

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ
ЭЛЕКТРОННЫХ ЗОН В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ*)***Бенджамин Лэкс*

ВВЕДЕНИЕ

Огромный интерес к зонной структуре твердых тел, наблюдаемый в последние годы, возник благодаря совместным усилиям теоретиков, предпринявших расчет зонной структуры на основе общих принципов, и экспериментаторов, которые проводили широкие исследования электрических, магнитных и оптических свойств монокристаллических и поликристаллических полупроводников и металлов. Несмотря на то, что теоретики достигли больших успехов в определении характера и природы энергетических зон, их возможности часто ограничены при точном количественном решении этого вопроса. Тем не менее уже существующие результаты теоретических работ сформировали очень полезное руководство для исследования экспериментальных результатов. Последние же дают материал, который может быть использован для обновления и расширения теоретических расчетов. Такое взаимодействие теории и эксперимента было прекрасно продемонстрировано при решении вопроса о сложной структуре зон германия и кремния, а недавно антимионидов индия и графита.

В обзоре Германа¹ дан общий очерк достижений теоретических методов в определении зонной структуры некоторых хорошо известных полупроводников и металлов, а также успехов теории, применительно к характерным особенностям; важным для оптических и электрических свойств. В настоящем обзоре рассматривается группа экспериментов, которые сыграли значительную роль в формировании нашего современного представления о зонной структуре многих материалов, представляющих интерес в настоящее время. В частности, здесь обсуждаются эксперименты по эффекту де Гааза-ван Альфена, циклотронному резонансу, гальваномагнитному эффекту и инфракрасному поглощению. Исследования по циклотронному резонансу включают эксперименты на микроволнах и инфракрасных частотах. Эксперименты по инфракрасному поглощению включают междузонные переходы и недавно открытый осцилляторный магнитоабсорбционный эффект в полупроводниках.

Гальваномагнитные измерения, такие, как измерения эффекта Холла и сопротивления в магнитном поле, исторически явились первыми экспериментами, пролившими свет на природу зон в металлах. Даже в настоящее время гальваномагнитная техника остается очень полезным методом исследований. Из классических методов эффект де Гааза-ван Альфена является, вероятно, наиболее эффективным способом получения прямой количественной информации о кривизне зон у поверхности Ферми в металлах.

*) Revs. Modern Phys. 30, 122 (1958). Перевод Б. П. Захарченко.

Осцилляции эффекта Холла, термомагнитный эффект и изменения сопротивления в магнитном поле являются, в сущности, другими формами эффекта де Гааза—ван Альфена и не дают какой-либо дополнительной информации о зонах. Самым мощным и наиболее прямым методом для получения такой информации является циклотронный резонанс. С успехом, какой этот метод имел для германия и кремния, не могут сравниться никакие достижения других методов. Циклотронный резонанс в инфракрасной области явился хорошим методом для исследования изменения кривизны зоны у антимонида индия вне минимума зоны проводимости, а у висмута—выше поверхности Ферми. Измерения инфракрасного поглощения использовались для определения энергетического расстояния от вершины валентной зоны до дна зоны проводимости в полупроводниках. Совсем недавно были проделаны тщательные измерения с целью более детального изучения природы края поглощения и получения сведений о местоположении экстремумов энергетической зоны в бриллюэновом пространстве. Сведения о кривизне зоны проводимости и валентной зоны в антимониде и арсениде индия дают также вариации края поглощения при введении примесей в эти материалы. Прекрасным подтверждением теоретических исследований явились эксперименты по инфракрасному поглощению в материалах p -типа, где наблюдаются междоузельные переходы в валентных зонах германия, существование которых доказано циклотронным резонансом.

Наиболее многообещающим методом исследований в инфракрасной области является недавно открытый осцилляторный магнитоабсорбционный эффект. Благодаря этому эффекту уже получена информация о высоких зонах в германии, о спин-орбитальном эффекте в зоне проводимости антимонида индия и о зоне проводимости в арсениде индия. Осцилляции поглощения в магнитном поле дали представление о природе процессов, наблюдаемых при переходах вблизи края поглощения в этих материалах.

Магнитоабсорбционная методика может быть с успехом применена при исследованиях некоторых свойств электронных зон многих новых полупроводников, в которых циклотронный резонанс и гальваномагнитные измерения невозможны.

ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС

Микроволновые эксперименты на полупроводниках

Хотя гальваномагнитные измерения и измерения магнитной восприимчивости в твердых телах являются более старыми методами, чем циклотронный резонанс, все же последний представляет собой более простой и непосредственный метод. Поэтому логично начать с циклотронного резонанса. Это явление было хорошо известно физикам, изучавшим вопрос о распространении радиоволн через ионосферу в присутствии магнитного поля земли². Подобный эффект наблюдался также в лаборатории на сверхвысоких частотах³ и был количественно изучен для микроволн группой газового разряда Массачусетского технологического института⁴. Электрон в присутствии постоянного магнитного поля H движется по винтообразной траектории, вращаясь вокруг магнитного поля с циклотронной частотой

$$\omega_c = \frac{eH}{m^*c} \quad (1)$$

Когда на электрон воздействует радиочастотное электрическое поле, перпендикулярное H , то электрон, в добавление к вращательному движе-

нию, совершает одновременно осцилляторное движение с частотой ω , соответствующей частоте электрического поля. Когда эта частота равна циклотронной частоте, т. е. $\omega = \omega_c$, электрон совершает движение по спирали в плоскости, перпендикулярной H . Энергия не может возрастать до бесконечности при увеличении радиуса спирали, так как в конце концов электрон сталкивается с атомом или молекулой. В твердом теле среднее время жизни τ определяется рассеянием на тепловых колебаниях решетки и соударениями с атомами примесей или дефектами решетки. Если электрон проходит лишь малую часть

цикла, то влияние магнитного поля на обмен энергией между электроном и радиочастотным электрическим полем пренебрежимо мало. Однако если τ достаточно велико для того, чтобы электрон успел закончить один или несколько оборотов между столкновениями, то обмен энергией между электроном и электрическим полем увеличивается. Поглощение как функция приложенного магнитного поля для различных значений произведения частоты на время жизни представлено на рис. 1. Поглощение пропорционально выражению $[1 + (\omega - \omega_c)^2 \tau^2]^{-1} + [1 + (\omega + \omega_c)^2 \tau^2]^{-1}$. Когда $\omega \tau \geq 1$, поглощение обнаруживает резонансный пик при $\omega = \omega_c$. Частота, при которой наблюдается резонансный пик, может быть использована для определения эффективной массы электрона m^* , так как частота ω и магнитное поле H могут быть измерены. Масса m^* известна как эффективная масса и отличается от массы свободного электрона вследствие того, что носитель заряда движется в периодическом поле кристаллической решетки. Если принять это во внимание, то из решения соответствующего уравнения Шредингера получается следующее соотношение между энергией и импульсом для изотропного носителя:

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m^*}, \quad (2)$$

где $\frac{1}{m^*} = \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial p^2}$ — есть мера кривизны энергетической зоны, связанной с движением электрона. Эффективная масса в более общем случае есть тензор, представляемый с помощью выражения $\frac{1}{m^*} = \text{grad}_p \text{grad}_p \epsilon$.

Основная цель экспериментов по циклотронному резонансу — исследовать количественно кривизну зон с помощью измерения тензора масс электронов или дырок, связанных с соответствующими поверхностями в бриллюэновом пространстве. Теория циклотронного резонанса в приложении к твердым телам была впервые рассмотрена Дорфманом⁵ и Динглем⁶. Однако первое ясное предложение эксперимента по циклотронному резонансу было сделано Шокли⁷, который рассмотрел в общих чертах постановку эксперимента для германия. Первые опыты были проведены в Беркли⁸. Более полные эксперименты, в которых измерялись параметры анизотропии энергетических поверхностей электронов и дырок в германии, были вскоре опубликованы Линкольнской группой^{9,10}.

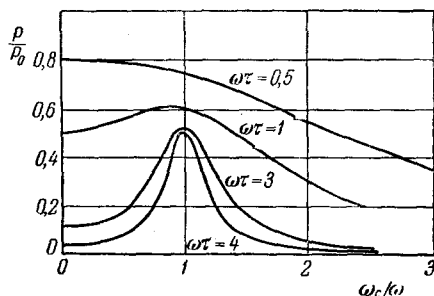


Рис. 1. Теоретические кривые циклотронного резонансного поглощения в германии в зависимости от магнитного поля H .

Магнитное поле направлено вдоль оси $\{100\}$, а высокочастотное электрическое поле — в перпендикулярном направлении. Поглощенная мощность P_{100} выражена в долях мощности P_0 , для которой $H=0$ и $\omega=0$ (по Лексу, Зейгеру и Декстеру).

Эксперименты производились на ориентированных монокристаллах, располагаемых в микроволновой резонансной полости, погруженной в жидкий гелий. Охлаждение устраняло основной источник рассеяния

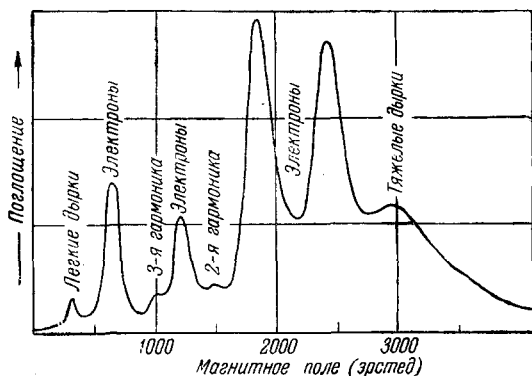


Рис. 2. Образец записи кривой циклотронного резонанса в германии при 4°K и $23\,000 \text{ Мгц}$; внешнее магнитное поле составляло 10° с плоскостью (110) и 30° с направлением [100].

Ориентация подбиралась так, чтобы были видны восемь резонансных пиков, наблюдаемых в германии (по Декстеру, Зейгеру и Локсу).

В более ранних экспериментах на германии⁹ носители переводились в зону проводимости или в валентную зону ударной ионизацией, которая вызывалась повышением уровня микроволновой энергии внутри полости до необходимого значения. Такой метод был использован Линкольнской группой для отождествления электронов или дырок, которые возбуждались селек-

тивно в зависимости от того, был ли образец p - или n -типа, что заранее определялось по измерениям эффекта Холла при температурах жидкого азота. Группа в Беркли для того, чтобы различить дырки и электроны, использовала круговую поляризацию микроволн^{8,11}. В более поздних экспериментах для ионизации замороженных примесей использовался свет¹¹⁻¹⁴. Это создавало большие преимущества при получении очень узких резонансных линий. Когда использовался только белый свет, кванты большой энергии порождали и электроны и дырки, как это показано на рис. 2. Подходящий источник селективного инфракрасного излучения позволял произвести избирательное возбуждение либо электронов, либо дырок в зависимости от типа примеси. Такой метод был необходим для наблюдения анизотропии тяжелой дырки в германии (рис. 3), так как ударная ионизация смазывала анизотропию дырок в германии. Для кремния ударная ионизация совсем не имела успеха.

Здесь опять-таки было необходимо оптическое возбуждение. При этом носители создавались в зоне проводимости или в валентной зоне. Стацио-

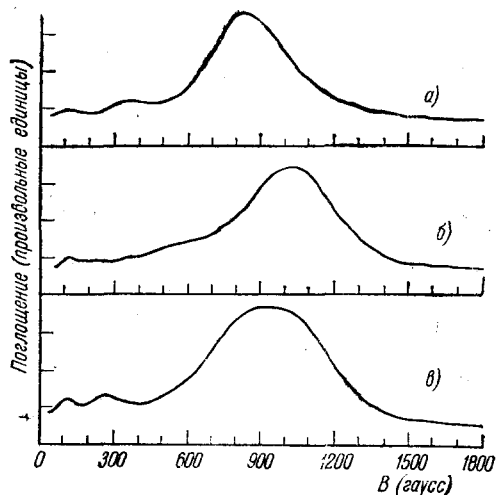


Рис. 3. Резонансное поглощение дырок в германии p -типа на частоте 8900 Мгц при возбуждении инфракрасным излучением.

Кривые а), б) и в) соответствуют различным направлениям В вдоль [001], [111] и [110] осей. Побочный пик соответствует слабому резонансу на электронах (по Локсу, Зейгеру и Декстеру).

парное магнитное поле, в котором находились дьюар и микроволновая полость, автоматически менялось. Резонанс наблюдался при автоматической записи микроволнового сигнала, отраженного от резонатора. Образец такой записи показан на рис. 2. Аналогичные кривые были получены для ряда ориентаций, когда магнитное поле находилось в плоскости (110) кристалла.

Анизотропия резонансных пиков для электронов, которая показана для кремния на рис. 4 и для германия на рис. 5, может быть проанализирована следующим образом. Экспериментальные данные заставляют предположить, что изоэнергетические поверхности могут быть представлены семействами эллипсоидов, совместных с кубической симметрией кристалла. Простейшими возможными комбинациями могут быть три или шесть эллипсоидов

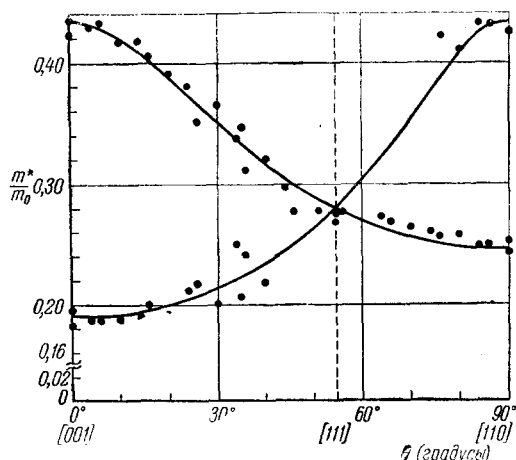


Рис. 4. Эффективная масса электронов в кремнии в зависимости от ориентации магнитного поля в плоскости (110) (по Декстеру, Лэксу, Кипу и Дрессельхаузу).

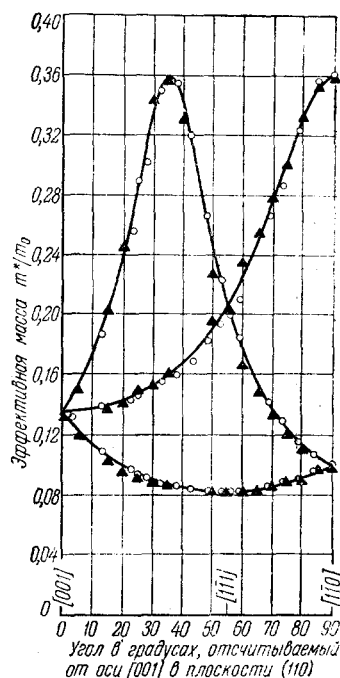


Рис. 5. Эффективная масса электронов в германии при 4° К в магнитном поле, ориентированном в плоскости (110). Теоретические кривые рассчитаны по формуле (4) (по Дрессельхаузу, Кипу и Киттелю).

вращения, расположенных вдоль ребер куба или вдоль осей [100], и четыре или восемь эллипсоидов вращения вдоль диагоналей куба или осей [111]. Комбинация из трех или четырех эллипсоидов применима, если минимумы энергии, связанные с зоной проводимости, располагаются у краев зоны Бриллюэна. Комбинация из шести или восьми эллипсоидов подходит, если минимумы находятся внутри зоны Бриллюэна. Для кремния получен только один резонансный пик, когда магнитное поле параллельно направлению [111]. Этот единичный резонанс указывает на то, что эллипсоиды расположены по направлению [100], так что все такие эллипсоиды оказываются эквивалентными по отношению к диагонали куба. Для германия единичный резонансный пик наблюдается, когда H направлено вдоль оси [100]. Это показывает, что эллипсоиды должны лежать вдоль диагоналей куба [111]. Компоненты тензора масс для каждой эллиптической поверхности могут быть получены из выражения

$$\epsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_l} - \frac{p_z}{2m_l}, \quad (3)$$

где m_l — эффективная масса вдоль главной оси эллипсоида, а m_t — эффективная масса в поперечном направлении (поперечная масса). Эффективная масса m^* , соответствующая формуле (1) и определяемая резонансным пиком, дается формулой

$$m^* = m_t \left(\frac{m_l}{m_l \cos^2 \theta + m_t \sin^2 \theta} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где θ — угол между направлением магнитного поля и главной осью эллипсоида. Были выбраны две экспериментальные величины m^* соответственно двум измеренным величинам H . При этом, используя две соответствующие величины θ для этих масс, из уравнения (4) можно вычислить m_l и m_t .

Для электронов в этом случае получены следующие величины:

$$\text{Si: } m_l = (0,98 \pm 0,04) m_0, \quad m_t = (0,19 \pm 0,01) m_0,$$

$$\text{Ge: } m_l = (1,64 \pm 0,03) m_0,$$

$$m_t = (0,0819 \pm 0,0003) m_0,$$

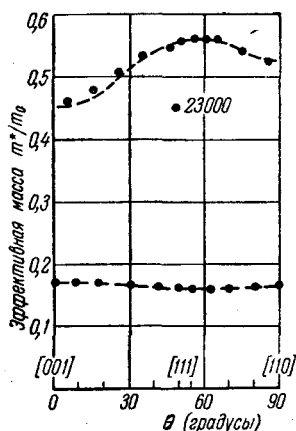


Рис. 6. Эффективные массы дырок в кремнии. Магнитное поле в плоскости (110). Кривые рассчитаны теоретически, точки — экспериментальные данные (по Р. Н. Декстеру, докторская диссертация, 1955 г.).

где m_0 — масса свободного электрона. Аналогично были получены данные по анизотропии резонанса для дырок, когда магнитное поле поворачивалось в плоскости (110). Кривая зависимости двух эффективных масс дырок в кремнии от угла вращения дана на рис. 6. Аналогичная зависимость была получена для германия. Интерпретация данных может быть сделана при использовании теоретических выражений, полученных Дрессельхаузом, Кипом и Киттелем^{16,17}. Их вывод был основан на существовании двух типов дырок, что заставляет предположить существование двух вырожденных зон в центре зоны Бриллюэна. Тройное вырождение снималось благодаря спин-орбитальному расщеплению, понижающему третью зону сильнее других. Результаты

теории возмущений при использовании теории групп и учете свойств симметрии кристалла дают следующие соотношения энергия — импульс для трех зон:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{1,2} &= -\frac{1}{2m_0} \{ A p^2 \pm [B^2 p^4 + C^2 (p_x^2 p_y^2 + p_x^2 p_z^2 + p_y^2 p_z^2)]^{1/2} \}, \\ \varepsilon_3 &= -\Delta - \left(\frac{1}{2m_0} \right) A p^2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где A , B и C — константы, которые могут быть определены из экспериментов по циклотронному резонансу, Δ — величина спин-орбитального расщепления, знак плюс относится к поверхности легкой дырки, а минус — к поверхности тяжелой дырки. Шокли⁸ предложил метод для оценки констант, в котором эффективная масса для деформированных сфер, представляемых уравнением (5), дается следующим интегралом:

$$m^* = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{p}{\partial \varepsilon} \frac{d\Phi}{\partial p}, \quad (6)$$

которым изоэнергетические поверхности уравнений (5) были переведены в цилиндрические координаты. При $p_H = 0$ они имеют вид:

$$\varepsilon = -\frac{p^2}{2m_0} \left[A \pm \left\{ B^2 + \frac{1}{4} C^2 [1 + g(\theta, \Phi)] \right\}^{1/2} \right], \quad \left. \begin{aligned} g(\theta, \Phi) = (3 \cos^2 \theta - 1) [(\cos^2 \theta - 3) \cos^4 \Phi + 2 \cos^2 \Phi], \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где θ —угол, который составляет магнитное поле с осью [100] в плоскости (110), а Φ —азимутальный угол в плоскости, перпендикулярной магнитному полю с компонентой p_H , параллельной магнитному полю. Эта система дает приближенное выражение¹⁷ для эффективной массы

$$\frac{m^*}{m_0} \approx \frac{1}{A \pm \left[B^2 + \left(\frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2}} \times \left\{ 1 \pm \frac{C^2 (1 - 3 \cos^2 \theta)^2}{64 \left[B^2 + \left(\frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \left\{ A \pm \left[B^2 + \left(\frac{C}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \dots} \right\}. \quad (8)$$

Подставляя в это выражение три соответствующие экспериментальные величины, представленные для кремния на рис. 6, или используя аналогичные данные для германия, можно вычислить A , B и C . Зейгером, Лаксом и Декстером¹⁹ был проделан более точный расчет с использованием бальмановской теории переноса, в которой учитываются различные величины p_H , а также время между столкновениями, которое влияет на ширину линии. Из этой теории были получены следующие результаты¹⁵:

	A	B	C
Ge:	$13,1 \pm 0,4$	$8,3 \pm 0,6$	$12,5 \pm 0,5$
Si:	$4,0 \pm 0,1$	$1,1 \pm 0,4$	$4,1 \pm 0,4$

Эти расчеты показывают, что изоэнергетические поверхности валентной зоны в германии и кремнии состоят из двух замкнутых деформированных сфер, которые для тяжелой дырки вытянуты в направлении [111]. Для легких дырок поверхности сжаты вдоль [111] и вытянуты вдоль направления [100]. Сечения таких поверхностей в плоскости (110) при $p_H = 0$ для кремния представлены на рис. 7.

Используя результаты этих исследований и теоретические работы Германа²⁰, можно построить диаграммы изоэнергетических поверхностей (рис. 8) для германия и кремния, которые, по сравнению с другими веществами, хорошо исследованы. Кроме того, теория возмущений для германия предсказывает наличие кривизны в центре зоны Бриллюэна у более высокой зоны проводимости Γ_2^- , эффективная масса для которой $m^* = 0,034 m_0$ ¹⁷. Положение этой зоны, расщепление валентной зоны и относительное положение минимумов было определено из экспериментов по инфракрасному поглощению и других экспериментов, которые обсуждаются ниже. Оказывается, что минимумы [111] зоны проводимости для германия находятся у края зоны Бриллюэна, а минимумы [100] зоны проводимости для кремния находятся между центром и краем зоны Бриллюэна.

Люттингер и Кон²¹ произвели квантовомеханический расчет циклотронного резонанса дырок, который применим к германию и кремнию. Их исследование показывает, что явление циклотронного резонанса состоит в переходах между соседними квантовыми магнитными уровнями. Для низких квантовых чисел, по Люттингеру и Кону, расстояния между уровнями не равны. Они же предсказали, что при подходящих экспериментальных условиях на резонансные линии дырок будет налагаться тонкая структура и резонансные частоты будут изменены. Такие экспери-

менты провели Флетчер, Егер и Меррит²² при температуре 4,2 и 1,3° К, используя очень чистые образцы германия, и получили в микроволновой области чрезвычайно узкие резонансные линии. Они смогли наблюдать тонкую структуру и, таким образом, качественно подтвердили существование предсказанных квантовых эффектов. Количественного согласия между теорией и экспериментом получено не было.

В добавление к квантовым эффектам были наблюдаемы другие явления, связанные с деформированием изоэнергетической поверхности тяжелой дырки. В одной из ранних работ по циклотронному резонансу¹¹ Кип сообщал

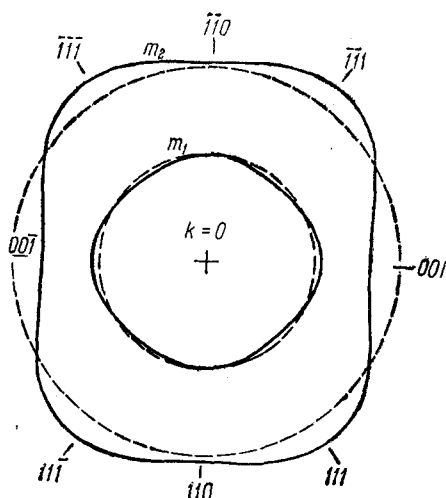
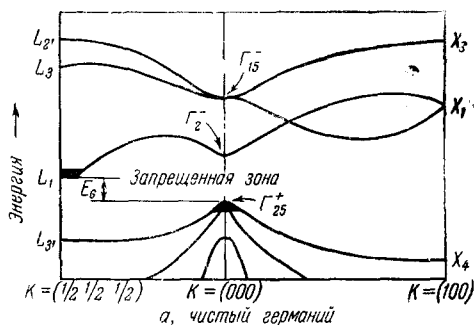
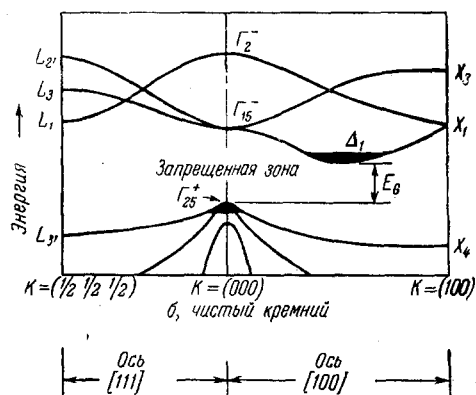


Рис. 7. Поперечное сечение поверхности постоянной энергии в пространстве импульсов (зависимость $\epsilon(k)$ от k) в плоскости (110) для валентной зоны кремния.

