

ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЯДЕР *)

Д. Уилкинсон

ВВЕДЕНИЕ

Последний обзор по фоторасщеплению ядер был сделан Левинджером¹ в 1954 г. Мы возьмем его обзор за основу и будем ссылаться на более ранние работы, если только будет необходима их современная трактовка или если они приобретут в этом свете новую значимость. Мы будем противиться искушению быть исторически последовательными. В последующие годы появился ряд других обзоров и имеется полезная библиография^{2, 3 **}).

Мы сосредоточим свое внимание главным образом на тех экспериментальных результатах, которые имеют непосредственное отношение к механизму фоторасщепления, и не будем касаться огромного числа данных систематизирующего характера, которые, как сейчас кажется, не связаны со специфическим фотоядерным аспектом теории. Мы также упомянем только те исследования на легких ядрах, которые имеют отношение к фотоядерным моделям, и не претендуем на рассмотрение таких исследований, главное значение которых заключается в изучении структуры ядер, или некоторых более общих вопросов, таких, как изотопический спин. Для изложения ситуации, касающейся легких ядер, необходимо сравнение с точными расчетами, которые, однако, имеются только в исключительных случаях. Фотоделение мы рассматривать не будем. Вопрос об изломах или тонкой структуре фотоядерных сечений является спорным. Этот вопрос хотя и интересен сам по себе, однако имеет небольшое значение для обсуждения механизма фотореакций.

ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ДЕЙТОНА

Наше обсуждение радиационных свойств двухнуклонных систем делается гораздо более осмысленным благодаря современному усовершенствованию нуклон-нуклонных потенциалов, которые успешно объясняют явления $n-p$ - и $p-p$ -рассеяний в энергетической области до 200 Мэв или около этого. Главными среди них являются гаммель-теллеровский⁴ и сигнел-маршакровский⁵ потенциалы. Они содержат член, описывающий твердое ядро, и сильные, вводимые ad hoc, спин-орбитальные члены с зависимостью от скорости LS -типа. Последнее является необходимым для объяснения поляризационных явлений, которые не могут быть учтены никакой комбинацией чисто центральных или тензорных сил⁶. Оба

*) D. Wilkinson, Ann. Rev. Nucl. Sci. 9, 1 (1959). Перевод О. В. Богданкевича.

**) Поэтому даваемые ссылки не будут исчерпывающими. Те примеры, которые приводятся в обзоре, кажутся нам наиболее непосредственно и полно иллюстрирующими рассматриваемую проблему.

потенциала содержат тензорный член, который ясно указывается мезонной теорией. Главное различие между ними заключается в том, что сигнел-маршаковский потенциал исходит из мезонного потенциала типа Гартенхауза⁷ (центральные плюс тензорные силы), в то время как в основе гаммель-теллеровского потенциала лежит эмпирический набор сдвигов фаз при одной энергии. Различия в выводах при использовании этих двух потенциалов незначительны, за исключением параметров триплетного рассеяния, которые пока еще хорошо экспериментально не определены.

Все расчеты в двухнуклонной проблеме должны быть переделаны с использованием этих потенциалов. К сожалению, первые экспериментальные данные, точность которых значительно улучшена за последние годы, не получили такой адекватной теоретической трактовки. Это относится и к сечению радиационного захвата тепловых нейтронов протонами, которое в настоящее время⁸ при $v = 2200$ м/сек считается равным

$$\sigma_{np} = 0,3315 \pm 0,0017 \text{ барн.}$$

Так как в настоящее время это сечение известно с большой точностью, оно может быть использовано в качестве проверки вклада мезонных обменных токов в ($M1$) $n-p$ -захват, которые, в свою очередь, могли бы быть определены с помощью более точной теории. Этот вклад сам по себе означал бы противоречие между экспериментом и простой теорией, которая включает только начальное и конечное состояния волновых функций нуклона и магнитные моменты свободных нуклонов. Такие вычисления теперь необходимы и представляют значительный интерес, так как предварительные результаты⁹ допускают, что обменный вклад вполне может быть равным 5—10% (см. обсуждение обменного вклада в $M1$ -фоторасщепление при средних энергиях¹⁰).

В настоящее время нет измерений фоторасщепления достаточно высокой точности ниже $E_\gamma = 20$ Мэв, хотя новые данные^{11, 11а} подтверждают более ранние результаты^{12, 12а} и вселяют уверенность в достаточности обычной трактовки (эффективная область) полного сечения^{13, 14, 14а} при этих энергиях. Однако даже при этих малых энергиях становится очевидным интересное расхождение с первым приближением теории для углового распределения^{14, 14а} ($E1$ $^3S \rightarrow ^3P$ плюс $M1$ $^3S \rightarrow ^1S$). Если мы выразим дифференциальное сечение через сечение при 90° в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B \sin^2 \theta,$$

то теория в первом приближении предсказывает $\frac{A}{B} \approx 0,02$ для энергий выше самых низких. Эксперимент¹¹ при $E_\gamma = 20 \div 25$ Мэв дает $\frac{A}{B} = 0,12 \pm 0,01$. Это расхождение увеличивается с увеличением энергии γ -лучей^{15-15в}. Дифференциальное сечение при 0° и 180° остается почти постоянным и приблизительно равным

$$A = 4 \div 5 \frac{\text{мкбарн}}{\text{стер}},$$

в то время как сечение под углом 90° постепенно падает от $A + B = 50 \frac{\text{мкбарн}}{\text{стер}}$ при 20 Мэв до $5 \frac{\text{мкбарн}}{\text{стер}}$ при 250 Мэв. Соответствие с первым приближением теории^{14, 14а} для полного сечения $\sigma_{\text{полн}}$ хорошее, вплоть до $E_\gamma = 50$ Мэв, но выше этой энергии расхождение быстро нарастает. Уже при $E_\gamma = 150$ Мэв эксперимент дает сечение в пять раз больше, чем теория. Резко выраженный резонансный характер при $E_\gamma = 250$ Мэв явно наводит на мысль, что изобара $T = 3/2, J = 3/2$, найденная в $\pi-p$ -рассеянии при энергии π -мезонов

порядка $^{16} 180 \text{ Мэв}$ принимает активное участие в процессах фоторасщепления 17,17a . Как и ожидалось, эта изобара видна как резонанс в фоторождении π -мезонов на водороде 18 при $E_\gamma = 320 \text{ Мэв}$. В случае дейтона мы можем грубо считать, что фоторождение π -мезонов на одном нуклоне сопровождается резонансным $(3/2, 3/2)$ -рассеянием на этом нуклоне и поглощением на другом. Важно также принять в расчет 19 S -рождение фотомезонов, за которым следует $(3/2, 3/2)$ -рассеяние на другом нуклоне и реабсорбция на первом. Детальное описание этих процессов еще неясно и выходит за рамки настоящего обзора, однако это явление достаточно определенно указывает нам, что в фоторасщеплении дейтона при энергиях свыше 200 Мэв необходим точный учет мезонного вклада. В сущности, только это и ожидалось, однако важно понять, до каких энергий справедливо описание этих процессов только на основе волновых функций нуклонов, т. е. до каких пор будет выполняться теорема Зигерта 1 .

Мы отмечали серьезное расхождение с первым приближением теории даже при $E_\gamma = 20 \text{ Мэв}$, а при $E_\gamma = 70 \text{ Мэв}$ в действительности преобладает в сечении изотропный член, хотя изотропный вклад $M1$ является очень малым 14 . Первые попытки объяснить это оказались безуспешными. и Аустерн 20 пришел к заключению, что теорема Зигерта становится несправедливой для E_γ , больших 20 Мэв , и что уже при этих очень малых энергиях становятся необходимыми некоторые специфические мезонные модели, такие, как модель Вильсона 21 . С успешным определением нуклон-нуклонных потенциалов 4,5 эти предположения были проверены, но результат оказался неожиданным. Де-Сварт и Маршак 22 , используя сигвел-маршакский потенциал 5 , а Никольсон и Браун 23 —потенциал Гаммеля—Теллера 4 , рассчитали дифференциальное сечение для электрического дипольного поглощения, предполагая только справедливость теоремы Зигерта, но принимая во внимание переходы $D \rightarrow P$ и $D \rightarrow F$ из компоненты основного состояния 3D_1 , интенсивность которой определялась

Таблица 1

Сечение фоторасщепления дейтона в $мкбарнах$

$E_\gamma = 22,4 \text{ Мэв}$	A	B	$\sigma_{\text{полн}}$
Эксперимент	$4,8 \pm 0,8$	47 ± 8	465 ± 50
Теория в первом приближении *)	0	55	460
$^3S_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	0,4	52	442
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	1,5	52	453
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2} + ^3F_2$	4,1	50	470
$E_\gamma = 53,5 \text{ Мэв}$	A	B	$\sigma_{\text{полн}}$
Эксперимент	$5,1 \pm 0,9$	$9,5 \pm 1,5$	140 ± 15
Теория в первом приближении *)	0	12,7	107
$^3S_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	0,2	12,8	110
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	1,7	12,5	126
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2} + ^3F_2$	4,7	10,5	147
$E_\gamma = 80 \text{ Мэв}$	A	B	$\sigma_{\text{полн}}$
Эксперимент	$4,5 \pm 0,8$	$3,9 \pm 0,6$	88 ± 10
Теория в первом приближении *)	0	5,8	48
$^3S_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	0,6	5,6	54
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	1,4	6,0	68
$^3S_1 + ^3D_1 \rightarrow ^3P_{0,1,2}$	4,1	4,3	88

*) Без учета взаимодействия в конечном состоянии 14 .

с помощью этих потенциалов и оказалась близкой к 7%. Это гораздо больше, чем обычно предполагалось¹³ (около 3%). Однако нельзя сказать, чтобы это противоречило экспериментальным значениям электрического квадрупольного и магнитного дипольного моментов. Вычисления были сделаны для $E_\gamma = 22$; 54 и 80 Мэв²² и 130 Мэв²³. Оказывается, что очень большая изотропная компонента действительно является результатом чистых $E1$ -переходов. Это обуславливается в большой степени интерференцией между конечными состояниями 3F и 3P , как это видно из таблицы I, взятой из работы Де-Сварта и Маршака²², а также тем обстоятельством, что начальное D -состояние играет роль, непропорциональную своей интенсивности. (Тензорной связью между конечными 3P_2 - и 3F_2 -состояниями пренебрегают.) Тензорное расщепление конечных 3P -состояний, как можно видеть, само по себе недостаточно.

Согласие с экспериментом превосходное, и никакого сомнения в справедливости теоремы Зигерта не будет, если большая примесь D -состояний в основном состоянии останется принятой. Согласие²³ при $E_\gamma = 130$ Мэв также вполне хорошее, хотя теоретическое полное сечение, по-видимому, на 10—15% меньше.

