафомов и А. А. Рухадзе, О черенковском излучении электрона, движущегося в среде с пространственной дисперсией, *ЖЭТФ* 36, 238 (1959).
3. В. М. Агранович и А. А. Рухадзе, Энергетические потери электрона в среде с пространственной дисперсией, *ЖЭТФ* 35, 1174 (1958).
4. А. Ц. Аматауни, Переходное излучение дипольных моментов, *Изв. АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук* 12, 111 (1960).
5. А. Ц. Аматауни и Н. А. Корхмазян, Излучение заряженной частицы в среде с периодически меняющейся плотностью, *Изв. АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук* 13, 55 (1960).
6. А. Ц. Аматауни, Н. А. Корхмазян, Переходное излучение в случае размытой границы двух сред, *ЖЭТФ* 39, 1011 (1960).
7. А. И. Ахиезер, О взаимодействии электромагнитных волн с заряженными частицами и о колебаниях электронной плазмы, *Nuovo cimento, Suppl. al. vol. 3, ser. X*, № 4, 591 (1956).
8. А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский, Я. Б. Файнберг, Об эффекте Черенкова и сложном эффекте Доплера, *ДАН СССР* 73, 55 (1950).
9. А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский, Я. Б. Файнберг, Об излучении заряженной частицы, движущейся через связанные резонаторы, *ЖТФ* 25, 2526 (1955).
10. А. И. Ахиезер, Г. Я. Любарский, Я. Б. Файнберг, Черенковское излучение и стабильность пучков в волноводах с медленными волнами (линейных ускорителях), *CERN Symposium*, 1956, v. 1, стр. 220.
11. А. И. Ахиезер, А. Г. Ситенко, Потери энергии заряда в электронной плазме, *ЖЭТФ* 23, 161 (1952).
12. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, Медленные электромагнитные волны, *УФН* 44, 321 (1951).
13. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг и Г. Я. Любарский, Излучение Черенкова и устойчивость пучка в волноводах медленных волн, используемых в линейных ускорителях. Тезисы докладов на Всесоюзной конференции по физике частиц высоких энергий 14—22 мая 1956 г., М., Изд-во АН СССР, 1956.
14. А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, О взаимодействии пучка заряженных частиц с цепочкой связанных электромагнитных резонаторов, *ЖТФ* 25, 2516 (1955).
15. W. Anderson, E. H. Belcher, Стандартный источник света очень малой интенсивности, основанный на эффекте Черенкова, *British J. Appl. Phys.* 5, 53 (1954).
16. Ю. В. Анисимова, Г. А. Бернашевский, А. Н. Выставки, Л. Г. Ломизе, Черенковское и переходное излучение релятивистского электронного потока в волноводе (теория и опыты), *Радиотехника и электроника* 5, 969 (1960).
17. Г. А. Аскарьян, Об излучении ускоренно движущегося изображения равномерно движущегося заряда, *ЖЭТФ* 29, 388 (1955).
18. Г. А. Аскарьян, Импульсная генерация радиоволн с помощью переходного излучения, *ЖЭТФ* 30, 584 (1956).
19. A. Ascoli Balzanelli, R. Asoli, Эффект Черенкова в воздухоподобных средах, *Nuovo cimento* 10, 1345 (1953).
20. A. Ascoli Balzanelli, R. Asoli, Эксперименты по эффекту Черенкова в воздухе, *Nuovo cimento* 11, 562 (1954).
21. A. Ascoli Balzanelli and R. Ascoli, Тот же вопрос, *Nuovo cimento* 6, 1392 (1957).
22. L. B. Auerbach, G. Bernardini, I. Filosofo, A. O. Hanso'n, A. C. Odian and T. Yamagata, Черенковский спектрометр полного поглощения, *CERN Symposium*, Geneva, 1956, v. 2, стр. 291.
23. C. Baccalin, P. Bassi, C. Manduchi, Регистрация протонов в космических лучах, *Nuovo cimento* 1, 657 (1955).
24. N. L. Balazs, Об излучении Черенкова, *Amer. J. Phys.* 24 (4), 185 (1956). (Перевод см. в<sup>302</sup>.)

25. N. L. Balazs, Черенковское излучение нейтральной частицы с магнитным моментом, *Phys. Rev.* **104**, 1220 (1956).
26. F. Barclay, I. V. Jelleu, Черенковское и изотропное излучение единичных  $\mu$ -мезонов в воздухе, *Nuovo cimento* **1**, 657 (1955).
27. F. Barclay, I. V. Jelleu, Черенковское излучение в атмосфере, *The Oxford Conference on Extensive Air Showers*, A.E.R.E., Harwell, 1956, стр. 74.
28. P. R. Barker, D. M. Binnie, B. D. Hyams, P. I. Ront, I. Shepherd, Использование черенковских счетчиков для регистрации быстрых тяжелых частиц, *Philos. Mag.* **46**, 307 (1955).
29. P. R. Barker, D. M. Binnie, B. D. Hyams, P. I. Ront, I. Shepherd, Тот же вопрос, *Philos. Mag.* **46**, 307 (1955).
30. В. Г. Барьяхтар и М. И. Каганов, Черенковское излучение при прохождении заряженной частицы через ферродиеlectric (учет магнитной гиротропии), *ЖЭТФ* **35**, 766 (1958).
31. К. А. Барсуков, Переходное излучение в волноводе, *ЖЭТФ* **37**, 1106 (1958).
32. К. А. Барсуков, Об эффекте Доплера в анизотропной и гиротропной среде, *ЖЭТФ* **36**, 1485 (1959).
33. К. А. Барсуков и А. А. Коломенский, Эффект Доплера в электронной плазме с магнитным полем, *ЖЭТФ* **29**, 954 (1959).
34. К. А. Барсуков и Б. М. Болотовский, Переходное излучение в движущихся средах, *Изв. вузов (Радиофизика)* **3**, 336 (1960).
35. К. А. Барсуков, Переходное излучение в пластинке, помещенной в волноводе, *ЖЭТФ* **30**, 1337 (1960).
36. К. А. Барсуков, Вопросы излучения в гиротропных средах и при наличии границ, Диссертация (МГПИ им. В. И. Ленина, 1960).
37. К. А. Барсуков и Л. Г. Нарышкина, Переходное излучение на движущейся границе раздела, *Изв. вузов (Радиофизика)* **4**, № 3 (1961).
38. P. Bassi, О черенковских счетчиках, *Nuovo cimento* **8**, 807 (1951). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
39. P. Bassi, A. M. Bianchi, C. Manduchi, Попытка измерить интенсивность черенковского излучения в зависимости от энергии отдельных частиц, *Nuovo cimento* **9**, 861 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
40. P. Bassi, A. M. Bianchi, Вопросы техники счетчиков черенковского излучения, *Nuovo cimento* **9**, 1087 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
41. A. Battig, Диссертация по теории эффекта Черенкова, *Instituto de Fisika Universidad Nacional del Tucuman, Argentina*, Публикация № 591, 30 (1951).
42. Z. Bay, M. R. Cleland, F. McLernon, Разрешающая способность схемы совпадений на черенковских счетчиках, *Phys. Rev.* **87**, 901 (1952).
43. G. Vesce, Эффект Черенкова и переходное излучение, *Phys. Rev.* **74**, 795 (1948).
44. Г. А. Бегияшвили и Э. В. Гедалин, О движении заряженной частицы в анизотропной среде (учет электрической и магнитной гиротропии), *ЖЭТФ* **35**, 1513 (1958).
45. Г. А. Бегияшвили и Э. В. Гедалин, Черенковское излучение магнитного диполя в анизотропной среде, *ЖЭТФ* **36**, 1939 (1959).
46. Г. А. Бегияшвили, Э. В. Гедалин, Черенковское излучение дипольных моментов в среде с пространственной дисперсией, *ЖЭТФ* **38**, 1738 (1960).
47. А. И. Бедрицкий, Черенковское излучение частицы со спином 2 (квантовая теория), *ЖЭТФ* **36**, 339 (1959).
48. E. N. Belcher, Люминесценция облученных прозрачных сред и эффект Черенкова, *Proc. Roy. Soc. A216*, 90 (1953). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
49. E. N. Belcher, Люминесценция водных растворов радиоактивных изотопов и эффект Черенкова, *Nature* **170**, 571 (1952).