Волновой вектор пропорционален импульсу, а m_1 и m_2 обозначают соответственно массы легкой и тяжелой дырок (по Декстеру, Зейгеру и Лэксу).



а, чистый германий



б, чистый кремний

Рис. 8. Схематическое представление энергетических зон в германии и кремнии по кристаллографическим направлениям [111] и [100] в зоне Бриллюэна.

Затененные участки обозначают максимумы и минимумы валентной зоны и зоны проводимости. Отщепившаяся вследствие спин-орбитального взаимодействия валентная зона находится ниже вырожденных зон (по Германду).

о присутствии дополнительных линий. Эти линии были также наблюдаемы Декстером, Зейгером и Лэксом¹⁵ в германии и кремнии и было ясно показано, что это — гармоники, связанные с нелинейным движением тяжелой дырки в присутствии магнитного поля. Эти гармоники, представленные на рис. 2, были рассмотрены теоретически Зейгером, Лэксом и Декстером¹⁹ и согласованы с результатами эксперимента.

Эксперименты по циклотронному резонансу были проведены также на сплавах германий—кремний²³, но вполне определенных результатов не было получено, так как разрешение было гораздо хуже вследствие сильного рассеяния. Точность экспериментов была недостаточной, чтобы показать с определенностью, была ли кривизна зон отлична от кривизны зон германия или кремния с малым содержанием сплава. Исследование циклотронного резонанса на других полупроводниках также оказалось малоуспешным. Лишь исследование антимолида индия привело к некото-

рому успеху. Первые результаты, полученные Декстером и Лэксом²⁴ при $\omega t \cong 1/3$, дали следующую, полученную путем экстраполяции, эффективную массу электрона $m^* \cong 0,02 m_0$. В Беркли, улучшив разрешение²⁵, получили для материала *p*-типа электронную массу $m_e^* = 0,013 m_0$, причем анизотропия отсутствовала. Для массы дырки получили $m_h^* = 0,18 m_0$ при плохо разрешенной, но несомненной анизотропии. Наблюдаемый экспериментально спектр резонанса для антимонида индия состоит из хорошо разрешенного пика для электронов и широкого резонансного пика для дырок.

Микроволновый циклотронный резонанс в металлах

Несмотря на то, что циклотронный резонанс был впервые предсказан для металлов, эксперименты на металлах последовали за экспериментами на полупроводниках. Первые неопубликованные исследования, проведенные группой в Беркли на графите и Линкольнской группой на висмуте, не обнаружили резонанса. Группой исследователей в Беркли было показано теоретически, что в металлах происходит нерезонансное поглощение на микроволновых частотах²⁶. Вскоре Гэлтом и сотрудниками²⁷, а также Декстером и Лэксом²⁸ было сообщено о продолжении исследований по циклотронному поглощению в висмуте. При этом последние ясно показали, что хотя поглощение нерезонансное, все же на кривой зависимости поглощения от магнитного поля имеется точка перегиба, определяемая выражением

$$\omega_c = \omega + \frac{k}{\tau}, \quad (9)$$

где k — постоянная, близкая к единице. Линкольнская группа²⁹ и М. Тинкхем³⁰ показали, используя это приближение, что полученные экспериментальные результаты грубо согласуются с результатами, полученными из эффекта де Гааза—ван Альфена, который будет обсужден в дальнейшем. Недавние эксперименты³¹ установили приемлемое согласие между массами, полученными из эффекта де Гааза—ван Альфена и определенными из циклотронного резонанса. Однако анизотропия спектра циклотронного резонанса не согласуется с простой классической теорией²⁹, использующей данные Шенберга для электронных масс в *Bi*. На рис. 9, *a* представлены экспериментальные результаты, полученные Линкольнской группой для производной поглощенной мощности в зависимости от стационарного магнитного поля, при этом поле параллельно направлению $[11\bar{2}0]$ в тригональной плоскости образца *Bi*. На кривых видно три приблизительно при 100, 200 и 300 эрстед. Эти пики дают соответственно следующие величины масс $\sim 0,01 m_0$, $0,015 m_0$ и $0,02 m_0$, причем два последних значения исправлены с помощью выражения (9) на смещение точки перегиба. Массы электронов, полученные из эффекта де Гааза—ван Альфена, имеют значения $0,008 m_0$ и $0,016 m_0$, когда H направлено вдоль указанного

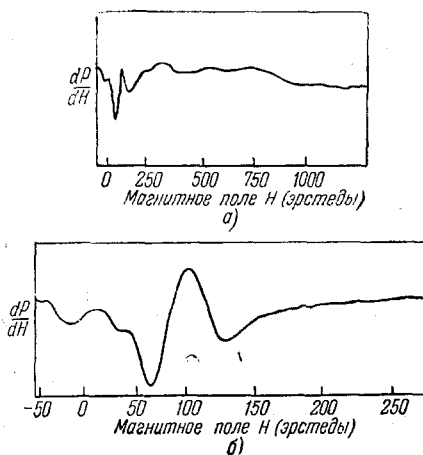


Рис. 9. Запись производной резонансного циклотронного поглощения в висмуте в случае, когда магнитное поле, параллельное поверхности образца, находится в тригональной плоскости.

б) — увеличенная часть кривой *a*), записанная при слабых полях (по Фонеру, Зейгеру, Поуэллу, Велту и Ляксу).

выше кристаллографического направления. Пики у 200 и 300 эрстед плохо разрешены, но оказывается, что они анизотропны и связаны, по-видимому, с электронными массами, полученными из эффекта де Гааза—ван Альфена. Хорошо разрешенный пик у 100 эрстед является изотропным в тригональной плоскости. На рис. 9, а видна также неразрешенная структура при более высоких полях. На рис. 9, б показана в большем

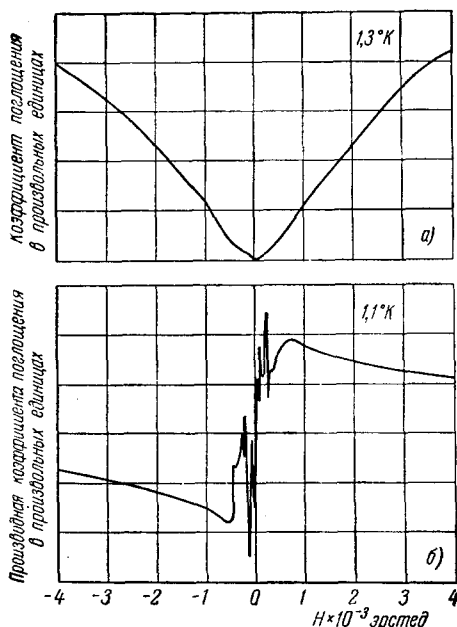


Рис. 10. Зависимость коэффициента поглощенной мощности при $1,3^\circ \text{K}$ от стационарного магнитного поля, для поляризованной по кругу радиации, частотой в $24\,000 \text{ Мгц}$ при нормальном падении ее на плоскость графита (001). Магнитное поле перпендикулярно плоскости (001). Шкала по вертикали линейна лишь приблизительно. Нулевое поглощение находится на самом деле где-то ниже оси абсцисс. Циклотронный резонанс для электронов должен наблюдаться со стороны отрицательных значений поля, влево от $H=0$, а для дырок со стороны положительных полей. б) — производная кривой а), которая наблюдается экспериментально при температуре $1,1^\circ \text{K}$ с помощью метода модуляции поля (по Гэлту, Егеру и Дейлу).

с примесями, где заведомо преобладают носители одного типа, так как при такой конфигурации пики для сложных энергетических поверхностей в классическом пределе не соответствуют действительному циклотронному резонансу²⁹. Красивая демонстрация метода круговой поляризации была дана Гэлтом, Егером и Дейлом в их экспериментах с графитом³². Полученные ими кривые поглощения и соответствующие кривые для производной показаны на рис. 10. Форма кривой поглощения ясно показывает, что кристалл графита был достаточно чистым и что концентрации электронов и дырок должны быть примерно равны. Для того чтобы интерпретировать эти данные Лэкс и Зейгер³³ произвели теоретический расчет формы линии для неосновных носителей в присутствии основных носителей того же знака. Оказалось, что эта кривая имеет близкое

масштабе запись кривой производной поглощения при малых полях. В добавление к пику при 100 эрстедах наблюдаются два малых пика при более низких полях, которые также оказываются изотропными в тригональной плоскости.

Предлагаются два возможных объяснения происхождения этих трех пиков: 1) они связаны с неосновными носителями, не обнаруживаемыми в эффекте де Гааза—ван Альфена, 2) пик при 100 эрстедах относится к неосновным носителям, а два пика при меньших полях являются субгармониками, связанными с эффектом Азбеля—Канера, который будет рассмотрен ниже.

Экспериментальные и теоретические исследования висмута показали, что для изучения микроволнового циклотронного резонанса в металлах желательно использовать круговую поляризацию, причем стационарное магнитное поле должно быть перпендикулярно к поверхности образца. Это позволяет давать более непосредственную интерпретацию пиков на кривой производной поглощения, а также различать резонанс на дырках и электронах. Если магнитное поле параллельно поверхности образца, то резонансные пики для дырок и электронов в чистом образце появляются вместе. Больше того, интерпретация оказывается затруднительной даже для материалов

сходство с двумя наиболее заметными пиками для дырок и электронов на кривой рис. 10. Остальные пики на экспериментальных кривых были интерпретированы как гармоники. Наличие гармоник для неосновных носителей представляется вполне убедительным, но их присутствие для основных носителей не столь убедительно.

Упомянутые выше исследователи, используя правила отбора для гармоник, полученных из Больцмановской теории для деформированных поверхностей¹⁹, и учитывая свойства симметрии кристалла графита, пришли к заключению, что изоэнергетические поверхности носителей в графите являются деформированными эллипсоидами с главной осью вдоль гексагонального направления $[1000]$ и что расположение перекрывающихся зон в гексагональных плоскостях может быть сведено к трем возможностям вблизи точки A , как показано на рис. 11.

Теоретическое исследование Мак-Клора²⁴ показало, что положение энергетических поверхностей по AB наиболее вероятно и что эллипсоиды в самом деле сильно деформированы; пересекаясь с поверхностью Ферми, вытянутые части эллипсоидов дают неосновные носители. Следует указать, что эксперименты по эффекту де Гааза—ван Альфена не обнаружили присутствия неосновных носителей. Между тем результаты для основных носителей, как указано ниже, находятся в хорошем согласии с данными по циклотронному резонансу.

Об обнаружении резонансных эффектов в олове и меди сообщал Фосетт, который измерял сопротивление металлических образцов калориметрически. Его образцы имели форму дисков, которые располагались в конце прямоугольного волновода. Поглощение микроволн в образцах измерялось очень чувствительным угольным термометром, укрепленным на наружной стороне образца. На каждой из полученных кривых зависимости поглощения или сопротивления от магнитного поля были обнаружены минимум и пик. Фосетт объяснил пики резонансом и получил для олова ряд величин эффективных масс от $0,25 m_0$ до $0,43 m_0$; для меди он получил $m^* \sim 0,15 m_0$. Он сообщил также о эффектах анизотропии для обоих металлов при различной их ориентации в поле.

Азбель и Канер²⁶ предсказали существование еще одного вида циклотронного резонанса*), который связан с существованием аномального скин-эффекта в металлах при низких температурах. При таких условиях длина свободного пробега значительно больше, чем глубина проникновения высокочастотного поля. Для получения резонанса Азбеля—Канера магнитное поле ориентируется параллельно поверхности и электрон, который движется по спирали, возвращается в скин-слой каждый первый, второй и третий период в зависимости от величины магнитного поля. Если длина свободного пробега достаточно велика и $l \gg r \gg \delta$, где r — радиус циклотронной орбиты, а δ — эффективная глубина скин-слоя, то электрон будет несколько раз возвращаться в скин-слой в соответствующей фазе, резонансно поглощая энергию на основной частоте и на частоте гармоник. Для этого эффекта предсказываются осцилляции резонансного поглоще-

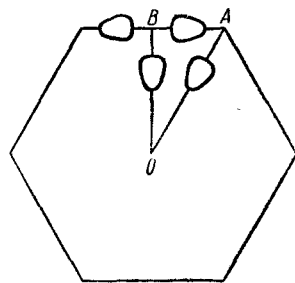


Рис. 11. Сечение зоны Бриллюэна графита с предпологаемым расположением максимумов и минимумов зоны. Размеры сечений энергетических поверхностей преувеличены (по Лэнсу и Зейгеру).

*) По сути дела, резонанс Азбеля—Канера является полной аналогией движению частицы в циклотроне с одним зазором. Он отличается от диамагнитного резонанса в полупроводниках, который в данном обзоре тоже называется циклотронным резонансом в согласии с общепринятой и не совсем точной терминологией. (Прим. переводчика.)

ния с расстоянием, пропорциональным $\frac{1}{H}$ для $\omega t \gg 1$. Экспериментально этот эффект можно обнаружить, наблюдая пик поглощения гармоник при низких магнитных полях, равных половине, трети и т. д. того значения поля, при котором наблюдается основное поглощение. Можно думать, что эксперименты Фосетта³⁵ были первыми экспериментами, указавшими на существование этого эффекта. Фонер и другие³¹ сообщали о наблюдении указанных выше пиков в висмуте при 4,2° К, когда магнитное поле было параллельно поверхности. Некоторые из этих пиков исчезали, когда поле отклонялось от направления, параллельного поверхности. Возможно, что некоторые пики, представленные на рис. 9, могут быть связаны с эффектом Азбеля—Канера, однако это еще точно не установлено, так как эти пики наблюдались при записи производной кривой поглощения. Если такое поглощение действительно существует, то оно должно быть наблюдаемо с помощью чувствительного абсорбционного спектрометра.

Недавно Кип³⁷ сообщил о предварительных наблюдениях резонанса Азбеля—Канера в олове, когда магнитное и электрическое поля были параллельны плоскости образца. Независимо Обри и Чемберс³⁸ наблюдали такой же резонанс в висмуте. Эти последние результаты точно соответствовали теоретическим предсказаниям и были получены для активного и реактивного поверхностного сопротивления при аномальном поглощении при низких температурах, когда электрическое и магнитное поля располагались в плоскости образца параллельно друг другу.

Циклотронный резонанс в инфракрасной области

Эксперименты по микроволновому циклотронному резонансу, которые с большим успехом использовались для получения достаточно полной картины зон в германии и кремнии, не оправдали надежд для других полупроводников. Даже для металлов висмута и графита, в особенности для последнего, где была получена некая информация, ситуация с точки зрения количественного расчета была не вполне удовлетворительной. Трудности исследования циклотронного резонанса для полупроводников, интерметаллических соединений, полярных соединений и полупроводниковых сплавов возникают из-за сильного рассеяния носителей даже при низких температурах, так что $\omega t < 1$. Из-за того, что очистка этих соединений еще не достигла такого совершенства, как для германия и кремния, в них имеется сильное рассеяние на примесях. В антимониде индия n -типа и в металлах существование большой плотности носителей приводит к деполаризационным или плазменным эффектам. В сущности, это означает, что $\omega < \omega_p = \left(\frac{ne^2}{m^*\varepsilon} \right)^{1/2}$, где ω_p — частота колебаний плазмы, n — плотность носителей, m^* — эффективная масса и ε — диэлектрическая постоянная вещества.

Такая ситуация аналогична ситуации, имеющей место в ионосфере для радиоволн, частоты которых лежат ниже определенного предела. Микроволновое поле также не может проникнуть в поверхностный слой металла больше, чем на глубину эффективного скин-слоя, хотя для таких материалов, как висмут и графит, $\omega t > 1$. Выходом из этой дилеммы явилось бы проведение экспериментов на миллиметровых и инфракрасных частотах. Применение инфракрасных частот оказалось наиболее эффективным для получения надежных сведений, поскольку эти частоты могли перекрыть плазменные частоты в полуметаллах. Однако этот путь содержит новую проблему. Действительно, даже при малых массах (около 0,1 m_0 или несколько больших) увеличение частоты от $2,5 \cdot 10^{10}$ до $3 \cdot 10^{13}$ делает

необходимым использование магнитных полей от 50 000 до нескольких сотен тысяч гаусс, для того чтобы достичь резонанса. Это может быть решено двумя способами: использованием очень больших соленоидов конструкции Биттера, которые дают постоянные поля до 100 000 гаусс, или использованием импульсных катушек, могущих дать поля до 10^6 гаусс.

О первых результатах по инфракрасному циклотронному резонансу было сообщено исследователями из Военно-морской исследовательской лаборатории (NRL) Барштейном, Пайкусом и Гебби³⁹. Эксперименты проводились с применением соленоида системы Биттера с внутренним диаметром в 4 дюйма. Максимальное поле у этого соленоида было 60 000 гаусс.

Использовался призменный спектрограф, причем эксперименты проводились для одной «закрепленной» длины волны 41,1 μ , где в атмосферном поглощении находится область прозрачности. В исследуемой области проходил ряд значений магнитного поля, при этом сигнал детектировался приемником Голея. Инфракрасное излучение либо проходило через тонкий образец (20 μ), либо отражалось от полированной поверхности толстого образца. Внутри катушки было сделано приспособление, которое позволяло ориентировать поверхность образца параллельно или перпендикулярно магнитному полю. На рис. 12 показаны два типа резонансных кривых, полученных при комнатной температуре для антимонода индия: одна для пропускания, другая для отражения. Масса электрона, полученная из этих измерений, имеет следующую величину: $m^* \approx 0,015 m_0$.

Второй метод, в котором использовались импульсные магниты с большим полем, был осуществлен Линкольнской группой⁴⁰. Магнитное поле создавалось разрядом конденсаторов через импульсную катушку специальной конструкции, имеющую большую механическую прочность.

Разряд включался с помощью катушки зажигания, которая инициировала пробой искрового промежутка, включенного последовательно с конденсаторами и импульсной катушкой. Ток, идущий через катушку, создавал периодическое затухающее магнитное поле с полупериодом в 150 $\mu\text{сек}$. Наблюдения производились в течение первого полупериода. Использование столь кратковременных импульсных полей потребовало разработки чувствительного инфракрасного детектора малой инерционности. Такая задача была решена при использовании в качестве детектора миллиметрового кубика из активированного цинком германия, помещавшегося у дна полый прямой трубки, погруженной в жидкий гелий. Трубка содержала сухой гелий, на дне ее располагалось параболическое зеркало, которое фокусировало инфракрасную радиацию на нижнюю часть кубика. Прозрачное для инфракрасной радиации окошко помещалось на верхнем конце трубки. Инфракрасная радиация фокусировалась на образце, расположенном в центре катушки, внутренний диаметр которой составлял приблизительно $\frac{3}{8}$ дюйма. Сигнал в экспериментах по пропусканию

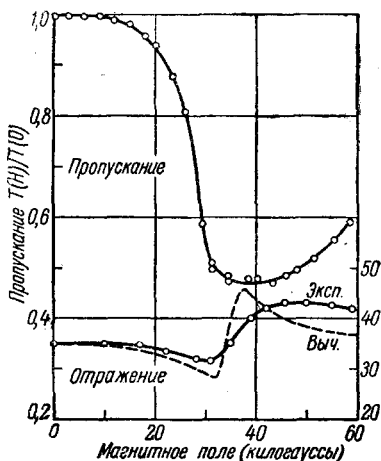


Рис. 12. Кривые циклотронного резонанса в InSb для пропускания и отражения в зависимости от магнитного поля для длины волны 41,1 μ .

Верхняя кривая относится к пропусканию в образце толщиной в 20 μ , когда магнитное поле параллельно поверхности. Нижняя сплошная линия демонстрирует отражение от поверхности образца толщиной в 500 μ , когда магнитное поле перпендикулярно поверхности. Теоретическая кривая (пунктирная линия) получена для $m^* = 0,015 m_0$ и $\omega\tau = 6$ (по Барштейну, Пайкусу и Гебби).

проходил через образец и отражался от поверхности образца в экспериментах по отражению. Прошедший или отраженный сигнал затем проходил через призму монохроматора и попадал на детектор, расположенный на расстоянии около двух метров от катушки импульсного магнита (для уменьшения электромагнитных наводок). Выход детектора соединялся со специальной схемой, сконструированной так, чтобы уменьшить постоянную времени и довести реакцию детектора до 2 мксек. Усиленный сигнал регистрировался фотографированием осциллограммы, запускаемой светом от искрового промежутка, включающего магнит.

Первые эксперименты по пропусканию были проведены с применением полей в 300 000 гаусс на длине волны 12,7 м. В этих экспериментах

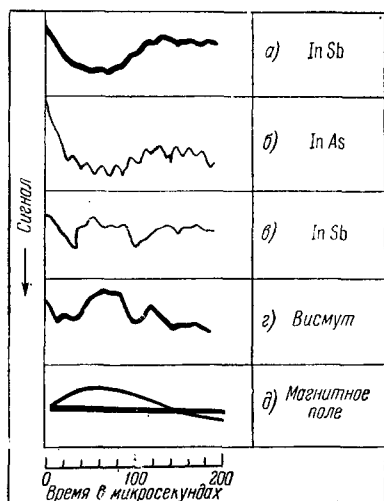


Рис. 13. Осциллограммы циклотронного резонанса. Сигнал, прошедший через образец толщиной в 200 м, при длине волны 12,7 м: а) InSb, $B_{\text{max}}=220$ килогаусс; б) InAs, $B_{\text{max}}=155$ килогаусс; в) InSb, отраженный сигнал; г) висмут, отраженный сигнал; д) изменение магнитного поля во времени (по Кейсу, Звердлингу, Фонеру, Колму и Лэксу).

исследовались образцы антимонида и арсенида индия, которые имели толщину около 200 м. На фотографиях осциллограмм, которые представлены на рис. 13, обнаруживаются широкие полосы поглощения, что связано в первую очередь с уширением из-за размеров образца и, вероятно, также с увеличением эффективной массы при более высоких магнитных полях *). Поскольку образцы были довольно толстыми, то глубина скин-слоя при приближении поля к резонансу становилась меньше, чем толщина образца. Так как глубина скин-слоя при резонансе составляла величину около 10 м, сигнал был почти полностью поглощен гораздо ниже резонанса. Выше резонанса глубина скин-слоя оставалась меньшей, чем толщина образца, вызывая дальнейшее уширение поглощения, до тех пор, пока не достигались большие поля. Для того чтобы уменьшить эффект расширения резонанса из-за толщины образца, были предприняты эксперименты по отражению от полированных поверхностей, которые было легче приготовить, чем диски для изучения пропускания. Полученные для отражения осциллограммы представлены на рис. 13, в и г. Место

резонанса определялось как точка пересечения середины участка быстрого изменения отражения с линией развертки осциллографа, затем величина поля в этой точке определялась по калиброванной осциллограмме, представленной на рис. 13, д. Из известной длины волны и величины магнитного поля при резонансе определялась эффективная масса. На рис. 14 представлена зависимость m^* от B для InSb. Увеличение m^* может быть интерпретировано как результат уменьшения кривизны зоны с энергией. Сходные результаты, представленные на рис. 15, были получены для висмута. В этом случае образцы ориентировались так, что магнитное поле направлялось вдоль кристаллографических направлений $[11\bar{2}0]$ и $[10\bar{1}0]$. Величины масс, изменяющиеся при изменении магнитного поля, соответствуют следующим значениям, вычисленным для электронов из данных

*) Недавно Р. Кейс произвел эксперименты по поглощению в сильных импульсных магнитных полях на тонких образцах (толщиной в 7 м) и получил хорошо разрешенное резонансное поглощение, которое точно совпадает с данными для отражения.

Шенберга по эффекту де Гааза—ван Альфена: $0,009 m_0$ по направлению вдоль оси $[10\bar{1}0]$, $0,008 m_0$ и $0,016 m_0$ вдоль направления $[11\bar{2}0]$.

Отклонение значений эффективных масс, полученных из циклотронного резонанса, в сторону меньших и больших значений от вычисленных по эффекту де Гааза—ван Альфена, можно объяснить следующим образом.

