

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТЯХ

Л. К. Зарембо, В. А. Красильников

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует несколько условное деление акустических волн на волны малой (вернее, бесконечно малой) и волны конечной амплитуды. Такое деление сложилось в результате того, что в случае волн бесконечно малой амплитуды систему гидродинамических уравнений можно свести к линейному волновому уравнению, чего нельзя сделать в случае волн конечной амплитуды. Волны конечной амплитуды—это промежуточная область между волнами бесконечно малой амплитуды и сильными ударными волнами.

На примере одномерного уравнения Эйлера $\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ видно, что для волны $v = v_{10} \sin(\omega t - kx)$ нелинейный член $v \frac{\partial v}{\partial x}$ имеет максимальное значение порядка kv_{10}^2 , в то время как остальные члены имеют порядок ωv_{10} . Нелинейный член будет одного порядка с линейными при смещении $v_{10}/\omega = \xi_{10} \sim \lambda$, или при $v_{10} \sim c_0$, или, наконец, при звуковых давлениях $p_{10} \sim p_0 c_0^2$, по порядку величины равных давлению, определяющему упругость среды (атмосферному давлению P_0 в случае газов или внутреннему давлению P_* в случае жидкостей).

До сравнительно недавнего времени предполагалось, что при распространении звука в жидкостях нелинейные явления выражены слабо, причем основной причиной этого считалась малость звуковых давлений (максимальные звуковые давления в жидкостях, получаемые сейчас экспериментально, не превышают нескольких десятков атмосфер) по сравнению с внутренним давлением в жидкости, которое имеет порядок нескольких тысяч атмосфер.

Для недиссипативной среды точные римановские решения показывают, что различные точки профиля возмущения должны перемещаться в пространстве с различными скоростями, зависящими от скорости смещения частиц из положения равновесия. Последняя добавляется к местной скорости звука и приводит к искажению формы возмущения по мере его распространения, что в конечном счете должно привести к образованию разрыва. Следует подчеркнуть, что в недиссипативной среде для волны, гармонической у источника, число длин волн до разрыва определяется числом Маха *) и для чисел Маха сколь угодно малых, но не равных нулю, расстояние накопления разрыва конечно. Таким образом,

*) Число Маха в акустическом случае может быть определено как $v_0/c_0 = M_0$, где v_0 — амплитуда скорости смещения, c_0 — скорость распространения волны в невозмущенной среде.

в недиссипативной среде гармоническая волна даже малой амплитуды на значительных по сравнению с длиной волны расстояниях должна рассматриваться как волна конечной амплитуды. В этом смысле в идеальной среде все возмущения являются возмущениями конечной амплитуды, ибо нелинейные эффекты накапливаются по мере распространения волны. Искажение формы волны, которое может быть представлено как возникновение и рост гармоник в процессе распространения, в среде с потерями замедляется различного рода диссипативными процессами. Поэтому в диссипативной среде гармоническая у источника волна может, в зависимости от плотности энергии, либо привести к образованию акустического разрыва *) (при больших плотностях энергии), либо по мере распространения поглотиться так, что нелинейные эффекты не окажут существенного влияния. Таким образом, в диссипативных средах в отличие от недиссипативных могут создаваться условия, соответствующие волнам бесконечно малой амплитуды.

Переходя к реальным средам, следует сказать о том, что поглощение на длину волны $\alpha\lambda$ в газах намного больше, чем поглощение в жидкостях (на частоте 1 Мгц для воздуха $\alpha\lambda \cong 6,8 \cdot 10^{-3}$; для воды $\alpha\lambda \cong 3,7 \cdot 10^{-5}$). Жидкости (особенно маловязкие) в этом отношении ближе к недиссипативным средам, чем газы; поэтому нелинейные эффекты в жидкостях могут накапливаться по мере распространения возмущения.

Отметим также, что в жидкостях технически много легче могут быть получены значительные интенсивности ультразвука. Получение в жидкостях интенсивностей порядка нескольких вт/см^2 на частотах $\sim 0,3$ —5 Мгц не представляет в настоящее время сложной задачи. В последнее время на частоте 1,5 Мгц получены в нефокусированном пучке при кратковременном (несколько секунд) непрерывном режиме интенсивности $\sim 300 \text{ вт/см}^2$ ¹. Использование импульсного режима позволяет получить еще большие интенсивности ультразвука. Применение фокусирующих систем позволяет в том случае, когда приняты меры, предотвращающие или уменьшающие влияние кавитации, получать интенсивности в фокусе порядка нескольких квт/см^2 .

Сравнительно недавно было установлено, что в жидкостях механизм искажения формы волны приводит к значительному увеличению диссипации акустической энергии (в газах это явление почти не исследовалось). При относительно небольших интенсивностях ультразвука (порядка нескольких вт/см^2) в таких маловязких жидкостях, как спирты, происходит увеличение коэффициента поглощения на два порядка по сравнению с коэффициентом поглощения, определенным при условиях, соответствующих волнам бесконечно малой амплитуды.

В настоящее время в области исследования различных нелинейных эффектов в жидкостях накопился значительный материал, который требует обобщения. В данном обзоре мы будем говорить только об искажении и поглощении волн конечной амплитуды, не рассматривая таких интересных явлений, как акустические течения, кавитация и др. При этом основное внимание будет уделено искажению в диссипативных средах и увеличению поглощения, вызванному этим искажением.

2. ТЕОРИЯ ИСКАЖЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

а) Недиссипативная среда. Для общего анализа уравнений гидродинамики идеальной жидкости представляется целесообразным применить методы теории подобия. Методы теории подобия применялись в акустических задачах для оценки различных членов гидродинамиче-

*) Под акустическими разрывами в дальнейшем понимается возникновение волны, по форме близкой к пилообразной, с шириной фронта, многократной $\lambda/2$.

ских уравнений в^{2,3}, а также для общего анализа уравнений⁴. Производя линейные преобразования переменных и параметров, иначе говоря, изменяя масштабы измерения этих величин, можно найти условия, при которых гидродинамические уравнения инвариантны относительно этих преобразований. Например, преобразование, переводящее штрихованные величины в нештрихованные:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathbf{v}'}{U} = \mathbf{v}; \quad \frac{x'\Omega}{U} = x; \quad \frac{y'\Omega}{U} = y; \quad \frac{z'\Omega}{U} = z; \\ \Omega t' = t; \quad \frac{p'}{P} = p; \quad \frac{\rho'}{R} = \rho; \quad \frac{c'}{C} = c \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

(здесь U, Ω, P, R, C — некоторые постоянные, \mathbf{v} — скорость, x, y, z — координаты, t — время, p — давление, ρ — плотность, c — скорость звука), переводит уравнение непрерывности, уравнение Эйлера и уравнение адиабатического процесса для штрихованных переменных в уравнения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \mathbf{v} = 0, \quad \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = - \frac{C^2}{U^2} c^2 \nabla p, \quad c^2 = \frac{P}{RC^2} \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_s. \quad (2.2)$$

Таким образом, уравнения инвариантны относительно преобразований (2.1) при $C^2/U^2 = 1$ и $P/RC^2 = 1$, или, что то же самое, при равных местных числах Маха $M = v/c$ и числах $E = p/\rho c^2$. При равенстве этих чисел, а также при инвариантности граничных условий задачи относительно преобразований (2.1) волны, распространяющиеся в различных средах, при различных значениях характеризующих волну параметров будут подобными. Следует отметить, что для подобных волн будут равны любые комбинации этих безразмерных чисел, например: $E/|M|^2 = p/\rho |v|^2$ («число кавитаций»*), а также $M/E = \rho c v/p$ и др. Моделирование волн конечной амплитуды может быть осуществлено по любым двум числам. В среде без потерь, как это уже отмечалось выше, в процессе распространения волны происходит искажение формы волны вплоть до образования разрыва. Поэтому в акустическом случае эти числа можно было бы назвать числами искажения. Наличие двух чисел указывает на то, что есть два источника нелинейных искажений: искажения, связанные с нелинейностями уравнения непрерывности и уравнения Эйлера, и искажения, определяемые нелинейностью в уравнении, связывающем плотность со сжатием**). Что касается уравнения, связывающего плотность со сжатием, то для $p = \Phi(\rho)$, разлагая в ряд вблизи равновесной плотности, получим

$$p = P_0 + \rho_0 c_0^2 \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{\rho_0^2}{2} \frac{dc^2}{d\rho} \Big|_{\rho=\rho_0} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2, \quad (2.3)$$

где $P_0 \equiv \Phi(\rho_0)$ — давление, а $c_0^2 = \frac{d\Phi}{d\rho} \Big|_{\rho=\rho_0}$ — скорость распространения звука в невозмущенной среде.

В случае ударных волн слабой интенсивности изменение энтропии представляет собой величину третьего порядка малости по сравнению со скачком давления, если не рассматриваются диссипативные процессы в слое скачка. Поэтому с точностью до членов второго порядка малости можно пользоваться адиабатическим уравнением для газов

$$p = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \approx P_0 + \gamma P_0 \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2} P_0 \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \quad (2.4)$$

*) См., например, Г. Бирхгоф, Гидродинамика, ИЛ, 1954, стр. 92.

**) Следует отметить, что такое разделение до некоторой степени условно, поскольку система гидродинамических уравнений решается совместно, однако при сравнении жидкостей и газов оно удобно.

Здесь P_0 — атмосферное давление, ρ_0 — плотность невозмущенной среды, $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме.

Вопрос об уравнении состояния для жидкости является более сложным, однако для сжатий в акустической волне конечной амплитуды, по-видимому, достаточно представление его в виде ⁵

$$p = P_* + A \left(\frac{p - p_0}{\rho_0} \right) + \frac{B}{2} \left(\frac{p - p_0}{\rho_0} \right)^2. \quad (2.5)$$

Здесь P_* — внутреннее давление в жидкости. Коэффициенты A и B , зависящие от температуры, могут быть определены через модуль объемной упругости жидкости $K = \rho_0 \frac{dp}{d\rho}$. Пользуясь (2.5), получаем

$$K = (A^2 + 2p'B)^{1/2} \cong A + \frac{B}{A} p',$$

где $p' = p - P_*$ — внешнее давление и использовано условие $2p' \frac{B}{A^2} \ll 1$, выполняющееся для всех жидкостей до давлений $\sim 10^3$ атм. С другой стороны ⁶,

$$K = \kappa_1 (P_* + p') \quad \text{и} \quad \frac{B}{A} = \kappa_1 = \frac{K_0}{P_*}, \quad \text{где} \quad K_0 = K|_{p'=0}.$$

В ⁷ применялся несколько иной метод определения нелинейных характеристик жидкости: предполагалось, что относительная скорость некоторой точки профиля волны определяется скоростью смещения и изменением местной скорости звука за счет отклонения температуры и давления от невозмущенных значений. В таблице I приводятся значения B/A для различных жидкостей. Часть этих данных определена в статическом режиме. Поскольку, однако, в жидкостях $c_p/c_v \cong 1,0$ и $K_0^{(\infty)}/K_0^{(0)} = c_p/c_v$, где $K_0^{(0)} = K^{(0)}|_{p'=0}$ и $K_0^{(\infty)} = K^{(\infty)}|_{p'=0}$, — соответственно изотермический и адиабатический модули упругости, постольку в достаточно хорошем приближении можно использовать статические значения B/A при рассмотрении волн конечной амплитуды, имея также в виду, что $\kappa_1 = B/A$ не зависит от температуры ⁶.

Из сравнения уравнения для газов (2.4) и уравнения (2.5) для жидкостей получаем, что формально γ соответствует $\frac{B}{A} + 1$ ^{5,10}. В этом смысле жидкость, подчиняющаяся уравнению (2.5), «газоподобна»: при равных сжатиях распространение звука в жидкости будет происходить так же, как распространение в газе с отношением теплоемкостей $\frac{B}{A} + 1$ при невозмущенном давлении P_* , равном внутреннему давлению в жидкости. Имея в виду это обстоятельство, в дальнейшем не будем делать различия между γ и $\frac{B}{A} + 1$.