Подобные вычисления, использующие только поглощение типа $E1$, должны быть расширены, чтобы принять в расчет вклады от $M1$ и $E2$. Хотя они могли бы дать только небольшой эффект в полном сечении, они могут изменить очень существенно угловое распределение. Это было сделано для энергий γ -лучей от 20 до 200 Мэв Зерником, Растджи и Брейтом²⁴ в более подробных вычислениях, чем существовавшие до сих пор. Потенциал сигнел-маршаковского типа вновь был использован с некоторыми изменениями параметров²⁵. Экспериментальное сечение, включающее максимум, обусловленный интерференцией между конечными состояниями с противоположной четностью, хорошо воспроизводится. Если же будет обнаружена несправедливость теоремы Зигерта, то в этой области энергий будут необходимы гораздо более тонкие эксперименты, которые к тому же могут увеличить уверенность в потенциалах, используемых в вычислениях. Здесь, однако, следует подчеркнуть, что эти потенциалы были получены вовсе не для того, чтобы решить проблему фоторасщепления, а были взяты из рассмотрения других проблем, а именно из данных по рассеянию. Было бы очень полезным точное измерение полного сечения в той области, где вклад $M1$ становится малым.

Ньютон²⁶ показал, каким образом данные по фоторасщеплению при малых энергиях ограничивают возможный класс протяженных потенциалов, которые в другом отношении совместимы с остальными данными при малых энергиях.

Эффекты поляризации нуклонов были рассмотрены в работах Зерника, Растджи и Брейта²⁴, а также Чиж, Де-Сварта и Савицкого²⁷. Результаты работы²⁷ были исправлены в работе²⁴ *). Поляризация сильно зависит от сделанных приближений и имеет максимальную величину в 20%. Необходимо отметить, что отличная от нуля поляризация при 90° может быть найдена только в том случае, когда в конечном состоянии имеются обе четности. Никаких экспериментальных данных по поляризации пока еще не имеется.

На основании правила сумм были выполнены успешные расчеты, включающие^{29,30} рассмотрение переходов $M1$. Ввиду того, что уже имеются подробные расчеты, их главное значение состоит в сведении всех экспериментов в одно целое (между прочим, сами эти расчеты должны быть про-

*) В работе²⁸ из ограниченных исходных положений было дано несколько более общее рассмотрение. См. также Де-Сварт, Чиж и Савицкий^{27а}.

верены с точки зрения дальнейших применений их к сложным ядрам). $E1$ -интегральное сечение, усредненное по спектру тормозного излучения:

$$\sigma_{-1}^{E1} = \int_0^{\infty} \sigma_{\text{полн}}^{E1} E_{\gamma}^{-1} dE_{\gamma},$$

где $\sigma_{\text{полн}}^{E1}$ — полное электрическое дипольное сечение — определяется только средним квадратичным радиусом R^2 распределения нуклонов:

$$\sigma_{-1}^{E1} = \frac{4\pi^2}{3} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \frac{ZN}{A-1} R^2.$$

Это справедливо для H^2 , H^3 , He^3 и He^4 и зависит только от пространственной симметрии волновых функций основного состояния. Экспериментальные данные для дейтерия после поправки на вклад $M1$ дают $R = 1,95 \cdot 10^{-13}$ см. Для того чтобы найти средний квадратичный радиус R_c распределения заряда, как видно на примере с пробным зарядом, мы должны добавить соответствующий радиус протона ${}^{31}R_p = 0,77 \cdot 10^{-13}$ см. Из $R_c^2 = R^2 + R_p^2$ тогда получим $R_c = 2,10 \cdot 10^{-13}$ см, что хорошо согласуется со значением, определенным непосредственно из рассеяния быстрых электронов 31 . Это дает возможность провести хорошее сравнение между совершенно различными экспериментами.

ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ САМЫХ ЛЕГКИХ ЯДЕР

В последнее время появился новый важный экспериментальный материал по фоторасщеплению самых легких ядер, в частности ${}^{32,32c} \text{He}^4$. К сожалению, у нас нет пока возможности дать подробную теоретическую трактовку этого вопроса, и пока еще не время для широкой дискуссии. Трудность здесь связана с неудовлетворительностью вариационных расчетов для описания свойств основного состояния этих ядер. Характерно, что расчеты дают слишком маленькое значение среднеквадратичного радиуса для He^4 ($R = 1,0 \cdot 10^{-13}$ см). Это отражается в большом расхождении между экспериментальной и теоретической величинами интегрального сечения фотоядерного поглощения σ_{-1} , усредненного по спектру тормозного излучения (см. выше) 30,33 . Экспериментальное значение радиуса $R = 1,46 \cdot 10^{-13}$ см. Эта величина хорошо согласуется со значением $R = 1,41 \cdot 10^{-13}$ см, которое получено из экспериментов по упругому рассеянию быстрых электронов на гелии 31 , в которых были сделаны необходимые поправки на конечные размеры протона (см. выше). Это согласие свидетельствует о том, что вышеупомянутое расхождение связано с неточностью теории. Значительный прогресс был достигнут в соответствующей проблеме 34,34a для $A=3$ путем введения твердого ядра в нуклон-нуклонный потенциал. Но здесь у нас мало экспериментальных данных. Подобная теоретическая трактовка требуется 35 и для He^4 .

Правила сумм для H^3 и He^4 были даны в работе 36 .

ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Различные правила сумм являются ценным дополнением к ядерным моделям. Благодаря работам Левинжера и др. ${}^{37,38-38c}$ они помогли нам понять соотношение между моделями и важность корреляций в фотоядерной проблеме. Некоторые замечания об этом мы сделаем ниже.

В работе ³⁹ было получено полное интегральное сечение поглощения σ_0 (под $\sigma_{\text{полн}}$ мы понимаем величину, не включающую упругого рассеяния)

$$\sigma_0 = \int_0^{E'_\gamma} \sigma_{\text{полн}} dE'_\gamma$$

с помощью дисперсионных соотношений, которые автоматически включают все мультипольности и механизмы поглощения. Если мы ограничим E'_γ областью порога рождения мезонов (у которого теорема Зигерта заведомо не применима), то результат очень близко соответствует обычному правилу сумм для электрических дипольных переходов при $E'_\gamma = \infty$. Точная причина этого совпадения неясна, но этот результат очень важен, так как он показывает, что маловероятно, чтобы обычное применение правила сумм приводило нас к неверным результатам, даже когда мы включаем в знаменатель интеграла высшие степени E'_γ . В дальнейшем мы еще вернемся к этому вопросу.

Правило сумм для электрических квадрупольных переходов было недавно рассмотрено в работе ^{40,40a}.

ОБЛАСТЬ ГИГАНТСКОГО РЕЗОНАНСА

За последние несколько лет заметно существенное улучшение точности, с которой известно полное сечение фотоядерного поглощения $\sigma_{\text{полн}}$ как функция энергии γ -лучей. Это явилось результатом более высокой степени стабилизации энергии бетатронов, более точных методов расчета сечений из кривых выхода ⁴¹ и набора статистики в несколько миллионов импульсов при измерении этих кривых. Однако результаты большей частью еще недостаточно точны. Развитие новой методики, в частности тщательное изучение $\sigma_{\text{полн}}$ методом прямого поглощения ⁴², и развитие методов монохроматизации источников тормозного излучения ^{43,43a}, вероятно, позволит в ближайшие несколько лет существенно улучшить точность результатов. Применение метода прямого поглощения является особенно необходимым, так как он устраняет неопределенности, с которыми всегда связаны поправки на множественное испускание частиц при измерении нейтронного выхода. Он также устраняет необходимость измерения многих парциальных эффективных сечений, которая часто делает результаты в области легких ядер весьма ненадежными, хотя сами по себе эти парциальные сечения часто значительны по величине.

Сейчас мы не будем подробно останавливаться на существующем общем положении в области гигантского резонанса ^{45,44}, так как можно надеяться, что в будущем будут получены лучшие результаты. Для большей части периодической таблицы $\sigma_{\text{полн}}$ имеет резко выраженную резонансную форму с резонансной энергией

$$E_m \approx 80A^{-1/3}$$

и с шириной Γ порядка 5—7 Мэв. Для малых значений массовых чисел E_m падает ниже этой линии и для $A \leq 40$ остается приблизительно постоянной и равной примерно 20—23 Мэв. Очевидно, что поглощение в этом резонансе является главным образом электрическим дипольным, так как интегральное сечение σ_0 , в этой области, сравнимо с максимальной величиной, даваемой правилом сумм для электрических дипольных переходов ^{1,37}.

Было две попытки объяснить природу этого гигантского резонанса. Такими попытками явились: коллективная модель Мигдала — Гольдга-

бера — Теллера и модель оболочек, или модель независимых частиц (МНЧ)*). Ранние аспекты этих теорий изложены в ¹. Коллективная модель для сферических ядер мало развивалась в последние годы, хотя была сделана попытка ⁴⁶ связать ее параметры с двухнуклонными силами. Эта модель была усовершенствована путем введения кулоновского взаимодействия и эффектов сжимаемости ⁴⁷. Модель независимых частиц получила свое дальнейшее развитие в работах ^{48,49}.

ПОГЛОЩЕНИЕ СОГЛАСНО МОДЕЛИ НЕЗАВИСИМЫХ ЧАСТИЦ

Согласно модели оболочек, огромное число переходов $E1$, вообще говоря, возможно для всех энергий. Каким же образом тогда можно ожидать, что, группируясь друг с другом, они образуют гигантский резонанс? Основной характер этого решения виден из рассмотрения простейшей оболочечной модели, а именно изотропного гармонического осциллятора. В этом случае все $E1$ -переходы имеют величину, равную расстоянию между осцилляторными уровнями. Если рассматривать положение уровней для более реального потенциала, то, казалось бы, теряется полная аналогия с гармоническим осциллятором; уровни перемешиваются, и правила отбора, определенные для гармонического осциллятора, больше не выполняются. Однако для переходов $E1$ подход к проблеме как к гармоническому осциллятору может быть сохранен для групп уровней. Это происходит по следующим причинам:

1. Уровни такой последовательности, как $1s, 1p, 1d, \dots$ или $2s, 2p, 2d, \dots$ все еще следуют друг за другом с более или менее равными интервалами вблизи верхней границы поверхности Ферми.

2. Матричные элементы гораздо больше для тех переходов, которые были разрешены для гармонического осциллятора (однократные квантовые переходы), чем для тех переходов, которые были запрещены (многократные квантовые переходы).

Первое соображение обусловлено конечностью потенциальной ямы. Для бесконечной прямоугольной ямы расстояния между последовательными уровнями внутри данной последовательности увеличиваются с увеличением l , тогда как в конечной яме проявляется эффект уменьшения расстояний между высокими уровнями по сравнению с более низкими, так что имеется тенденция к восстановлению равенства расстояний между уровнями.

Второе утверждение делается на основании таблицы II, в которой дается квадрат интеграла радиального перекрытия для переходов $E1$ в единицах ядерного радиуса для бесконечной прямоугольной ямы ⁴⁸; яма конечной глубины и в этом случае была бы ближе к гармоническому осциллятору.

Конечная яма и оператор $E1$ -переходов вместе с принципом Паули, который ограничивает интересующие нас оболочки теми, которые близки к поверхности Ферми, в значительной степени восстанавливают в настоящей проблеме простоту модели гармонического осциллятора. Таким образом, мы можем понять, как МНЧ может давать резонансную форму для $E1$ -поглощения. Подобным же образом мы могли бы ожидать, что этот резонанс в модели независимых частиц полностью исчерпывает правило сумм для $E1$ -переходов ³⁷, так как это несомненно верно для гармонического осциллятора. С первого взгляда это кажется удивительным, так как

*) В дальнейшем сочетание МНЧ обозначает «модель независимых частиц». (Прим. перев.)