50. А. Беляков, А. Вовенко, А. Кириллов, Б. Кулаков, А. Любимов, Ю. Матуленко, И. Савин, Газовые пороговые черенковские счетчики для работы на ускорителях, ОИЯИ, Дубна, Лаб. высоких энергий, Преприят Р-476.
51. Е. А. Бенедиктов, В. Я. Эйрман, О некогерентном радиоизлучении заряженных частиц в магнитном поле Земли, *Изв. вузов (Радиофизика)* **4**, 253 (1961).
52. Г. А. Бернашевский, А. Н. Выставкин, Л. Г. Ломизе, Черенковское излучение в миллиметровом диапазоне, *Proceedings of the Symposium on millimeter waves*, Polytechnic Institute of Brooklyn, March 31—April 1, 2 (1959), стр. 169.
53. R. W. Birge, Описание черенковского счетчика, *Phys. Rev.* **85**, 766 (1952).
54. P. M. S. Blacket, Возможный вклад черенковского излучения, испускаемого космическими лучами, в свечение ночного неба, *Rep. Conf. Gassiot. Comm. Phys. Soc.*, 1948, стр. 34; см. также. *Phys. Abstr.* **52**, № 4347 (1949).
55. П. В. Блюх, О потерях энергии заряженной частицы, проходящей через периодически неоднородный диэлектрик, *Изв. вузов (Радиофизика)* **2**, 63 (1959).

56. Д. И. Блохинцев и В. Л. Инденбом, Эффект Черенкова для мезонного поля, ЖЭТФ 20, 1123 (1950).
57. В. И. Брагинцев и В. Г. Брагинский, Излучение точечного заряда, равномерно движущегося по оси кругового отверстия в бесконечной идеально проводящей плоскости, ДАН СССР 123, 634 (1958).
58. Л. С. Богданкевич, Излучение кольца с током, равномерно движущегося в плазме с магнитным полем, ЖЭТФ 36, 835 (1959).
59. Л. С. Богданкевич, Черенковское излучение в прямоугольном волноводе, заполненном анизотропным диэлектриком, ЖТФ 28, 1505 (1958).
60. Л. С. Богданкевич, О черенковском излучении дипольных моментов, движущихся по оси канала в диэлектрике, ЖТФ 29, 1086 (1959).
61. Л. С. Богданкевич, Черенковское излучение зарядов, дипольных моментов и токовых колец при наличии границ, Диссертация (Москва, МГПИ им. В. И. Ленина, 1960).
62. Л. С. Богданкевич, Излучение кольца с током, равномерно движущегося в гиротропном волноводе, ЖТФ 31, 311 (1961).
63. Л. С. Богданкевич и Б. М. Болотовский, Прохождение заряда параллельно оси цилиндрического канала в диэлектрике, ЖЭТФ 32, 1421 (1957).
64. Б. М. Болотовский, Прохождение точечных и протяженных зарядов через вещество, Диссертация (Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР, Москва, 1954).
65. Б. М. Болотовский, Теория эффекта Вавилова—Черенкова, УФН 62, 201 (1957).
66. Б. М. Болотовский, История открытия и объяснения излучения Вавилова—Черенкова, УФН 67, 163 (1959).
67. Б. М. Болотовский и А. А. Коломенский, О потерях энергии движущегося заряда в прозрачной среде, ДАН СССР 85, 59 (1952).
68. Б. М. Болотовский и А. А. Рухадзе, Поле заряженной частицы в движущейся среде, ЖЭТФ 37, 1346 (1959).
69. N. E. Booth, G. W. Hutchinson, B. Leadly, Черенковский детектор нейтронов, Proc. Phys. Soc. 71, 293 (1958).
70. N. E. Booth, B. Leadly, Тот же вопрос, J. Nucl. Instr. 1, 345 (1957).
71. Н. Бор, Прохождение атомных частиц через вещество, М., ИЛ, 1950.
72. О. Бор, Влияние взаимодействия атомов на прохождение атомных частиц через вещество, Приложение к книге Н. Бора <sup>71</sup>.
73. T. M. Brabant, V. T. Moyer, R. Wallace, Черенковский  $\gamma$ -спектрометр, Rev. Sci. Instr. 28, 421 (1957).
74. T. M. Brabant, B. Cork, N. Horwitz, B. J. Moyer, J. J. Murray, R. Wallace, W. A. Wentzel, Исследование с помощью черенковского спектрометра взаимодействия антипротонов с веществом, Phys. Rev. 101, 498 (1956).
75. T. M. Brabant, B. Cork, N. Horwitz, B. J. Moyer, J. J. Murray, R. Wallace, W. A. Wentzel, Тот же вопрос, Phys. Rev. 102, 1622 (1956).
76. T. M. Brabant, R. W. Kenney, R. Wallace, Измерения сечения рождения пар при энергиях в несколько  $B_{\text{эв}}$  с помощью черенковского спектрометра, Bull. Amer. Phys. Soc., Ser. II, 1, 251 (1956).
77. В. Б. Брагинский, Излучение электромагнитных волн при равномерном движении электрических зарядов вблизи неоднородностей (переходное излучение сгустков конечных размеров), Радиотехника и электроника 1, 225 (1956).
78. В. Б. Брагинский, Е. Р. Мустель, Опыты по генерированию сантиметровых радиоволн с помощью переходного излучения, Изв. вузов (Радиофизика), № 3, 124 (1958).
79. P. Budini, О потерях энергии релятивистской ионизирующей частицей в веществе и об излучении Черенкова, Nuovo cimento 10, 236 (1953); Phys. Rev. 89, 1147 (1953). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
80. P. Budini, L. Taffara, Ионизация и излучение Черенкова, Nuovo cimento 10, 1489 (1953).
81. P. Budini, L. Taffara, C. Viola, О потерях энергии на ионизацию, Nuovo cimento 18, 864 (1960).
82. P. Budini, L. Taffara, C. Viola, О релятивистском возрастании ионизационных потерь, Nuovo cimento 20, 265 (1961).
83. M. Cassels, Черенковский счетчик полного поглощения, CERN Symposium, 1956, v. 1, стр. 74.
84. T. M. Cassels, G. Fidescaro, A. M. Wetherell, J. R. Wormald, Конструкция черенковского  $\gamma$ -спектрометра, Proc. Phys. Soc. A70, 505 (1957).
85. O. Chamberlain, C. Wiegand, E. Segre, T. Ypsilantis, Применение черенковских счетчиков для регистрации антипротонов, Phys. Rev. 100, 947 (1955).

86. O. Chamberlain, C. Wiegand, Черенковский селектор по скоростям, CERN Symposium, 1956, v. 2, стр. 82.
87. Н. Л. Ципцадзе и А. Д. Патара, Черенковская генерация гидромагнитных и магнитозвуковых волн в разреженной анизотропной плазме, ЖЭТФ 30, 1178 (1960).
88. В. Н. Цытович, Излучение быстрых электронов, вращающихся по окружности в среде, Вестник МГУ 2, 27 (1951).
89. В. Н. Цытович, О взаимодействии со средой налетающего на нее тока, ЖЭТФ 34, 1646 (1958).
90. В. Н. Цытович, О взаимодействии со средой налетающего на нее кольцевого тока, ЖЭТФ 35, 1407 (1958).
91. П. А. Черенков, Видимое свечение чистых жидкостей под действием  $\gamma$ -радиации, ДАН СССР 2, 451 (1934).
92. П. А. Черенков, Влияние магнитного поля на видимое свечение жидкостей, вызываемое гамма-лучами, ДАН СССР 3, 12, 413 (1936).
93. П. А. Черенков, Видимое излучение, испускаемое электронами, движущимися в среде со скоростями, превышающими скорость света, Phys. Rev. 52, 378 (1937).
94. П. А. Черенков, Свечение чистых жидкостей под действием быстрых электронов, Изв. АН СССР, сер. физ., № 4—5, 455 (1937).
95. П. А. Черенков, Видимое свечение чистых жидкостей под действием жестких  $\gamma$ -лучей, ДАН СССР 14, 99 (1937).
96. П. А. Черенков, Условие распределения интенсивности свечения, вызываемого в чистых жидкостях  $\gamma$ -лучами, ДАН СССР 14, 103 (1937).
97. П. А. Черенков, Абсолютный выход свечения, вызываемого быстрыми электронами, Изв. АН СССР, ОМОН 760 (1938).
98. П. А. Черенков, Спектр свечения, вызываемого быстрыми электронами, ДАН СССР 20, 653 (1938).