Возвращаясь к методам подобия, легко видеть, что если в E под ρ , ρ , c понимать полное значение давления (избыточное + внутреннее), а также полные значения плотности и скорости, то $E \equiv \gamma \cong \frac{B}{A} + 1$. Таким образом, все безразмерные величины в волне конечной амплитуды должны зависеть от параметра, характеризующего нелинейность уравнения состояния, и числа Маха. В частности, число волн до места образования разрыва $N = x_{кр}/\lambda$

$$N = \Phi(\gamma, M).$$

Точное решение задачи о плоской бегущей акустической волне конечной амплитуды впервые было получено Пуассоном. Затем Рима-

Таблица 1

Жидкость	ρ_0 (20° C), г/см ³	$c_0 \cdot 10^{-3}$ (20° C), см/сек	$K_0 \cdot 10^{-3}$ (20° C), кг/см ²	$P_* \cdot 10^{-3}$ (20° C), кг/см ²	B/A
Ртуть	13,595	1,45	256,0 ¹⁾	24,5 ¹⁾	10,5 ²⁾
Глицерин	1,261	1,92	41,5 ¹⁾	4,75 ¹⁾	8,8 ²⁾
Вода	0,998	1,49	21,8 ¹⁾	3,25 ¹⁾	6,7 ²⁾ ; 4,8 ⁴⁾ ; 5,06 ⁵⁾
Этиловый спирт	0,789	1,17	9,1 ¹⁾	1,00 ¹⁾	9,1 ²⁾ ; 8,0 ⁴⁾ ; 10 ⁵⁾
Метиловый »	0,791	1,12	7,3 ¹⁾	1,0 ³⁾	7,3 ^{2) 3)} ; 7,6 ⁴⁾
n-пропиловый спирт	0,806	1,22	12,3 ⁸⁾	1,54 ⁸⁾	8,0 ⁴⁾
n-бутиловый спирт	0,81	1,26	13,2 ⁸⁾	1,57 ⁸⁾	8,4 ⁴⁾
Четыреххлори- стый углерод	1,59	0,94	9,6 ¹⁾	1,04 ⁸⁾	9,2 ⁴⁾
Сероуглерод . .	1,26	1,16	17,4 ⁸⁾	3,22 ⁸⁾	5,4 ⁴⁾ ; 11,0 ⁶⁾ ; 12±5 ⁷⁾
Бензол	0,879	1,32	10,5 ¹⁾	1,54 ⁸⁾	6,8 ⁴⁾

¹⁾ Данные статических измерений ⁶⁾.
²⁾ B/A рассчитаны по $K_0/P_* = B/A$.
³⁾ Это значение P_* определено из графической зависимости $K = \varphi(p' + P_*)$, приведенной в ⁶⁾.
⁴⁾ Данные термодинамического расчета с использованием экспериментальных результатов по зависимости скорости ультразвука малой амплитуды от температуры и давления ⁷⁾.
⁵⁾ Данные, определенные по взаимодействию двух ультразвуковых волн ⁸⁾.
⁶⁾ Данные, использованные для сравнения теории с экспериментальными результатами по поглощению волн конечной амплитуды ⁵⁾.
⁷⁾ То же при сравнении с гармониками ³⁾.
⁸⁾ Расчет по динамическому модулю $K_0 = \rho_0 c_0^2$; $P_* = K_0 \frac{A}{B}$.

ном¹¹ было найдено общее решение одномерной системы гидродинамических уравнений невязкой жидкости в предположении, что уравнение состояния среды может быть представлено в виде $p = \varphi(\rho)$, где φ — произвольная функция. Не останавливаясь на подробностях решения, ибо это решение вошло в ряд руководств по распространению волн и механике сплошных сред, отметим, что Риманом была введена функция $\sigma(\rho) = \int \frac{c d\rho}{\rho}$, где $c = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)^{1/2}$, сводящая систему уравнений Эйлера к системе, допускающей решение в виде $v(\rho) = \sigma(\rho)$. Для скорости смещения это решение может быть представлено в виде

$$v = \psi_1[x - t(c + v)] + \psi_2[x + t(c - v)], \quad (2.6)$$

где ψ_1 и ψ_2 — произвольные функции. Решение (2.6) представляет собой два возмущения, первое из которых распространяется в сторону $x > 0$ со скоростью $c_1 = c + v$, второе — в сторону $x < 0$ со скоростью $c_2 = c - v$. Подчеркнем, что в римановской волне по известному уравнению состоя-

ния $p = \varphi(\rho)$ легко может быть установлена связь между скоростью смещения и плотностью, а следовательно, и давлением

$$v(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c d\rho}{\rho}. \quad (2.7)$$

При адиабатическом распространении возмущения из (2.4), а также из (2.7) при $\gamma \neq 1$ имеем

$$\left. \begin{aligned} c^2 &= \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-1}; \quad c_0^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0}; \\ v(\rho) &= \frac{2c_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{2}} - 1 \right]; \\ v(p) &= \frac{2c_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2.7a)$$

Из (2.7a) для c^2 и $v(\rho)$ следует точное соотношение

$$c = c_0 + \frac{\gamma-1}{2} v. \quad (2.7б)$$

Из (2.7a) при малых сжатиях $\rho - \rho_0/\rho_0 = \rho'/\rho_0$, а также отношениях звукового давления $p' = p - P_0$ к давлению в среде p'/P_0 следуют обычные соотношения линейного приближения для плоской волны $v = c_0 \frac{\rho'}{\rho_0}$ и $v = P'/\rho_0 c_0$.

Отметим, что при линейном соотношении между давлением и плотностью ($\gamma = 1$)

$$\left. \begin{aligned} c^2 &= c_0^2 = P_0/\rho_0; \quad v(\rho) = c_0 \ln \frac{\rho}{\rho_0}; \\ v(p) &= c_0 \ln \frac{p}{P_0}. \end{aligned} \right\} \quad (2.7в)$$

Волна искажается, однако это искажение меньше, чем в случае учета нелинейного уравнения состояния. Следует сказать, что равенства (2.7в), строго говоря, не могут быть отнесены к изотермическому распространению звука, ибо в этом случае необходимо было бы учесть потери на теплопроводность (см. раздел 1б)). В частном случае гармонического источника звука, посылающего волну в направлении $x > 0$, (2.6) может быть представлено в виде

$$v = v_{10} \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{c+v} \right).$$

Здесь v_{10} — амплитуда скорости у источника звука. Если считать, что среда подчиняется уравнению (2.4), а это возможно только в том случае, когда движение изэнтропично, пользуясь (2.7б), можно получить

$$v = v_{10} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0 + \frac{\gamma+1}{2} v} \right). \quad (2.8)$$

Из (2.8) видно, что различные точки профиля волны распространяются с различными скоростями $c_1 = c_0 + \frac{\gamma+1}{2} v$, причем при $\gamma > -1$; там, где $v > 0$, $c_1 > c_0$, а где $v < 0$, $c_1 < c_0$. Это обстоятельство приводит к тому, что форма волны по мере распространения искажается. Искажение может быть интерпретировано как возникновение, рост и взаимодействие

гармоник в процессе распространения волны. Действительно, при малых числах Маха $M_{10} = v_{10}/c_0 \ll 1$ (2.8) может быть представлено в виде

$$v = v_{10} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \frac{(\gamma+1)v_{10}^2 \omega x}{4c_0^2} \sin 2\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \dots = \\ = v_{10} \left[\sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \frac{\gamma+1}{4} M_{10} k x \sin 2\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \dots \right], \quad (2.9)$$

где $k = \omega/c_0$ — волновое число. Существенным является то, что амплитуда основного тона не убывает, несмотря на рост гармоник. В идеальной среде нет сил, препятствующих искажению формы волны; независимо от величины начального возмущения римановское решение приводит по мере распространения к образованию сильного разрыва (при котором положения в пространстве максимума и минимума скорости совпадают, или $\frac{\partial x}{\partial v}$ обращается в нуль), а затем к «захлестыванию» волны, т. е. к трем значениям давления (или скорости) в одной и той же точке пространства. Это последнее обстоятельство не имеет физического смысла. Кроме того, при образовании разрыва с нулевой шириной не могут быть применены уравнения гидродинамики, описывающие звуковое поле. И, наконец, что является весьма существенным, при образовании разрыва движение перестает быть изэнтропическим, ибо при узкой ширине фронта начинают играть существенную роль процессы теплопроводности, и предположение о возможности представления давления в функции только плотности становится несправедливым.

Выше уже говорилось о том, что условие образования разрыва $\frac{\partial v}{\partial x} = \infty$. Пользуясь этим условием и (2.8), можно определить расстояние до места образования разрыва для гармонической у источника звука волны:

$$x_{\text{кр}} = \frac{\lambda c_0}{\pi(\gamma+1)v_{10}}$$

или в безразмерном виде

$$2\pi N = \frac{2}{(\gamma+1)M_{10}}. \quad (2.10)$$

Легко видеть, что (2.9) и (2.10), полученные для одномерного случая, инвариантны относительно преобразований (2.1) при равных числах $(\gamma+1)M_{10}/2$. В терминах $x_{\text{кр}}$ (2.9) может быть представлено в виде

$$v = v_{10} \left[\sin(\omega t - kx) + \frac{x}{2x_{\text{кр}}} \sin 2(\omega t - kx) + \dots \right]. \quad (2.11)$$

Отметим, что приведенное соотношение не зависит от свойств среды, в которой распространяется волна. Из (2.11) следует, что на критическом расстоянии $x = x_{\text{кр}}$ амплитуда второй гармоники $v_2 = v_{10}/2$, аналогично $p_2 = p_{10}/2$ и т. д.

При малых числах Маха может быть определено расстояние образования разрыва также в случае сферической расходящейся волны. Для пульсирующей сферы радиуса r_0 при $r \gg r_0$, когда отдельные участки сферической волны могут считаться плоскими, волну можно записать в виде¹⁴

$$vr = A \cos(kr - \omega t) - \frac{\gamma+1}{4} \frac{k}{c_0} \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) A^2 \sin 2(kr - \omega t). \quad (2.12)$$

При образовании разрыва на далеких расстояниях, когда также отдельные участки волны можно считать плоскими, $v_2/v_1 = 1/2$, поэтому для

расстояния $r_{кр}$, на котором накапливается разрыв в сферической волне, получаем из (2.12)

$$k r_0 \ln \frac{r_{кр}}{r_0} = \frac{2}{(\gamma+1) M_{10}}. \quad (2.13)$$

Здесь $M_{10} = v_{10}/c_0$, v_{10} — амплитуда скорости смещения на поверхности сферы. Имея в виду (2.10), (2.13) можно записать в виде

$$r_{кр} = r_0 e^{\frac{x_{кр}}{r_0}}.$$

Здесь $x_{кр}$ — критическое расстояние плоской волны с тем же значением числа Маха в той среде, где распространяется сферическая волна. С уменьшением числа Маха критическое расстояние для сферической волны быстро возрастает. Для $M_{10} \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ оно намного превышает критическое расстояние плоской волны. На основании этого можно сделать вывод о том, что нелинейные искажения в случае сферической расходящейся волны имеют существенно меньшее значение, чем в случае плоских волн.

Подводя итоги, можно сказать, что в недиссипативной среде точные решения гидродинамических уравнений приводят, в отличие от линеаризованных уравнений, к искажению формы волны. Искажение формы волны независимо от амплитуды звуковых величин рано или поздно сопровождается образованием разрыва. При $k x_{кр} \gg 1$ или $k r_{кр} \gg 1$ можно говорить о малом изменении формы на расстояниях одной длины волны, что указывает на малость взаимодействия гармоник на этих расстояниях. Поэтому, во всяком случае на расстояниях порядка длины волны, пока не образовался разрыв, волна может рассматриваться как немонохроматическая волна со слабым взаимодействием гармонических составляющих. Для случая плоской волны условие $k x_{кр} \gg 1$ эквивалентно условию

$$\frac{\gamma+1}{2} M_{10} \ll 1. \quad (2.14)$$

Для газов $\frac{\gamma+1}{2} \cong 1,1 \div 1,3$; для жидкостей $\frac{\gamma+1}{2} \cong 4 \div 6$ (см. табл. I, а также формальную связь γ и B/A на стр. 690). Поэтому условие (2.14) сводится просто к малости чисел Маха: $M_{10} = v_{10}/c_0 \ll 1$. Для максимальных интенсивностей, полученных в настоящее время (~ 300 вт/см² в воде¹⁾, $v_{10} \sim 2 \cdot 10^3$ см/сек и $M_{10} \sim 1,5 \cdot 10^{-2}$. Поэтому для всех экспериментально достижимых в настоящее время интенсивностей можно говорить о слабом взаимодействии гармонических составляющих волны и рассматривать волну в квазилинейном приближении.