форма этого правила сумм

$$\sigma_0^{E1} = \int_0^{\infty} \sigma_{\text{полн}}^{E1} dE_{\gamma} = 2\pi^2 \frac{e^2 \hbar}{mc} \frac{NZ}{A} (1 + \text{обменный член})^*$$

подразумевает включение всех нуклонов ядер, в то время как нуклоны,

Таблица II

Интегралы радиального перекрытия для
бесконечной прямоугольной ямы

D —квадрат интеграла радиального перекрытия, измеренный в единицах ядерного радиуса.

$1l \rightarrow 1l+1$	$l=0$ $D=0,28$	1 0,38	2 0,44	3 0,49	4 0,53	5 0,56	6 0,58
$2l \rightarrow 2l+1$	$l=0$ $D=0,23$	1 0,28	2 0,33	3 0,37			
$\rightarrow : +$	$l=0$ $D=0,22$	1 0,25					
$1l \rightarrow 2l-1$	$l=$ $D=$	1 0,09	2 0,07	3 0,05	4 0,04	5 0,04	
$1l \rightarrow 2l+1$	$l=0$ $D=0,001$	1 0,002	2 0,002	3 0,003			
$2l \rightarrow 3l-1$	$l=1$ $D=0,12$	2 0,09					

*) Обменный член возникает из двухчастичных обменных сил Майорана. Его эмпирическое значение 0,6—0,8, если мы обрезаем наше вычисление интеграла около мезонного порога, что мы и должны сделать, поскольку теорема Зигерта, на которой основывается правило сумм, с этого момента будет несправедливой. Что делать в области, где эта теорема неприменима, мы не знаем. В этом и состоит слабость правила сумм для $E1$. Обменный член может быть понят полуквантитативно на основе МНЧ⁵⁰, поскольку он связан с зависимостью потенциала от скорости (см. ниже). Его введение в коллективную модель неясно. Согласно дисперсионной теории³⁹ σ_0 включает все мультиполи, теорема Зигерта не привлекается и интегралы точно берутся только до мезонного порога μ . В результате получается как раз первый член в вышенаписанном выражении для σ_0^{E1} , нет никакого обменного члена³⁷, но добавлен вклад от области выше мезонного порога, которая соответствует главным образом действительному рождению мезонов:

$$\int_0^{\mu} \sigma_{\text{полн}} dE_{\gamma} = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{NZ}{A} + \int_{\mu}^{\infty} (Z\sigma_p + N\sigma_n - \sigma_{\text{полн}}) dE_{\gamma},$$

где σ_p и σ_n — эффективные сечения поглощения γ -лучей свободным протоном и нейтроном. В известном смысле это дает возможность объяснить мезонный вклад в правило сумм или в форме виртуальных мезонов, которые дают обменные силы, что помогает определить $\sigma_{\text{полн}}$ при действительных энергиях γ -лучей, по которым мы оцениваем интеграл (а именно ниже мезонного порога), или, с другой стороны, в форме реальных мезонов в области энергии γ -лучей выше той, на которой мы обрезаем σ_0 .

находящиеся в низколежащих состояниях A , казалось бы, не участвуют в переходах из-за принципа Паули, если более высокие состояния B , в которые они могли бы перейти путем $E1$ -переходов, уже заполнены. Эта дилемма разрешается, если вспомнить, что при определении силы осциллятора, как она вводилась в правило сумм³⁷, переход в низшее состояние считается отрицательным. Таким образом, отрицательный вклад в интегральное сечение, который явился бы результатом переходов $B \rightarrow A$, устраняется по той же самой причине, которая препятствует переходам $A \rightarrow B$. Состояния A также заполнены, если заполнены более высокие состояния B . Таким образом, нуклоны в состоянии A действительно дают положительный вклад в интегральное эффективное сечение, уменьшая отрицательный вклад от переходов из состояний B в более низкие состояния. Таким образом, мы можем представить себе вклад от более низкой оболочки как переход вверх от оболочки к оболочке до тех пор, пока не достигается поверхность Ферми. Основные переходы в МНЧ происходят из замкнутых оболочек, которые расположены внутри «осцилляторных промежутков» поверхности Ферми. Важно помнить, что валентных нуклонов в незаполненных оболочках относительно мало и они дают относительно малый вклад в сечение. Таким образом, большинство переходов, которые дают вклад в процессы поглощения, приводят к связанным состояниям и не приводят непосредственно к континууму. Величина энергии связи мало принимается в расчет при обсуждении процессов первичного поглощения.

В конечном итоге важно понять, почему переходы в МНЧ могут быть настолько сильными, чтобы исчерпать правило сумм, а именно почему переходы из заполненной оболочки могут быть в несколько раз сильнее, чем одностичные переходы. Это является своего рода коллективным эффектом, но он полностью лежит в рамках модели оболочек. Это обуславливается корреляциями, которые существуют между одинаковыми частицами данной оболочки благодаря процессам антисимметризации⁵¹. Мы проиллюстрируем это с помощью таблицы III, в которой интенсивности S трех возможных типов переходов из замкнутых оболочек для jj -связи даются в единицах интенсивности одночастичных переходов между теми же самыми орбитами, которые были даны в таблице II.

Видно, что S в единицах Вайскопфа приблизительно равна силе одночастичных переходов. Оболочка, в которую происходят переходы, считается первоначально незаполненной. S зависит только от l и не зависит от формы ямы.

Мы видим, что переходы, которые происходят без переориентации внутреннего спина (классически), превышают величину одно-

частичных переходов, в то время как переходы, в которых спин изменяется, запрещены. Это является другим фактором, который приводит к группировке переходов, ответственных за поглощение, так как второй переход происходит при более высокой энергии, чем первый. Заметим, что S увеличивается с увеличением l , что наибольшие значения l имеют место в последовательности $1s, 1p, 1d \dots$, а именно для волновых функций без узлов, и что радиальный интеграл перекрытий (таблица II) является наибольшим для этой

Таблица III
Интенсивности переходов из замкнутых оболочек в единицах Вайскопфа

Переход	Интенсивность S
$l+1/2 \rightleftharpoons l+1+1/2$	$\frac{(l+1)(l+2)}{2l+3}$
$l+1/2 \rightleftharpoons l+1-1/2$	$\frac{l+1}{(2l+3)(2l+1)}$
$l-1/2 \rightleftharpoons l+1-1/2$	$\frac{l(l+1)}{2l+1}$

последовательности. Это объясняет, почему наибольший вклад в гигантский резонанс (обычно 50—60%) по модели независимых частиц происходит от переходов между состояниями, характеризующимися волновыми функциями без узлов ($1l \rightarrow 1l+1$). Переходы типа $2l \rightarrow 2l+1$ дают вклад, обычно равный 20—25%. Таким образом, 70—85% полного $E1$ -поглощения по МНЧ определяются переходами между последующими состояниями последовательностей $1 \rightarrow 1$ и $2 \rightarrow 2$. Таблица IV на примере вычислений, выполненных для ограниченной прямоугольной ямы для Au^{197} , показывает, насколько близки энергии таких переходов. Энергия переходов дана в произвольных единицах.

Таблица IV
Энергия переходов в МНЧ в конечной прямоугольной яме для Au^{197} в относительных единицах⁴⁹

Переход	Энергия
Нейтроны	
$1h_{9/2} \rightarrow 1i_{11/2}$	1,08
$1h_{11/2} \rightarrow 1i_{13/2}$	0,83
$1i_{13/2} \rightarrow 1i_{15/2}$	0,87
$2f_{5/2} \rightarrow 2g_{7/2}$	1,22
$2f_{7/2} \rightarrow 2g_{9/2}$	1,05
Протоны	
$1g_{7/2} \rightarrow 1h_{9/2}$	0,96
$1h_{11/2} \rightarrow 1i_{13/2}$	0,78
$2p_{1/2} \rightarrow 2d_{3/2}$	1,05
$2d_{3/2} \rightarrow 2f_{5/2}$	1,11
$2d_{5/2} \rightarrow 2f_{7/2}$	0,97

Если этим переходам или другим, которые дают заметный вклад, придается вес, пропорциональный их вкладу, то они образуют распределение, полная ширина которого на половине высоты равна 0,28 в единицах таблицы IV (это выведено из предположения гауссовского распределения). Так как эмпирическое значение E_m для Au около 14 Мэв, то это соответствует теоретическому размытию состояний в МНЧ приблизительно 3,9 Мэв.

Однако возможно, что в более реальных вычислениях, использующих вместо прямоугольной ямы яму со сглаженными краями, будет получаться даже более плотная группировка переходов. Этот результат качественно понятен, так как сглаживание краев приближает нас к потенциалу гармонического осциллятора, у которого все переходы вырождены. Расчеты положения уровней в сглаженной яме⁵² мы можем исследовать более точно и увидим, что при переходе от прямоугольной ямы к сглаженной уровни, радиальная часть волновой функции которых не имеет узлов, раздвигаются относительно уровней, которые имеют узлы, так что разности энергий в последовательности $1 \rightarrow 1$ увеличиваются относительно разностей в

последовательности $2 \rightarrow 2$. Как можно видеть из таблицы IV, такое передвижение уровней будет уплотнять группу.

Теперь мы видим, что группы переходов в МНЧ являются достаточно плотными, чтобы дать гигантский резонанс. Важным является абсолютная величина энергии, при которой они имеют место. Для того чтобы решить этот вопрос, мы должны прежде всего установить шкалу и глубину потенциала. Это может быть взято из результатов по упругому рассеянию протонов и нейтронов^{53, 53a}. Мы возьмем радиус прямоугольной ямы для фотоядерных вычислений, соответствующий расстоянию, на котором саксон-вудовский потенциал, используемый для анализа результатов по упругому рассеянию, спадает наполовину. Это соответствует радиусу $R = r_0 A^{1/3}$. Для вычислений мы выберем $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см в соответствии с данными по рассеянию⁵³. Эти результаты показывают также, что потенциал зависит от скоростей и эксперименты согласуются с линейным падением действительной части потенциала с увеличением энергии нуклонов. Это означает, что вблизи поверхности Ферми мы можем представить зависимость от скорости с помощью эффективной массы нуклона $m^* \neq m$, где m — масса свободного нуклона. Трактовка ядерной материи на основе проблемы многих тел (Бракнер^{54, 54a}) предполагает, что $m^* = \frac{m}{2}$. Результаты

по упругому рассеянию не противоречат этому, хотя они недостаточно точны, чтобы надежно определить m^* . При рассмотрении гигантского резонанса в МНЧ использование малой эффективной массы оказалось существенным для успеха теории. Вилкинсон ⁴⁸ брал значение $m^* = 0,5 m$, а Ранд ⁴⁹ считал $m^* = 0,55 m$. Оба использовали $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см и конечные прямоугольные ямы, параметры которых выбраны таким образом, чтобы получались правильные энергии связи*). В таблице V представлены результаты этих вычислений для 18 моноизотопических или почти моноизотопических элементов, которые явились предметом недавнего тщательного

Таблица V

Положение E_m и ширина Γ гигантского резонанса для моноизотопических элементов

E_m (теор. 1) — положение гигантского резонанса, *рассчитанное для конечной прямоугольной ямы с $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$ см и эффективной массой $m^* = 0,5 m$ E_m (теор. 2) — положение гигантского резонанса, рассчитанное с учетом эффектов энергии спаривания Γ (теор.) — теоретическая ширина, рассчитанная для переходов МНЧ шириной 3 Мэв, наложение которых образует резонанс Ширины для ряда элементов из области редких земель обсуждаются в тексте отдельно и приведены в таблице VI.