99. П. А. Черенков, Абсолютный выход свечения, вызываемого электронами, движущимися в среде со сверхсветовой скоростью, ДАН СССР 21, 117 (1938).
100. П. А. Черенков, Пространственное распределение видимого излучения, вызываемого быстрыми электронами, ДАН СССР 21, 323 (1938).
101. П. А. Черенков, Излучение электронов при движении их в веществе со сверхсветовой скоростью, Тр. ФИАН 2, № 4 (1944).
102. П. А. Черенков, Излучение частиц сверхсветовой скорости и некоторые его применения (Нобелевская лекция), УФН 68, 377 (1959).
103. П. А. Черенков, И. Е. Тамм, И. М. Франк, Нобелевские лекции, М., Физматгиз, 1960.
104. W. Cziiz, I. Ericson, Sh. L. Glashow, Черенковская генерация мезонов при соударении нуклонов, Nucl. Phys. 13, 516 (1959).
105. W. Cziiz, Sh. L. Glashow, Черенковское рождение мезонов при соударении  $\pi$ -мезонов с нуклонами, Nucl. Phys. 20, 309 (1960).
106. З. А. Чижикова, Излучение Вавилова—Черенкова как эталон при исследовании люминесценции, Оптика и спектроскопия 7, 223 (1959).
107. P. D. Coleman, C. Enderby, Черенковская генерация миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн пучком электронов с энергией 1 Мэв, J. Appl. Phys. 31, 1695 (1960).
108. G. Collins, V. Reiling, Экспериментальная проверка теории Франка и Тамма, Phys. Rev. 54, 499 (1938). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
109. R. T. Cox, Импульс и энергия фотона и электрона в черенковском излучении, Phys. Rev. 66, 106 (1944). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
110. А. Е. Чудаков, N. M. Nesterova, Черенковское излучение широких атмосферных ливней, Nuovo cimento Suppl. al v. 8, Ser. X, 606 (1958).
111. А. Е. Чудаков, Н. М. Нестерова, В. И. Зацепин и Е. И. Тукиш, Черенковское излучение широких атмосферных ливней космических лучей, Труды Московской конференции по космическим лучам, т. II, Изд. АН СССР, М., 1960, стр. 47.
112. В. Л. Дадкин, Большой черенковский детектор космических лучей ПТЭ (1961).
113. F. S. Dainton, Связь черенковского излучения с биологическим действием радиоактивности, Ann. Rep. Chem. Soc. 45, 5 (1949).
114. M. Danos, S. Geschwind, H. Lashinsky, A. Trieg, Эффект Черенкова в микроволновой области, Phys. Rev. 92, 828 (1953).
115. M. Danos, H. Lashinsky, Генерация миллиметровых радиоволн, IRE Trans. MTT-2 (3), 21 (1952). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
116. M. Danos, Излучение Черенкова от протяженных электронных пучков, J. Appl. Phys. 26, 2 (1955). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
117. P. Debye, Арнольд Зоммерфельд и сверхсветовые скорости, Phys. Bl., N. 11, 568 (1960).

118. K. G. Dedrick, Влияние многократного рассеяния на угловую ширину черенковского излучения, *Phys. Rev.* 87, 891 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
119. P. I. Dee, W. T. Richards, Роль излучения света в биологическом действии проникающих частиц, *Nature* 168, 736 (1951).
120. R. H. Dick, Попытка регистрации космических лучей по черенковскому излучению, *Phys. Rev.* 71, 737 (1947). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
121. А. Н. Диденко, Взаимодействие между движущейся по окружности заряженной струей с током и магнитодиэлектриком, *ЖЭТФ* 35, 655 (1958).
122. Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров, Излучение заряженных частиц при пролете возле идеально проводящих тел, *ДАН СССР* 116, 377 (1957).
123. Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров, Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в проводящем экране, *ДАН СССР* 124, 792 (1959).
124. Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров, Излучение ультрарелятивистских зарядов при пролете через круглое отверстие в экране, *ДАН СССР* 124, 1026 (1959).
125. Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров, Излучение при пролете заряженных частиц возле идеально проводящих тел, *Радиотехника и электроника* 4, 303 (1959).
126. T. Duerden, B. D. Huams, Селективное устройство, позволяющее отделять слабый поток протонов космических лучей на уровне моря от большого фона  $\mu$ -мезонов и электронов, *Philos. Mag.* 43, 717 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
127. F. X. Eder, Обзорная статья, *Funk und Tel.*, № 3, 67 (1949).
128. В. Я. Эйдман, О черенковском излучении частицы, обладающей дипольным магнитным моментом, Труды Горьковского исследовательского физико-технического института и радиофизического факультета ГГУ (Ученые записки ХХХ), сер. физ., 229 (1956).
129. В. Я. Эйдман, Излучение электрона, движущегося в магнитоактивной среде по винтовой линии, *ЖЭТФ* 34, 131 (1958); Поправка к этой статье, *ЖЭТФ* 36, 1335 (1959).
130. В. Я. Эйдман, О силе реакции излучения, действующей на заряд в магнитоактивной плазме, *Изв. вузов (Радиофизика)* 3, 192 (1960).
131. Эффект Черенкова и поляризационные потери. Сб. переводов иностранной периодической литературы из серии «Проблемы современной физики», № 7, М., ИЛ, 1953.
132. G. R. Ellis, Эффект Вавилова—Черенкова и низкочастотное радиоизлучение полярных сияний, *J. Atm. Terr. Phys.* 10, 302 (1957).
133. Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк, Потери энергии заряженной частицей при прохождении через слоистый диэлектрик (параметрический эффект Вавилова—Черенкова), *ЖЭТФ* 32, 883 (1957).
134. U. Fano, Микротерия эффекта Черенкова, *Phys. Rev.* 103, 1202 (1956).
135. L. B. Felsen, A. Hessel, Теория многополосников и ее применение к задачам излучения Вавилова—Черенкова, *Nuovo cimento* 19, 1065 (1961).
136. E. Fermi, О влиянии поляризации среды на потери энергии заряженной частицей, *Phys. Rev.* 56, 1242 (1939).
137. E. Fermi, Ионизационные потери энергии в газах и конденсированных средах, *Phys. Rev.* 57, 485 (1940). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
138. I. Filosofo, Черенковский  $\gamma$ -спектрометр, *Nuovo cimento* 6, 701 (1957).
139. I. Filosofo, T. Yamagata, Большой черенковский счетчик для регистрации фотонов и электронов высокой энергии, *CERN Symposium*, 1956, v. I, стр. 85.
140. G. Finocchiaro, R. Finzi, L. Mezzetti, Осцинтилляции в устройствах для преобразования спектрального состава излучения Вавилова—Черенкова, *Nuovo cimento* 15, 317 (1960).
141. J. Fisher, R. March and L. Marshall, Конструкция черенковского  $\gamma$ -спектрометра, *Phys. Rev.* 109, 533 (1958).
142. V. Fitch, R. Motley, Черенковский селектор по скоростям, *Phys. Rev.* 101, 496 (1956).
143. G. N. Fowler, G. M. D. Jones, Потери энергии частицы в преломляющей среде, *Proc. Phys. Soc.* A66, 597 (1953).
144. И. М. Франк, Эффект Доплера в преломляющей среде, *Изв. АН СССР, сер. физ.* 6, 3 (1942).
145. И. М. Франк, Тот же вопрос, *J. Phys. USSR* 7, 49 (1943).
146. И. М. Франк, Излучение электронов, движущихся в веществе со сверхсветовой скоростью, *УФН* 30, 149 (1946).
147. И. М. Франк, Явление интерференции для радиации Черенкова, *ДАН СССР* 42, 354 (1944).
148. И. М. Франк, Излучение Черенкова для мультиполей. Сб. «Памяти С. И. Вавилова», М., Изд-во АН СССР, 1952, стр. 172.

149. И. М. Ф р а н к, Длительность вспышки в эффекте Вавилова—Черенкова, УФН 58, 11 (1955).
150. И. М. Ф р а н к, Оптика источников света, движущихся в преломляющих средах (Нобелевская лекция), УФН 68, 387 (1959).
151. И. М. Ф р а н к, О роли групповой скорости света при излучении в преломляющей среде, ЖЭТФ 36, 823 (1959); см. также препринт ОИЯИ Р-237, Дубна, 1958.
152. И. М. Ф р а н к, Более подробный вариант предыдущей статьи. Сборник «Исследования по экспериментальной и теоретической физике. Памяти акад. Г. С. Ландсберга», Изд-во АН СССР, М., 1959.