б) Д и с с и п а т и в н а я с р е д а. Вопрос о распространении волны конечной амплитуды в диссипативной среде является значительно более сложным, чем вопрос о распространении в среде без диссипации. Наличие диссипативных процессов приводит к тому, что распространение акустической волны, строго говоря, перестает быть обратимым процессом: уравнения вязкой жидкости неинвариантны относительно преобразования $t' = -t$ и $\mathbf{v}' = -\mathbf{v}$. Если среда, кроме вязкости, имеет еще отличную от нуля теплопроводность, то процесс распространения, строго говоря, перестает быть также изэнтропическим даже при отсутствии разрыва. Как известно, уравнения гидродинамики вязкого газа могут быть получены из кинетического уравнения Максвелла — Больцмана в предположении, что функция распределения частиц в фазовом пространстве незначительно отличается от равновесной (см., например, ¹²⁾). Условие малости отклонения процесса от равновесного в газах заключается в малом по сравнению с абсолютной температурой изменении температуры на расстоянии длины свободного пробега, малом изменении скорости по сравнению со скоростью звука ¹²⁾,

а также в малости периода волны по сравнению с временем релаксации или малости длины свободного пробега по сравнению с длиной волны¹³. Вопрос о том, можно ли считать отклонения от равновесного состояния в волне конечной амплитуды малыми, в настоящее время, по нашему мнению, нельзя считать решенным. Не говоря уже о таких быстрых неравновесных процессах, как захлопывание кавитационных пузырьков с образованием ударной волны, вопросы поглощения волн конечной амплитуды при значительном влиянии нелинейных искажений тоже, по-видимому, должны рассматриваться с точки зрения термодинамики неравновесных процессов с большими отклонениями от равновесия. В случае ударных волн необходимость учета больших отклонений процесса от равновесного не вызывает сомнений. В настоящее время известно несколько жидкостей (например, толуол), имеющих частоты релаксации 10^5 гц. При распространении волн конечной амплитуды с частотами $\sim 10^6$ гц в этих жидкостях отклонения процессов, происходящих в волне, от равновесных, по-видимому, нельзя считать малыми. На этом вопросе мы еще остановимся при сравнении экспериментального материала с теоретическими результатами, однако уже сейчас следует сказать, что количество экспериментального материала и состояние теории распространения волн конечной амплитуды в диссипативных средах таковы, что нельзя судить с уверенностью о полноте гидродинамических уравнений вязкой теплопроводящей жидкости.

Применим преобразование переменных

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathbf{v}'}{U} = \mathbf{v}; \quad \frac{\Omega x'_i}{C} = x_i; \quad \frac{\rho'}{R} = \rho; \quad \frac{p'}{P} = p; \quad \frac{c'}{C} = c; \\ \Omega t' = t; \quad \frac{\eta'}{N} = \eta; \quad \frac{\xi'}{N} = \xi; \quad \frac{T'}{\theta} = T; \quad \frac{S'}{\Sigma} = S; \quad \frac{\kappa'}{K} = \kappa, \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

где η и ξ — соответственно сдвиговая и объемная вязкости, T — температура, S — энтропия, κ — коэффициент теплопроводности, κ — к системе гидродинамических уравнений вязкой жидкости.

Тогда в нестрехованных переменных получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{U}{C} \nabla \rho \mathbf{v} = 0, \quad (2.16)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{U}{C} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = - \frac{C}{U} c^2 \Delta \rho + \frac{N \Omega}{R C} \left[\eta \nabla \mathbf{v} + \left(\xi + \frac{1}{3} \eta \right) \nabla \nabla \mathbf{v} \right] \quad (2.17)$$

и уравнение переноса тепла

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{U}{C} \mathbf{v} \nabla S = \frac{N \Omega}{6 \Sigma R} \frac{U^2}{C^2} \left[\frac{\eta}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_h} + \frac{\partial v_h}{\partial x_i} \right)^2 + \xi (\nabla \mathbf{v})^2 \right] + \frac{K \Omega}{\Sigma R C^2} \kappa \nabla \nabla T. \quad (2.18)$$

Преобразованию (2.15) подлежат также уравнение состояния, а также зависимость энтропии от характеристических термодинамических координат. Считая, что уравнение состояния известно, а также известна зависимость давления от энтропии, имеем преобразование

$$c^2 = \frac{P}{R C^2} \left(\frac{d p}{d \rho} \right). \quad (2.19)$$

Как видно из (2.16)–(2.19), уравнения инвариантны относительно преобразования (2.15) при постоянстве пяти чисел: местного числа Маха $M = \mathbf{v}/c$ и чисел $b \omega / \rho c^2$, $p / \rho c^2$, $b \omega |v|^2 / T S \rho c^2$, $\kappa \omega / S \rho c^2$. Здесь $b = \frac{4}{3} \eta + \xi$. Как известно, увеличение энтропии в ударной волне слабой интенсивности — величина третьего порядка малости (см., например,¹⁴) Поэтому с точностью до членов второго порядка малости можно считать

$S = \text{const}$, т. е. считать распространение волн конечной амплитуды адиабатическим. Как это было показано в ^{3,15}, для случая плоской волны линеаризация уравнения переноса тепла приводит к линейным диссипативным силам. Это дает возможность свести количество чисел подобия до трех: $M, b_1 \omega / \rho c^2$ и $p / \rho c^2$, где $b_1 = \left(\frac{4}{3} \eta + \xi \right) + \kappa \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$. Эти числа

имеют простой физический смысл: как и прежде, в случае невязкой жидкости, M и $p / \rho c^2$ — числа, определяющие искажение (M — за счет нелинейности (2.16) и (2.17); $p / \rho c^2$ — за счет нелинейности уравнения состояния). Число $b_1 \omega / \rho c^2$ определяет относительное влияние потерь за счет вязкости и теплопроводности.

Для неметаллических жидкостей вклад теплопроводности в поглощение намного меньше вязкого поглощения, поэтому в дальнейшем можно пользоваться числом $b \omega / \rho c^2$. Для подобных волн будут также одинаковыми отношения безразмерных чисел. Например, $\text{Re} = \frac{p}{\rho c^2} \times \frac{\rho c^2}{b \omega} = \frac{p}{b \omega}$ — число, определяющее отношение искажения за счет нелинейности уравнения состояния к числу, определяющему диссипацию энергии за счет вязкого трения; число $\text{Re}' = M \frac{\rho c^2}{b \omega} = \frac{\rho c v}{b \omega}$ определяет отношение искажения за счет нелинейности уравнения непрерывности (2.16) и уравнения движения (2.17) к числу, определяющему диссипацию энергии за счет вязкого трения*). Оба эти числа Re и Re' в акустическом случае можно было бы назвать акустическими числами Рейнольдса.

Отметим, что ряд нелинейных эффектов (например, искажение и поглощение при больших Re , турбулизация акустического течения, не говоря уже о кавитации), наблюдаемых в настоящее время, не могут быть объяснены при учете только членов второго порядка малости в гидродинамических уравнениях. Поэтому линеаризация (2.18) является отнюдь не очевидной, более того, строго говоря, несправедливой. К сожалению, учет нелинейности уравнения переноса тепла приводит при решении полной задачи о распространении волн конечной амплитуды к пока что непреодолимым трудностям.

В дальнейшем мы рассмотрим систему гидродинамических уравнений в том случае, когда возможна линеаризация уравнения переноса тепла. В этом случае, как было показано в ³, в зависимости от акустического числа Рейнольдса $\text{Re} = p / b \omega$ возможны два предельных режима. При $\text{Re} \ll 1$, пользуясь методом последовательных приближений, часто применяемым при рассмотрении различных задач нелинейной акустики ¹⁶ для звукового давления первой и второй гармоники с точностью до величин второго порядка малости, получим ^{17,18}:

$$p_1 = p_{10} e^{-\alpha_1^0 x} \sin(\omega t - kx), \quad (2.20)$$

$$p_2 = \frac{(\gamma + 1) p_{10}^2}{4 b \omega} (e^{-2\alpha_1^0 x} - e^{-4\alpha_1^0 x}) \sin 2(\omega t - kx). \quad (2.21)$$

*) Отметим здесь, что при малых вязкостях и больших нелинейных искажениях, как это будет показано в дальнейшем, можно воспользоваться римановскими соотношениями (2.7а) для определения числа Re' :

$$\text{Re}' = \frac{\rho c v}{b \omega} = \frac{2\gamma p}{(\gamma - 1) b \omega} \left[1 - \left(\frac{p}{P_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}} \right] \cong \frac{p}{b \omega} = \text{Re}$$

с точностью до $(p/P_0)^2$.

Здесь p_{10} — амплитуда звукового давления у источника звука, α_1^0 — коэффициент поглощения волны малой амплитуды, имеющей частоту основной волны. Амплитуда второй гармоники достигает максимального значения на расстоянии

$$x_m^{(2)} = \frac{\ln 2}{2\alpha_1^0}. \quad (2.22)$$

Из (2.20) и (2.21) отношение

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(\gamma+1) \operatorname{Re}_{10}}{2} (e^{-\alpha_1^0 x} - e^{-3\alpha_1^0 x}) \cos(\omega t - kx), \quad (2.23)$$

где $\operatorname{Re}_{10} = p_{10}/b\omega$, достигает максимального значения на расстоянии

$$x_m = \frac{\ln 3}{2\alpha_1^0}. \quad (2.24)$$

Это расстояние может быть названо расстоянием относительной стабилизации волны; на расстояниях $x > x_m$ p_2/p_1 начинает убывать. При образовании пилообразной волны $p_2/p_1 = 1/2$ и из (2.24), (2.23) и малости Re следует, что стабильная форма волны в этом случае далека от пилообразной. При $\operatorname{Re} \sim 1$ в¹⁸ получены значения v_2 , ρ_2 и p_2 с амплитудами, нарастающими во времени и пространстве. При $\operatorname{Re} \gg 1$ из аналогичного нарастающего решения второго приближения выпадают диссипативные коэффициенты (вязкости и теплопроводности). В последнем случае ($\operatorname{Re} \gg 1$) второе приближение совпадает со вторым приближением римановского решения. Это дает основание считать, что при $\operatorname{Re} \gg 1$ вязкость среды не может препятствовать образованию разрыва. Стабильная форма волны в этом случае будет близка к пилообразной.

Таким образом, как это делается обычно в гидродинамике, при больших числах Рейнольдса в исходных уравнениях можно пренебречь вязкостью. Отметим, однако, что полное пренебрежение вязкостью при $\operatorname{Re} \gg 1$ привело в гидродинамике к ряду парадоксов, которые послужили отправной точкой для введения Прандтлем пограничного слоя. Аналогично и здесь пренебрежение вязкостью и теплопроводностью возможно только там, где градиенты скорости и температуры малы; при рассмотрении узкого фронта пилообразной волны вязкостью и теплопроводностью, естественно, пренебречь нельзя.

В случае $\operatorname{Re} \sim 1$ решение задачи о распространении плоской волны, излучаемой гармонически колеблющимся поршнем в диссипативной среде, проведено в¹⁹. Исходя из уравнений в лагранжевых координатах и применяя метод Хопфа — Коула (подробнее см.¹⁵), в этой работе получено выражение для скорости

$$v(x, t) = \frac{2b_1}{(\gamma+1)\rho_0 c_0} \frac{\partial}{\partial t} \ln \left[I_0 \left(-\frac{\gamma+1}{2} \operatorname{Re} \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n \left(-\frac{\gamma+1}{2} \operatorname{Re} \right) e^{-n^2 \alpha_1^0 x} \cos n\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]. \quad (2.25)$$

Здесь $I_n \left(-\frac{\gamma+1}{2} \operatorname{Re} \right)$ — функции Бесселя мнимого аргумента. Как было показано в¹⁵, начиная с расстояний x , удовлетворяющих условию $e^{-2\alpha_1^0 x} \ll 1$, это решение совпадает с решением Фей²⁰. Последним было найдено решение уравнения в переменных Лагранжа для «относительно устойчивой формы волны», т. е. волны, форма которой в результате одновременного действия нелинейных искажений и поглощения меняется незначительно. Полученное соотношение для звукового давления

в области стабилизации пилообразной волны выглядит следующим образом:

$$p = \frac{2b_1\omega}{\gamma+1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n(\omega t - kx)}{\operatorname{sh} n(\alpha_0 + \alpha_1^2 x)} *). \quad (2.26)$$

Здесь $\alpha_0 = \operatorname{arcsch} \left[\frac{\pi}{(\gamma+1) \operatorname{Re}} \right]$.

В настоящее время не существует точного решения задачи о распространении плоской гармонической волны в диссипативной среде при большом влиянии нелинейных искажений. С одной стороны, это связано с трудностями математическими, с другой стороны, — с трудностями принципиального характера, о которых говорилось в начале этого раздела.