Изотоп	E_m (теор. 1), Мэв	E_m (теор. 2), Мэв	E_m (экспер.*), Мэв	Γ (теор.), Мэв	Γ (экспер.*), Мэв
V ⁵¹	16,8	19,9	18,4	7,3	4,9
Mn ⁵⁵	16,4	19,5	19,2	7,2	6,5
Co ⁵⁹	16,4	19,4	18,0	7,3	5,4
As ⁷⁵	16,3	19,0	16,4	9,4	7,6
Y ⁸⁹	15,7	18,3	17,1	6,5	5,2
Nb ⁹³	15,4	17,9	17,0	6,8	6,0
Rh ¹⁰³	14,1	16,6	16,3	6,5	7,5
Hf ¹²⁷	13,6	15,8	15,2	6,6	4,5
Cs ¹³³	13,9	16,1	16,0	6,4	6,0
La ¹³⁹	13,7	15,8	15,5	6,8	3,2
Pr ¹⁴¹	13,5	15,6	15,0	5,8	4,7
Tb ¹⁵⁹	13,0	15,0	14,2	см. табл. VI	
Ho ¹⁶⁵	12,7	14,7	13,3	»	»
Tm ¹⁶⁹	12,7	14,6	13,8	»	»
Lu ¹⁷⁵	12,4	14,3	15,0	»	»
Ta ¹⁸¹	12,0	13,9	13,9	»	»
Au ¹⁹⁷	11,7	13,5	13,5	5,5	3,4
Bi ²⁰⁹	11,9	13,7	13,2	5,4	4,5

*) Экспериментальные результаты взяты из работы ⁴⁵.

экспериментального изучения ⁴⁵. Оба теоретические исследования ^{48, 49} сведены в столбец для E_m (теор. 1). Результаты Ранда ⁴⁹ были слегка изменены для $m^* = 0,5$, а более ранние вычисления ⁴⁸ были повторены с применением улучшенного метода Ранда, учитывающего изменение эффективной массы при переходе через границу ядра. Теоретическое значение энергий переходов уменьшено на 10% от значения, даваемого простыми вычислениями, для того чтобы учесть релятивистские эффекты ⁴⁹. Теоретические результаты до их сравнения с экспериментом должны быть исправлены, чтобы учесть эффект спаривания ⁵⁶, который должен оказывать влияние на разрыв заполненных оболочек, главным образом ответственных

*) Чем дальше внутрь континуума передвигается уровень, тем больше он опускается относительно своего положения в бесконечной яме; поэтому можно качественно ожидать, что сильно связанные ядра могут иметь более высокое значение E_m . Об этом имеются некоторые указания ⁵⁵.

за поглощение. Энергия спаривания оценивается из имеющихся данных. Она плавно уменьшается от $3,0 \text{ Мэв}$ при $A=50$ до приблизительно $1,8 \text{ Мэв}$ для $A=200$. (Это есть эффективные значения, соответствующие средним для различных оболочек.) Столбец E_m (теор. 2) показывает влияние этих поправок и должен быть сравнен с экспериментальными значениями в столбце E_m (экспер.). Согласие получается превосходное. Необходимо подчеркнуть, что это согласие между экспериментальным и вычисленным положениями гигантского резонанса возможно только при использовании малой эффективной массы*).

Приблизительное согласие между теоретическими и экспериментальными интегральными эффективными сечениями теперь следует из правила сумм и того обстоятельства, что резонансы являются весьма резкими. В этом случае $E_m \approx \bar{E}_{-1}$ приблизительно равно гармонической энергии. Но $\bar{E}_{-1} = \frac{\sigma_0}{\sigma_{-1}}$. Так как σ_{-1} является довольно нечувствительной к модели^{37**}), то σ_0 будет определяться главным образом положением резонанса, и если получено согласие для E_m , то оно будет и для σ_0 . Это подтверждается подробными вычислениями^{48, 49}. С другой стороны, мы могли бы утверждать, что так как обменные силы увеличивают σ_0 и не действуют на σ_{-1} , то они должны увеличивать E_{-1} , а следовательно, E_m . Это свидетельствует об общей эквивалентности обменных сил и зависимости потенциала от скорости (эффективная масса) и служит обоснованием для увеличения E_m и σ_0 . Эта эквивалентность была исследована для частного случая потенциала Ван-Флика, зависимость от скорости которого в значительной степени обуславливается обменными силами Майорана⁵⁰.

До сих пор мы обсуждали МНЧ исключительно с точки зрения чисто действительного потенциала. На самом деле мы должны допустить, что имеется также и мнимая часть. Это, грубо говоря, приводит к размытию одночастичных состояний по огромному числу состояний составного ядра в области шириной порядка $2W$, где W связана с мнимой частью потенциала. Этот эффект усложняется в настоящей проблеме (для наглядности мы рассматривали положение дел упрощенно), потому что как возбужденный нуклон, так и дырка в заполненной оболочке, из которой он был выбит, имеют ограниченный средний пробег по отношению к распаду их простого орбитального движения, а это приводит к неопределенности в энергии перехода. Мы имеем прекрасные сведения о возбужденных частицах⁵³, но очень мало знаем о затухании дырок. До некоторой степени эти эффекты являются дополнительными в том смысле, что, если разрушенная оболочка находится глубоко, мы можем ожидать, что дырка затухнет быстро, но в этом случае возбужденные частицы будут близки к поверхности Ферми, где они имеют большой средний свободный пробег. Другая трудность заключается в том, что сведения, которые мы имеем о W , относятся главным образом к состояниям с низким орбитальным моментом, которые дают вклад в рассеяние, тогда как мы здесь прежде всего интересуемся состояниями с высокими значениями l , которые являются основными в последовательности $1 \rightarrow 1$. Трудно себе представить, каким образом это будет влиять на эффективное значение W . Из-за этих неопределенностей невозможно оценить с уверенностью ширину функций интенсивности

*) Этот эффект обсуждался Аграновичем и Ставинским⁵⁵; их рассмотрение эффективной массы, по-видимому, несостоятельно, а их трактовка возбужденных состояний является неприемлемой, так как они основывали это на методе Лейна — Томаса — Вигнера, который дает плохие результаты для ядерного рассеяния.

***) В частности, Окамото⁵⁷ недавно показал, что эффект динамической корреляции для σ_{-1} при использовании модели Ферми газа (простая МНЧ) и двухчастичных сил дает несколько процентов (в сторону уменьшения). Эффект для σ_0 также является малым.

многих переходов в МНЧ. Ясно, что величина размытия будет несколько $Mэв$ для каждого перехода. Мы возьмем для иллюстрации величину в $3 Mэв$. Эта величина согласуется со сведениями, которые мы имеем в рассматриваемой области относительно параметров оптической модели. С этими предположениями мы можем вычислить ожидаемую полную ширину для гигантского резонанса в МНЧ. Это сделано в таблице V, в которой данные Ранда⁴⁹ были немного изменены и дополнены, где это необходимо. Ядра в области редких земель опущены по причине, которая будет кратко объяснена. Сравнение экспериментальных и теоретических ширин⁴⁵ показывает прекрасное согласие между ними. Однако имеется определенная тенденция к некоторому увеличению ширин в МНЧ. Возможно, что это вызвано нашим выбором слишком большой ширины в $3 Mэв$ для отдельных переходов. Это может быть также обусловлено необходимостью проводить вычисления для округленной ямы, которая, как мы отмечали, будет давать более резкое распределение энергии в МНЧ. Однако объяснение может быть и более фундаментальным, а именно—несоответствием простой картине МНЧ.

КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ И ДЕФОРМИРОВАННЫЕ ЯДРА

На этой стадии мы оставим описание модели независимых частиц и вернемся к исследованию альтернативной коллективной модели процессов поглощения¹. В этой, по существу классической, модели протонная и нейтронная жидкости движутся целиком одна относительно другой в противоположных направлениях, давая резонанс. Можно представить два крайних приближения:

1) протонная и нейтронная жидкости движутся одна относительно другой, как жесткие сферы;

2) граница ядра остается фиксированной, а осциллирующие жидкости распределяются так, что их общая плотность в каждой точке остается постоянной.

Приближение (1) приводит к $E_m \sim A^{1/6}$; приближение (2)— к $E_m \sim A^{1/3}$. Для большей части периодической таблицы лучше согласуется с экспериментом приближение (2). Эта модель еще недостаточно четко установлена, и ее связь с квантовой механикой еще слишком неясна, чтобы дать нам возможность сделать в данное время определенные предсказания относительно E_m . Оценки, которые могут быть сделаны^{1,47} на основании данных, заимствованных из других областей ядерной физики, дают правильный порядок величины E_m . Так как с самого начала коллективная модель описывает гигантский резонанс как одно колебание, то нет никакой трудности в объяснении резко выраженного характера резонанса. С другой стороны, в такой же мере невозможно дать количественный расчет действительной ширины. Эта модель дает лишь механизм поглощения, но ничего не может сказать о величине «сил вязкости», которые приводят к затуханию простого двухжидкостного движения и дают уширение резонанса. Были сделаны попытки объяснить эту ширину связью между коллективным резонансом и индивидуальными свойствами нуклонов^{58-58b}, но они подверглись резкой критике⁵⁹.

Мы ограничивали наше рассмотрение обеих моделей сферическими ядрами. В действительности большинство ядер сильно деформировано, особенно в области редких земель. В этом случае из коллективной модели можно сразу сделать интересный вывод^{60,60a}. В одноосном эллипсоиде появляются две частоты осцилляций: медленные колебания для движения вдоль большой оси и более быстрые для движения вдоль малой оси (положительная деформация). Поэтому гигантский резонанс расщепляется

на два, и величина расщепления ΔE , очевидно, связана с эксцентриситетом ε эллипсоида ($\varepsilon = \frac{R_1 - R_2}{R_0}$, где R_1 и R_2 — большая и малая оси, а R_0 — радиус сферы с тем же объемом, что и эллипсоид). Как и следовало ожидать, частота колебаний изменяется обратно пропорционально размерам ящика, в котором они происходят, и было найдено ⁶⁰:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \varepsilon E_m \quad \text{для приближения (1),}$$

$$\Delta E = \varepsilon (1 - \varepsilon) E_m \quad \text{для приближения (2).}$$

(Оба результата были получены Окамото. Результаты Даноса по существу эквивалентны.) E_m — «невозмущенная» резонансная энергия. Если учесть, что ширина отдельных линий конечна, то мы можем ожидать уширения резонанса для слабо деформированных ядер и даже, возможно, расщепления для сильно деформированных.