153. И. М. Ф р а н к, Излучение Вавилова—Черенкова. Лекция на Всемирной выставке в Брюсселе 13 авг. 1958 г., М., изд-во «Знание», 1959.
154. И. М. Ф р а н к, О критической скорости при излучении света в оптически анизотропных средах, ЖЭТФ 38, 1751 (1960).
155. И. М. Ф р а н к и В. Л. Г и н з б у р г, Излучение равномерно движущегося электрона при его переходе из одной среды в другую, J. Phys. USSR 9, 353 (1945).
156. F. A. F u e r t e s, Об излучении, испускаемом электронами при равномерном движении, Instituto de Fisica, Universidad Nacional del Tucuman, Argentina. Публикация № 465.
157. R. G a b r i e l, E. G a r w i n, C. Y o r k, Черенковский  $\gamma$ -спектрометр, Univ. of Chicago Report, № 325, Chicago, Illinois.
158. W. G a l b r a i t h, J. V. J e l l e y, Сообщение о световых вспышках ночного неба, связанных с ливнями в космических лучах, Nature 171, 349 (1953).
159. W. G a l b r a i t h, J. V. J e l l e y, Световые вспышки ночного неба и черенковское излучение; см. также J. Atm. Terr. Phys. 6, 250 (1955).
160. Г. М. Г а р и б я н, К микроскопическому выводу формулы потерь Ферми, Изв. АН СССР, сер. физ. 9, 46 (1956).
161. Г. М. Г а р и б я н, Переходное излучение при наклонном падении, Изв. АН Арм. ССР 11, 7 (1958).
162. Г. М. Г а р и б я н, Излучение заряженной частицы, пролетающей через слоистую среду, ЖЭТФ 35, 1435 (1958).
163. Г. М. Г а р и б я н, К теории переходного излучения и ионизационных потерь энергии частицы, ЖЭТФ 37, 527 (1959).
164. Г. М. Г а р и б я н, Переходное излучение при наклонном падении заряда, ЖЭТФ 38, 1814 (1960).
165. Г. М. Г а р и б я н, Влияние многократного рассеяния на переходное излучение, ЖЭТФ 39, 332 (1960).
166. Г. М. Г а р и б я н, И. И. Г о л ь д м а н, Излучение частицы в слоистой среде, ДАН Арм. ССР 31, 219 (1960).
167. Г. М. Г а р и б я н, Г. А. Ч а л и к я н, Излучение заряженной частицы, пролетающей через пластинку, ЖЭТФ 35, 1282 (1958).
168. Г. М. Г а р и б я н, Г. А. Ч а л и к я н, Черенковское и переходное излучение частицы, пролетающей через пластинку, Изв. АН Арм. ССР 11, 49 (1959).
169. Г. М. Г а р и б я н, И. Я. П о м е р а н ч у к, О пределах применимости теории переходного излучения, ЖЭТФ 37, 1828 (1959).
170. Г. М. Г а р и б я н, О. С. М е р г е л я н, Черенковское и переходное излучение заряженной нити, несущей ток, Изв. АН Арм. ССР 12, 91 (1959).
171. Г. М. Г а р и б я н, О. С. М е р г е л я н, Излучение заряда, пролетающего параллельно границе раздела сред, Изв. АН Арм. ССР 13, 123 (1960).
172. I. A. G e t t i n g, Использование конуса из прозрачного вещества для фокусирования черенковского излучения в параллельный пучок, Phys. Rev. 71, 123 (1947). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
173. В. Л. Г и н з б у р г, К квантовой электродинамике. III, ДАН СССР 24, 131 (1939).
174. В. Л. Г и н з б у р г, Излучение электрона, движущегося с постоянной скоростью в кристалле, ЖЭТФ 10, 608 (1939).
175. В. Л. Г и н з б у р г, Та же тема, J. Phys. USSR 3, 101 (1940).
176. В. Л. Г и н з б у р г, Квантовая теория излучения электрона, равномерно движущегося в среде, ЖЭТФ 10, 589 (1940).
177. В. Л. Г и н з б у р г, Та же тема, J. Phys. USSR 2, 441 (1940).
178. В. Л. Г и н з б у р г, Эффект Черенкова для частицы со спином  $3/2$ , ЖЭТФ 12, 425 (1942).
179. В. Л. Г и н з б у р г, Та же тема, J. Phys. USSR 7, 115 (1943).
180. В. Л. Г и н з б у р г, Эффект Черенкова для векторного мезона, J. Phys. USSR 5, 47 (1941).
181. В. Л. Г и н з б у р г, Об излучении электрона, движущегося вблизи диэлектрика, ДАН СССР 56, 145 (1947).
182. В. Л. Г и н з б у р г, Об использовании эффекта Черенкова для генерации радиоволн, ДАН СССР 56, 253 (1947).



183. В. Л. Гинзбург, Об излучении микрорадиоволн и их поглощении в воздухе (о применении эффекта Черенкова для генерации радиоволн), Изв. АН СССР, сер. физ. 11, 165 (1947).
184. В. Л. Гинзбург, О черенковском излучении магнитного диполя. Сб. «Памяти С. И. Вавилова», М., Изд-во АН СССР, 1952, стр. 193.
185. В. Л. Гинзбург, Об особенностях излучения Вавилова—Черенкова в среде с пространственной дисперсией, ЖЭТФ 34, 1593 (1958).
186. В. Л. Гинзбург, Некоторые вопросы теории излучения при сверхсветовом движении в среде, УФН 69, 537 (1959).
187. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, Излучение равномерно движущегося электрона, возникающего при его переходе из одной среды в другую, ЖЭТФ 16, 15 (1946).
188. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, Об эффекте Доплера при сверхсветовой скорости, ДАН СССР 56, 583 (1947).
189. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, Излучение электрона и атома, движущихся по оси канала в плотной среде, ДАН СССР 56, 699 (1947).
190. В. Л. Гинзбург, В. М. Файн, Об излучении систем с многими уровнями, движущихся в среде со сверхсветовой скоростью, ЖЭТФ 35, 817 (1958).
191. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдман, О черенковском излучении дипольных моментов (излучение в канале), ЖЭТФ 35, 1508 (1958).
192. В. Л. Гинзбург и В. Я. Эйдман, О некоторых особенностях излучения электромагнитных волн частицами, движущимися со сверхсветовой скоростью, Изв. вузов (Радиофизика) 2, 331 (1959).
193. В. Л. Гинзбург, В. Я. Эйдман, О силе реакции излучения при движении зарядов в среде, ЖЭТФ 36, 1823 (1959).
194. В. И. Гольдманский и Г. Б. Жданов, О черенковском излучении космических частиц в атмосфере, ЖЭТФ 26, 405 (1954).
195. И. И. Гольдман, Тормозное излучение на границе среды с учетом многократного рассеяния, ЖЭТФ 38, 1867 (1960).
196. P. Goldsmith and T. V. Jolley, Переходное излучение в оптической области от протонов, падающих на металлическую поверхность, Philos. Mag. 4, 836 (1959).
197. M. A. Grienfield, A. Norman, A. H. Dowdly, P. M. Krazt, Измерения спектрального распределения черенковского излучения, J. Opt. Soc. Amer. 43, 42 (1953).
198. В. Д. Грушин, В. А. Запелалов, Е. М. Лейкин, Черенковский  $\gamma$ -спектрометр полного поглощения, ПТЭ, № 2, 27 (1960).
199. G. Gyorgyi, Тензор энергии—импульса Абрагама и условие черенковского излучения, Magyar Fizikai Folyoirat 3, 369 (1955).
200. O. Halpern, H. Hall, Потери энергии заряженной частицы в преломляющей среде, Phys. Rev. 73, 477 (1948).
201. R. J. Hanson, D. C. Moore, Газовый черенковский счетчик с переменным порогом, Nuovo cimento 4, 1558 (1956).
202. J. M. Harding, K. E. Henderson, Эксперименты по черенковскому излучению вблизи порога, Phys. Rev. 74, 1560 (1948).
203. S. Hayakawa, K. Kitao, Потери энергии заряженной частицей, движущейся в сверхпроводнике, Progr. Theor. Phys. 16, 131 (1956).
204. E. Heiberg, J. Marshall, Устройство для преобразования спектрального состава черенковского излучения, Rev. Sci. Instr. 27, 618 (1956).
205. Н. А. Хижняк, Потери энергии заряженным диском, равномерно движущимся в волноводе, Радиотехника и электроника 5, 654 (1960).