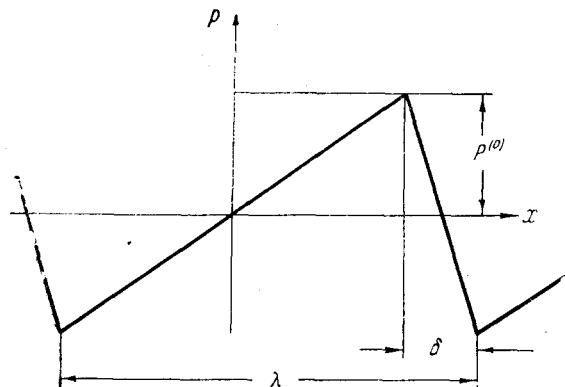


Рис. 1. Пилообразная волна.

Таким образом, при $\operatorname{Re} \gg 1$ синусоидальная у источника волна постепенно переходит в пилообразную. В дальнейшем волна распространяется так, что ее форма остается близкой к пилообразной: пилообразная волна относительно устойчива в некоторой области распро-

странения. На больших расстояниях от источника звука волна по мере затухания перейдет в синусоидальную волну малой амплитуды. Спектральный состав пилообразной волны с шириной фронта δ (см. рис. 1) может быть представлен в виде

$$p_n = \frac{2P^{(0)}}{n\pi \left(1 - \frac{\delta}{\lambda}\right)} \frac{\sin n\pi \frac{\delta}{\lambda}}{n\pi \frac{\delta}{\lambda}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (2.27)$$

$P^{(0)}$ — амплитуда пилообразной волны.

Ширина фронта пилообразной волны может быть определена из соотношения для ширины ударной волны в случае небольшого скачка давления (см. ¹⁴). Легко видеть, что для периодической волны ширина фронта

$$\delta = \frac{2\lambda}{\pi(\gamma+1) \operatorname{Re}}, \quad (2.28)$$

где $\operatorname{Re} = P^{(0)}/b\omega$. Отметим, что это соотношение получено в предположении, что диссипативные силы линейны. В жидкостях при Re порядка нескольких десятков (звуковые давления ~ 10 атм на частотах ~ 1 Мгц) ширина фронта по (2.28) должна была бы быть $\sim 10^{-3}\lambda$. Как следует из (2.27), ширина фронта может быть определена, если известен спектральный состав волны. Измерения спектрального состава (см. раздел 3) в настоящее время дают δ , примерно на два порядка большие, чем по (2.28), однако это может быть связано с ошибками измерения.

в) Поглощение волн конечной амплитуды. Как уже отмечалось в разделе б), в настоящее время не существует более или

*) Отметим, что в работе ²⁰ приведено значение p , в 4 раза большее. Это было исправлено в ¹⁵.

менее полной теории распространения волн конечной амплитуды в диссипативной среде даже в одномерном случае. Поэтому все существующие методы определения поглощения являются приближенными. Общим для всех этих методов является то, что диссипативные силы предполагаются линейными. В случае накопления разрыва это предположение приводит к тому, что коэффициент поглощения разрыва (как и в случае слабых ударных волн) не зависит от линейных коэффициентов вязкости и теплопроводности. Вместе с тем даже эти приближенные теории поглощения указывают на возможность значительного увеличения диссипации энергии в волне конечной амплитуды по сравнению с волнами бесконечно малой амплитуды. Это связано с увеличением диссипации энергии в высокочастотных гармониках волны конечной амплитуды. Отметим здесь, что поглощение волн конечной амплитуды отличается от поглощения волн бесконечно малой амплитуды не только тем, что оно существенно больше, а также и тем, что оно зависит от спектрального состава волны. Например, для гармонической у источника волны по мере искажения увеличиваются гармоники и меняется коэффициент поглощения. Это приводит к тому, что в отличие от поглощения волн малой амплитуды поглощение волн конечной амплитуды неэкспоненциально. Прежде чем переходить к вопросу о поглощении, остановимся на некоторых общих вопросах. Выше уже говорилось о том, что при малых числах Маха и $\gamma \sim 1$ искажение формы волны на расстояниях порядка длины волны невелико. Поэтому в идеальной среде на этих расстояниях волна конечной амплитуды может рассматриваться как монохроматическая волна с слабо взаимодействующими гармониками. Введение линейных диссипативных сил в уравнении не может привести к изменению взаимодействия гармонических составляющих волны. Это позволяет подойти к вопросу о поглощении волн конечной амплитуды с квазилинейной точки зрения.

В том случае, когда числа $Re \ll 1$, коэффициент поглощения для плоской волны, синусоидальной у источника, может быть получен ²¹ (см. также ²²) из соотношений (2.20), (2.21) путем термодинамических расчетов:

$$\frac{\alpha}{\alpha_1^0} = 1 + \frac{3(\gamma + 1)^2 P_{10}^2}{16bb_1\omega^2} (e^{-\alpha_1^0 x} - e^{-3\alpha_1^0 x})^2. \quad (2.29)$$

Здесь $b_1 = b + \kappa \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$. В том случае, когда можно пренебречь теплопроводностью ($b_1 = b$), дополнительное поглощение из (2.29) пропорционально Re_{10}^2 . Из (2.29) также следует, что даже небольшое искажение формы волны приводит к неэкспоненциальному поглощению: у источника звука $\alpha = \alpha_1^0$, затем, по мере распространения волны, α увеличивается и в точке $x_m = \frac{\ln 3}{2\alpha_1^0}$ *) достигает максимального значения:

$$\frac{\alpha}{\alpha_1^0} = 1 + 0,028(\gamma + 1)^2 Re_{10}^2. \quad (2.30)$$

При $x \rightarrow \infty$ $\alpha \rightarrow \alpha_1^0$.

Следует отметить, что точность экспериментального определения коэффициента поглощения волны малой амплитуды в настоящее время составляет примерно 10%. Искажение волны может внести ошибки при измерении коэффициента поглощения волны малой амплитуды. Пользуясь приведенным соотношением, можно определить условия, при которых возможны «нелинейные» ошибки, выходящие за пределы точ-

*) Это расстояние больше расстояния стабилизации второй гармоники и равно расстоянию стабилизации волны, где p_2/p_1 максимально (см. (2.24)).

ности определения коэффициента поглощения волны малой амплитуды 10%:

$$\operatorname{Re}_{10} \geq \frac{1,9}{\gamma+1}. \quad (2.31)$$

Увеличение точности измерения α_1^0 требует уменьшения звуковых давлений. Эти довольно жесткие условия, налагаемые на рабочие звуковые давления при определении малоамплитудного поглощения, могут быть смягчены, если измерения проводятся вдали от точки $x_m = \ln 3/2\alpha_1^0$).

В другом предельном случае, когда $\operatorname{Re} > 1$, как следует из сказанного выше, в среде возможно образование разрыва. В этом случае относительно стабильной формой волны будет пилообразная волна. Таким образом, поглощение, определяемое в этих условиях в области стабилизации волны, относится к поглощению акустических разрывов.

Записывая условие уменьшения амплитуды пилообразной волны, при котором волна остается пилообразной в процессе распространения, можно получить соотношение¹⁴

$$\frac{\alpha}{\alpha_1^0} = \frac{\gamma+1}{\pi} \frac{p_x}{b\omega} = \frac{\gamma+1}{\pi} \operatorname{Re}_x. \quad (2.32)$$

Отметим, что p_x — звуковое давление в точке измерения коэффициента поглощения. Коэффициент поглощения такого стабильного акустического разрыва α не зависит от линейных диссипативных коэффициентов. Это отнюдь не значит, что диссипация энергии не определяется вязкостью и теплопроводностью, ибо именно диссипативные процессы создают возможность существования стабильной по форме волны. Отметим также, что коэффициент α пропорционален звуковому давлению, что характерно для слабых ударных волн.

В⁵ для определения поглощения использовался квазилинейный метод. Коэффициент поглощения плоской волны конечной амплитуды определялся следующим образом. Расстояние, проходимое волной до образования разрыва в идеальной среде (см. (2.10)), разбивалось на 10 частей $\Delta x = 0,1x_{\text{кр}}$. Записывая изменение амплитуды давления n -й гармоники на k -м участке в виде

$$\begin{aligned} p_1^{k+1} &= p_1^k \exp(-\delta_1^k - \alpha_1^0 \Delta x), \\ p_n^{k+1} &= p_n^k \exp(+\delta_n^k - n^2 \alpha_1^0 \Delta x) \quad (n = 2, 3, \dots), \end{aligned}$$

где δ_n^k — факторы, учитывающие взаимодействие гармоник, можно получить условие, при котором $p_n^s/p_1^s = A_n$ ($n = 2, 3, \dots; 1 \leq s \leq 10$), причем A_n не зависят от номера участка. Волна при этих условиях становится, как говорят, относительно стабильной, т. е. распространяется так, что ее относительный спектральный состав не меняется по мере распространения, хотя «интенсивность отдельных спектральных линий» изменяется. При этих условиях оказалось возможным определить коэффициент поглощения в области стабилизации волны:

$$\frac{\alpha}{\alpha_1^0} = \frac{\delta_1^s + \alpha_1^0 \Delta x}{\alpha_1^0 \Delta x} = 1 + 10 \alpha_1^s (\gamma + 1) \operatorname{Re}_{10}. \quad (2.33)$$

^{*} Имея в виду, что интенсивность ультразвука $I \sim \nu^2 U_{\text{эфф}}^2$, где ν — частота, $U_{\text{эфф}}$ — эффективное напряжение на пьезоизлучателе, из (2.31) для излучающего в одну сторону кварца допустимое напряжение $U_{\text{эфф}} \leq 7 \cdot 10^3 [b/(\gamma+1)]$, откуда видно, что вне релаксационной области (где $b = \frac{4}{3} \eta + \xi$ не зависит от частоты) напряжение U на различных частотах при измерении поглощения должно быть одинаковым. Например, для воды $U_{\text{эфф}} \leq 30$ в, для метилового спирта $U_{\text{эфф}} \leq 13$ в. В вязких жидкостях (имея в виду также и большую объемную вязкость) эта граница лежит при более высоких напряжениях.

Фактор δ_1^k в⁵ определялся по искажению формы волны в идеальной среде. Следует отметить, что в⁵ использовалось подобие волны конечной амплитуды в идеальной среде; это и дало возможность для волн различной частоты, распространяющихся в различных средах, по существу ввести новую координату, являющуюся долей общего расстояния до места образования разрыва. Пределы применимости (2.33) установить довольно трудно. При $\text{Re}_{10} < 1$ стабилизация волны произойдет при $s < 10$, причем δ_1^s зависит от номера участка, на котором волна стабилизировалась. Вместе с тем чем больше интенсивность, тем при больших значениях s произойдет стабилизация. Таким образом, δ_1^s зависит от амплитуды звукового давления, и (2.33) неправильно передает зависимость α/x_1^0 от давления. При $\text{Re}_{10} > 1$, как это указывалось выше, стабильная форма волны близка к пилообразной и $s = 10$. Для $s = 10$ согласно данным, приведенным в⁵, $\delta_1^{10} \cong 0,03$ и (2.33) дает близкое к (2.32) значение α/x_1^0 , если изменением амплитуды звукового давления до места образования разрыва можно пренебречь. Следует отметить, что отсутствие аналитического выражения для δ_1^s затрудняет использование (2.33). Удобнее пользоваться для $\text{Re} < 1$ соотношением (2.29) и для $\text{Re} > 1$ (2.32). Отметим также, что принципиально аналогично методу⁵ определяется поглощение в⁴. Если E_n — средняя плотность энергии в n -й гармонике, то изменение этой энергии определяется линейной диссипацией энергии и взаимодействием с остальными гармоническими составляющими волны:

$$\frac{dE_n}{dx} = -\alpha_n^0 E_n + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{ns} = -\alpha_n E_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.34)$$

Здесь ε_{ns} — волновая энергия, передаваемая s -й гармоникой в n -ю на единице пути, пройденном волной (с соответствующим знаком), α_n — парциальный коэффициент поглощения. Если $\alpha = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dx}$ и $E = \sum_{n=1}^{\infty} E_n$ *), то легко видеть, что

$$\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^0 \sigma_n = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sigma_n, \quad (2.35)$$

так как $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon_{ns} = 0$. Здесь $\sigma_n = E_n/E$. Из (2.35) видно, что дифференциальный коэффициент поглощения определяется спектральным составом волны. Пользуясь (2.35), можно показать, что α имеет максимум в области стабилизации, где $E_n/E_1 = B_n$ (B_n не зависит от x), и что в этой области коэффициент поглощения волны конечной амплитуды равен любому парциальному коэффициенту $\alpha = \alpha_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Подводя итог, можно сказать, что в случае плоских волн конечной амплитуды для значений $\text{Re} \ll 1$ коэффициент поглощения волны конечной амплитуды $\sim \text{Re}^2$, для $\text{Re} > 1$ коэффициент поглощения в области стабилизации волны $\sim \text{Re}$. В этой последней области, как нетрудно видеть, коэффициент поглощения α не зависит от диссипативных коэффициентов среды

*) Равенство плотности энергии волны сумме плотностей энергии отдельных гармоник не является очевидным. Однако, как показывают экспериментальные данные, в обычных нерелаксирующих жидкостях в случае плоской волны фазовые соотношения между гармоническими составляющими в процессе распространения волны не изменяются.