Известно ^{61, 61a}, что Γ мало в области магических и особенно дважды магических ядер. С точки зрения модели независимых частиц ⁴⁸ это понятно и обусловлено как отсутствием переходов нуклонов из валентных состояний, не группирующихся заметно по энергии, так и отсутствием широкого разнообразия эффектов корреляции, которые возможны между возбужденными состояниями остова и валентными нуклонами. Только вывод коллективной модели ^{60, 60a} о возможности расщепления резонанса привлек внимание к противоположной области, а именно к области, далекой от замкнутых оболочек. Область редкоземельных элементов на самом деле показывает, что гигантский резонанс там аномально широк ⁶². Очень тщательная и красивая серия измерений ⁶³ показала, что расщепление резонанса на два для Tb^{159} и Ta^{181} действительно имеет место. Экспериментальные ширины и расщепления могут быть сравнены с двумя выводами коллективной модели. Это сделано в таблице VI, взятой из работы Окамото ^{60a}, который вывел значение ε для различных элементов из спектроскопических данных и данных по кулоновскому возбуждению.

Таблица VI

Ширина резонанса в области редких земель. Экспериментальные ширины Γ (эксп.) и расщепления ΔE (эксп.) гигантского резонанса в области редких земель ^{62, 63} в сравнении с двумя предсказаниями и 1) и 2) коллективной модели и с предсказаниями МНЧ

Элемент	$\Delta E(1),$ Мэв	$\Delta E(2),$ Мэв	$\Delta E(\text{МНЧ}),$ Мэв	$\Gamma(1),$ Мэв	$\Gamma(2),$ Мэв	$\Gamma(\text{МНЧ}),$ Мэв	$\Delta E(\text{эксп.}),$ Мэв	$\Gamma(\text{эксп.}),$ Мэв
Sm	1,2	2,1	(3,0)	5,1	6,0	8,0	—	8,6
Tb	3,1	4,0	4,6	7,0	7,9	10,6	3,8	8,7
Ho	2,3	3,3	4,6	6,2	7,2	10,0	—	7,5
Er	2,5	3,5	4,5	6,4	7,4	9,6	—	8,5
Yb	2,2	3,2	4,2	6,1	7,1	9,4	—	7,0
Ta	1,8	2,8	(3,5)	5,7	6,7	8,1	3,0	6,0

При вычислении Γ была использована ширина линии в 3,9 Мэв, так как это соответствует наблюдаемой ширине для сферических ядер в этой области (брались средние из последних результатов ^{45, 62}). Согласие является, в общем, весьма удовлетворительным, особенно если предположить, что правильно приближение (2). Следует вспомнить, что это приближение дает $E_m \sim A^{-1/3}$ и хорошо соответствует данным в области тяжелых элементов. Таким образом, имеется некоторая внутренняя последовательность в применении этого приближения.

МОДЕЛЬ НЕЗАВИСИМЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

Что может дать МНЧ? Ясно, что простые вычисления, описанные до сих пор, не применимы к сильно деформированным ядрам. J для отдельной частицы не является больше хорошим квантовым числом и заменяется Ω , проекцией J на ось симметрии ядра. $(2J+1)$ -вырождение по отношению к собственным магнитным состояниям, ранее существовавшее, теперь снимается и становятся возможными многие переходы с различной энергией для каждого ранее вырожденного уровня. Как и следовало ожидать, это должно приводить к расширению резонанса. Используя результаты Нильсона ⁶⁴, можно теперь повторить вычисления в МНЧ для последовательности уровней в деформированном потенциале. Действительно, найдено ⁶⁵, что с увеличением ϵ резонанс расширяется. Более того, для больших значений ϵ он действительно распадается на два.

В таблице VI приведены результаты расчетов расщепления гигантского резонанса для коллективного механизма (приближения (1) и (2)) и МНЧ, а также экспериментальные ширины. Из таблицы VI можно видеть, что результат для МНЧ дает несколько преувеличенные значения, хотя приближения коллективной модели имеют такую же тенденцию. Несколько другое рассмотрение МНЧ с подобными же результатами было дано в работе ⁶⁶. Подробное исследование расчетов МНЧ обнаруживает другое интересное сходство с коллективной моделью, а именно: переходы, дающие вклад в верхний максимум, имеют главным образом высокие значения Ω , в то время как переходы, дающие вклад в нижний максимум, имеют низкие значения Ω . Классически, низкие значения Ω соответствуют движению нуклона вдоль большой оси, тогда как высокие значения Ω дают вклад в движение вдоль малой оси, т. е. существует та же самая корреляция между движением по осям и положением максимума, что и в коллективной модели. Поэтому мы не можем ожидать ясного различия между моделями на основании экспериментов с поляризованными ядрами или поляризованными γ -лучами.

СООТВЕТСТВИЕ МОДЕЛИ

Коллективная модель и МНЧ кажутся очень различными, но в то же время мы видим, что они дают аналогичные результаты во многих случаях, даже в деталях. Случайно ли это? Объединенное описание моделей качественно обсуждалось в ⁶⁷, и совсем недавно Бринк ⁶⁸ показал, что их подобие, по-видимому, не случайно и что обе модели являются по сути дела одинаковыми. Он рассмотрел вариант гармонического осциллятора в МНЧ, вероятно достаточно законного для легких ядер, и указал, что в этом случае мы можем осуществить точное разделение волновой функции основного состояния Φ_0 , а именно:

$$\Phi_0 = \Psi_p \chi_n \zeta(\mathbf{R}) \beta_0(\mathbf{r}),$$

где Ψ_p содержит только относительные координаты протонов, χ_n — то же для нейтронов, $\zeta(\mathbf{R})$ описывает поведение центра массы ядра в целом, $\beta_0(\mathbf{r})$ описывает разделение центров масс группы протонов и нейтронов. Более того, оператор $E1$ в МНЧ может быть переписан так:

$$e \sum_z (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \equiv e \frac{AZ}{A} \mathbf{r}.$$

Если мы теперь действуем на Φ_0 оператором $E1$ справа, то единственным членом, на который он действует, является $\beta_0(\mathbf{r})$, который переходит в $\beta_1(\mathbf{r})$, а именно в состояние с $l = 1$ для относительного движения центров

масс протонов и нейтронов вместо их первоначального движения с $l = 0$. Υ_p и χ_n не изменяются; оператор $E1$ лишь приводит в движение группы протонов и нейтронов относительно друг друга без изменения движения любой из них. А это является точно приближением (1) коллективной модели. Таким образом, устанавливается формальная идентичность между моделями, кажущимися противоречивыми. Хотя в МНЧ имеется много переходов $E1$, приводящих к образованию гигантского резонанса, оператор $E1$ упорядочивает возбужденные состояния так, чтобы получались правильные относительные фазы для воспроизведения коллективного движения всех нейтронов, колеблющихся относительно всех протонов.

В потенциале, соответствующем тяжелому ядру, это особое свойство теряется. Однако, если различные МНЧ-переходы размыты примерно на 3 Мэв или около этого в результате действия мнимой части потенциала, так что они в сильной степени перекрываются, эффект будет сохраняться. К тому времени, когда первоначальные фазовые соотношения, которые устанавливают связь между моделями, теряют силу, простое первоначальное движение уже все равно нарушено. Поэтому мы можем сказать, что коллективная модель и МНЧ неотличимы друг от друга на протяжении времени порядка 10^{-22} сек , после которого мы уже находимся в той области, о которой коллективная модель не может ничего сказать.

Первоначальную трактовку коллективной модели в приближении (2), развитую Мигдалом ⁷⁰, расширил Левинджер ⁶⁹. Он показал, что, если протонную и нейтронную жидкости представить как два вырожденных ферми-газа (т. е. простая МНЧ), то устанавливается полное соответствие, включая и энергию резонанса, между жидкостью и картиной оболочек как для деформированных, так и для сферических ядер. Этот ценный результат дополняет до некоторой степени результат Бринка*) о тождественности моделей.

До сих пор остается открытым вопрос, какая модель дает лучшую картину для первоначального поглощения. Описание МНЧ, как мы его представляем, является приближением первого порядка. Оно пренебрегает эффектами взаимодействия между многими перекрывающимися переходами. Вполне возможно, что эти взаимодействия могут быть сильными ⁷¹ и благодаря им переходы могут взаимодействовать друг с другом, давая более плотную группировку, чем это ожидается из простейшей МНЧ. Тогда это будет представлять действительно коллективное явление. Для того чтобы проверить это, мы должны провести вычисления в простейшей МНЧ по возможности более реальные, чтобы установить резкость границ группировок. Это требует использования комплексного потенциала. Действие мнимой части потенциала на энергии переходов еще недостаточно хорошо исследовано. Должен быть использован потенциал с округленными краями, а в определенной области периодической таблицы — возмущенный потенциал. Эта проверка коллективных эффектов должна быть применена в области дважды замкнутых оболочек, где найдены самые узкие резонансы. Другая проверка заключается в том, чтобы найти случаи, в

*) Мы должны надеяться, что точное введение обменных сил не нарушит этой гармонии. Мы видели, что обмен существен для понимания E_m и σ_0 , однако он не может быть введен в коллективную модель систематическим путем без существенного изменения ее на языке частиц. Так, Фуджита ⁶⁷ качественно показал, что мы можем понять, каким образом обменные силы в коллективной модели приводят к возрастанию E_m . Это происходит потому, что в возбужденном состоянии частицы будут стремиться встретиться одна другую более часто в p -состоянии, чем в основном состоянии. Так как обменные силы Майорана являются силами отталкивания в p -состояниях и силами притяжения в s -состояниях, то это будет увеличивать энергию коллективного состояния. Но это утверждение является весьма неубедительным, и лучше сказать, что увеличение E_m и σ_0 остается несколько неясным в коллективной модели.

которых вычисления МНЧ предсказывают необычную ширину резонанса в области, где возмущения малы. Если это имеет место в действительности (As^{75} является возможным случаем, см. таблицу V), то это будет доказывать правильность простейшей картины МНЧ и указывать на незначительность коллективных эффектов. Эту теоретическую работу нужно проделать. Если экспериментально в гигантском резонансе выявится структура (отличная от той, которая связана с деформацией), значительно более грубая, чем та, которая, возможно, обусловлена уровнями компаунд-ядра, то это будет доказывать правильность МНЧ. В общих чертах на основании простейшей МНЧ ожидается, что гигантский резонанс имеет структуру, тогда как коллективная модель предсказывает его гладким. Аналогично на основании МНЧ ожидается, что могут быть значительные различия между соседними ядрами или различными изотопами одного и того же элемента, так как состояния в МНЧ сильно изменяются при добавлении одного нуклона. Это должно быть лучше видно на легких ядрах, так как перекрытие между данным нуклоном и остовом является там наибольшим, благодаря ограниченной области эффективного остаточного взаимодействия. Это ожидание хорошо подтверждается 72 на C^{13} . Его гигантский резонанс имеет $E_m = 25 \text{ Мэв}$ и $\Gamma = 9 \text{ Мэв}$ по сравнению с $E_m = 22 \text{ Мэв}$ и $\Gamma = 3 \text{ Мэв}$ для C^{12} . В сечении поглощения для C^{13} также проявляется дополнительный максимум при более низких энергиях (точно так же, как это имеет место 73 для Be^9) и вообще для наиболее легких элементов. Добавление очень небольшого числа нуклонов может также сильно действовать на Γ в области редких земель, где деформация сильно увеличивается между $N=88$ и $N=90$. Действительно, Γ для Eu^{153} ($N=90$) заметно больше 74 , чем для Eu^{151} ($N=88$).