Эксперименты по эффекту де Гааза—ван Альфена обычно проводятся при температурах около 4 и $1,2^\circ \text{K}$. При этом электроны, фигурирующие в измерениях восприимчивости, очень близки к уровню Ферми. Измерения инфракрасного циклотронного резонанса были проведены при 300°K , в результате чего имелись незанятые состояния ниже уровня Ферми на расстоянии $kT \cong 0,025 \text{ эв}$ от него. Возможно, что при этом имеются переходы при слабых магнитных полях между магнитными уровнями ниже поверхности Ферми, где кривизна зоны может быть несколько больше и, следовательно, m^* может быть меньше. Такая возможность

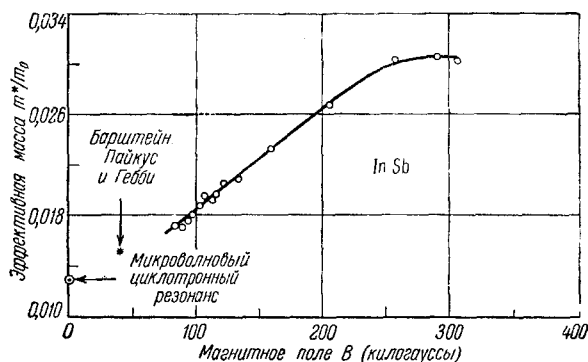


Рис. 14. Изменение эффективной массы в магнитном поле в InSb, полученное из экспериментов по отражению в области между $\lambda = 10 \mu$ и $\lambda = 22 \mu$. Магнитное поле перпендикулярно поверхности образца (по Кейсу, Звердлингу, Фонеру, Колму и Лэнсу).

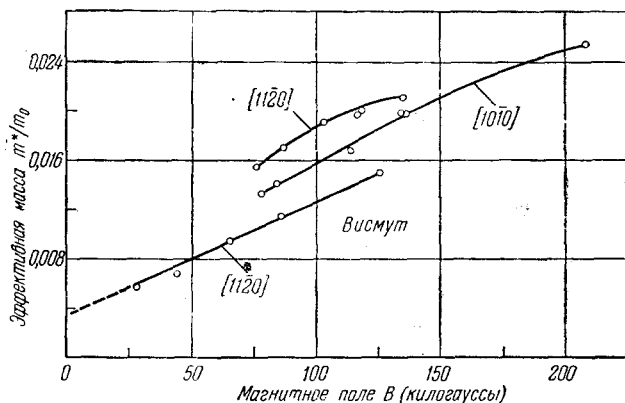


Рис. 15. Изменение эффективных масс при изменении магнитного поля для висмута, полученное из экспериментов по отражению.

Магнитное поле перпендикулярно поверхности и параллельно указанным направлениям в кристалле (по Кейсу, Звердлингу, Фонеру, Колму и Лэнсу).

должна быть исключена для результатов измерений эффекта де Гааза—ван Альфена, где существует линейная зависимость положения минимумов и максимумов осцилляций от $\frac{1}{H}$. Это находится в хорошем согласии с теорией, указывающей, что зона имеет параболический характер вплоть до уровня Ферми и эффективная масса не зависит от энергии. Другим, более вероятным, объяснением является то, что кажущаяся эффективная

масса уменьшена из-за плазменных колебаний. Теоретически, при условиях эксперимента с висмутом, когда магнитное поле перпендикулярно поверхности образца, резонансное поле определяется соотношением

$$\frac{\omega_c}{\omega} \cong 1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (10)$$

где $\omega_p = \left(\frac{ne^2}{m^* \epsilon} \right)$. Если принять, что для висмута $n = 10^{17}$ носителей на 1 см^3 , $m^* \cong 0,01 m_0$, и положить ϵ равным ϵ_0 для металла, то из (10) получим $\omega_p = 2 \cdot 10^{14}$. Для длины волны 20 м $\omega = 10^{14} \text{ сек}^{-1}$. Хотя этот подсчет приблизителен, все же ясно, что это — критическая область, где формула (10) учитывает отступление от нормального условия резонанса $\omega = \omega_c$. Эта ситуация особенно существенна для масс малой величины и именно этим можно объяснить тот факт, что кажущиеся величины масс, полученные из циклотронного резонанса, меньше величин, полученных из эффекта де Гааза—ван Альфена. При больших значениях резонансного поля, где эффективные массы больше, такое расхождение не может быть объяснено только плазменными колебаниями. При величинах H , больших чем 75 000 гаусс, самый низкий магнитный уровень находится близко к уровню Ферми. Следовательно, переходы между ними и следующим, более высоким уровнем, происходят в зоне большей энергии и меньшей кривизны, в результате чего получается большая масса m^* . При очень сильных полях поверхность Ферми повышается вместе с наинизшим магнитным уровнем, который содержит почти все электроны при комнатной температуре.

Циклотронный резонанс с применением импульсных магнитных полей был также наблюден в InAs, цинке и графите. Количественные результаты, полученные для InAs, дали следующую величину электронной массы $m^* \cong 0,03 m_0$ для величин полей между 150 000 и 250 000 гаусс. В Линкольнской лаборатории были проведены эксперименты в далекой инфракрасной области (81 м) на n -типе InSb. В эксперименте использовались пластинки из KBr для получения остаточных лучей и применялось стационарное магнитное поле напряженностью в 20 000 гаусс *). В этих экспериментах были получены резонансные кривые, сходные с кривыми отражения на рис. 12. Резонанс на кривой отражения был наблюден приблизительно при 15 000 гаусс. Вычисленная отсюда кажущаяся эффективная масса оказалась равной $0,011 m_0$. Поскольку длина волны 81 м приближается к предельной длине волны колебаний плазмы в InSb, соответствующей 126 м (как было вычислено по формуле $\omega = \left(\frac{ne^2}{m^* \epsilon} \right)^{1/2}$, где $n \cong 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\epsilon = 16$ и $m = 0,013 m_0$ из микроволнового циклотронного резонанса), то необходимо ввести поправку в вычисленную величину эффективной массы. Согласно теории резонансная частота при этих условиях получается из соотношения

$$\frac{\omega_c}{\omega} \cong \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{1/2}.$$

Используется предыдущее численное значение $\frac{\omega_c}{\omega} = 0,76$. Если кажущаяся масса исправляется таким образом, то получается величина $m^* = 0,014 m_0$, которая хорошо согласуется со значением массы на кривой рис. 14.

*) Липсон продолжил эти эксперименты в области 93 м при напряженности поля в 29 000 гаусс.

ЭФФЕКТ ДЕ ГААЗА—ВАН АЛЬФЕНА

В 1930 г. Шубников и де Гааз⁴¹ открыли, что сопротивление висмута в магнитном поле при температуре около 20° К обнаруживает осцилляторный характер, причем осцилляции накладываются на обычное увеличение сопротивления при возрастании магнитного поля. Позднее де Гааз и ван Альфен⁴² наблюдали осцилляторный эффект при изменении магнитного поля для диамагнитной восприимчивости висмута при низких температурах. Это важное явление, известное как эффект де Гааза—ван Альфена, было теоретически проанализировано Пайерлсом⁴³, Блекманом⁴⁴ и Ландау⁴⁵.

К настоящему времени эффект наблюден, в дополнении к висмуту, на большом числе многовалентных металлов. Маркус наблюдал эффект для цинка⁴⁶, который позже был более детально изучен другими исследователями⁴⁷. Шенберг сообщил об экспериментальных результатах по исследованию эффекта де Гааза—ван Альфена у галлия, олова, графита, кадмия, индия, сурьмы, алюминия, ртути, таллия и свинца⁴⁸. Приблизительно в то же время Веркиным, Лазаревым и Руденко независимо была проведена серия экспериментов для олова, кадмия, бериллия, индия, магния, сурьмы и ртути⁴⁹. Недавно Берлинкур сообщил о результатах, полученных на мышьяке⁵⁰.

Хотя установлено, что изучение анизотропии осцилляций магнитной восприимчивости является важным средством для изучения фундаментальных свойств монокристаллов металлов, все же исследовались и другие аналогичные осцилляторные явления. Эти эффекты были наблюдаемы при изучении сопротивления в магнитном поле у висмута⁴¹, а позднее и у других веществ. Был открыт также осцилляторный характер эффекта Холла⁵¹ и термомагнитных эффектов⁵². Недавно Фридериксе и Хозлер⁵³ при исследовании гальваномагнитных свойств InSb при низких температурах открыли осцилляции на материале *n*-типа. Аргирес⁵⁴ теоретически показал, что этот эффект мог наблюдаться в полупроводнике, где существовало вырождение. Так как все эти осцилляторные эффекты связаны с одним и тем же основным явлением, то мы ограничимся обсуждением только эффекта де Гааза—ван Альфена. Результаты, которые связывают свойства кристаллов с их зонной структурой, были в основном получены при изучении периодического характера магнитной восприимчивости; другие родственные этому эффекту явления не прибавили существенно новых сведений. Впрочем, следует указать, что в недавно проведенных измерениях осцилляций сопротивления и эффекта Холла в магнитном поле для некоторых случаев была достигнута значительно большая точность.

До сих пор осцилляторные явления в гальваномагнитных и термомагнитных эффектах не использовались для количественных оценок эффективных масс из-за отсутствия удовлетворительной теории. Однако эта ситуация может быть исправлена с помощью исследований, проведенных Зильберманом⁵⁵.

Основные явления

Основное явление, которое кроется за осцилляторным поведением электрических и магнитных свойств различных металлов, не может быть объяснено классически. Полная картина явления может быть описана только с помощью квантовой механики и основана на решении уравнения Шредингера, которое было получено Ландау⁵⁶ для движения свободного электрона в однородном магнитном поле. В этом случае уравнение

принимает вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + \frac{\hbar \omega_c}{2j} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi + \frac{m \omega_c^2}{8} (x^2 + y^2) \psi = \varepsilon \psi, \quad (11)$$

причем магнитное поле направлено вдоль оси z . Решение, по существу, сводится к простому одномерному гармоническому осциллятору. Собственные значения имеют форму, близкую к гармоническому осциллятору, а именно:

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \left(\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right), \quad (12)$$

где k_z — компонента волнового числа в направлении магнитного поля. Таким образом, энергетические уровни в двух перпендикулярных измерениях x и y квантованы, причем расстояние между ними является мерой циклотронной частоты и, следовательно, пропорционально магнитному полю. Число или плотность энергетических состояний, связанных с каждым из этих квантовых уровней, также линейно увеличивается с магнитным полем, так как число состояний в зоне вплоть до уровня Ферми поровну разделено между магнитными уровнями Ландау в плоскости xy , так что для больших n плотность состояний равна $N_n \sim \frac{\hbar \omega_c}{\varepsilon_0}$, где ε_0 — высота уровня Ферми над дном зоны. Благодаря этому увеличение энергии кванта или повышение уровня Ландау выше уровня Ферми приводит к осцилляторным явлениям. Когда энергия уровня Ландау превышает энергию поверхности Ферми, электроны переходят на соседний уровень, расположенный ниже уровня Ферми. Когда уровень по энергии совпадает с поверхностью Ферми, электроны этого уровня вносят наибольший вклад в восприимчивость или проводимость. Таким образом, пики осцилляций будут соответствовать условию

$$\left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c = \varepsilon_0.$$

Этот результат можно было бы получить, рассматривая свободную энергию электронов, используя подходящую функцию распределения и применяя к системе квантовых уровней статистику Ферми—Дирака. Вторая производная свободной энергии по H дает восприимчивость, осциллирующая компонента которой в простейшем виде дается формулой Ландау⁴⁵

$$\kappa = \sum \frac{4m'^{3/2} \varepsilon_0}{m^* 2 T^{1/2}} \left(\frac{2\pi^2 kT}{\beta H} \right)^{3/2} \cdot \exp \left(\frac{-2\pi^2 kT}{\beta H} \right) \sin \left(\frac{2\pi \varepsilon_0}{\beta H} - \frac{\pi}{4} \right), \quad (13)$$

где $\beta = \frac{e\hbar}{m^* c}$.

Таким образом, восприимчивость характеризуется синусоидальной зависимостью от магнитного поля, причем ее максимумы определяются уравнением (12). Величина m' есть плотность состояний эффективной массы, m^* — эффективная масса, определяемая из циклотронного резонанса по уравнению (4). Кроме того, m^* зависит от направления магнитного поля относительно кристаллических осей, если поверхности анизотропны. Анизотропия диамагнитной восприимчивости позволяет определять параметры изоэнергетических поверхностей зон, пересекаемых поверхностью Ферми. Для того чтобы получить абсолютные величины эффективных масс, необходимо, в дополнение к периодичности осцилляций, исследовать их амплитуду. Периодичность определяет величину $\frac{\beta}{\varepsilon_0}$, тогда как амплитуда осцилляций может быть использована для определения величины β по измерениям амплитуды при двух различных темпера-

турах или из измерений наклона прямой, характеризующей зависимость амплитуды от температуры в логарифмическом масштабе. Такой была техника анализа экспериментальных данных при использовании приближенного соотношения (13). Более точные выражения содержат добавочные члены, связанные с появлением гармоник, а экспонента заменяется на $\frac{1}{2\sinh}$.

Дингл ⁵¹ показал, что для учета электронных столкновений, приводящих к уширению осцилляций, необходимо к температуре T , стоящей в экспоненте, прибавить параметр x . При развитии теории эффекта де Гааза—ван Альфена также не учитывался спин. Несмотря на необходимость этих уточнений, эксперименты большей частью проводились при таких условиях, что их результаты достаточно хорошо могут быть описаны приведенным здесь простым выражением.

В эксперименте следует стремиться к низким температурам для того, чтобы получить большие амплитуды осцилляций. Чтобы эффект осцилляций был заметен, должно соблюдаться неравенство $\beta H > 2\pi^2 kT$, которое следует из рассмотрения показателя экспоненты. Если для эффективной массы принять величину $0,1 m_0$, которая может быть измерена, и положить $H = 30\,000$ гаусс, то для того, чтобы удовлетворить приведенному условию, необходимо достичь 1° К . Для того чтобы наблюдать целую последовательность осцилляций, необходимо, чтобы удовлетворялось условие $\beta H \ll \epsilon_0$, которое является вторым условием применения приближенного выражения. В этом случае величина $\frac{\beta}{\epsilon_0}$ определяется по периоду осцилляций. Но для сферической энергетической поверхности, где $\epsilon = \frac{p^2}{2m^*}$, $\frac{\beta}{\epsilon_0}$ не зависит от эффективной массы, так как

$$\epsilon_0 = \frac{h^2}{2m^*} \left(\frac{N}{V} \frac{8\pi}{3} \right)^{3/2} \quad (14)$$

и

$$\beta = \frac{e\hbar}{m^*c},$$

где $\frac{N}{V}$ — число электронов в кубическом сантиметре. Таким образом, в этом случае определяется, в сущности, только электронная концентрация. Для всех одновалентных металлов, благородных металлов, а также для меди, где имеется большое число электронов в зоне проводимости, ϵ_0 велико. Известно также, что у этих металлов эффективная масса электрона порядка единицы. Это означает, что расстояние между уровнями очень мало, а число уровней довольно велико. Такая ситуация с точки зрения экспериментальной является неподходящей. Амплитуда для $m^* \cong m$ будет очень мала, если не пользоваться очень сильными полями и не проводить эксперимент в области 4° К . Это может быть сделано, но с некоторыми трудностями. В металлах, которые были исследованы в полях порядка 10^4 гаусс, были обнаружены массы меньшие, чем $0,1 m_0$. Максимумы восприимчивости эквидистантны в зависимости от $1/H$ и расстояния между ними являются величинами порядка $10^{-6} \text{ gauss}^{-1}$. Это соответствует величинам N/V порядка $10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$ или $10^{-3} - 10^{-4}$ эффективных носителей на атом.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА

В первоначальных экспериментах по эффекту де Гааза—ван Альфена использовался метод Фарадея. В этом методе применялись неоднородные магнитные поля, которые создавали силу, действующую на исследуемый образец. Обычно смещение образца измерялось по откло-

нению пучка света. Этот метод, хотя и оказался успешным для наблюдения эффекта в висмуте, вообще не очень хорош, так как неоднородное поле приводит к смазыванию очень близких осцилляций, связанных с массами, большими, чем найденная для висмута. Поэтому был принят метод, развитый Шенбергом⁴⁸, в котором используется однородное поле и измеряется пара сил, действующая на проволочку или нить, на которой подвешивается кристаллический образец. Пара сил определяется по отклонению пучка света от зеркала, подвешенного вместе с образцом.

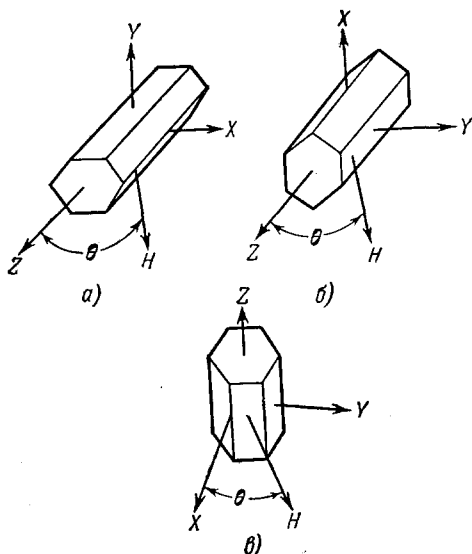


Рис. 16. Ориентирование кристаллов экспериментов по эффекту де Гааза—ван Альфена.

Вертикальные оси являются осями подвеса. Магнитное поле находится в плоскости, проходящей через горизонтальные оси, и составляет с осями различные углы θ . На рисунке показаны три способа подвешивания для гексагонального кристалла или ромбоэдрических кристаллов, таких, как висмут, который имеет тригональную и две бинарные оси.

кристалла мышьяка или гексагональную ось графита, цинка, кадмия или бериллия, а оси x и y являются бинарными осями этих кристаллов. Анизотропия магнитной восприимчивости может быть изучена детально при изменении угла θ , если воспользоваться следующим выражением (13):

$$\frac{C}{H^2 \sin \theta \cos \theta} = \Delta\chi = \sum \frac{A\Delta m}{6} \left[\frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k}{\epsilon_0} \right)^{1/2} - \frac{1}{T^{1/2}} \left(\frac{2\pi^2 kT}{\beta H} \right)^{3/2} \times \right. \\ \left. \times \exp \left(-\frac{2\pi^2 kT}{\beta H} \right) \sin \left(\frac{2\pi\epsilon_0}{\beta H} - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (15)$$

Здесь C — пара сил, наблюдаемая по оси подвеса, которая перпендикулярна H , θ — угол, показанный на рис. 16, ρ — плотность, A — постоянная, представляемая следующим образом:

$$A = \frac{e^2 \epsilon_0}{H^2 c^2 h (2k)^{1/2} m'^{3/2}}, \quad (16)$$

m' — плотность состояний массы, которая для эллипсоида с осями, направленными по главным направлениям кристалла, может быть представлена выражением $m' = (m_1 m_2 m_3)^{1/3}$, Δm — фактор, учитывающий разницу между соответствующими массами различных эллипсоидов по осям x и y для каждого эллипсоида. Точные выражения в координатной системе x, y, z для плотности состояний массы m' , разности масс Δm , циклотронной массы m^* должны быть представлены для каждой эллиптической поверхности через тензор масс, установленный для этой координатной системы, а в точное выражение для m^* входит еще и угол θ , как следует из формулы (4).

Первый член в выражении (15) представляет постоянную часть восприимчивости и может быть анизотропным из-за Δm . Эта анизотропия наблюдалась, но для получения количественных результатов она не была столь существенна, как анализ осцилляторной компоненты. Шенбергом⁵⁸ был развит также другой экспериментальный метод. Дело в том, что метод измерения пары сил, в котором фигурирует постоянное поле, не мог быть использован при высоких полях, больших 30 000 гаусс. Большие поля получались в новом методе Шенберга разрядом конденсаторов в 1000 мкф (заряженных до 1750 в) через катушку, погруженную в жидкий азот. Было получено максимальное поле в 100 000 гаусс, однородное в объеме, длиной в 1 см и несколько миллиметров в диаметре. Тонкие образцы металла погружались в жидкий гелий внутри катушки импульсного магнита. Образец окружался маленькой измерительной катушкой, которая соединялась последовательно с другой катушкой, используемой для компенсации э. д. с., индуцируемой в измерительной катушке при отсутствии образца. Первая катушка использовалась для измерения дифференциальной восприимчивости $\frac{dM}{dH}$, индуцированной в образце в течение импульса. Осцилляции усиливались и наблюдались на осциллооскопе, развертка которого была синхронизована с импульсным полем. Периоды осцилляций без труда определялись из измерения максимума поля и измерений на калиброванной временной развертке. Этот метод был использован для первых наблюдений эффекта в свинце, а также для изучения олова.

Следует сказать несколько слов об осцилляторном эффекте Холла и измерениях магнитосопротивления. При изучении эффекта Холла измеряется поперечное поле E_y , возникающее в образце, когда магнитное поле направлено вдоль z , а электрическое поле E_x приложено вдоль образца. Удельное сопротивление исследуется в зависимости от напряженности магнитного поля; при этом измеряется величина отношения плотности тока J_x и E_x , т. е. $\rho = \frac{E_x}{J_x}$. Осциллирующие составляющие как E_y , так и ρ , наблюдаемые при низкой температуре, накладываются на постоянную компоненту гальваномагнитных явлений. Впервые осцилляторные эффекты были наблюдаемы Шубниковым и де Гаазом⁴¹ в висмуте. Такого рода осцилляции были недавно сопоставлены с эффектом де Гааза—ван Альфена⁵⁹.

В экспериментах по эффекту Холла и термомагнитным эффектам обнаруживаются аналогичные корреляции^{51,52}. Бэбскином были проведены исследования висмута в полях, достигающих 60 000 гаусс. Он наблюдал осцилляторные гальваномагнитные свойства в продольном магнитном поле, т. е. когда ток I был параллелен H . Другие материалы, такие, как графит, олово, цинк и сурьма, также должны обнаруживать корреляцию между осцилляторным поведением их гальваномагнитных свойств и эффектом де Гааза—ван Альфена.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В и с м у т

Поскольку висмут был изучен всеми тремя экспериментальными методами, рассмотренными в этой статье, то следует детально рассмотреть его зонную структуру. Кроме того, некоторые из его основных свойств являются общими для сурьмы и мышьяка, которые также принадлежат к металлам 5-й группы и имеют ромбоэдрическую кристаллическую структуру с главной осью тригональной симметрии и тремя осями бинарной симметрии. Первая зона Бриллюэна для висмута показана на рис. 17. Пять валентных электронов висмута способны полностью заполнить эту зону. Однако некоторые электроны переходят в следующую более высокую зону, оставляя равное

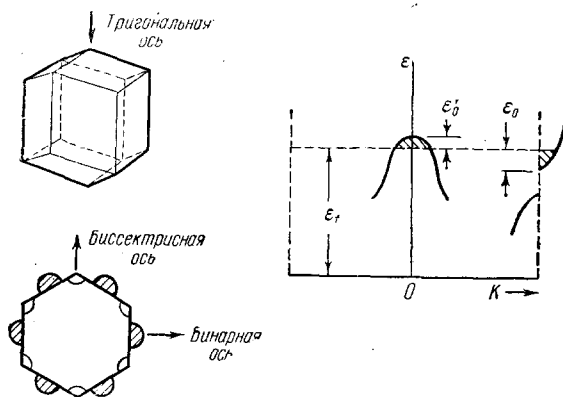


Рис. 17. На верхнем рисунке показана первая зона Бриллюэна в висмуте. На нижней диаграмме показано сечение граничной зоны, перпендикулярное к тригональной оси.

Защтрихованные полуокружности представляют собой область поля в следующей ближайшей зоне, которая занята электронами. Одномерная диаграмма справа является упрощенным схематическим представлением перекрывающихся валентной зоны и зоны проводимости в висмуте.