206. Н. А. Хижняк и В. П. Шестопалов, Особенности эффекта Вавилова—Черенкова в анизотропных волноводах, Труды радиофиз. факультета Харьк. гос. ун-та 3, 69 (1959).
207. N. Hockyo, Черенковское излучение при учете взаимодействия заряженной частицы с плазменными колебаниями, Nucl. Fusion Res. (Tokyo) 6, № 2, 69 (1961).
208. R. Hofstadter, Черенковские счетчики, CERN Symposium, 1956, v. 1, стр. 75.
209. N. Horwitz, Измерение потока  $\alpha$ -частиц в космических лучах с помощью черенковского счетчика, Phys. Rev. 98, 165 (1955).
210. P. Hubert, Популярная статья, Atomes, № 112, 224 (1955).
211. M. Huybrechts, C. Schonberg, Ионизация при релятивистских энергиях и поляризационный эффект, Nuovo cimento 9, 764 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
212. Д. Д. Иваненко, В. С. Гургенидзе, Эффект Черенкова в ферромагнетике, ДАН СССР 67, 997 (1949).
213. Д. Д. Иваненко, В. С. Гургенидзе, Тот же вопрос, Вестник МГУ, № 2, 169 (1950).

214. Д. Д. Иваненко, А. А. Соколов, Классическая теория поля, изд. 2-е, М.—Л., Гостехиздат, 1951, § 27. Изложение классической теории эффекта Черенкова.
215. Д. Д. Иваненко, В. Н. Цытович, Тот же вопрос, что и в работах <sup>212, 213</sup>, ЖЭТФ 28, 291 (1955).
216. В. Л. Инденбом, Нетормозное рождение мезонов, ЖЭТФ 21, 737 (1951).
217. P. Janssens, M. Huysbrechts, Потери энергии на соударения в среде, Centre de physique nucleaire University libre de Bruxelles, № 29, April 1951.
218. J. M. Jauch, K. M. Watson, Квантовая теория эффекта Черенкова, Phys. Rev. 74, 1485 (1948).
219. J. M. Jauch, K. M. Watson, Тот же вопрос, Phys. Rev. 75, 1249 (1949).
220. В. В. Железняков, О магнитотормозном излучении заряженных частиц в плазме, Изв. вузов (Радиофизика) 2, 14 (1959).
221. Б. Л. Желнов, Выход в вакуум черенковского излучения, возникающего на продольных волнах в среде, ЖЭТФ 40, 170 (1961).
222. J. V. Jelleu, Регистрация заряженных частиц космического излучения по эффекту Черенкова в дистиллированной воде, Proc. Phys. Soc. A46 82 (1951).
223. J. V. Jelleu, Обзорная статья, Atomics 4, 81 (1953).
224. J. V. Jelleu, Обзорная статья, Progr. Nucl. Phys. (Frisch) 3, 84 (1953). (Перевод см. УФН 58, 231 (1956)).
225. J. V. Jelleu, Расчет черенковского счетчика для протонного синхротрона Бирмингемского университета, AERE, Report. № NP/R1770.
226. J. V. Jelleu, О фокусирующих черенковских счетчиках, CERN, Symposium, 1956, v. 1, стр. 76.
227. Дж. Джели, Черенковское излучение. Пер. с англ., М., ИЛ, 1960.
228. J. V. Jelleu, W. Galbraith, Световые вспышки ночного неба, Philos. Mag. 44, 619 (1953).
229. J. V. Jelleu, W. Galbraith, Вторая часть работы <sup>149</sup>, J. Atm. Terr. Phys. 6, 304 (1955).
230. M. H. L. Jester, Спектрометр  $\gamma$ -квантов, University of California, Radiation Laboratory Report, URCL-2990.
231. W. B. Jones, H. R. Kratz, J. Rouvina, Черенковский счетчик на полное поглощение, Rev. Sci. Instr. 28, 167 (1957).
232. М. И. Каганов, Движение заряженной частицы в анизотропном диэлектрике с осевой симметрией, ЖТФ 23, 507 (1953).
233. М. И. Каганов, Излучение заряда, движущегося равномерно по окружности в анизотропном диэлектрике (одноосный кристалл), Тр. физ. отделения физ.-мат. фак-та Харьковского гос. ун-та 4, 67 (1953).
234. М. И. Каганов, Пучок в цилиндрическом волноводе, нагруженном анизотропным диэлектриком (кинетическая теория), ЖЭТФ 23, 523 (1953).
235. И. М. Каганов, Пучок в цилиндрическом волноводе, нагруженном анизотропным диэлектриком, ЖЭТФ 23, 514 (1953).
236. М. И. Каганов, Взаимодействие заряженных частиц с медленными волнами в анизотропном диэлектрике, Диссертация (Харьковский гос. ун-т, 1954.)
237. С. П. Капица, Излучение заряда, движущегося в неоднородной среде, ЖЭТФ 39, 1367 (1960).
238. A. Kantz, R. Hofstadter, Черенковские счетчики для частиц большой энергии, Nucl. Phys. 12 (3), 36 (1954).
239. К. Китао, Потери энергии и излучение заряженной частицы, движущейся по окружности в магнитном поле, Progr. Theor. Phys. 23, 759 (1960).
240. В. В. Kinsey, W. Wentzel, Конструкция газового черенковского счетчика, CERN Symposium, Geneva, v. 2, 1956, стр. 68.
241. Н. Клепиков, К вопросу о переходном излучении, Вестник МГУ, № 8, 61 (1951).
242. Ю. Л. Климонтович, О возможном статистическом описании систем частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем, ЖЭТФ 35, 1276 (1958).
243. Ю. Л. Климонтович, В. П. Силин, О коллективных потерях при прохождении заряженных частиц через вещество, УФН 70, 247 (1960).
244. А. А. Коломенский, Излучение электрона, равномерно движущегося в электронной плазме, помещенной в постоянное магнитное поле, Отчет ФИАН, 1951.
245. А. А. Коломенский, Прохождение заряженной частицы через диэлектрик или электронную плазму, помещенные в магнитное поле, Отчет ФИАН, 1952.
246. А. А. Коломенский, Излучение Черенкова и поляризационные потери в одноосном кристалле, ДАН СССР 86, 1097 (1952).
247. А. А. Коломенский, Эффект Черенкова в гиротропной среде, ЖЭТФ 24, 167 (1953).
248. А. А. Коломенский, Излучение электрона, равномерно движущегося в электронной плазме, помещенной в магнитном поле, ДАН СССР 106, 982 (1956).

249. Н. А. Корхмазян, Решение задачи о переходном излучении методом изображений, Изв. АН Арм. ССР 10, вып. 4, 29 (1957).
250. Н. А. Корхмазян, Переходное излучение при наклонном падении заряда, Изв. АН Арм. ССР 11, вып. 6, 87 (1958).
251. Н. А. Корхмазян, Переходное излучение вперед при наклонном падении, Изв. АН Арм. ССР 13, вып. 2, 139 (1960).
252. В. А. Коршунюв, Г. В. Скроцкий, К вопросу об эффекте Доплера в теории свечения Вавилова—Черенкова, Изв. вузов (Физика), № 4, 56 (1960).
253. U. E. Kruse, L. Marshall, J. R. Platt, Синхротронное излучение в радиоспектре Солнца. В добавлении к работе содержится поправка к статье <sup>290</sup>, Astrophys. J. 124, 601 (1956).
254. А. Б. Куканов, Квантовая теория излучения Вавилова—Черенкова магнитным моментом, Оптика и спектроскопия 10, 289 (1961).
255. В. Н. Курдюмов, О тормозящей и отклоняющей силе, действующей на электрон, движущийся в одноосном кристалле, со стороны испускаемого им черенковского излучения, ДАН СССР 134, 563 (1960).
256. M. A. Lamper, Взаимодействие электромагнитной волны со сверхсветовым пучком электронов, Phys. Rev. 102, 299 (1956). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
257. Л. Д. Ландау, Приложение редактора перевода к книге Н. Бора <sup>71</sup>.
258. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М.—Л., Гостехиздат, 1957.
259. А. И. Ларкин, Прохождение частиц через плазму (квантовая теория), ЖЭТФ 37, 264 (1959).