(вязкости¹ сдвиговой и объемной, а также теплопроводности). Отметим также, что в отличие от поглощения волн малой амплитуды коэффициент поглощения волн конечной амплитуды зависит от расстояния, т.е. поглощение неэкспоненциально. Поэтому вне области стабилизации имеет смысл говорить только о дифференциальном коэффициенте поглощения.

За последнее время начинает проявляться все больший интерес к поглощению волн конечной амплитуды в релаксирующих средах. Вопрос о линейной релаксации для волны, близкой по форме к пилообразной, рассматривался в ²³, где было показано, что при изменении числа Рейнольдса от ~ 1 до ~ 17 поглощение в релаксационном максимуме увеличивается примерно в 1,5 раза, причем релаксационный максимум сдвигается в сторону более низких частот от $\omega\tau = 1$ до $\omega\tau \cong 0,4$. Для волны, близкой по форме к пилообразной, используя (2.26), получили

$$\frac{\alpha_r''}{\alpha_r'} = (1 + \omega^2\tau^2) \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(1 + n^2\omega^2\tau^2) \operatorname{sh}^2 n (a_0 + a_1'x)}}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 n (a_0 + a_1'x)}}. \quad (2.36)$$

Здесь α_r'' — релаксационная часть поглощения волны, близкой по форме к пилообразной, α_r' — релаксационная часть поглощения волны малой амплитуды. Как видно, релаксационная часть поглощения зависит от числа Рейнольдса и от $\omega\tau$.

3. ИСКАЖЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТЯХ

В этом разделе будут рассмотрены экспериментальные методы определения нелинейных искажений формы волны, а также будет проведено качественное сравнение эксперимента с теорией. В одной из первых работ ²⁴, отмечающей влияние нелинейностей на распространение ультразвуковых волн в жидкостях, было установлено, что взаимодействие двух разночастотных ультразвуковых волн, распространяющихся в одном направлении, приводит к появлению разностной и суммарной частот. В дальнейшем аналогичный эксперимент был проделан при пересечении волн

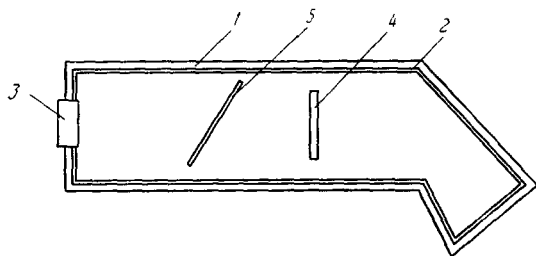


Рис. 2. Схема установки для определения спектрального состава волны конечной амплитуды.

под прямым углом ²⁵, в результате чего была обнаружена амплитудная и фазовая модуляция одной волны другою. Этот метод был применен для определения нелинейных характеристик жидкостей в ⁸. Искажение формы монохроматической бегущей волны конечной амплитуды было показано в ^{10, 26}. Схема установки, на которой проводились измерения, приведена на рис. 2: в кювете 1, покрытой (для устранения отражений от стенок) поглотителем 2 в виде листов мягкой резины, располагались источник ультразвука 3 (кварцевая пластина) и кварцевая приемная пластина 4. Между источником и приемником, резонансная частота которого совпадала с частотой одной из гармоник волны, устанавливался акустический фильтр в виде тонкой металлической пластинки 5, повернутой под таким

углом к направлению распространения ультразвука, при котором в сигнале, прошедшем за фильтр, была бы значительно выделена исследуемая гармоника. Применение фильтра устраняло также возможность образования стоячих волн при отражении от приемника 4. Амплитуды гармонических составляющих волны в этом случае могли определяться при неподвижном приемнике 4; перемещался вдоль оси ультразвукового пучка только фильтр 5. Зависимость амплитуд второй и третьей гармоник от расстояния до источника звука (при частоте волны 1,5 Мгц) показана на рис. 3а и 3б. На этих рисунках кривая 1 определена при интенсивности у источника ультразвука $I_{10} \cong 0,5 \text{ вт/см}^2$, 2 — при $I_{10} \cong 2 \text{ вт/см}^2$, 3 — при $I_{10} \cong 7,8 \text{ вт/см}^2$ в водопроводной воде. На рис. 3 правая шкала по оси ординат дана для трансформаторного масла, вторая гармоника в котором (кривая 4) определена при $I_{10} \cong 7,8 \text{ вт/см}^2$. По оси ординат отложено напряжение на выходе приемного резонансного усилителя (с коэффициентом усиления 50 для второй и 100 для третьей гармоники). Кроме упомянутой методики, результаты применения которой отмечены на рис. 3 крестиками, применялся метод ослабления отраженной от приемника волны с помощью листа резины, которым закрывался приемник; дальнейшее усиление с помощью резонансного усилителя позволяло достаточно хорошо выделить гармонику. Результаты измерения этим методом показаны на рисунках кружками.

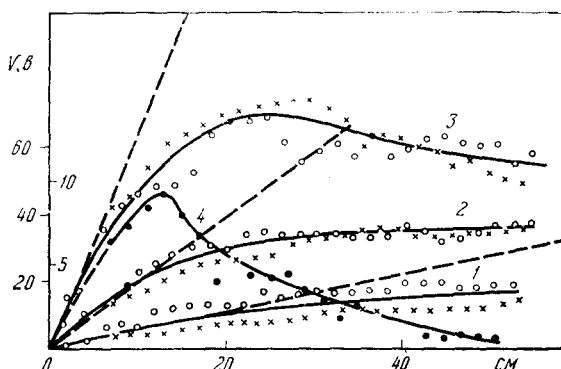


Рис. 3а. Изменение второй гармоники в зависимости от расстояния до источника звука в воде (1, 2, 3) и трансформаторном масле (4).

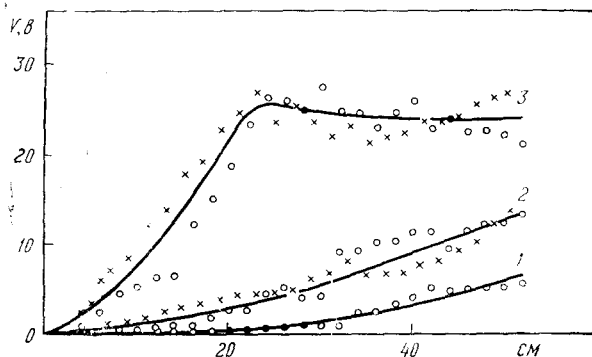


Рис. 3б. Изменение третьей гармоники в зависимости от расстояния до источника звука в воде.

ных интенсивностях. Например, на 1 Мгц вторая гармоника могла быть обнаружена при напряжениях на излучающем кварце порядка нескольких вольт.

В отличие от метода резонансных приемников, который может быть назван спектральным методом, широкополосный пьезоприемник в сочетании с широкополосной усилительной аппаратурой позволяет непосредственно наблюдать форму волны. Это было сделано в ^{27, 28}. Форма волны на 1 Мгц при интенсивности у источника $I_{10} \cong 40 \text{ вт/см}^2$, полученная с помощью широкополосного кварцевого приемника (с собственной резонансной частотой 11,5 Мгц), показана на рис. 4 ²⁷. Первая из осциллограмм

Отметим, что изложенный выше резонансный метод позволяет измерять гармонические составляющие при незначительных

относится к расстоянию от источника звука 2 см; форма волны несколько отличается от синусоидальной, однако весьма далека от пилообразной. Следующие осциллограммы относятся к 10, 20 и 48 см от источника звука; эти осциллограммы показывают, как постепенно волна переходит к волне, близкой по форме к пилообразной. Максимальная крутизна переднего фронта волны получалась на 20 см; далее распространялась волна, форма которой существенно не менялась. Применение либо электронного, либо механического (как это делалось в ²⁷) анализатора позволяет в этом случае получить спектральный состав волны. Весьма существенным является то, что эти снимки получены в течение времени, не большего 1 сек с момента включения ультразвукового поля.

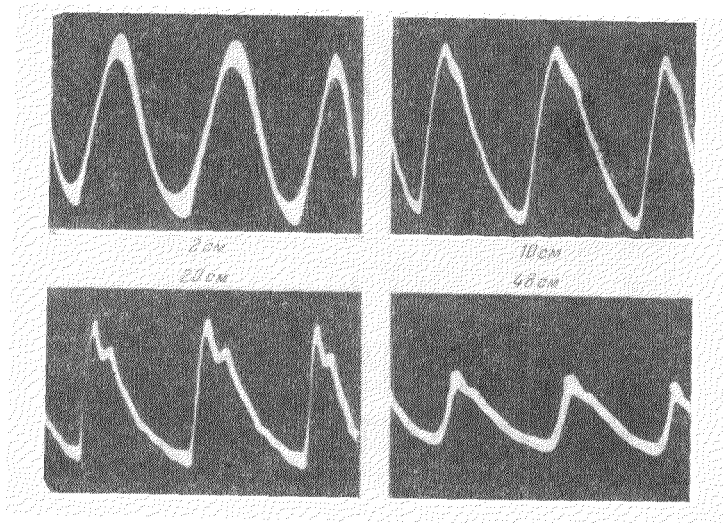


Рис. 4. Осциллограммы, показывающие постепенное изменение формы по мере распространения волны ²⁷.

Были разработаны также различные оптические методы для определения искажения формы волны конечной амплитуды в жидкости ²⁹⁻³³. Следует отметить, что оптические методы здесь, как, впрочем, и в других акустических измерениях, обладают тем преимуществом, что позволяют проводить измерения, не внося искажений в акустическое поле. Вместе с тем оптические методы в большинстве случаев пока что дают лишь косвенное указание об изменении формы волны. При наблюдении дифракции света на ультразвуковой волне конечной амплитуды была установлена ³⁰ асимметрия в распределении интенсивности света по дифракционным максимумам. Огибающая этого распределения имела два максимума, расположенных по обе стороны от спектра нулевого порядка. При увеличении интенсивности звука один из максимумов уменьшался и отодвигался от спектра нулевого порядка; в это же время противоположный максимум, наоборот, увеличивался и приближался к спектру нулевого порядка. На рис. 5 показаны фотографии спектров синей линии ртути ($\lambda=4358 \text{ \AA}$), полученные на 583 кгц в дистиллированной воде на расстоянии 5 см от источника звука (интенсивности в месте прохождения светового пучка указаны около каждого снимка *). В ³¹ развивается теория метода в пред-

*) Эти фотографии, так же как рис. 8, были любезно предоставлены авторам И. Г. Михайловым и В. А. Шутловым.

положении только фазовой модуляции света ультразвуковой дифракционной решеткой. Из этой теории, в частности, следует, что для идеальной пилообразной волны (волны с нулевой шириной фронта) будет наблюдаться только один максимум огибающей в k -м порядке ($k = 2\Delta n L / \lambda$, где Δn — амплитуда изменения показателя преломления, L — глубина звукового поля).

Для пилообразной волны с шириной фронта δ наблюдается два максимума огибающей в порядках $k_1 = \frac{2\Delta n L}{\lambda} \frac{\Lambda}{d}$ и $k_2 = \frac{2\Delta n L}{\lambda} \frac{\Lambda}{\delta}$,

где Λ — длина звуковой волны и $d = \Lambda - \delta$. Предлагаемая теория справедлива до $d/\delta < 3$; при больших значениях d/δ необходимо учитывать амплитудную модуляцию света. Отметим, что при малой ширине фронта волны, кроме того, возникает необходимость исследования высоких порядков дифракционных спектров, что может вызвать некоторые экспериментальные трудности.

На рис. 6 показана схема оптической установки, примененной в ³² для определения искажения формы волны. Изображение щели S_1 , освещаемой источником света фокусировалось длиннофокусной линзой L на щель S_3 . Щель S_2 ограничивала ширину пучка света так, что эта ширина составляла $\sim 0,1 - 0,4\Lambda$. Поэтому в плоскости щели S_3 не наблюдалось дифракции на ультразвуковой волне, создаваемой кварцем Q . Однако при бегущей ультразвуковой волне изображение щели перемещалось, следуя за изменением показателя преломления, что в среднем приводило к размыванию изображения щели S_1 по сравнению с изображением без ультразвука. При очень малой ширине щели S_3 , перемещая S_3 в своей плоскости, можно по постоянной составляющей фототока, даваемого фотоумножителем P , определить распределение интенсивности света в размытом изображении. В ²⁹ близкий к этому метод применялся для определения формы стоячей волны. В ³² этот метод с ультразвуковым оптическим затвором, позволяющим осуществить стробоскопирование, был также применен для определения формы бегущей волны конечной амплитуды.