в пространстве импульсов или в k -пространстве поверхностями равной энергии являются шесть полуэллипсоидов; они объединяются с противоположных сторон, образуя три одинаковых эллипсоида, которые переходят друг в друга при вращении на 120° вокруг тригональной оси. В соответствии с последними теоретическими предположениями, валентная зона вытягивается у центра зоны Бриллюэна и перекрывает зону проводимости на глубину ϵ'_0 выше уровня Ферми. Эффект де Гааза—ван Альфена до сих пор давал очень незначительную информацию о дырках. Для электронов Шенберг показал, что у висмута три эллипсоида в действительности отклонены от тригональной плоскости приблизительно на 6° и что они могут быть представлены изоэнергетическими поверхностями вида

$$2m_0\epsilon = \alpha_1 p_x^2 + \alpha_2 p_y^2 + \alpha_3 p_z^2 + 2\alpha_4 p_y p_z \quad (17)$$

в кристаллических координатах, которые переходят друг в друга при вращении на 120° . Компоненты тензора масс в этом случае связаны с приведенными выше постоянными следующим образом:

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{1}{\alpha_1}; \quad \frac{m_2}{m_0} = \frac{\alpha_3}{\Delta}; \quad \frac{m_3}{m_0} = \frac{\alpha_2}{\Delta}; \quad \frac{m_4}{m_0} = -\frac{\alpha_4}{\Delta}; \quad \Delta = \alpha_2\alpha_3 - \alpha_4^2.$$

число дырок в почти заполненной зоне Бриллюэна. Висмут часто считается полуметаллом, так как он имеет перекрывающиеся зоны. Если мы будем придерживаться простой модели, впервые предложенной Джонсоном⁶¹ и позднее усовершенствованной Блекманом⁴⁴, то мы сможем учесть перекрытие, предполагая, что запрещенная зона находится у края бриллюэновской зоны, так что перекрывающиеся уровни заполняют защтрихованный минимум у края зоны (рис. 17), причем уровень Ферми ϵ_0 расположен выше дна этой энергетической зоны. Тогда в

Диллон и Шенберг⁶³, используя эту модель и применяя уравнение (15), произвели анализ ряда разверток такого же типа, как на рис. 18, для различных величин θ при трех вариантах способа подвешивания, показанных на рис. 16. Из ряда осцилляционных кривых для анализа избирались

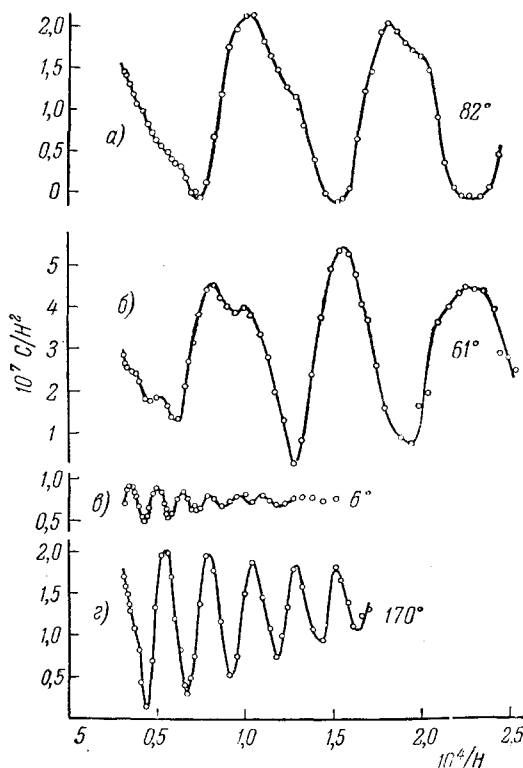


Рис. 18. Осцилляции восприимчивости, или точнее $\frac{C}{H^2}$, у висмута при 4,2° К для различных углов θ , указанных справа а) и б), указывают на существование двух типов осцилляций или биений (по Диллону и Шенбергу).

только те, где присутствовал лишь основной период. Из графика зависимости $\frac{1}{H}$ от квантового числа для максимумов и минимумов, который показан на рис. 19, определялось $\frac{\beta}{\epsilon_0}$ для избранных ориентаций. Для того чтобы получить β , были сравнены при двух различных температурах амплитуды осцилляций, которые для низких квантовых чисел даются следующим соотношением:

$$\frac{T_2 \operatorname{sh} \left(\frac{2\pi^2 k T_1}{\beta H} \right)}{T_1 \operatorname{sh} \left(\frac{2\pi^2 k T_2}{\beta H} \right)} \quad (18)$$

В исследованиях выбиралась та величина β , которая давала наилучшее согласие теоретических величин отношения (18) с экспериментальными величинами отношений амплитуд для различных значений $\frac{1}{H}$.

Таблица I

Электронные параметры электронов и дырок в полупроводниках и металлах

А. Металлы	Эффективные массы *)				$\frac{\beta}{\varepsilon_0} \cdot 10^7$	$\varepsilon_0 \cdot 10^{14}$ эрг	n на атом	Ссыл- ка
	$\frac{m_1}{m_0}$	$\frac{m_2}{m_0}$	$\frac{m_3}{m_0}$	$\frac{m_4}{m_0}$				
Кубиче- ская								
Al (a)	0,008				36	6		48
(б)	0,015				2,7	4,5		
Pb (a)	1,1				0,16	100	7×10^{-2}	48
(б)	0,75				0,4	60	$2,2 \times 10^{-2}$	
Тетраго- нальная								
Su	0,10				от 2 до 6	31	$1,5 \times 10^{-3}$	
In	0,3		2		2	29	$1,7 \times 10^{-3}$	48
Орторомби- ческая								
Ga (a)	>0,2	>0,15	<0,05		20	10	$>0,3 \times 10^{-4}$	48
(б)	0,1	0,3	0,03		30	11	$0,4 \times 10^{-4}$	
(в)	0,2	0,002	0,4		50	6	$0,4 \times 10^{-4}$ общая $>1,4 \times 10^{-4}$	
Гексаго- нальная								
C (a)	$3,6 \times 10^{-2}$		200		220	2,3	$3,4 \times 10^{-5}$	48
(б)	7×10^{-2}		от 25 до 700		165	1,6	от $1,4$ до 7×10^{-5}	
Дырки	7×10^{-2}							32, 33
Электронь	$2,8 \times 10^{-2}$							
	5×10^{-2}							
Zn (a)	$1,5 \times 10^{-2}$		0,2		700	4,9	$0,9 \times 10^{-6}$	48
(б)	$5,3 \times 10^{-3}$	$2,3 \times 10^{-2}$	2,5			1,6	6×10^{-6}	47
	$1,6 \times 10^{-2}$		$1,4 \times 10^{-2}$		от 2 до 20	7,2	2×10^{-4}	
Cd	0,4				2	23		
Tl	0,35				от 5 до 50	11	$\sim 10^{-4}$	48
Be	0,03				70	8,4	3×10^{-6}	
Mg					19		7×10^{-5}	
Ромбоэдри- ческая								
Bi*	$2,4 \times 10^{-3}$	2,5	0,05	-0,25	от 200 до 800	2,9	$1,5 \times 10^{-5}$	48
Sb	0,05	1,00	0,52	-0,65	от 10 до 16	18	$1,1 \times 10^{-3}$	
Hg	0,15				от 10 до 14	9	$\sim 10^{-4}$	
As (a)	$3,1 \times 10^{-2}$	$3,1 \times 10^{-2}$	0,23		300	1,59	$1,5 \times 10^{-6}$	50
(б)	0,193	1,07	0,48	-1,33	5	29,4	$1,2 \times 10^{-3}$	
*Bi	$6,0 \times 10^{-3}$	1,0	2×10^{-2}	-0,10				38

*) В случае висмута, олова и мышьяка массы m_1 , m_2 , m_3 и m_4 являются элементами тензора масс

$$m = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & m_4 \\ 0 & m_4 & m_3 \end{pmatrix}$$

в координатной системе, соответствующей выражениям типа (17) для изоэнергетических поверхностей.

Продолжение табл. I

В. Полупроводники	Эффективные массы			Ссылки
	$\frac{m_1}{m_0}$	$\frac{m_2}{m_0}$	$\frac{m_3}{m_0}$	
Ge Дырки	$\sim 0,3$			8
Электроны	$4,3 \times 10^{-2}$	$8,2 \times 10^{-2}$	$1,64$	9,15
Si Дырки	$8,2 \times 10^{-2}$			128
Электроны	$4,2 \times 10^{-2}$			14
InSb Дырки	$\sim 0,5$			
Электроны	$\sim 0,17$			
InSb Дырки	$0,19$	$0,19$	$0,98$	13
Электроны	$\sim 0,2$			25,100
InAs Электроны	от $1,3$ до 3×10^{-2}			25,40
	3×10^{-2}			40

Из различных величин β были определены величины масс m_1 , m_2 , m_3 и m_4 . Эти величины, вместе с другими постоянными, полученными Шенбергом

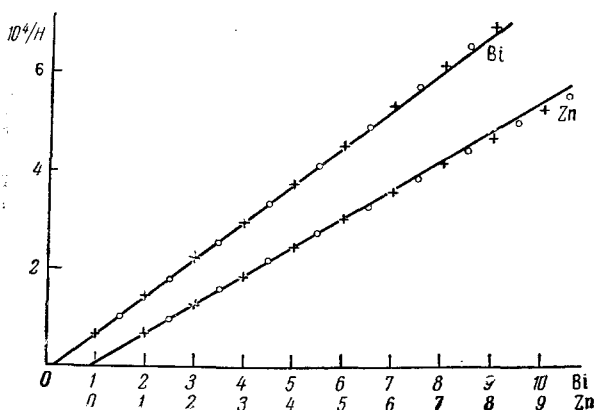


Рис. 19. Величины $\frac{10^4}{H}$ для максимумов и минимумов осцилляций висмута и цинка, нанесенные для последовательности полученных чисел:
o — максимум; + — минимум (по Диллоу и Шенбергу).

для эффекта де Гааза—ван Альфена в висмуте, даны в таблице I. Шенбергом и исследователями в Советском Союзе были изучены и многие другие материалы, полученные ими данные также приводятся в таблице I. В таблице представлены некоторые интересные данные для мышьяка по результатам Берлинкура⁵⁹, для цинка по Веркину и Дмитренко⁴⁷ и для галлия по Шенбергу⁶³.

Мышьяк

Мышьяк имеет кристаллическую структуру висмута и поэтому следует считать, что его зонная структура аналогична структуре висмута, но эффективные массы у этих веществ различны. Берлинкур наблюдал для мышьяка два типа осцилляций, аналогичных показанным на рис. 21.

Он изучил осцилляционные кривые при двух способах подвешивания: а) бинарная ось вертикальна, а тригональная—горизонтальна, б) бинарная и тригональная оси—горизонтальны. Он же проанализировал оба типа кривых методом, аналогичным описанному выше, и определил величины $\frac{\beta}{\varepsilon_0}$ для каждой ориентации из зависимости, аналогичной представ-

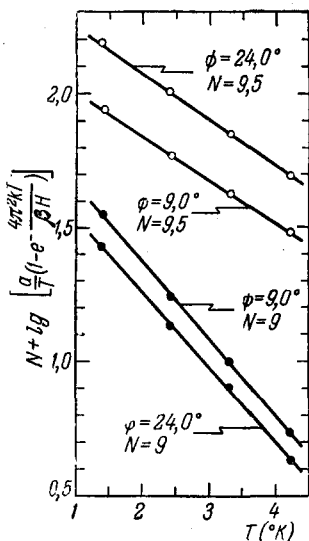


Рис. 20. Мышьяк (чистый).

Температурная зависимость амплитуды эффекта де Гааза—ван Альфена для способа подвешивания (б), когда бинарная и тригональные оси горизонтальны. Незачерненные кружочки соответствуют длиннопериодным осцилляциям, а заштрихованные кружочки—короткопериодным. Величины β определяются по наклону таких прямых (данные Берлинкура).

ленной на рис. 19. Величина β определялась по наклону прямой, дающей зависимость амплитуды от температуры.

Для определения β было выбрано выражение

$$\ln \left\{ aT^{-1} \left[1 - \exp \left(-\frac{4\pi^2 k T}{\beta H} \right) \right] \right\}, \quad (19)$$

где a —амплитуда осцилляций. Наклон этой прямой для данной величины H должен быть равен $-\frac{2\pi^2 k}{\beta H}$. В первом приближении β было получено из наклона прямой, дающей зависимость $\ln(aT^{-1})$ от T . Величина β была затем использована для графического представления функции (19), дающей лучшее приближение для β . Такой процесс повторялся для получения более точной величины β . Рис. 20 демонстрирует линейную зависимость функции (19) при использовании полученных путем таких приближений величин β . Анизотропия осцилляций с малым периодом была интерпретирована с помощью модели трех наклонных эллипсоидов, таких же, как у висмута. Длиннопериодные осцилляции интерпретировались с помощью модели единичного эллипсоида. Было показано, что эта модель является хорошей аппроксимацией явления, хотя она и не могла учесть присутствия биений в длиннопериодных осцилляциях для некоторых ориентаций кристалла. В настоящее время можно предпола-

гать, что одна группа носителей, вероятно, состоит из электронов, движущихся по трем отклоненным эллиптическим поверхностям у края зоны Бриллюэна, если придерживаться аналогии с висмутом и дырок с довольно малой массой в тригональной плоскости (см. таблицу I), движущихся по поверхности единичного эллипсоида.

Г а л л и й

Эксперименты по эффекту де Гааза—ван Альфена были проведены для большого числа металлов, причем каждый обнаруживал присущие ему характерные свойства.

Галлий замечателен тем, что его зонная структура, которая довольно сложна, была, по-видимому, разгадана Шенбергом⁶³ на основании сложных осцилляций, полученных в эффекте де Гааза—ван Альфена для этого материала. При изучении эффекта у галлия многие кривые обнаруживают биения. Эти биения могут быть существенно уменьшены выбором наиболее подходящей ориентации кристалла, при которой

структура биений становится относительно простой и сходна с кривой, представленной на рис. 21, б. Галлий—орторомбический кристалл с тремя

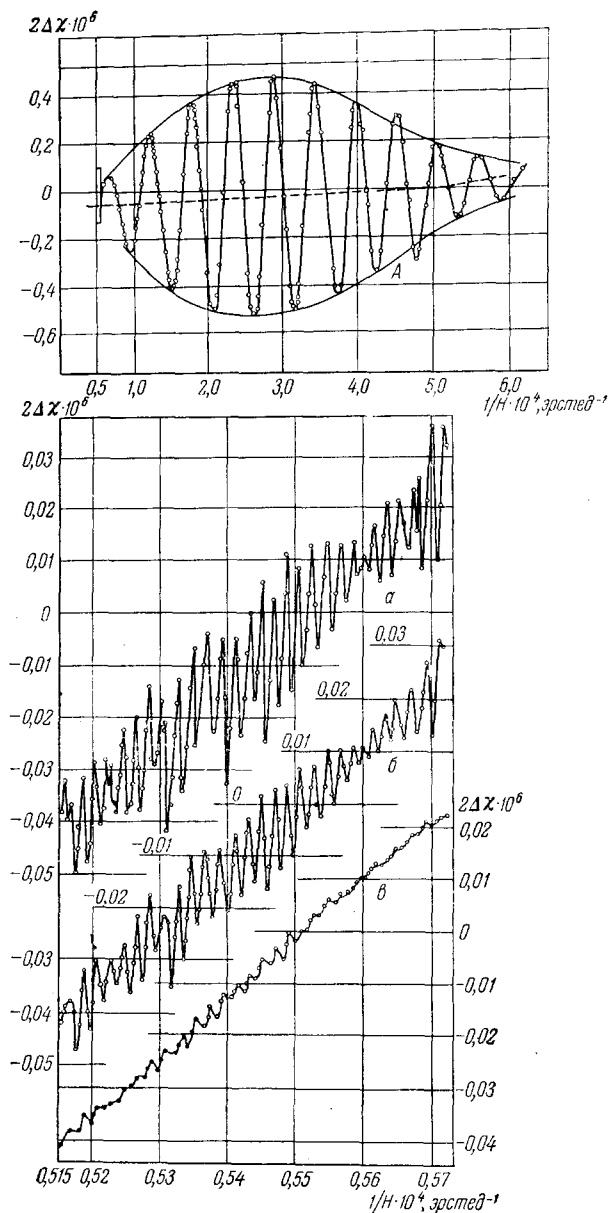


Рис. 21. Вариации разности восприимчивости $\Delta\chi$ для кристалла цинка при ориентации типа a на рис. 14 и для $\theta = 25^\circ$:

A — $4,2^\circ\text{K}$, a — $1,45^\circ\text{K}$, θ — $2,0^\circ\text{K}$, θ — $4,2^\circ\text{K}$. Кривая θ представляет собой увеличенную в обоих координатах часть кривой A , заключенную в прямоугольник. Кривые a и θ получены для того же самого интервала $\frac{1}{H}$, что и a , но при более низких температурах (по Вервину и Дмитриенко).

неравными осями. Выбирая три типа изоэнергетических эллипсоидов с главными осями, направленными вдоль этих трех осей так, чтобы

удовлетворить свойствам симметрии кристалла, Шенберг смог получить приблизительные величины масс, отражающих эту сложную структуру. Эти величины приведены в таблице I.

Ц и н к

Веркин и Дмитренко⁴⁷ провели подробное изучение эффекта де Гааза — ван Альфена. Они измерили пару сил, действующую на кристалл цинка при следующих положениях: а) одна бинарная ось и гексагональная ось находятся в горизонтальной плоскости, б) другая бинарная ось и гексагональная ось — горизонтальны. Этим двум ориентациям соответствуют кривые а и б на рис. 21. Вновь наблюдались низкочастотные осцилляции с большой амплитудой. Вместе с этим наблюдались два типа высокочастотных осцилляций с несколько меньшей амплитудой, которые показаны на рис. 21, причем на осцилляционной кривой, обозначенной а, отчетливо видны биения. Анализ различных кривых для разных ориентаций магнитного поля при двух способах подвешивания дал соответствующие величины $\frac{\beta}{\varepsilon_0}$. Результаты пред-

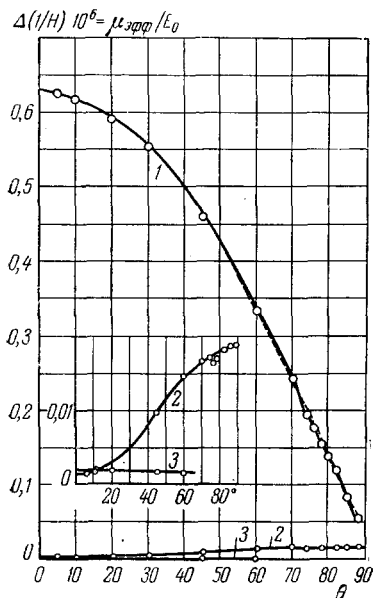


Рис. 22. Вариации периода осцилляций разности восприимчивостей $\Delta\chi$ при 4,2° К для кристалла цинка, ориентированного по способу (б) на рис. 14, в зависимости от угла θ :

1 — основная (низкочастотная) компонента, 2 и 3 — высокочастотные компоненты (по Веркину и Дмитренко).

высокочастотных осцилляций. Полученные величины масс и связанные с ними постоянные даны в таблице I.

В настоящем разделе при разборе эффекта де Гааза — ван Альфена основной упор делался на технику и интерпретацию результатов при получении основных характеристик зонной структуры. Здесь не были рассмотрены некоторые детали как теоретических результатов, так и их применения к экспериментам. Существует расхождение между теоретическими и экспериментальными величинами фазовой константы δ в осциллирующем члене $\sin\left(\frac{2\pi\varepsilon_0}{\beta H} - \delta\right)$ соотношений (13) и (15). За теоретическую величину берется $\frac{\pi}{4}$, но эксперименты дают величины, которые для многих кристаллов отличны от указанной. Удовлетворительного объясне-

ния не найдено. Результаты представленных графически на рис. 22, который демонстрирует анизотропию периода осцилляций разности восприимчивостей в зависимости от угла для двух способов подвешивания. Из исследования анизотропии восприимчивости кристалла, подвешенного по гексагональной оси, следует, что магнитные свойства обладают тригональной симметрией. С учетом этого теоретическое соотношение (15) для пары сил или восприимчивости было переписано для модели, включающей эллипсоиды трех типов, которые переходят друг в друга при повороте на 120° около гексагональной оси и главные оси которых параллельны и перпендикулярны гексагональной оси. Анализ проводился для низкочастотной компоненты и для одной из

ния этого обстоятельства не существует. Другое явление, которое здесь также не затрагивалось, это — присутствие гармоник, которые недостаточно изучены экспериментально и не имеют удовлетворительного теоретического толкования.

ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

В прошлом гальваномагнитные свойства исследовались на поликристаллических металлах. Наиболее полным исследованием явилась работа Капицы⁶⁴, который измерил магнитосопротивление большого числа металлов в магнитных полях вплоть до 300 000 гаусс и при температурах, достигающих температуры жидкого воздуха. Использование гелиевых температур и меньших магнитных полей порядка 10^4 гаусс позволило⁶⁵ получить те же самые результаты, что и при использовании очень сильных полей и более высоких температур. Аналогичные эксперименты проводились впоследствии многими исследователями. Эти эксперименты интерпретировались полуквантитативно на основе простых моделей одной или двух систем носителей, причем свойства анизотропии кристаллов не учитывались. Такая ситуация была более или менее удовлетворительной для объяснения результатов, полученных на поликристаллических материалах, но явно недостаточна для монокристаллов. С помощью простой изотропной модели носителей двух типов нельзя было, в частности, объяснить продольный эффект в сопротивлении в магнитном поле. Единственным исключением была, вероятно, работа Джонса⁶⁶, который пытался интерпретировать гальваномагнитные эффекты в висмуте с помощью сфероидальных изоэнергетических поверхностей, совместных с кристаллической симметрией висмута. Однако до самого последнего времени не было проведено достаточно точных экспериментов на монокристаллах, которые позволили бы провести подробный количественный анализ зонной структуры. В настоящем разделе обсуждаются последние исследования, проведенные на полупроводниках и металлах.

Германий и кремний

Вероятно, первые точные измерения, иллюстрирующие полезность гальваномагнитных исследований для изучения зонной структуры кристаллов, были выполнены Пирсоном и Сулом⁶⁷. Они провели обширное исследование магнитосопротивления германия при 300 и 77° К в зависимости от ориентации кристалла. Образцы специальной формы вырезались из больших монокристаллических слитков либо по направлению [100], либо по [110]. Электроды на концах и четыре электрода с краев наносились электролитически для того, чтобы обеспечить хороший омический контакт при подводе тока и подводах к потенциометру. Ток порядка одного миллиампера проходил через образцы *n*- и *p*-типа и падение напряжения (обычно не превышающее одного вольта) измерялось с помощью потенциометра, соединенного крест-накрест с электродами по краям. Падение напряжения измерялось в магнитном поле и без магнитного поля. Измерения велись при различных ориентациях кристалла в полях, достигающих 20 000 гаусс. Несколько измерений на образцах *n*-типа, ориентированных вдоль направления [100], было проведено в полях до 100 000 гаусс. Результаты этих экспериментов представлены для германия на рис. 23, изображающем изменение сопротивления $\frac{\Delta \varrho}{\varrho} = \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0}$ при изменении магнитного поля. Здесь ϱ — удельное сопротивление при *H*, отличном от нуля, а ϱ_0 — удельное сопротивление при *H* = 0. Для

материала n -типа поперечное сопротивление в магнитном поле меньше, чем продольное, когда ток I направлен вдоль $[100]$. В материале p -типа поперечное магнитосопротивление всегда превышает продольное. Напи-

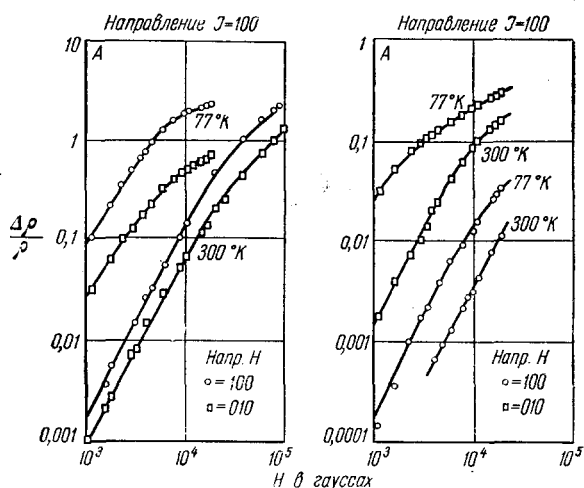


Рис. 22. $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ в зависимости от H для германия для указанных направлений I и H .

Рисунок слева относится к n -типу, справа — к p -типу (по Пирсону и Сузу).

чие продольного магнитосопротивления указывает на существование анизотропных поверхностей. Для заданных значений магнитного поля и температуры были получены кривые, сходные с изображенными на рис. 24 и 25. Значение поля в горизонтальном направлении было 4000 гаусс. Образец укреплялся так, что мог вращаться вокруг вертикальной оси

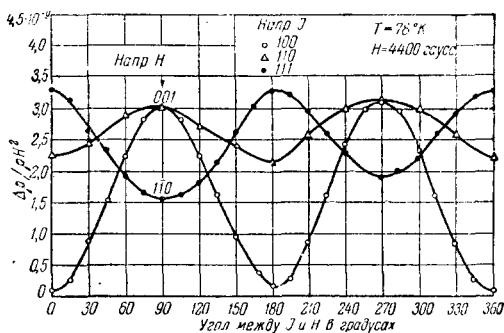


Рис. 24. Вариации $\frac{\Delta\rho}{\rho H^2}$ в зависимости от поворота H относительно I для кремния n -типа.

Указано одно основное направление H . Указана температура и закрепленные направления I (по Пирсону и Херрингу).

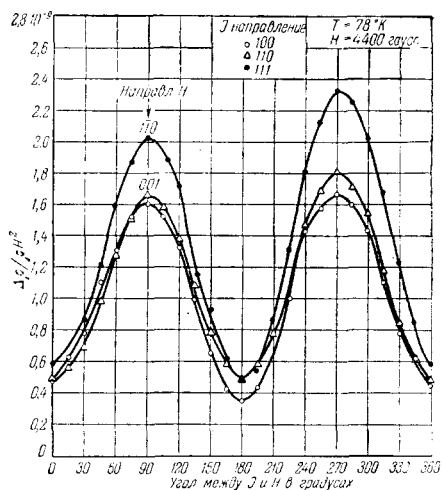


Рис. 25. Вариации $\frac{\Delta\rho}{\rho H^2}$ в зависимости от поворота H относительно I для кремния p -типа (по Пирсону и Херрингу).