260. H. Lashinsky, Излучение Черенкова от протяженных электронных пучков, движущихся вблизи среды с комплексным показателем преломления, J. Appl. Phys. 27, 631 (1956). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
261. H. Lashinsky, Генерация микрорадиоволн с помощью излучения Вавилова—Черенкова, Proc. of the Symposium on millimeter waves, Polytechnic Institute of Brooklyn, March 31—April 1, 1959, стр. 181.
262. J. D. Lawson, Связь между черенковским и тормозным излучением, Philos. Mag. 45, 748 (1948).
263. М. Л. Левин, Взаимодействие двух параллельно летящих черенковских электронов, ЖЭТФ 20, 381 (1950).
264. В. М. Ленченко, Потери энергии быстрых заряженных частиц, проходящих через вещество с постоянной скоростью. Диссертация (Ср.-Азиатский гос. ун-т, Ташкент, 1955).
265. Л. Менха, О черенковском излучении частицы, обладающей зарядом и собственным магнитным моментом (квантовая теория), ЖЭТФ 38, 934 (1960).
266. Л. Менха, Тот же вопрос (классическая теория), Вестник МГУ (Физика, Астрономия), № 6, 78 (1960).
267. Yin-yuan Li, Угловая ширина конуса черенковского излучения, Phys. Rev. 80, 104 (1950).
268. Yin-yuan Li, Поправка к предыдущей работе, Phys. Rev. 82, 281 (1951).
269. S. I. Lindénbaum, A. Persner, Описание черенковского счетчика, Rev. Sci. Instr. 25, 285 (1954).
270. I. Lindhard, Потери энергии заряженной частицы в среде с пространственной дисперсией, Dansk. Mat. Fys. Medd. 28, № 8 (1954).
271. И. Линдхарт, Прохождение быстрых заряженных частиц через вещество. Сб. статей «Нильс Бор и развитие физики» под ред. В. Паули, М., ИЛ, 1958.
272. J. G. Linhart, Излучение Черенкова при движении заряда, параллельно границе диэлектрика, J. Appl. Phys. 26, 527 (1955). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
273. J. G. Linhart, Эффект Вавилова—Черенкова в диапазоне сверхвысоких частот, L'onde électrique 36, 979 (1956). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
274. J. G. Linhart, Обзорная статья, Research 8 (10), 402 (1955).
275. I. Linsley, Регистрация многократно заряженных первичных космических частиц с помощью черенковских счетчиков, Phys. Rev. 93, 899 (1954).
276. I. Linsley, Тот же вопрос, Phys. Rev. 97, 1292 (1955).
277. I. Linsley, Тот же вопрос, Phys. Rev. 101, 826 (1956).
278. I. Linsley, N. Horwitz, Описание черенковских счетчиков с тонкими люминесцирующими радиаторами, Rev. Sci. Instr. 26, 557 (1955).
279. Л. Г. Ломизе, Расчет черенковского излучателя в диапазоне СВЧ, Радиотехника и электроника 5, 707 (1960).
280. Л. Г. Ломизе, О переходном и тормозном излучении в волноводных системах, Радиотехника и электроника 5, 1546 (1960).
281. Л. Г. Ломизе, Сравнительные характеристики черенковского, переходного, и тормозного излучения в диапазоне коротких радиоволн, ЖТФ 31, 301 (1961).
282. Ю. М. Лоскутов, О черенковском излучении электрона с ориентированным спином (квантовая теория), Научн. доклады высш. шк., сер. физ.-мат. 4. 103 (1958).

283. Ю. М. Лоскутов, А. Б. Куканов, О поляризации излучения «сверх-световым» магнитным моментом (квантовая теория), ЖЭТФ 34, 477 (1958).
284. A. L u n d b y, Конструкция черенковского счетчика, CERN Symposium, Geneva, v. 2, 1956, стр. 68.
285. L. M a l l e t, Спектральные исследования люминесценции воды и других сред под действием  $\gamma$ -излучения, Compt. rend. 183, 274 (1926); 187, 222 (1929); 188, 445 (1929).
286. M. M a n d o, Черенковские счетчики без фокусировки, Nuovo cimento 12, 5 (1954).
287. J. M a r s h a l l, Черенковские счетчики для быстрых электронов, Phys. Rev. 81, 275 (1951).
288. J. M a r s h a l l, Регистрация частиц по черенковскому излучению, Phys. Rev. 86, 685 (1952).
289. J. M a r s h a l l, Обзор по черенковским счетчикам, Ann. Rev. Nucl. Sci. 4, 141 (1954).
290. L. M a r s h a l l, Черенковское излучение и спектр радиоизлучения Солнца, Astrophys. J. 124, 469 (1956). (См. <sup>253</sup>.)
291. J. M a r s h a l l, Черенковские счетчики, CERN Symposium, 1956, v. 1, стр. 63.
292. G. M a r x, G. G y o r g y i, Тензор энергии — импульса электромагнитного поля в среде, Ann. Phys. 16, 241 (1955). (См. также <sup>189</sup>.)
293. R. L. M a t h e r, Определение энергии протонов с помощью черенковского детектора, Phys. Rev. 84, 181 (1951).
294. J. W. M a t h e r, E. A. M a r t i n e l l i, Рождение нейтральных мезонов на водороде протонами с энергией 340 Мэв; применение черенковских счетчиков, Phys. Rev. 92, 780 (1953).
295. J. W. M a t h e r, E. A. M a r t i n e l l i, Описание черенковского счетчика, University of California, Radiation Report, № 1646.
296. Ю. А. Матуденко, И. А. Савин, В. С. Ставинский, Об измерении скорости частиц методом интерференции излучения Вавилова—Черенкова, ПТЭ, № 3, 44 (1956).
297. F. B. M c D o n a l d, Измерение потока  $\alpha$ -частиц космического излучения с помощью черенковского счетчика, Phys. Rev. 104, 1723 (1956).
298. E. M a u r e r, H. K o l z, Обзорная статья, Z. angew. Phys. 2, 223 (1950).
299. О. С. Мергелян, Излучение заряженной нити, несущей ток, при движении параллельно границе раздела двух сред, Изв. АН Арм. ССР 13, № 3, 107 (1960).
300. С. М и х а л я к, Исследование переходного излучения, Диссертация (МГУ, НИИЯФ, Москва, 1961).
301. C. H. M i l l a r, E. P. H i n c k s, Экспериментальная проверка формулы Франка—Тамма, Canad. J. Phys. 35, 363 (1957).
302. Миллиметровые и субмиллиметровые радиоволны. Сб. переводов, М., ИЛ, 1959.
303. J. M o f f a t, M. W. S t r i n g f e l l o w, Черенковский детектор полного поглощения для фотонов с энергией около 100 Мэв, J. Sci. Instr. 35, 18 (1958).
304. А. И. Морозов, Эффект Черенкова для проводника с током, Вестник МГУ, сер. физ.-мат., № 1, 72 (1957).
305. А. И. Морозов, Об электромагнитном взаимодействии движущихся шнуров с током со средой, Диссертация (МГУ, 1957).
306. А. И. Морозов, О взаимодействии между движущейся нитью с током и проводящей стенкой, ЖЭТФ 31, 1079 (1956).
307. А. И. Морозов, Об излучении точечного заряда, равномерно движущегося вдоль поверхности изотропной среды, ЖЭТФ 32, 1260 (1957).
308. А. И. Морозов, О применении граничных условий Леонтовича в теории излучения Вавилова—Черенкова, ЖЭТФ 33, 933 (1957).
309. А. И. Морозов, Черенковская генерация магнитозвуковых волн. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. IV, М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 331.
310. А. И. Морозов, Л. С. Соловьев, О гашении колебаний плазменного шнура (черенковское излучение шнуров с током), там же, стр. 391.
311. W. E. M o t t, R. B. S u t t o n, Обзор по черенковским счетчикам, Handb. d. Phys. Bd. 45, 1958, стр. 164.
312. H. M o t z, S. I. S c h i f f, О групповой и фазовой скорости света при излучении Вавилова—Черенкова, Amer. J. Phys. 21, 258 (1953). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
313. H. M o t z, Излучение пучков быстрых электронов, J. Appl. Phys. 22, 527 (1951). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
314. H. M o t z, M. N a k a m u r a, Излучение электрона в бесконечном волноводе, Ann. Phys. 7, № 1, 84 (1959).
315. H. M o t z, Эффект Черенкова и излучение ондулятора, Trans. IRE, AP-4, № 3, 374 (1956). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
316. G. M o u r i e r, Эффект Вавилова—Черенкова и генерация радиоволн, L'onde electrique, № 371, 132 (1958).

317. С. Muzikar, Эффект Черенкова в волноводе, заполненном диэлектриком, *Czech. J. Phys.* 5 (1), 9 (1955).