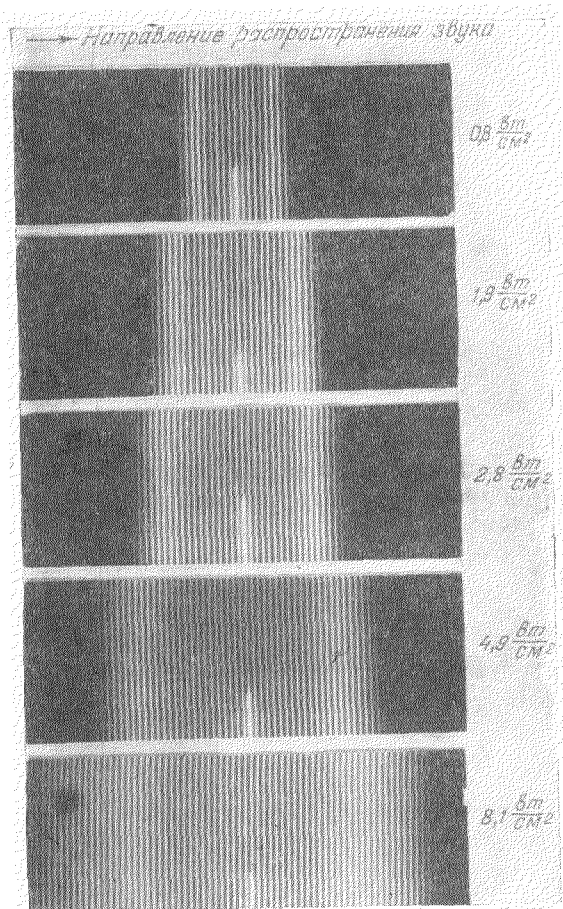


Рис. 5. Дифракция света на волне конечной амплитуды. Наблюдается асимметрия в распределении интенсивности света по дифракционным максимумам.

На рис. 7 показано распределение интенсивности света в размытом изображении щели, полученное³² при распространении ультразвука (1 Мгц) в воде на различных расстояниях от источника: 1—10 см, 2—50 см и 3—90 см, при напряжении на кварце 500 в. Пунктирной линией указано среднее положение щели. Следует отметить качественное сходство в поведении максимумов в размытом изображении щели на рис. 7 и максимумов огибающей распределения интенсивности света при дифракции света на волне конечной амплитуды.

Отметим также возможность сочетания акустического спектрального метода с оптическими методами. Используя, как это было указано ранее, фильтр-пластину

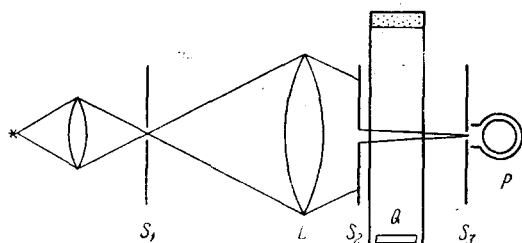


Рис. 6. Схема оптической установки для наблюдения искажения волны³².

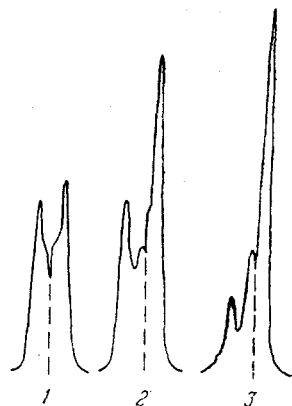


Рис. 7. Распределение интенсивности света в уширенном изображении щели³².

для выделения из волны гармоник, в качестве индикатора гармоник можно использовать не резонансный пьезоэлектрический приемник на частоте гармоник, а дифракцию света на ультразвуке^{33 *}). Напомним,

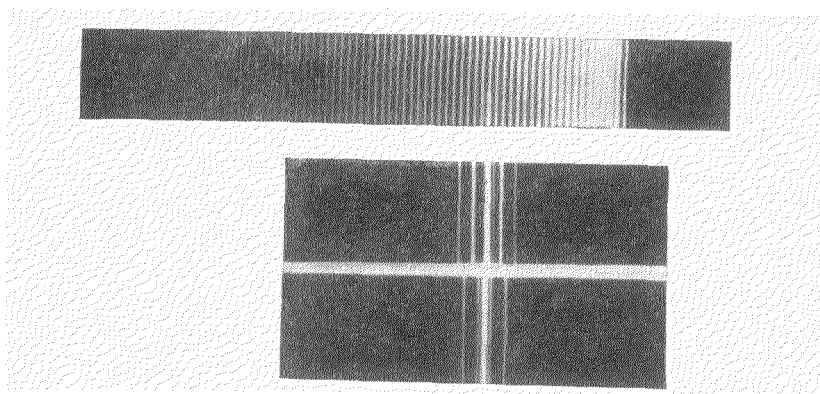


Рис. 8. Дифракция света на искаженной волне и гармониках, выделенных с помощью фильтра-пластины.

что при дифракции света на второй гармонике расстояние между дифракционными максимумами увеличивается вдвое и т. д. На рис. 8 показана дифракция света на расстоянии 25 см от источника звука при $I_{10} = 7,8 \text{ вт/см}^2$ и $\nu = 583 \text{ кгц}$; первый из снимков относится к дифракции на искаженной волне, второй и третий — к дифракции на второй и третьей

*) Об этом методе было также сообщено И. Г. Михайловым и В. А. Шутиковым на Всесоюзной конференции по акустике в 1958 г.

гармониках этой волны, которые выделялись фильтрами-пластинами из тяжелого флинта.

Таким образом, ряд различных экспериментальных методов подтверждает нелинейное искажение формы волны в жидкостях. В настоящее время искажение наблюдалось на частотах $\sim 0,5\text{--}4,5$ Мгц. Это связано с тем, что на этих сравнительно низких ультразвуковых частотах экспериментально достаточно просто получить волны с большими акустическими числами Рейнольдса и вместе с тем частоты достаточно велики для возможности получения плоских волн. В этом диапазоне частот искажение удавалось обнаружить при столь незначительных интенсивностях, что такие измерения принципиально могут быть проведены и при более высоких частотах.

В настоящее время количественных экспериментальных данных по искажению формы волн конечной амплитуды еще мало, и их нельзя считать достаточно точными для того, чтобы можно было уверенно сравнивать с теоретическими результатами. Максимальная точность, с которой в настоящее время могут быть определены гармонические составляющие с малыми номерами (вторая и третья гармоники), не более чем 10—15%. Кроме того, сравнение с теоретическими данными в существенной мере осложняется тем, что идеализированные условия теории зачастую чрезвычайно трудно создать экспериментально. Это в первую очередь относится к таким явлениям, как кавитация, нагревание среды и т. д.

Мы все-таки постараемся там, где это возможно, хотя бы качественно сравнить экспериментальные результаты с теоретическими. На расстояниях, малых по сравнению с расстоянием образования стабильной по форме волны, экспериментальный рост второй и третьей гармоник качественно согласуется с тем, что дает римановское решение: на рис. 9 пунктирными линиями показан рост второй гармоники согласно (2.9) при $B/A=5,0$. Как видно, вторая гармоника на малых расстояниях $\sim x$ и $\sim p_{10}^2$, третья $\sim x^2$ и p_{10}^3 ²⁶. Согласие еще лучшее, если учесть диссипативные потери⁹. Отметим, что метод непосредственного определения искажения, имея в виду его достаточную чувствительность, можно (так же, как это было сделано в⁸ по взаимодействию двух волн) применить для определения динамических нелинейных постоянных жидкостей.

При малых числах Re расстояние стабилизации второй гармоники, определенное из (2.22), хорошо согласуется с экспериментальным. Это, в частности, было проверено в уксусной кислоте³⁴.

Экспериментально подтверждается существование области стабилизации волны. На рис. 9 приведены данные гармонического анализа²⁷ осциллограмм типа показанных на рис. 4. По оси ординат на рис. 9 отложено относительное содержание гармоник p_n/p_1 , по оси абсцисс—расстояние от источника звука; нумерация кривых соответствует номерам гармоник. Спектральный состав волны на расстояниях $\sim 15\text{--}40$ см от источника звука меняется незначительно ($\sim 10\%$), что позволяет говорить об участке, где форма волны стабильна.

Все приведенные экспериментальные факты качественно соответствуют теоретическим результатам. Однако есть некоторые явления, которые не могут быть объяснены с точки зрения изложенной выше теории. Это, во-первых, различие в искажении положительных и отрицательных фаз

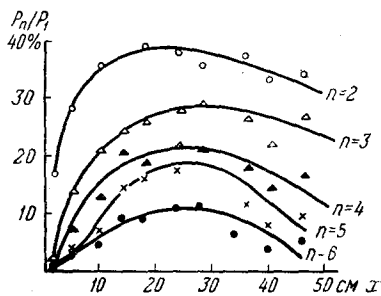


Рис. 9. Относительный спектральный состав волны конечной амплитуды на различных расстояниях от источника звука²⁷.

давления. Как было установлено в ²⁷, в интенсивной ультразвуковой волне форма волны меняется во времени. Осциллограммы на рис. 4 получены, как уже указывалось, через 1 сек после подачи напряжения на источник звука. Через 5—7 сек амплитуда уменьшается, и со стороны отрицательных давлений происходит срезание острого зубца пилы. В дальнейшем это явление становится выраженным еще более четко. Такая асимметрия в искажении положительных и отрицательных фаз давления объясняется, по-видимому, кавитацией или предкавитационными явлениями. Она может быть интерпретирована как различие в поглощении разных фаз волны, что не может быть объяснено уравнениями гидродинамики вязкой жидкости.

Кроме того, ширина фронта пилообразной волны, определенная из имеющихся данных, получается существенно большей, чем должна была бы быть по (2.28) ³⁵. Здесь необходимо отметить, что точность определения ширины фронта по тем данным, которые имеются в литературе, чрезвычайно низка из-за малой точности определения спектрального состава. Ширина фронта $\sim 10^{-3}\lambda$, получаемая при скачках давления порядка десятков атмосфер для пилообразной волны в жидкостях, вряд ли может быть определена методом гармонического анализа.

Причину несоответствия с гидродинамической теорией, по-видимому, следует искать в нелинейном характере диссипативных процессов, происходящих в волне конечной амплитуды.

4. ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЖИДКОСТЯХ

Как давно было известно, при работе со сравнительно интенсивными ультразвуковыми волнами можно получить коэффициенты поглощения, существенно отличающиеся от измеренных при малых интенсивностях. До развития релаксационной теории поглощения делались даже попытки объяснения сверхстоксовского поглощения нелинейными искажениями ³⁶. Основной причиной существенного увеличения поглощения волн конечной амплитуды по сравнению с волнами бесконечно малой амплитуды является нелинейное искажение волны, которое может быть представлено как превращение волны в немонохроматическую. В настоящее время количество экспериментальных данных еще недостаточно для того, чтобы можно было с уверенностью сказать о том, что диссипативные процессы в волне нелинейны, хотя, с нашей точки зрения, некоторые экспериментальные результаты, могут рассматриваться как указание на нелинейный характер диссипативных процессов.

Говоря о поглощении волн конечной амплитуды, следует иметь в виду, что в отличие от поглощения волн малой амплитуды поглощение волн конечной амплитуды неэкспоненциально. Связано это с тем, что (как это следует из (2.35)) коэффициент поглощения зависит от спектрального состава волны. Поскольку спектральный состав волны меняется в процессе распространения, меняется и коэффициент поглощения. Как это отмечалось выше, есть область, в которой изменение спектрального состава незначительно (область стабилизации), где коэффициент поглощения меняется медленно. Вблизи источника звука, излучающего монохроматическую волну, коэффициент поглощения близок к коэффициенту поглощения волн малой амплитуды, в области стабилизации он максимален; на далеких расстояниях, когда волна постепенно переходит в синусоидальную, коэффициент поглощения стремится к коэффициенту поглощения волны малой амплитуды.