или вокруг любого его измерения: длины, ширины или толщины. Ток всегда шел по длине образца, которая была либо осью $[100]$, либо $[110]$.

Интерпретация анизотропии для германия *n*-типа была дана Мейбумом и Эйблсом⁶⁸, а для материала *p*-типа — Лэксом и Мавродисом⁶⁹. Интерпретируя магнитосопротивление количественно, Мейбум и Эйблс предположили, что время релаксации $\tau = l\varepsilon^{-1/2}$, где ε — энергия электрона, а l — постоянная. Они предположили, что изоэнергетические поверхности были либо тремя эллипсоидами вращения, расположенными вдоль осей [100], либо четырьмя эллипсоидами вращения вдоль оси [111], при этом обе системы находятся в соответствии с кубической симметрией кристалла.

Первая модель может быть отброшена по следующим простым соображениям. Экспериментальные результаты для германия *n*-типа указывают на большое продольное магнитосопротивление вдоль направления [100]. Если бы главные оси эллипсоидов располагались вдоль этого направления, то электроны вели бы себя, по существу, как изотропные носители с соответствующими эффективными массами для каждого эллипсоида. Это происходит из-за того, что электроны вращаются вокруг направления магнитного поля в плоскости, перпендикулярной H . Следовательно, магнитное поле не действует на ток вдоль H . Однако когда эллипсоиды расположены вдоль [111], а магнитное поле — вдоль направления [100], то плоскость движения электрона больше не перпендикулярна H , поскольку H наклонено относительно главных осей эллипсоида. В этом случае за продольное сопротивление ответственна компонента, направленная по H . Используя такую модель, Мейбум и Эйблс рассчитали компоненту тока i_i для каждого эллипсоида в виде развернутого ряда по H

$$i_i = \sigma_{ik} E_k + \sigma_{ikl} E_k H_l + \sigma_{iklm} E_k H_l H_m + \dots, \quad (20)$$

где

$$\sigma_{ik} = - \int a \tau \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} dV,$$

$$\sigma_{ikl} = ab \int \tau \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_l} \frac{\partial}{\partial p_s} \left(\tau \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \right) \varepsilon_{lrs} dV,$$

$$\sigma_{iklm} = -ab^2 \int \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_l} \frac{\partial}{\partial p_s} \left[\tau \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_l} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \left(\tau \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \right) \right] \varepsilon_{mrs} \varepsilon_{l\mu} dV,$$

$$a = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar^3}, \quad b = \frac{e}{c}.$$

Здесь ограничение, накладываемое на компоненты тензора проводимости σ_{ik} , σ_{ikl} , σ_{iklm} , а также унитарной матрицы ε_{lrs} уменьшает их число в соответствии с кубической симметрией системы. $E_k H_l$ и H_m — компоненты электрического и магнитного полей соответственно, τ — время жизни, которое является функцией энергии ε , p_i — компонента импульса, f_0 — функция распределения, для которой принимается распределение Больцмана, dV — элемент объема в пространстве импульсов.

Каждый из коэффициентов проводимости был выражен в эллиптических координатах с помощью интегралов выражения (20) вплоть до члена, зависящего от H^2 . Общая плотность тока J_i была вычислена путем преобразования коэффициентов проводимости для каждого из четырех эллипсоидов в кубическую систему координат и путем суммирования коэффициентов для всех эллипсоидов. Гальваномагнитные коэффициенты были получены с помощью соотношения, аналогичного (20), но примени-

тельно к J_i и E_k . При этом были получены следующие результаты ⁶⁸:

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \left(\frac{3\pi}{8} \right) \left[\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2} \right] \left(\frac{1}{N_{lc}} \right), \\ \frac{M_{100}}{H^2} &= \left(\frac{8}{3\pi} \right) R_0^2 \sigma_0^2 \frac{(2K+1)(K-1)^2}{K(K+2)^2}, \\ \frac{M_{100}^{010}}{H^2} &= \frac{1}{3\pi} R_0^2 \sigma_0^2 \frac{[K^2(16-3\pi) + K(16-6\pi) + 4]}{K(K+2)}, \\ M_{110} &= \left(\frac{1}{2} \right) M_{100} M_{110}^{001} = M_{100}^{001}, \\ M_{110}^{110} &= \left(\frac{1}{2} \right) M_{100} + M_{100}^{010}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где R_0 — коэффициент Холла, σ_0 — проводимость, N — общее число электронов в зоне проводимости, $\frac{M_{ikl}}{H^2} = \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma H^2}$ — предельное магнитосопротивление в направлении (ikl) , $\frac{M_{ikl}^{mnp}}{H^2}$ — поперечное магнитосопротивление, когда ток I имеет направление (ikl) , а H — направление (mnp) . Используя предыдущие соотношения и полагая $K=20$, Эйблс и Мейбум получили хорошее согласие с данными экспериментов Пирсона и Сула при 300 и 77° К (см. таблицу II). Таким же способом Мейбум и Эйблс независимо предсказали существование эллипсоидов вдоль направления $[111]$ для электронов в германии, что находится в хорошем согласии с результатами линкольнской группы для циклотронного резонанса. В добавление к рассмотренным здесь расчетам для слабых полей они произвели также расчеты для сильных полей и получили хорошее согласие с зависимостью магнитосопротивления от поля при использовании экспериментальных данных рис. 23 и принимая $K=20$.

Таблица II

Сравнение измеренных и вычисленных коэффициентов магнитосопротивления (в гаусс^{-2}) для германия n -типа при малых напряженностях магнитного поля

Направление		300° К выч.	300° К эксп.	77° К выч.	77° К эксп.
I	H				
100	100	$1,91 \cdot 10^{-9}$	$1,92 \cdot 10^{-9}$	$87,2 \cdot 10^{-9}$	$88 \cdot 10^9$
100	010	0,91	0,90	41,4	28,5
110	001	0,91	1,03	41,4	31,5
110	110	1,86	1,68	85,0	75
110	110	0,95	0,99	43,6	58

Эксперименты по изучению сопротивления в магнитном поле на монокристаллах кремния, аналогичные экспериментам на германии, были проведены Пирсоном и Херрингом ⁷⁰. Стержни вырезались вдоль направлений $[100]$, $[110]$ и $[111]$. Удельное сопротивление измерялось в поле в 4400 гаусс и в отсутствие поля. При этом образец вращался в магнитном поле вокруг оси, параллельной ширине образца и перпендикулярной направлению H . Одновременно измерялся эффект Холла, причем направление тока было перпендикулярным магнитному полю. Результаты экспериментов для n - и p -типа кремния при 78° К представлены на рис. 24 и 25. Продольное магнитосопротивление для материала n -типа в направлении $[100]$ мало, а поперечное магнитосопротивление, когда ток I направлен по $[100]$, велико. В направлении $[100]$ оба сопротивления срав-

нимы, причем поперечное несколько больше. Для образцов, ориентированных по [110], продольное магнитосопротивление вдвое больше, чем поперечное. Основываясь на том, что продольное магнитосопротивление вдоль направления [100] пренебрежимо мало, Пирсон и Херринг предположили, что изоэнергетические поверхности представляют собой шесть эллипсоидов, направленных вдоль осей [100], что соответствует шести минимумам, расположенным по этим направлениям и находящимся где-то между центром и краем зоны Бриллюэна. Применяя такие же способы исследования, как Мейбум и Эйблс, они получили, что отношения масс для эллипсоидов $K = \frac{m_l}{m_t}$ имеют следующие значения: при $T = 68^\circ \text{ K}$ $K = 4,6$, а при $T = 298^\circ \text{ K}$ $K = 4,9$. Эти величины хорошо согласуются с величиной $K = 5$, определенной из циклотронного резонанса¹³.

Теоретические исследования гальваномагнитных эффектов в кубических полупроводниковых кристаллах со сфероидальными изоэнергетическими поверхностями были выполнены Шибайа, который использовал полученные им результаты для того, чтобы объяснить гальваномагнитные эффекты в германии. Феноменологическая теория гальваномагнитных эффектов, использующая результаты циклотронного резонанса и оперирующая эллипсоидальными моделями для германия и кремния, была развита Херрингом⁷² и Херрингом и Фогтом⁷³. Подробные вычисления были сделаны Голдом и Рот⁷⁴ в предположении, что τ независимо от энергии. Результаты этих вычислений указывают на целый ряд анизотропных свойств германия и кремния n -типа, которые сходны с анизотропными свойствами кремния, представленными на рис. 24. Гликсмэн⁷⁵ рассмотрел гальваномагнитные свойства полупроводников с помощью двух групп эллиптических изоэнергетических поверхностей: одной вдоль [100] и другой вдоль [111] направлений. Его исследования применимы в частности к сплавам Ge—Si.

Буллисом и Крэггом⁷⁶ были проведены эксперименты по эффекту Холла на ориентированных монокристаллах германия n -типа; полученные данные об анизотропии находились в соответствии с феноменологической теорией, использующей данные экспериментов по циклотронному резонансу. Буллис⁷⁴ провел обширные исследования магнитосопротивления n -типа германия в зависимости от примесей и от температуры. Исследуя продольное магнитосопротивление по направлению [100], он получил величины отношения масс K , которые зависят от температуры и концентрации примесей. Им были получены отношения масс, меньшие 20, которые уменьшались с температурой и удельным сопротивлением. Все эти оценки основывались на существующих теориях, которые полагают, что $\tau = l\varepsilon^n$, где n имеет соответствующее численное значение. Буллис пришел к заключению, что поскольку гальваномагнитные измерения фактически измеряют подвижность, которая пропорциональна τ/m^* , то наблюдаемое им изменение массы было результатом анизотропии рассеяния электрона, движущегося по эллипсоиду. Таким образом, он показал, что гальваномагнитные измерения дают качественную или, в лучшем случае, полукачественную информацию относительно зонной структуры. Аналогичные результаты по вариациям отношения масс были получены Бендеком, Полем и Бруксом⁷⁸ при изучении ими германия n -типа в зависимости от давления. Они интерпретировали полученное ими изменение отношений масс под действием давления как результат изменения кривизны зоны в зависимости от давления. Однако возможно, что на эти результаты также повлияло анизотропное рассеяние. Гликсмэн и Кристман⁷⁹ получили меньшие отношения масс в сплавах Ge—Si с малым содержанием кремния и связали это с анизотропным рассеянием. Недавно

Гольдберг и Броуди, а также Венейблс⁸¹ установили, что анизотропное рассеяние существует в германии *n*-типа.

Первое количественное исследование для германия *p*-типа было выполнено Виллардсоном, Гарменом и Биром⁸², которые для того, чтобы объяснить изменение поперечных эффекта Холла и коэффициентов магнитосопротивления в зависимости от магнитного поля и температуры, использовали простую модель двух носителей и средние эффективные массы дырок, полученные из циклотронного резонанса. Они рассчитывали коэффициенты в предположении, что рассеяние решеткой или значение

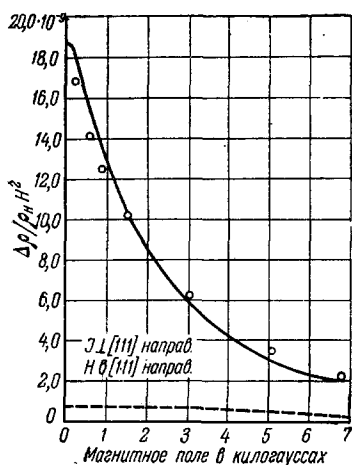


Рис. 26. Зависимость $\frac{\Delta \rho}{\rho_H H^2}$ от H для образца германия *p*-типа.

Экспериментальные точки получены при 205° К. Сплошная линия получена путем расчета с использованием данных эффекта Холла. Пунктирная линия изображает зависимость для того случая, когда в расчет принимается только тяжелая дырка (по Виллардсону, Гармену и Биру).

свободного пробега не зависят от энергии электрона при данной температуре. Полученные при этом результаты показаны на рис. 26. Сильное уменьшение этих гальваномагнитных коэффициентов при величинах магнитного поля порядка 7000 гаусс было объяснено наличием дырки малой массы, так что радиус ее орбиты в магнитном поле принимает очень малые значения при сильных магнитных полях. В таком случае влияние ее на электрические свойства вещества пренебрежимо мало. Об экспериментах и анализе магнитопроводимости в германии *p*-типа недавно было сообщено Гольдбергом, Адамсом и Дэвисом⁸³. В их теоретических исследованиях также использовалась простая модель двух носителей.

Для того чтобы объяснить анизотропию и гальваномагнитные свойства материала *p*-типа, Лэкс и Мавродис⁶⁹ разработали схему оценки коэффициентов проводимости уравнения (20), в которой используется соотношение энергия—импульс (5), полученное из циклотронного резонанса. Соотношение энергия—импульс выражалось в сферических координатах, затем извлекался корень в выражении (5) в форме быстро сходящегося ряда, в котором пренебрегалось членами высшего порядка. Выбор сферических координат и дальнейшее распространение сферических гармоник позволили оценить коэффициенты уравнения (20). Этим путем были получены выражения для плотности состояний, проводимости, коэффициентов эффекта Холла и магнитосопротивления, включая ряд анизотропных параметров, связанных с поверхностью. Эти результаты были применены для анализа данных об эффекте Холла, магнитосопротивлении и вариациях запрещенной зоны в германии и кремнии. Анализ величины запрещенной зоны в зависимости от температуры по экспериментальным данным Морина и Мейта⁸⁴ привел к результатам, которые изображены на рис. 27 пунктиром. Сплошные кривые на рис. 27 получены Макфарланом и Робертсом⁸⁵ из данных исследований инфракрасного поглощения, обсуждаемого в дальнейшем. Важным является то, что для германия были выбраны два типа кривых в предположении, что существует либо четыре, либо восемь эллипсоидов. При этом кривая для четырех эллипсоидов много лучше удовлетворяла данным по инфракрасному поглощению. Это показывает, что минимумы зоны проводимости находятся у края зоны Бриллюэна, что хорошо согласуется с данными Кроуфорда, Швайллера и Стивенса⁸⁶, полученными из измерений магнитной

дальнейшее распространение сферических гармоник позволили оценить коэффициенты уравнения (20). Этим путем были получены выражения для плотности состояний, проводимости, коэффициентов эффекта Холла и магнитосопротивления, включая ряд анизотропных параметров, связанных с поверхностью. Эти результаты были применены для анализа данных об эффекте Холла, магнитосопротивлении и вариациях запрещенной зоны в германии и кремнии. Анализ величины запрещенной зоны в зависимости от температуры по экспериментальным данным Морина и Мейта⁸⁴ привел к результатам, которые изображены на рис. 27 пунктиром. Сплошные кривые на рис. 27 получены Макфарланом и Робертсом⁸⁵ из данных исследований инфракрасного поглощения, обсуждаемого в дальнейшем. Важным является то, что для германия были выбраны два типа кривых в предположении, что существует либо четыре, либо восемь эллипсоидов. При этом кривая для четырех эллипсоидов много лучше удовлетворяла данным по инфракрасному поглощению. Это показывает, что минимумы зоны проводимости находятся у края зоны Бриллюэна, что хорошо согласуется с данными Кроуфорда, Швайллера и Стивенса⁸⁶, полученными из измерений магнитной

восприимчивости германия *n*-типа. Точно так же для кремния трех- и шестиэллипсоидная модели были сравнены с результатами по инфракрасному поглощению и оказалось, что шестиэллипсоидная модель лучше удовлетворяет этим результатам. Это было предсказано теоретически и согласуется с заключениями, сделанными Макфарланом и Робертсом⁸⁵ при интерпретации ими инфракрасного поглощения.

Мавродис и Лэкс⁶⁹ использовали полученные ими результаты для объяснения анизотропии магнитосопротивления, представленной на рис. 23 и 25 для материала *p*-типа. При этом они использовали приближенную величину времени жизни τ , не зависящую от ϵ , и постоянную среднюю длину пробега. Сравнение теории и эксперимента, представленное в таблице III, демонстрирует очень хорошее совпадение, за исключением коэффициента M_{100} .

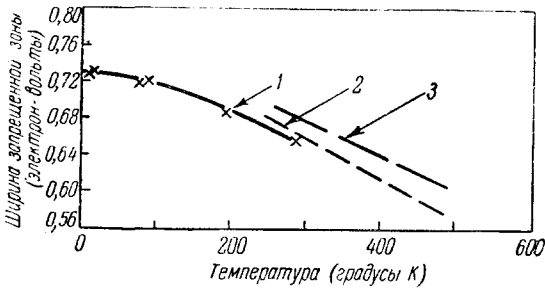


Рис. 27. Изменение ширины запрещенной зоны в германии с температурой:

1—данные Макфарлана и Робертса, 2—подсчеты, сделанные в Линкольнской лаборатории для модели из четырех эллипсоидов, 3—подсчеты, сделанные в Линкольнской лаборатории для модели из восьми эллипсоидов (по Лэксу и Мавродису).

Таблица III

Магнитосопротивление в слабых магнитных полях для германия и кремния *p*-типа

Коэффициент $\times 10^9$	Германий				Кремний	
	77° К		300° К		78° К	
	набл. а)	расч. б)	набл. а)	расч. в)	набл. г)	расч. е)
$\frac{M_{100}}{H^2}$	0,14	0,093	0,04	0,004	0,5	0,018
$\frac{M_{110}}{H^2}$	2,0	3,25	0,21	0,12	0,5	0,44
$\frac{M_{100}^{010}}{H^2}$	30,4	30,4	1,3	1,3	1,6д)	1,6
$\frac{M_{110}^{110}}{H^2}$	27,0	27,4	1,3	1,2		
$\frac{M_{110}^{001}}{H^2}$					2,0	1,6

а) См. ⁸⁷.

б) При расчете предполагается, что $\tau=1,025 \cdot 10^{-12}$ не зависит от энергии для обеих дырок.

в) Подсчитано в предположении, что оба рассеиваются решеткой и $\tau_L = \tau_H = 1,51 \cdot 10^{-13}$.

г) См. ⁷⁰; эти результаты получены при $B=4400$ гаусс.

д) Пирсон и Херринг дали $\frac{M_{100}^{001}}{H^2}$, которое равно $\frac{M_{100}^{010}}{H^2}$ благодаря кубической симметрии кристалла.

е) Подсчитано в предположении, что $\tau=7,7 \cdot 10^{-13}$ не зависит от энергии для обеих дырок.

В и с м у т

Предложенная Джонсом⁶⁶ модель для гальваноманнитных свойств висмута оказалась неудовлетворительной. Поэтому Эйблс и Мейбум⁸⁷ провели тщательные исследования анизотропии эффекта Холла и магни-

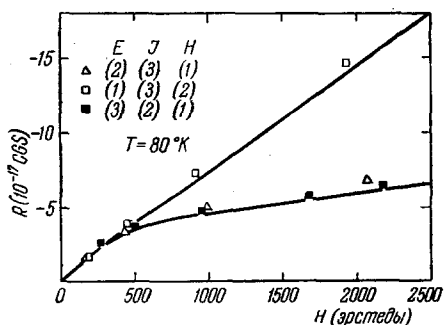


Рис. 28. Поле Холла в висмуте в зависимости от магнитного поля при 80° K.

Точки дают экспериментальные величины; кривые же подсчитаны с помощью феноменологической теории и значений параметров, данных в таблице IV. Даны направления тока I , магнитного поля H и наблюдаемой компоненты электрического поля E : (3) обозначает тригональную ось, (1)—бинарную ось, а (2)—направление, перпендикулярное (1) и (3), (по Эйблсу и Мейбуму).

удовлетворять ромбоэдрической симметрии, упомянутые выше исследователи предположили следующее. Дырки движутся по эллипсоидам вращения той группы, у которой главная ось параллельна тригональной оси кристалла. Электроны движутся по трем эллиптическим поверхностям, у которых одна ось параллельна тригональной оси, а другая—параллельна бинарной оси. Эти три эллипсоида переходят один в другой при вращении на 120° вокруг тригональной оси. Эйблс и Мейбум допустили также, что время релаксации τ для электронов и дырок не зависит от энергии. Они разработали феноменологическую теорию для подсчета тензоров проводимости каждого эллипсоида по способу, аналогичному описанному для германия, что позволило им найти общую проводимость для всех эллипсоидов и с помощью инверсии получить соотношение между электрическим полем и током. Ими также были получены выражения для эффекта Холла и коэффициентов магнитопроводимости.

В таблице IV приведены полученные из эксперимента численные значения подвижностей. Эти величины были использованы для получения теоретических кривых, которые довольно хорошо согласуются с экспериментом, как видно из рис. 28, где эти кривые нанесены сплошными линиями.

Важным здесь является то, что гальваноманнитные измерения дали очень хорошую качественную картину энергетических зон с помощью

тосопротивления висмута для того, чтобы разработать более точную модель зонной структуры этого вещества. Они произвели измерения на монокристаллах чистого висмута и висмута, активированного оловом, в зависимости от температуры в интервале между 80 и 300° K и в зависимости от магнитного поля вплоть до 2000 гаусс.

Для того чтобы объяснить экспериментальные данные, аналогичные представленным на рис. 28, Эйблс и Мейбум развили феноменологическую теорию, в которой предполагалось, что валентная зона и зона проводимости перекрываются, а также что изоэнергетические поверхности вблизи экстремумов—эллипсоиды. Поскольку расположение и число эллиптических поверхностей в пространстве энергия—импульс должны

Таблица IV

Подвижности электронов μ и дырок ν в Bi. Цифры 1, 2 и 3 соответствуют двум бинарным и тригональной осям. Все величины даны в системе CGS. (Данные Эйблса и Мейбума)

	300° K	80° K
$N, P \cdot 10^{-18}$	2,2	0,46
$\mu_1 \cdot 10^{-6}$	9,5	167
$\mu_2 \cdot 10^{-6}$	0,24	4,2
$\mu_3 \cdot 10^{-6}$	5,7	100
$\nu_1, \nu_2 \cdot 10^{-6}$	2,3	37
$\nu_3 \cdot 10^{-6}$	0,62	10

эллипсоидальной модели. Однако, к сожалению, величины масс или даже отношения масс в этом случае не могут быть определены количественно. Впрочем, можно взять соотношения между массами $m_1 : m_2 : m_3 = 1 : 500 : 10$ из данных об эффекте де Гааза—ван Альфена для электронов, если пренебречь слабым (6°) отклонением эллипсоидов от тригональной плоскости. Поскольку гальваномагнитные измерения дают значения подвижности или значения $\frac{\tau}{m^*}$, то, используя данные Эйблса и Мейбума⁸⁷, можно оценить анизотропию рассеяния, при этом получается $\tau_1 : \tau_2 : \tau_3 = 1 : 13 : 5$. Эти числа, конечно, приближенны, но они показывают, что рассеяние анизотропно и поэтому не может быть получено количественных результатов для соотношений между массами *).

Эйблс и Мейбум ничего не сообщили о продольном магнитосопротивлении вдоль тригональной оси, поскольку они предполагали, что эллипсоиды лежат в тригональной плоскости. Однако в действительности эллипсоиды несколько отклонены от плоскости. Поскольку это отклонение мало (всего лишь 6°), следует ожидать, что составляющая движения электрона вдоль магнитного поля, ориентированного в тригональном направлении, будет мала и даст очень малую величину продольного магнитосопротивления. Тем не менее наличие этой составляющей было наблюденно Бэбскином⁶⁰, поэтому следует считать, что эллипсоидальная модель для электронов, предсказанная Шенбергом, является правильной. Единичный эллипсоид вращения для дырок в висмуте является, в сущности, моделью, предложенной Берлинкуром⁸⁸ для мышьяка, где он наблюдал в опытах по эффекту де Гааза—ван Альфена два типа осцилляций.

Другие металлы

По изучению гальваномагнитных свойств металлов была проделана большая экспериментальная работа, включающая измерения на монокристаллах. Однако анализ зонной структуры этих металлов не был проведен столь же подробно, как для германия, кремния и висмута. Хороший обзор существующего к настоящему времени положения дан Боровиком⁸⁹. Следуя схеме Юсти⁹⁰, он классифицировал металлы в соответствии с поведением их магнитосопротивления в очень сильных полях. Такие металлы, как висмут, сурьма, мышьяк, галлий, вольфрам, кадмий, бериллий, цинк, свинец, олово, графит и магний, относятся к группе, для которой магнитосопротивление непрерывно увеличивается в сильных магнитных полях. Магнитосопротивление алюминия, индия и натрия в сильных магнитных полях стремится, по-видимому, к предельному значению. В добавление к этому Боровик классифицирует металлы в соответствии с поведением тангенса угла в эффекте Холла, т. е. $\frac{E_y}{E_x}$, где E_y — поле Холла, а E_x — приложенное продольное поле. В металлах первой группы $\frac{E_y}{E_x}$ увеличивается до максимума, а затем падает при сильных полях. Для второй группы, которая включает алюминий, индий, медь и натрий, $\frac{E_y}{E_x}$ увеличивается бесконечно при увеличении магнитного поля. Все сказанное относится к средней величине эффекта в поперечном магнитном поле.