318. Ч. Музикарж, Эффект Вавилова—Черенкова в одноосных кристаллах, *ЖЭТФ* 39, 163 (1960).
319. Ч. Музикарж, В. Е. Пафомов, Излучение Вавилова—Черенкова в анизотропном магнетике. Препринт ОИЯИ, Р-604, Дубна, 1960; Чехослов. физ. ж. (в печати).
320. B. D. Nag, A. M. Sayed, Эффект Вавилова—Черенкова в движущейся среде, *Proc. Roy. Soc. A* 235, 544 (1951). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
321. S. M. Neamtan, Квантовая теория эффекта Черенкова, *Phys. Rev.* 92, 1362 (1953).
322. И. М. Нестерова и А. Е. Чудаков, О наблюдении черенковского излучения, сопровождающего широкие атмосферные ливни космических лучей, *ЖЭТФ* 28, 384 (1955).
323. K. W. Ogilvie, Применение черенковского счетчика в измерениях протонной компоненты космических лучей, *Canad. J. Phys.* 33 (9), 555 (1955).
324. R. H. Pantell, Взаимодействие электронного пучка с быстрыми волнами, *Proc. of the Symposium on millimeter Waves*, Polytechnic Institute of Brooklyn, March 31—April 1, 1959, стр. 301.
325. В. С. Пантуев, М. Н. Хачатурян, И. В. Чувилло, Черенковский спектрометр для измерения энергии  $\gamma$ -квантов, *ПТЭ*, № 1, 19 (1960).
326. В. Е. Пафомов, Эффект Черенкова в анизотропной среде. Дипломная работа (МГУ, Физ. фак-тет, 1952).
327. В. Е. Пафомов, Излучение Черенкова в анизотропных ферритах, *ЖЭТФ* 30, 761 (1956).
328. В. Е. Пафомов, О некоторых особенностях излучения Вавилова—Черенкова в анизотропных средах (Отрицательная групповая скорость), *ЖЭТФ* 32, 366 (1957).
329. В. Е. Пафомов, Излучение точечного заряда, летящего вдоль границы раздела двух сред, *ЖЭТФ* 32, 610 (1957).
330. В. Е. Пафомов, Излучение электрона, пролетающего через пластинку *ЖЭТФ* 33, 1074 (1957).
331. В. Е. Пафомов, К теории излучения Вавилова—Черенкова в анизотропных средах и при наличии границ. Диссертация (ФИАН, 1957).
332. В. Е. Пафомов, О переходном излучении и излучении Вавилова—Черенкова, *ЖЭТФ* 36, 1853 (1959).
333. В. Е. Пафомов, Излучение заряженной частицы при пролете через пластинки, *ЖЭТФ* 39, 134 (1960).
334. В. Е. Пафомов, О влиянии многократного рассеяния на переходное излучение, *ДАН СССР* 133, 1316 (1960).
335. J. R. Piegse, Взаимодействие движущихся зарядов с колебательными контурами, *J. Appl. Phys.* 26 (5), 627 (1955). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
336. И. В. Полубаринов, Квантовая теория эффекта Вавилова—Черенкова в анизотропных средах. Дипломная работа (МГУ, Физ. фак-тет, 1953).
337. А. П. Поликаров, О сверхсветовом излучении космических частиц в земной атмосфере, *Докл. Болгарской Акад. наук* 7, № 2, 29 (1954).
338. D. Pines, Коллективные потери в твердых телах, *Revs. Mod. Phys.* 28, 184 (1956).
339. B. T. Price, Ионизация, производимая релятивистскими частицами. (В этом обзоре имеется полная библиография по вопросу о вкладе черенковских потерь в полные потери энергии частицы.), *Repts. Progr. Phys.* 18, 52 (1955).
340. N. A. Porter, Влияние преобразования спектрального состава излучения на эффективность черенковского счетчика, *Nuovo cimento* 5, 526 (1957).
341. N. Porter, A. C. Sherwood, Черенковский спектрометр, *The Oxford Conference on Extensive Air Showers*, 1956, стр. 71.
342. J. A. Rich, R. E. Slovacek, F. J. Studer, Черенковское излучение от  $\text{Co}^{60}$  в воде, *J. Opt. Soc. Amer.* 43 (9), 750 (1953).
343. A. Roberts, Черенковский детектор, позволяющий точно измерять скорость и направление. Препринт № VO 9031, University of Rochester, Rochester, N. Y., 1960.
344. S. Robin, Краткий обзор, *J. phys. et radium* (Paris) 11, January (1950).
345. М. И. Рязанов, Феноменологический учет влияния непроводящей среды в квантовой электродинамике (квантовая теория эффекта Вавилова—Черенкова), *ЖЭТФ* 32, 1244 (1957).
346. М. И. Рязанов, Квантовая теория излучения Вавилова—Черенкова. Сб. «Некоторые вопросы теоретической физики», М., Атомиздат, 1958, стр. 75.
347. Г. С. Саакян, Индуцированное черенковское излучение, *ДАН Арм. ССР* 28, № 3, 121 (1959).

348. Г. С. Саакян, О дисперсии при очень больших плотностях и температурах среды, ЖЭТФ 38, 843 (1960). (Рассматривается эффект Вавилова—Черенкова в таких средах.)
349. К. Saito, K. Suga, Устройство для преобразования спектрального состава излучения Вавилова—Черенкова, Nuovo cimento 11, 600 (1959).
350. А. М. Сауид, Черенковское излучение в канале, заполненном диэлектриком, Proc. Phys. Soc., № 459, 398 (1958).
351. L. I. Schiff, Квантовая теория эффекта Черенкова, Quantum Mechanics, McGraw Hill, N. Y., 1949.
352. М. Schönb erg, Потери энергии на столкновение движущейся в среде частицей, Bull. centre phys. nucl. Université de Bruxelles 20, 1 (1950); Nuovo cimento 8 (3), 159 (1951); 9 (2), 210 (1952); 9 (4), 372 (1952).
353. G. Schmidt, Эффект Черенкова в волноводах с диафрагмами и других ограниченных объемах, Magyar Fizikai Folyoirat 4, 453 (1956).
354. В. А. Шахбазян, О соотношении между боровскими и черенковскими потерями, Изв. АН Арм. ССР 9, № 5, 91 (1956).
355. В. Д. Шафранов, Распространение электромагнитного поля в среде с пространственной дисперсией (черенковское поглощение в плазме), ЖЭТФ 34, 1475 (1958).
356. М. Я. Ширококов, Эффект Черенкова для частицы со спином 2, ЖЭТФ 19, 481 (1949).
357. В. П. Силин, О коллективных потерях быстрых электронов, проходящих через вещество, ЖЭТФ 37, 273 (1959).
358. А. Г. Ситенко, Применение метода нормальных колебаний в классической теории излучения. Диссертация. (Рассмотрены задачи, связанные с прохождением заряда через среду, в частности, излучение заряда, равномерно вращающегося по окружности в изотропной среде, черенковское излучение в волноводе, заполненном диэлектриком, и т. д.) (Харьк. гос. ун-т, 1952).
359. А. Г. Ситенко, О прохождении заряженной частицы через магнетик, ДАН СССР 98, 377 (1954).
360. А. Г. Ситенко, Эффект Черенкова в ферродиелектрике, ЖТФ 23, 2200 (1953).
361. А. Г. Ситенко, О прохождении заряженной частицы через диэлектрик, обладающий потерями, Уч. зап. Харьк. ун-та 64, Тр. физ. отд. физ.-мат. фак-та 6, 17 (1955).
362. А. Г. Ситенко, М. И. Каганов, О потерях энергии на черенковское излучение в кристалле, ДАН СССР 100, 681 (1955).
363. А. Г. Ситенко, А. А. Коломенский, Эффект Черенкова в одноосном гиротропном кристалле, ЖЭТФ 30, 511 (1956).
364. А. Г. Ситенко, В. С. Ткалич, Об эффекте Черенкова при движении заряда над границей раздела двух сред, ЖТФ 29, 1074 (1959).
365. K. Skarvag, A. Lundby, Черенковское излучение в реакторе с тяжелой водой, JENER Report, № 22.
366. T. Smith, E. M. Purcell, Излучение заряженной частицы, движущейся вблизи дифракционной решетки. Phys. Rev. 92, 1069 (1953). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
367. А. Соколов, Квантовая теория эффекта Черенкова, ДАН СССР 28, 415 (1940).