Прежде чем переходить к конкретным результатам определения поглощения волн конечной амплитуды, отметим ряд экспериментальных

особенностей измерения поглощения волн конечной амплитуды. Это, во-первых, особенности, связанные с тем, что волна конечной амплитуды немонохроматична. Строго говоря, для определения коэффициента поглощения волны конечной амплитуды необходимо использовать широкополосный приемник. Если измерения проводятся в области стабилизации волны, то можно производить определение любого парциального коэффициента, равного в этом случае коэффициенту поглощения волны конечной амплитуды. На высоких ультразвуковых частотах (~ 4 МГц) стабилизация волны происходит довольно быстро, и, имея в виду довольно большую экспериментальную ошибку, можно считать, что измерения проводятся в области стабилизации.

Отметим также, что акустические течения, возможное возникновение кавитации, а также нагревание среды под действием ультразвука оказывают влияние на результаты измерений. Весьма существенные затруднения на низких [< 1 МГц] частотах могут вызвать измерения, производимые до области стабилизации. В этом случае коэффициент поглощения будет меньше, чем это следует из (2.30) и (2.32). Ошибка определения коэффициента поглощения волн конечной амплитуды (~ 10 — 20%) в результате действия всех указанных факторов больше, чем обычная ошибка при малоамплитудных измерениях ($\sim 10\%$). Следует указать также еще на одну трудность. Для возможности получения больших акустических чисел Рейнольдса удобно работать на сравнительно низких ультразвуковых частотах. Вместе с тем исследование всего диапазона (включая малые Re) затрудняется большими ошибками при измерении малых коэффициентов поглощения. Этим объясняется то, что область малых Re в настоящее время исследована на частотах выше ~ 3 МГц, в то время как область больших Re —на частотах, меньших ~ 2 — 3 МГц. Эквивалентность различных частот, имея в виду некоторое различие экспериментальных и теоретических данных (см. ниже), не может считаться очевидной.

Систематическое исследование зависимости поглощения от интенсивности было начато Фоксом³⁷. На частоте 9,916 МГц при интенсивностях $0,01$ — 5 Вт/см² им были проведены измерения в дистиллированной кипяченой воде, в воде, насыщенной воздухом, и воде, насыщенной углекислым газом. Зависимость интенсивности, определенной экранированным от акустического течения поглощающим радиометром, от расстояния показана на рис. 10. Кривая 1 относится к воде, насыщенной воздухом (кривая для дегазированной воды, полученная до расстояния 8 см, совпадает с этой кривой); кривая 2—к воде, насыщенной углекислым газом. В полупологарифмическом масштабе наклон этих кривых определяет коэффициент поглощения. Из этого рисунка видно, что до интенсивностей $\sim 0,04$ Вт/см² коэффициент поглощения равен $44 \cdot 10^{-3}$ и не зависит от интенсивности^{*)}. При 5 Вт/см² коэффициент поглощения увеличивается до $190 \cdot 10^{-3}$. Включение электрического фильтра для исключения гармоник в сигнале, по-

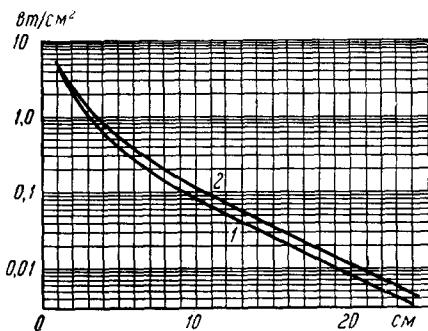


Рис. 10. Поглощение в воде на 10 МГц по³⁷: 1—вода, насыщенная воздухом; 2—вода, насыщенная углекислым газом.

*) Отметим, что эти интенсивности соответствуют числу Рейнольдса $\sim 1/6$, что имея в виду значение $\gamma \sim 7,7$ для воды, вполне удовлетворительно согласуются с (2.31).

даваемом на излучающий кристалл, дало в пределах ошибки измерения те же результаты. Затем измерение поглощения волн конечной амплитуды было проделано в ряде работ ^{4, 5, 10, 28, 38-42, 46} в различных жидкостях различными методами. Большинство работ показало, что увеличение коэффициента поглощения зависит от вязкости жидкости: при прочих равных условиях в вязких жидкостях относительный коэффициент поглощения *) меньше, чем в маловязких жидкостях. Это качественно согласуется со значениями α/α_0 как при $Re \ll 1$ (2.30), так и при $Re > 1$ (2.32). Зависимость коэффициента поглощения от вязкости жидкости проверялась в ⁴², где были проведены измерения коэффициента поглощения в области его максимального значения в трансформаторном масле. Поскольку в этой жидкости плотность и скорость меняются незначительно при изменении температуры, а сдвиговая вязкость меняется существенно, то по температурной зависимости поглощения при одной и той же частоте и интенсивности

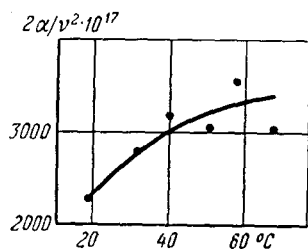


Рис. 11. Зависимость α/α_0 в трансформаторном масле на 1,5 Мгц от температуры⁴².

можно судить о зависимости коэффициента поглощения от вязкости. Эти измерения проведены при числах Рейнольдса $Re \sim 2-10$. Из (2.32) следует, что в области стабилизации коэффициент поглощения волны конечной амплитуды α не должен зависеть от вязкости. Результаты измерения приведены на рис. 11, из которого видно, что поглощение при увеличении температуры несколько возрастает. Это может быть объяснено как неприменимостью (2.32) при Re , близких к 1, так и зависимостью объемной вязкости от температуры, отличной от зависимости сдвиговой вязкости.

Что касается зависимости поглощения волн конечной амплитуды от частоты, то результаты сравнения поглощения в воде ^{5, 37, 10} показали, что на более низких частотах (при прочих равных условиях) увеличение относительного коэффициента поглощения существенно больше, чем на более высоких. Это также качественно согласуется с (2.30) и (2.32). В дальнейшем это было показано при измерении поглощения на различных частотах ⁴⁰. При относительно небольших интенсивностях $\alpha \sim p^2$; при увеличении интенсивности в области максимального поглощения $\alpha \sim p$.

Таким образом, различными авторами с применением различных методов было показано, что экспериментальные значения относительного коэффициента поглощения волны конечной амплитуды качественно согласуются с (2.30) и (2.32). Переходя к количественному сравнению с теорией, следует сказать, что сейчас еще мало экспериментального материала и, с другой стороны, что имеющийся материал был получен в тот период, когда ряд вопросов поглощения еще не был ясен. Поэтому в литературе не всегда есть все данные, необходимые для сравнения с теорией. На рис. 12 приведены данные различных авторов по поглощению в воде в зависимости от числа Рейнольдса $2\pi Re_x = p_x/bv$, где p_x — амплитуда звукового давления в точке определения коэффициента поглощения. На этом графике сплошная линия — теоретическая, построенная по (2.30) для $Re_x \leq 1$ и по (2.32) для $Re_x \geq 1$, причем использованы значения $b=0,036$ пуаза и $B/A=6,7$. Следует отметить, что в большинстве работ, из которых взяты эти данные, не указано, относятся ли приведенные значения звукового

*) Относительным коэффициентом поглощения в дальнейшем мы будем называть отношение коэффициента поглощения волны конечной амплитуды к коэффициенту поглощения волны малой амплитуды.

давления к месту определения коэффициента α или к звуковому давлению у источника звука. Возможно, что этим отчасти объясняется отклонение экспериментальных данных при $2\pi Re_x \sim 6 \div 30$ от теоретических. Другой причиной довольно большого разброса экспериментальных результатов может быть то, что не все данные относятся к области стабилизации волны. Как уже отмечалось выше (см. стр. 701), коэффициент поглощения в области стабилизации достигает максимального значения. Таким образом, сплошная кривая на рис. 12 относится к максимальному коэффициенту

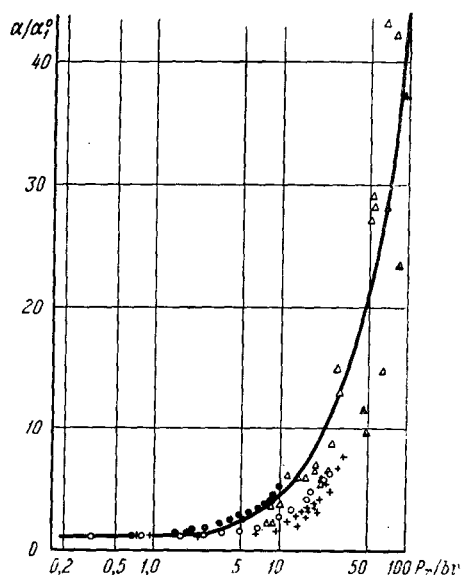


Рис. 12. Зависимость относительного коэффициента поглощения в воде от акустического числа Рейнольдса $2\pi Re_x = p_x/b\nu$ ($b = 0,036$ пуаза) по измерениям различных авторов: \bullet^5 (10 Мгц; $t = 20 \pm 2^\circ$ C); \circ^{88} (8,73 Мгц; $t = 26^\circ$ C); $+^{90}$ (3,85; 5,85; 6,8; 8,74 Мгц; $t = 20-23^\circ$ C); \blacktriangle^{99} (1,5 Мгц; $t = 19-20^\circ$ C); \triangle^4 (1,5; 2,84; 4,5 Мгц; $t = 17-22^\circ$ C). Сплошная линия — теоретическая по (2.30) и (2.32) при $\frac{B}{A} + 1 = 7,7$.

сая по (2.30) и (2.32) при $\frac{B}{A} + 1 = 7,7$.

поглощения. Отметим, что этим могут быть объяснены только отклонения в меньшую сторону. Имея в виду все это, можно сказать, что экспериментальные результаты поглощения в воде вполне удовлетворительно согласуются с теоретическими, если использовать наибольшее из известных значений B/A (см. табл. I).

На рис. 13 показана зависимость относительного коэффициента поглощения от акустического числа Рейнольдса в метиловом спирте ⁴. Сплошная кривая соответствует теоретической по (2.32) при $b = 0,0174$ пуаза и $B/A = 7,3$. Имея в виду довольно большую ошибку измерения ($\sim 20\%$), совпадение с теорией можно считать удовлетворительным. Эти измерения проведены на 4,5 Мгц при относительно малых числах Рейнольдса; измерения на 1,5 Мгц при больших Re указывают на то, что имеется существенное различие между теорией и экспериментом.

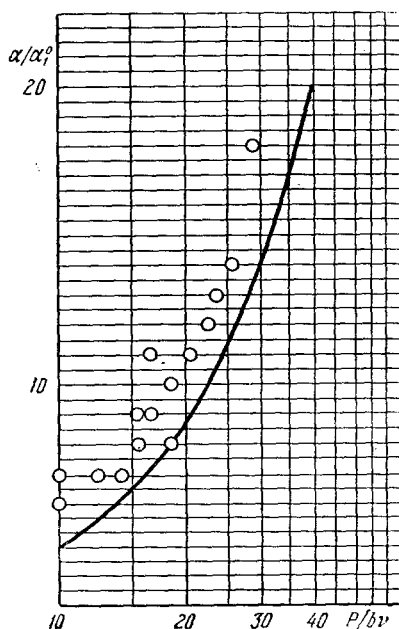


Рис. 13. Зависимость относительного коэффициента поглощения α/α_0^0 от акустического числа Рейнольдса $2\pi Re_x$ в метиловом спирте на 4,5 Мгц.

В таблице II приведены данные по поглощению в трансформаторном масле. При расчетах здесь использовалась сдвиговая вязкость $\eta_{20^\circ} = 0,024$ пуаза и стоксовское значение $(2\mu_1^0/\nu^2)_{20^\circ} = 430 \cdot 10^{-17}$. Легко видеть, что

Таблица II
Поглощение в трансформаторном масле⁴

$\frac{p_x}{\eta\nu}$	$\frac{2\alpha}{2\alpha_1^0}$	$\frac{p_x}{\eta\nu}$	$\frac{2\alpha}{2\alpha_1^0}$	$\frac{p_x}{\eta\nu}$	$\frac{2\alpha}{2\alpha_1^0}$
1,1	1,3	2,1	3,0	6,2	5,5
1,1	1,2	2,6	3,1	6,8	9,7
1,4	1,3	2,9	3,7	7,0	6,2
1,5	2,1	3,9	5,9	7,6	9,2
1,7	2,5	4,1	4,3	8,2	9,4
1,7	2,4	4,8	6,8	9,4	9,8
1,9	2,6	4,8	5,6		

такой выбор вязкости не влияет на наклон кривой $\alpha/\alpha_1^0 = \varphi(\text{Re}_x)$. Из данных таблицы II следует, что для трансформаторного масла $B/A \cong 15 \pm 3$, что также больше известных величин для жидкостей (см. табл. I).