*) Сравнительно недавно полученные результаты Обри и Чемберса³⁸ по циклотронному резонансу не вполне согласуются с полученными Шенбергом соотношениями эффективных масс для висмута. Их результаты, в комбинации с результатами Эйблса и Мейбума⁸⁷, дают много меньшую анизотропию τ .

Свойства монокристалла в магнитном поле согласуются с этой общей картиной, однако в слабых и промежуточных полях обнаруживаются эффекты, которые зависят от ориентации кристалла. Такие эффекты анизотропии были получены Боровиком для олова (рис. 29) и цинка как для магнитосопротивления, так и для эффекта Холла. Эти два металла обнаруживают чрезвычайно заметную анизотропию в присутствии магнитного поля. Такая анизотропия с соответствующими минимумами магнитосопротивления наблюдалась⁹¹ в галлии, цинке, кадмии и золоте. Анизотропия, наблюдаемая для этих материалов, чрезвычайно важна, так как

она дает некоторую информацию о характере изоэнергетических поверхностей.

Для кубических кристаллов следовало бы ожидать существования сферических изоэнергетических поверхностей, поскольку, по соображениям симметрии, обычное сопротивление должно быть изотропно. Тем не менее в этих кристаллах металлов с кубической симметрией продольное магнитосопротивление в некоторых направлениях не равно нулю, а поперечное магнитосопротивление зависит от направления магнитного поля относительно осей, что указывает на существование сильно анизотропных поверхностей. В таких материалах, как золото, эти эффекты, связанные с анизотропией, ярко выражены. К сожалению, не было проведено коли-

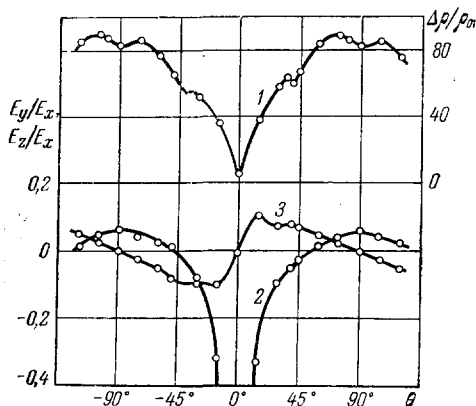


Рис. 29. Эффект Холла и изменение сопротивления в олове:

$T=4,22^\circ \text{ К}$; $H=14\,880$ эрстед. Кривая 1 — магнитосопротивление $\frac{\Delta\rho}{\rho_0}$; 2 — $\frac{E_y}{E_x}$; 3 — $\frac{E_z}{E_x}$; θ — угол между осью четвертого порядка и магнитным полем. При $\theta=0^\circ$, $\frac{E_y}{E_x} = -2,46$ (по Боровику).

чественного теоретического анализа этих эффектов*). Однако, как и в случаях германия, кремния и висмута, эти эффекты связаны с анизотропными изоэнергетическими поверхностями в этих металлах. По-видимому, свойства энергетических поверхностей в металлах скоро будут определены методами, использующими факты такого рода.

Существующие представления о природе изоэнергетических поверхностей в этих материалах явно недостаточны. Поэтому для того, чтобы анализировать результаты, необходимо обратиться к модели двух изотропных носителей. Для этой модели:

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{\frac{n_1\Phi_1^2}{1+\Phi_1^2} - \frac{n_2\Phi_2^2}{1+\Phi_2^2}}{\frac{n_1\Phi_1}{1+\Phi_1^2} + \frac{n_2\Phi_2}{1+\Phi_2^2}}, \quad (22)$$

а проводимость в магнитном поле выражается следующим образом:

$$\sigma_H = \left(\frac{\sigma_{01}}{1+\Phi_1^2} + \frac{\sigma_{02}}{1+\Phi_2^2} \right) \left[1 + \left(\frac{E_y}{E_x} \right)^2 \right], \quad (23)$$

где обозначения 1 и 2 относятся к двум носителям, n_i — число носителей

*) См. работы Алексеевского и Гайдукова, ЖЭТФ 35, 554, (1958) и ЖЭТФ 36, 447 (1959), а также Лифшица, Азбеля и Каганова, ЖЭТФ 31, 63 (1956), и Чемберса, Proc. Roy. Soc. 238, 344 (1957).

массы m_1 , для которых время между столкновениями τ_1 , $\sigma_{01} = \frac{n_1 e^2 \tau_1}{m_1}$ — проводимость в отсутствии поля, а $\Phi_1 = \frac{e H \tau_1}{m_1 c}$. Поведение этих величин в сильных магнитных полях различно для $n_1 = n_2$ и $n_1 \neq n_2$. $\frac{E_y}{E_x}$ изменяется, как $\frac{1}{H}$, а $\frac{\Delta \rho}{\rho_0}$ изменяется, как H^2 , когда числа носителей равны. Когда числа носителей не равны, $\frac{E_y}{E_x}$ изменяется, как H , а $\frac{\Delta \rho}{\rho_0}$ стремится к предельному значению в сильных полях. Таким образом, качественно

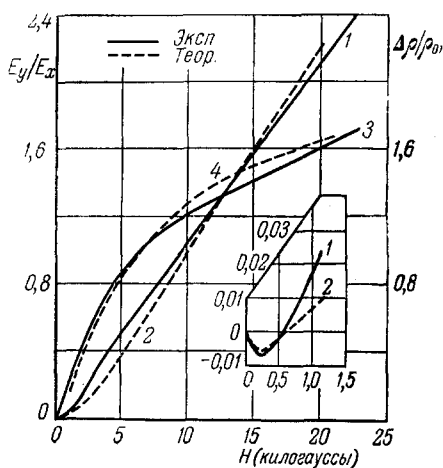


Рис. 30. Сравнение полученной из эксперимента и рассчитанной величин поля Холла и изменения сопротивления в магнитных полях для алюминия. $T = 4,22^\circ \text{ К}$. Кривые 1 и 2 — E_y/E_x , кривые 3 и 4 — $\Delta \rho / \rho_0$ (по Боровику).

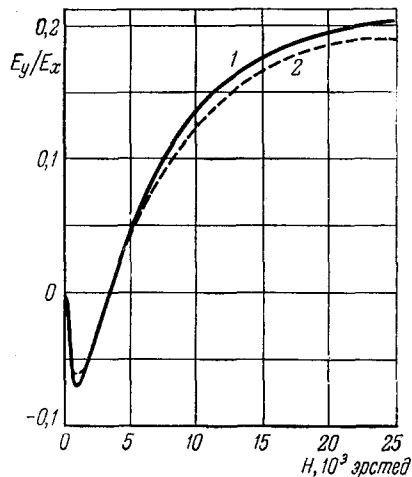


Рис. 31. Сравнение экспериментальной 1 и теоретической 2 величин поля Холла для магния при $4,22^\circ \text{ К}$ (по Боровику).

можно выделить два типа металлов: для первого типа число электронов равно числу дырок, для второго числа электронов и дырок — не равно. Характерное сравнение теории и эксперимента для алюминия, у которого $n_1 \neq n_2$, показано на рис. 30. Теория достаточно хорошо описывает поведение металлов второй группы для широкого диапазона значений магнитного поля. Однако для металлов, у которых число электронов не равно числу дырок, согласие между теорией и экспериментом удовлетворительно лишь для сильных магнитных полей; для слабых и промежуточных полей теория не вполне удовлетворительна. Одним из металлов, у которого холловский параметр $\frac{E_y}{E_x}$ сначала становится отрицательным, а затем положительным, является магний. Для того чтобы это объяснить, приходится предположить, что имеются два рода дырок и два рода электронов. В этом случае теория может быть изменена так, что концентрации дырок n_1 и n_2 , а электронов n_3 и n_4 . Хорошее согласие получается, когда $n_1 = n_3$ и $n_2 = n_4$ или когда $n_1 + n_2 = n_3 + n_4$ (рис. 31). Теоретические выражения при этом остаются сходными с (22) и (23). Предположение о существовании двух групп электронов и дырок с различными подвижностями оказывается необходимым для некоторых металлов с гексагональной симметрией. Данные по циклотронному резонансу показывают,

что такая ситуация имеется у графита. Для того чтобы объяснить гальваномагнитные свойства графита, Сул⁹² и Мак-Клор⁹³ постулировали существование легких и тяжелых дырок и легких и тяжелых электронов. Боровик также указал, что при изучении кадмия и цинка должны рассматриваться две группы электронов и дырок.

Исследовались и исследуются гальваномагнитные свойства и многих других монокристаллических полупроводников. В частности, анизотропия свойств PbS, PbTe и PbSe, полученная Олгейером⁹⁴, а также Айри⁹⁵, позволяет ожидать, что в ближайшее время появятся исследования, которые прольют свет на природу зон в этих материалах. В добавление к этому была проделана большая работа с соединениями 3—4 и 5—6 групп, причем измерения эффекта Холла у этих соединений дали величины подвижностей электронов и дырок. Эти измерения не доставили, однако, информации, которая могла бы быть использована для исследования анизотропии или зонной структуры. Недавно Фредериксе и Хозлером⁹⁶ были проведены тщательные измерения гальваномагнитных свойств InSb. Они занимались поисками анизотропии как дырок, так и электронов, и не нашли, по-видимому, ощутимых эффектов.

ИНФРАКРАСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Измерения инфракрасного поглощения, предшествовавшие новейшим исследованиям, использовались в основном для определения величины запрещенной зоны в полупроводниках. В ряде экспериментов было изучено поглощение свободными носителями, и результаты этих исследований использовались для оценки эффективной массы. После работ по циклотронному резонансу, эксперименты по инфракрасному поглощению стали использоваться для получения сведений о структуре зоны. Макфарлан и Робертс⁹⁷ разработали интерпретацию инфракрасного поглощения у края полосы с учетом конкретной структуры германия и кремния. Междузонное поглощение в германии *p*-типа, наблюдаемое Бриггсом и Флетчером⁹⁸, а также Кайзером, Коллинзом и Фанем⁹⁹, было объяснено Каном, который использовал результаты экспериментов по циклотронному резонансу. Аномалии оптического поглощения в антимониде индия, наблюдаемые Таненбаумом и Бриггсом¹⁰⁰, были использованы Барштейном¹⁰⁰ для оценки эффективной массы электронов и дырок в этом материале. Наиболее значительными экспериментами из области инфракрасного поглощения являются недавно выполненные эксперименты по осцилляторному магнитоабсорбционному эффекту.

НЕПРЯМОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В Ge и Si

Холл, Бардин и Блетт¹⁰⁰ теоретически показали, что оптическое поглощение валентными электронами включает переходы двух типов — так называемые прямые и не прямые. Прямой переход состоит в поглощении фотона, причем обмен энергией происходит с сохранением импульса, так что для электрона $\Delta k = 0$. Такой процесс имеет место у центра зоны Бриллюэна. Непрямой переход представляется как процесс, в котором участвуют три тела: фонон, фотон и электрон. Электронный переход происходит из валентной зоны (из центра зоны Бриллюэна) на дно зоны проводимости, которое находится вблизи края зоны Бриллюэна. Процесс происходит либо с испусканием, либо с поглощением фонона. Макфарлан и Робертс произвели количественный анализ этой теории и, используя теоретические результаты Холла, Бардина и Блетта, получили выражение

для коэффициента поглощения K в следующем виде:

$$K = A \left[\frac{1}{1 - e^{-\frac{\theta}{T}}} \left(\frac{h\nu - \varepsilon_g - k\theta}{h\nu} \right)^2 + \frac{1}{e^{\frac{\theta}{T}} - 1} \left(\frac{h\nu - \varepsilon_g + k\theta}{h\nu} \right)^2 \right], \quad (24)$$

где ε_g — ширина запрещенной зоны, а $k\theta$ — энергия фонона. Они же провели тщательные эксперименты на Ge и Si и получили величины коэффициента поглощения. Затем они сравнили экспериментальные данные с теоретическими графиками для $K^{1/2}$ при разных температурах (рис. 32) и показали, что одна группа линий соответствовала $\varepsilon_g - k\theta < h\nu < \varepsilon_g + k\theta$, а другая группа линий с большим наклоном соответствовала $h\nu > \varepsilon_g + k\theta$, т. е. поглощению и испусканию фонона,

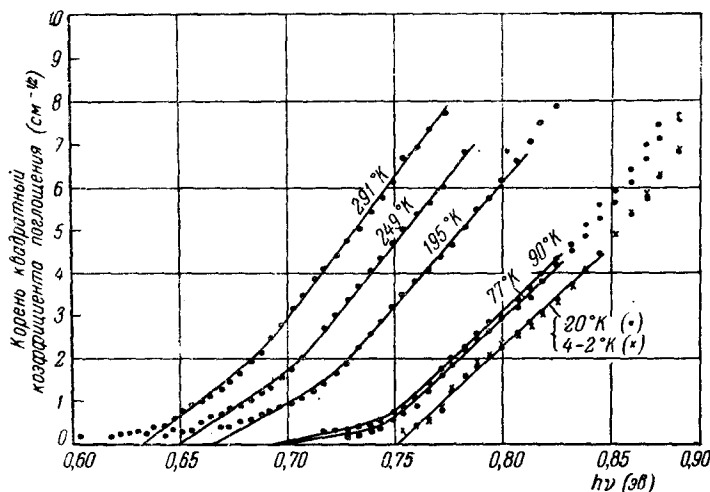


Рис. 32. Зависимость константы поглощения от энергии фотона для германия с сопротивлением 60 ом·см.

Точки получены экспериментально, сплошные линии рассчитаны с помощью уравнения (24) (по Макфарлану и Робертсу).

участвующего в не прямых переходах. Таким образом, первый член в (24) соответствует поглощению фотона с испусканием фонона энергии $k\theta$, а второй член соответствует поглощению фонона энергии $k\theta$. Зависимости, аналогичные приведенным на рис. 32, были получены Макфарланом и Робертсом⁸⁵ для кремния. Оценив величину θ в 260° K для Ge и в 600° K для кремния, они получили хорошее согласие с экспериментом. Ими была сделана также попытка оценить положение минимума зоны проводимости в пространстве импульсов при использовании данных циклотронного резонанса, упругих постоянных и теории колебаний решетки алмаза. Они оценили, что для германия минимум располагается приблизительно на $2/3$ расстояния от центра к краю Бриллюэновой зоны в направлении [111]. Оказалось, что это не совсем точно, так как теперь известно, что минимумы находятся у края зоны^{69,86}. Те же Макфарлан и Робертс оценили, что для кремния минимум зоны должен находиться от края зоны на расстоянии, составляющем $7/9$ расстояния от края до центра (оценка произведена для направления [100]). Эта величина, по-видимому, приблизительно, но она согласуется с данными теории¹⁰² в том отношении, что по теоретическим расчетам минимумы не могут находиться ни у центра, ни у края зоны. Макфарлан и Робертс оценили также (см. рис. 27) температурную зависимость ширины запрещенной зоны для обоих материалов.

Фань, Шепард и Спитцер¹⁰³ рассмотрели возможность применения теории Бардина и Блетта к инфракрасному поглощению в Ge и Si и показали, что результаты оптических и электрических измерений, а также данные о циклотронном резонансе хорошо согласуются с зонной структурой этих веществ.

При изучении зонной структуры полупроводников использовалась различная остроумная методика для изучения относительного смещения зон. Так, Пол и Брукс¹⁰⁴, а также Герман¹⁰⁵ предсказали, что достаточно высокое давление в Ge позволит взаимно заменять минимумы [111] и [100]. Варшауэр, Пол и Брукс¹⁰⁶, а также Спитцер, Беннет и Фань¹⁰⁷ использовали инфракрасное поглощение в Ge для того, чтобы изучить смещение края поглощения с давлением. Другим полезным методом изучения смещения минимума зоны в зависимости от параметров кристалла явилось исследование свойств сплава Ge—Si. Джонсон и Кристиан¹⁰⁸ а также Левитас, Ванг и Александер¹⁰⁹ исследовали изменения в запрещенной зоне в зависимости от состава сплава и показали, что при 15% кремния наблюдается резкое изменение этой зависимости. Герман¹¹⁰ интерпретировал поведение минимумов зоны следующим образом: вплоть до концентрации кремния в 15% на моль минимум зоны расположен вдоль направления [111], так же как и в чистом германии; при превышении этой концентрации минимум зоны располагается вдоль направления [100]. Дальнейшее подтверждение взаимной замены этих минимумов было дано Полем и Варшауэром¹¹¹, которые изучали инфракрасное поглощение сплавов Ge—Si при высоком давлении.

ПРЯМЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Для того чтобы подтвердить теоретические предсказания относительно прямых переходов в Ge и Si, Дэш и Ньюмен¹¹² провели эксперименты по поглощению в монокристаллах высокой чистоты при 77 и 300° K. Они использовали очень тонкие образцы (толщиной в несколько микрон), которые были точно измерены интерференционным методом. В этих опытах были обнаружены два отличающиеся по наклону участка на кривой поглощения, которые соответствовали прямым и непрямым переходам. При интерпретации данных считалось, что прямые переходы располагаются у 0,81 эв при 300° K и у 0,88 эв при 77° K. Для не прямых переходов, которые находятся в пределах запрещенной зоны, они получили 0,62 эв при 300° K и 0,72 эв при 77° K. Для кремния прямые переходы при 77° K, по их оценке, должны наблюдаться около 2,5 эв. Для не прямых переходов (запрещенная зона) Дэш и Ньюмен получили 1,06 эв и 1,16 эв при 300 и 77° K соответственно.

МЕЖДУЗОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ГЕРМАНИИ *p*-ТИПА

Эксперименты по изучению поглощения в германии *p*-типа обнаружили максимумы (рис. 33) в области от 2 до 30 микрон. Об этом эффекте впервые было сообщено Бриггсом и Флетчером, а также Кайзером, Коллинзом и Фанем⁹⁷, причем первые в следующей публикации⁹⁸ интерпретировали это явление как междузонные переходы между тремя валентными зонами в Ge. Хотя качественно такой механизм правильно описывает явление, его количественная теория была дана Каном⁹⁷ с использованием результатов экспериментов по микроволновому циклотронному резонансу. На рис. 33 показаны экспериментальные результаты и теоретические кривые Кана, которые также были получены Тайтлером, Барштейном и М. Лэксом¹¹⁴. Кан показал, что два пика поглощения с энергией

фотонов около 0,25 эв и 0,4 эв соответствуют переходам между отщепленной зоной Γ_{23} и двумя верхними вырожденными зонами. Длинноволновый пик поглощения около 0,08 эв соответствует переходам между двумя верхними вырожденными зонами.

ПОГЛОЩЕНИЕ В InSb

Танненбаум и Бриггс⁹⁹ наблюдали, что оптическое поглощение у края полосы обнаруживает аномальную зависимость от концентрации примесей в InSb. Они обнаружили несомненное увеличение ширины запрещенной зоны приблизительно от 7 μ до 3 μ при переходе от чистого образца к образцу, содержащему примеси n -типа в концентрации около $5 \cdot 10^{18}$ электронов на кубический сантиметр. Этот эффект был впервые объяснен Барштейном¹⁰⁰ и независимо Моссом¹¹⁵ на основе большой кривизны зоны в InSb. Из-за малой эффективной массы m_e электрона плотность состояний, пропорциональная $m_e^{3/2}$, относительно мала. Поэтому избыточные электроны с примесей быстро заполняют состояния при увеличении концентрации примесей. InSb становится вырожденным при относительно низких электронных плотностях. При увеличении концентрации примесей возрастает, следовательно, и высота уровня Ферми. Энергия оптического перехода, который происходит с вершины валентной зоны на уровни, расположенные на несколько kT ниже уровня Ферми, увеличивается с увеличением концентрации. Беря за основу это предположение и используя выражение для плотности состояний в зоне со сферическими изокэнергетическими поверхностями, Барштейн, а также Мосс смогли оценить эффективные массы электронов из соотношения

$$\frac{m_e}{m_0} = 4 \cdot 10^{-15} N^{2/3} \Delta \epsilon^{-1},$$

где N —общее число состояний в энергетическом интервале $\Delta \epsilon$ у дна зоны проводимости. Оценивая смещение края поглощения в 0,019 эв при концентрации $1,5 \cdot 10^{18}$ носителей на кубический сантиметр, они получили величину $m_e \cong 0,03 m_0$. При использовании численного значения произведения $(m_e m_h)^{1/2} = 0,083 m_0$, полученного Таненбаумом и Майта из постоянной Холла и измерений проводимости, было определено, что масса дырки $m_h = 0,2 m_0$. Мосс получил независимую оценку массы из данных по поглощению инфракрасного излучения на свободных носителях в более длинноволновой области, используя теорию Друде-Ценера. Такую же оценку он получил, анализируя изменения края поглощения с температурой. Эти величины оказались в хорошем согласии с оценками, полученными в опытах с примесями.

Хростовский, Витли и Флуд¹¹⁷ провели сравнение теории с экспериментом по изменению поглощения в InSb в зависимости от концентрации

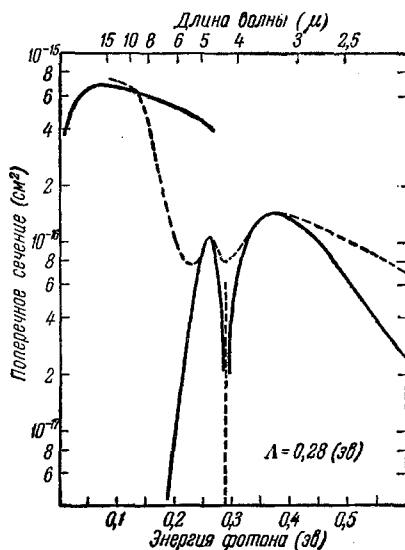


Рис. 33. Поперечное сечение для поглощения света свободными заряженными носителями в германии p -типа.

Пунктирная линия—данные Бриггса* и Флетчера для комнатной температуры. Сплошная линия—подсчеты Тайтлера, Барштейна и Лакса (неопубликованные), а также А. Х. Кана (по Барштейну, Пайкуну и Шкляру).

примесей. Они пришли к выводу, что в исследованной ими области энергетическая зона не параболическая. Более точные расчеты смещения уровня Ферми при изменении концентрации примесей, произведенные Кайзером и Фанем¹¹⁸, а также Штерном и Толли¹¹⁹, установили общую картину явлений, происходящих в InSb. Сравнение теории и эксперимента показано на рис. 34. Штерн и Толли применили свою теорию также для

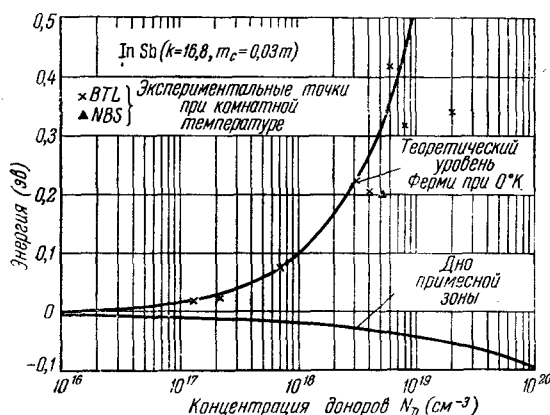


Рис. 34. Сравнение теории и эксперимента для InSb.

Кривые рассчитаны теоретически. k —диэлектрическая постоянная, а m_e —эффективная масса электрона. Точки, обозначенные BTL и NBS,—экспериментальные значения (по Штерну и Теллю).

исследования аномального поглощения в InAs и нашли следующее значение для массы электрона $m_e = 0,055m_0$. Полученные электронные массы приблизительно вдвое больше, чем массы, полученные из микроволнового и инфракрасного циклотронного резонанса при слабых магнитных полях. Эксперименты по инфракрасному циклотронному резонансу³⁸ с применением импульсных магнитных полей разрешили это несоответствие, так как они показали, что кривизна энергетической зоны имеет не параболический характер и что она уменьшается с увеличением энергии. Эти общие

представления находятся в согласии с результатами Фаня¹²⁰, который оценил эффективные массы в InSb в зависимости от концентрации примесей, используя теорию Друде-Ценера для поглощения на свободных носителях. Он получил также величину эффективной массы для InAs $m_e \cong 0,03m_0$ из измерений поглощения на свободных носителях. Эта величина хорошо согласуется с результатами, полученными из инфракрасного циклотронного резонанса. Исследования зоны проводимости Бэрри и Эдмонда¹²¹, в которых использовался материал с примесями с концентрацией 10^{19} см^{-3} и исследовались оптическое пропускание, термоэлектродвижущая сила, постоянная Холла и проводимость, привели также к согласию с предположением Хростовского и др.¹¹⁷ о непараболическом характере зоны проводимости. Из результатов оптических измерений они получили следующее значение для эффективной массы $m_e \cong 0,03m_0$, из результатов же измерений термоэлектродвижущей силы и подвижности получено $m_e \cong 0,02m_0$. Фредериксе и Милчарек¹²² из произведенных ими измерений термоэлектродвижущей силы в InSb в области от 160 до 200° K получили, что эффективная масса электрона равна $0,014m_0$. Комбинируя этот результат с измерениями отношения эффективных масс, эти авторы получили для эффективной массы дырки величину $0,13m_0$. Хростовский и сотрудники¹²³ нашли, что в наилучшем согласии с их данными по электронной подвижности находится значение эффективной массы $m_e \cong 0,015 m_0$. Казмар и Стреттон¹²⁴ получили дальнейшее доказательство изменения эффективной массы с энергией, проведя измерения коэффициента Холла и термоэлектрические измерения и представляя величины эффективных масс в InAs и InSb в зависимости от величины kT , т. е. средней энергии электронов. Их данные для InSb находятся в тесном согласии с результатами, полученными из измерений инфракрасного циклотронного резонанса.