ПРОДУКТЫ ФОТОРЕАКЦИЙ

До сих пор мы обсуждали только поглощение γ -излучения. Распад может быть рассмотрен независимо от этого поглощения благодаря процессам, которые «не помнят» способа образования возбужденного состояния и которые коллективная модель связывает с ядерной вязкостью, а МНЧ — с мнимой частью потенциала в оптической модели. Если это происходит именно так, то распад следует некоторому статистическому закону, который не представляет для нас здесь никакого интереса. Это является обычным, по крайней мере для наиболее тяжелых ядер. Однако, с другой стороны, распад может оттенять некоторые характерные особенности первоначального возбуждения. В частности, испускание более быстрых нуклонов выделяет те части волновой функции промежуточного состояния, которые могут быть записаны как произведение волновых функций низлежащих остаточных состояний и испущенного нуклона. Это непосредственно связано с процессами поглощения в МНЧ, которая в таком случае дает довольно ясные выводы об испускании таких быстрых нуклонов. Это испускание подобно первоначальному «прямому испусканию» Куранта 75 : однако, Курант не смог получить достаточно большого сечения, так как он пренебрегал возможностью резонансных эффектов. На основании МНЧ дается грубый расчет, в котором нуклон в результате процессов поглощения поднимается в соответствующее состояние МНЧ, из которого он может непосредственно выйти из ядра (ширина Γ_i) или, с другой стороны, благодаря действию мнимой части потенциала может дать компаунд-ядро, распадающееся статистически (ширина $2W$). Если вклад первоначального перехода в сечение поглощения есть σ' , то мы можем ожидать, что сечение «прямого резонансного» испускания будет порядка $\frac{\sigma' \Gamma_i}{2W}$. Эта оценка, находящаяся в хорошем согласии с экспериментом 48 , предполагает,

что возбуждение и образование компаунд-ядра происходят последовательно во времени, в то время как в действительности этого нет. Поэтому нам следует еще подумать относительно поглощения γ -излучения непосредственно собственным состоянием компаунд-системы, а именно одним из многих комплексных состояний компаунд-ядра, по которым размазываются простые состояния модели оболочек. Однако если функция интенсивности состояний в МНЧ узкая (малое W), то простая картина остается верной^{76, 77a}. Если состояния МНЧ находятся в области гигантского резонанса, то имеет место прямое испускание частиц через эти состояния в количестве, более или менее совпадающем с данной выше грубой оценкой, независимо от того, каким может быть детальный механизм резонанса *). Это важное соображение показывает, что успех МНЧ в предсказании деталей испускания быстрых нуклонов еще не доказывает, что это есть полное описание процессов поглощения. С другой стороны, это указывает именно на то, что состояния в модели, которые МНЧ считает за основные, дающие вклад в гигантский резонанс, действительно находятся в нем. Если для объяснения поглощения оказывается необходимым привлечение некоторых элементов коллективного движения, то расширение оболочечной модели за счет коллективных состояний обогащает именно те состояния МНЧ, которые ответственны за поглощение в грубой картине МНЧ. И снова мы видим единство между моделями, хотя конечно, коллективная модель сама по себе ничего не может сказать об испускании нуклонов и должна быть расширена с помощью представлений МНЧ.

Большинство экспериментов по испусканию как быстрых протонов^{79-79f}, так и быстрых нейтронов^{80-80d}, а именно в области выше более или менее изотропного максвелловского распределения, дают результаты, в основном согласующиеся с выводами МНЧ и даже приблизительно не соответствующие предсказаниям статистической модели. Были сделаны попытки сравнить предсказания МНЧ с экспериментальными результатами по фотонейтронам из Bi⁸¹, Al⁸², Cg и Ta⁸³, а по фотопротонам — из Ag⁸⁴. Результаты, которые были получены как для сечения, так и для углового распределения**), согласуются с МНЧ значительно лучше, чем мы могли бы ожидать. Детальные сравнения обычно рискованны, так как неизвестно, на какую область возбуждения остаточных ядер будут распространяться переходы из данного первоначального состояния оболочечной модели. Если имеются валентные нуклоны, то связь дырки во внутренней оболочке с этими нуклонами может осуществляться различными путями. Если переходы происходят из валентной оболочки, то может быть много сходных состояний для данного промежуточного состояния. В первоначальном обсуждении этого процесса⁴⁸ предполагалось, что эффективная ширина родственных состояний для каждого МНЧ-

*) Браун и Левинджер⁷⁶ рассматривают также⁴⁰ эффекты $E2$ в рамках МНЧ и показывают, что они могут образовывать в угловом распределении (путем интерференции с переходами $E1$) максимум, сдвинутый вперед относительно 90° , который обычно наблюдается в (γ)-реакциях для наиболее энергичных протонов, хотя вклад $E2$ в полное сечение мал. Эта интерференция $E1 - E2$ должна отсутствовать для нейтронов, так как их эффективный заряд для $E2$ -переходов очень мал (в противоположность случаю $E1$); поэтому для быстрых нейтронов анизотропия должна быть симметричной относительно 90° . Эта разница в поведении быстрых протонов и быстрых нейтронов прекрасно видна в работах Иогансона⁷⁷. Другая возможность испускания частиц в квадрупольном взаимодействии заключается в том, что фотон возбуждает поверхностные коллективные квадрупольные колебания, которые затем связываются с отдельными нуклонами^{78, 78a}.

**) Угловые распределения для одиночных $E1$ -переходов выглядят просто^{48, 75}, но интерференционные члены между ними могут быть важными, хотя являются слишком сложными⁸⁵. Они имеют тенденцию к усреднению, если берутся в пределах $E\gamma$.

перехода была около 8 Мэв . В работе ⁸⁶ предполагается, что эта цифра, возможно, завышена, а именно, в действительности ситуация может быть ближе к простому случаю, где мы пренебрегали эффектом взаимодействия между всеми частицами. С развитием методики поляризации тормозного излучения и использования других источников (реакций) мы можем ожидать новых результатов, с помощью которых можно проверить МНЧ. Таким результатом, например, является распределение фотонуклонов по φ . Оно пока еще не посчитано, но можно заметить, что здесь не может быть членов степени выше чем $\cos^2 \varphi$ для любых мультипольностей, так как спин фотона равен h .

До сих пор подробные расчеты на основе МНЧ, принимающие во внимание как промежуточный «гигантский резонанс», так и остаточные состояния, были сделаны ⁸⁷ только для O^{16} . Это было сделано в предположении промежуточной связи с использованием волновых функций гармонического осциллятора и эффективного остаточного взаимодействия между частицами и дыркой. Очевидно, имеется пять МНЧ-переходов, которые имеют значения для образования состояний гигантского резонанса $1p^{-1}(2s, 1d)$. Два наиболее важных (составляющих 94% от суммарной интенсивности) перехода теоретически имеют место при энергиях около 22,6 и 25,2 Мэв . Экспериментальный резонанс находится при энергии $\sim 23,5 \text{ Мэв}$. Более того, теоретические предсказания МНЧ об относительной заселенности остаточных состояний в $O^{16}(\gamma p)N^{15}$ и углового распределения групп протонов находятся в прекрасном согласии с экспериментом*)⁸⁸. Это хорошее согласие с теорией в единственном случае, где все было должным образом учтено, очень приятно, однако необходимо дальнейшее сравнение с опытом. Это может быть сделано ^{90,90a} на N^{15} . Подобное, но гораздо менее полное сравнение было сделано для $C^{12}(\gamma p)B^{11}$ в области гигантского резонанса ^{91,91a}, и здесь результаты находятся в согласии с предсказаниями МНЧ ⁹².

Ввиду того, что в МНЧ имеется тесная связь между поглощением и испусканием быстрых нуклонов, мы можем ожидать, что функции возбуждения для быстрых нуклонов будут иметь до некоторой степени резонансный характер. Это действительно так ⁸¹. Однако ширина для их испускания зависит от углового момента. При данном возбуждении ширина меньше для высоких значений l , которые дают основной вклад в гигантский резонанс, так что вполне возможно, что переходы, которые являются наиболее важными для испускания быстрых нуклонов, имеют низкие конечные значения l и не дают существенного вклада в поглощение ⁴⁸.

Поэтому не следует ожидать точного совпадения гигантского резонанса и функции возбуждения быстрых нуклонов, которая может быть сдвинута или даже обладать дополнительными резонансами ⁹³.

Другим доказательством существования процессов прямого испускания частиц (куда включаются «квазидейтонные» процессы, см. ниже) является слишком большая величина сечения реакции (γn) при энергиях, превышающих величину порогов реакций $(\gamma 2n)$ и $(\gamma 3n)$. Это полностью противоречит предсказаниям статистической теории ⁹⁴.

Сложные продукты фоторасщеплений, вероятно, обусловлены более сложными («статистическими») частями волновой функции промежуточного состояния. В частности, испускание α -частиц, по-видимому, согласуется с предсказаниями статистической теории лучше, чем этого можно было бы ожидать, хотя в области более тяжелых ядер выход α -частиц

*) Попытка объяснения этих явлений в рамках альфа-частичной модели ⁸⁹, по-видимому, не приводит к каким-либо точным предсказаниям.

может превышать статистические предсказания⁹⁵. То же самое справедливо, по крайней мере в области среднетяжелых ядер, для тритонов⁹⁶. Выход дейтонов, который иногда довольно значительно превосходит предсказания статистической теории, может быть описан как процесс захвата возбужденным нуклоном другого нуклона из остова⁹⁷. Поэтому испускание быстрых дейтонов может быть связано с гигантским резонансом, и это было бы интересно исследовать.

В тяжелых ядрах нейтроны представляют основную массу продуктов фоторасщепления, и основной проблемой определения $\sigma_{\text{полн}}$ из кривых нейтронного выхода является правильный учет множественного испускания нейтронов⁹⁴. В легких ядрах становится существенным выход протонов. Иногда утверждают, что нейтронное и протонное сечения повторяют друг друга. Поэтому измерение нейтронного сечения дает величину E_m . Однако в ряде легких ядер оказывается, что максимумы в выходе нейтронов и протонов могут отличаться друг от друга на несколько $Mэв$. Это лучше всего видно⁹⁸ на примере Ag^{40} , где выход протонов гораздо больше, чем этого можно было бы ожидать, что совершенно непонятно. Возможно, что это отчасти обусловлено различием в энергиях поглощения для нейтронов и протонов, которое получается на основании МНЧ, а отчасти эффектами изотопического спина^{99,100}. Величина этого эффекта неожиданна, и нужно соблюдать осторожность при рассмотрении легких ядер.