Таким образом, можно предполагать, что в некоторых жидкостях поглощение, качественно следуя тому, что дает (2.32), полученное на основании уравнений гидродинамики, количественно, однако, превышает теоретическое поглощение. Отметим, что измерения поглощения при условиях, в которых возникновение кавитации затруднено (повышенное до 15 кг/см^2 гидростатическое

давление)¹⁰, указывают на то, что развитые кавитационные процессы не могли играть существенной роли в увеличении поглощения.

Что касается поглощения волн конечной амплитуды в жидкостях, имеющих релаксационную частоту в исследованном диапазоне частот, то такие измерения были проведены в водных растворах уксусной кислоты различной концентрации ($0,1 \div 4M$) на $6,8 \text{ Мгц}$ и в растворах сернокислого магния на $3,85; 6,8 \text{ Мгц}$ ⁴⁰. В растворе уксусной кислоты увеличение концентрации кислоты приводило к уменьшению относительного коэффициента поглощения, что также согласуется с данными работ^{34, 38}. Имея в виду частоту релаксации уксусной кислоты*), следует сказать, что измерения^{38, 40} относятся к $\omega\tau > 1$; максимальные значения чисел Рейнольдса в этих измерениях $\text{Re} \sim 3,5$. Возможно, что малость акустических чисел Рейнольдса была причиной того, что объемная вязкость вела себя так же, как сдвиговая. Не было обнаружено какого-либо отклонения от поглощения в других жидкостях.

К сожалению, в настоящее время данных по поглощению волн конечной амплитуды в различных жидкостях (кроме воды) чрезвычайно мало; измерения поглощения в этиловом спирте, толуоле³⁹, трансформаторном масле проведены одним и тем же методом (таким образом, систематическая ошибка, связанная с этим, может быть значительной). Выяснить причину увеличения коэффициента поглощения волн конечной амплитуды по сравнению с теоретическим, даваемым формулой (2.32), весьма затруднительно. Является очевидным лишь то, что это увеличение происходит при интенсивном звуке. С одной стороны, это не диссипация энергии за счет обычных нелинейных искажений, связанных с нелинейностью гидродинамических уравнений. Известно, что интенсивные ультразвуковые волны сопровождаются кавитацией, которая не описывается уравнениями гидродинамики. Однако поглощение определялось при условиях, когда кавитация не играла существенной роли. Представляется весьма вероятной возможность протекания в среде различных необратимых процессов, влияние которых увеличивается с увеличением амплитуды, и вместе с тем отличных от кавитации.

В этой связи следует указать на работу⁴⁵, где проводилось исследование поглощения в растворах полимеров. В этой работе было установлено,

*) Для частоты релаксации уксусной кислоты приводятся различные данные: от $\sim 5 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^6 \text{ гц}$ (см., например, ^{43, 44}).

что при воздействии интенсивного импульсного ультразвука на растворы полимеров поглощение выше некоторых пороговых интенсивностей начинает зависеть от времени воздействия ультразвука на раствор. По прошествии довольно большого времени (нескольких десятков минут) достигалось «насыщение»; поглощение во времени не менялось. Весьма существенным является то, что это поглощение не определяется нелинейными искажениями, ибо попеременная посылка импульса большой и малой амплитуды показала, что изменение логарифма напряжения на приемнике во времени происходит одинаково. После выключения ультразвука некоторое время (в условиях эксперимента это время было $\sim 5-10$ мин.) раствор «релаксировал», т. е. полностью восстанавливал свои исходные акустические свойства. Отметим, что для раствора полиизобутилена в бензине при $5-35$ Мгц и $1,8$ кгс на излучающем кварце различие в поглощении разрушенного и неразрушенного растворов было примерно в пять раз. Авторы объясняют эти явления разрывом вандерваальсовых узлов полимерной сетки.

Не говоря о конкретном механизме этого явления, следует отметить, что эта работа в какой-то мере указывает на то, что не только механизм нелинейного искажения является ответственным за поглощения волн конечной амплитуды. В среде под действием интенсивного звука происходят изменения, которые могут оказывать сильное влияние на диссипацию энергии.

Подводя итоги, нужно сказать, что максимальный коэффициент поглощения в обычных, не особенно вязких жидкостях при интенсивностях в несколько вт/см^2 может на два порядка превышать малоамплитудный коэффициент^{10, 46}. Таким образом, поглощение за счет нелинейного искажения существенно больше сверхстоковой части поглощения. Можно сказать, что теоретические результаты по поглощению волн конечной амплитуды качественно правильно описывают наблюдаемые явления и дают по порядку величины правильные значения относительного коэффициента поглощения. Однако, кроме воды, в остальных исследованных жидкостях коэффициент поглощения в области стабилизации, по-видимому, несколько больше, чем это должно было быть по (2.32)*). Причину этого, так же как и некоторых отклонений в искажении, о которых упоминалось выше, по-видимому, следует искать в нелинейном характере диссипативных процессов. Наряду с исследованием поглощения волн конечной амплитуды в жидкостях в некоторых работах проводилось исследование скорости распространения волн конечной амплитуды. В³⁸ методом ультразвукового интерферометра с двумя кристаллами при звуковых давлениях $0,1-5$ атм на частотах $4,7$ Мгц была определена скорость в дегазированной воде, глицерине, слабых растворах уксусной кислоты и уксуснокислого натрия. В пределах точности измерения ($\pm 0,1\%$) изменения скорости с увеличением интенсивности не было установлено. Об измерении скорости волн конечной амплитуды в ряде жидкостей (этиловом спирте, бензоле и др.) с применением метода дифракции света на ультразвуке сообщается также в³⁰. Ошибка этих измерений не превышала $0,05\%$. В пределах ошибки измерения не было замечено отличия скорости волны конечной амплитуды от скорости волны малой амплитуды. Укажем в этой связи, что в¹⁶ отмечается, что скорость перемещения «нулей» (если речь идет, например, о звуковом давлении, то «нулям» соответствуют точки волны, где давление равно невозмущенному давлению в среде) должна

*) Следует отметить, что для многих жидкостей в настоящее время неизвестен нелинейный параметр B/A , что затрудняет сравнение экспериментальных данных по поглощению с теоретическими.

быть равна c_0 — скорости звука. Следует отметить, что скорость распространения слабого разрыва также должна быть равна скорости звука (см., например, ¹⁴; скорость ударной волны, как известно, определяется текущей адиабаты Гюгонио и отличается от скорости звука). Имея в виду возможность увеличения точности определения скорости, представляется интересным проведение таких экспериментов с пилообразной волной при больших числах Re .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

До сравнительно недавнего времени считалось, что нелинейные искажения акустических волн в жидкостях, связанные с нелинейностью уравнения состояния, не могут иметь места из-за малой величины экспериментально достижимых звуковых давлений по сравнению с внутренним давлением в жидкости. Исследования искажений различными методами показали, что эти нелинейности оказывают в жидкостях даже большее влияние, чем в газах (при равных сжатиях). Имея в виду относительно малое (по сравнению с газами) поглощение звука в большинстве жидкостей, нелинейные искажения приводят к накоплению слабого разрыва на каждой длине волны. Теоретические работы указывают на то, что образование разрыва возможно в том случае, когда акустические числа Рейнольдса $Re > 1$. Отметим здесь, что акустические методы с применением волн конечной амплитуды открывают некоторые экспериментальные возможности, в частности, они позволяют определять нелинейные постоянные баротропной жидкости. Весьма существенно то, что акустическими методами могут быть исследованы различные характеристики слабых разрывов в жидкостях.

Исследование поглощения волн конечной амплитуды в жидкостях показывает, что в отличие от поглощения волн малой амплитуды это поглощение носит неэкспоненциальный характер и зависит от числа Re . Коэффициент поглощения в области стабилизации волны при относительно небольших интенсивностях (порядка нескольких $вт/см^2$) может превышать в маловязких жидкостях коэффициент поглощения волны малой амплитуды на два порядка. Механизм увеличения поглощения в основном определяется нелинейным искажением формы волны.

Следует подчеркнуть, что ряд приведенных экспериментальных результатов не укладывается в рамки существующих теорий и может служить основанием для дальнейшей разработки теории и постановки экспериментов.

Отметим в заключение, что процессы искажения формы акустической волны в газах достаточно хорошо изучены. Однако поглощение таких волн в газах исследовано пока в меньшей мере, чем в жидкостях.

В твердых телах также возможно появление особенностей распространения волн конечной амплитуды, однако этот вопрос еще почти совсем не исследован.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Буров А. К., Акуст. журн. 4, 315 (1958).
2. Eckart C., Phys. Rev. 73, 68 (1948).
3. Гольдберг З. А., Акуст. журн. 2, 325 (1956).
4. Зарембо Л. К., Диссертация, МГУ, 1958.
5. Fox F. E., Wallace W. A., J. Acoust. Soc. Am. 26, 994 (1954).
6. Корнфельд М., Упругость и прочность жидкостей, Гостехиздат, 1951.
7. Rudnick I. J., Acoust. Soc. Am. 30, 564 (1958).
8. Зверев В. А., Калачев А. И., Акуст. журн. 4, 321 (1958).
9. Zankel K. L., Niedemann E. A., Naturwiss. 45, 329 (1958).
10. Зарембо Л. К., Красильников В. А., Шкловская-Рорди В. В. Акуст. журн. 3, 29 (1957).

11. Riemann, B., Abhandlungen 8 (1860).
12. Зоммерфельд А., Термодинамика и статистическая физика, ИЛ, М., 1955.
13. Широков М. Ф., Физические основы газодинамики, Физматгиз, 1958.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика сплошных сред, М., Гостехиздат, 1954.
15. Гольдберг З. А., Диссертация, Акуст. ин-т АН СССР, 1958.
16. Андреев Н. Н., Акуст. журн. 1, 3 (1955).
17. Михайлов Г. Д., Докл. АН СССР 109, 68 (1956).
18. Гольдберг З. А., Акуст. журн. 3, 149 (1957).
19. Mendousse J. S., J. Acoust. Soc. Am. 25, 51 (1953).
20. Fay R. D., J. Acoust. Soc. Am. 3, 222 (1931).
21. Гольдберг З. А., Акуст. журн. 3, 322 (1957).
22. Наугольных К. А., Акуст. журн. 4, 115 (1958).
23. Полякова А. Л., Докл. АН СССР 122, 51 (1958).
24. Михайлов Г. Д., Докл. АН СССР 89, 663 (1953).
25. Горелик А. Г., Зверев В. А., Акуст. журн. 1, 339 (1955).
26. Зарембо Л. К., Красильников В. А., Шкловская-Корди В. В., Докл. АН СССР 109, 485 (1956).
27. Буров В. А., Красильников В. А., Докл. АН СССР 118, 920 (1958).
28. Наугольных К. А., Романенко Е. В., Акуст. журн. 4, 200 (1958).
29. Loeber A. P., Niedemann E. A., J. Acoust. Soc. Am. 28, 27 (1956).
30. Михайлов И. Г., Шутилов В. А., Акуст. журн. 3, 203 (1957).
31. Михайлов И. Г., Шутилов В. А., Акуст. журн. 4, 174 (1958).
32. Breazeal M. A., Niedemann E. A., J. Acoust. Soc. Am. 30, 751 (1958).
33. Zankel K. L., Niedemann E. A., J. Acoust. Soc. Am. 30, 582 (1958).
34. Красильников В. А., Хаминев Д. В., Акуст. журн. 5, 166 (1959).
35. Зарембо Л. К., Акуст. журн. (в печати).
36. Biquard P., Ann. Phys. (Paris) 6, 552 (1934).
37. Fox F. E., Nuovo Cimento 7, ser. IX, suppl. 2, 198 (1950).
38. Towle D. M., Lindsay R. B., J. Acoust. Soc. Am. 27, 530 (1955).
39. Зарембо Л. К., Красильников В. А., Шкловская-Корди В. В., Докл. АН СССР 109, 731 (1956).
40. Narasimhan V., Beyer R. T., J. Acoust. Soc. Am. 28, 1233 (1956).
41. Beyer R. T., Narasimhan V., J. Acoust. Soc. Am. 29, 532 (1957).
42. Зарембо Л. К., Акуст. журн. 3, 164 (1957).
43. Михайлов И. Г., Распространение ультразвуковых волн в жидкостях, Гостехиздат, 1949.
44. Lamb J., Pinkerton J., Proc. Roy. Soc. (London) A199, 114 (1949).
45. Михайлов И. Г., Федорова Н. М., Вестн. ЛГУ, № 16, сер. физ.-хим., вып. 3, 78 (1958).
46. Буров В. А., Красильников В. А., Докл. АН СССР 124, 571 (1959).