Эти измерения позволили оценить эффективную массу дырки в InSb, но все же природа валентной зоны в этом веществе оставалась невыясненной. Однако Робертс и Кворрингтон¹²⁵, изучая поглощение в InSb и GaSb, пришли к заключению о том, что в этих материалах большее значение имеют не прямые переходы, и следовательно, минимум зоны проводимости или максимум валентной зоны находится не в центре зоны Бриллюэна. Последующие подробные исследования края поглощения в InSb, проведенные Блаунтом и сотрудниками¹²⁶, указали на существование двух зон, которые приводят к возникновению двух не прямых переходов. Они вычислили, что энергетическое расстояние между этими валентными зонами порядка 0,025 эв. Эти результаты противоречат, по-видимому, данным, полученным из осцилляторного магнитоабсорбционного эффекта в InSb.

ОСЦИЛЛЯТОРНЫЙ МАГНИТО-АБСОРБЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ

Первые сведения об осцилляторном магнитоабсорбционном эффекте были получены при исследовании прямых переходов в германии¹²⁷. Подробное рассмотрение дали Звердлинг и Лэкс¹²⁸. Это явление было

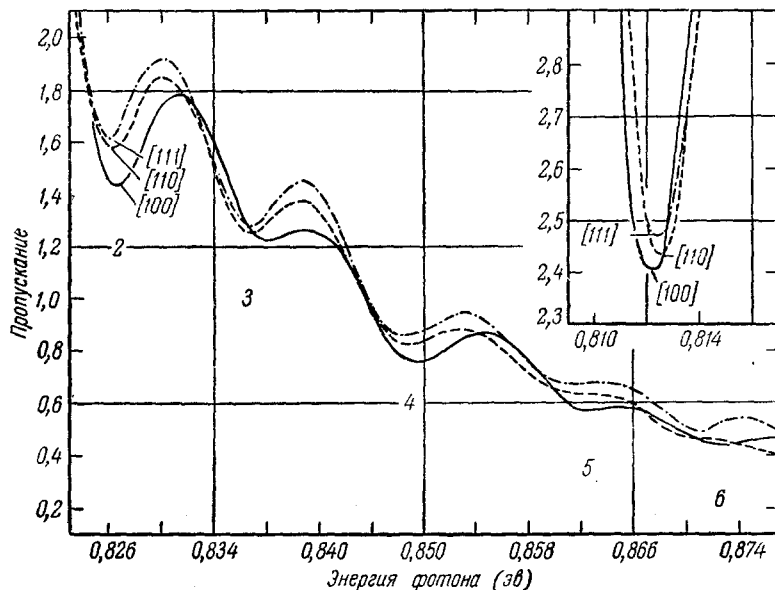


Рис. 35. Анизотропия осцилляций поглощения в магнитном поле в германии, демонстрирующая изменение амплитуды и смещение минимумов и максимумов пропускания, когда магнитное поле направляется вдоль трех основных кристаллографических направлений.

Сбоку показана анизотропия первого минимума в увеличенном виде¹³⁰.

независимо наблюдало Варштейном и Пайкусом¹²⁹ в InSb. Позже этот эффект был исследован¹³⁰ в InSb и InAs. Свойство анизотропии этого эффекта, тесно связанное с подробностями зонной структуры в этих полупроводниках, было указано в работах^{128,131}. Те же авторы дали¹³² количественную теоретическую интерпретацию спектра и анизотропии в германии *).

*) Этот эффект был наблюден независимо советскими исследователями Е. Ф. Гроссом, Б. П. Захарченя и П. П. Павинским в кристалле Si_2O и в настоящее время назван эффектом магнитооптических осцилляций. (Прим. перев.)

Германий

Осцилляторный магнитоабсорбционный эффект в Ge был наблюден в магнитном поле при комнатной температуре 77 и 4° K в инфракрасной области при длинах волн, соответствующих прямым переходам¹¹² в Ge. Измерения производились на двух типах монокристаллов толщиной около

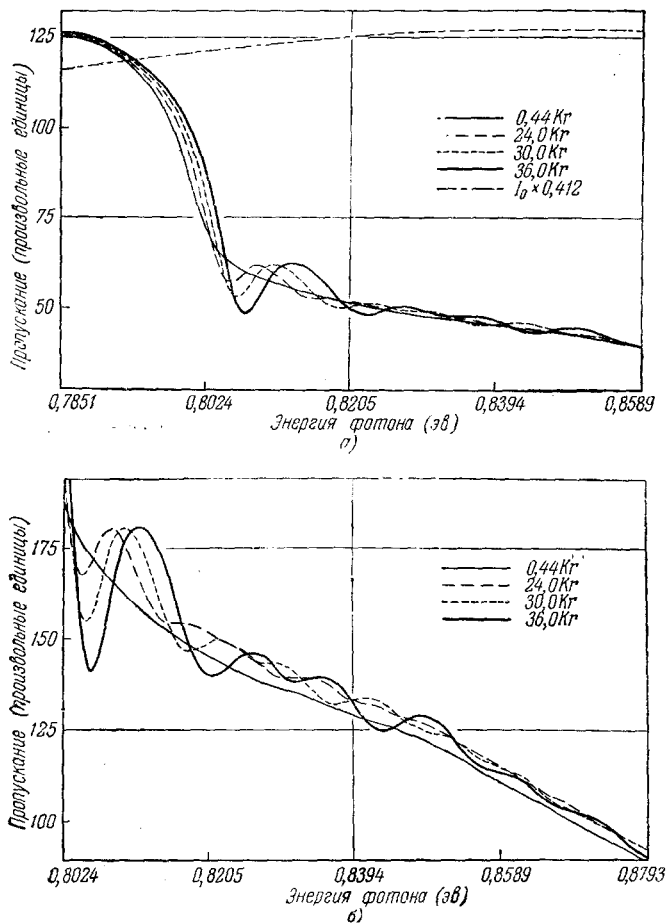


Рис. 36. а) Край поглощения и осцилляции поглощения в магнитном поле для прямых переходов в германии, б) увеличенный участок кривой с максимумами и минимумами пропускания для энергий фотонов, больших чем край поглощения (по Звердлингу и Лэксу).

4μ и 7μ. Магнитное поле было направлено параллельно поверхности образца. Выбиралось несколько значений напряженности магнитного поля вплоть до 36 000 гаусс, при этом регистрировались инфракрасные частоты из области прямых переходов у края поглощения. Результаты этих экспериментов показаны на рис. 35 и 36. Наличие минимумов пропускания объясняется переходами с уровней Ландау валентной зоны Γ_{25}^+ в зону проводимости Γ_2^- . Переходы, соответствующие этим минимумам, показаны схематически на рис. 37. Переходы между двумя системами уровней двух зон должны удовлетворять следующим правилам отбора: $\Delta n = 0$

и $\Delta n = -2$ для соответствующих магнитных уровней. Для подсчета энергетического спектра, связанного с этими переходами, использовались результаты теории Люттингера и Кона¹³³, усовершенствованные Люттингером¹³⁴. Как показано на рис. 38, корреляция между экспериментальными результатами и центрами тяжести тонкой структуры вполне хорошая. Теоретические данные количественно объясняют также анизотропию эффекта в германии. Это показано в таблице V.

Расхождение в знаке анизотропного смещения для первого минимума указывает на необходимость дальнейшего развития теории. Одним из очевидных направлений этого развития является учет всех компонент импульса по направлению магнитного поля. Однако это трудно сделать.

На рис. 39 показаны положения всей последовательности минимумов в энергиях фотонов в зависимости от магнитного поля. На рисунке видна серия линий, проведенных через точки, полученные из эксперимента, и сходящихся

Таблица V

Анизотропия осцилляторного магнитоабсорбционного эффекта в германии:

$$\frac{h\nu_{[111]} - h\nu_{[100]}}{h\nu_{CO}}$$

Линия	Расчитано	Наблюдено
1	-0,6	+0,5
2	-1,0	-1,0
3	-3,9	-5,3
4	-1,7	-2,4

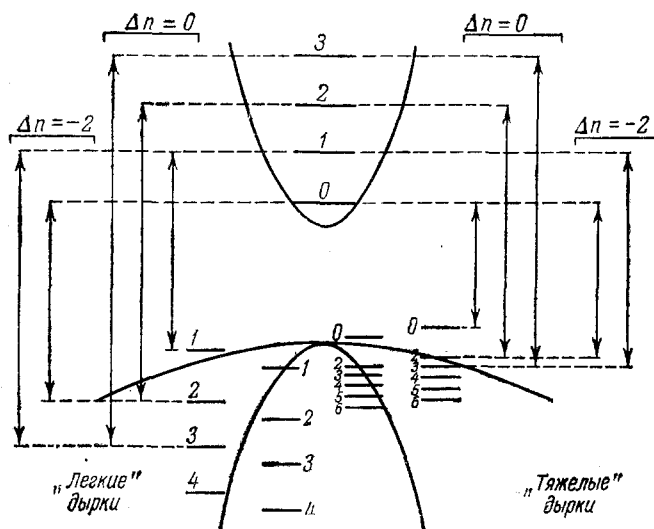


Рис. 37. Схема переходов между магнитными уровнями валентной зоны и зоны проводимости в германии (по Рот, Лэксу и Звердлингу).

ся в одну точку при $B = 0$. Таким образом энергия зон изменяется как квадрат k вплоть до B порядка 36 000 гаусс, а все уровни Ландау, которые линейно связаны с B , стремятся к дну зоны при $B = 0$. Значение этих кривых в том, что они дают новый точный метод для определения ширины запрещенной зоны при $k = 0$; при этом для комнатной температуры получается $0,803 \pm 0,001$ эв. Изменение ширины запрещенной зоны при $k = 0$ в магнитном поле дается соотношениями $\Delta\varepsilon = \frac{1}{2}h(\omega_{c1} + \omega_{c2})$, где ω_{c1} — циклотронная частота для зоны проводимости, а ω_{c2} — циклотронная частота для валентной зоны при $k = 0$. Предположим, что для последнего уровня Ландау с $n = 0$ соответствует уровню с большой массой дырки по-

рядка 0,35. Это приводит к соотношению $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}$, где $m^* = (0,038 \pm \pm 0,003)m_0$ — масса, определенная по наклону кривой зависимости ширины запрещенной зоны от поля. Так как $m_0 \gg m^*$, то $m_c \approx m^* \left(1 + \frac{m^*}{m_v}\right) \approx 0,042m_0$.

Другая оценка эффективной массы электронов может быть сделана при использовании диаграммы рис. 37. Разница между более высокими квантовыми переходами, соответствующая разнице между линиями 5 и 6 и линиями 6 и 7 на рис. 39, может быть приближенно представлена как разница между двумя соседними уровнями Ландау, соответствующими большой массе, и двумя соседними электронными уровнями с теми же

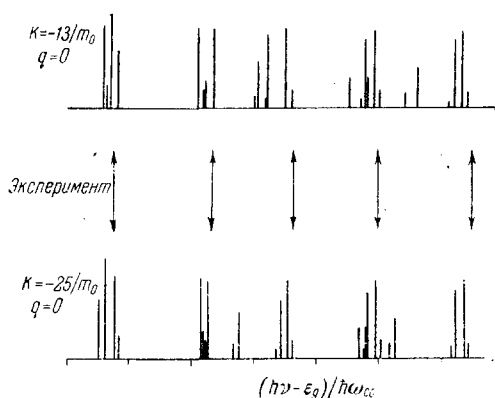


Рис. 38. Сопоставление теории и эксперимента для осцилляционного магнитоабсорбционного эффекта в германии.

Верхний и нижний спектры являются результатом теоретических расчетов поглощения для двух различных констант К. Люттигером расчет произведен с использованием $K = -13/m_0$, а Рот, Лэкс и Звердлинг использовали $K = -25/m_0$ (по Рот, Лэксу, Звердлингу).

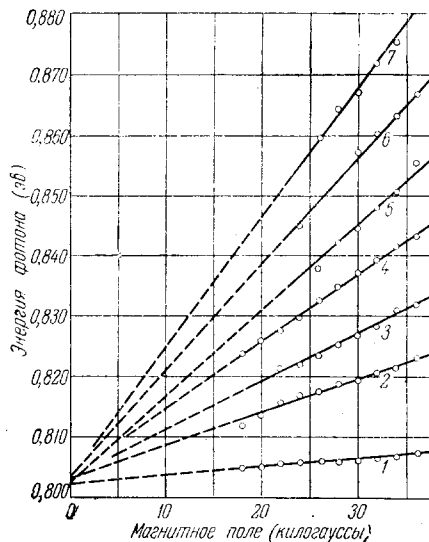


Рис. 39. Положение минимумов пропускания для германия, представленное в энергиях фотонов в зависимости от магнитного поля.

Энергия $0,803 \pm 0,001$ эв при $H=0$ является длинноволновой границей прямых переходов (по Звердлингу и Лэксу).

квантовыми числами. Следовательно, $\Delta\varepsilon = \hbar(\omega_{c1} + \omega_{c2}) = 0,0097$ эв при 30 000 гаусс. Используя такие же поправки, как и прежде, получим $m_c^* = 0,039 m_0$. Полученные величины находятся в хорошем согласии с величиной $0,034m_0$, полученной по теоретическим оценкам Дрессельхауза, Кипа, Киттеля для циклотронного резонанса. Другая теоретическая оценка эффективной массы электрона в зоне проводимости при $k=0$ была дана Думке¹³⁵. Он нашел, что $m_c^* = 0,037 m_0$. Результаты, полученные при 77 и 4° К для прямых переходов, дают величины энергетического зазора между зонами, равные $0,890 \pm 0,002$ эв и $0,896 \pm 0,002$ эв соответственно.

А н т и м о н и д и н д и я

В экспериментах по осцилляциям поглощения в InSb в магнитном поле образцы укреплялись специальным цементом (Allymer cement) на тонких подложках из Ge и Si и сполировывались до толщин $\sim 10-15\mu$. В прошедшей через образцы инфракрасной радиации в области длин

волн от 5 до 7 μ обнаруживались характеристические полосы поглощения воздуха. Измерения были проведены для различных значений магнитного поля. Так как задачей эксперимента было сравнение пропускания в магнитном поле и без поля, то измерение отношения интенсивностей $\frac{I_t(B)}{I_t(0)}$ прошедшего сигнала автоматически исключало влияние атмосферных полос поглощения, так как

$$\frac{I_t(B)}{I_t(0)} = \exp [-(\alpha_B - \alpha_0)\delta], \quad (25)$$

где α_B —коэффициент поглощения в магнитном поле, α_0 —в поле, равно нулю, δ —толщина образца. В (25) предполагается что коэффициент отражения в магнитном поле мало изменяется. Это соотношение, представленное графически, должно давать положения минимумов разности коэффициентов поглощения $\Delta\alpha$ в зависимости от энергии фотонов.

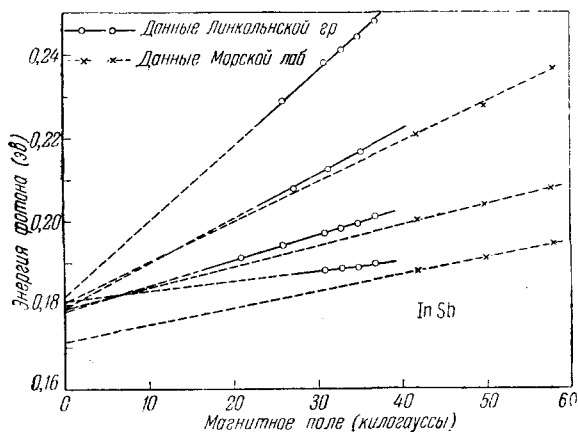


Рис. 41. Положение минимумов пропускания для InSb в энергиях фотонов в зависимости от магнитного поля.

Сплошные линии представляют воспроизводимые данные для различных монокристаллических образцов толщиной от 7 до 15 μ . Данные Военно-морской лаборатории (NRL) взяты из публикаций Барштейна и Пайкуса. Ширина запрещенной зоны получена путем экстраполяции данных Линкольнской группы и равна $0,180 \pm 0,002$ эв (по Лэксу, Звердлингу и Рот).

ного поля, то прямые линии, связанные с различными переходами (рис. 41), при экстраполяции к нулевому значению поля дают одну и ту же величину энергии $0,180 \pm 0,002$ эв.

Предполагаемая зонная структура для InSb была дана Е. О. Кейном¹³⁶ с помощью теории возмущений. При этом было установлено

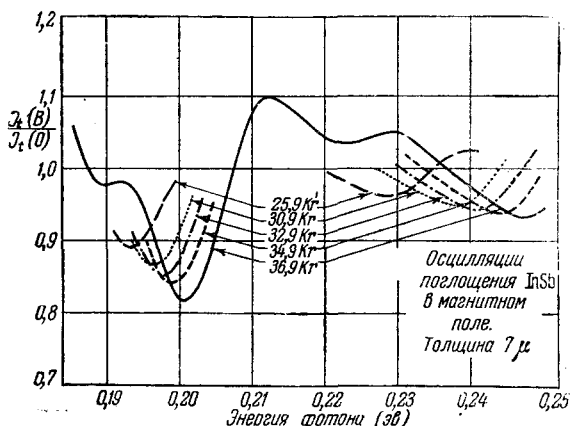


Рис. 40. Характерные кривые отношений прошедшего сигнала в магнитном поле и без магнитного поля в зависимости от энергии фотона для образца InSb толщиной в 7 μ .

Магнитное поле направлено вдоль [110]. Для упрощения представлены только два основных минимума для полей меньших 36,9 килогаусс (по Лэксу, Звердлингу и Рот).

Результаты, представленные таким образом на рис. 40, демонстрируют магнитоабсорбционный осцилляторный эффект в InSb, аналогичный эффекту в германии. Анизотропия минимумов пропускания при различных ориентациях магнитного поля не очень велика—она составляет при 36,9 килогаусса приблизительно 0,005 эв для первого минимума, пренебрежимо мала для второго минимума и до сих пор не изучена для следующих минимумов. Если графически изобразить положения минимумов энергий фотонов в зависимости от магнит-

существование зоны легких дырок с массой $\sim 0,015 m_0$ и зоны тяжелых дырок, максимум которой может быть слабо смещен от $k = 0$. Попытка интерпретации переходов и получения соответствующих правил отбора в InSb была сделана Барштейном и Пайкусом¹²⁹, однако не все экспериментальные результаты, полученные Линкольнской группой и Военно-морской исследовательской лабораторией, согласуются с этой теорией. По-видимому, необходимо развитие более детальной теории структуры магнитных уровней, такой же, как для Ge, прежде чем удастся удовлетворительно объяснить спектр осцилляций.

А р с е н и д и н д и я

Аналогичные эксперименты были также проведены на InAs с образцами толщиной около 15μ , укрепленными на германии. Использовался поликристаллический материал n -типа с концентрацией носителей от 10^{16} до 10^{17} на кубический сантиметр. Осцилляционный эффект был наблюден вполне отчетливо, но амплитуда была меньше, чем амплитуда осцилляций, наблюденных в Ge и InSb. Хотя отношение $\frac{I_t(B)}{I_t(0)}$ было близко к единице, тем не менее первый и второй минимумы были наблюдаемы в сильных магнитных полях. Из наклона прямой, изображающей зависимость $\Delta\epsilon$ от B для первого минимума, была оценена эффективная масса электрона в предположении, что масса дырки относительно велика. Эффективная масса оказалась равной $0,03m_0$. Полученная путем экстраполяции ширина запрещенной зоны оказалась равной $0,360 \pm \pm 0,002$ эв.

Из измерений осцилляционного магнитоабсорбционного эффекта при комнатной температуре в германии, InSb и InAs было с несомненностью установлено, что энергетический зазор между зонами определяется либо подножьем кривой пропускания, либо вершиной кривой поглощения. Это непосредственно указывает на то, что переходы вблизи $k = 0$ совершаются для фотонов, энергия которых меньше, чем ширина запрещенной зоны.

Это можно объяснить только тем, что добавочная энергия, которая для этих материалов порядка $0,02$ эв, доставлялась фононам. Независимо, на основе теории, Думке пришел к тому же самому заключению и сделал предположение об участии оптического фонона в этом процессе. Это устраняет необходимость привлечения непрямого перехода для объяснения энергетической зависимости коэффициента поглощения, который не удовлетворяет соотношению $(\epsilon - \epsilon_0)^{1/2}$. Гипотеза о слабом смещении зоны от $k = 0$ при больших энергиях ведет к тому, что различные уровни Ландау должны сходиться к двум различным пределам, расстояние между которыми $0,025$ эв¹²⁶. Край поглощения и компоненты осцилляций в InSb и InAs ведут себя удивительно сходно с осцилляциями в германии, обнаруживая очень близкую им структуру. Это убеждает в том, что валентные зоны и зоны проводимости в районе $k = 0$, вероятно, сходны у этих веществ, а валентные зоны, возможно, вырождены так же, как у германия.

Для того чтобы получить количественное согласие между спектром магнитоабсорбционных осцилляций и теорией, следует продвигаться в область более низких температур или высоких магнитных полей, либо использовать то и другое для разрешения тонкой структуры, предсказанной Рот и другими¹³². Эти средства позволили бы сузить линии и, возможно, увеличить амплитуду, улучшив таким образом разрешение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящий обзор экспериментальных исследований структуры энергетических зон в полупроводниках и металлах не является полным обзором этого вопроса. Автор ограничивался рассмотрением материала, наиболее близкого ему, который включает некоторые принципы методики и результаты по четырем наиболее важным разделам исследований. Сюда не были включены многие замечательные исследования. В частности, было опущено обсуждение большой по объему литературы по гальваномагнитным эффектам и осцилляторным явлениям, связанным с ними. Также не была включена работа Смита¹³⁷ по применению измерений пьезосопротивления для объяснения зонной структуры Ge и Si. Не был обсужден и вопрос о полезности исследования составляющей магнитной восприимчивости. Основной упор в обзоре был сделан на сравнительно недавние исследования.

В заключение могут быть сделаны замечания относительно возможностей будущих исследований. Изучение циклотронного резонанса, столь плодотворное вначале, остается столь же многообещающим средством и для будущих экспериментов. Использование очень больших магнитных полей порядка 100 000 и 300 000 гаусс, перенесение измерений в далекую инфракрасную область и в область миллиметровых волн в комбинации с применением низких температур сделает возможным проведение резонансных измерений на полупроводниках сложного состава, металлах и, возможно, сплавах, для которых другая техника, исключая эффект Азбеля—Канера, все еще не позволяет получать надежной количественной информации. Гальваномагнитные измерения и измерения эффекта де Гааза—ван Альфена все еще очень полезны и в дальнейшем будут доставлять сведения, дополняющие информацию, получаемую более современными методами циклотронного резонанса и экспериментов по поглощению инфракрасного излучения в магнитном поле.

Изучение осцилляций поглощения в магнитном поле находится еще в зачаточном состоянии. Тем не менее возможности использования этого эффекта для большого числа полупроводников кажутся весьма многообещающими. Измерения при низких температурах, в добавление к исследованиям анизотропии эффекта осцилляций поглощения в магнитном поле, позволят разрешить тонкую структуру и подтвердить тем самым квантовую теорию магнитных уровней низкого квантового числа лучшим образом, чем с помощью измерений циклотронного резонанса. Эти эксперименты позволяют изучать междузонные переходы между магнитными уровнями, для которых сохраняется импульс. Поэтому для трех материалов, исследованных к настоящему времени, были получены сведения об энергетических зонах, расположенных в центре или около центра зоны Бриллюэна. В магнитном поле могут быть проведены эксперименты, где переходы происходят между уровнями примеси и соответствующими магнитными уровнями зоны проводимости или валентной зоны. Хотя импульс и в этом случае будет сохранен, все же можно будет изучить экстремумы зоны, расположенные в любом месте зоны Бриллюэна. Для многих полупроводников эти последние эксперименты потребуют проведения исследований при низких температурах либо в жидком воздухе, либо в жидком гелии. Возможности исследования осцилляторных магнитоабсорбционных эффектов значительно увеличатся при использовании сильных магнитных полей порядка 100 000 гаусс и более.