РАСSEЯНИЕ ФОТОНОВ

Измерения упругого рассеяния фотонов под углом 120° были сделаны для широкой области элементов¹⁰¹. Сечение этого процесса как функция энергии имеет обычно два максимума. Первый максимум находится у самого порога реакций с испусканием частиц, ниже которого рассеяние фотонов является единственно возможным процессом. Выше этого порога рассеяние фотонов сильно ослаблено конкуренцией тяжелых частиц и возрастает до своего второго максимума (около $10\text{--}15$ мбарн для тяжелых элементов, если предполагать угловое распределение в виде $1 + \cos^2\theta$, характерное для излучения $E1$), который воспроизводит по форме совершенно точно гигантский резонанс. Для $A < 50$ или порядка этого эта закономерность больше не сохраняется и упругое рассеяние проявляет максимум при существенно больших энергиях, чем E_m . Это непонятно. При $E_\gamma \sim 30 Mэв$ сечение рассеяния ненамного превышает томсоновское рассеяние для Z свободных протонов. Упругое рассеяние может быть связано с полным поглощением путем использования дисперсионных соотношений⁹⁹. Повидимому, в этих экспериментах могут быть проверены теоретические соотношения. В частности, если $\sigma_{\text{полн}}$ имеет резонансную форму, то вблизи максимума оно может быть связано с сечением рассеяния σ_r с помощью соотношения

$$\frac{\sigma_{\text{полн}}^2}{\sigma_r} \approx 6\pi\lambda^2,$$

и это соотношение достаточно хорошо удовлетворяется для ряда элементов¹⁰¹.

Точное сравнение упругого рассеяния со сглаженным $\sigma_{\text{полн}}$ покажет, является ли $\sigma_{\text{полн}}$ действительно гладким или состоит из резких пиков. Измерения соответствуют гладкому $\sigma_{\text{полн}}$ в области гигантского резонанса, по крайней мере для самых тяжелых элементов.

Эксперименты по рассеянию связаны с поглощением общими соотношениями и почти не зависят от моделей и в силу этого мало говорят нам о механизме поглощения фотонов. Недавнее измерение упругого рассеяния¹⁰² на Та очень важно, так как оно показывает, что фотонно-

ядерное взаимодействие, как это и ожидалось, для деформированных ядер ¹⁰³ носит тензорный характер.

Работа по неупругому рассеянию фотонов трудна, и пока о нем можно судить только по экспериментам, относящимся к возбуждению изомеров. В области выше гигантского резонанса, согласно работе ¹⁰⁴, неупругое рассеяние может составлять значительную часть от полного сечения поглощения. Это очень трудно понять.

ОБЛАСТЬ ВЫШЕ ГИГАНТСКОГО РЕЗОНАНСА

Фотон вносит в ядро большую энергию, но малый импульс. Импульс, который соответствует той же самой энергии, когда она передается нуклону в процессе фотопоглощения, гораздо больше, и он должен компенсироваться с помощью взаимодействия между нуклонами в ядре. Когда энергия фотона мала, менее примерно 20 Мэв, взаимодействие между отдельными нуклонами и остовом ядра как целым (а это и есть основное взаимодействие в МНЧ) удовлетворяет требованию передачи импульса ⁴⁸. Но когда энергия фотона велика, в акте поглощения становятся необходимыми близкие взаимодействия между парами нуклонов. Эта квазидейтонная модель ¹⁰⁵, ^{105a} была разработана в деталях ¹⁰⁶, ^{106a}. Она предсказывает, что такие пары нуклонов будут выходить из ядер, когда энергия γ -лучей будет велика. Это блестяще подтвердилось для n - p -пар ¹⁰⁸ *) при $E_\gamma = 150-300$ Мэв, где квазидейтонное поглощение, по-видимому, целиком объясняет все сечение поглощения. Эта модель предсказывает также спектр фотопротонов при высокой энергии. Измерения ¹⁰⁹ для E_γ от 45 до 110 Мэв показывают хорошее количественное согласие с этими предсказаниями для Li, Be и C. Вообще при высоких энергиях мы должны ожидать, что количество протонов в спектре будет резко падать выше $E_\gamma = \frac{1}{2}E_\gamma$. Этот факт подтверждается во многих исследованиях ^{110-110c}. Пока еще имеется мало работ с нейтронами ^{111, 111a}.

Переход от поглощения согласно МНЧ к квазидейтонным условиям, конечно, является постепенным и хорошо виден в русских работах ^{110a, c}. Изучение интерференции между этими двумя механизмами было бы очень интересным **).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. J. S. Levinger, Ann. Rev. Nucl. Sci. 4, 13 (1954).
2. E. W. Titterton, Prog. Nucl. Phys. 4, 1 (1955).
- 2a. G. R. Bishop and R. Wilson, Hand. Phys. 42, 309 (1957).
- 2b. V. de Sabbata, Nuovo cimento 5, Suppl. 1, 243 (1957).
3. M. E. Tom s, Bibliography of Photonuclear Reactions, Naval Research Laboratory, Washington, 1958.
4. J. L. Gamm el and R. M. Thaler, Phys. Rev. 107, 291 (1957).
5. P. S. Signell and R. E. Marshak, Phys. Rev. 106, 832 (1957); 109, 1229 (1958).
6. J. L. Gamm el, R. S. Christian and R. M. Thaler, Phys. Rev. 105, 311 (1957).
7. S. Gartenhaus, Phys. Rev. 107, 291 (1957).
8. A. R. Baker and D. H. Wilkinson, Philos. Mag. 3, 647 (1958).
- 8a. A. R. Baker, Proc. Roy. Soc. A248, 539 (1958).
9. N. Austern, Phys. Rev. 92, 670 (1953).
10. J. M. Berger, Phys. Rev. 94, 1698 (1954).

*) Заметим, что только n - p -пары имеют электрический дипольный момент. Испускание p - p -пар возможно, но значительно менее вероятно ¹⁰⁷.

**) Заметим, что нет ничего «таинственного» в выборе фотоном между поглощением в состоянии МНЧ или парой с высоким импульсом. Одновременное и дополнительное существование этих двух, очевидно противоречивых, состояний движения является основным содержанием бракнеровского приближения ядерной материи.

11. A. Whetstone and J. Halpern, *Phys. Rev.* **109**, 2072 (1958).
- 11a. L. Allen, *Phys. Rev.* **98**, 705 (1955).
12. C. A. Barnes, J. H. Carver, G. H. Stafford and D. H. Wilkinson, *Phys. Rev.* **86**, 359 (1952).
- 12a. D. H. Wilkinson, *Phys. Rev.* **86**, 373 (1952).
13. L. Hulthen and M. Sugawara, *Hand. Phys.* **39**, 1 (1957).
14. L. J. Schiff, *Phys. Rev.* **78**, 733 (1950).
- 14a. J. F. Marshall and E. Guth, *Phys. Rev.* **78**, 738 (1950).
15. E. A. Whalin, B. D. Schriever and A. O. Hanson, *Phys. Rev.* **101**, 377 (1956).
- 15a. J. C. Keck and A. V. Tolstrup, *Phys. Rev.* **101**, 360 (1956).
- 15b. J. C. Keck, R. M. Littauer, G. K. O'Neill, A. M. Perry and W. M. Woodward, *Phys. Rev.* **93**, 827 (1954).
16. S. J. Lindenbaum, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **7**, 317 (1957).
17. N. Austern, *Phys. Rev.* **85**, 283 (1952); **100**, 1522 (1955).
- 17a. B. T. Feld, *Nuovo cimento* **2**, Suppl. 1, 145 (1955).
18. W. S. McDonald, V. Z. Peterson and D. R. Corson, *Phys. Rev.* **107**, 577 (1957).
19. F. Zachariassen, *Phys. Rev.* **101**, 371 (1956).
20. N. Austern, *Phys. Rev.* **108**, 973 (1957).
21. R. R. Wilson, *Phys. Rev.* **104**, 218 (1956).
22. J. J. De Swart and R. E. Marshak, *Phys. Rev.* **111**, 272 (1958).
23. E. F. Nicholson and G. E. Brown, *Proc. Phys. Soc.* **73**, 221 (1959).
24. W. Zernik, M. L. Rustgi and G. Breit, *Phys. Rev.* **114**, 1358 (1959).
25. C. R. Fischer, K. D. Pyatt, M. H. Hull and G. Breit, *Bull. Amer. Phys. Soc.* **3**, 183 (1958).
26. R. G. Newton, *Phys. Rev.* **107**, 1025 (1957).
27. W. Czyż and J. Sawicki, *Phys. Rev.* **110**, 900 (1958).
- 27a. J. J. De Swart, W. Czyż and J. Sawicki, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 51 (1959).
28. M. Kawaguchi, *Phys. Rev.* **111**, 1314 (1958).
29. M. L. Rustgi and J. S. Levinger, *Prog. Theor. Phys.* **18**, 100 (1957).
- 29a. J. S. Levinger, *Phys. Rev.* **97**, 970 (1955).
30. L. L. Foldy, *Phys. Rev.* **107**, 1303 (1957).
31. R. Hofstadter, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **7**, 231 (1957).
32. А. Н. Горбунов и В. М. Спиридонов, *ЖЭТФ* **33**, 1 (7), 21 (1957); **34**, 4, 862 (1958).
- 32a. E. G. Fuller, *Phys. Rev.* **96**, 1306 (1954).
- 32b. G. de Saussure and L. S. Osborne, *Phys. Rev.* **99**, 843 (1955).
- 32c. D. L. Livesey, and J. G. Main, *Nuovo cimento* **10**, 590 (1958).
33. M. L. Rustgi and J. S. Levinger, *Phys. Rev.* **106**, 530 (1957).
34. T. Kikuta, M. Morita and M. Yamada, *Prog. Theor. Phys.* **15**, 222 (1956).
- 34a. J. M. Blatt and G. Derrick, *Nucl. Phys.* **8**, 602 (1958).
35. B. H. Bransden, A. C. Douglas and H. H. Robertson, *Philos. Mag.* **2**, 1211 (1957).
36. M. L. Rustgi, *Phys. Rev.* **106**, 1256 (1957).
37. J. S. Levinger and H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **78**, 115 (1950).
38. J. S. Levinger and D. C. Kent, *Phys. Rev.* **95**, 418 (1954).
- 38a. J. S. Levinger, *Phys. Rev.* **97**, 122 (1955); **101**, 733 (1956); **107**, 554 (1957).
- 38b. А. Мигдал, *ЖЭТФ* **15**, 81 (1945).
- 38c. Ю. К. Хохлов, *ДАН* **97**, 239 (1954).
39. M. Gell-Mann, M. L. Goldberger and W. E. Thirring, *Phys. Rev.* **95**, 1612 (1954).
40. J. S. Levinger, M. L. Rustgi and K. Okamoto, *Phys. Rev.* **106**, 1191 (1957).
- 40a. Ю. К. Хохлов, *ЖЭТФ* **32**, 124 (1957).
41. A. S. Penfold and J. E. Leiss, *Analysis of Photo Cross Sections*, University of Illinois Champaign, 1958, а также *Phys. Rev.* **114**, 1332 (1959).
42. H. W. Koch, *Proceedings of 1954 Glasgow Conference on Nuclear and Meson Physics*, p. 155, Pergamon Press, London, 1955.
43. J. Goldberger, *Rys. Rev.* **93**, 1426 (1954).
- 43a. C. Tzara, *Compt. rend.* **245**, 56 (1957).
44. M. D. de Souza Santos, J. Goldemberg, R. R. Pieroni, E. Silva, D. A. Borello, S. S. Villaca and J. L. Lopes, *Proc. of Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy.* **2**, 169 (1956), U. N., Geneva.
45. Л. Рац и Дж. Чидли, *Ядерные реакции при малых и средних энергиях.* АН СССР, М., стр. 371, 1958.
46. S. Fujii and S. Takagi, *Prog. Theor. Phys.* **14**, 402 (1955).