368. А. Соколов, Д. Иваненко, Квантовая теория поля, М., Гостехиздат, 1952 (параграф, посвященный квантовой теории черенковского излучения).
369. А. А. Соколов, Ю. М. Лоскутов, О поляризационных свойствах излучения Черенкова (квантовая теория), ЖЭТФ 32, 630 (1957).
370. А. А. Соколов и Ю. М. Лоскутов, О черенковском излучении продольно поляризованных электронов (квантовая теория), ЖЭТФ 34, 1022 (1958).
371. A. Sommerfeld, Поле сверхсветового электрона в пустоте, Proc. Amst. Acad. 26 (1904).
372. A. Sommerfeld, Тот же вопрос, Gott. Nachr., 1905, стр. 201.
373. А. Зоммерфельд, Оптика, ИЛ, 1953.
374. В. Н. Зрелов, Г. Д. Столетов, Измерение скорости протонов по углу излучения Вавилова—Черенкова, ЖЭТФ 36, 659 (1959).
375. R. M. Sternheimer, Эффект плотности и потери энергии заряженными частицами в различных средах, Phys. Rev. 88, 851 (1952).
376. R. M. Sternheimer, Потери энергии быстрой заряженной частицей на излучение Вавилова—Черенкова, Phys. Rev. 89, 1148 (1953).
377. R. M. Sternheimer, Тот же вопрос, Phys. Rev. 91, 256 (1953).
378. R. B. Sutton, T. H. Fields, J. G. Fox, J. A. Kane, W. E. Mott, R. A. Smallwood, Применение черенковских счетчиков в экспериментах по рассеянию протонов на протонах, Phys. Rev. 97, 783 (1955).
379. W. F. G. Swanp, О влиянии поляризации среды на потери энергии, J. Franklin Inst. 226, 598 (1938).

380. С. Е. Swartz, Черенковский спектрометр полного поглощения, *Nucleonics* 14, № 4, 44 (1956).
381. С. Е. Swartz, J. W. DeWige, Исследования с черенковским  $\gamma$ -спектрометром, *Phys. Rev.* 98, 1164 (1955).
382. М. С. Сви́рский, К вопросу о поглощении и испускании фотонов, *Физ. мет. и металлвед.* 2, 397 (1956).
383. И. Е. Тамм, Излучение равномерно движущихся электронов, *J. Phys. USSR* 1, 439 (1939).
384. И. Е. Тамм, Общие свойства излучения Вавилова — Черенкова и некоторые его приложения к физике плазмы (Нобелевская лекция), *УФН* 68, 387 (1959).
385. И. Е. Тамм, И. М. Франк, Когерентное излучение быстрых электронов в среде, *ДАН СССР* 14, 107 (1939).
386. И. Е. Тамм, И. М. Франк, Излучение электрона при равномерном движении в преломляющей среде, *Тр. Физ. ин-та им. П. Н. Лебедева АН СССР* 2, № 4, (1947).
387. И. Е. Тамм, И. М. Франк, П. А. Черенков, Свечение чистых жидкостей под действием быстрых электронов, *Изв. АН СССР, ОМЭН*, стр. 30 (1938).
388. К. Тапак, Эффект Черенкова в одноосном кристалле, *Phys. Rev.* 93, 459 (1954). (Перевод см. в <sup>302</sup>.)
389. Т. Тапиути, Классическая и квантовая теория эффекта Черенкова, *Progr. Theor. Phys.* 6, 207 (1951). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
390. М. Л. Тер-Микаелян, Исследование границ применимости теории ионизационных потерь, *ЖЭТФ* 38, 895 (1958).
391. М. Л. Тер-Микаелян, К теории переходного излучения, *Изв. АН Арм. ССР* 12, № 4, 141 (1959).
392. М. Л. Тер-Микаелян, Излучение быстрых частиц в неоднородной среде, *ДАН СССР* 134, 318 (1960).
393. М. Л. Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Докторская диссертация (Москва, ФИАН, 1961).
394. М. Л. Тер-Микаелян, Излучение фотонов быстрыми частицами в неоднородной среде, *Изв. АН Арм. ССР* 14, № 2, 103 (1961).
395. М. Л. Тер-Микаелян, А. Д. Газазян, Резонансные эффекты при излучении в слоистой среде, *ЖЭТФ* 39, 1693 (1960).
396. Д. Д. Терновский, Квантовая теория переходного излучения с учетом многократного рассеяния, *ЖЭТФ* 39, 170 (1960).
397. Д. Д. Терновский, Влияние многократного рассеяния на собственное поле быстрой заряженной частицы, *ЖЭТФ* 39, 491 (1960).
398. С. С. Thomas, Jr., K. H. Sun, E. A. Magnusich, Черенковский дозиметр  $\gamma$ -излучения, *Nucleonics* 15 (4), 98 (1957).
399. D. A. Tidman, Микротекория эффекта Черенкова, *Nuovo cimento* 3, 503 (1956).
400. D. A. Tidman, Та же тема, *Nucl. Phys.* 2, 289 (1956).
401. A. V. Tollestrup, W. A. Wentzel, Газовый черенковский детектор  $\gamma$ -излучения, *Phys. Rev.* 93 (4), 950 (1954).
402. G. Torgaldo di Francia, К теории излучения равномерно движущегося заряда, *Nuovo cimento* 16, 61 (1960).
403. W. W. Wada, Черенковское рождение мезонов, *Phys. Rev.* 75 (6), 981 (1949).
404. R. Wagnerske, Об использовании эффекта Вавилова — Черенкова для генерирования сверхвысоких частот. В статье «Эволюция принципов действия современных электровакуумных приборов для с.в.ч.», *Convegno di elettronica televisione* (Milan) 2, 706 (1954). (Перев. см. в <sup>302</sup>.)
405. С. И. Вавилов, О возможных причинах синего  $\gamma$ -свечения жидкостей, *ДАН СССР* 2, 457 (1934).
406. С. И. Вавилов, Микроструктура света, М., Изд-во АН СССР, 1952.
407. В. И. Векслер, Когерентный метод ускорения заряженных частиц, Женевская конференция, CERN Symposium 1, 80 (1955) (июнь 1956); см. также *Атомная энергия* 11, № 5, 427 (1957).
408. W. R. Webber, Измерение потока  $\alpha$ -частиц и ядер Si, Be, B в первичных космических лучах с помощью черенковского детектора, *Nuovo cimento* 4, 1285 (1956).
409. W. R. Webber and F. B. McDonald, Черенковский счетчик для  $\alpha$ -частиц первичного космического излучения, *Phys. Rev.* 100, 1460 (1955).
410. P. B. Weisz, B. L. Anderson, Попытка обнаружить черенковское излучение космических частиц в воде, *Phys. Rev.* 72, 431 (1947).
411. J. Winkler, Черенковский счетчик для измерений «альбедо» космических лучей, *Phys. Rev.* 85, 1054 (1952).
412. J. R. Winkler, Черенковское излучение частиц космических лучей, *Phys. Rev.* 87, 241 (1952). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)

413. J. R. Winckler, K. Anderson, Улучшенный черенковский счетчик для измерений «альбедо» космических лучей, *Rev. Sci. Instr.* **23**, 765 (1952).
414. J. Winckler, K. Anderson, Измерения с помощью черенковских счетчиков геомагнитных и других эффектов в космических лучах, *Phys. Rev.* **93**, 596 (1954).
415. J. R. Winckler, E. N. Mitchell, K. A. Anderson, L. Peterson, Измерения черенковского излучения от положительных и отрицательных  $\pi$ -мезонов, *Phys. Rev.* **98**, 1411 (1955).
416. А. Н. В ы с т а в к и н, С. С. Ш а х у д ж а н о в, Переходное излучение в волновом, *Радиотехника и электроника* **5**, 1404 (1960).
417. H. W u s k o f f, J. E. H e n d e r s o n, Экспериментальная проверка формулы  $\cos \vartheta = \frac{1}{n\beta}$ , *Phys. Rev.* **64**, 1 (1943). (Перевод см. в <sup>131</sup>.)
418. И. Е. Г а м м, Обзорная лекция, *Proc. Second Intern. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy* (Geneva, 1958) **1**, 408 (1958).
419. H. Lashinky, Микроволновое излучение Черенкова, *Adv. in Electronics and Electron Phys.* **14**, 265 (1961).
-