ЗАМЕЧАНИЯ, ДОБАВЛЕННЫЕ В КОРРЕКТУРЕ

После того, как эта статья была написана, в литературе было сообщено о ряде новых открытий, которые следует кратко отметить. В круг методов, используемых для изучения зонной структуры металлов, должен быть включен важный метод аномального скин-эффекта в отсутствие магнитного поля, который был недавно рассмотрен Пиппардом¹³⁸ и совсем недавно Чемберсом¹³⁹. Фосетт¹⁴⁰ исследовал сопротивление в условиях аномального скин-эффекта для олова при различных ориентациях кристаллов относительно поверхности, используя модель эллиптических изоэнергетических поверхностей. Пиппард¹⁴¹ произвел аналогичный эксперимент для меди с целью определения характера поверхности Ферми в этом металле. Им же¹⁴³ был предложен другой метод для изучения поверхности Ферми в металлах, основанный на магнитоакустическом резонансе, наблюдаемом Беммелем¹⁴² у олова при 4° К.

Резонанс Азбея—Канера, наблюдаемый (с пятнадцатью субгармониками) Кином и сотрудниками³⁷ в олове, подтвердил предварительные вычисления Фосетта³⁵. Теоретически результаты Азбея и Канера были получены Гейне¹⁴⁴ с использованием концепции Пиппарда, учитывающей магнитное поле. Последующая теоретическая работа Азбея и Канера¹⁴⁵ содержала большие подробности и включала обсуждение экспериментов Фосетта и Обри, а также Чемберса. Большая ясность требуется в вопросе о том, что условия для циклотронного резонанса и аномального скин-эффекта не удовлетворяются при циркулярно поляризованной волне и магнитном поле, перпендикулярном образцу, как это показали Чемберс¹⁴⁶, а также Азбель и Каганов¹⁴⁷, но оказываются вполне приемлемыми условиями вблизи классического предела, например в висмуте и графите. Это вновь было отчетливо продемонстрировано Дейтерсом и Декстером¹⁴⁸. Полученные ими результаты для электронов в сурьме согласуются с величинами, представленными в таблице I. Они также считают, что изоэнергетические поверхности для дырок являются эллипсоидами вращения со следующими величинами масс: $m_1 = m_2 = 0,021m_0$ и $m_3 = 0,032m_0$. Подробные теоретические исследования циклотронного резонанса в графите³² были проведены Нозьером¹⁴⁹. Для полупроводников развитие метода циклотронного резонанса происходило в области инфракрасных частот и в области миллиметровых волн. Бойль и Брейлсфорд¹⁵⁰ сообщили о резонансном переходе, наблюдаемом между близкими уровнями Ландау в InSb при 4° К в области от 70 до 120 μ , и установили, что масса электрона $m^* = 0,0146m_0$. Беггюли, Поуэлл и Тейлор¹⁵¹ обнаружили циклотронный резонанс в германии, активированном золотом при 77° К на длине волны в 8,8 мм. В Линкольнской лаборатории Хеллер и сотрудники¹⁵² наблюдали резонанс в чистом германии *n*-типа на длине волны 2,65 мм при 77° К.

Приложение результатов Онсагера¹⁵³ к теории эффекта де Гааза—ван Альфена по Лифшицу и Косевичу¹⁵⁴, а также по Лифшицу и Погорелову¹⁵⁵ еще более усиливает доминирующее положение этого эффекта как метода для анализа сложных поверхностей Ферми в металлах. Одним из наиболее значительных результатов является обобщение выражений (12) и (13), где $2\pi m^* \epsilon_0$ заменяется на G —область орбиты электрона на поверхности Ферми в плоскости, перпендикулярной магнитному полю в пространстве импульсов. Следовательно, как и в циклотронном резонансе, эффективная масса определяется так: $m^* = (1/2\pi)(dG/d\epsilon_0)$. Эти и другие, более ранние, исследования де Гааза—ван Альфена были рассмотрены Шенбергом¹⁵⁶ и Чемберсом¹³⁹. Теория была с успехом приме-

нена к экспериментам Гуннерсена¹⁵⁷ с алюминием, где обнаруживаются подушкообразные поверхности Ферми. Аналогичным образом Голдом¹⁵⁸ из данных по эффекту де Гааза—ван Альфена были получены более сложные (закрученные в спираль) изоэнергетические поверхности для свинца.

Последние достижения в изучении энергетических зон в германии и кремнии, полученные с помощью гальваномагнитных явлений, были рассмотрены Гликсменом¹⁵⁹. Были также сопоставлены с теорией измерения Лонга¹⁶⁰ на относительно чистом кремнии. Исследование Фюрзом и Ванеком¹⁶¹ магнитосопротивления в германии при полях напряженностью в 450 000 гаусс приблизило эти измерения к пределу насыщения магнитосопротивления. Другими полупроводниками, исследование которых представляет интерес, явились *p*-тип теллурида свинца, изученный Сегэнди и Утияма¹⁶², которые нашли, что их результаты согласуются с эллипсоидальной моделью с экстремумами, расположенными вдоль осей [111], и алмаз, где данные по анизотропии, полученные Митчеллом и Уидполом¹⁶³, указывают на то, что валентные зоны вырождены, аналогично зонам германия и кремния. Экспериментальные исследования металлов не производились столь широко. Однако наблюдение осцилляторного эффекта для магнитосопротивления тонкого натриевого волоска, проведенное Бэбскином и Зейбенманном¹⁶⁴, открывает большие возможности для гальваномагнитных экспериментов на металлах. Вариации периода магнитосопротивления при изменении магнитного поля, в соответствии с теорией Зандхеймера¹⁶⁵, обусловлены поверхностным рассеянием в тонких пленках.

В экспериментах Макфарлана и сотрудников¹⁶⁶ по инфракрасному поглощению была обнаружена тонкая структура на краю спектра поглощения германия. Интерпретация этих результатов как непрямых переходов с двумя фононами согласуется с тем, что минимумы зоны проводимости расположены по направлению [111] у края зоны Бриллюэна. Наблюдение тонкой структуры осцилляторного магнитоабсорбционного эффекта в германии и интерпретация этих результатов Линкольнской группой¹⁶⁷ продемонстрировали возможности этой методики в получении информации о зоне проводимости и валентной зоне. Теперь стало известно, что такое же явление было наблюденно Гроссом и сотрудниками¹⁶⁸ в заиси меди при низких температурах в видимой области спектра и с полем в 29 000 гаусс. Наблюдение ими¹⁶⁹ эффекта Зеемана у экситона в этом материале открывает новый способ изучения зонной структуры полупроводников. Экситонное поглощение при прямых переходах было с определенностью установлено Звердлингом, Рот и Лэксом¹⁷⁰ в германии при 77°, 4° и 1,5° К. Существование таких экситонов было теоретически рассмотрено Дрессельхаузом и Эллотом¹⁷¹. Магнитоабсорбционные измерения этих экситонов в полях до 39 килогаусс согласовались с теорией Яфета, Кейза и Адамса¹⁷². Эти новые эксперименты указывают на то, что измерения анизотропии эффекта Зеемана для экситона в такой же степени, как и для примеси в полупроводниках, при низких температурах могут дать количественную информацию о энергетических зонах в полупроводниках.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. H e r m a n, Revs. Modern. Phys. 30, 102 (1958).
2. E. V. A p p l e t o n, U.R.S.I. Reports, Washington (1927).
3. J. S. T o w n s e n d and E. W. B. G i l l, Phil. Mag. 26, 290 (1938); A. E. B r o w n, Phil. Mag. 29, 302 (1940).
4. S a x, A l l i s and B r o w n, J. Appl. Phys. 21, 1297 (1956).
5. Д о р ф м а н, Доклады АН СССР 81, 765, 1951.

6. R. B. Pingle, Ph. D. thesis, Cambridge University, 1951 (не опубликовано); Proceedings of International Conference on Very Low-Temperatures (Oxford University Press, New York, 1951), стр. 165; Proc. Roy. Soc. (London) A212, 38 (1952).
7. W. Shockley, Phys. Rev. 90, 491 (1953).
8. Dresselhaus, Kip and Kittel, Phys. Rev. 92, 827 (1953).
9. Lax, Zeiger, Dexter and Rosenblum, Phys. Rev. 93, 1418 (1954).
10. Dexter, Lax and Zeiger, Phys. Rev. 95, 557 (1954).
11. A. F. Kip, Physica 20, 813 (1954).
12. Lax, Zeiger and Dexter, Physica 20, 818 (1954).
13. Dexter, Lax, Kip and Dresselhaus, Phys. Rev. 96, 222 (1954).
14. R. N. Dexter and B. Lax, Phys. Rev. 96, 223 (1954).
15. Dexter, Zeiger and Lax, Phys. Rev. 104, 637 (1956).
16. Dresselhaus, Kip and Kittel, Phys. Rev. 95, 568 (1954); C. Kittel, Physica 20, 829 (1954).
17. Dresselhaus, Kip and Kittel, Phys. Rev. 98, 368 (1955).
18. W. Shockley, Phys. Rev. 79, 191 (1950).
19. Zeiger, Lax and Dexter, Phys. Rev. 105, 495 (1957).
20. E. Herman and J. Callaway, Phys. Rev. 89, 518 (1953); F. Herman, Phys. Rev. 93, 1214 (1959); F. Herman, Phys. Rev. 95, 847 (1954).
21. J. M. Luttinger and W. Kohn, Phys. Rev. 97, 869 (1955).
22. Fletcher, Yager and Merritt, Phys. Rev. 100, 747 (1955).
23. Dresselhaus, Kip and Kittel, Phys. Rev. 100, 1218 (1955).
24. R. N. Dexter and B. Lax, Phys. Rev. 99, 635 (1955) (A).
25. Dresselhaus, Kip, Kittel and Wagoner, Phys. Rev. 98, 556 (1955).
26. Dresselhaus, Kip and Kittel, Phys. Rev. 100, 618 (1955).
27. Galt, Yager, Merritt, Cetlin and Dail, Phys. Rev. 100, 748 (1955); P. W. Anderson, Phys. Rev. 100, 749 (1955).
28. R. N. Dexter and B. Lax, Phys. Rev. 100, 1216 (1955).
29. Lax, Button, Zeiger and Rath, Phys. Rev. 102, 715 (1956).
30. M. Tinkham, Phys. Rev. 101, 902 (1956).
31. Foner, Zeiger, Powell, Walsh and Lax, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, 1, 117 (1956).
32. Galt, Yager and Dail, Phys. Rev. 103, 1586 (1956).
33. B. Lax and H. J. Zeiger, Phys. Rev. 105, 1466 (1957).
34. J. W. McClure, Phys. Rev. 108, 612 (1957).
35. E. Fawcett, Phys. Rev. 103, 1582 (1956).
36. Азбель и Канер, ЖЭТФ 3, 772 (1956).
37. Kip, Langenberg, Rosenblum and Wagoner, Phys. Rev. 108, 494 (1957).
38. J. E. Aubrey and R. G. Chambers, J. Phys. Chem. Solids 3, 128 (1957).
39. Burstein, Piens and Gebbie, Phys. Rev. 103, 825 (1956).
40. Keyes, Zwerdling, Fouer, Kolm and Lax, Phys. Rev. 104, 1805 (1956).
41. L. Shubnikow and W. J. de Haas, Leiden Comm. № d207 (1930).
42. W. J. de Haas and P. M. van Alphen, Leiden Comm. № A212 (1930).
43. R. Peierls, Zeits. f. Physik 81, 186 (1933).
44. M. Blackman, Proc. Roy. Soc. (London) A166, 1 (1938).
45. Л. Ландау, Proc. Roy. Soc. (London) A170, 341 (1939).
46. J. A. Marcus, Phys. Rev. 71, 559 (1947).
47. Б. И. Веркин и И. М. Дмитренко, Изв. АН СССР, сер. физич., 19, 409 (1955); S. G. Sidorjak and J. E. Robinson, Phys. Rev. 75, 118 (1949); L. Machinon, Proc. Roy. Soc. (London) B62, 170 (1949); E. J. Donaghue and F. C. Nix, Phys. Rev. 95, 1395 (1954).
48. D. Shoenberg, Proc. Roy. Soc. (London) A170, 341 (1939); A245, 891 (1952); Physica 19, 791 (1953).
49. Веркин, Лазарев и Руденко, ДАН АН СССР 69, 773 (1949); ЖЭТФ 20, 93 и 995 (1950); 21, 658 (1951).
50. T. G. Berlincourt, Phys. Rev. 99, 1716 (1955).
51. L. C. Brodie, Phys. Rev. 93, 935 (1954); Reynolds, Leinhardt and Hemstreet, Phys. Rev. 93, 247 (1954).
52. M. C. Steele and J. B. Babishin, Phys. Rev. 94, 1394 (1954); 98, 359 (1955); J. B. Babishin and M. C. Stelle, Phys. Rev. 96, 822 (1954).
53. H. P. R. Frederikse and W. R. Hosler, Phys. Rev. 108, 1136 (1957); Phys. Rev. 108, 1146 (1957).
54. P. N. Augyres, «Quantum theory of longitudinal magnetoresistance», Westinghouse Research Laboratory of Science Paper № 6-94760-2-Pb, Pittsburgh, Pennsylvania (March, 1957).
55. Зильберман, Изв. АН СССР 19, 361 (1955); ЖЭТФ 29, 762 (1955).
56. Л. Ландау, Zeits. f. Physik 64, 629 (1930).
57. R. B. Dingle, Proc. Roy. Soc. (London) A211, 517 (1952).

58. P. Shoenberg, *Physica* **19**, 791 (1953).
59. P. B. Alers and R. J. Webber, *Phys. Rev.* **91**, 1060 (1953); T. G. Berlincourt, *Phys. Rev.* **91**, 1277 (1953).
60. J. Babishin, *Phys. Rev.* **107**, 981 (1957).
61. H. Jones, *Proc. Roy. Soc. (London)* **144**, 225 (1934); **147**, 396 (1934).
62. J. S. Dhillon and D. Shoenberg, *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A248**, 937 (1955).
63. D. Shoenberg, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A245**, 891 (1952).
64. П. Капица, *Proc. Roy. Soc. (London)* **123**, 292 (1929).
65. W. Meissner and E. Scheffers, *Physik. Zeits.* **30**, 827 (1929); Л. И. Юнговиков и W. J. de Haas, *Leiden Comm.* № 207 (1930).
66. H. Jones, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A155**, 653 (1936).
67. G. L. Pearson and H. Suhl, *Phys. Rev.* **83**, 768 (1951).
68. S. Meiboom and B. Abeles, *Phys. Rev.* **93**, 1121 (1954); B. Abeles and S. Meiboom, *Phys. Rev.* **95**, 31 (1954).
69. B. Lax and J. G. Mavroides, *Phys. Rev.* **100**, 1650 (1955); J. G. Mavroides and B. Lax, *Phys. Rev.* **107**, 1530 (1957).
70. G. L. Pearson and C. Herring, *Physica* **20**, 975 (1954).
71. M. Shibuya, *Phys. Rev.* **95**, 1385 (1954).
72. C. Herring, *Bell. System Tech. J.* **34**, 237 (1955).
73. C. Herring and E. Vogt, *Phys. Rev.* **101**, 944 (1956).
74. L. Gold and L. M. Roth, *Phys. Rev.* **103**, 61 (1956).
75. M. Glicksman, *Phys. Rev.* **102**, 1496 (1956).
76. W. M. Bullis and W. E. Krag, *Phys. Rev.* **101**, 580 (1956).
77. W. M. Bullis, Doctoral thesis, Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology (1956).
78. Benedek, Paul and Brocks, *Phys. Rev.* **100**, 1129 (1955).
79. M. Glicksman and S. M. Christian, *Phys. Rev.* **104**, 1278 (1956).
80. C. Goldberg, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, **2**, 65 (1957).
81. R. M. Broudy and J. D. Venable, *Phys. Rev.* **105**, 1757 (1957).
82. Willardson, Herman and Beer, *Phys. Rev.* **96**, 1512 (1955).
83. Goldberg, Adams and Davis, *Phys. Rev.* **105**, 865 (1957).
84. F. J. Morin and J. P. Maita, *Phys. Rev.* **94**, 1525 (1954); **96**, 28 (1954).
85. G. G. Macfarlane and V. Roberts, *Phys. Rev.* **97**, 1714 (1955); **98**, 1865 (1955).
86. Crawford, Schweinber and Stevens, *Phys. Rev.* **99**, 1330 (1955).
87. B. Abeles and S. Meiboom, *Phys. Rev.* **101**, 544 (1956).
88. T. G. Berlincourt, *Phys. Rev.* **99**, 1716 (1955).
89. Е. С. Боровик, *Изв. АН СССР* **19**, 429 (1955).
90. E. Justi, *Physik. Zeits.* **41**, 563 (1940); *Leitfähigkeit und Leitungsmechanismus fester Stoffe*, Göttingen (1948).
91. W. de Haas and J. Blom, *Physica* **1**, 134 (1934); Лазарев, Нахимовичи Парфенова, *ЖЭТФ* **9**, 1169 (1939); E. Justi and H. Scheffers, *Physik. Zeits.* **37**, 475 (1936); Justi, Kramer and Shultze, *Physik. Zeits.* **41**, 308 (1940).
92. D. E. Sonle, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, **1**, 255 (1956).
93. J. W. McClure, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, **1**, 255 (1956).
94. R. S. Allgaier, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, **2**, 141 (1957).
95. T. Irie, *J. Phys. Soc. Japan* **11**, 840 (1956).
96. H. B. Briggs and R. C. Fletcher, *Phys. Rev.* **91**, 1342 (1953).
97. Kaiser, Collins and Fan, *Phys. Rev.* **91**, 1380 (1953).
98. A. H. Kahn, *Phys. Rev.* **97**, 1647 (1955).
99. M. Tannenbaum and H. B. Briggs, *Phys. Rev.* **91**, 1561 (1953).
100. E. Burstein, *Phys. Rev.* **93**, 632 (1954).
101. Hall, Bardeen and Blatt, *Phys. Rev.* **95**, 559 (1959).
102. W. Kohn, *Phys. Rev.* **98**, 1561 (1955).
103. Fan, Shepard and Spitzer, *Proceeding of the Atlantic City Photoconductivity Conference*, 1954 (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1955).
104. W. Paul and H. Brocks, *Phys. Rev.* **94**, 1128 (1954).
105. F. Herman, *Physica* **20**, 801 (1954).
106. Warschauer, Paul and Brocks, *Phys. Rev.* **98**, 1193 (1955).
107. Spitzer, Bennett and Fan, *Phys. Rev.* **98**, 288 (1955).
108. E. R. Johnson and S. M. Christian, *Phys. Rev.* **95**, 560 (1955).
109. Sevitas, Wang and Alexander, *Phys. Rev.* **95**, 846 (1955).
110. Herman, *Phys. Rev.* **95**, 847 (1955).
111. W. Paul and D. M. Warschauer, *Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II*, **4**, 266 (1956).
112. W. C. Dash and R. Newmann, *Phys. Rev.* **99**, 1151 (1955).
113. H. B. Briggs and R. C. Fletcher, *Phys. Rev.* **87**, 1130 (1952).
114. Burstein, Picus and Solar, см. ссылку¹⁰³.

115. T. S. Mass, см. Ссылку¹⁰³.
116. M. Tannenbaum and J. P. Maita, Phys. Rev. **91**, 1009 (1953).
117. Krastowski, Wheatley and Flood, Phys. Rev. **95**, 1683 (1954).
118. W. Kaiser and H. Y. Fan, Phys. Rev. **98**, 966 (1955).
119. F. Stern and R. M. Talley, Phys. Rev. **100**, 1638 (1955).
120. W. Spitzer and H. Y. Fan, Phys. Rev. **106**, 882 (1957).
121. R. Barrie and J. T. Edmond, J. Electronics **1**, 161 (1955).
122. H. P. R. Frederikse and E. V. Mielczarek, Phys. Rev. **99**, 1889 (1955).
123. Hmostowski, Morin, Geballe and Wheatley, Phys. Rev. **109**, 1672 (1955).
124. R. P. Chasmar and R. Stratton, Phys. Rev. **102**, 1686 (1956).
125. V. Roberts and J. E. Quarrington, J. Electronics **1**, 152 (1955).
126. Blount, Callaway, Cohen, Dumke and Phillips, Phys. Rev. **101**, 563 (1956).
127. Zwerdling, Keyes, Foner, Kolm and Lax, Phys. Rev. **104**, 1805 (1956).
128. S. Zwerdling and B. Lax, Phys. Rev. **106**, 51 (1957).
129. E. Burstein and G. S. Picus, Phys. Rev. **105**, 1123 (1957).
130. Lax, Zwerdling and Roth, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **2**, 141 (1957).
131. S. Zwerdling and B. Lax, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **2**, 141 (1957).
132. Both, Lax and Zwerdling, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **2**, 141 (1957).
133. J. M. Luttinger and W. Kohn, Phys. Rev. **97**, 869 (1955).
134. J. M. Luttinger, Phys. Rev. **102**, 1030 (1956).
135. W. P. Dumke, Phys. Rev. **105**, 139 (1957).
136. E. O. Kane, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249 (1957).
137. C. S. Smith, Phys. Rev. **94**, 42 (1954).
138. A. B. Pippard, Advances in Electronics and Electron Phys. **6**, 1 (1954).
139. R. G. Chambers, Can. J. Phys. **34**, 1395 (1956).
140. E. Fawcett, Proc. Roy. Soc. (London) **A232**, 519 (1955).
141. A. B. Pippard, Phil. Trans. **A250**, 325 (1957).
142. A. E. Bömmel, Phys. Rev. **100**, 758 (1955).
143. A. B. Pippard, Phil. Mag. **2**, 1147 (1957).
144. V. Heine, Phys. Rev. **107**, 431 (1957).
145. М. Азбель и Е. Канер, ЖЭТФ **32**, 896 (1957); М. Азбель и Е. Канер, J. Phys. Chem. Solids **6**, 2/3 (1958).
146. R. G. Chambers, Phil. Mag. **1**, 459 (1956).
147. М. Азбель и М. Каганов, ДАН СССР **95**, 41 (1954).
148. W. R. Datars and R. N. Dexter, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **2**, 345 (1957).
149. P. Nozières, Phys. Rev. **109**, 1510 (1958).
150. W. S. Bogle and A. D. Brailsford, Phys. Rev. **107**, 903 (1957).
151. Bagguley, Powell and Taylor, Proc. Phys. Soc. (London) **A70** (1957).
152. Stickler, Thaxter, Heller and Lax (в печати).
153. L. Ohsager, Phil. Mag. **43**, 1006 (1952).
154. И. М. Лифшиц и А. М. Косевич, ДАН СССР **96**, 963 (1954); ЖЭТФ **29**, 730 (1955).
155. И. М. Лифшиц и А. В. Погорелов, ДАН СССР **96**, 1143 (1954).
156. D. Shaenberg, Progr. Low. Temperature Phys. **2**, 227 (1957).
157. E. M. Gunnerson, Phil. Trans. Roy. Soc. London **A249**, 299 (1957).
158. A. V. Gold, Low Temperature Conference, Wisconsin (August, 1957).
159. M. Glicksman, Progr. Semiconductors **3**, 1 (1958).
160. D. Long, Phys. Rev. **107**, 672 (1957).
161. H. P. Furth and R. W. Wanicke, Phys. Rev. **104**, 343 (1956).
162. K. Shogenji and S. Uchigama, J. Phys. Soc. Japan **12**, 1164 (1957).
163. E. W. J. Mitchell and P. T. Wedepohl, Proc. Phys. Soc. (London) **B70**, 527 (1957).
164. J. Babishin and P. G. Seibenmann, Phys. Rev. **107**, 1249 (1957).
165. E. Sondheimer, Nature **164**, 920 (1949); Phys. Rev. **80**, 401 (1950).
166. Macfarlane, McLean, Quarrington and Roberts, Phys. Rev. **108**, 1377 (1957).
167. Zwerdling, Lax and Roth, Bull. Am. Phys. Soc. Ser. II, **3**, 16 (1958).
168. Е. Ф. Гросс, Б. П. Захарченко и Павинский, ЖТФ **27**, 2177 (1957).
169. Е. Ф. Гросс и Б. П. Захарченко, J. Phys. Radium **1**, 68 (1957).
170. Zwerdling, Roth and Lax, Phys. Rev. **109**, 2207 (1958).
171. G. Dresselhaus, J. Phys. Chem. Solids **1**, 14 (1956); R. J. Elliot, Phys. Rev. **108**, 1384 (1957).
172. Yafet, Keyes and Adams, J. Phys. Chem. Solids **1**, 137 (1956).