47. J. M. Araujo, *Nuovo cimento* **12**, 780 (1954).
48. D. H. Wilkinson, *Proceedings of 1954 Glasgow Conference on Nuclear and Meson Physics*, p. 161, Pergamon Press, London, 1954; *Physica* **22**, 1039 (1956).
49. S. Rand, *Phys. Rev.* **107**, 208 (1957).
50. J. S. Levinger, N. Austern and P. Morrison, *Nucl. Phys.* **3**, 456 (1957).
51. A. M. Lane and D. H. Wilkinson, *Phys. Rev.* **97**, 1499 (1955).
52. A. A. Ross, R. D. Lawson and H. Mark, *Phys. Rev.* **104**, 401 (1956).
53. S. Fernbach, *Rev. Mod. Phys.* **30**, 414 (1958).
- 53a. A. E. Glassgold, *Rev. Mod. Phys.* **30**, 419 (1958).
54. V. F. Weisskopf, *Nucl. Phys.* **3**, 423 (1957).
- 54a. L. C. Gomes, J. D. Walecka and V. F. Weisskopf, *Ann. Phys.* **3**, 241 (1958).
55. В. М. Агранович и В. С. Ставинский, *ЖЭТФ* **34**, 700 (1958).
56. M. G. Mayer and J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* Wiley, New York, 1955.
57. K. Okamoto, *Phys. Rev.* **116**, 428 (1959).
58. K. Wildermuth, *Z. Naturforsch.* **10**, 447 (1955).
- 58a. K. Wildermuth and H. Wittern, *Z. Naturforsch.* **12**, 39 (1957).
- 58b. S. Fujii and S. Takagi, *Prog. Theor. Phys.* **14**, 405 (1955).
59. M. Danos, *Bull. Amer. Phys. Soc. II*, **2**, 354 (1957).
60. M. Danos, *Nucl. Phys.* **5**, 23 (1958).
- 60a. K. Okamoto, *Phys. Rev.* **110**, 1113 (1958).
61. R. Nathans and J. Halpern, *Phys. Rev.* **73**, 437 (1954).
- 61a. R. Nathans and P. F. Yergin, *Phys. Rev.* **98**, 1296 (1955).
62. E. G. Fuller, B. Petree and M. S. Weiss, *Phys. Rev.* **112**, 554 (1958).
63. E. G. Fuller and M. S. Weiss, *Phys. Rev.* **112**, 560 (1958).
64. S. G. Nilsson, *Dan. Mat. Fys. Medd.* **29**, 16 (1955).
65. D. H. Wilkinson, *Philos. Mag.* **3**, 567 (1958).
66. M. Soga and J. Fujita, *Nuovo cimento* **6**, 1494 (1957).
67. J. Fujita, *Prog. Theor. Phys.* **14**, 400 (1955); **16**, 112 (1956).
68. D. Brink, *Nucl. Phys.* **4**, 215 (1957).
69. J. S. Levinger, *Nucl. Phys.* **8**, 428 (1958).
70. А. Мигдал, *ЖЭТФ* **8**, 331 (1944).
71. R. A. Ferrell and W. M. Visscher, *Phys. Rev.* **102**, 450 (1956).
72. B. C. Cook, *Phys. Rev.* **106**, 300 (1957).
73. R. Nathans and J. Halpern, *Phys. Rev.* **92**, 940 (1953).
- 73a. W. C. Barber, *Phys. Rev.* **111**, 1642 (1958).
- 73b. R. N. H. Haslam, L. Katz, E. H. Grosby, R. G. Summers-Gill and A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.* **31**, 210 (1953).
74. B. C. Cook, *Communication to Washington Photonuclear Conference*, 1958.
75. E. D. Courant, *Phys. Rev.* **82**, 703 (1951).
76. G. E. Brown and J. S. Levinger, *Proc. Phys. Soc.* **71**, 733 (1958).
- 76a. C. Bloch, *Nucl. Phys.* **4**, 503 (1957).
77. S. A. E. Johansson, *Phys. Rev.* **97**, 434 (1955).
78. A. J. Akhiezer and A. G. Sitenko, *Physica* **22**, 1149 (1956).
- 78a. J. Sawicki, *Nucl. Phys.* **6**, 525 (1958).
79. M. E. Toms and W. E. Stephens, *Phys. Rev.* **92**, 362 (1953).
- 79a. E. V. Weinstock and J. Halpern, *Phys. Rev.* **94**, 1651 (1954).
- 79b. E. M. Leikin, R. M. Osokina and B. S. Ratner, *Nuovo cimento* **3**, Suppl. **1**, 105 (1956).
- 79c. Р. М. Осокина и В. С. Ратнер, *ЖЭТФ* **32**, **1**, 20 (1957).
- 79d. F. Ferrero, A. O. Hanson, R. Malvano and C. Tribuno, *Nuovo cimento* **6**, 585 (1957).
- 79e. L. Keszthelyi and J. Erö, *Nucl. Phys.* **8**, 650 (1958).
- 79f. M. E. Toms and W. E. Stephens, *Phys. Rev.* **98**, 626 (1955).
80. G. A. Price, *Phys. Rev.* **93**, 1279 (1954).
- 80a. Г. Н. Зацепина, Л. Е. Лазарева и А. П. Пospelov, *ЖЭТФ* **32**, **1**, 27 (1957).
- 80b. F. Ferrero, L. Gonella, R. Malvano, C. Tribuno and A. O. Hanson, *Nuovo cimento* **5**, 242 (1957).
- 80c. M. E. Toms and W. E. Stephens, *Phys. Rev.* **108**, 77 (1957).
- 80d. W. Bertozzi, F. R. Paolini and C. P. Sargent, *Phys. Rev.* **110**, 790 (1958).
81. F. Ferrero, A. O. Hanson, R. Malvano and C. Tribuno, *Nuovo cimento* **4**, 418 (1956).
82. F. Ferrero, R. Malvano, S. Menardi and O. Terracini, *Nucl. Phys.* **9**, 32 (1958).

83. G. Cortini, C. Milone, A. Rubbino and F. Ferrero, *Nuovo cimento* 9, 85 (1958).
84. K. H. Lokan, *Proc. Phys. Soc.* (1959).
85. J. Eichler and H. A. Weidenmuller, *Z. Phys.* 152, 261 (1958).
86. A. Agodi, *Nuovo cimento* 8, 516 (1958).
87. J. P. Elliott and B. H. Flowers, *Prog. Roy. Soc. A242*, 57 (1957).
88. S. A. E. Johansson and B. Forkman, *Arkiv. Fys.* 12, 359 (1957).
89. H. Wilhelmsson and M. Nilsson, *Nucl. Phys.* 4, 234 (1957).
90. J. L. Rhodes and W. E. Stephens, *Phys. Rev.* 110, 1415 (1958).
- 90a. E. C. Halbert and J. B. French, *Phys. Rev.* 105, 1563 (1957).
91. L. D. Cohen, A. K. Mann, R. J. Patton, K. Reibel, W. E. Stephens and E. J. Winhold, *Phys. Rev.* 104, 108 (1956).
- 91a. S. Penner and J. E. Leiss, *N. B. S. Report* № 6219 (1958).
92. A. K. Mann, W. E. Stephens and D. H. Wilkinson, *Phys. Rev.* 97, 1184 (1955).
93. F. Ferrero, R. Malvano and C. Tribuno, *Nuovo cimento* 6, 385 (1957).
94. J. H. Carver, R. D. Edge and K. H. Lokan, *Proc. Phys. Soc.* A70, 415 (1957).
95. L. H. Greenberg, J. G. V. Taylor and R. Haslam, *Phys. Rev.* 95, 1540 (1954).
- 95a. P. Erdős, P. Jordan and P. Stoll, *Helv. Phys. Acta* 28, 322 (1955).
- 95b. F. Heinrich, H. Wäffler and M. Walter, *Helv. Phys. Acta* 29, 3 (1956).
- 95c. P. Erdős, P. Scherrer and P. Stoll, *Helv. Phys. Acta* 30, 639 (1957).
96. F. Heinrich and H. Wäffler, *Helv. Phys. Acta* 29, 232 (1956).
97. J. Sawicki and W. Czyz, *Nucl. Phys.* 4, 248 и 695 (1957).
98. A. S. Penfold and E. L. Garwin, *Phys. Rev.* 114, 1139 (1959).
99. H. Morinaga, *Phys. Rev.* 97, 444 (1955).
100. F. C. Barker and A. K. Mann, *Philos. Mag.* 2, 5 (1957).
101. E. G. Fuller and E. Hayward, *Phys. Rev.* 101, 692 (1956).
102. E. G. Fuller and E. Hayward, *Phys. Rev. Lett.* 1, 465 (1958).
103. A. M. Baldin, *Nucl. Phys.* 9, 237 (1958).
104. О. В. Богданкевич, Л. Е. Лазарева и Ф. А. Пинколев, *ЖЭТФ* 31, 3 (9), 405 (1956).
105. Ю. К. Хохлов, *ЖЭТФ* 23, 241 (1952).
- 105a. J. S. Levinger, *Phys. Rev.* 84, 43 (1951).
106. K. G. Dedrick, *Phys. Rev.* 100, 58 (1955).
- 106a. K. Gottfried, *Nuclear Physics* 5, 557 (1958).
107. T. R. Palfrey, *Communication to Chicago Photonuclear Conference*, 1956.
108. M. Q. Barton and J. H. Smith, *Phys. Rev.* 110, 1143 (1958).
- 108a. A. C. Odian, P. C. Stein, A. Wattenberg, B. T. Feld and R. M. Weinstein, *Phys. Rev.* 102, 837 (1956).
- 108b. A. Wattenberg, A. C. Odian, P. C. Stein, H. Wilson and R. M. Weinstein, *Phys. Rev.* 104, 1710 (1956).
109. C. Whitehead, W. R. McMurray, M. J. Aitken, N. Middlemas and C. H. Collie, *Phys. Rev.* 110, 941 (1958).
110. G. K. Kliger, V. I. Riabinkin, I. V. Chuvilo and V. G. Shevchenko, *Physica* 22, 1142 (1956).
- 110a. И. В. Чувило и В. Г. Шевченко, *ЖЭТФ* 32, № 6, 1335 (1957).
- 110b. B. T. Feld, R. D. Goldbole, A. Odian, F. Scherb, P. C. Stein and A. Wattenberg, *Phys. Rev.* 94, 100 (1954).
- 110c. Е. В. Бажанов, Ю. М. Волков, А. П. Комар, Л. А. Кульчицкий, В. П. Чижов, И. П. Явор, *Ядерные реакции при малых и средних энергиях*, М., АН СССР, стр. 463, 1958; см. также *ЖЭТФ* 32, № 3, 614 (1957) и 31, № 3, 534 (1956).
111. П. С. Баранов и В. И. Гольданский, *ЖЭТФ* 28, 746 (1955).
- 111a. P. S. Baranov, V. I. Goldanski and V. S. Roganov, *Phys. Rev.* 109, 1801 (1958).